

**Record Number:** 29530  
**Author, Monographic:** El Adlouni, S.//Ouarda, T. B. M. J.//Bobée, B.  
**Author Role:**  
**Title, Monographic:** Estimation des paramètres des distributions statistiques par les L-moments  
**Translated Title:**  
**Reprint Status:**  
**Edition:**  
**Author, Subsidiary:**  
**Author Role:**  
**Place of Publication:** Québec  
**Publisher Name:** INRS-Eau, Terre & Environnement  
**Date of Publication:** 2003  
**Original Publication Date:** Août 2003  
**Volume Identification:**  
**Extent of Work:** iii, 19  
**Packaging Method:** pages  
**Series Editor:**  
**Series Editor Role:**  
**Series Title:** INRS-Eau, Terre & Environnement, rapport de recherche  
**Series Volume ID:** 682  
**Location/URL:**  
**ISBN:** 2-89146-501-6  
**Notes:** Rapport annuel 2003-2004  
**Abstract:** Numéro demandé par Martyne le 11 août 2003, attribué par Geneviève le 11 août 2003.  
ISBN? oui  
Date de dépôt aux archives INRS-ETE prévues fin août. Date réellement déposée 20030908  
  
Dépot BNC et BNQ au prix de 5.00 \$  
**Call Number:** R000682  
**Keywords:** rapport/ ok/ dl

**Estimation des paramètres  
des distributions statistiques  
par les L-moments**

**Rapport de recherche R-682**

**ESTIMATION DES PARAMÈTRES DES DISTRIBUTIONS STATISTIQUES  
PAR LES L-MOMENTS**

Par

Salaheddine El Adlouni  
Taha B.M.J. Ouarda  
et  
Bernard Bobée

Institut national de la recherche scientifique (INRS)  
Centre Eau, Terre et Environnement  
Chaire en Hydrologie statistique (Hydro-Québec / CRSNG / Alcan)  
2800 rue Einstein CP 7500 Sainte-Foy (Québec) Canada G1V 4C7

Rapport de recherche R-682

Août 2003

# TABLE DES MATIÈRES

<b>1.0</b>	<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>2.0</b>	<b>THÉORIE DES L-MOMENTS .....</b>	<b>2</b>
<b>2.1</b>	<b>Estimation des paramètres par la méthode des L-moments .....</b>	<b>4</b>
<b>2.2</b>	<b>Comparaison des deux méthodes d'estimation .....</b>	<b>8</b>
2.2.1	Méthodologie .....	8
2.2.2	Résultats et évaluation .....	9
<b>3.0</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>16</b>
<b>4.0</b>	<b>RÉFÉRENCES .....</b>	<b>17</b>

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure 1: Échantillon et distribution ajustée correspondante dans le diagramme des L-moments .....</b>	<b>3</b>
<b>Figure 2: Échantillon généré à partir d'une loi GEV et illustration des deux estimateurs dans le diagramme des L-moments.....</b>	<b>6</b>
<b>Figure 3: Échantillon généré à partir d'une distribution PIII et la distribution GEV correspondant à chacun des estimateurs dans le diagramme des L-moments.....</b>	<b>7</b>
<b>Figure 4: Biais Standard standardisé pour les deux estimateurs du paramètre <math>k</math> en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi GEV (<math>k = -0.1; -0.4</math>).....</b>	<b>11</b>
<b>Figure 5: L'erreur standard observée standardisée pour les deux estimateurs du paramètre <math>k</math> en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi GEV (<math>k = -0.1; -0.4</math>).....</b>	<b>11</b>
<b>Figure 6: Le Biais standard standardisé pour les deux estimateurs du quantile de période de retour 100-ans, en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi GEV (<math>k = -0.1; -0.4</math>)</b>	<b>12</b>
<b>Figure 7: L'erreur standard observée standardisée pour les deux estimateurs du quantile de période de retour 100-ans en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi GEV (<math>k = -0.1; -0.4</math>).....</b>	<b>13</b>
<b>Figure 8: Le Biais standard standardisé pour les deux estimateurs du quantile de période de retour 100-ans, en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi PIII (<math>LCs = 0.19 ; LCs = 0.41</math>).....</b>	<b>14</b>
<b>Figure 9: L'erreur standard observée standardisée pour les deux estimateurs du quantile de période de retour 100-ans en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi PIII (<math>LCs=0.19 ; LCs=0.41</math>).....</b>	<b>15</b>

## LISTE DES TABLEAUX

**Tableau 1: B, SE et RMSE pour l'estimation du paramètre de forme  $k$  et le quantile de période de retour 100 ans, pour différentes tailles d'échantillons générés à partir d'une loi GEV ( $k=-0.1$ ) ... 9**

**Tableau 2: B, SE et RMSE pour l'estimation du paramètre de forme  $k$  et le quantile de période de retour 100 ans, pour différentes tailles d'échantillons générés à partir d'une loi GEV ( $k=-0.4$ ) . 10**

**Tableau 3: B, SE and RMSE pour l'estimation du quantile de période de retour 100 ans, pour différentes tailles d'échantillons générés à partir d'une loi PIII (L-Cs=0.19; L-Cs=0.41) ..... 10**

## 1.0 INTRODUCTION

La méthode du maximum de vraisemblance est exhaustive pour quelques distributions gamma, gamma inverse, Halphen... (Perreault *et al.*, 1999), surtout dans le cas d'échantillons de grande taille, vu qu'elle possède des propriétés d'efficacité asymptotique. Hosking *et al.* (1985) et Hosking et Wallis (1987) montrent que la méthode des L-moments est plus efficace que la méthode du maximum de vraisemblance dans le cas des petits échantillons.

La méthode des L-moments introduite par Hosking (1990) a connu une grande application en analyse fréquentielle des données hydrologiques. Les L-moments sont des combinaisons linéaires des statistiques d'ordre permettant de caractériser une distribution statistique ou un échantillon observé. Les L-moments peuvent être utilisés pour l'ajustement des distributions statistiques aux données pour vérifier l'adéquation d'un ajustement et pour déterminer des régions homogènes dans des études de régionalisation (Chow *et al.*, 1994).

Après avoir rappelé d'une manière synthétique la théorie des L-moments, nous proposons une nouvelle méthode pour l'estimation des paramètres en utilisant les L-moments. Cette approche sera ensuite comparée à la méthode usuelle (Hosking et Wallis, 1997) sur la base des résultats de simulations Monte Carlo. L'analyse Monte Carlo est basée sur l'estimation du paramètre de forme de la loi GEV ainsi que du quantile de période de retour 100 ans.

## 2.0 THÉORIE DES L-MOMENTS

Soit une variable aléatoire  $X$  de fonction de distribution cumulative  $F$ , et soit  $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$  les statistiques d'ordre  $1, 2, \dots, n$  pour un échantillon de taille  $n$ . Les L-moments de  $X$  sont définis par:

$$\lambda_r = r^{-1} \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \binom{r-1}{k} E(X_{r-k:r}) \quad r = 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$\text{où } E(X_{j:r}) = \frac{r!}{(j-1)!(r-j)!} \int x \{F(x)\}^{j-1} \{1-F(x)\}^{r-j} dF(x).$$

Les quatre premiers L-moments sont donnés par:

$$\lambda_1 = E[X] = \int x dF \quad (2)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} E[X_{2:2} - X_{1:2}] = \int x(2F-1) dF \quad (3)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{3} E[X_{3:3} - 2X_{2:3} + X_{1:3}] = \int x(6F^2 - 6F + 1) dF \quad (4)$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{4} E[X_{4:4} - 3X_{3:4} + 3X_{2:4} - X_{1:4}] = \int x(20F^3 - 30F^2 + 12F - 1) dF \quad (5)$$

$\lambda_2$  est une mesure de dispersion de la variable  $X$ . Il est toujours intéressant de standardiser les moments d'ordre supérieur  $\lambda_r$ ,  $r \geq 3$  pour qu'ils soient indépendants de l'unité de mesure de  $X$ . On définit alors les rapports des L-moments (Hosking, 1990):

$$\tau_r = \lambda_r / \lambda_2, \quad r = 3, 4, \dots \quad (6)$$

Une propriété des rapports des L-moments est qu'ils sont bornés ( $|\tau_r| < 1$ ).  $\tau_3$  est une mesure de l'asymétrie ( $LC_3$ ) et  $\tau_4$  est une mesure de l'aplatissement ( $LC_4$ ). Sur le diagramme des L-moments on représente  $\tau_4$  en fonction de  $\tau_3$ . Les distributions à 2 paramètres sont représentées par un point tandis que celles à trois paramètres sont représentées par des courbes (Figure 1).

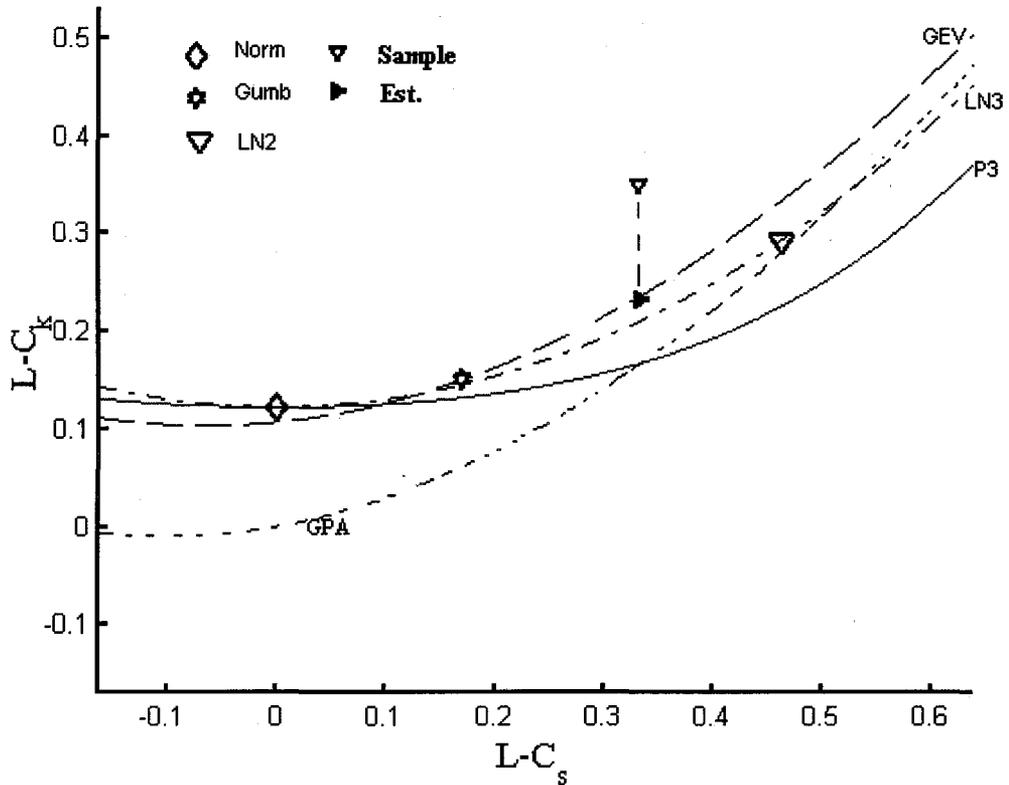


Figure 1: Échantillon et distribution ajustée correspondante dans le diagramme des L-moments

Pour un échantillon,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , ordonné dans un ordre croissant, les estimateurs des L-moments peuvent être déduits de ceux des moments de probabilité pondérés (Greenwood *et al.*, 1979).

Les moments de probabilité pondérés sont définis par:

$$\beta_r = E\{X[F(x)]^r\} \quad (7)$$

Un estimateur simple de  $\beta_r$  pour  $r \geq 1$  est:

$$b_r^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{j:n} \left[ 1 - \frac{(j-0.35)}{n} \right]^r \quad (8)$$

où  $1 - (j-0.35)/n$  sont des estimateurs de  $F(X_j)$  (Landwehr *et al.*, 1979).  $b_r^*$  est un estimateur biaisé mais l'erreur moyenne quadratique des estimateurs des quantiles est faible par rapport à l'estimateur non biaisé ci-dessous:

$$b_0 = n^{-1} \sum_{j=1}^n X_j \quad (9)$$

$$b_r = n^{-1} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)(j-2)\dots(j-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} X_j \quad (10)$$

On en déduit donc les estimateurs des quatre premiers L-moments (Hosking, 1990):

$$l_1 = b_0, \quad (11)$$

$$l_2 = 2b_1 - b_0, \quad (12)$$

$$l_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 \quad (13)$$

et

$$l_4 = 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0. \quad (14)$$

En divisant les L-moments d'ordre supérieur par la mesure de dispersion  $l_2$ , on obtient les estimateurs des rapports des L-moments

$$t_r = \frac{l_r}{l_2} \quad r = 3, 4, \dots \quad (15)$$

Vogel et Fennessey (1993) et Hosking et Wallis (1995) ont suggéré l'utilisation des estimateurs non biaisés. L'utilisation des estimateurs donnés par la fonction de répartition empirique reste utile surtout dans le cas de l'estimation régionale des quantiles de période de retour élevée.

## 2.1 ESTIMATION DES PARAMÈTRES PAR LA MÉTHODE DES L-MOMENTS

L'estimation des paramètres par la méthode des L-moments est basée sur le même principe que celui des moments ordinaires. Les estimateurs sont la solution d'un système d'équations obtenues en égalant les L-moments de l'échantillon et les L-moments correspondant de la distribution. Pour les distributions à trois paramètres, le système correspondant à l'estimation des paramètres comporte 3 équations; la troisième équation est basée sur l'égalité entre le coefficient  $LC_5$  de l'échantillon et celui de la distribution. Graphiquement, ceci est équivalent à considérer la projection verticale du point représentant l'échantillon sur la courbe de la distribution à ajuster (Figure 1). La résolution de ce système n'est pas explicite pour la majorité des distributions considérées

dans ce diagramme. Des solutions approximatives sont données par Hosking et Wallis (1997). Par exemple, pour une loi GEV de fonction densité de probabilité:

$$F(x) = \exp \left[ - \left( 1 - k \frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{1/k} \right] \quad (16)$$

où  $k \neq 0$  est le paramètre de forme,  $\alpha$  paramètre d'échelle et  $\xi$  paramètre de position.

Les estimateurs des paramètres par L-moments de la loi GEV sont donnés par:

$$\hat{k} \approx 7.8590c + 2.9554c^2 \quad (17)$$

où  $c = \frac{2}{3 + t_3} - \frac{\log 2}{\log 3}$ .

$$\hat{\alpha} = \frac{l_2 \hat{k}}{(1 - 2^{-k}) \Gamma(1 + k)} \quad (18)$$

$$\hat{\xi} = l_1 - \hat{\alpha} \{1 - \Gamma(1 + \hat{k})\} / \hat{k} \quad (19)$$

Le choix d'un estimateur basé seulement sur l'égalité du coefficient d'asymétrie conduit à un coefficient d'aplatissement très différent de celui de l'échantillon.

Afin d'améliorer l'estimation des paramètres par la méthode des L-moments, l'approche que nous suggérons propose l'utilisation de la distribution la plus proche en terme de distance euclidienne (Figure 2).

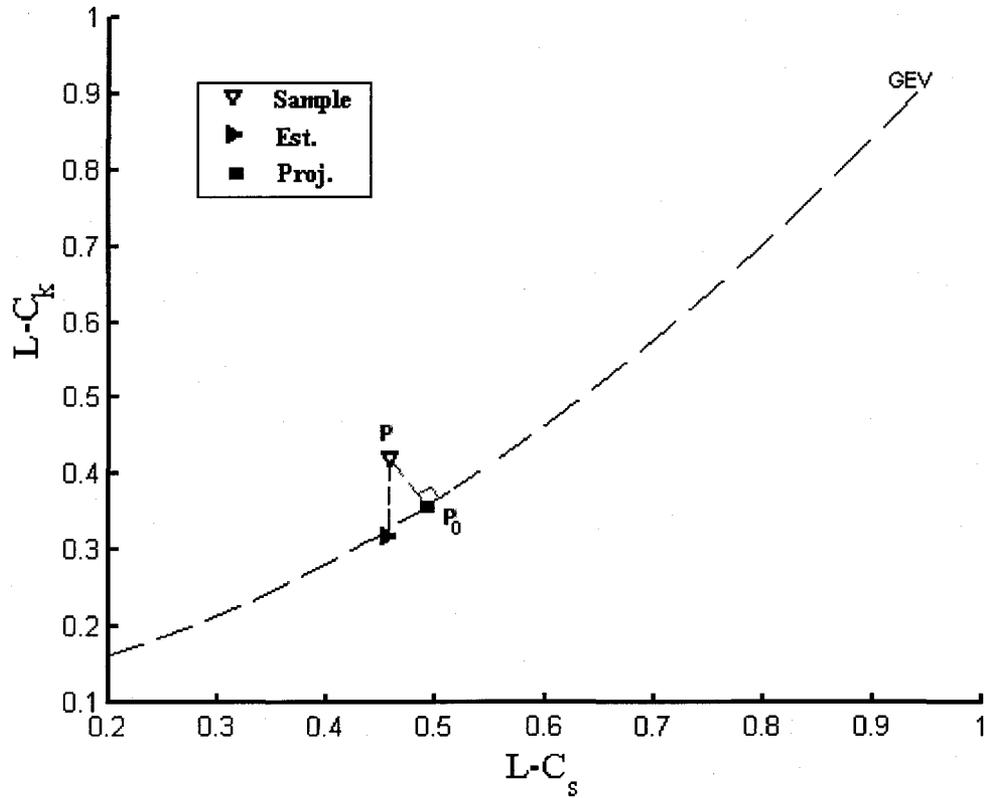


Figure 2: Échantillon généré à partir d'une loi GEV et illustration des deux estimateurs dans le diagramme des L-moments

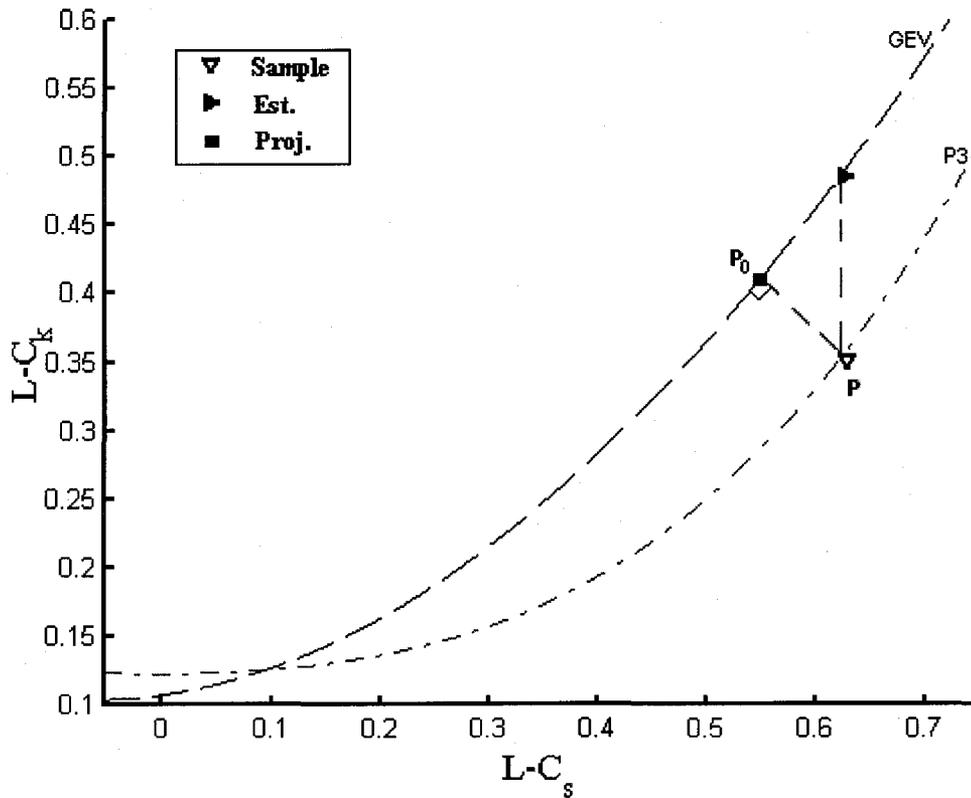
Soit  $\mathfrak{S}$  la courbe associée à la distribution  $D$  et  $P = (t_3 ; t_4)$  le point représentatif de l'échantillon sur le diagramme des L-moments (15). Cette approche consiste à trouver le point  $P_0 = (x_0; y_0)$  de la courbe  $\mathfrak{S}$  le plus proche du point  $P$  ce qui revient à résoudre l'équation suivante:

$$\begin{cases} \min (x - t_3)^2 + (y - t_4)^2 \\ (x, y) \in \mathfrak{S} \end{cases} \quad (20)$$

Le point  $P_0$  n'est autre que la projection orthogonale du point  $P$  sur la courbe  $\mathfrak{S}$ .

La résolution de cette équation sous contrainte peut se faire par une méthode numérique. Étant donné que les L-moments sont bornés, l'approche la plus simple est de discrétiser l'intervalle  $[-1,1]$  avec un très petit pas. La solution sera alors représentée par le couple  $(x_0, y_0)$  qui correspond à la distance minimum.

Une fois le couple  $(x_0, y_0)$  déterminé, la valeur  $x_0$ , qui n'est autre que le  $LCs$  de la distribution  $D$ , sera employée pour l'estimation des paramètres. On pourra utiliser les mêmes méthodes décrites par Hosking et Wallis (1997), en utilisant comme valeur de la L-asymétrie la solution  $x_0$  (équations 17-19 pour la loi GEV). L'approche proposée dans ce travail est illustrée aussi dans la Figure 3 pour un échantillon généré à partir d'une distribution PIII est ajusté par une loi GEV.



**Figure 3: Échantillon généré à partir d'une distribution PIII et la distribution GEV correspondant à chacun des estimateurs dans le diagramme des L-moments**

## 2.2 COMPARAISON DES DEUX MÉTHODES D'ESTIMATION

### 2.2.1 Méthodologie

Une étude par simulation de Monte Carlo permettra de comparer les deux estimateurs par L-moments donnés par les deux approches. Pour différentes tailles  $N=30, 50, 80, 100$  et  $200$ , nous avons généré des échantillons tirés de la loi GEV de paramètres: de forme  $k = -0.1$ , d'échelle  $\alpha = 30$  et de position  $\xi = 490$ , qui correspondent aux paramètres d'une série de maximums annuels de rivière St-Maurice du Québec. Deux cas ont été considérés suivant les valeurs du paramètre de forme  $k$ , qui correspondent à deux types d'asymétrie: le premier avec  $LCs = 0.23$  ce qui correspond à  $k = -0.1$  et  $LCK = 0.18$ . On rappelle que dans le cas de la distribution GEV, le  $LCs$  et le  $LCK$  ne dépendent que du paramètre de forme  $k$ . Dans le deuxième cas, nous avons considéré une asymétrie assez élevée:  $LCs = 0.45$  avec  $k = -0.4$  et  $LCK = 0.32$ . La comparaison des deux approches est faite sur la base des estimateurs du paramètre  $k$  et du quantiles de période de retour 100 ans.

En pratique, on ne connaît pas la vraie distribution théorique. Pour étudier les cas où la distribution ajustée ne correspond pas à la distribution mère, nous avons refait la même étude en considérant pour des échantillons tirés d'une loi Pearson type III (PIII) et ajustés par une loi GEV. Les paramètres de la loi PIII sont tels qu'on conserve les mêmes propriétés statistiques des deux cas étudiés dans la première partie. Nous avons donc considéré des échantillons suivant une distribution PIII avec deux types d'asymétries. Une asymétrie faible  $LCs = 0.19$  avec les paramètres suivants: le paramètre de forme  $P_1 = 2.39$ , le paramètre d'échelle  $P_2 = 26$  et le paramètre de position  $P_3 = 446$ . Pour le deuxième cas, où l'asymétrie est relativement forte  $LCs = 0.41$ , nous avons considéré une distribution PIII avec les paramètres suivants:  $P_1 = 0.6$ ,  $P_2 = 150$  et  $P_3 = 453$ .

Pour un estimateur  $\hat{\theta}$  d'une quantité  $\theta$ , la performance sera mesurée par le biais observé standardisé (B), l'erreur standard observée standardisée (SE) et la racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE).

$$B = 100 \frac{(\bar{\hat{\theta}} - \theta)}{|\theta|} \quad \text{avec} \quad \bar{\hat{\theta}} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \hat{\theta}_i, \quad (21)$$

$$SE = 100 \frac{[Var_{obs}(\hat{\theta})]^{1/2}}{|\theta|} \quad \text{avec} \quad Var_{obs}(\hat{\theta}) = \frac{1}{P-1} \sum_{i=1}^P (\hat{\theta}_i - \bar{\hat{\theta}})^2 \quad (22)$$

Ces quantités sont évaluées pour le paramètre de forme  $k$  et pour le quantile de période de retour  $T=100$  ans dans le premier cas où les échantillons sont tirés d'une distribution GEV. Dans le deuxième, on compare juste les estimateurs du quantile de période de retour 100 ans puisqu'on génère à partir d'une loi PIII.

### 2.2.2 Résultats et évaluation

Les résultats présentés dans cette partie vont servir à comparer les deux méthodes d'estimation basées sur les L-moments par comparaison des indices de performance, dans un premier temps, des estimateurs du paramètres de forme de la loi GEV et du quantile de période de retour  $T=100$  ans, pour des échantillons tirés d'une loi GEV (Tableaux 1 et 2). La deuxième partie correspond à la comparaison des estimateurs du quantiles de période de retour 100 ans, pour des échantillons issus d'une distribution PIII et ajustés par une loi GEV (Tableau 3).

**Tableau 1: B, SE et RMSE pour l'estimation du paramètre de forme  $k$  et le quantile de période de retour 100 ans, pour différentes tailles d'échantillons générés à partir d'une loi GEV ( $k=-0.1$ )**

GEV $k=-0.1$	Size $n (N=100)$	B		SE		RMSE	
		Est	Proj	Est	Proj	Est	Proj
$k$	30	23.26	22.12	166.42	155.34	168.03	156.90
	50	15.20	12.62	136.10	126.35	136.94	126.98
	80	6.04	4.39	114.03	101.54	114.18	101.63
	100	9.31	6.67	90.25	79.59	90.72	79.86
	200	9.18	7.60	66.66	59.82	67.28	60.29
$Q_{100}$	30	1.22	1.08	11.33	10.84	11.35	10.86
	50	0.25	0.06	8.08	7.78	8.06	7.74
	80	0.24	0.19	7.37	6.97	7.34	6.92
	100	0.45	0.14	5.23	5.00	5.19	5.00
	200	-0.46	-0.18	3.90	3.89	3.87	3.87

**Tableau 2: B, SE et RMSE pour l'estimation du paramètre de forme  $k$  et le quantile de période de retour 100 ans, pour différentes tailles d'échantillons générés à partir d'une loi GEV ( $k=-0.4$ )**

GEV $k=-0.4$	Size $n$ (N=100)	B		SE		RMSE	
		Est	Proj	Est	Proj	Est	Proj
$k$	30	23.93	19.01	51.53	48.16	56.81	51.76
	50	15.71	11.80	37.35	33.45	40.50	35.46
	80	14.49	12.43	36.47	32.11	39.24	34.42
	100	6.60	4.37	33.08	28.70	33.71	29.01
	200	6.75	4.72	24.57	20.66	25.47	21.18
$Q_{100}$	30	-4.90	-3.99	23.11	22.90	23.62	23.23
	50	-2.93	-2.12	18.20	18.18	18.41	18.30
	80	-4.32	-3.86	15.83	14.79	16.40	15.26
	100	-0.58	-0.08	15.57	14.34	15.55	14.31
	200	-1.51	-0.91	10.88	9.50	10.95	9.53

**Tableau 3: B, SE and RMSE pour l'estimation du quantile de période de retour 100 ans, pour différentes tailles d'échantillons générés à partir d'une loi PIII ( $L-Cs=0.19$ ;  $L-Cs=0.41$ )**

PIII $L-Cs=0.19$	Size $n$ (N=100)	B		SE		RMSE	
		Est	Proj	Est	Proj	Est	Proj
$Q_{100}$	30	1.90	1.31	17.32	17.26	15.19	12.88
	50	1.54	0.96	15.30	15.08	12.92	11.35
	80	2.08	1.73	14.56	14.50	9.74	8.06
	100	1.48	1.03	13.50	13.50	10.04	8.18
	200	1.70	1.17	12.52	12.50	7.48	5.19
$L-Cs=0.41$							
$Q_{100}$	30	5.08	1.40	28.47	27.50	28.91	27.53
	50	6.72	2.94	25.68	25.22	26.53	25.37
	80	9.08	5.01	22.01	21.52	23.79	22.09
	100	7.45	3.33	19.73	19.45	21.07	19.72
	200	6.88	3.08	18.13	17.91	19.39	18.16

Dans le cas d'échantillons issus d'une loi GEV, on remarque que les estimateurs, du paramètre de forme  $k$  correspondant à la projection orthogonale (Proj.) donnent une légère amélioration soit au niveau du biais observé standardisé (B) ou de l'erreur standard observée standardisée (SE), et ceci pour les deux cas considérés dans cette étude,  $k=-0.1$  et  $k=-0.4$  (Figures 4 et 5). On remarque également que le SE des deux estimateurs du paramètre  $k$  dépend du type d'asymétrie. On obtient des valeurs élevées, dans le cas de grande asymétrie, par rapport à celle d'une faible asymétrie.

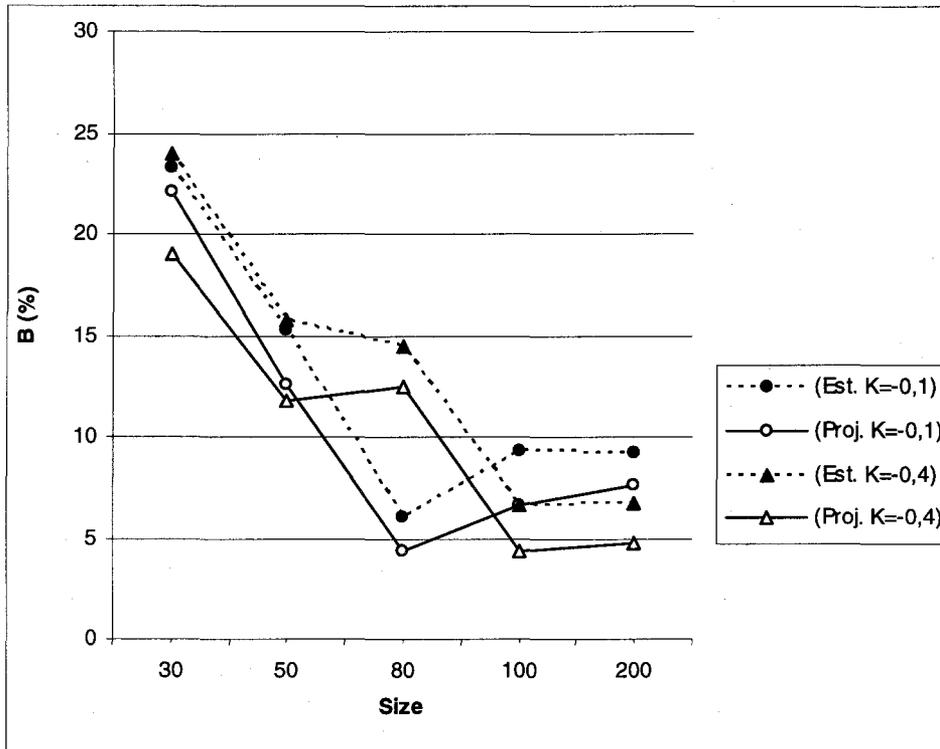


Figure 4: Biais Standard standardisé pour les deux estimateurs du paramètre  $k$  en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi GEV ( $k = -0.1; -0.4$ )

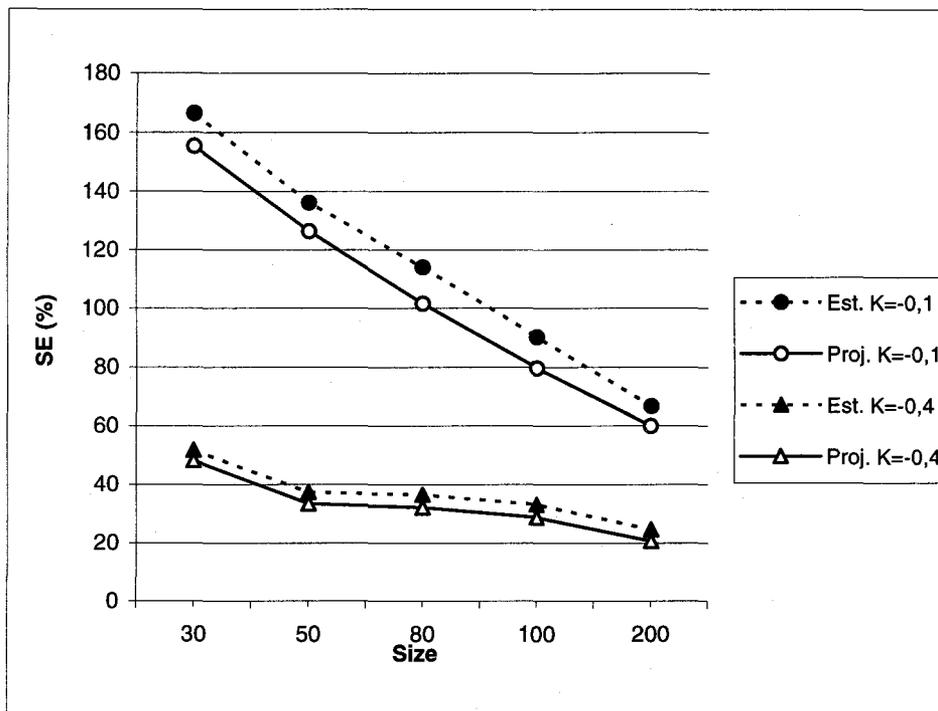


Figure 5: L'erreur standard observée standardisée pour les deux estimateurs du paramètre  $k$  en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi GEV ( $k = -0.1; -0.4$ )

Les Figures 6 et 7 montrent que pour les estimateurs du quantile de période de retour 100 ans, l'amélioration de l'estimation par l'approche proposée dans ce travail est claire au niveau des deux quantités B et SE. Aussi, ces deux quantités dépendent de la valeur du paramètre  $k$ .

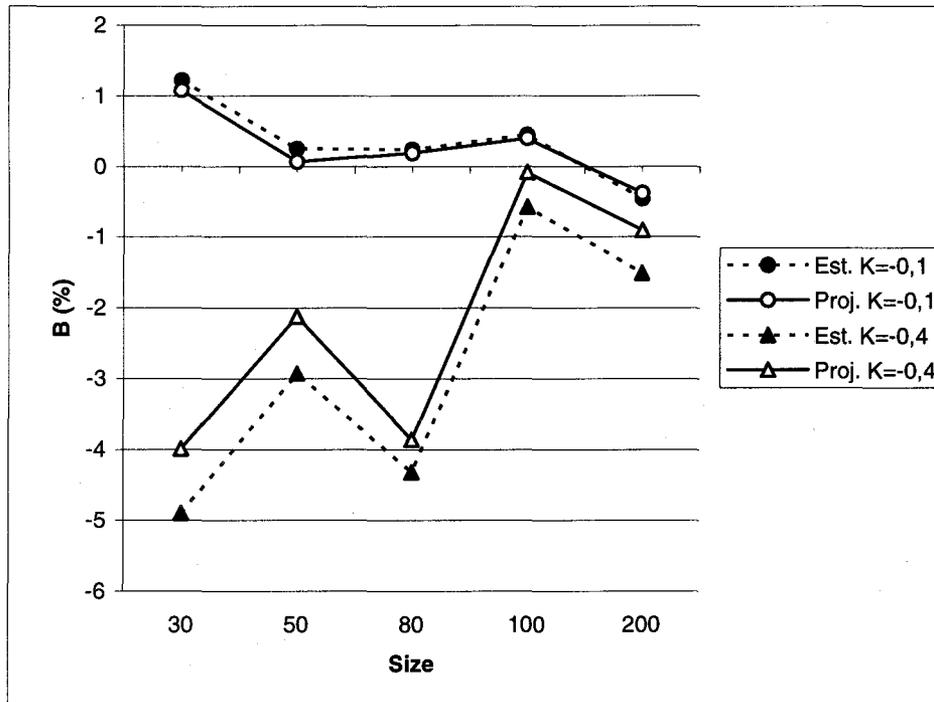


Figure 6: Le Biais standard standardisé pour les deux estimateurs du quantile de période de retour 100-ans, en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi GEV ( $k = -0.1; -0.4$ )

De la Figure 6, on remarque que dans le cas d'une forte asymétrie ( $k = -0.4$ ), l'estimation par la méthode des L-moments avec projection orthogonale mène à une bonne amélioration, au niveau du biais du quantile, et ce surtout dans le cas des échantillons de petites tailles. Il reste à signaler que dans cette première partie de l'étude, où les échantillons sont générés à partir d'une loi GEV, et pour tous les cas considérés, il y a une réduction importante du B et du SE, associée à une augmentation de la taille de l'échantillon.

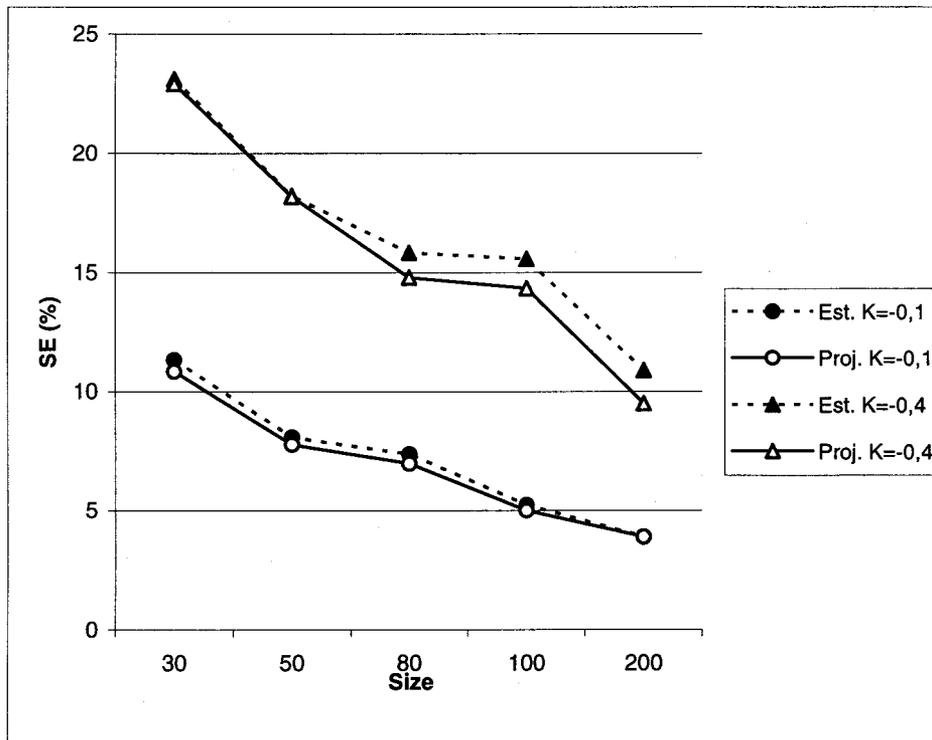


Figure 7: L'erreur standard observée standardisée pour les deux estimateurs du quantile de période de retour 100-ans en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi GEV ( $k = -0.1; -0.4$ )

Dans la deuxième partie de cette étude, les échantillons générés à partir d'une loi PIII et l'utilisation de la nouvelle méthode proposée dans ce travail mènent à une amélioration importante.

La Figure 8 montre que pour une asymétrie forte, la différence entre les biais engendré par les deux estimateurs, peut aller du simple, dans le cas de l'estimateur (Proj.) au double dans le cas de l'estimateur classique par L-moments.

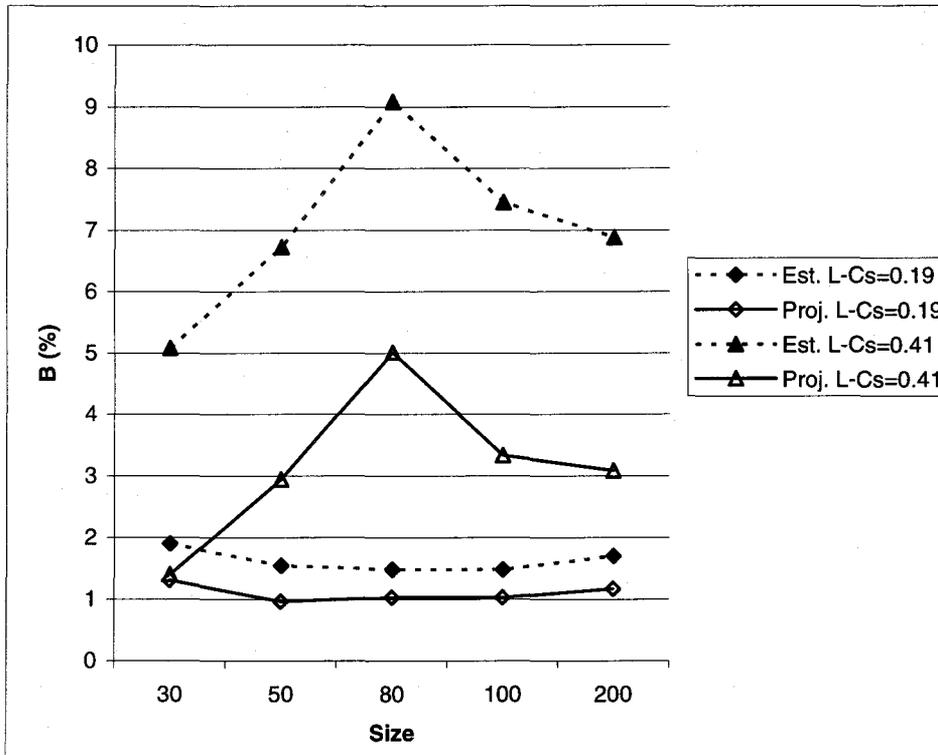


Figure 8: Le Biais standard standardisé pour les deux estimateurs du quantile de période de retour 100-ans, en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi PIII ( $LCs = 0.19$  ;  $LCs = 0.41$ )

De la Figure 9, on remarque surtout la dépendance entre le SE et le type d'asymétrie. La même remarque était observée dans la première partie. On signale que dans cette partie, l'augmentation de la taille de l'échantillon ne mène pas automatiquement à une réduction du biais puisque la distribution mère ne correspond pas à la distribution ajustée.

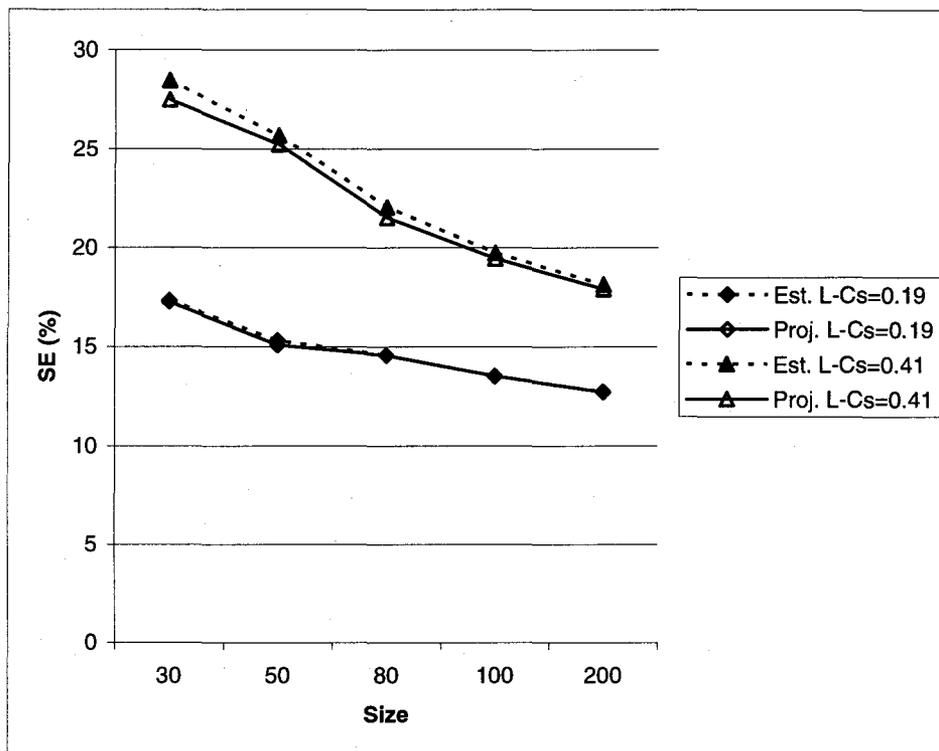


Figure 9: L'erreur standard observée standardisée pour les deux estimateurs du quantile de période de retour 100-ans en fonction de la taille de l'échantillon généré à partir d'une loi PIII ( $LCs=0.19$  ;  $LCs=0.41$ )

### 3.0 CONCLUSION

L'estimation des paramètres par la méthode des L-moments donne de bons résultats même pour les échantillons de petite taille, puisque les estimateurs des L-moments d'ordre supérieur ( $>2$ ) est efficace (faible biais et RMSE). L'objectif principal de cet article est de présenter une nouvelle méthode, basée sur les L-moments, pour l'estimation des paramètres des lois de probabilité.

Pour la méthode des L-moments, les distributions à trois paramètres peuvent être ajustées à un échantillon en utilisant les trois premiers L-moments. Dans ce contexte, l'amélioration de l'estimation des quantiles dépend surtout de l'estimateur du paramètre de forme. Dans notre approche, pour estimer le paramètre de forme, nous considérons la distribution la plus proche de l'échantillon en terme de *LCs* et *LCK*. Les critères utilisés pour comparer les deux méthodes, usuelle et modifiée, sont le biais observé standardisé (B) et l'erreur standard observée standardisée (SE). Les résultats de simulations, pour l'exemple de la loi GEV, montrent une amélioration des estimateurs du paramètre de forme et du quantile. L'amélioration est beaucoup plus significative lorsque la distribution mère de l'échantillon est différente de la distribution ajustée, cas souvent rencontré en pratique, et surtout pour des asymétries assez fortes.

## 4.0 RÉFÉRENCES

- Chow K.C.A. and W.E. Watt (1994). Practical Use of the L-Moments. In: *Stochastic and Statistical Methods in Hydrology and Environmental Engineering*, K.W. Hipel (Ed.), Kluwer Academic Publishers, The Netherlands; pp. 55-69.
- Greenwood J. A., Landwehr J. M., Matalas N.C. and J. R. Wallis (1979). Probability-weighted moments: Definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. *Water Resour. Res.* **15**: 1049-1054.
- Hosking J.R.M., Wallis, J.R. and E.F. Wood (1985). Estimation of the generalized extreme-value distribution by the method of probability-weighted moments. *Technometrics*, **27**: 251-261.
- Hosking J.R.M. and J.R. Wallis (1987). Parameter and quantile estimation for the generalized Pareto distribution. *Technometrics*, **29**: 339-349.
- Hosking J.R.M. (1990). L-Moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of Royal Statistical Society*, **52**: 105-124.
- Hosking J.R.M. and J.R. Wallis (1995). A comparison of unbiased and plotting-position estimators of L moments. *Water Resour. Res.*, **31**: 2019-2025.
- Hosking J.R.M. and J.R. Wallis (1997). Regional frequency analysis: An approach based on L-moments. Cambridge University Press.
- Landwehr J. M., Matalas N.C. and J. R. Wallis (1979). Probability-weighted moments compared with some traditional techniques in estimating Gumbel parameters and quantiles. *Water Resour. Res.*, **15**, 1055-1064.
- Perreault L., Bobée B. and P. F. Rasmussen (1999). Halphen distribution system. Part I: Mathematical and statistical properties. *J. Hydrologic Engrg., ASCE*, 4(3): 189-199.
- Vogel R.M. and N.M. Fennessey (1993). L-moment diagrams should replace moment diagrams. *Water Resour. Res.* **29**: 1745-1752.