

Record Number:

Author, Monographic: Cluis, D./Laberge, C.

Author Role:

Title, Monographic: Généralisation du test de tendance de Foster et Stuart à des échantillons markoviens courts

Translated Title:

Reprint Status:

Edition:

Author, Subsidiary:

Author Role:

Place of Publication: Québec

Publisher Name: INRS-Eau

Date of Publication: 1986

Original Publication Date: Décembre 1986

Volume Identification:

Extent of Work: 18

Packaging Method: pages

Series Editor:

Series Editor Role:

Series Title: INRS-Eau, Rapport de recherche

Series Volume ID: 215

Location/URL:

ISBN: 2-89146-213-0

Notes: Rapport annuel 1986-1987

Abstract: 10.00\$

Call Number: R000215

Keywords: rapport/ ok/ dl

Généralisation du test de tendance de Foster et Stuart à des échantillons
Markoviens courts.

par

D. CLUIS et C. LABERGE

Rapport scientifique no 215

Décembre 1986

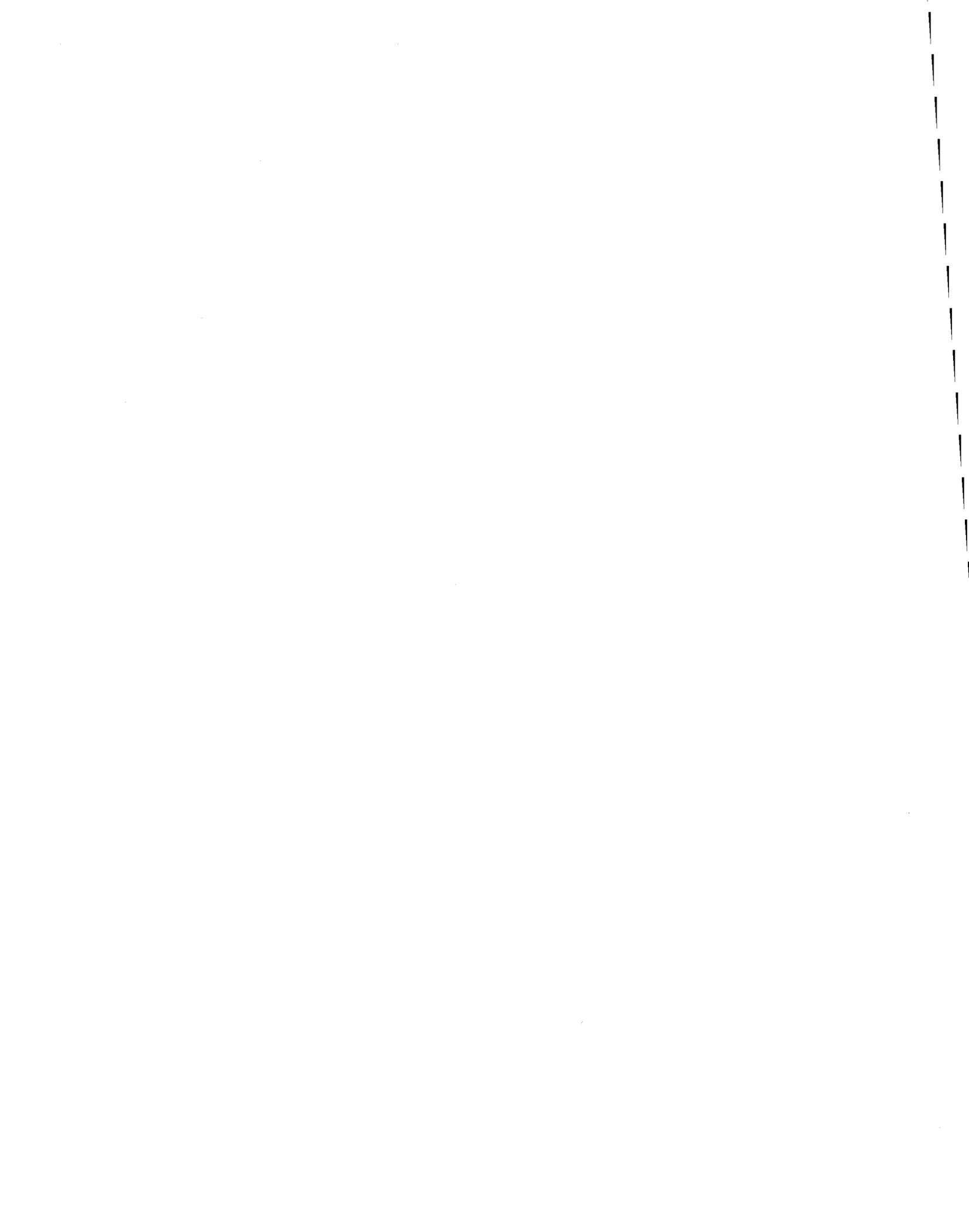


TABLE DES MATIERES

	Page
1. INTRODUCTION	1
2. PRESENTATION DES TEST DE FOSTER ET STUART SIMPLES.	2
2.1 Résultats asymptotiques	2
2.2 Puissance	3
3. TESTS CIRCULAIRES PLUS PUISSANTS	4
3.1 Puissance	4
4. EXTENSION AUX SERIES PERSISTANTES COURTES	6
4.1 Mode de génération des séries Markoviennes ...	6
4.2 Simulations	6
4.3 Cas des tendances linéaires	7
4.4 Puissance des tests	10
CONCLUSION	14



LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1 Puissance du test utilisant la statistique d pour détecter une tendance sur la moyenne au seuil 5%.	5
Tableau 2 Puissance du test utilisant la statistique D pour détecter une tendance sur la moyenne au seuil 5%.	5
Tableau 3 Variance de la statistique D et valeurs critiques pour le test unilatéral pour la détection d'une tendance sur la moyenne.	8
Tableau 4 Variance de la statistique S et valeurs critiques pour le test unilatéral pour la détection d'une tendance sur la variance.	9
Tableau 5 Valeurs de $E(D)$ et $E(S)$ selon n et P dans la cas de tendances linéaires de pentes variables sur la moyenne et la variance.	11
Tableau 6 Puissance à détecter une tendance sur la moyenne.	16
Tableau 7 Puissance à détecter une tendance sur la variance	17

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1 Puissance de détection d'une tendance linéaire sur la moyenne selon sa pente pour différentes longueurs de la série (cas $P=0.5$).	12
Figure 2 Puissance de détection d'une tendance linéaire sur la variance selon sa pente pour différentes longueurs de la série (cas $P=0.5$).	13
Figure 3 Puissance de détection d'une tendance linéaire sur la moyenne selon la longueur pour différentes pentes de la tendance (cas $P=0$).	15

RÉSUMÉ

Foster et Stuart (1954) ont développé sur des chroniques longues et indépendantes un test non-paramétrique progressif basé sur la répugnance des séries stationnaires à battre les records établis quand leur longueur augmente: la somme et la différence du nombre des records inférieurs et supérieurs permettent de tester la stationnarité en moyenne et en variance. Leurs résultats théoriques sont étendus aux séries courtes; puis des séries Markoviennes ($N = 10 \dots 300$; $\rho = 0 \dots 0.95$) sont générées par simulation de Monte-Carlo pour établir les valeurs moyennes et la dispersion des statistiques; la puissance des tests en pourcentage de détection est calculée pour des tendances linéaires variées. L'apparition répétée de nouveaux records historiques, dans une série de concentrations, constitue un indice de tendance plus apparent que le calcul progressif d'un paramètre de tendance centrale. La généralisation présentée permet, après caractérisation de la persistance avant tendance, d'exploiter pratiquement cette approche originale.

ABSTRACT

FOSTER and STUART (1954) proposed two simple statistics for distribution-free tests of the randomness of a series of observations. They are linear function of the numbers of lower and upper records which occur in the series. One provides a consistent test against trend in the mean and the other a consistent test against trend in the variance. However, their theoretical results were obtained for long series. These results will be extended for short series, then Markovian series ($N = 10 \dots 300$, $\rho = 0 \dots 0.95$) will be generated with Monte-Carlo simulations to establish the mean and variance of the statistics. The power of the tests as a percentage of trend detected will be calculated for various linear trends.

1. INTRODUCTION

On note actuellement un besoin pour des techniques quantitatives permettant d'évaluer les modifications de la qualité de l'eau résultant de changements à l'intérieur du bassin hydrologique ou l'impact des mesures d'assainissement en cours. Deux raisons principales font que le problème ne peut être considéré comme résolu: d'abord, il n'existe pas une seule variable représentative de la qualité de l'eau mais deux: la concentration, variable mesurée directement, mais de façon discontinue, et le flux de matière exportée, résultant de la combinaison de la variable précédente avec le débit, donnée souvent disponible de façon continue; les contributions des sources ponctuelles et diffuses selon les épisodes hydrologiques et les facteurs climatiques saisonniers conduisent à des comportements typiques et interreliés des deux variables précédentes. Ensuite, la structure particulière de ces deux séries de temps rend difficile l'application directe de tests statistiques classiques; en effet, ces séries sont à la fois relativement courtes et imprécises; leur distributions, provenant de populations-mères différentes, sont souvent fortement asymétriques; selon la fréquence d'échantillonnage, elles présentent un haut niveau de persistance et les effets saisonniers contribuent pour une grande part à la variance totale, ce qui masque les éventuelles tendances à long terme.

Il existe dans la littérature trois grandes familles de techniques de détection: a) les techniques visuelles et d'inertie permettant de mettre en évidence les hétérogénéités temporelles: ce sont les Courbes de Doubles-Masses et les fonctions CUSUM (sommes cumulatives) (Searcy & Hardison, 1960; Cluis, 1983); b) l'Analyse des interventions selon la méthode d'identification structurale de Box et Jenkins (Box & Tiao, 1975; Hipel et al. 1975); c) l'adaptation des tests classiques de Mann-Whitney et de Spearman pour détecter des changements continus ou par saut; il s'agit de tests non-paramétriques où l'effet de persistance est pris en compte (Lettenmaier, 1976), de même que l'influence des débits (Hirsch et al. 1982) et des saisons (Hirsch & Slack, 1984; Van Belle & Hughes, 1984).

2. PRÉSENTATION DES TESTS DE FOSTER ET STUART SIMPLES

Foster et Stuart (1954) ont proposé des tests originaux permettant de détecter des tendances sur la moyenne et la variance d'une chronique; ces tests non-paramétriques sont extrêmement simples d'application et ne reposent que sur le rythme d'occurrence des records maxima et minima.

On appelle M_i maximum à gauche une valeur x_i telle que $x_i \geq x_j$ pour tout $j \leq i$ et M'_i maximum à droite la situation opposée; les minima à gauche et à droite m_i et m'_i sont définis de façon analogue; on calcule ensuite, pour chaque observation de rang i , ces quatre fonctions indicatrices M_i , M'_i , m_i et m'_i prenant la valeur 1 si cette observation est respectivement un maximum ou un minimum à gauche ou à droite et prenant la valeur de 0 dans le cas contraire. Posant ensuite $s_i = M_i + m_i$, $s'_i = M'_i + m'_i$, $d_i = M_i - m_i$ et $d'_i = M'_i - m'_i$, Foster et Stuart (1954) ont basé leurs tests sur les quatre statistiques suivantes calculées sur la série de longueur n :

$$s = \sum_{i=2}^n s_i ; \quad s' = \sum_{i=1}^{n-1} s'_i \quad \text{et} \quad d = \sum_{i=2}^n d_i ; \quad d' = \sum_{i=1}^{n-1} d'_i \quad (1)$$

Ces tests prennent comme hypothèse H_0 le caractère aléatoire d'observations successives indépendantes; la nature non-paramétrique des tests n'implique aucune hypothèse quant à sa forme de la distribution sous-jacente.

2.1 Résultats asymptotiques

Sous l'hypothèse H_0 , Foster et Stuart (1954) ont utilisé l'analyse combinatoire pour établir la distribution conjointe de s et d ; puis, à l'aide des fonctions génératrices, les deux premiers moments des statistiques sont obtenus:

$$E(s) = E(s') = 2 \sum_{i=2}^n 1/i \quad (2)$$

$$E(d) = E(d') = 0 \quad (3)$$

$$V(s) = V(s') = 2 \sum_{i=2}^n 1/i - 4 \sum_{i=2}^n 1/i^2 \quad (4)$$

$$V(d) = V(d') = 2 \sum_{i=2}^n 1/i \quad (5)$$

Les auteurs utilisent ensuite les expressions:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n 1/i - \ln n = \gamma \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n 1/i^2 = \pi^2/6$$

où γ est le nombre d'Euler, pour déduire les expressions des moments asymptotiques μ_1 , σ_1 et μ_2 , σ_2 de s et d :

$$\mu_1 = \sigma_2^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 2 (\ln n + \gamma - 1) = 2 \ln n - 0.845 \ 6 \quad (6)$$

$$\sigma_1^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sigma_2^2 - 4 (\pi^2/6 - 1) = 2 \ln n - 3.425 \ 3 \quad (7)$$

$$\mu_2 = 0 \quad (8)$$

Ces résultats permettent d'établir des tests pour des séries assez longues; toutefois, pour $n \leq 100$, des divergences significatives apparaissent. Comme les séries pour lesquelles nous souhaitons détecter des tendances sont plutôt courtes, nous avons établi par expansion de séries des expressions plus générales:

$$\mu_1 = \sigma_2^2 = 2 \ln n - 0.845 \ 6 + 1/n + 0 (n^{-1}). \quad (9)$$

$$\sigma_1^2 = 2 \ln n - 3.425 \ 4 + 5/n + 0 (n^{-1}). \quad (10)$$

$$\mu_2 = 0 \quad (11)$$

2.2 Puissance

Foster et Stuart (1954) se sont cependant rendus compte que les tests précédents étaient peu puissants si les maxima et minima absolus étaient atteints dès le début de la série chronologique. Le tableau 1 présente quelques

résultats de puissance pour différentes amplitudes de tendance. Pour augmenter cette puissance, les auteurs se sont alors tournés vers de nouvelles statistiques.

3. TESTS CIRCULAIRES PLUS PUISSANTS

Les statistiques utilisées pour ces nouveaux tests sont:

$$D = d-d' \quad \text{et} \quad S = s-s'$$

D permettant de détecter une tendance sur la moyenne et S de détecter une tendance sur la variance. Ces statistiques sont la combinaison d'un test de tendance positive dans le sens chronologique et de tendance négative dans le sens rétrograde et constituent donc des tests circulaires. Ils ne partagent pas la simplicité analytique des tests originaux à cause de la présence de covariances négatives entre d et d' et entre s et s' quand n est petit; toutefois, pour des grands échantillons, on a $E(D) = E(S) = 0$ et:

$$V(D) = 4 (2 \text{ Ln } n - 0.8456) \quad (12)$$

$$V(S) = 4 (2 \text{ Ln } n - 3.4254). \quad (13)$$

Ces expansions permettent de construire les tests de stationnarité H_0 en moyenne et en variance, où les valeurs expérimentales D_{exp} et S_{exp} sont comparées aux valeurs critiques

$$E(D) + t_{\alpha} V(D)^{0.5} \quad \text{et} \quad E(S) + t_{\alpha} V(S)^{0.5}.$$

Dans ces expressions, t_{α} est le α^e percentile de la loi de Student à $n-1$ degrés de liberté.

3.1 Puissance

Le tableau 2 permet de juger du gain de puissance obtenu en utilisant ces nouveaux tests. Encore une fois, les résultats sont présentés pour différentes amplitudes de tendance.

Tableau 1. Puissance du test utilisant la statistique d pour détecter une tendance sur la moyenne (T), au seuil 5%. Dans chaque cas on a utilisé 1000 échantillons de taille n.

n \ T	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07
25	.06	.09	.12	.15	.20	.27	.34
50	.11	.18	.28	.38	.48	.59	.69
75	.15	.30	.47	.64	.80	.88	.94
100	.18	.40	.66	.85	.94	.98	1.00
125	.25	.56	.81	.95	.99	1.00	1.00

Tiré de FOSTER et STUART (1954).

Tableau 2. Puissance du test utilisant la statistique D pour détecter une tendance sur la moyenne (T), au seuil 5%. Dans chaque cas on a utilisé 1000 échantillons de taille n.

n \ T	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07
25	.08	.11	.15	.20	.28	.38	.49
50	.13	.25	.39	.55	.70	.80	.87
75	.18	.41	.63	.83	.94	.98	.99
100	.26	.59	.86	.96	1.00	1.00	1.00
125	.37	.71	.97	.99	1.00	1.00	1.00

Tiré de FOSTER et STUART (1954).

4. EXTENSION AUX SÉRIES PERSISTANTES COURTES

Dans la discussion qui a suivi la communication de Foster et Stuart (1954) à la Société Royale de Statistique, le professeur Kendall a mis en évidence (p. 17) l'intérêt de l'extension des tests à des séries non indépendantes, mais aussi les difficultés théoriques rencontrées pour un tel développement analytique. À notre connaissance, aucune solution théorique n'a été publiée sur ce sujet. C'est pourquoi nous avons utilisé la technique de Monte-Carlo pour obtenir par simulation des valeurs de référence permettant un usage pratique de ces tests dans le cas de séries courtes et non indépendantes.

4.1 Mode de génération des séries Markoviennes

La plupart des séries géophysiques présentent une structure de persistance à court terme approximativement autorégressive d'ordre 1. Pour les obtenir, nous avons d'abord généré 10 banques de 200 000 données provenant de populations Markoviennes de persistance $\rho = 0, 0.1, \dots, 0.9$. Ces séquences ont été générées en utilisant la formule récurrente de définition: $x_i = \rho x_{i-1} + (1-\rho^2)^{0.5} \epsilon_i$, dans laquelle les ϵ_i sont des variables aléatoires $N(0,1)$ obtenues par l'algorithme de Box et Muller (1958). Cette technique consiste à tirer au hasard des paires de nombres U_1 et U_2 distribués uniformément dans l'intervalle $[0, 1]$ en utilisant en double précision le générateur pseudo-aléatoire contenu dans les bibliothèques de la plupart des ordinateurs. Dans ce cas, les quantités $\epsilon' = \sqrt{-2 \ln U_1} \cdot \cos 2 \pi U_2$ et $\epsilon'' = \sqrt{-2 \ln U_1} \cdot \sin 2 \pi U_2$ peuvent être prises comme valeurs ϵ_i . Nous avons ensuite subdivisé la totalité des banques de 200 000 données en séries courtes de longueurs 10, 50, 100 et 300 éléments. C'est sur ces séries Markoviennes de nombre variable que les simulations sont effectuées.

4.2 Simulations

Les séries Markoviennes courtes précédemment générées ont subi les tests classiques de Foster et Stuart (1954) et chaque échantillon a donné lieu à une valeur D et S. Pour chaque type de séries de même longueur et de même

persistance (n et ρ fixes), on a donc pu établir les valeurs de $E(D)$, de $V(D)$ de même que celles de $E(S)$ et de $V(S)$ qui caractérisent les deux premiers moments des statistiques de l'extension pour des séries courtes et Markoviennes. Les simulations montrent que les résultats asymptotiques $E(D) = E(S) = 0$ restent valides pour des séries courtes et persistantes. Quant aux dispersions des deux statistiques qui constituent alors l'unique information nécessaire pour appliquer les tests de stationnarité, elles sont présentées pour différentes valeurs de ρ et n aux tableaux 3 et 4. Ces tableaux présentent également les valeurs critiques correspondants, au seuil 95%.

On y note que les deux dispersions croissent avec n mais assez lentement, alors que l'influence de la persistance ρ est plus forte sur D que sur S .

4.3 Cas des tendances linéaires

Dans le cas où l'hypothèse de stationnarité a été rejetée par le test précédent, nous nous sommes intéressés plus spécialement au cas fréquent en pratique des tendances linéaires. En effet, dans le domaine de la qualité de l'eau, il est rare que l'on assiste à des changements brutaux. Les conséquences de l'industrialisation sur l'acidité des précipitations se sont fait sentir de façon progressive sur les écosystèmes aquatiques à cause de l'effet tampon des bassins versants; de même, les améliorations résultant de la mise en place de plans d'assainissement des rejets municipaux ou de modifications des méthodes culturales agricoles sont souvent le résultat d'interventions étalées dans le temps où les sédiments accumulés contribuent à l'inertie du système. Pour étudier l'effet des tendances linéaires sur les tests précédents, nous avons modifié les échantillons markoviens de moyenne zéro et d'écart type 1 générés précédemment. Soit r le rang d'un élément dans chaque échantillon et Δ la pente de la tendance étudiée, nous avons, dans le cas d'une tendance linéaire sur la moyenne, ajouté à chaque élément la quantité (Δr) et, dans le cas d'une tendance sur la variance, multiplié chaque élément par la quantité $(1 + \Delta r)$. Dans chacun des deux cas, nous avons calculé les espérances expérimentales $E(D)$ et $E(S)$ pour l'ensemble de nos banques de 200 000 données pour diverses pentes Δ ; de ces simulations,

Tableau 3. Variance de la statistique D et valeurs critiques (au seuil 95%) pour le test unilatéral pour la détection d'une tendance sur la moyenne.

p \ n	n							
	10	25	50	75	100	150	200	300
.00	3.20	3.73	4.00	4.31	4.40	4.64	4.49	4.89
	5.79	6.38	6.58	7.09	7.24	7.63	7.39	8.04
.10	3.36	3.85	4.22	4.27	4.45	4.72	4.65	4.82
	6.08	6.58	6.94	7.02	7.32	7.76	7.65	7.93
.20	3.54	4.00	4.31	4.54	4.63	4.80	4.87	5.10
	6.41	6.84	7.09	7.47	7.62	7.90	8.01	8.39
.30	3.65	4.10	4.44	4.73	4.79	5.20	5.16	5.34
	6.61	7.01	7.30	7.78	7.88	8.55	8.49	8.78
.40	3.89	4.39	4.79	4.85	4.98	5.14	5.42	5.51
	7.04	7.51	7.88	7.98	8.19	8.46	8.92	9.06
.50	4.13	4.68	4.99	5.14	5.08	5.34	5.30	5.44
	7.48	8.00	8.21	8.46	8.36	8.78	8.72	8.95
.60	4.44	5.07	5.37	5.55	5.67	5.86	5.94	5.97
	8.04	8.67	8.83	9.13	9.33	9.64	9.77	9.82
.70	4.91	5.71	6.08	6.26	6.35	6.57	6.59	6.88
	8.89	9.76	10.00	10.30	10.45	10.81	10.84	11.32
.80	5.40	6.57	6.96	7.10	7.48	7.33	7.36	7.46
	9.77	11.23	11.44	11.68	12.30	12.06	12.11	12.27
.90	6.04	8.45	9.23	9.54	9.52	9.88	9.92	9.95
	10.93	14.45	15.18	15.69	15.66	16.25	16.32	16.37
.95	6.48	9.84	11.80	12.08	12.90	12.56	12.84	12.24
	11.73	16.83	19.41	19.87	21.22	20.66	21.12	20.13

Tableau 4. Variance de la statistique S et valeurs critiques (au seuil 95%) pour le test unilatéral pour la détection d'une tendance sur la variance.

p \ n	n							
	10	25	50	75	100	150	200	300
.00	2.26	2.93	3.36	3.59	3.64	4.04	4.15	4.43
	4.09	5.01	5.53	5.91	5.99	6.65	6.83	7.29
.10	2.21	2.91	3.32	3.50	3.74	4.06	4.19	4.34
	4.00	4.98	5.46	5.76	6.15	6.68	6.89	7.14
.20	2.19	2.94	3.33	3.46	3.67	4.04	4.10	4.27
	3.96	5.03	5.48	5.69	6.03	6.65	6.74	7.02
.30	2.16	2.83	3.24	3.55	3.53	3.83	3.87	4.22
	3.91	4.84	5.33	5.84	5.81	6.30	6.37	6.94
.40	2.12	2.87	3.36	3.59	3.75	3.93	4.21	4.21
	3.84	4.91	5.53	5.91	6.17	6.46	6.93	6.93
.50	2.09	2.86	3.32	3.57	3.71	4.03	4.18	4.40
	3.78	4.89	5.46	5.87	6.10	6.63	6.88	7.24
.60	2.09	2.90	3.39	3.61	3.77	3.92	4.20	4.21
	3.78	4.96	5.58	5.94	6.20	6.45	6.91	6.93
.70	2.04	2.84	3.37	3.70	3.90	4.14	4.21	4.34
	3.69	4.86	5.54	6.09	6.42	6.81	6.93	7.14
.80	2.00	2.90	3.44	3.64	3.84	4.09	4.25	4.54
	3.62	4.96	5.66	5.99	6.32	6.73	6.99	7.47
.90	1.96	2.88	3.55	3.92	4.09	4.32	4.64	4.81
	3.55	4.92	5.84	6.45	6.73	7.11	7.63	7.91
.95	1.90	2.82	3.61	4.25	4.39	4.85	4.96	5.51
	3.44	4.82	5.94	6.99	7.22	7.98	8.16	9.06

il ressort que $E(S)$, dans le cas d'une tendance sur la moyenne, et $E(D)$ dans le cas d'une tendance sur la variance, restent stables et non-significativement différents de zéro quelles que soient les longueurs et les persistances des échantillons et ceci, pour toutes les tendances simulées. Ceci confirme les propriétés sélectives des statistiques D et S à détecter des tendances sur la moyenne et sur la variance, même dans le cas de séries non-indépendantes. Les résultats obtenus pour les paramètres significatifs $E(D)$ et $E(S)$ sont présentés au tableau 5 pour des pentes $\Delta = 0.1, 1$ et 10% , $\rho = 0.3, 0.6$ et 0.9 et $n = 10, 50, 100$ et 300 .

Sur ce tableau, on note que les statistiques croissent avec la longueur de l'échantillon et la pente de la tendance et que $E(D)$ est plus sensible à ces facteurs que $E(S)$. Quant à l'effet de la persistance, il est beaucoup plus net dans le cas du statistique D que dans celui du statistique S , ce qui avait déjà été noté précédemment.

4.4 Puissance des tests

Si l'on considère l'extension proposée en première partie du test de Foster et Stuart (1954) aux séries courtes et persistantes et dont les résultats apparaissent aux tableaux 3 et 4, il est intéressant de préciser la puissance de ces tests dans le cas de tendances linéaires sur la moyenne et la variance; ceci permet de déterminer, pour une série dont on connaît la persistance à court terme avant intervention, la longueur nécessaire pour que les tests proposés permettent de détecter efficacement des tendances linéaires de différentes pentes. Pour cela, nous avons utilisé les échantillons Markoviens auxquels une tendance connue avait été ajoutée, puis nous avons effectué sur chacun d'eux le test de détection proposé. Les figures 1 et 2 présentent la puissance du test, c'est à dire le pourcentage du nombre d'échantillons, pour lesquels la tendance introduite a effectivement été détectée. Cette représentation met en évidence la zone de sensibilité des tests. À la figure 1, on voit qu'il faudra une série d'au moins 300 valeurs pour détecter huit fois sur dix une tendance sur la moyenne de 1% , 100 valeurs pour une tendance de 3.5% et 50 valeurs pour une tendance de 8% . À la figure 2, on note que le test de tendance sur la variance présente des résultats

TABLEAU 5: Valeurs de E(D) et de E(S) selon n et ρ dans les cas de tendances linéaires de pente Δ sur la moyenne et la variance.

$\Delta(\%)$	P	n				n			
		10	50	100	300	10	50	100	300
		E(D)				E(S)			
0.1	0	0	0.15	0.42	1.38	0.02	0.25	0.68	2.75
1	0	0.16	1.73	4.07	13.8	0.16	2.20	4.85	12.4
10	0	1.91	15.1	31.9	98.9	1.12	7.38	12.1	22.3
0.1	0.3	0.04	0.25	0.47	1.76	0.03	0.29	0.74	2.90
1	0.3	0.21	1.83	4.14	14.2	0.12	2.13	4.82	12.5
10	0.3	1.94	15.6	32.8	102	0.95	7.16	12.0	22.4
0.1	0.6	0	0.12	0.41	1.76	0.04	0.23	0.75	3.25
1	0.6	0.17	1.80	4.27	14.8	0.13	1.99	4.75	13.0
10	0.6	1.95	17.0	36.2	113	0.78	7.01	11.9	22.6
0.1	0.9	0.04	0.22	0.54	2.01	0.00	0.18	0.66	2.99
1	0.9	0.23	2.40	5.83	20.8	0.04	1.50	4.43	13.9
10	0.9	2.08	22.9	52.0	168	0.40	6.07	11.8	24.7

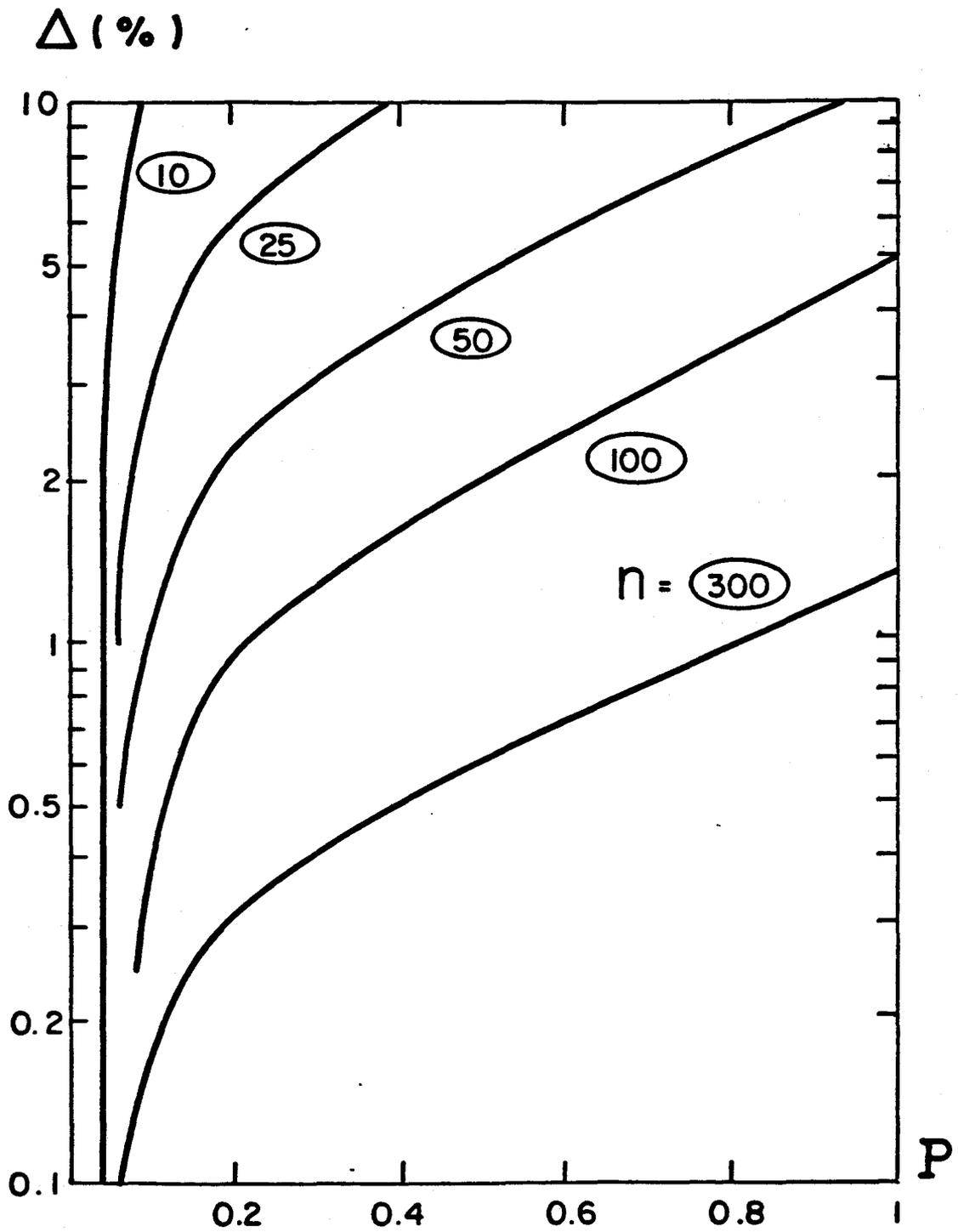


FIG. 1 Puissance de détection d'une tendance linéaire sur la moyenne selon sa pente Δ pour différentes longueurs n de la série (cas $\rho = 0.5$).

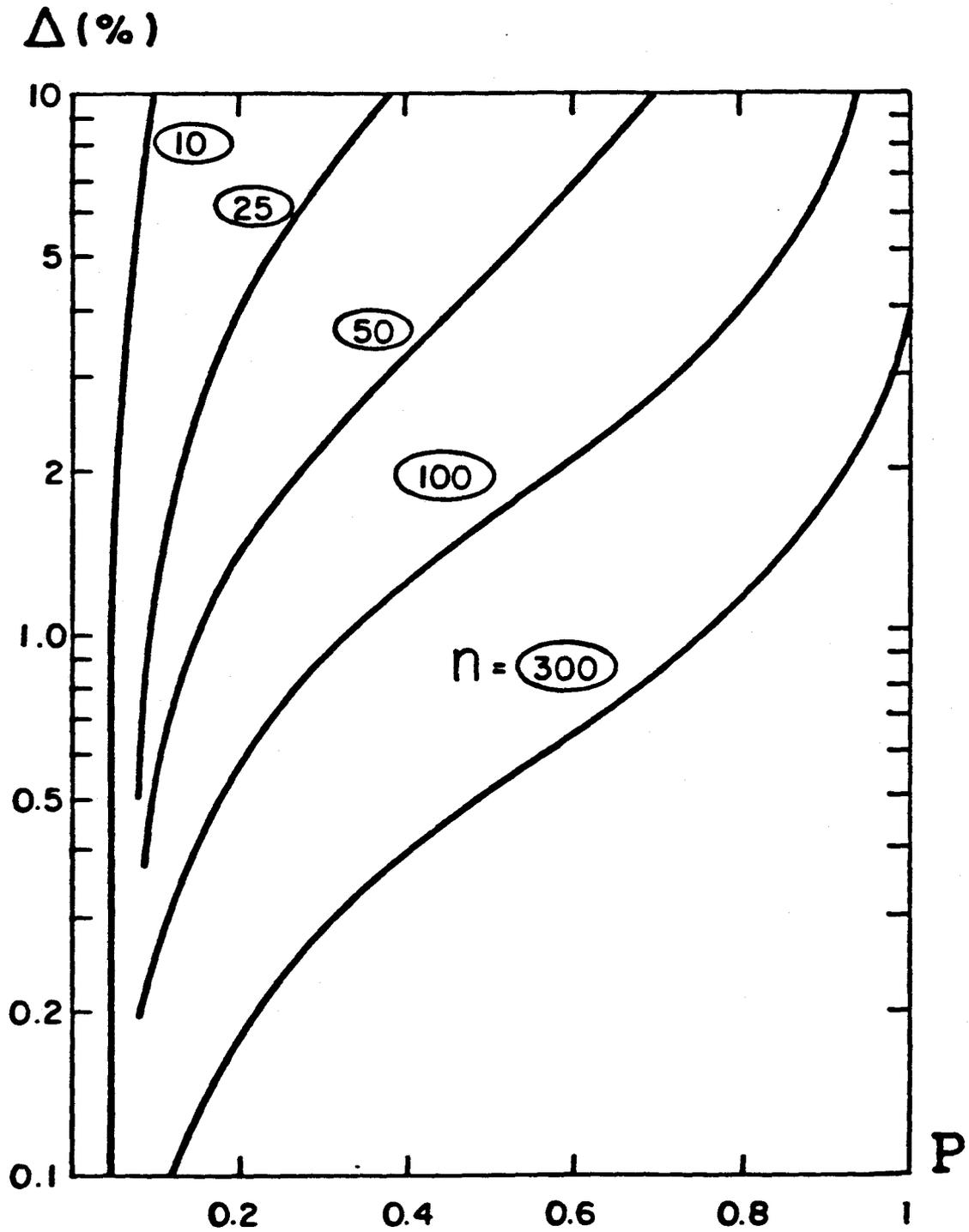


FIG. 2 Puissance de détection d'une tendance linéaire sur la variance selon la pente Δ pour différentes longueurs n de la série (cas $\rho = 0.5$).

similaires quoique un peu moins puissants. L'ensemble des simulations a montré que la puissance de détection était peu affectée par la persistance, excepté dans le cas de persistances très élevées ($\rho \geq 0.85$); on peut donc, en général, utiliser les résultats graphiques présentés à la figure 3 qui relie la puissance à la longueur de la série à la pente de la tendance dans le cas d'une série indépendante ($\rho = 0$). Ces résultats de puissance sont également présentés aux tableaux 6 et 7.

CONCLUSION

La théorie du test de Foster et Stuart (1954) de détection de tendances a été établie dans le cas de chroniques indépendantes; son développement dans le cas de données persistantes présente de grandes difficultés mathématiques. Les résultats obtenus ici permettent, d'une part, d'étendre la théorie à des séries courtes et indépendantes et, d'autre part, d'exploiter en pratique une technique originale dans le cas de séries courtes de persistance markovienne, soumises à des tendances progressives linéaires; cette situation est celle d'un grand nombre de séries géophysiques soumises à des influences anthropiques; en particulier, les laboratoires d'analyse et de surveillance de la qualité de l'eau ont souvent des programmes de filtrage de leurs résultats pour détecter les données aberrantes. Ces logiciels sont basés sur la position des concentrations mesurées récemment par rapport à l'ensemble de la distribution historique du paramètre; les nouveaux records sont parfois éliminés à tort, alors que leur occurrence répétée peut être le résultat de contamination progressive de l'environnement aquatique suite au développement économique et démographique ou, au contraire, le résultat des mesures d'assainissement et de dépollution. Dans cette optique, un couplage de ces techniques progressives de détection de tendance et de détection de valeurs aberrantes semble intéressant.

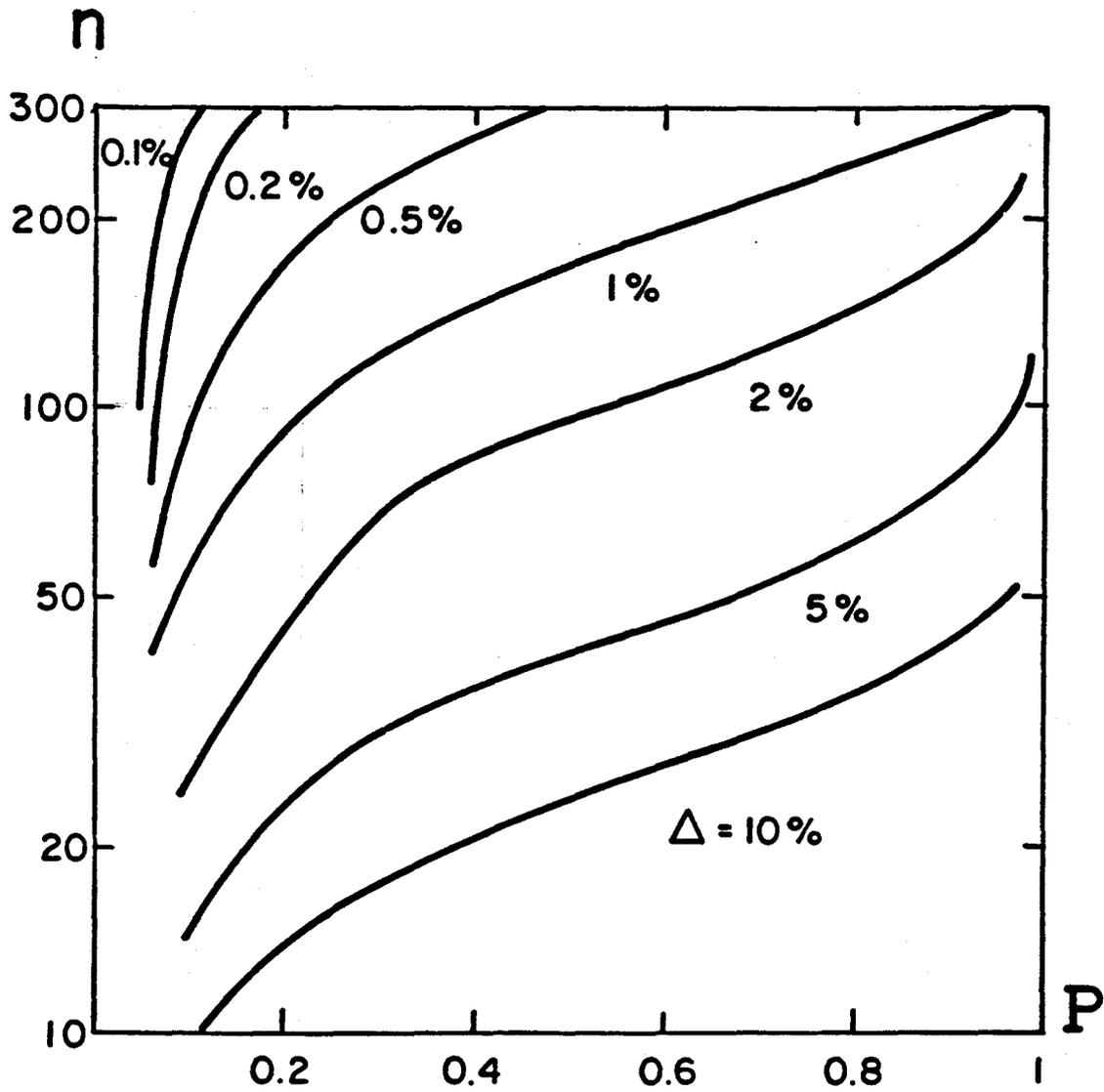


FIG. 3 Puissance de détection d'une tendance linéaire sur la moyenne selon la longueur n de la série pour différentes pentes de la tendance (cas $\rho = 0$).

Tableau 6. Puissance à détecter une tendance sur la moyenne

a) 10%

n p	10	25	50	75	100	150	200	300
0.00	.12	.53	.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.10	.08	.54	.97	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.20	.09	.53	.97	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.30	.10	.44	.97	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.40	.07	.45	.97	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.50	.09	.38	.96	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.60	.07	.40	.95	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.70	.06	.37	.92	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.80	.08	.28	.89	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.90	.06	.23	.79	.99	1.00	1.00	1.00	1.00
0.95	.07	.22	.69	.98	1.00	1.00	1.00	1.00

b) 1%

n p	10	25	50	75	100	150	200	300
0.00	.05	.06	.12	.04	.22	.42	.61	.88
0.10	.03	.06	.08	.05	.23	.41	.62	.90
0.20	.03	.07	.09	.06	.22	.39	.61	.84
0.30	.04	.05	.11	.07	.25	.36	.51	.85
0.40	.03	.06	.11	.05	.19	.35	.55	.83
0.50	.04	.05	.09	.06	.21	.38	.53	.84
0.60	.03	.06	.11	.05	.18	.32	.48	.74
0.70	.03	.06	.08	.05	.19	.32	.48	.74
0.80	.04	.05	.09	.06	.15	.33	.48	.74
0.90	.03	.05	.08	.06	.16	.23	.38	.65
0.95	.04	.06	.08	.05	.14	.24	.37	.66

b) .1%

n p	10	25	50	75	100	150	200	300
0.00	.04	.04	.06	.06	.05	.06	.07	.11
0.10	.03	.05	.04	.07	.06	.07	.07	.09
0.20	.03	.05	.05	.08	.06	.07	.09	.08
0.30	.04	.04	.05	.05	.07	.08	.07	.10
0.40	.03	.05	.06	.06	.05	.07	.09	.09
0.50	.04	.04	.05	.05	.06	.07	.06	.07
0.60	.03	.05	.06	.06	.05	.08	.07	.07
0.70	.02	.05	.04	.07	.06	.07	.08	.08
0.80	.04	.04	.05	.06	.05	.07	.07	.07
0.90	.03	.05	.05	.05	.06	.05	.07	.08
0.95	.03	.05	.05	.05	.05	.07	.07	.09

Tableau 7. Puissance à détecter une tendance sur la variance

a) 10%

n \ p	10	25	50	75	100	150	200	300
0.00	.06	.42	.72	.86	.97	.99	1.00	1.00
0.10	.05	.42	.73	.91	.94	.99	1.00	1.00
0.20	.05	.39	.70	.91	.94	.99	1.00	1.00
0.30	.12	.39	.71	.89	.97	.99	1.00	1.00
0.40	.11	.37	.69	.90	.95	.99	1.00	1.00
0.50	.10	.38	.70	.84	.94	.99	1.00	1.00
0.60	.10	.36	.68	.82	.93	.99	1.00	1.00
0.70	.08	.33	.67	.81	.93	.99	1.00	1.00
0.80	.07	.18	.65	.80	.93	.99	1.00	1.00
0.90	.06	.22	.57	.76	.91	.97	1.00	1.00
0.95	.05	.18	.38	.61	.80	.94	.98	1.00

b) 1%

n \ p	10	25	50	75	100	150	200	300
0.00	.03	.10	.16	.05	.43	.58	.74	.85
0.10	.02	.10	.16	.08	.33	.61	.75	.89
0.20	.02	.10	.16	.07	.31	.56	.75	.91
0.30	.06	.09	.15	.08	.43	.57	.77	.92
0.40	.06	.09	.15	.08	.34	.58	.77	.94
0.50	.05	.09	.15	.05	.33	.59	.76	.88
0.60	.05	.09	.14	.05	.31	.56	.67	.90
0.70	.05	.09	.14	.05	.33	.58	.76	.92
0.80	.04	.04	.14	.05	.32	.56	.74	.90
0.90	.04	.08	.13	.05	.31	.48	.71	.91
0.95	.03	.07	.08	.05	.20	.39	.59	.82

b) .1%

n \ p	10	25	50	75	100	150	200	300
0.00	.02	.07	.06	.10	.09	.09	.12	.14
0.10	.02	.06	.06	.09	.06	.10	.13	.17
0.20	.02	.07	.06	.10	.06	.10	.12	.19
0.30	.05	.06	.06	.10	.09	.08	.12	.19
0.40	.05	.06	.06	.06	.06	.08	.13	.20
0.50	.05	.06	.06	.06	.06	.09	.12	.14
0.60	.05	.07	.06	.07	.06	.10	.09	.16
0.70	.04	.06	.06	.06	.08	.10	.12	.20
0.80	.04	.03	.06	.07	.07	.09	.14	.15
0.90	.04	.06	.07	.05	.08	.07	.10	.16
0.95	.03	.06	.04	.00	.05	.07	.10	.12

RÉFÉRENCES

- Box, G.E.P. & Muller, M.E. (1958) A note on the generation of random normal deviates. Am. Math. Stat. 29, 610-611.
- Box, G.E.P. & Tiao, G.C. (1975) Intervention analysis with applications to economic and environmental problems. J. Amer. Stat. Assoc. 70(349), 70-79.
- Cluis, D. (1983) Visual techniques for detection of water quality trends: Double-Mass Curves and CUSUM functions. Environ. Monit. Assessment 3, 173-184.
- Foster, F.G. & Stuart, A. (1954) Distribution-free tests in time-series based on the breaking of records. Jour. Roy. Stat. Soc. Serie B, XVI(I) 1-22.
- Hipel, K.W., Lennox, W.C., Unny, T.E. & McLeod, A.I. (1975) Intervention analysis in water resources. Water Resour. Res. 11(6), 855-861.
- Hirsch, R.M. & Slack, J.R. (1984) A nonparametric trend test for seasonal data with serial dependance. Wat. Res. Resour., 20(6), 727-732.
- Hirsch, R.M., Slack, J.R. & Smith., R.A. (1982) Techniques of trend analysis for monthly water quality data. Wat. Res. Res. 18(1), 107-121.
- Lettenmaier, D.P. (1976) Detection of trend in water quality data from records with dependent observations. Wat. Res. Resour. 12(5), 1037-1046.
- Searcy, J.K. & Hardison, C.H. (1960) Double-Mass curves. U.S.G.S. Water Supply Paper 1541-8, 66 p.
- Van Belle, G. & Hughes, J.P. (1984) Non-parametric tests for trend in water quality. Wat. Resour. Res. 20(1); 127-136.