

THÈSES

PRÉSENTÉES À LA

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

ALAIN SOUCY

INGÉNIEUR DE L'UNIVERSITÉ LAVAL DE QUÉBEC

PREMIÈRE THÈSE

STABILITÉ ET QUALITÉ DU RÉGLAGE DE VITESSE DES TURBINES HYDRAULIQUES FONCTIONNANT EN PARALLÈLE

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ:

PROBLÈME DE LA CAVITATION DANS LES ÉVACUATEURS DE FOND

Soutenues le 29 mai 1963 devant la Commission d'examen:

Président: M. M. FALLOT

Examineurs: MM. J. KUNTZMANN, R. PERRET, J. DODU

GRENOBLE

1963

UNIVERSITE DE GRENOBLE

FACULTE DES SCIENCES

Doyens Honoraires.....M. FORTRAT P.
M. MORET L.
Membre de l'Institut

Doyen.....M. WEIL L.

Professeurs: MM. WOLFERS F.,	Physique
NEEL L.,	Physique Expérimentale
	Membre de l'Institut
DORIER A.,	Zoologie
HEILMANN R.,	Chimie Organique
KRAVTCHENKO J.,	Mécanique Rationnelle
CHABAUTY C.,	Calcul différentiel et intégral
PARDE M.,	Potamologie
BENOIT J.,	Radioelectricité
CHENE M.,	Chimie papetière
BESSON J.,	Electrochimie
WEIL L.,	Thermodynamique
FELICI N.,	Electrostatique
KUNTZMANN J.,	Mathématiques appliquées
BARBIER R.,	Géologie appliquée
SANTON L.,	Mécanique des Fluides
OZENDA P.,	Botanique
FALLOT M.,	Physique Industrielle
MOUSSA A.,	Chimie Nucléaire
TRAYNARD P.,	Chimie
SOUTIF M.,	Physique
CRAYA A.,	Hydrodynamique
REEB G.,	Mathématiques M.P.C.
BLAMBERT M.,	Mathématiques
BONNIER E.,	Electrochimie
DESSAUX G.,	Physiologie animale
PILLET E.,	Electrotechnique
DEBELMAS J.,	Géologie
VAUQUOIS B.,	Mathématiques appliquées
PEAUD-LE-NOËL,	Biosynthèse de la cellulose
GALVANI O.,	Mathématiques
REULOS R.,	Théorie des champs
AYANT Y.,	Physique approfondie
GALLISSOT F.,	Mathématiques appliquées
Mlle LUTZ E.,	Mathématiques
BOUCHEZ R.,	Physique Nucléaire
LLIBOUTRY L.,	Géophysique
MICHEL R.,	Géologie et Minéralogie
GERBER R.,	Mathématiques
PAUTHENET R.,	Electrotechnique

Professeurs sans chaire:

MM. SILBER R.,	Mécanique des Fluides
MOUSSEGT J.,	Electronique
BARBIER J.C.,	Physique
BUYLE-BODIN,	Electronique
Mme KOFLER,	Botanique
DREYFUS,	Thermodynamique
VAILLANT,	Zoologie et Hydrobiologie
GIRAUD P.,	Géologie
SAVELLI M.,	Physique Générale

Professeurs associés:

MM. REIZNICK,	Physiologie végétale
LUMER,	Mathématiques

Maîtres de Conférences:

Mme LUMER L.,	Mathématiques
MM. PERRET R.,	Servomécanismes
ARNAUD P.,	Chimie
Mme BERBIER M.J.,	Electrochimie
MM. BRISSONNEAU,	Physique
COHEN J.,	Electrotechnique
Mme SOUTIF J.,	Physique
MM. DEPASSEL R.,	Mécanique
ROBERT	Chimie Papetière
ANGLES d'AURIAC,	Mécanique des Fluides
BIAREZ J.,	Mécanique Physique
COUMES A.,	Electronique
DODU J.,	Mécanique des Fluides
DUCROS P.,	Minéralogie et Cristallographie
GIDON P.,	Géologie et Minéralogie
GLENAT R.,	Chimie
HACQUES G.,	Calcul numérique
LANCIA R.,	Physique Automatique
PEBAY-PEROULA J.,	Physique
GASTINEL N.,	Mathématiques Appliquées
LACAZE A.,	Thermodynamique
GAGNAIRE D.,	Chimie Papetière
DEGRANGE D.,	Zoologie
KLEIN J.,	Mathématiques
Mme KAHANE J.,	Physique
RASSAT	Chimie systématique
DEPORTES C.,	Chimie
DEPOMMIER P.,	Physique Nucléaire
POLOWJADOFF M.,	Electrotechnique
BARRA J.,	Mathématiques Appliquées
Mme BOUCHE L.,	Mathématiques
PERRIAUX J.,	Géologie
SARROT-REYNAUD,	Géologie
CAUQUIS G.,	Chimie Générale
LABBE A.,	Botanique
BETHOUX P.,	Mathématiques Appliquées
BONNET G.,	Physique Générale

AVANT-PROPOS

L'étude présentée ici a été réalisée dans le cadre d'un stage que nous avons effectué à la SOCIÉTÉ GRENOBLOISE D'ÉTUDES ET D'APPLICATIONS HYDRAULIQUES (SOGREAH) grâce à la générosité du Gouvernement Français (A S T É F) et à celle du Gouvernement du QUÉBEC par son Ministère des Richesses Naturelles.

La SOGREAH a mis à notre disposition son centre de calcul et les ressources de sa vaste documentation, tout en assumant le surplus de la charge financière. Il nous est très agréable de devoir en remercier la Direction de la Société et le Service des stagiaires. Nos plus sincères remerciements vont à M. G.D. RANSFORD, qui nous a fait bénéficier de son expérience et dont l'aide bienveillante et les nombreux conseils nous ont permis de mener à bien ce travail.

La Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble a bien voulu s'intéresser à notre travail et l'accepter comme première thèse pour l'attribution du titre de Docteur-Ingénieur. Nous tenons à exprimer notre reconnaissance à M. M. FALLOT, Professeur à la Faculté des Sciences qui nous a fait l'honneur d'accepter la présidence du Jury. Nous remercions vivement M. R. PERRET qui a bien voulu assumer la direction de notre travail et M. J. KUNTZMANN et M. J. DODU, dont les conseils nous ont été très précieux.

TABLE DES MATIERES

	<u>pages</u>
INTRODUCTION	1
INDEX DES NOTATIONS	4

PREMIERE PARTIE

NOTION DE STABILITE ET QUALITE DU REGLAGE DE VITESSE DES TURBINES HYDRAULIQUES

<u>CHAPITRE 1:</u>	DESCRIPTION ET ROLE DES REGULATEURS DE VITESSE DES TURBINES	7
1-1:	Principe du régulateur de vitesse	7
1-2:	Degré d'asservissement (σ)	8
1-3:	Temps de relaxation du dash-pot (T_r)	8
1-4:	Le statisme permanent	10
1-5:	Le dispositif plus vite - moins vite	10
1-6:	Le limiteur d'ouverture	11
1-7:	Conséquence du coup de bélier	11
1-8:	Rôle des régulateurs de vitesse	12
<u>CHAPITRE II:</u>	STABILITE ET QUALITE DU REGLAGE DE VITESSE DES TURBINES	14
2-1:	Première distinction	14
2-2:	Stabilité de réglage	14
2-3:	Qualité de réglage	15

DEUXIEME PARTIE

METHODE EMPLOYEE POUR L'ETUDE DE LA STABILITE DE DEUX GROUPES
HYDROELECTRIQUES FONCTIONNANT EN PARALLELE

<u>CHAPITRE III:</u>	MISE EN EQUATIONS DANS LE CAS D'UN GROUPE ISOLE, HYPOTHESES DE CALCUL ET LEURS JUSTIFICATIONS	19
3-1:	Vitesse de rotation d'un groupe	20
3-2:	Puissance fournie à l'alternateur par la turbine ,	21
3-3:	Puissance fournie par le groupe au réseau électri- que	21
3-4:	Influence du coup de bélier	24
3-5:	Déplacement du vannage sous l'action du régulateur de vitesse	25
3-6:	Influence de la colline de rendement dans les équations du système de réglage	26
3-6-1:	Les collines de rendement	26
3-6-2:	Définition des coefficients caractéristiques	28
3-6-3:	Dérivées partielles du rendement " η "	29
3-6-4:	Dérivées partielles du débit " Q "	30
3-6-5:	Expression de la puissance et du débit ...	33
3-7:	Systèmes d'équations pour un groupe isolé, expri- mées en variables plus commodes	35
<u>CHAPITRE IV:</u>	EQUATIONS DE REGLAGE POUR DEUX GROUPES EN PARAL- LELE	38
4-1:	Nature du couplage en parallèle	38
4-2:	Détermination de l'équation de réglage	39
<u>CHAPITRE V:</u>	RECHERCHE DE L'EQUATION CARACTERISTIQUE	42
<u>CHAPITRE VI:</u>	ETUDE DE LA FRONTIERE DE STABILITE PAR LA METHODE DES SEPARATRICES	43
6-1:	Définition de la méthode des séparatrices	43
6-2:	Exposé de la méthode de J. Ajzerman	50

	<u>pages</u>
6-3: Détermination de la zone de stabilité	51
<u>CHAPITRE VII:</u> OPTIMISATION DES PARAMETRES DE DOSAGE DES REGULATEURS	58
7-1: Choix d'un critère d'optimisation	58
7-2: Méthode de calcul de l'intégrale I	59
7-3: Application au cas de deux turbines en parallèle.	61
<u>CHAPITRE VIII:</u> COURBE DE REPONSE IMPULSIONNELLE	65
8-1: Choix d'une méthode de résolution de l'équation différentielle	65
8-2: Calcul de "u" et de ses dérivées au temps initial t_0	65
8-3: Exposé de la méthode de Milne	67

TROISIEME PARTIE

STABILITE ET QUALITE DU REGLAGE D'UN GROUPE "BULBE" FONCTIONNANT EN PARALLELE AVEC DES GROUPES DE CARACTERISTIQUES DIFFERENTES

<u>CHAPITRE IX:</u> CAS ETUDIES ET CHOIX DES PARAMETRES	70
9-1: But de cette étude pratique	70
9-2: Caractéristiques du groupe Francis choisi	70
9-3: Caractéristiques du groupe Kaplan choisi	72
9-4: Caractéristiques du groupe Bulbe choisi	72
9-5: Liste des cas étudiés et autres caractéristiques.	81
<u>CHAPITRE X:</u> PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS	32
10-1: Calculs effectués et présentation des résultats .	82
10-2: Influence du coefficient d'auto-réglage du réseau (A) sur la stabilité du groupe Bulbe	37

	<u>pages</u>
10-3: Influence de la colline de rendements sur la stabilité: Comparaison entre les points de fonctionnement choisis	89
10-4: Effet du couplage en parallèle sur la stabilité du groupe Bulbe	90
10-5: Présentation des figures	90
CONCLUSIONS	141
OUVRAGES CONSULTÉS	143

STABILITE ET QUALITE DU REGLAGE DE VITESSE
DES TURBINES HYDRAULIQUES FONCTIONNANT EN PARALLELE

par Alain SOUCY

Ingénieur de l'Université Laval
de Québec

INTRODUCTION:

Le problème du réglage de vitesse des turbines hydrauliques est un des chapitres de la "régulation" qui a été le plus étudié, et bon nombre d'auteurs l'ont abordé sous des aspects les plus divers. Pourtant, tous les travaux que l'on rencontre sur ce sujet peuvent entrer généralement dans les deux catégories suivantes:

- 1) étude d'une installation hydroélectrique fonctionnant en réseau séparé; ce cas ne présente à l'heure actuelle pratiquement pas de difficulté théorique.
- 2) étude des réseaux interconnectés comprenant un grand nombre de centrales; dans ce cas, les méthodes se basent sur des connaissances empiriques et sur des notions mises en évidence par la théorie de réglage d'un groupe isolé.

A part quelques idées énoncées brièvement (7) (11), on ne trouve aucune théorie complète de la marche en parallèle des turbines hydrauliques. On peut se demander pourquoi on est passé du cas le plus simple d'un groupe isolé au cas très général des réseaux interconnectés sans étudier, par exemple, le fonctionnement en parallèle de deux groupes différents dans un même réseau.

Ce défaut, à notre avis, vient de la grande complexité que présente l'étude du petit réseau composé de 2, 3, ou 4 groupes différents. En effet, le nombre des paramètres est alors très grand et il est difficile à priori de prendre des moyennes globales ou d'en négliger certains. On peut noter que le réseau quasi-infini n'est pas en fait le cas le plus fastidieux à examiner; en effet, l'importance des réglages primaires s'efface devant celle des réglages secondaires qui sont beaucoup plus lents.

Heureusement, les moyens de calculs modernes, qui sont mis aujourd'hui à la disposition de l'ingénieur sous forme d'ordinateurs puissants, permettent d'envisager une solution rapide à ce problème qui autrefois n'avait pu être abordé.

Même si l'étude de la marche en parallèle de deux ou plusieurs groupes dans un petit réseau interconnecté n'offre plus en Europe le même intérêt à cause des grandes interconnexions qui se font aujourd'hui à l'échelle internationale, elle mérite quand même d'être entreprise ne serait-ce que pour compléter la théorie de la régulation des turbines hydrauliques. Mais en fait, le problème des petits réseaux se pose actuellement dans les pays en voie de développement où la production d'énergie électrique en est encore à ses débuts. Pour des besoins d'irrigation, les rivières de ces contrées, en partie vouées à l'agriculture, sont équipées de barrages à buts multiples pouvant de centrales de caractéristiques souvent bien différentes. Ce problème peut se poser également dans des pays très vastes, où l'interconnexion n'est pas toujours réalisable à cause des grandes distances entre les centres de production d'énergie.

Nous avons donc été encouragés à entreprendre cette étude très intéressante de l'interaction des groupes différents sur leur réglage de vitesse (ou fréquence) en tenant compte de leurs paramètres respectifs.

En fait, nous avons restreint notre étude au cas de deux groupes de caractéristiques différentes fonctionnant en parallèle dans le même réseau isolé. Le but de ce travail ne consistera donc qu'à indiquer une méthode d'étude qui pourrait éventuellement être appliquée à trois, quatre et même plusieurs groupes.

Dans une première partie, après avoir décrit le fonctionnement et le rôle des régulateurs de vitesse dans les installations hydroélectriques, nous donnerons un bref résumé de ce que nous entendons par stabilité et qualité du réglage de vitesse, tout en faisant la restriction que sur ce point il y a matière à discuter longuement, car en régulation il n'existe malheureusement pas de "normalisation".

Le problème classique de la stabilité dans les installations hydroélectriques est, comme nous l'avons déjà dit: "La stabilité du réglage de fréquence (ou vitesse) des groupes; le fonctionnement du régulateur étant contrarié par l'inertie de l'eau dans la conduite et par une courbe de rendement tombante". (1). L'étude du réglage de fréquence peut se scinder en trois étapes.

- 1) Vérification de l'existence d'une solution de stabilité dans une certaine zone de fonctionnement; détermination de la zone de stabilité.
- 2) Pour les cas de stabilité ainsi reconnus, la recherche des paramètres permettant le meilleur réglage possible; dosage optimum du régulateur.
- 3) Enfin le calcul des courbes de réponse impulsionnelle du système réglé au mieux, permettant de chiffrer l'écart de fréquence maximum.
- 4) On y ajoute parfois l'analyse spectrale des variations de la charge dans les réseaux industriels et la réponse des groupes à de telles variations (la "dentelle" des praticiens). Nous verrons plus loin que la réponse à l'entrée en "échelon unité" de caractère plus théorique suffit pour décrire le comportement d'un système de réglage de vitesse.

Ces différentes étapes constitueront avec la mise en équations la deuxième partie de notre travail, que nous intitulerons: "Méthode employée pour l'étude de la stabilité de deux groupes hydroélectriques fonctionnant en parallèle".

Dans une dernière partie, cette méthode sera illustrée au moyen d'un exemple pratique, mais fictif, qui portera sur l'amélioration du réglage de vitesse d'un groupe "Bulbe" lorsque couplé en parallèle avec des groupes de caractéristiques différentes et "réputés" plus stables.

NOTATIONS PRINCIPALES:

A = le coefficient d'autoréglage du réseau, facteur compris normalement entre 0 et 2.

$$a = A - 2 x_1 \delta_1 - 2 x_2 \delta_2$$

$$b = \frac{1}{2} - \delta + \zeta ; \text{ d'indice 1 et 2}$$

$$c = \epsilon - \beta ; \text{ d'indice 1 et 2}$$

$$d = \delta - \zeta ; \text{ d'indice 1 et 2}$$

$$e = 3/2 - \delta ; \text{ d'indice 1 et 2}$$

$$g = b m \mu + \frac{\theta}{\tau} + m \lambda ; \text{ d'indice 1 et 2}$$

H_n = charge sur la turbine en régime permanent

ΔH = variation de cette charge au cours d'une manoeuvre de réglage

$h = \Delta H/H_n$, variation relative de la charge

I_m = moment d'inertie du rotor

K_i = constantes de l'équation caractéristique

k_0 = coefficient caractérisant la réponse du S.M lors d'une faible levée des soupapes de distribution d'huile

$$k = \frac{\theta}{\tau} + m \lambda ; \text{ d'indice 1 et 2}$$

$$l = x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2$$

$$M = \frac{w_h}{\phi^2 H \sqrt{H}} ; \text{ ordonnée d'une colline de rendement, (colline de puissance)}$$

m = valeur du statisme permanent

$$N = \frac{\Omega \phi}{\sqrt{H}} ; \text{ abscisse d'une colline de rendement, (colline de puissance)}$$

n = indice caractérisant le fonctionnement de l'installation en régime non perturbé

p = nombre complexe figurant dans les transformations de Laplace

Q_n = débit de la turbine en régime non perturbé

ΔQ = variation de ce débit au cours d'une manoeuvre de réglage

$$q = \frac{\Delta Q}{Q_n} ; \text{ variation relative du débit}$$

T_r = temps de relaxation du dash-pot d'un régulateur à asservissement temporaire

$u = \frac{\Delta \Omega}{\Omega_n}$; variation relative de la vitesse de la roue

W_h = puissance motrice par groupe (puissance hydraulique disponible à un instant donné)

W_e = puissance à fournir au réseau électrique, compte tenu de la variation de fréquence en régime perturbé

W_n = la puissance à fournir au réseau en régime non perturbé

w_0 = variation relative de la puissance demandée = $\frac{\Delta W}{W_n}$; saut brutal au temps $t = 0$

$x_1 = \frac{W_{n1}}{W_n}$; rapport de puissance d'un groupe sur la puissance du réseau

$x_2 = \frac{W_{n2}}{W_n}$; rapport de puissance de l'autre groupe sur la puissance du réseau

Y_n = ouverture du vannage avant la perturbation

$y = \frac{\Delta Y}{Y_n}$; mouvement relatif du vannage

α = paramètre qui intervient dans l'étude du tracé de la frontière de stabilité

$\beta = \frac{Y}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_N$ = facteur évalué sur une verticale de la colline, exprimant la variation de rendement en fonction de l'ouverture du vannage

γ = poids spécifique de l'eau

$\delta = \frac{N}{2M} \left(\frac{\partial M}{\partial N} \right)_Y$ = facteur évalué à ouverture constante sur la colline, exprimant la variation de puissance

$\epsilon = \frac{Y}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial Y} \right)_N$ = variation d'ouverture du vannage sur une verticale de la colline

$\zeta = \frac{N}{2\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N} \right)_Y$ = variation de rendement à ouverture constante sur la colline

η = rendement de la turbine

$\theta = \frac{Q}{gH} \sum \frac{L}{S}$ = temps de lancer de la conduite

$\lambda = \frac{\theta}{\tau} \frac{1}{\sigma}$: l'effet accélérométrique du régulateur

$\mu = \frac{\theta^2}{\tau} \frac{1}{\sigma T_r}$: l'effet tachymétrique du régulateur

σ = asservissement temporaire; pente de la came d'asservissement

$\tau = \frac{I_m \Omega_n^2}{W_n}$: temps de lancer du groupe à sa puissance nominale

φ = diamètre de la roue

Ω_n = vitesse de rotation en régime non perturbé

$\Delta\Omega$ = variation de cette vitesse de rotation

PREMIERE PARTIE
 NOTION DE STABILITE ET DE QUALITE
 DU REGLAGE DE VITESSE
 DES TURBINES HYDRAULIQUES

CHAPITRE I
DESCRIPTION ET ROLE DES REGULATEURS
DE VITESSE DES TURBINES

1-1: Principe du régulateur de vitesse

Le principe du dispositif de réglage de la vitesse d'un groupe hydroélectrique est bien connu; nous en rappellerons les éléments principaux, tout en insistant sur le rôle qu'il doit jouer dans un petit réseau composé de quelques groupes en parallèle.

Un régulateur de vitesse est un appareil automatique qui a pour fonction principale de maintenir constante la vitesse des groupes générateurs en assurant l'équilibre entre la puissance résistante de l'alternateur, qui dépend de la demande des utilisateurs, et la puissance motrice de la turbine, ajustable en agissant sur le réglage du débit.

Le régulateur consiste essentiellement en un tachymètre qui mesure l'écart de vitesse à corriger et qui, par un amplificateur d'effort, agit sur l'arrivée de l'eau à la turbine. Un dispositif de stabilisation (accéléromètre ou asservissement temporaire) freine l'action du régulateur pour empêcher ou éteindre les oscillations, dues au principe même du régulateur (25).

Cet amortissement doit être dosé convenablement car un "freinage" excessif (comme insuffisant) est nuisible au bon fonctionnement du régulateur. "La nécessité est particulièrement pressante dans le cas des turbines hydrauliques, car l'inertie et l'élasticité de l'eau exacerbent la tendance du régulateur à osciller" (4).

La figure 1 montre le dispositif général de régulation de la vitesse d'un groupe hydroélectrique. La turbine T entraîne par son couple mécanique C_h le générateur G qui lui oppose son couple résistant C_R et débite son énergie sur la charge K du réseau. Le tachymètre R mesure la vitesse angulaire et commande par le servo-moteur l'ouverture Y de la turbine. Un régulateur de tension R_V (dont on verra l'influence) commande l'excitation de l'excitatrice E. Le dispositif de stabilisation du régulateur apparaît sur la figure 2, où nous avons schématisé le principe à asservissement temporaire.

Nous montrerons plus loin que les deux types bien connus de

régulateur accélérotachymétrique et à asservissement temporaire présentent des analogies assez importantes pour que "l'étude de l'un puisse constituer une bonne approximation de celle de l'autre".

Voyons comment fonctionne le dispositif de réglage lors d'une perturbation consécutive à une décharge de l'alternateur (2). La vitesse du groupe augmente et les boules du tachymètre s'écartent. Le point V monte, le point O est provisoirement fixe, le point t descend et le déplacement du tiroir provoque le fonctionnement du servo-moteur qui ferme le vannage. Faisons abstraction pour le moment du statisme permanent et considérons deux temps de réglage bien distincts: le premier très rapide pour égaliser les puissances et éviter la naissance d'oscillation (la tige GO est rigide), le second très lent pour ramener la vitesse à sa valeur initiale (le piston du dash-pot se déplace). Dans le premier temps, la came d'asservissement se déplaçant vers la gauche soulève le galet G, donc le point O, le point T remonte et le tiroir commence à fermer la distribution d'huile. Lorsque les puissances sont égalisées le rappel du bloc de compensation agit sur le piston du dash-pot qui s'enfonce lentement dans le cylindre. Le point O descend ainsi doucement entraînant les articulations T et V vers leur position initiale: La vitesse reprend sa valeur de consigne. Pour plus de clarté, nous ne parlerons que plus loin de l'effet de l'inertie de l'eau.

Le régulateur, tel que nous venons de le décrire, fait intervenir deux grandeurs qui caractérisent l'asservissement: Le statisme ou degré d'asservissement (σ) et le temps de relaxation du dash-pot (T_r).

1-2: Degré d'asservissement (σ):

La liaison d'asservissement (came, leviers, etc...) détermine la forme de la courbe $\Omega = \varphi(Y)$. On appelle "courbe de statisme", cette courbe liant la grandeur à régler (Ω) et l'ouverture du vannage (Y), et statisme ou "degré d'asservissement" la pente moyenne ou locale de cette courbe. Pour des petits mouvements de vannage la courbe en un point peut être exprimée par sa tangente.

1-3: Temps de relaxation du dash-pot (T_r):

Considérons le schéma de la figure 2. Le point O est ramené à une position fixe par un ressort de constante C_R . Soit S et s les surfaces du piston et de la lumière du dash-pot. Supposons que l'écoulement est laminaire à travers la lumière du dash-pot (hypothèse valable pour des petits mouvements); alors la perte de charge dans la lumière est proportionnelle à la vitesse de l'huile. Soit k le coefficient de proportionnalité, et Δh_0 le déplacement du point O.

La force de rappel du ressort est donc: $C_R \Delta h_0$ et la pression dans le dash-pot s'exprime:

$$\frac{C_R \Delta h_0}{S}$$

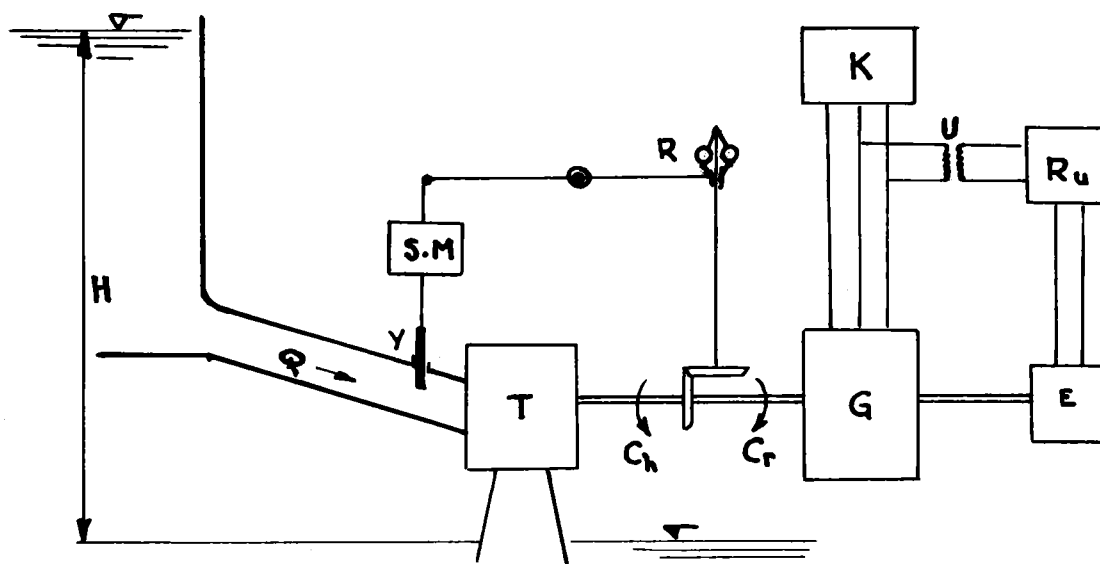


Fig.1 Dispositif général du réglage de vitesse d'un groupe hydro-électrique

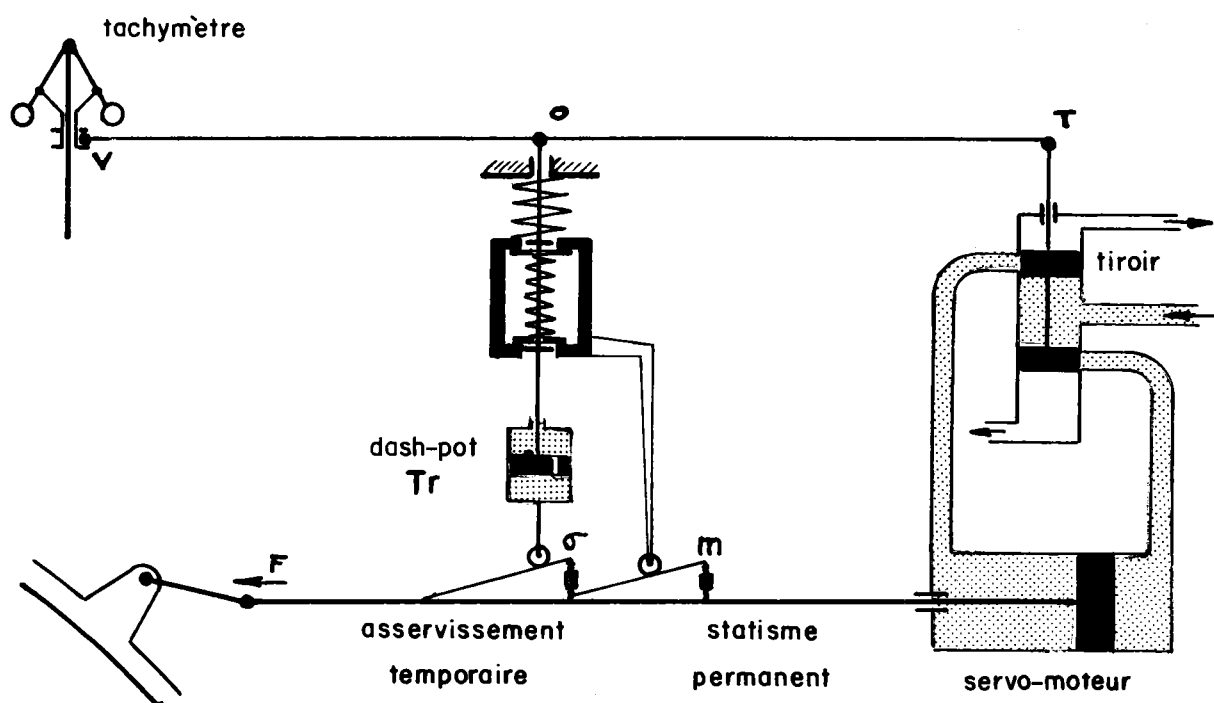


Fig.2 Schéma d'un régulateur à asservissement temporaire

La vitesse de l'huile dans la lumière peut s'écrire:

$$\frac{k C_R \Delta h_0}{S}$$

et celle du piston du dash-pot par rapport au cylindre:

$$\frac{k C_R s}{S} \Delta h_0$$

On pose T_r ; le temps de relaxation du dash-pot

$$T_r = \frac{S^2}{k C_R s}$$

C'est le temps que mettrait le piston à rejoindre sa position d'équilibre s'il gardait pendant tout son mouvement sa vitesse initiale. Le dash-pot sera d'autant plus serré et l'asservissement plus rigide que le temps de relaxation sera plus grand..

1-4: Le statisme permanent (m):

Ce régulateur serait "parfait" pour un groupe isolé, mais en marche en parallèle il faut lui adjoindre un statisme permanent qui a pour fonction de distribuer la variation de puissance entre les groupes interconnectés. Le statisme permanent se définit comme "la variation de fréquence (ou de vitesse) nécessaire pour faire passer le distributeur de la turbine de la position de marche à vide à la position de marche maximale" - exprimée en pourcentage. Les groupes ayant un faible statisme (1%) réagissent instantanément et fortement aux moindres variations de fréquence. Inversement les groupes de fort statisme (6%) ne verront leur débit modifié que pour une variation importante de la fréquence. On réalise l'effet du statisme permanent en agissant sur le bloc de compensation. A la suite d'une perturbation ayant causé un changement de vitesse, le point 0 ne revient pas à sa position initiale. A faible puissance le groupe tournera plus vite, et moins vite à forte puissance.

1-5: Le dispositif plus vite - moins vite:

La marche en parallèle nécessite encore un dispositif supplémentaire de variation de vitesse et de charge. Avant de coupler un alternateur au réseau, il est nécessaire de lancer le groupe, à vide, à une vitesse déterminée, dite de synchronisme qui dépend de la fréquence du réseau à cet instant. La vitesse en tr/mn est liée à la fréquence par la relation bien connue:

$$\Omega = \frac{f \times 60}{p}$$

p = nombre de paires de pôles.

Pour ajuster la vitesse à la fréquence, on agira sur la position verticale du point 0 en faisant varier la longueur de la tige d'asservissement au moyen d'un écrou, mue à la main ou par un petit moteur relié à deux boutons "plus vite - moins vite"; d'où le nom de ce dispositif (3).

Dès que l'alternateur sera couplé au réseau, sa vitesse de rotation sera rigidement liée à la fréquence de l'interconnexion.

A ce moment, si le chef de quart provoque la rotation de l'écrou, les déplacements correspondants du point 0 et du tiroir équilibré auront pour conséquence une manoeuvre du distributeur modifiant puissance et débit; la vitesse du groupe n'en sera pas affectée. Ce dispositif permet en plus d'établir en marche la puissance du groupe en fonction d'un "programme".

1-6: Le limiteur d'ouverture:

Si on veut limiter l'ouverture du vannage à une certaine valeur pour régler un niveau par exemple, on introduit une butée réglable en marche, sur place ou à distance. Ce dispositif, dit "limiteur d'ouverture" est particulièrement utilisé sur les groupes des usines "au fil de l'eau", pour éviter une vidange de la chambre d'eau. A partir d'un débit fixé, il annule l'action du tachymètre. Il peut être réalisé de plusieurs façons selon le type de régulateur.

1-7: Conséquence du coup de bélier:

En fait, le fonctionnement que nous venons de décrire n'est pas aussi simple. La puissance produite par l'eau n'est pas fonction seulement de l'ouverture du vannage. Elle est mesurée par le produit du débit par la charge. Le débit lui-même équivaut sensiblement au produit de l'ouverture par la racine carrée de la charge. Donc, à ouverture constante, la puissance varie comme la charge à la puissance $3/2$.

Dans l'exposé que nous venons de faire sur le fonctionnement du régulateur nous avons supposé que la charge à l'entrée de la turbine était constante et ne variait pas avec l'action du vannage. Malheureusement, il n'en est pas ainsi. Dans la plupart des installations, par suite de l'inertie de l'eau, la fermeture du vannage commence par provoquer au début une augmentation de puissance ou du moins une diminution moindre que le voudrait le régulateur. Ensuite, la puissance diminue au contraire davantage, "soit que le régulateur ainsi gêné a poursuivi plus longtemps son action, soit qu'en outre, à la période de surpression a succédé une période de dépression" (coup de bélier d'onde dû à l'élasticité de l'eau) (4).

Le régulateur se trouve ainsi contrarié, et chacun des mouvements du régulateur provoque un écart de vitesse plus important qu'il ne le serait en l'absence du coup de bélier. Dans les installations de haute chute, lorsque les oscillations du régulateur ont une période voisine de celle de la conduite, il y a "pompage" par suite du coup de bélier

"d'onde" (6). Dans les installations de basses chutes, l'élasticité de l'eau ne joue plus aucun rôle, mais seulement son inertie; toute la masse d'eau contenue dans la conduite au moment d'une manoeuvre du vannage change instantanément de vitesse; c'est le coup de bélier "de masse" (7).

1-2: Rôle des régulateurs de vitesse:

Un bon régulateur de vitesse doit pouvoir s'adapter aux conditions d'exploitation les plus sévères en service isolé ou (et) en parallèle avec d'autres groupes.

La marche en régime isolé exige:

- une vitesse constante en régime stable, c'est-à-dire une bonne tenue de la fréquence,
- un retour aussi rapide que possible à la vitesse de consigne, après n'importe quelle perturbation,
- l'absence de variations périodiques de la vitesse du groupe ou de la pression d'eau dans la conduite forcée.

Ces conditions essentielles paraissent simples, mais peuvent conduire à des solutions bien différentes suivant la nature du réseau et l'importance de la chute hydraulique.

La marche en parallèle de plusieurs groupes exige: (un seul réseau)

- les mêmes qualités que ci-dessus,
- une facile répartition de la charge entre les groupes.

Ce dernier réglage a pour but de produire l'énergie au meilleur prix. Plusieurs facteurs peuvent intervenir (3):

- a) la possibilité de stockage dans les retenus,
- b) les demandes actuelles d'énergie et les prévisions de ces demandes,
- c) les variations de rendement des groupes en fonction de leur charge,
- d) les pertes d'énergie dans les lignes d'interconnexion et la capacité de transport de ces lignes,

etc...

A dessein, nous faisons abstraction des réseaux interconnectés (ce n'est pas notre cas) où la répartition de puissance entre les réseaux se fait suivant un programme, et où la fréquence est souvent réglée par des groupes à faible statisme (et en "chef d'orchestre") tandis que d'autres fonctionnent sur limiteur d'ouverture.

Nous considérerons un petit réseau isolé où tous les groupes ont un statisme permanent et participent au réglage de la fréquence.

Signalons également que les seuls phénomènes de réglage dont il sera question dans cette étude seront ceux relatifs au réglage "habituel", c'est-à-dire que les phénomènes accidentels tels que disjonction, décrochage du synchronisme, etc... seront exclus. Pratiquement cela signifie que le travail du régulateur consistera toujours en un réglage de petites erreurs de fréquence ou de puissance, appelées "dentelle" (3). La limitation de la vitesse de vannage à cause des coups de béliet n'intervient pas, de même que la compensation accélérée ou le double recouvrement servant à réduire la survitesse.

CHAPITRE II

STABILITE ET QUALITE DU REGLAGE DE VITESSE DES TURBINES

2-1: Première distinction:

M. D. GADEN, dans son ouvrage: "Considérations sur le problème de la stabilité" (5), définit la stabilité du réglage de vitesse d'un groupe hydroélectrique comme suit: Le réglage est stable lorsque la puissance consommée demeurant constante, chaque "petit écart de réglage forcé" est suivi d'un retour au régime dans le temps le plus court, sans surréglages exagérés ni trop répétés voire si possible, suivant une loi présentant un caractère apériodique".

Nous n'avons pas l'intention de discuter ici de la validité d'une telle définition, ni de la méthode employée par M. Gaden pour trouver une "condition de stabilité" cela a déjà été fait par M. J. Daniel dans sa thèse: "Accélération du réglage de vitesse des turbines hydrauliques" (4).

Nous dirons seulement qu'elle n'a pas le caractère de généralité que lui voudrait son auteur; car elle masque deux notions bien différentes que nous conviendrons de distinguer.

Avant même de savoir si un système donné reviendra vite après un écart à son état de régime, il peut être très utile de savoir s'il y reviendra. C'est ce que nous entendrons par stabilité de réglage.

Dans bien des cas, et spécialement en régulation de vitesse des groupes hydroélectriques, il est aussi très important de connaître et de minimiser l'écart transitoire en amplitude et en durée. C'est ce que nous entendrons par qualité du réglage.

2-2: Stabilité de réglage:

Lorsqu'aucune sollicitation extérieure ne vient influencer un groupe, la grandeur à régler, par exemple la vitesse de rotation, devrait rester constante ou du moins ne varier qu'à l'intérieur d'une certaine zone d'insensibilité. S'il en est ainsi, on dit que le réglage est stable. Certains auteurs parlent alors de "stabilité statique" (24) (la stabilité dynamique étant la qualité de réglage à la suite d'une perturbation), d'autres de "stabilité intrinsèque" (31). Nous disons simplement "stabilité".

L'étude de la stabilité, étant avant tout une étude de petites oscillations, les équations du mouvement peuvent donc être linéarisées; comme nous le verrons au chapitre suivant. Parmi les solutions

de ces équations, seules celles qui définissent le "mouvement libre" nous intéressent. En d'autres termes, au point de vue mathématique, nous ne retiendrons que les équations sans second membre; c'est-à-dire que l'étude de la stabilité se ramènera à l'étude des racines de l'équation dite "caractéristique" obtenue en remplaçant le symbole $\frac{d}{dt}$ par "p" dans l'équation différentielle qui définit le mouvement de réglage (28).

Cette équation est algébrique et seule "p" est inconnue. A chaque racine "p" de cette équation, correspond un mouvement possible du système de réglage de la forme e^{pt} . Le système est stable si l'amplitude de tous ces mouvements est décroissante; donc si la partie réelle de toutes les racines "p" est négative.

Il existe de nombreuses méthodes permettant d'étudier la stabilité d'un système sans calculer effectivement les racines "p" de l'équation caractéristique: méthodes de NYQUIST, HURWITZ, LEONHARD, des "séparatrices", etc...

C'est cette dernière méthode que nous avons retenue (voir chapitre VI), car elle nous permet de préciser à l'intérieur du domaine des paramètres du régulateur une zone de stabilité de dimensions finies, dont les propriétés sont très intéressantes et nous permettent d'apprécier rapidement les qualités du réglage de plusieurs cas différents (fig. 3a) (fig. 3b).

2-3: Qualité de réglage

Lorsqu'un système linéaire est stable au sens où nous l'avons entendu dans le paragraphe précédent, c'est-à-dire que son équation caractéristique n'a pas de racine à partie réelle positive dans un certain domaine de dosage, cela n'exclut pas la possibilité de racines gênantes quoique négatives, situés près de la frontière de stabilité.

La stabilité, au sens mathématique, n'est donc pas une condition suffisante pour que les performances du système soient satisfaisantes. Il faut ajouter à l'étude de la stabilité proprement dite, l'étude des performances du système en régime transitoire. Ces performances doivent posséder certaines qualités que les utilisateurs ont l'habitude de réunir sous un même terme général: "la précision du réglage".

On peut définir "une bonne précision de réglage" par diverses grandeurs:

- Certains auteurs, dont M. Gaden, parlent de promptitude de réglage, d'autres, comme M. Almeras, de rapidité de réponse tachymétrique. Ces deux notions ne sont pas propres à caractériser une bonne qualité de réglage. En augmentant la valeur de ces deux paramètres, on diminue la période du mouvement, mais on augmente le délai de retour définitif car on se rapproche de la limite de stabilité où les oscillations sont entretenues (voir figure 3: fortes valeurs de μ).

- Pour une autre raison, la valeur du terme de l'amortissement ne peut pas non plus être adoptée comme caractéristique. Trop forte, elle empêche le retour à l'équilibre, trop faible, elle n'arrête pas les oscillations (4).
- On peut parler aussi de promptitude accélérométrique (valeur de λ sur la figure 3a) qui correspond à une grande rapidité de manoeuvre du vannage pour rattraper la variation de puissance électrique. Mais une trop grande valeur de λ entraîne des dépassements de vannage (par conséquent de puissance), incompatibles avec l'amortissement, qui est de plus contrarié par l'inertie de l'eau.

La figure 3a montre une zone de stabilité à l'intérieur du domaine des paramètres de dosage λ et μ . Le point A est caractérisé par l'amortissement optimum, et les points B et C par la promptitude accélérométrique et la promptitude tachymétrique maximums. Le meilleur réglage sera donc celui qui réalisera un meilleur compromis entre les promptitudes et l'amortissement.

Les paramètres λ et μ , que nous introduirons au chapitre VI, s'expriment ainsi:

$$\lambda = \frac{\theta}{\tau} \frac{1}{\sigma} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{\theta^2}{\tau} \frac{1}{\sigma T_r}$$

λ = caractérise l'influence de l'accélération sur la loi de fermeture (ouverture)

μ = caractérise l'influence de l'écart de vitesse sur cette même loi.

Lors d'une perturbation, au début, l'écart de puissance et par suite l'accélération sont importants, tandis que l'écart de vitesse est encore faible. C'est donc la valeur de λ qui déterminera la rapidité de manoeuvre du vannage. Par contre, après quelques temps les puissances s'équilibrent et le vannage est rappelé à sa position correcte par l'écart de vitesse sous l'influence de μ . Ce paramètre jouera donc un rôle prépondérant sur la précision du réglage. (Remarque II p. 88).

Il est, par conséquent, très important de pouvoir trouver les valeurs optimales de λ et μ , qui conduisent au meilleur réglage et permettent de doser convenablement les caractéristiques du régleur.

Nous adapterons au chapitre VII, un critère d'optimisation, qui tient compte de tous ces facteurs: c'est le critère de HALL-SARTORIUS, qui caractérise la qualité d'un asservissement par "l'intégrale du carré de l'écart", (19) (20)

$$I = \int_0^{\infty} u(t)^2 dt$$

Le réglage étant d'autant meilleur que la valeur de I est plus faible.

On voit facilement qu'un tel critère garantit:

- a) l'absence d'écart en position, puisqu'un tel écart rendrait l infini;
- b) une certaine rapidité du régime transitoire, puisque les valeurs de l'erreur au début du régime transitoire jouent un rôle prédominant dans l'expression de l ;
- c) un certain degré d'amortissement, puisque les oscillations de part et d'autre de la position idéale s'ajoutent dans l'expression de l .

Ce critère possède aussi l'avantage de permettre une vérification de la zone de stabilité. Les courbes d'égales valeurs de l sont tracées à l'intérieur de la zone de stabilité et forme une colline (ou plutôt un lac) au centre assez plat et aux abords très abrupts dont la limite correspond à la frontière de stabilité.

Finalement, le point optimum ($l_{\min}$) se situe ordinairement à peu près au centre du triangle formé par les points A, B et C sur la figure 3a.

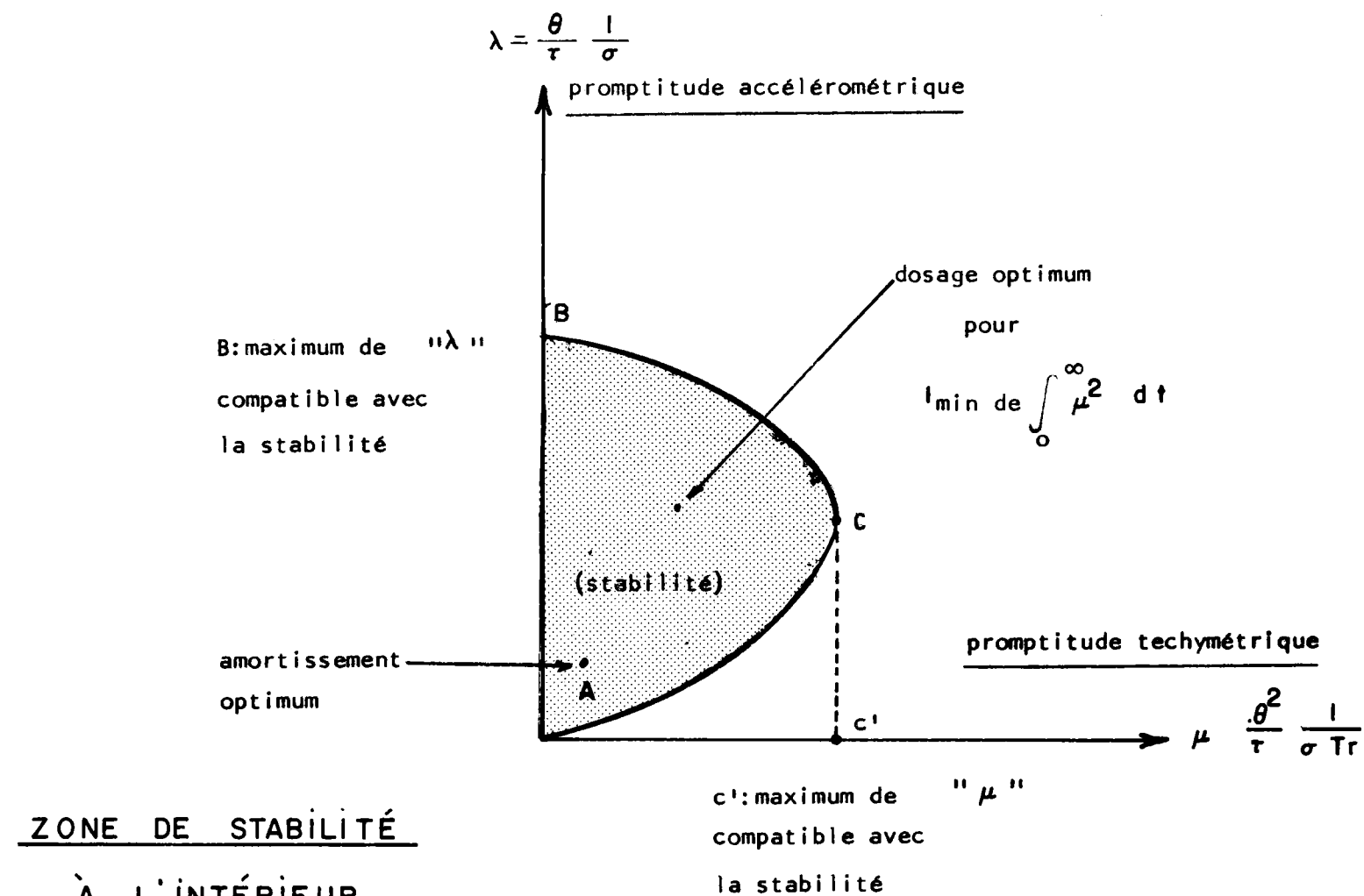
Pour apprécier "quantitativement" la qualité du réglage de vitesse, il faut déterminer la courbe de réponse impulsionnelle du système ainsi optimisé. En fait, nous calculerons plutôt la courbe de réponse "indicielle" due à une grandeur d'entrée en échelon unitaire, tandis que la courbe de réponse "impulsionnelle" résulte d'une impulsion de courte durée dite "fonction de DIRAC" (24).

Cette courbe de réponse nous permettra de mesurer la précision de réglage dans les effets de la stabilité, puisque, comme nous l'avons vu, il n'était pas possible de le faire dans les causes. Nous retiendrons, comme l'a fait M. DANIEL (4) les deux caractéristiques suivantes:

- a) "un corps est en équilibre d'autant plus stable que, sous l'effet d'une impulsion donnée, il s'écarte moins de sa position"; (chiffré par l'écart de vitesse maximum: $v_{\max}$)
- b) "de même, un équilibre doit être d'autant plus sérieusement qualifié de stable qu'après avoir été troublé il se rétablit dans un moindre délai".

Cette dernière notion de délai est cependant assez difficile à chiffrer, car il faut d'abord connaître les oscillations que l'on peut négliger. Aussi nous ne l'utiliserons que dans les cas où elle présente un caractère bien marqué.

La notion de stabilité et de la qualité du réglage étant bien établie, voyons maintenant comment elle s'applique dans le cas du réglage de deux groupes en parallèle.



ZONE DE STABILITÉ
À L'INTÉRIEUR
DU DOMAINE DES
PARAMÈTRES DE DOSAGE

FIG 3

DEUXIEME PARTIE

METHODE EMPLOYEE POUR L'ETUDE DE LA STABILITE DE DEUX GROUPES HYDROELECTRIQUES FONCTIONNANT EN PARALLELE

CHAPITRE III

MISE EN EQUATIONS DANS LE CAS D'UN GROUPE ISOLE.

HYPOTHESES DE CALCUL ET LEURS JUSTIFICATIONS

Nous nous proposons dans ce chapitre de ne regarder que le cas d'un groupe isolé, qui ne pose à l'heure actuelle pratiquement plus de difficulté théorique. La méthode décrite sera ensuite appliquée au cas de deux groupes différents fonctionnant en parallèle sur un même réseau.

Le point de départ d'une étude sur la stabilité de réglage d'une installation hydroélectrique consiste dans l'établissement d'une équation de réglage, en tenant compte des facteurs suivants:

- Dosage des paramètres du régleur,
- Inertie de l'eau dans la conduite,
- Inertie du groupe électrogène,
- Caractéristiques de la colline de rendement,
- Autoréglage du réseau électrique.

Nous allons donc passer en revue les différents phénomènes qui interviennent dans un système de régulation de turbines et discuter de leur mise en équation.

Comme nous l'avons déjà signalé, notre attention va se porter sur les petits mouvements de réglage (problème de la tenue de la fréquence), et non pas sur les grands mouvements qui font intervenir les notions classiques de la survitesse et de la surpression. Or, quand les oscillations ont une amplitude grande devant certaines imperfections et "non linéarités", tels que les jeux mécaniques, frottements, recouvrements de tiroir, etc... mais petites devant les saturations de tiroir et de régulateur, la courbure des collines, etc... il est légitime de modifier légèrement les équations en les "linéarisant" (3).

La linéarisation revient à remplacer les équations exactes par des équations linéaires très voisines, en négligeant les infiniment

petits d'ordre supérieur. Elle est d'un usage très courant en régulation et a toujours été adoptée par les auteurs classiques. Des études particulières relatives justement à l'influence de certaines non-linéarités ont démontré que la linéarisation était assez fidèle pour des variations de vitesse de l'ordre de 2% à 5% (27).

Ajoutons que par "système linéaire" nous entendrons un système régi par des "équations différentielles linéaires à coefficients constants". Cette notion, propre aux ingénieurs, est plus restrictive que celle des mathématiciens qui renferme en plus les équations avec coefficients variables.

Voyons maintenant les équations qui régissent les phénomènes de réglage de vitesse d'un groupe hydroélectrique.

3-1: Vitesse de rotation d'un groupe

La vitesse de rotation d'un groupe s'exprime par l'équation fondamentale de la mécanique,

$$I_m \frac{d\Omega}{dt} = C_h - C_r$$

soit en multipliant par Ω

$$I_m \Omega \frac{d\Omega}{dt} = W_h - W_r$$

où: I_m = moment d'inertie du rotor

Ω = vitesse de rotation du groupe

W_h = puissance motrice, fournie par l'eau

W_r = puissance résistante

Nous appelons W_e , puissance électrique fournie au réseau.

$W_r - W_e = "w"$, puissance perdue par frottement, ventilation et variation d'énergie magnétique; elle est négligeable, sauf aux charges partielles très petites du réseau. Donc, dans notre cas nous supposons que $W_r \approx W_e$ (1). Pour de faibles variations relatives on obtient en linéarisant:

$$\frac{I_m \Omega_n^2}{W_n} \frac{d}{dT} \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right) = \frac{\Delta W_h}{W_n} - \frac{\Delta W_e}{W_n} \quad (1)$$

Ω_n = correspond à la vitesse de consigne

W_n = correspond au fonctionnement permanent avant la perturbation.

3-2: Puissance fournie à l'alternateur par la turbine

En régime permanent, nous avons:

$$W_h = \gamma \eta Q H$$

soit pour de petits mouvements de réglage:

$$\frac{\Delta W_h}{W_n} = \frac{\Delta Q}{Q_n} + \frac{\Delta H}{H_n} + \frac{\Delta \eta}{\eta_n} \quad (2)$$

Q_n , H_n , η_n : correspondent au fonctionnement permanent avant la perturbation. Nous verrons plus loin comment varient

$\frac{\Delta Q}{Q_n}$, $\frac{\Delta H}{H_n}$, $\frac{\Delta \eta}{\eta_n}$, au cours de la perturbation selon la forme de la colline de la turbine.

3-3: Puissance fournie par le groupe au réseau électrique

Cette puissance ne dépend que de la tension électrique et de l'impédance du réseau, vue des bornes de l'alternateur.

Nous avons admis jusqu'ici que la puissance demandée par le réseau (W_e dans l'équation (1)) ne dépendait pas de la variation de la fréquence (ou vitesse). En fait, la tension et l'impédance du réseau ne sont pas rigoureusement constants.

En régime transitoire, en effet, la tension varie: la f.e.m. et la réactance de l'alternateur sont influencées par la vitesse de rotation conformément à la courbe d'aimantation de l'alternateur. De plus, l'inertie magnétique du circuit d'excitation ne permet pas d'obtenir une tension rigoureusement constante. Heureusement, les fluctuations de tension, accompagnant les fluctuations de vitesse de rotation, ont d'une façon générale pour effet de favoriser la bonne tenue de la fréquence. Dans le cas d'une diminution de l'impédance du réseau électrique, par exemple, la puissance à fournir par le groupe augmente. Or l'inertie de l'eau empêche la variation rapide de la puissance hydraulique et la vitesse du rotor diminue au début, entraînant une diminution de la f.e.m. Comme l'inertie magnétique freine l'action du régulateur de tension, la tension diminue également et la puissance supplémentaire à fournir est finalement moins grande que si la tension pouvait être maintenue rigoureusement constante (3).

Notons également qu'une variation de fréquence influe sur l'impédance du réseau électrique: les inductances sont fonction de la fréquence et les résistances ohmiques apparentes des moteurs varient avec leur vitesse, suivant la relation couple-vitesse de la machine entraînée par le moteur.

On définit donc, pour tenir compte de l'influence des caractéristiques du réseau sur les phénomènes du réglage, un coefficient dit d'"autoréglage", qui entraîne une amélioration notable du réglage lorsqu'il croît. Selon MEYER (3),

$A = \frac{f_o}{W_n} \frac{\partial W_e}{\partial f}$, et les calculs montrent que la puissance varie sensiblement comme suit:

$$W_e = (W_n + \Delta W) \left(1 + \frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right)^A$$

W_n = puissance à fournir si Ω ne variait pas

Ω_n = vitesse de rotation correspondant à la fréquence de consigne

A = coefficient dit d'autoréglage, dépendant de la nature de la charge du réseau, de la qualité du régulateur de tension et du "cos φ " du réseau.

En linéarisant, on obtient pour les petits mouvements de réglage:

$$\frac{\Delta W_e}{W_n} = \frac{\Delta W}{W_n} + A \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right) \quad (3)$$

Avant d'aller plus loin, il convient de parler davantage de ce coefficient d'autoréglage et de le mieux définir.

Un certain nombre d'auteurs définissent le coefficient d'autoréglage en fonction de la différence des couples moteur et résistant, ce qui fait intervenir les caractéristiques de la turbine (M. GADEN (6)). A la suite de MM. MEYER et RANSFORD (1) (3), nous nous baserons plutôt sur la variation de puissance absorbée par le réseau en fonction de la variation de fréquence, comme nous l'avons indiqué plus haut. Ceci nous permettra de tenir compte séparément des caractéristiques du réseau (A) et de celles de la turbine (le coefficient δ de la colline de rendement que nous définirons au paragraphe 6).

Nous avons vu qu'une variation de vitesse de rotation, et par conséquent une variation de fréquence, provoque une variation de puissance électrique fournie, à cause de la variation de tension. La différence $W_h - W_e$ décroît et le rotor ne monte pas en vitesse aussi fortement que si ce phénomène n'existait pas. Ce phénomène se traduit donc par un certain réglage que l'installation effectue toute seule sans l'aide du régulateur; c'est l'autoréglage du réseau.

L'influence de l'autoréglage du réseau s'exprime par le coefficient A tel qu'il apparaît dans l'équation (3). Plus la valeur de A sera élevée plus le système aura tendance à s'autorégler.

Ce coefficient dépend de la nature du réseau utilisateur. Si le réseau contient par exemple des moteurs entraînant des pompes centrifuges d'irrigation, la valeur de A sera importante, car la puissance demandée par ces pompes varie beaucoup avec la vitesse de rotation.

On exprime alors A en fonction de (5):

e_1 : la sensibilité de la puissance résistante à la fréquence

e_2 : la sensibilité de la puissance résistante à la tension

a_1 : le statisme tension-fréquence du régulateur de tension.

Enfin, notre définition devrait faire intervenir les masses tournantes du réseau, en raison de leur inertie; en fait, toutes ces inerties, si on pouvait les évaluer, devraient être prises dans le calcul du temps de lancer du groupe (2). Nous obtenons alors:

$$A = e_1 + a_1 e_2$$

Les valeurs des termes e_1 et e_2 apparaissent dans le tableau suivant (1):

Nature de la charge	e_1	e_2
Purement ohmique	0	2
Ohmique et inductive	$-2 \sin^2 \varphi$	2
Moteurs à couple constant	1	≈ 0
Moteurs à couple proportionnel à la vitesse	2	≈ 0
moteurs à couple proportionnel au carré de la vitesse	3	≈ 0

Finalement, on trouve qu'en général la valeur de "A" varie entre 0 et 3. En moyenne cependant cette valeur sera plutôt comprise entre 1 et 2 pour la plupart des réseaux.

3-4: Influence du coup de bélier

Dans notre étude du fonctionnement en parallèle des groupes hydroélectriques, nous nous proposons d'étudier surtout les turbines de moyenne et basse chute. Nous pouvons, donc, avec un très bon degré d'approximation (du moins pour les basses chutes) admettre la théorie du "coup de bélier de masse" (7).

M. Daniel a déjà démontré (4), d'ailleurs, que si la grandeur:

$$\rho = \frac{a Q}{2g_0 H S}$$

était supérieure à 1,5, les calculs de régulation pouvaient être faits avec la théorie du "coup de bélier de masse"; ce qui revient à négliger l'élasticité de l'eau et de la conduite.

a = célérité des ondes de coup de bélier

Q = débit de la conduite forcée

S = section de cette conduite

H = charge à la vanne.

On démontre, à partir de la loi de NEWTON et du théorème de BERNOULLI, que la surpression, due au coup de bélier de masse dans la conduite lors de la fermeture du vannage, est égale à:

$$\Delta H = -\sum \frac{L}{g_0 S} \frac{dQ}{dt}$$

ΔH = surpression exprimée en hauteur d'eau

$\sum \frac{L}{S}$ = somme étendue à toute la longueur des filets liquides

$g_0 = 9,81 \text{ m/sec}^2$; constante gravitaire

Soit, en linéarisant, pour de faibles variations relatives:

$$\frac{\Delta H}{H_n} = - \frac{Q_n}{H_n} \frac{1}{g_0} \sum \left(\frac{L}{S} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta Q}{Q_n} \right)$$

On introduit le terme

θ = temps de lancer de la conduite

$$\theta = \frac{Q_n}{H_n} \frac{1}{g_0} \sum \left(\frac{L}{S} \right)$$

Donc :

$$\frac{\Delta H}{H_n} = - \theta \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta Q}{Q_n} \right) \quad (4)$$

3-5: Déplacement du vannage sous l'action du régulateur de vitesse

Les équations précédentes montrent comment une variation de puissance du réseau électrique se traduit par une variation de vitesse de rotation du groupe. Le régulateur détecte cette variation et agit sur le groupe par l'intermédiaire du vannage.

Les régulateurs de vitesse des turbines sont essentiellement de deux types quel que soit leur mode de réalisation: ils sont soit à commande hydraulique, soit à commande électrique (ou électronique). Ces régulateurs comportent tous un organe de détection: le tachymètre ou fréquencesmètre, et ne diffèrent que par l'organe correcteur ou stabilisateur qui peut être soit un asservissement temporaire, soit un accéléromètre (25).

Ces deux types de régulateurs ont été fort étudiés par de nombreux spécialistes tant pour leur fonctionnement que pour leur comportement. Il résulte de l'expérience que les régulateurs industriels peuvent être ordinairement assimilés au régulateur idéal, dont ils ne diffèrent que par les "phénomènes rapides" (comme la fréquence propre des différents appareils du régulateur, etc...). Habituellement, ces phénomènes sont négligés par les théoriciens de la régulation: MM. GADEN, CUENOD, EVANGELISTI, ALMERAS, etc... (6,7,14,33).

Le régulateur idéal que nous avons choisi d'introduire dans cette étude sera du type tachymétrique à asservissement temporaire. Nous montrerons par la suite que l'équation mathématique qui régit son mouvement s'apparente pratiquement à celle qui gouverne le fonctionnement d'un régulateur avec accéléromètre.

Nous ferons une hypothèse complémentaire en admettant qu'il n'y a pas de glissement entre les variations relatives du vannage de la turbine et les variations relatives de la course du servo-moteur.

L'équation de réglage d'un régulateur tachymétrique à asservissement temporaire peut s'écrire de différentes façons selon que l'amplitude du déplacement de la tige compressible du stabilisateur à "dash pot" est plus ou moins grande. Lors des petits déplacements, la loi d'ouverture du vannage en fonction de la vitesse s'exprime ainsi: (3) (7)

$$\begin{aligned} \frac{m}{\sigma T_r} \left(\frac{\Delta Y}{Y_n} \right) + \left(1 + \frac{1}{\sigma T_r k_0} + \frac{m}{\sigma} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta Y}{Y_n} \right) + \frac{1}{\sigma k_0} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\Delta Y}{Y_n} \right) \\ = - \frac{1}{\sigma T_r} \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right) - \frac{1}{\sigma} \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right) \end{aligned}$$

où m = valeur du statisme permanent

σ = degré de l'asservissement temporaire

T_r = temps de relaxation du dash-pot

k_0 = coefficient caractérisant la réponse du S.M., lors d'une levée faible des soupapes de distribution d'huile.

Si l'on considère une grande promptitude de réglage; supposant en première approximation que le S.M. obéit rigidement à un mouvement du tiroir, cela revient à négliger un retard fini de quelques centièmes de seconde, retard qui "n'a que peu d'influence sur la régulation" (29).

L'équation s'écrit alors en négligeant les termes en $1/k_0$:

$$\frac{m}{\sigma T_r} \left(\frac{\Delta Y}{Y_n} \right) + \left(1 + \frac{m}{\sigma} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta Y}{Y_n} \right) = - \frac{1}{\sigma T_r} \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right) - \frac{1}{\sigma} \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right) \quad (5)$$

D'autre part, l'équation d'un régulateur accélérotachymétrique idéal s'écrit sous forme simplifiée: (7)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta Y}{Y_n} \right) = - K_0 \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right) - K_1 \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right)$$

où K_0 et K_1 sont les paramètres de dosage du régulateur.

Si on supprime le statisme permanent "m" dans l'équation (5), on retrouve l'équation du régulateur accélérotachymétrique.

Les deux types de régulateurs ont donc une forme mathématique assez voisine pour que le choix de l'un ou l'autre soit très justifiable au point de vue théorique.

Rappelons en terminant que le statisme permanent "m" qui tient compte de la répartition de puissance entre les groupes peut se définir comme "la diminution relative de la vitesse de rotation du régime permanent en fonction de l'ouverture relative du vannage"

$$m = - \frac{Y_n}{\Omega_n} \frac{d}{d} \left(\frac{\Delta \Omega}{\Delta Y} \right)$$

"m" est bien entendu positif et varie de $\frac{1}{2}\%$ à 6%. Quelques fois, pour un groupe en "chef d'orchestre", il a la valeur zéro. (32)

3-6: Influence de la colline de rendement dans les équations du système de réglage

3-6-1: Les collines de rendement:

Les équations que nous avons établies, font intervenir les

grandeurs $\Delta Q/Q_n$ et $\Delta \eta/\eta_n$. Ces grandeurs représentent respectivement la variation relative du débit et la variation relative du rendement de la turbine. Les variations de rendement d'une turbine sont représentées ordinairement sur un graphique que l'on nomme "colline de rendement". Nous devons donc pour évaluer $\frac{\Delta Q}{Q_n}$ et $\frac{\Delta \eta}{\eta_n}$ faire appel aux dérivées partielles de Q et η ; soit à rechercher à partir de la colline de rendement les valeurs:

$$\frac{\partial Q}{\partial H}, \quad \frac{\partial Q}{\partial \Omega}, \quad \frac{\partial Q}{\partial Y}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial H}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial \Omega}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial Y}$$

Les collines, que nous utiliserons, seront celles obtenues lors des essais de rendement de la turbine sur modèle réduit. On sait que le rendement d'une turbine s'exprime par: $\eta = \frac{C \Omega}{\gamma Q H}$. Pour l'évaluer, la roue

modèle est montée sur un arbre accouplé à un frein. On fixe l'ouverture du distributeur (Y) et on règle le frein pour fournir un couple résistant C que l'on mesure sur le plateau de la balance. On note alors les valeurs Ω , H et Q et on en déduit le rendement η . Le rendement mesuré est fonction de trois variables Q , H et Ω . Avant de représenter les résultats on préfère remplacer Q par une grandeur dérivée, la puissance W_h ; d'où la fonction $\eta(W_h, H, \Omega)$. Pour représenter cette fonction sur un graphique il est nécessaire de garder une des variables constante. On choisit en fait la chute H et, pour uniformiser tous les essais, on calcule les résultats en envisageant la chute égale à un mètre et en ramenant le diamètre ϕ de la roue à un mètre. Cette transformation se fait au moyen des formules suivantes:

$$M = \frac{W_h}{\phi^2 H \sqrt{H}} ; \text{puissance d'une roue de 1 mètre fonctionnant sous 1 mètre de chute.}$$

$$N = \frac{\Omega \phi}{\sqrt{H}} ; \text{vitesse d'une roue de 1 mètre fonctionnant sous 1 mètre de chute.}$$

Par rapport aux axes M et N , on obtient donc un point figuratif coté en rendement. En conservant la même ouverture, il suffit de modifier le couple résistant C pour trouver un nouveau couple de valeur N et M . De proche en proche, il est alors facile de tracer la courbe d'égale ouverture cotée en rendement. En recommençant l'opération pour différentes ouvertures et en joignant les points d'égale rendement, on obtient une représentation ayant l'aspect d'une "colline" dont les lignes de niveau sont les lignes d'égale rendement (Fig. A). Pour une turbine Kaplan, on trace les collines partielles en fixant l'incidence des pales (i). La colline générale est obtenue par superposition des collines partielles et par tracé des enveloppes des courbes à rendement constant.

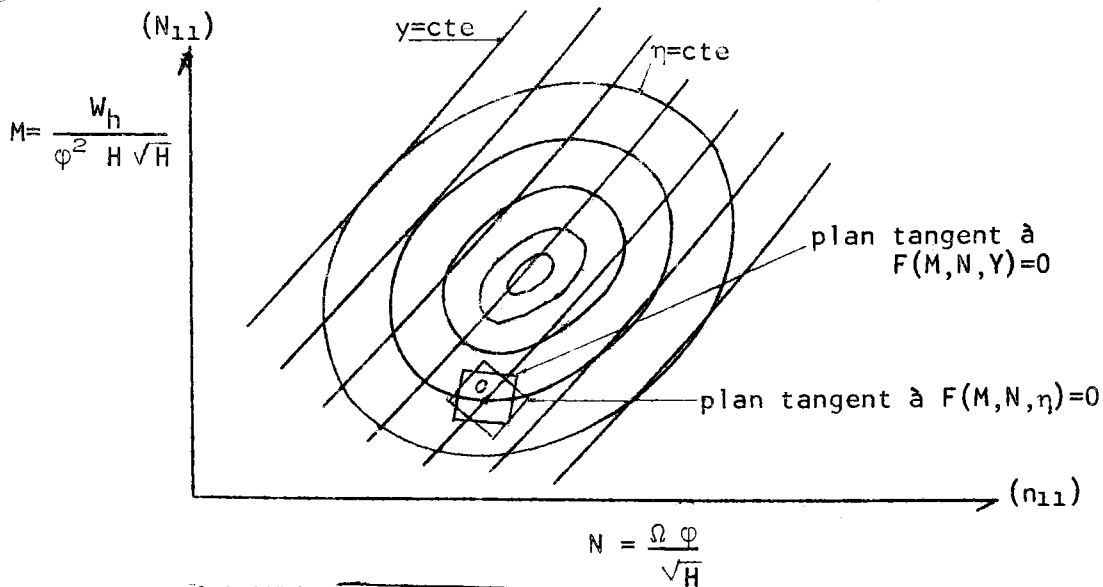
Dans cette étude, nous ferons l'hypothèse que le rendement de la turbine est très voisin du rendement de la colline d'essais. La "correction d'échelle", qu'admettent les turbiniers joue un rôle important au point

de vue production d'énergie, mais est tout à fait négligeable en régulation.

Dans le cas des turbines Kaplan, la variation de l'inclinaison des pales devrait intervenir également; mais en fait, le temps de manoeuvre des pales est beaucoup plus lent que celui du distributeur et nous pouvons supposer à toute fin pratique que cette inclinaison reste constante lors de petits déplacements du distributeur. Ainsi, ce n'est pas la colline générale qui nous fournira les valeurs cherchées, mais les collines partielles correspondant aux différentes inclinaisons fixes des pales. (1)

3-6-2: Définition des coefficients caractéristiques:

Considérons une de ces collines:



Soit le point O (quelconque) du diagramme, caractérisant le régime permanent de la turbine. Le fait d'étudier un problème de stabilité, donc de petits mouvements de réglage, nous conduit à admettre que toutes les grandeurs varient en restant voisines de leur valeur de régime permanent. Nous pouvons donc négliger les infiniment petits d'ordre supérieur et ne retenir que le premier terme de ces grandeurs; c'est-à-dire remplacer dans le voisinage du point O toute courbe par sa tangente et toute surface par son plan tangent. C'est toujours le procédé de linéarisation qui revient à remplacer les différentielles "d" par les accroissements Δ et les grandeurs non affectées des différentielles par leur valeur en régime permanent.

Au point O , le comportement de la turbine est déterminé par les deux plans tangents aux deux surfaces représentées par les fonctions:

$$F(M, N, Y) = 0$$

$$F(M, N, \eta) = 0$$

Or, l'orientation de chaque plan est déterminée par deux coefficients angulaires. Donc, "théoriquement, il est suffisant de connaître quatre coefficients angulaires pour traiter exactement n'importe quel problème de stabilité autour

d'un point déterminé de régime permanent" (BOREL) (5). A la suite de G.D. RANSFORD (1), nous avons choisi les coefficients suivants:

- La pente $\left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_Y$ des courbes $Y = \text{const.}$
- La pente $\left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y$ des courbes $Y = \text{const.}$
- La grandeur $\left(\frac{\partial M}{\partial Y}\right)_N$ sur une 11° à l'axe OM ($N = \text{const.}$)
- La grandeur $\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N$ sur la même parallèle.

3-6-3: Dérivées partielles du rendement " η "

Nous savons que " η " et " Q " sont déterminés par la charge (H), la vitesse de rotation (Ω), et l'ouverture du vannage (Y). Nous pouvons donc écrire:

$$d\eta = \frac{\partial \eta}{\partial Y} dy + \frac{\partial \eta}{\partial H} dH + \frac{\partial \eta}{\partial \Omega} d\Omega$$

De plus:

$$dN = \frac{\varphi}{\sqrt{H}} d\Omega - \frac{\varphi \Omega}{2H \sqrt{H}} dH$$

Pour $Y = \text{cte.}$:

$$d\eta = \left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{Y, \Omega} dH + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \Omega}\right)_{Y, H} d\Omega \quad (a)$$

Le rendement pour une ouverture donnée ne dépend que la vitesse spécifique N . Si on écrit:

$$\eta = \eta [N (H, \Omega)]$$

on trouve en dérivant:

$$d\eta = \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y \left[\left(\frac{\partial N}{\partial H}\right)_\Omega dH + \left(\frac{\partial N}{\partial \Omega}\right)_H d\Omega \right] \quad (b)$$

D'où en identifiant les expressions (a) et (b):

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{Y, \Omega} = \left(\frac{\partial N}{\partial H}\right)_{\Omega} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y = \frac{-\varphi \Omega}{2H \sqrt{H}} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial \Omega}\right)_{Y, H} = \left(\frac{\partial N}{\partial \Omega}\right)_H \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y = \frac{\varphi}{H} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y$$

Il vient alors:

$$\Omega \left(\frac{\partial \eta}{\partial \Omega}\right)_{Y, H} = N \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y \quad (1')$$

$$H \left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{Y, \Omega} = -\frac{N}{2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y \quad (2')$$

Pour $N = \text{cte}$, on obtient:

$$dN = \frac{\varphi}{\sqrt{H}} d\Omega - \frac{\varphi \Omega}{2H \sqrt{H}} dH = 0 \quad (c)$$

et dans:

$$d\eta = \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_{\Omega, H} dy + \left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{Y, \Omega} dH + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \Omega}\right)_{Y, H} d\Omega$$

les deux derniers termes s'éliminent; on a:

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N = \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_{\Omega, H} \quad (3')$$

3-6-4: Dérivées partielles du débit "Q"

A partir de "M", l'ordonnée de la colline, on exprime la valeur de Q suivante:

$$M = \frac{W_h}{\varphi^2 H \sqrt{H}} = \frac{\gamma \eta Q H}{\varphi^2 H \sqrt{H}} = \frac{\gamma \eta Q}{\varphi^2 \sqrt{H}}$$

Donc:

$$Q = \frac{M \varphi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta}$$

On en tire l'équation:

$$dQ = \frac{\varphi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta} dM + \frac{M \varphi^2}{2 \gamma \eta \sqrt{H}} dH - \frac{M \varphi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta^2} d\eta$$

qui devient en introduisant la valeur de Q:

$$dQ = \left(\frac{\varphi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta} \right) dM + \left(\frac{Q}{2H} \right) dH - \left(\frac{Q}{\eta} \right) d\eta \quad (d)$$

D'autre part nous avons vu que:

$$dN = - \frac{\varphi \Omega}{2H \sqrt{H}} dH + \frac{\varphi}{\sqrt{H}} d\Omega \quad (c)$$

Nous savons aussi que Q est fonction de Y, H, Ω , et nous pouvons écrire:

$$dQ = \left(\frac{\partial Q}{\partial Y} \right)_{H, \Omega} dY + \left(\frac{\partial Q}{\partial H} \right)_{\Omega, Y} dH + \left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega} \right)_{Y, H} d\Omega \quad (e)$$

Pour Y et H = const.

L'équation (e) devient:

$$(dQ)_{Y, H} = \left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega} \right)_{Y, H} d\Omega$$

L'équation (c) devient:

$$(dN)_H = \frac{\varphi}{\sqrt{H}} d\Omega$$

Donc en remplaçant $d\Omega$:

$$(dQ)_{Y, H} = \left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega} \right)_{Y, H} \frac{\sqrt{H}}{\varphi} (dN)_H$$

D'autre part, l'équation (d) devient:

$$(dQ)_{Y, H} = \frac{\varphi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta} (dM)_{Y, H} - \frac{Q}{\eta} (d\eta)_{Y, H}$$

On en tire en divisant par $d\Omega$:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega}\right)_{Y,H} = \frac{\varphi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta} \frac{\varphi}{\sqrt{H}} \left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_{Y,H} - \frac{Q}{\eta} \frac{\varphi}{\sqrt{H}} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_{Y,H}$$

où plus simplement en introduisant les valeurs de M et de N,

$$\frac{\Omega}{Q} \left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega}\right)_{Y,H} = \frac{N}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_{Y,H} - \frac{N}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_{Y,H} \quad (4')$$

Pour Ω et $Y = \text{const.}$

L'équation (e) s'écrit maintenant:

$$(dQ)_{\Omega,Y} = \left(\frac{\partial Q}{\partial H}\right)_{\Omega,Y} dH$$

L'équation (d) devient:

$$(dQ)_{\Omega,Y} = \frac{\varphi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta} (dM)_{\Omega,Y} + \frac{Q}{2H} (dH)_{\Omega,Y} - \frac{Q}{\eta} (d\eta)_{\Omega,Y}$$

Puis il vient en divisant par dH :

$$\frac{H}{Q} \left(\frac{\partial Q}{\partial H}\right)_{\Omega,Y} = \frac{\varphi^2 \sqrt{H} H}{\gamma \eta Q} \left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)_{\Omega,Y} + \frac{1}{2} - \frac{H}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{\Omega,Y} \quad (f)$$

Or nous connaissons l'équation (2'):

$$H \left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{\Omega,Y} = - \frac{N}{2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y \quad (2')$$

De plus pour $N = \frac{\Omega \varphi}{\sqrt{H}}$ on peut établir la relation suivante:

$$(dN)_{\Omega,Y} = - \frac{\Omega \varphi}{2H \sqrt{H}} (dH)_{\Omega,Y}$$

ou

$$(dN)_{\Omega,Y} = - \frac{N}{2H} (dH)_{\Omega,Y}$$

ce qui donne en inversant les termes et en introduisant dM pour $Y = \text{cte.}$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)_{\Omega, Y} = - \frac{N}{2H} \left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_{\Omega, Y} \quad (g)$$

Si on combine les expressions (f), (g) et (2') on trouve facilement

$$\frac{H}{Q} \left(\frac{\partial Q}{\partial H}\right)_{\Omega, Y} = - \frac{N}{2M} \left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_{\Omega, Y} + \frac{N}{2\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y + \frac{1}{2} \quad (5')$$

Pour $N = \text{const.}$

La valeur de $dN = 0$ et du moment que dH et dQ sont nulles, nous trouvons pour:

l'équation (e): $(dQ)_{H, \Omega} = \left(\frac{\partial Q}{\partial Y}\right)_{H, \Omega} dY$

l'équation (d): $(dQ)_{H, \Omega} = \frac{\varphi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta} (dM)_N - \frac{Q}{\eta} (d\eta)_N$

Donc: $\left(\frac{\partial Q}{\partial Y}\right)_{H, \Omega} = \frac{\varphi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta} \left(\frac{\partial M}{\partial Y}\right)_N - \frac{Q}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N$

Puis en multipliant par Y/Q et introduisant la valeur de M il vient:

$$\frac{Y}{Q} \left(\frac{\partial Q}{\partial Y}\right)_{H, \Omega} = \frac{Y}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial Y}\right)_N - \frac{Y}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N \quad (6')$$

3-6-5 Expression de la puissance et du débit

Au premier chapitre nous avons établi l'équation suivante:

$$\frac{\Delta W_h}{W_h} = \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta \eta}{\eta} \quad (2)$$

Nous pouvons exprimer $\frac{\Delta Q}{Q}$ et $\frac{\Delta \eta}{\eta}$ en fonction de H , Y et Ω de la façon suivante:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{H}{Q} \frac{\partial Q}{\partial H} \frac{\Delta H}{H} + \frac{Y}{Q} \frac{\partial Q}{\partial Y} \frac{\Delta Y}{Y} + \frac{\Omega}{Q} \frac{\partial Q}{\partial \Omega} \frac{\Delta \Omega}{\Omega} \quad (h)$$

$$\frac{\Delta \eta}{\eta} = \frac{H}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial H} \frac{\Delta H}{H} + \frac{Y}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial Y} \frac{\Delta Y}{Y} + \frac{\Omega}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial \Omega} \frac{\Delta \Omega}{\Omega} \quad (i)$$

Donc pour W_h :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta W_h}{W_h} = & \left[1 + \frac{H}{Q} \frac{\partial Q}{\partial H} + \frac{H}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial H} \right] \frac{\Delta H}{H} + \left[\frac{Y}{Q} \frac{\partial Q}{\partial Y} + \frac{Y}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial Y} \right] \frac{\Delta Y}{Y} \\ & + \left[\frac{\Omega}{Q} \frac{\partial Q}{\partial \Omega} + \frac{\Omega}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial \Omega} \right] \frac{\Delta \Omega}{\Omega} \end{aligned} \quad (j)$$

Remarque: Dans toutes les équations de cette sixième partie nous avons omis l'indice "n", qui représente le régime permanent, pour la raison bien évidente de clarté de l'exposé. Nous l'introduirons de nouveau, plus loin.

A partir des coefficients angulaires, précédemment définis, nous établissons les paramètres suivants:

$$\beta = \frac{Y}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_N : \text{variation du rendement en fonction de l'ouverture de vannage sur une verticale de la colline}$$

$$\delta = \frac{N}{2M} \left(\frac{\partial M}{\partial N} \right)_Y : \text{variation de puissance à ouverture constante sur la colline}$$

$$\epsilon = \frac{Y}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial Y} \right)_N : \text{variation d'ouverture de vannage sur une verticale de la colline}$$

$$\zeta = \frac{N}{2\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N} \right)_Y : \text{variation de rendement à ouverture constante sur la colline}$$

Si nous introduisons ces paramètres dans les équations de (1') à (6') que nous avons démontrés, nous trouvons:

$$\Omega \left(\frac{\partial \eta}{\partial \Omega} \right)_{Y,H} = 2 \eta \zeta \quad (1'')$$

$$H \left(\frac{\partial \eta}{\partial H} \right)_{Y, \Omega} = - \eta \zeta \quad (2'')$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_{\Omega, H} = \frac{\beta \eta}{Y} \quad (3'')$$

$$\frac{\Omega}{Q} \left(\frac{\partial Q}{\partial H} \right)_{\Omega, Y} = - \delta + \zeta + \frac{1}{2} \quad (5'')$$

$$\frac{Y}{Q} \left(\frac{\partial Q}{\partial Y} \right)_{H, \Omega} = \epsilon - \beta \quad (6'')$$

Nous introduisons ces six expressions dans les équations précédentes de $\frac{\Delta Q}{Q}$ (h) et $\frac{\Delta W_h}{W_h}$ (j) et nous obtenons les deux expressions simplifiées suivantes :

$$\frac{\Delta W_h}{W_h} = \left(\frac{3}{2} - \delta \right) \frac{\Delta H}{H_n} + (\epsilon) \frac{\Delta Y}{Y_n} + (2\delta) \frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \quad (6)$$

$$\frac{\Delta Q}{Q_n} = \left(\frac{1}{2} - \delta + \zeta \right) \frac{\Delta H}{H_n} + (\epsilon - \beta) \frac{\Delta Y}{Y_n} + 2(\delta - \zeta) \frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \quad (7)$$

Comme convenu, nous avons réutilisé l'indice "n" de régime permanent ou non-perturbé.

Ces deux dernières équations (6) et (7) expriment l'influence de la colline de rendement sur la stabilité du réglage de vitesse d'une turbine hydraulique; nous en tiendrons compte dans la détermination de l'équation de réglage.

3-7: Système d'équations pour un groupe isolé, exprimées en variables plus commodes

Afin de simplifier l'écriture, nous allons transformer les équations que nous avons établies et les exprimer en variables plus commodes.

Posons: $y = \frac{\Delta Y}{Y_n}$; $h = \frac{\Delta H}{H_n}$; $u = \frac{\Delta \Omega}{\Omega_n}$

$$\tau = \frac{I \Omega_n^2}{W_n}, \text{ temps de lancer du groupe en régime permanent}$$

$$w_0 = \frac{\Delta W}{W_n}, \text{ variation relative de puissance du réseau.}$$

Comme nous l'avons dit au chapitre II, nous allons appliquer la transformation de Laplace aux équations du système linéaire avant de les utiliser. Les propriétés bien commodes de cette transformation nous seront bien utiles dans les nombreux calculs qui vont suivre.

Finalement en réduisant le système à trois équations, nous trouvons les expressions suivantes:

Equation des masses tournantes:

Les équations (1) et (3) donnent:

$$\frac{I \Omega_n^2}{W_n} \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right) = \frac{\Delta W_h}{W_n} - \frac{\Delta W}{W_n} - A \left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n} \right)$$

Soit en simplifiant et en remplaçant $\frac{\Delta W_h}{W_n}$ par l'équation (6)

$$\tau \frac{du}{dt} = \left(\frac{3}{2} - \delta \right) h + \epsilon y + 2 \delta u - w_0 - A u$$

Ce qui donne après la transformation de Laplace:

$$\tau p \bar{u} + \left(\frac{3}{2} - \delta \right) \bar{h} + \epsilon \bar{y} + 2 \delta \bar{u} - A \bar{u} = \frac{w_0}{p} \quad (1)$$

Equation du coup de bélier

Dans l'équation (4)

$$\frac{\Delta H}{H} = -\theta \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta Q}{Q_n} \right)$$

nous introduisons l'expression (7) de $\frac{\Delta Q}{Q_n}$:

$$h = -\theta \left[\left(\frac{1}{2} - \delta + \zeta \right) \frac{dh}{dT} + (\epsilon - \beta) \frac{dy}{dT} + 2(\delta - \zeta) \frac{du}{dT} \right]$$

Puis nous appliquons la transformation de Laplace; nous obtenons:

$$\bar{h} = -\theta \left[\left(\frac{1}{2} - \delta + \zeta \right) p \bar{h} + (\epsilon - \beta) p \bar{y} + 2(\delta - \zeta) p \bar{u} \right]$$

ou mieux:

$$\bar{h} \left[1 + p \theta \left(\frac{1}{2} - \delta + \zeta \right) \right] + \bar{y} p \theta (\epsilon - \beta) + 2 \bar{u} p \theta (\delta - \zeta) = 0 \quad (II)$$

Equation du régulateur:

Dans l'équation (5):

$$\left(\frac{m}{\sigma T_r} \right) y + \left(1 + \frac{m}{\sigma} \right) \frac{dy}{dT} = - \frac{1}{\sigma T_r} u - \frac{1}{\sigma} \frac{du}{dT}$$

nous introduisons les paramètres suivants:

$$\lambda = \frac{\theta}{\tau} \frac{1}{\sigma} : \text{l'effet accélérométrique du régulateur}$$

$$\mu = \frac{\theta^2}{\tau} \frac{1}{\sigma T_r} : \text{l'effet tachymétrique du régulateur.}$$

et nous appliquons la transformation de Laplace.

Donc:

$$\bar{y} \left(\frac{m \tau \mu}{\theta^2} \right) + p \bar{y} + \left(\frac{m \tau \lambda}{\theta} \right) p \bar{y} = - \left(\frac{\tau}{\theta^2} \mu \right) \bar{u} - \left(\frac{\tau}{\theta} \lambda \right) p \bar{u}$$

ou mieux:

$$\bar{y} \left(p + \frac{m \tau}{\theta^2} \mu + \frac{m \tau}{\theta} \lambda p \right) + \bar{u} \left(\frac{\tau}{\theta^2} \mu + p \frac{\tau}{\theta} \lambda \right) = 0 \quad (III)$$

CHAPITRE IV

EQUATION DE REGLAGE POUR DEUX GROUPES EN PARALLELE

4-1: Nature du couplage en parallèle

Lorsqu'on veut étudier le réglage de la fréquence de centrales en parallèle, il suffit d'additionner les variations de puissance fournies par chaque centrale pour une variation de fréquence à déterminer (et égale partout) et d'identifier cette variation de puissance totale à celle demandée (ou rejetée) par le réseau. (11) Lorsque N groupes ou centrales différentes participent au réglage de la fréquence, leurs contributions individuelles s'ajoutent suivant une loi du genre:

$$u \sum_1^N f_i(p) = - \sum_1^N (w_0)_i = - w_0$$

où w_0 désigne la variation résultante de la charge.

D'autre part, nous admettrons que les vitesses de rotation des différents groupes couplés en parallèle sont liées rigidement par une liaison de nature électrique portant sur la fréquence du réseau. Cette hypothèse se traduit par le fait que le $\frac{\Delta\Omega}{\Omega_n}$ est commun à tous les groupes.

Tout se passe comme si les groupes entraînaient un même arbre directement ou par l'intermédiaire d'engrenage. (7)

En réalité, les caractéristiques mécaniques de cet arbre (son élasticité) jouent un rôle analogue aux caractéristiques des lignes électriques. Rigoureusement, lors des variations de régime, les angles de phase entre les différents générateurs et utilisateurs ne sont pas constants: les nouvelles valeurs des angles de phase ne sont atteintes qu'après un certain nombre d'oscillations.

Or, les périodes d'oscillation seront d'autant plus grandes que les lignes seront plus près de leur limite de stabilité et que le PD^2 des rotors sera plus élevé. En d'autres termes: "L'hypothèse de la rigidité des interconnexions sera d'autant mieux réalisée que les lignes seront plus éloignées de leur limite de stabilité statique, donc moins chargées". (2)

Dans cette étude nous nous proposons d'examiner le comportement d'un petit réseau très peu chargé, composé de deux groupes en parallèle seulement; nous ferons donc l'hypothèse de la rigidité du réseau, comme le font habituellement les auteurs classiques. (7), (11), (5), (6)

Nous supposerons également que pour chaque groupe on peut faire les hypothèses faites à l'occasion de la marche en réseau séparé (notamment coup de béliet en masse et réglage de tension pratiquement instantané).

Notons, comme l'a démontré M. ALMERAS, que "lorsque plusieurs groupes sont couplés sur un réseau, l'ensemble se conduit en quelque sorte comme un seul groupe dont les caractéristiques (d'inerties, de régulateurs, de conduites) sont les caractéristiques moyennes des groupes, pondérées par la puissance de chaque groupe". (7)

Précisons qu'il ne s'agira pas d'étudier la stabilité de la répartition de la charge entre les groupes, laquelle est obtenue par leur statisme permanent, mais de l'étude des oscillations qui permettent le passage d'un régime à un autre.

4-2: Détermination de l'équation de réglage

La mise en parallèle de N groupes donnerait les paramètres variables suivants:

N ouvertures de vannage (γ)
 N suppressions dues au coup de bélier (h)
 N vitesses de rotation (r) .

Mais par suite de l'hypothèse de la rigidité du couplage sur le réseau, les N vitesses de rotation seraient proportionnelles à l'une d'entre elles choisie arbitrairement, et l'écart relatif de vitesse serait le même pour tous les groupes. Nous aurions donc un système à $2N + 1$ équations.

Soit la définition suivante des coefficients de pondération:

$$x_i = \frac{W_{ni}}{\sum W_{ni}}$$

où W_{ni} est la puissance d'un groupe avant la perturbation.

Nous trouvons alors, pour deux groupes en parallèle, les coefficients suivants:

$$\text{Soit } x_1 = \frac{W_{n1}}{W_n} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{W_{n2}}{W_n}$$

$$W_{n1} + W_{n2} = W_n \quad \text{et} \quad x_1 + x_2 = 1$$

L'équation (I) des masses tournantes devient alors pour les deux groupes:

$$\begin{aligned} \frac{w_0}{p} = & - (x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2) p \bar{u} - A \bar{u} + 2 (x_1 \delta_1 + x_2 \delta_2) \bar{u} \\ & + x_1 (3/2 - \delta_1) \bar{h}_1 + x_2 (3/2 - \delta_2) \bar{h}_2 \\ & + x_1 \epsilon_1 \bar{y}_1 + x_2 \epsilon_2 \bar{y}_2 \end{aligned} \quad (IV)$$

L'équation (II) des coups de bélier donne:

$$\bar{h}_1 \left[1 + p \theta_1 \left(\frac{1}{2} - \delta_1 + \zeta_1 \right) \right] + \bar{y}_1 p \theta_1 (\epsilon_1 - \beta_1) + 2 \bar{u} p \theta_1 (\delta_1 - \zeta_1) = 0 \quad (V)$$

$$\bar{h}_2 \left[1 + p \theta_2 \left(\frac{1}{2} - \delta_2 + \zeta_2 \right) \right] + \bar{y}_2 p \theta_2 (\epsilon_2 - \beta_2) + 2 \bar{u} p \theta_2 (\delta_2 - \zeta_2) = 0 \quad (VI)$$

Enfin l'équation (III) des régulateurs devient:

$$\bar{y}_1 \left[p + \frac{m_1 \tau_1}{\theta_1^2} \mu_1 + \frac{m_1 \tau_1}{\theta_1} \lambda_1 p \right] + \bar{u} \left[\frac{\tau_1}{\theta_1^2} \mu_1 + p \frac{\tau_1}{\theta_1} \lambda_1 \right] = 0 \quad (VII)$$

$$\bar{y}_2 \left[p + \frac{m_2 \tau_2}{\theta_2^2} \mu_2 + \frac{m_2 \tau_2}{\theta_2} \lambda_2 p \right] + \bar{u} \left[\frac{\tau_2}{\theta_2^2} \mu_2 + p \frac{\tau_2}{\theta_2} \lambda_2 \right] = 0 \quad (VIII)$$

Pour simplifier l'écriture, posons:

$$\left(\frac{1}{2} - \delta_1 + \zeta_1 \right) = b_1, \quad b_2 \text{ idem}$$

$$(\epsilon_1 - \beta_1) = c_1, \quad c_2 \text{ idem}$$

$$(\delta_1 - \zeta_1) = d_1, \quad d_2 \text{ idem}$$

$$(3/2 - \delta_1) = e_1, \quad e_2 \text{ idem} \quad (IX)$$

et sortons des équations les valeurs de $\bar{y}_1$ et de $\bar{h}_1$:

$$\bar{y}_1 = - (\bar{u}) \frac{\left[\frac{\tau_1}{\theta_1^2} \mu_1 + p \frac{\tau_1}{\theta_1} \lambda_1 \right]}{\left[p + \frac{m_1 \tau_1}{\theta_1^2} \mu_1 + p \frac{m_1 \tau_1}{\theta_1} \lambda_1 \right]}$$

soit en simplifiant par τ_1/θ_1 :

$$\bar{y}_1 = - (\bar{u}) \frac{\left[\frac{\mu_1}{\theta_1} + p \lambda_1 \right]}{\left[p \frac{\theta_1}{\tau_1} + p m_1 \lambda_1 + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right]}$$

$$\bar{h}_1 = \frac{- \bar{y}_1 p \theta_1 (\epsilon_1 - \beta_1) - 2 \bar{u} p \theta_1 (\delta_1 - \zeta_1)}{1 + p \theta_1 \left(\frac{1}{2} - \delta_1 + \zeta_1 \right)}$$

$$\bar{h}_1 = \frac{- \bar{y}_1 p c_1 - 2 \bar{u} p d_1}{1/\theta_1 + p b_1}$$

On procède de la même façon pour $\bar{y}_2$ et $\bar{h}_2$.

Finalement, dans l'équation des masses tournantes (V) on remplace les valeurs de h_1 , h_2 et $\bar{y}_1$, $\bar{y}_2$ par leurs expressions en " $\bar{u}$ " (valeurs qu'on explicite ensuite dans chaque terme), et on trouve:

$$\begin{aligned} \frac{w_0}{p} = (\bar{u}) & \left[- (x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2) p - A + 2 (x_1 \delta_1 + x_2 \delta_2) \right. \\ & - x_1 \epsilon_1 \left(\frac{\mu_1}{\theta_1} + p \lambda_1 \right) - \frac{x_2 \epsilon_2 \left(\frac{\mu_2}{\theta_2} + p \lambda_2 \right)}{\left(p \frac{\theta_1}{\tau_1} + p m_1 \lambda_1 + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right)} - \frac{\left(p \frac{\theta_2}{\tau_2} + p m_2 \lambda_2 + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)}{\left(p \frac{\theta_1}{\tau_1} + p m_1 \lambda_1 + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right)} \\ & + (x_1 \epsilon_1 p) \frac{c_1 \left(\frac{\mu_1}{\theta_1} + p \lambda_1 \right) - 2 d_1 \left(p \frac{\theta_1}{\tau_1} + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} + p m_1 \lambda_1 \right)}{\left(p \frac{\theta_1}{\tau_1} + p m_1 \lambda_1 + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right) \left(\frac{1}{\theta_1} + p b_1 \right)} \\ & \left. + (x_2 \epsilon_2 p) \frac{c_2 \left(\frac{\mu_2}{\theta_2} + p \lambda_2 \right) - 2 d_2 \left(p \frac{\theta_2}{\tau_2} + p m_2 \lambda_2 + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)}{\left(p \frac{\theta_2}{\tau_2} + p m_2 \lambda_2 + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right) \left(\frac{1}{\theta_2} + p b_2 \right)} \right] \quad (X) \end{aligned}$$

C'est l'équation de réglage de la vitesse de deux groupes différents fonctionnant en parallèle sur le même réseau.

CHAPITRE V

RECHERCHE DE L'EQUATION CARACTERISTIQUE

Lorsque les équations d'un système sont linéaires, le critère de stabilité du mouvement revient à étudier les racines de l'équation caractéristique. (8)

Nous nous proposons donc, à partir de l'équation de réglage, de déterminer une équation de la forme:

$$(\bar{u}) \quad (K_n p^n + K_{n-1} p^{n-1} + \dots + K_1 p + K_0) = f(t)$$

qui donne l'équation caractéristique en faisant $f(t) = 0$.

Plaçons, d'abord, tous les termes de l'équation de réglage sous le même dénominateur commun en posant:

$$B_1 = \left[p \left(\frac{\theta_1}{\tau_1} + m_1 \lambda_1 \right) + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right], \quad B_2 = \text{idem}$$

$$C_1 = \left[p b_1 + \frac{1}{\theta_1} \right], \quad C_2 = \text{idem}$$

L'équation (X) prend alors cette forme:

$$\begin{aligned} (B_1 \ C_1 \ B_2 \ C_2) \frac{w_0}{p} = (\bar{u}) \bigg[& - (x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2) p B_1 C_1 B_2 C_2 \\ & - (A - 2 x_1 \theta_1 - 2 x_2 \theta_2) B_1 C_1 B_2 C_2 \\ & - x_1 \epsilon_1 \left(p \lambda_1 + \frac{\mu_1}{\theta_1} \right) C_1 B_2 C_2 - x_2 \epsilon_2 \left(p \lambda_2 + \frac{\mu_2}{\theta_2} \right) B_1 C_1 C_2 \\ & + x_1 e_1 c_1 p \left(p \lambda_1 + \frac{\mu_1}{\theta_1} \right) B_2 C_2 + x_2 e_2 c_2 p \left(p \lambda_2 + \frac{\mu_2}{\theta_2} \right) B_1 C_1 \\ & - 2 x_1 e_1 d_1 p B_1 B_2 C_2 - 2 x_2 e_2 d_2 p B_2 B_1 C_1 \bigg] \end{aligned}$$

Pour chaque terme, nous effectuons les opérations en classant les coefficients des divers ordres de "p". Pour simplifier l'écriture nous avons établi les valeurs suivantes:

$$k_1 = \left(\frac{\theta_1}{\tau_1} + m_1 \lambda_1 \right), \quad k_2 = \text{idem}$$

$$g_1 = (b_1 m_1 \mu_1) + k_1, \quad g_2 = \text{idem}$$

$$\ell = (x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2)$$

$$a = (A - 2 x_1 \delta_1 - 2 x_2 \delta_2)$$

Nous trouvons donc pour chaque groupe de termes, en procédant dans le même ordre qu'ici-haut, les expressions suivantes:

$$\underline{-(x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2) p B_1 C_1 B_2 C_2, \text{ donne:}}$$

$$- p^5 \left[\ell k_1 k_2 b_1 b_2 \right]$$

$$- p^4 \left[\ell \left(k_2 b_2 \frac{g_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right) \right]$$

$$- p^3 \left[\ell \left(k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{g_1 g_2}{\theta_1 \theta_2} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right) \right]$$

$$- p^2 \left[\ell \left(\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{g_2}{\theta_2} + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \frac{g_1}{\theta_1} \right) \right]$$

$$- p \left[\ell \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$$\underline{-(A - 2 x_1 \delta_1 - 2 x_2 \delta_2) B_1 C_1 B_2 C_2, \text{ donne}}$$

$$- p^4 \left[a k_1 b_1 k_2 b_2 \right]$$

$$- p^3 \left[a \left(k_2 b_2 \frac{g_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right) \right]$$

$$- p^2 \left[a \left(k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{g_1 g_2}{\theta_1 \theta_2} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right) \right]$$

$$- p \left[a \left(\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{g_2}{\theta_2} + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \frac{g_1}{\theta_1} \right) \right]$$

$$- \left[a \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$$\underline{- x_1 \in_1 \left(p \lambda_1 + \frac{\mu_1}{\theta_1} \right) C_1 B_2 C_2, \text{ donne}}$$

$$- p^4 \left[x_1 \in_1 \lambda_1 b_1 k_2 b_2 \right]$$

$$- p^3 \left[x_1 \in_1 \left\{ \frac{k_2 b_2}{\theta_1} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + \lambda_1 b_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right\} \right]$$

$$- p^2 \left[x_1 \in_1 \left\{ \frac{g_2}{\theta_1 \theta_2} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + k_2 b_2 \frac{\mu_1}{\theta_1^2} + \lambda_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right\} \right]$$

$$- p \left[x_1 \in_1 \left\{ \frac{m_2 \mu_2}{\theta_1 \theta_2^2} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + \frac{g_2}{\theta_2} \frac{\mu_1}{\theta_1^2} \right\} \right]$$

$$- \left[x_1 \in_1 \frac{\mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$$\underline{- x_2 \in_2 \left(p \lambda_2 + \frac{\mu_2}{\theta_2} \right) C_2 B_1 C_1, \text{ donne:}}$$

Idem avec changement d'indice.

$$\underline{+ x_1 \in_1 c_1 p \left(p \lambda_1 + \frac{\mu_1}{\theta_1} \right) B_2 C_2, \text{ donne:}}$$

$$+ p^4 \left[x_1 \in_1 c_1 \lambda_1 k_2 b_2 \right]$$

$$+ p^3 \left[x_1 \in_1 c_1 \left(\frac{\mu_1}{\theta_1} k_2 b_2 + \lambda_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right) \right]$$

$$+ p^2 \left[x_1 \in_1 c_1 \left(\frac{g_2 \mu_1}{\theta_2 \theta_1} + \lambda_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right) \right]$$

$$+ p \left[x_1 \in_1 c_1 \frac{\mu_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$$\underline{+ x_2 \in_2 c_2 p \left(p \lambda_2 + \frac{\mu_2}{\theta_2} \right) B_1 C_1, \text{ donne:}}$$

Idem avec changement d'indice.

- 2 x₁ e₁ d₁ p B₁ B₂ C₂, donne:

$$- p^4 \left[2 x_1 e_1 d_1 k_1 k_2 b_2 \right]$$

$$p^3 \left[2 x_1 e_1 d_1 \left(k_1 \frac{g_2}{\theta_2} + k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right) \right]$$

$$- p^2 \left[2 x_1 e_1 d_1 \left(k_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} + \frac{g_2}{\theta_2} \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right) \right]$$

$$- p \left[2 x_1 e_1 d_1 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

- 2 x₂ e₂ d₂ p B₂ B₁ C₁, donne:

Idem avec changement d'indice.

En additionnant tous les coefficients de même ordre de "p", nous pouvons former les "K_n" de l'équation caractéristique. Dans notre cas n varie de 0 à 5; soit cette forme-ci pour l'équation de réglage:

$$(B_1 B_2 C_1 C_2) \frac{w_0}{p} = (\bar{u}) \left[K_5 p^5 + K_4 p^4 + K_3 p^3 + K_2 p^2 + K_1 p + K_0 \right]$$

Les coefficients "K" s'expriment ainsi:

$$K_5 = - l k_1 b_1 k_2 b_2$$

$$K_4 = - l \left(k_2 b_2 \frac{g_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right) - a k_2 b_2 k_1 b_1$$

$$- x_1 e_1 \lambda_1 b_1 k_2 b_2 - x_2 e_2 \lambda_2 b_2 k_1 b_1$$

$$+ x_1 e_1 c_1 \lambda_1 k_2 b_2 + x_2 e_2 c_2 \lambda_2 k_1 b_1$$

$$- 2 x_1 e_1 d_1 k_1 k_2 b_2 - 2 x_2 e_2 d_2 k_2 k_1 b_1$$

$$\begin{aligned}
K_3 = & - \ell \left(k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{g_1}{\theta_1} \frac{g_2}{\theta_2} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right) \\
& - a \left(k_2 b_2 \frac{g_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right) \\
& - x_1 \epsilon_1 \left[\frac{k_2 b_2}{\theta_1} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + \lambda_1 b_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right] \\
& - x_2 \epsilon_2 \left[\frac{k_1 b_1}{\theta_2} (\lambda_2 + b_2 \mu_2) + \lambda_2 b_2 \frac{g_1}{\theta_1} \right] \\
& + x_1 \epsilon_1 c_1 \left(\frac{\mu_1}{\theta_1} k_2 b_2 + \lambda_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right) \\
& + x_2 \epsilon_2 c_2 \left(\frac{\mu_2}{\theta_2} k_1 b_1 + \lambda_2 \frac{g_1}{\theta_1} \right) \\
& - 2 x_1 \epsilon_1 d_1 \left(k_1 \frac{g_2}{\theta_2} + k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right) \\
& - 2 x_2 \epsilon_2 d_2 \left(k_2 \frac{g_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_2 = & - \ell \left(\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{g_2}{\theta_2} + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \frac{g_1}{\theta_1} \right) \\
& - a \left(k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{g_1}{\theta_1} \frac{g_2}{\theta_2} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right) \\
& - x_1 \epsilon_1 \left[\frac{g_2}{\theta_2 \theta_1} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + k_2 b_2 \frac{\mu_1}{\theta_1^2} + \lambda_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right] \\
& - x_2 \epsilon_2 \left[\frac{g_1}{\theta_1 \theta_2} (\lambda_2 + b_2 \mu_2) + k_1 b_1 \frac{\mu_2}{\theta_2^2} + \lambda_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \right] \\
& + x_1 \epsilon_1 c_1 \left(\frac{g_2 \mu_1}{\theta_2 \theta_1} + \lambda_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right) \\
& + x_2 \epsilon_2 c_2 \left(\frac{g_1 \mu_2}{\theta_1 \theta_2} + \lambda_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \right) \\
& - 2 x_1 \epsilon_1 d_1 \left(k_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} + \frac{g_2}{\theta_2} \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right) \\
& - 2 x_2 \epsilon_2 d_2 \left(k_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{g_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_1 = & - \ell \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \\
& - a \left(\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{g_2}{\theta_2} + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \frac{g_1}{\theta_1} \right) \\
& - x_1 \epsilon_1 \left[\frac{m_2 \mu_2}{\theta_1 \theta_2^2} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + \frac{g_2}{\theta_2} \frac{\mu_1}{\theta_1^2} \right] \\
& - x_2 \epsilon_2 \left[\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2 \theta_2} (\lambda_2 + b_2 \mu_2) + \frac{g_1}{\theta_1} \frac{\mu_2}{\theta_2^2} \right] \\
& + x_1 \epsilon_1 c_1 \frac{\mu_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} + x_2 \epsilon_2 c_2 \frac{\mu_2}{\theta_2} \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \\
& - 2 x_1 \epsilon_1 d_1 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} - 2 x_2 \epsilon_2 d_2 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_0 = & - a \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \\
& - x_1 \epsilon_1 \frac{\mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \\
& - x_2 \epsilon_2 \frac{\mu_2}{\theta_2^2} \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2}
\end{aligned}$$

CHAPITRE VI

ETUDE DE LA FRONTIERE DE STABILITE PAR LA METHODE DES SEPARATRICES

6-1: Définition de la méthode des séparatrices

La première étude approximative d'un dispositif de réglage consiste à étudier son fonctionnement autour d'un régime d'équilibre pour les petits mouvements représentés par des équations différentielles (E), que nous avons convenu de linéariser.

"Pour qu'un tel dispositif soit stable, il faut et il suffit que toutes les fonctions exponentielles: $e^{z_i t}$, entrant dans la solution du système (E), tendent vers zéro lorsque t croît indéfiniment; donc que tous les termes z_i aient des parties réelles négatives" (9). Or ces termes sont les racines d'une équation caractéristique $F(x) = 0$ que l'on forme à partir de (E) à l'aide de la transformation de Laplace, par exemple.

Ainsi, le problème de la stabilité se ramène à l'étude des signes des parties réelles de l'équation caractéristique.

Notre équation caractéristique $F(z)$ contient des paramètres de dosage, qui caractérisent le dispositif de réglage. Comme ces paramètres peuvent former un espace (D), dit de dosage, il est très intéressant de chercher directement la région de (D) qui admette des mouvements stables. Cette façon d'aborder le problème de la stabilité présente un grand intérêt car elle s'applique à des formes très générales de la fonction $F(z)$. Introduite par J. KUNTZMANN(9), cette méthode a été employée pour la première fois, à notre connaissance, dans la thèse de J. DANIEL (4).

Il est également possible de déceler les caractères des mouvements de réglage, dans des cas particuliers, par les critères bien connus de Routh-Hurwitz ou de Leohnard-Nyquist; mais ces critères ont été établis à l'origine pour les cas où F est un polynome en z . Or de nos jours, on rencontre de plus en plus dans les études scientifiques et les applications industrielles des $F(z)$ qui ne sont plus des polynomes. Certaines généralisations de ces critères ont été réalisées (13), mais elles conduisent à des tracés de courbes fréquentielles sur le plan complexe $Z = F(z)$ et à des discussions quelquefois difficiles à suivre.

Nous leur avons donc préféré la méthode des séparatrices, qui opère directement dans l'espace de dosage. A la suite de MM. KUNTZMANN, DANIEL et MA (9), nous pouvons énoncer le principe de cette méthode de la façon suivante:

En désignant par $a, b, c, \dots$ les paramètres de dosage du système étudié, l'équation caractéristique peut s'écrire:

$$F(z, a, b, c, \dots) = 0$$

et les racines en Z de $F = 0$ peuvent prendre cette forme:

$$Z_n = x_n + i y_n \quad \text{pour} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Si F est une fonction continue en $a, b, c, \dots$, alors x_n et y_n le sont aussi. En remplaçant Z par 0 dans $F = 0$, nous trouvons une surface S_0 dans l'espace (D) définie par:

$$S_0 : F(0, a, b, c, \dots) = 0$$

De même, en remplaçant Z par $i\alpha$ (α réel et considéré comme variable indépendante) nous trouvons:

$$F(i\alpha) = F_r(\alpha, a, b, \dots) + F_i(\alpha, a, b, \dots)$$

et la surface (S_i) définie dans l'espace de dosage (D) par:

$$S_i : \begin{aligned} F_r(\alpha, a, b, \dots) &= 0 \\ F_i(\alpha, a, b, \dots) &= 0 \end{aligned}$$

Les surfaces S_0 et S_i séparent ainsi l'espace (D) en plusieurs régions; c'est pourquoi, on les appelle séparatrices de (F) dans son espace de dosage.

Pour un point donné M de (D) non situé sur S_0 ni sur S_i , l'équation caractéristique (F) admet des racines de la forme:

$$Z_n = x_n + i y_n ,$$

et les valeurs de x_n sont toutes différentes de zéro. Nous disons qu'il y a, en M , N racines en Z dont la partie réelle est positive. Comme nous avons dit que F est continu en $a, b, c \dots$ ainsi que x_n et y_n ; il résulte que, si M se déplace dans (D), x_n et y_n varient d'une façon continue. Donc lorsque M se déplace dans une même région par rapport aux séparatrices, les x_n varient, mais gardent toujours le même signe; et le nombre N reste le même. C'est seulement en passant d'une région à une autre que le nombre N pourrait changer. Nous allons donc voir comment varie le nombre N en traversant une séparatrice pour passer d'une région à une autre.

Soit $M(a, b, c \dots)$ un point d'une séparatrice; les paramètres correspondant à M donnent une seule racine en Z (par exemple Z_n) telle que $x_n = 0$ et $y_n = 0$ si M se trouve sur S_0 et $x_n = 0$ seulement si M se trouve sur S_i . Nous savons que:

$$F(Z_n, a, b, \dots) = 0$$

$$F'(Z_n, a, b, \dots) \neq 0$$

et que ΔZ , variation de Z_n pour les petites variations des paramètres, est défini par:

$$\Delta Z = - \left(\frac{F'_a \Delta a + F'_b \Delta b + \dots}{F'_{Z_n}} \right)$$

Ainsi il apparaît que pour connaître la variation de N entre deux régions que sépare la séparatrice il suffit d'examiner la partie réelle de ΔZ . En effet, la région vers laquelle la partie réelle de ΔZ devient négative est celle qui admet un N moins grand. Il est alors commode de marquer ce fait par une flèche, dont la tête traversant la séparatrice en question indique la région qui a un N plus petit. (Pratiquement on peut se contenter de faire varier un seul paramètre pour traverser la séparatrice). Grâce à ces flèches indicatrices, il est possible de trouver une ou plusieurs régions où N est minimum. Or la région correspondant à N nul est celle qui renferme les mouvements stables. "La recherche de la région de la stabilité revient donc à vérifier si les N minimums sont nuls" (9).

6-2: Exposé de la méthode de A. AJZERMAN

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer ces vérifications (Théorie des équations, valeurs particulières des paramètres); nous avons préféré cependant utiliser celle de A. AJZERMAN pour le cas du "Régionnement D à deux paramètres". Cette méthode, tirée du livre russe de A. AJZERMAN traduit par MM. GILLE et GUILLEMINET, a été publiée dans les numéros 3, 7, 8 et 10 de la revue "Automatisme" de 1960. Elle nous a paru s'appliquer très simplement au cas que nous étudions.

Il s'agit de remplacer dans l'équation caractéristique " p " par i , de séparer les parties réelles et imaginaires et d'égaliser à 0 séparément les deux expressions. On écrit ces termes en séparant les facteurs de chacun des paramètres de dosage (dans notre cas λ_1 et μ_1^*) et ceux ne contenant ni λ_1 ni μ_1 . En résolvant pour λ_1 et μ_1 on obtient:

$$\lambda_1 = \frac{\Delta_1(\alpha)}{\Delta(\alpha)} \quad \text{et} \quad \mu_1 = \frac{\Delta_2(\alpha)}{\Delta(\alpha)}$$

Dans le plan (λ_1, μ_1) on peut alors tracer la séparatrice S_i qui sert à délimiter la frontière de la stabilité. En effet, à chaque point de la courbe correspond une valeur bien définie de α et par conséquent une valeur bien définie de $\Delta(\alpha)$. En décrivant la courbe dans le sens des α croissants (de $-\infty$ à $+\infty$), il faut hachurer à gauche si $\Delta > 0$ et à droite si $\Delta < 0$. (A. AJZERMAN préfère se servir du hachurage au lieu de flèches. La zone des moindres N se trouve ainsi du côté hachuré).

* Lors du calcul des caractéristiques optimums des différents régulateurs on donne des valeurs moyennes aux paramètres de dosage d'un des régulateurs (soit à λ_2 et μ_2), on détermine les valeurs optimums de λ_1 et μ_1 et on refait le calcul en prenant cette fois les valeurs de λ_1 et μ_1 comme connues. On procède ainsi jusqu'à concordance des résultats. L'équation de réglage étant symétrique ce procédé se réalise assez facilement au moyen d'un ordinateur numérique.

Au cours du mouvement, le signe de Δ ne change qu'à l'infini, ou pour des valeurs de α correspondants aux droites singulières (S_0 et S_∞ comme nous verrons). D'autre part la séparatrice S_i est parcourue deux fois lorsque α varie (de $-\infty$ à 0 et de 0 à $+\infty$). "Donc, le même côté est toujours hachuré deux fois".

Les séparatrices S_0 et S_∞ sont obtenues en remplaçant " p " par 0 et ∞ dans l'équation caractéristique. La première sera définie pour $K_0 = 0$ et la seconde pour $K_5 = 0$, ce qui nous donnera comme nous le verrons deux droites singulières.

Le hachurage des droites singulières "doit être coordonné avec celui de la courbe S_i au point correspondant à la valeur de α relative à la droite singulière". Pour hachurer la séparatrice S_0 il faut considérer le point $\alpha = 0$ commun à la courbe S_i et à la droite. Au voisinage de ce point le hachurage de la droite S_0 est simple et "fait en sorte que, d'un côté du point les faces en regard de la courbe et de la droite soient toutes hachurées, et de l'autre côté du point les faces en regard non hachurées". Le hachurage ensuite ne change pas quelles que soient les intersections éventuelles de cette droite avec la courbe ou les autres droites singulières. Le même raisonnement s'applique pour la séparatrice S_∞ au voisinage du point $\alpha = \infty$.

La traversée de la courbe ou d'une droite singulière correspond au franchissement de l'axe imaginaire par une racine si les hachures sont doubles. Le nombre N des racines à partie réelle positive diminue donc d'une unité lorsqu'on passe d'un côté non hachuré à un côté hachuré une fois. Il diminuera de deux unités pour un côté hachuré deux fois. Il suffit donc de connaître en un seul point du plan le nombre de racines à partie réelle positive pour délimiter la zone de stabilité. Cette zone sera celle pour laquelle $N = 0$.

6-3: Détermination de la zone de stabilité

Appliquons donc cette méthode à notre cas en faisant $F(p) = 0$ pour obtenir l'équation caractéristique:

$$K_5 p^5 + K_4 p^4 + K_3 p^3 + K_2 p^2 + K_1 p + K_0 = 0$$

La courbe S_i s'obtient en remplaçant " p " par $i\alpha$:

$$i K_5 \alpha^5 + K_4 \alpha^4 - i K_3 \alpha^3 - K_2 \alpha^2 + i K_1 \alpha + K_0 = 0$$

Soit en séparant les parties réelles et imaginaires:

$$K_5 \alpha^5 - K_3 \alpha^3 + K_1 \alpha = 0$$

$$K_4 \alpha^4 - K_2 \alpha^2 + K_0 = 0 \quad (B)$$

En simplifiant par α la première équation on obtient:

$$K_5 \alpha^4 - K_3 \alpha^2 + K_1 = 0 \quad (A)$$

Les équations (A) et (B) sont des polynômes en α qu'il convient de résoudre en fonction des paramètres de dosage des régulateurs.

Nous allons donc transformer chacune de ces équations en exprimant tous les coefficients en fonction de " λ_1 " et " μ_1 ".

<< K₅ >> devient:

$$''K_5 = - K_{51} (\lambda_1) - K_{52}''$$

où: $K_{51} = K_{503} = l b_1 b_2 k_2 m_1$

$$K_{52} = K_{502} = l b_1 b_2 k_2 \frac{\theta_1}{\tau_1}$$

<< K₄ >> devient:

$$''K_4 = - K_{41} (\lambda_1) - K_{42} (\mu_1) - K_{43}''$$

où: $K_{41} = K_{401} + K_{403} + K_{406} + K_{408} + K_{411}$

$$K_{42} = K_{405}$$

$$K_{43} = K_{402} + K_{404} + K_{407} + K_{412}$$

et: $K_{401} = l k_2 b_2 \frac{m_1}{\theta_1}$

$$K_{407} = a k_2 b_2 b_1 \frac{\theta_1}{\tau_1}$$

$$K_{402} = l k_2 \frac{b_2}{\tau_1}$$

$$K_{408} = x_1 k_2 b_2 (b_1 e_1 - e_1 c_1)$$

$$K_{403} = l \frac{g_2}{\theta_2} b_1 m_1$$

$$K_{409} = x_2 \lambda_2 b_1 (b_2 e_2 - e_2 c_2)$$

$$K_{404} = l \frac{g_2}{\theta_2} \frac{b_1 \theta_1}{\tau_1}$$

$$K_{410} = 2 k_2 (x_1 e_1 d_1 b_2 + x_2 e_2 d_2 b_1)$$

$$K_{405} = K_{401} (b_1)$$

$$K_{411} = m_1 (K_{410} + K_{409})$$

$$K_{406} = a k_2 b_2 b_1 m_1$$

$$K_{412} = \frac{\theta_1}{\tau_1} (K_{410} + K_{409})$$

<< K₃ >> devient:

$$''K_3 = - K_{31} (\lambda_1) - K_{32} (\mu_1) - K_{33}''$$

où: $K_{31} = K_{302} + K_{304} + K_{306} + K_{309} + K_{311} + K_{312} + K_{317}$

$$K_{32} = K_{301} + K_{305} + K_{310} - K_{313} + K_{318}$$

$$K_{33} = K_{303} + K_{307} + K_{308} + K_{319} + K_{314}$$

$$\text{et: } K_{301} = l k_2 b_2 \frac{m_1}{\theta_1^2}$$

$$K_{302} = l \frac{g_2}{\theta_2} \frac{m_1}{\theta_1}$$

$$K_{303} = \frac{l}{\tau_1 \theta_2} \left(g_2 + b_1 \theta_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)$$

$$K_{304} = l b_1 m_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$K_{305} = K_{302} (b_1)$$

$$K_{306} = a k_2 b_2 \frac{m_1}{\theta_1}$$

$$K_{307} = a k_2 b_2 / \tau_1$$

$$K_{308} = a b_1 \frac{g_2}{\theta_2} \frac{\theta_1}{\tau_1}$$

$$K_{309} = a b_1 \frac{g_2}{\theta_2} m_1$$

$$K_{310} = K_{306} (b_1)$$

$$K_{311} = \frac{x_1 \epsilon_1 h_2 b_2}{\theta_1} - \frac{2 x_1 e_1 d_1 m_1 g_2}{\theta_2}$$

$$K_{312} = x_1 \frac{g_2}{\theta_2} (\epsilon_1 b_1 - e_1 c_1)$$

$$K_{313} = x_1 e_1 k_2 \frac{b_2}{\theta_1} \left(c_1 - 2 d_1 m_1 - \frac{\epsilon_1}{e_1} b_1 \right)$$

$$K_{314} = 2 x_1 e_1 d_1 \frac{\theta_1}{\tau_1} \frac{g_2}{\theta_2}$$

$$K_{315} = -\frac{x_2 \epsilon_2 b_1}{\theta_2} (\lambda_2 + b_2 \mu_2) + \frac{x_2 e_2 \mu_2 b_1}{\theta_2} (c_2 - 2 d_2 m_2)$$

$$K_{316} = \frac{x_2}{\theta_1} (\epsilon_2 \lambda_2 b_2 - e_2 c_2 \lambda_2 + 2 e_2 d_2 k_2)$$

$$K_{317} = (K_{316} - K_{315}) m_1$$

$$K_{318} = (K_{316}) m_1 b_1$$

$$K_{319} = (K_{316} - K_{315}) \frac{\theta_1}{\tau_1}$$

<< K₂ >> devient:

$$''K_2 = - K_{21}(\lambda_1) - K_{22}(\mu_1) - K_{23}''$$

$$\text{où: } K_{21} = K_{201} + K_{204} + K_{207} + K_{213} + K_{216} - K_{222}$$

$$K_{22} = K_{202} + K_{205} + K_{208} + K_{211} - K_{212} + K_{215} + K_{218} - K_{220}$$

$$K_{23} = K_{203} + K_{206} - K_{214} + K_{217} - K_{221}$$

$$\text{et: } K_{201} = l \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \frac{m_1}{\theta_1}$$

$$K_{202} = (K_{209}) b_1 m_1$$

$$K_{202} = l \frac{m_1}{\theta_1 \theta_2} \left(\frac{g_2}{\theta_1} + b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)$$

$$K_{213} = (K_{210} - K_{209}) m_1$$

$$K_{203} = l \frac{m_2 \mu_2}{\tau_1 \theta_2^2}$$

$$K_{214} = (K_{209} - K_{210}) \frac{\theta_1}{\tau_1}$$

$$K_{204} = a \frac{m_1}{\theta_2} \left(\frac{g_2}{\theta_1} + b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)$$

$$K_{215} = \frac{x_1 e_1}{\theta_1} \frac{g_2}{\theta_2} (2 d_1 m_1 - c_1)$$

$$K_{205} = a \frac{m_1}{\theta_1} \left(\frac{k_2 b_2}{\theta_1} + \frac{g_2 b_1}{\theta_2} \right)$$

$$K_{216} = (K_{215}) \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2 g_2} \theta_1$$

$$\begin{aligned}
K_{206} &= \frac{a}{\tau_1 \theta_1} \left(g_2 + b_1 \theta_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right) & K_{217} &= 2 x_1 e_1 d_1 \frac{\theta_1}{\tau_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \\
K_{207} &= \frac{x_1 \epsilon_1}{\theta_2} \left(\frac{g_2}{\theta_1} + b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right) & K_{218} &= x_2 e_2 \frac{m_1}{\theta_1^2} (2 d_2 k_2 - c_2 \lambda_2) \\
K_{208} &= \frac{x_1 \epsilon_1}{\theta_1} \left(b_1 \frac{g_2}{\theta_2} + b_2 \frac{k_2}{\theta_1} \right) & K_{219} &= \frac{x_2 e_2 \mu_2}{\theta_1 \theta_2} (c_2 - 2 d_2 m_2) \\
K_{209} &= \frac{x_2 \epsilon_2}{\theta_1 \theta_2} (-\lambda_2 - b_2 \mu_2) & K_{220} &= (K_{219}) b_1 m_1 \\
K_{210} &= x_2 \epsilon_2 \frac{\mu_2}{\theta_2^2} b_1 & K_{221} &= (K_{219}) \frac{\theta_1}{\tau_1} \\
K_{211} &= x_2 \epsilon_2 b_2 \lambda_2 \frac{m_1}{\theta_1^2} & K_{222} &= (K_{219}) m_1
\end{aligned}$$

<< K₁ >> devient:

$$''K_1 = -K_{11}(\lambda_1) - K_{12}(\mu_1) - K_{13}''$$

où: $K_{11} = K_{102} + K_{105} + K_{111}$

$$K_{12} = K_{103} + K_{106} + K_{109} + K_{107} - K_{112} - K_{113} + K_{101}$$

$$K_{13} = K_{104} + K_{110}$$

et:

$$\begin{aligned}
K_{101} &= l \frac{m_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} & K_{108} &= \frac{x_2 \epsilon_2 \mu_2}{\theta_1 \theta_2^2} \\
K_{102} &= a \frac{m_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} & K_{109} &= b_1 m_1 (K_{108}) \\
K_{103} &= \frac{a m_1}{\theta_1 \theta_2} \left(b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} + \frac{g_2}{\theta_1} \right) & K_{110} &= \frac{\theta_1}{\tau_1} (K_{108}) \\
K_{104} &= \frac{a}{\tau_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} & K_{111} &= m_1 (K_{108}) \\
K_{105} &= x_1 \frac{\epsilon_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} & K_{112} &= \frac{x_1 e_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} (c_1 - 2 d_1 m_1) \\
K_{106} &= \frac{x_1 \epsilon_1}{\theta_1 \theta_2} \left(\frac{g_2}{\theta_1} + b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right) & K_{113} &= \frac{x_2 e_2}{\theta_2} \mu_1 \frac{m_1}{\theta_1^2} (c_2 - 2 d_2 m_2) \\
K_{107} &= \frac{m_1}{\theta_1^2} \frac{x_2 \epsilon_2}{\theta_2} (\lambda_2 + b_2 \mu_2)
\end{aligned}$$

<< K₀ >> devient:

$$"K_0 = -K_{01}(\mu_1)"$$

où: $K_{01} = K_{001}$

et: $K_{001} = \frac{\mu_2}{\theta_1^2 \theta_2^2} \quad (a \ m_1 \ m_2 + x_1 \ \epsilon_1 \ m_2 + x_2 \ \epsilon_2 \ m_1)$

Soit, en introduisant ces nouvelles expressions des ' K_n ' dans les équations (A) et (B)

$$(A): -K_{51}(\lambda_1)\alpha^4 - K_{52}\alpha^4 + K_{31}(\lambda_1)\alpha^2 + K_{32}(\mu_1)\alpha^2 + K_{33}\alpha^2 - K_{11}(\lambda_1) - K_{12}(\mu_1) - K_{13} = 0$$

$$(B): -K_{41}(\lambda_1)\alpha^4 - K_{42}(\mu_1)\alpha^4 - K_{43}\alpha^4 + K_{21}(\lambda_1)\alpha^2 + K_{22}(\mu_1)\alpha^2 + K_{23}\alpha^2 - K_{01}(\mu_1) = 0$$

En groupant les termes en λ_1 et en μ_1 , et ceux qui ne dépendent ni de λ_1 ni de μ_1 , nous trouvons:

$$\lambda_1 \left[-K_{51}\alpha^4 + K_{31}\alpha^2 - K_{11} \right] + \mu_1 \left[K_{32}\alpha^2 - K_{12} \right] + \left[-K_{52}\alpha^4 + K_{33}\alpha^2 - K_{13} \right] = 0$$

$$\lambda_1 \left[-K_{41}\alpha^4 + K_{21}\alpha^2 \right] + \mu_1 \left[-K_{42}\alpha^4 + K_{22}\alpha^2 - K_{01} \right] + \left[-K_{43}\alpha^4 + K_{23}\alpha^2 \right] = 0$$

Soit:

$$\lambda_1 = \frac{\left[-K_{43}\alpha^4 + K_{23}\alpha^2 \right] \left[K_{32}\alpha^2 - K_{12} \right] - \left[-K_{52}\alpha^4 + K_{33}\alpha^2 - K_{13} \right] \left[-K_{42}\alpha^4 + K_{22}\alpha^2 - K_{01} \right]}{\left[-K_{51}\alpha^4 + K_{31}\alpha^2 - K_{11} \right] \left[-K_{42}\alpha^4 + K_{22}\alpha^2 - K_{01} \right] - \left[-K_{41}\alpha^4 + K_{21}\alpha^2 \right] \left[K_{32}\alpha^2 - K_{12} \right]}$$

$$\mu_1 = \frac{\left[-K_{52}\alpha^4 + K_{33}\alpha^2 - K_{13} \right] \left[-K_{41}\alpha^4 + K_{21}\alpha^2 \right] - \left[-K_{43}\alpha^4 + K_{23}\alpha^2 \right] \left[-K_{51}\alpha^4 + K_{31}\alpha^2 - K_{11} \right]}{\left[-K_{51}\alpha^4 + K_{31}\alpha^2 - K_{11} \right] \left[-K_{42}\alpha^4 + K_{22}\alpha^2 - K_{01} \right] - \left[-K_{41}\alpha^4 + K_{21}\alpha^2 \right] \left[K_{32}\alpha^2 - K_{12} \right]}$$

Pour obtenir la séparatrice S_i il faut résoudre le système λ_1 et μ_1 en prenant plusieurs valeurs de ' α ' comprises entre 0 et ∞ . Dans l'exemple choisi nous avons pris de fait 400 valeurs de ' α ' afin de bien tracer les courbes. De plus, à chaque nouveau cas étudié il nous a fallu recalculer les ' K_i ' qui sont très complexes comme nous venons de voir.

Comme nous voulions étudier une centaine de cas différents il est évident qu'une telle somme d'opérations ne pouvait être réalisée sans l'aide d'un outil puissant tel l'ordinateur IBM 7070 que nous avons utilisé.

Les droites singulières S_0 et S_∞ s'obtiennent, comme nous l'avons dit, en faisant

$$K_0 = 0 \quad \text{et} \quad K_5 = 0$$

$$K_0 = -K_{01}(\mu_1) \quad \text{donc} \quad \mu_1 = 0$$

c'est l'axe des λ_1 (fig. 3b)

$$K_5 = -K_{51}(\lambda_1) - K_{52} = 0$$

$$\lambda_1 = -\frac{K_{52}}{K_{51}} = -\frac{\theta_1}{\tau_1} \frac{1}{m_1}$$

c'est une droite parallèle à l'axe des μ_1 .

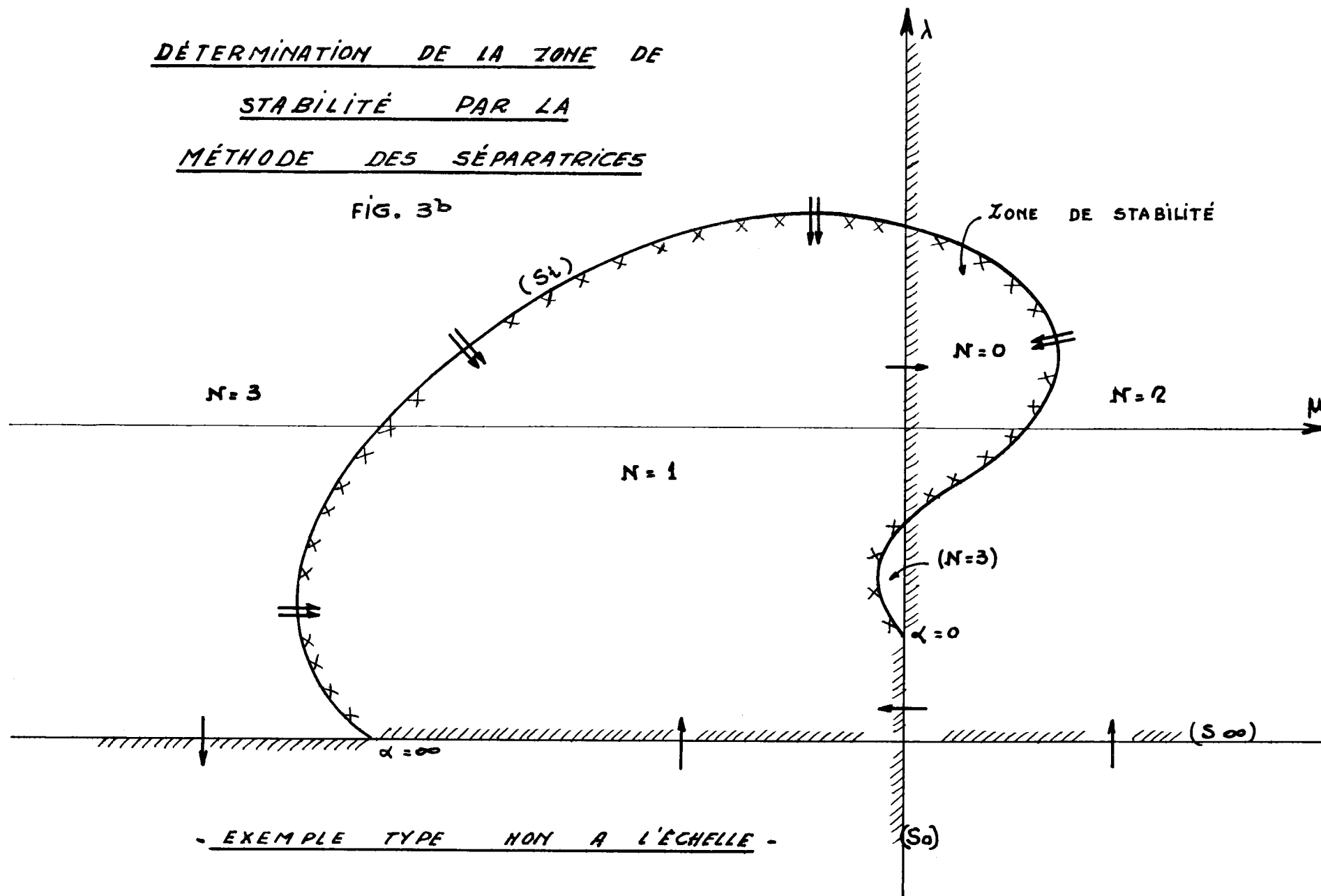
La figure 3b montre l'application de la méthode des séparatrices à un cas type que nous avons étudié. Les autres cas étant semblables nous n'avons pas représenté toutes les séparatrices mais seulement la région comprenant la zone de stabilité.

En traçant la séparatrice S_i nous avons vérifié que $\Delta(\alpha)$ restait positif à partir du point $\alpha = 0$ jusqu'au point $\alpha = \infty$. Nous avons donc hachuré deux fois à gauche de la courbe dans le sens parcouru. Au point $\alpha = 0$ la droite singulière S_0 est hachurée du même côté que la courbe vers le bas et de l'autre côté vers le haut. Au point $\alpha = \infty$ la séparatrice S_∞ est hachurée du même côté que la courbe vers la droite et de l'autre côté vers la gauche. La zone de stabilité est la zone d'indice $N = 0$, où nous avons vérifié que toutes les racines étaient à parties réelles négatives.

Nous avons déterminé à l'intérieur du domaine des paramètres de dosage du système de réglage une zone pour laquelle les valeurs des paramètres λ et μ donnent un système stable. Il convient cependant de déterminer plus convenablement la valeur de ces paramètres afin d'obtenir un système qui possède de bonnes qualités de réglage. Nous allons donc chercher à optimiser le dosage de ces paramètres en définissant justement un critère d'optimisation.

DÉTERMINATION DE LA ZONE DE
STABILITÉ PAR LA
MÉTHODE DES SÉPARATRICES

FIG. 3^b



- EXEMPLE TYPE NON A L'ÉCHELLE -

CHAPITRE VII

OPTIMISATION DES PARAMETRES DE DOSAGE DES REGULATEURS

7-1: Choix d'un critère d'optimisation

Lorsqu'on veut préciser à l'intérieur de la zone de stabilité, définie dans le plan des λ et μ , les valeurs des paramètres de dosage de chacun des éléments du régulateur (pente de statisme temporaire et temps de relaxation du dash-pot) pour lesquelles on obtient le meilleur réglage, il faut d'abord définir un critère qui permette d'apprécier la qualité de réglage de ces paramètres.

Il existe pour les systèmes linéaires de nombreux critères d'optimisation dont les plus connus sont les critères statistiques de l'écart quadratique moyen que l'on traite par la méthode de Philips ou de Wiener par exemple (18).

Mais si ces critères statistiques sont très satisfaisants pour l'esprit au point de vue théorique, ils présentent par contre un intérêt pratique direct assez faible, en particulier dans le cas des régulateurs de turbine.

Les variations de puissance d'un réseau électrique sont difficilement prévisibles, car les enclenchements et déclenchements qui sont la cause première de ces variations se font au hasard et leur intensité peut varier considérablement à certaines heures du jour. Néanmoins, on peut essayer de connaître les spectres d'amplitude de certains réseaux; on trouve alors que les spectres les plus classiques sont très voisins du spectre d'amplitude de la fonction: échelon-unité (3).

Nous allons donc considérer une prise de charge instantanée de ce type, pour laquelle il existe plusieurs méthodes d'optimisation.

Le premier critère qui vient à l'esprit consiste à minimiser la valeur de l'écart maximum de Ω de sa valeur de consigne Ω_n . On s'aperçoit cependant qu'on fait alors abstraction de la période d'oscillation des écarts de vitesse et de l'amortissement de cette oscillation. La valeur la plus faible de l'écart $(\mu)_{\max}$ correspond en fait à un système à statisme pour lequel $\mu = 0$.

On est alors tenté de prendre un critère plus recommandable qui tienne compte de l'amortissement des oscillations et de minimiser l'intégrale de la valeur absolue de l'écart:

$$J = \int_0^{\infty} |u(t)| dt$$

On cherche à obtenir ainsi des réglages suffisamment amortis.

Les difficultés mathématiques qu'entraîne la résolution d'une telle intégrale, nous conduisent à lui préférer le critère de l'intégrale du carré de l'écart:

$$I = \int_0^{\infty} u^2(t) dt$$

En faisant intervenir le carré de l'amplitude des oscillations, ce critère permet d'accorder plus d'importance aux phénomènes représentant de grands écarts; phénomènes qui sont les moins acceptables en pratique même s'ils s'amortissent assez rapidement.

Signalons que les Américains ont mis au point un critère, dit "ITAE criterion" (abréviation de: Integral of Time-multiplied by Absolute-value of Error) (22):

$$I'' = \int_0^{\infty} t |u(t)| dt$$

Leur but est de donner un poids plus grand aux écarts survenant pendant la fin du régime transitoire, c'est-à-dire de pénaliser les transitoires de longue durée.

Le critère de l'intégrale du carré de l'écart, imaginé indépendamment par A. HALL (19) et H. SARTORIUS (20), constitue la première en date des méthodes d'optimisation des asservissements linéaires. Nous l'avons choisie, car elle nous permet en plus de contrôler à l'aide des valeurs de I l'exactitude des frontières de stabilité et celle des courbes de réponse. D'une part I doit tendre vers l'infini sur la frontière de stabilité, et d'autre part, à l'intérieur du domaine de stabilité, on doit retrouver la valeur de I par l'intégration de la courbe de réponse correspondante.

La valeur de l'intégrale I , pour n'importe quelle équation différentielle linéaire à coefficients constants, peut être déduite directement de ses coefficients et des conditions initiales. Les conditions initiales définissent l'impulsion donnée au système en un temps $t = 0$, car il s'agit d'un déséquilibre survenant brutalement. Dans le cas des systèmes à statisme permanent, " u " désigne l'écart par rapport à la nouvelle valeur d'équilibre.

Voyons maintenant le procédé de calcul qui nous permet de trouver assez simplement la valeur de l'intégrale I , et ce, sans qu'on soit obligé d'explicitier la solution de cette équation.

7-2: Méthode de calcul de l'intégrale I :

L'équation linéaire d'un système à statisme permanent peut s'écrire sous la forme générale suivante:

$$\begin{aligned} (a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0) \bar{x} = \\ (b_s p^s + b_{s-1} p^{s-1} + \dots + b_2 p^2 + b_1 p + b_0) \frac{v_0}{p} \end{aligned}$$

où: $\bar{x}$ = transformée de Laplace de l'écart

V_0 = constante fixant l'intensité de la perturbation brutale.

Tout en restant dans la généralité, nous pouvons supposer:

- a) $s \leq n-1$; le signe d'égalité étant rencontré le plus souvent dans la pratique
- b) $V_0 = 1$; en prenant une variation unitaire (15)
- c) $x(t) = x(t) - \frac{b_0}{a_0}$, ceci en raison des conditions initiales.

La valeur de l'intégrale prend alors la forme:

$$I = \int_0^{\infty} \left(x - \frac{b_0}{a_0} \right)^2 dt$$

Dans sa thèse (17), M. A.A. KRASOVSKY a montré que pour un tel système linéaire:

$$I = \int_0^{\infty} x^2 dt = \frac{1}{2 a_n^2 \Delta} (B_s \Delta_s + B_{s-1} \Delta_{s-1} + \dots + B_1 \Delta_1 + B_0 \Delta_0) - \frac{b_s b_{s-1}}{a_n^2}$$

Dans cette équation, Δ est un déterminant qui correspond à celui de Hurwitz, mais qui s'écrit sous une forme différente: (15) (16)

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_n, & -a_{n-2}, & a_{n-4}, & \dots \\ 0, & a_{n-1}, & -a_{n-3}, & \dots \\ 0, & -a_n, & a_{n-2}, & \dots \\ 0, & 0, & -a_{n-1}, & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0, & 0, & 0, & \dots, a, \end{vmatrix}$$

Les valeurs de $B_s, B_{s-1}, \dots$ se calculent en explicitant la formule suivante:

$$B_i = b_i^2 - 2 b_{i+1} b_{i-1} + 2 b_{i+2} b_{i-2} - \dots + 2 (-1)^i b_s b_{2i-s},$$

Finalement, le calcul peut se faire en deux temps en posant "y" comme solution du système linéaire. Cela nous donne en développant Δ et B_i :

$$\begin{aligned}
 a_0 y_0 - a_2 y_1 + a_4 y_2 - a_6 y_3 + \dots &= a_1 \\
 + a_1 y_1 - a_3 y_2 + a_5 y_3 - \dots &= a_0 \\
 - a_0 y_1 + a_2 y_2 - a_4 y_3 + \dots &= 0 \\
 - a_1 y_2 + a_3 y_3 - \dots &= 0 \\
 + a_0 y_2 - a_2 y_3 + \dots &= 0 \\
 \dots & \\
 \dots + a_{n-2} y_{n-2} - a_n y_{n-1} &= 0 \\
 \dots - a_{n-3} y_{n-2} + a_{n-1} y_{n-1} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

soit n équations simultanées en tout.

On forme ensuite les facteurs:

$$\begin{aligned}
 B_0 &= b_0^2, \\
 B_1 &= b_1^2 - 2 b_0 b_2, \\
 B_2 &= b_2^2 - 2 b_1 b_3 + 2 b_0 b_4, \\
 \dots & \\
 B_i &= b_i^2 - 2 b_{i-1} b_{i+1} + 2 b_{i-2} b_{i+2} + \dots + 2 (-1)^i b_0 b_{2i}, \\
 \dots & \\
 B_{s-1} &= b_{s-1}^2 - 2 b_s b_{s-2}, \\
 B_s &= b_s^2,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

L'intégrale I recherchée s'exprime alors ainsi:

$$\begin{aligned}
 I = \int_0^\infty \left(x - \frac{b_0}{a_0} \right)^2 dt &= \frac{1}{2 a_0^2} (B_0 y_0 + B_1 y_1 + B_2 y_2 + \dots \\
 &+ B_{s-1} y_{s-1} + B_s y_s) - \frac{b_0 b_1}{a_0^2}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

7-3: Application au cas de deux turbines en parallèle

L'équation linéaire de notre système s'écrit pour $n = 5$ et $s = 4$:

$$\begin{aligned}
 (K_5 p^5 + K_4 p^4 + K_3 p^3 + K_2 p^2 + K_1 p + K_0) \bar{\mu} &= \\
 (R_4 p^4 + R_3 p^3 + R_2 p^2 + R_1 p + R_0) \frac{w_0}{p}
 \end{aligned}$$

où: $\bar{u}$ = transformée de Laplace de l'écart relatif de vitesse de la turbine

w_0 = intensité du saut de puissance à fournir au réseau électrique lors d'une perturbation.

Dans cette équation K et R ont été substituées aux constantes a et b. Les constantes "K" ont déjà été définies dans le chapitre cinquième en fonction de λ_1 et μ_1 . Nous déterminerons donc maintenant les expressions des constantes "R" selon les valeurs de B_1, C_1, B_2, C_2 , qui apparaissent dans le deuxième membre de l'équation de réglage, telle qu'elle figure dans le chapitre cinquième.

Nous trouvons en classant par ordre décroissant de "p":

$$R_4 = k_1 b_1 k_2 b_2$$

$$R_3 = \frac{k_2 b_2}{\theta_1} (b_1 m_1 \mu_1 + k_1) + \frac{k_1 b_1}{\theta_2} (b_2 m_2 \mu_2 + k_2)$$

$$R_2 = \frac{k_2 b_2}{\theta_1^2} m_1 \mu_1 + \frac{(b_1 m_1 \mu_1 + k_1)}{\theta_1} \frac{(b_2 m_2 \mu_2 + k_2)}{\theta_2} + \frac{k_1 b_1}{\theta_2^2} m_2 \mu_2$$

$$R_1 = \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2 \theta_2} (b_2 m_2 \mu_2 + k_2) + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2 \theta_1} (b_1 m_1 \mu_1 + k_1)$$

$$R_0 = \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

Soit, comme auparavant, en définissant les constantes en fonction de λ_1 et μ_1 .

<< R_4 >> devient:

$$R_4 = R_{41}(\lambda_1) + R_{42}$$

où: $R_{41} = b_1 b_2 k_2 m_1$

$$R_{42} = b_1 b_2 k_2 \frac{\theta_1}{\tau_1}$$

<< R_3 >> devient:

$$R_3 = R_{31}(\lambda_1) + R_{32}(\mu_1) + R_{33}$$

où: $R_{301} = \frac{k_2 b_2}{\theta_1} + \frac{b_1 b_2 m_2 \mu_2}{\theta_2} + \frac{b_1 k_2}{\theta_2}$

$$R_{31} = m_1 (R_{301})$$

$$R_{32} = \frac{m_1 b_1}{\theta_1} k_2 b_2$$

$$R_{33} = \frac{\theta_1}{\tau_1} (R_{301})$$

<< R₂ >> devient :

$$R_2 = R_{21} (\lambda_1) + R_{22} (\mu_1) + R_{23}$$

$$\text{où: } R_{201} = \frac{b_2 m_2 \mu_2 + k_2}{\theta_1 \theta_2}$$

$$R_{202} = \frac{b_1 m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$R_{203} = \frac{k_2 b_2 m_1}{\theta_1^2}$$

$$R_{21} = m_1 (R_{201} + R_{202})$$

$$R_{22} = R_{203} + b_1 m_1 (R_{202})$$

$$R_{23} = \frac{\theta_1}{\tau_1} (R_{201} + R_{202})$$

<< R₁ >> devient :

$$R_1 = R_{11} (\lambda_1) + R_{12} (\mu_1) + R_{13}$$

$$\text{où: } R_{101} = m_1 \frac{(b_2 m_2 \mu_2 + k_2)}{\theta_1^2 \theta_2}$$

$$R_{102} = \frac{m_2 \mu_2}{\theta_1 \theta_2^2}$$

$$R_{11} = (R_{102}) m_1$$

$$R_{12} = R_{101} + b_1 m_1 (R_{102})$$

$$R_{13} = (R_{102}) \frac{\theta_1}{\tau_1}$$

<< R₀ >> devient :

$$R_0 = R_{01} (\mu_1)$$

$$\text{où: } R_{01} = \frac{m_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

Dans la première étape du calcul de l'intégrale I nous obtenons les cinq (n = 5) équations simultanées suivantes:

$$+ K_0 y_0 - K_2 y_1 + K_4 y_2 = K_1$$

$$+ K_1 y_1 - K_3 y_2 + K_5 y_3 = K_0$$

$$- K_0 y_1 + K_2 y_2 - K_4 y_3 = 0$$

$$- K_1 y_2 + K_3 y_3 - K_5 y_4 = 0$$

$$+ K_0 y_2 - K_2 y_3 + K_4 y_4 = 0$$

Dans la seconde étape nous formons les facteurs en R^* suivants:

$$R_0^* = R_0^2$$

$$R_1^* = R_1^2 - 2 R_0 R_2$$

$$R_2^* = R_2^2 - 2 R_1 R_3 + 2 R_0 R_4$$

$$R_3^* = R_3^2 - 2 R_2 R_4$$

$$R_4^* = R_4^2$$

La valeur de l'intégrale I , ou plutôt de $\frac{I}{w_0^2}$ (I étant proportionnel à w_0 , I est par conséquent à w_0^2), nous est donnée par l'expression suivante:

$$\frac{I}{w_0^2} = \frac{1}{2 K_0^2} (R_0^* y_0 + R_1^* y_1 + R_2^* y_2 + R_3^* y_3 + R_4^* y_4 - 2 R_0 R_1)$$

La valeur minimum de I/w_0^2 correspond grosso modo aux paramètres optimisés, λ_1 et μ_1 .

CHAPITRE VIII

COURBE DE REPONSE IMPULSIONNELLE

8-1: Choix d'une méthode de résolution de l'équation différentielle

La méthode de détermination de la zone de stabilité étant connue et le critère d'optimisation des paramètres de réglage λ et μ étant fixé, nous devons pour compléter cette étude choisir une méthode qui nous permette de trouver la courbe de réponse impulsionnelle du système. La courbe de réponse nous permet de chiffrer l'écart maximum de la grandeur réglée (la vitesse de la turbine), correspondant à une variation relative connue de la puissance du réseau " w_0 ". Pour chacun des différents cas qu'on veut envisager, les paramètres du régulateur restent constants; donc les coefficients en K et en R demeurent aussi constants.

Considérons l'équation de réglage en variables de Laplace:

$$\bar{u} \left[K_0 + K_1 p + \dots + K_4 p^4 + K_5 p^5 \right] = \frac{w_0}{p} \left[R_0 + R_1 p + \dots + R_4 p^4 \right]$$

Pour construire la courbe de réponse, il faut calculer " u " en fonction de t pendant le temps qui suit la perturbation. En fait, il est plus intéressant de calculer u/w_0 en fonction de t . La connaissance de $(u/w_0)_{\max}$ donne directement l'écart maximum de fréquence relatif $\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n}$ correspondant à une variation de puissance relative $\frac{\Delta W}{W_n}$.

Nous avons choisi, pour résoudre l'équation différentielle de notre système, une méthode numérique par itérations due à "Milne" (21). Cette méthode nous permet de calculer pas à pas un nombre suffisamment grand de points de la courbe $u = f(t)$ pour construire correctement cette courbe. Elle est une amélioration de la méthode de Taylor, qui, utilisant les dérivées de la fonction jusqu'à l'ordre 3, donne une précision d'ordre 6.

Il existe d'autres méthodes intéressantes pour résoudre un tel système, mais la facilité qui nous a été donnée d'adapter la méthode de Milne sur le calculateur numérique mis à notre disposition, nous l'a fait préférer à ces autres méthodes.

Calculons d'abord " u " et ses dérivées à l'instant initial $t_0 = 0$, au moment où le régulateur détecte la perturbation de puissance.

8-2: Calcul de " u " et de ses dérivées au temps initial t_0

Considérons une équation différentielle de n° ordre, linéaire, à coefficients constants et avec un second membre égal à une constante.

$$K_n \frac{d^n u}{dt^n} + K_{n-1} \frac{du^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + K_1 \frac{du}{dt} + K_0 u = C$$

u étant une fonction de la seule variable t .

Si on applique la transformation de Laplace à cette équation; ce qui revient à la multiplier par e^{-pt} et à l'intégrer de 0 à ∞ , on trouve:

$$(34) \quad \varnothing(p) \int_0^{\infty} e^{-pt} u \, dt = K_n \left(p^{n-1} u_0 + p^{n-2} u_0^{(1)} \dots + p u_0^{(n-2)} + u_0^{(n-1)} \right) \\ + K_{n-1} \left(p^{n-2} u_0 + \dots + p u_0^{(n-3)} + u_0^{(n-2)} \right) \\ \dots \dots \dots \\ + K_2 \left(p u_0 + u_0^{(1)} \right) \\ + K_1 u_0 \\ + \int_0^{\infty} e^{-pt} c \, dt$$

où: $u_0, u_0^{(1)}, u_0^{(2)}, u_0^{(3)} \dots u_0^{(n-1)}$, sont respectivement

$u, \frac{du}{dt}, \frac{d^2u}{dt^2}, \frac{d^3u}{dt^3} \dots \frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}}$ à l'instant initial t_0 .

Pour $n = 5$ on trouve finalement:

$$\bar{u} \left[K_5 p^5 + \dots + K_1 p + K_0 \right] = K_1 u_0 + K_2 \left(p u_0 + u_0^{(1)} \right) \\ + K_3 \left(p^2 u_0 + p u_0^{(1)} + u_0^{(2)} \right) + K_4 \left(p^3 u_0 + p^2 u_0^{(1)} + p u_0^{(2)} + u_0^{(3)} \right) \\ + K_5 \left(p^4 u_0 + p^3 u_0^{(1)} + p^2 u_0^{(2)} + p u_0^{(3)} + u_0^{(4)} \right) + \frac{c}{p}$$

Or le premier membre de cette expression est identique au premier membre de notre équation de réglage; nous pouvons donc écrire:

$$K_1 u_0 + K_2 \left(p u_0 + u_0^{(1)} \right) + \dots + K_5 \left(p^4 u_0 + \dots + u_0^{(4)} \right) + \frac{c}{p} = \\ \frac{w_0}{p} (R_0 + R_1 p + \dots + R_4 p^4)$$

On égale les coefficients de même puissance de "p" dans les deux membres de cette identité et on obtient alors un système à 6 équations dont la résolution nous donne la valeur de c , de u et de ses quatre premières dérivées à l'instant initial t_0 .

$$K_1 u_0 + K_2 u_0^{(1)} + K_3 u_0^{(2)} + K_4 u_0^{(3)} + K_5 u_0^{(4)} = R_1 w_0 \\ K_2 u_0 + K_3 u_0^{(1)} + K_4 u_0^{(2)} + K_5 u_0^{(3)} = R_2 w_0 \\ K_3 u_0 + K_4 u_0^{(1)} + K_5 u_0^{(2)} = R_3 w_0$$

$$\begin{aligned}
 K_4 u_0 + K_5 u_0^{(1)} &= R_4 w_0 \\
 K_5 u_0 &= 0 \\
 C &= R_0 w_0
 \end{aligned}$$

Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédent, la variation relative de puissance sera considérée comme un saut unitaire qui survient au temps t_0 ; donc en faisant $w_0 = 1$, échelon unité, la courbe de réponse obtenue sera donnée pour u/w_0 .

Nous obtenons finalement les conditions initiales suivantes:

$$\begin{aligned}
 u_0 &= 0 \\
 u_0^{(1)} &= R_4/K_5 \\
 u_0^{(2)} &= \frac{R_3}{K_5} - \frac{K_4 R_4}{K_5^2} \\
 u_0^{(3)} &= \frac{R_2}{K_5} - \frac{(R_3 K_4 + R_4 K_3)}{K_5^2} + \frac{R_4 K_4^2}{K_5^3} \\
 u_0^{(4)} &= \frac{R_1}{K_5} - \frac{(R_2 K_4 + R_3 K_3 + R_4 K_2)}{K_5^2} \\
 &\quad + \frac{K_4 (R_3 K_4 + 2 R_4 K_3)}{K_5^3} - \frac{R_4 K_4^3}{K_5^4}
 \end{aligned}$$

8-3: Exposé de la méthode de Milne

Connaissant les conditions initiales, nous appliquons une méthode aux différences finies, la méthode de Milne, pour trouver la courbe de réponse. Elle consiste à calculer pas à pas un grand nombre de points en prenant un intervalle de temps Δt choisi à l'avance. Ce pas de temps peut être augmenté ou diminué en fonction des écarts entre les points ou suivant le nombre des itérations.

Le calcul de la fonction et de ses dérivées se fait au moyen des trois formules suivantes en prenant les temps $t_1 = t_0 + \Delta t$, puis $t_2 = t_1 + \Delta t$, etc...

(1) L'équation de Taylor limitée à quatre termes pour le calcul du premier point

$$u_1 = u_0 + \Delta t u_0^{(1)} + \frac{\Delta t^2}{2!} u_0^{(2)} + \frac{\Delta t^3}{3!} u_0^{(3)} + \frac{\Delta t^4}{4!} u_0^{(4)}$$

On calcule alors les dérivées successives u' , u'' , u''' ; puis on applique les formules de MILNE (21) :

(2) la formule d'itération:

$$u_1 = u_0 + \frac{\Delta t}{2} \left(u_1^{(1)} + u_0^{(1)} \right) - \frac{\Delta t^2}{10} \left(u_1^{(2)} - u_0^{(2)} \right) + \frac{\Delta t^3}{120} \left(u_1^{(3)} - u_0^{(3)} \right)$$

(3) la formule de première approximation:

$$u_2 = 2 u_1 - u_0 + 7 \Delta t \left(u_1^{(1)} - u_0^{(1)} \right) - 3 \Delta t^2 \left(u_1^{(2)} + u_0^{(2)} \right) + \frac{\Delta t^3}{12} \left(11 u_1^{(3)} - 5 u_0^{(3)} \right)$$

pour le point suivant.

Dans ces formules l'exposant de u représente l'ordre de la dérivée de u . Les indices 0, 1, 2, indiquent à quel temps sont calculées ces dérivées.

Pour le calcul des dérivées supérieures on utilise l'équation différentielle:

$$(4) \quad K_5 u^{(5)} + K_4 u^{(4)} + \dots + K_1 u^{(1)} + K_0 u = R_0$$

dont l'équation fondamentale est la transformée de Laplace.

Comme notre système de régulation est à "statisme permanent", nous avons une équation différentielle avec second membre constant. Pour $t \rightarrow \infty$ la fonction de u tend vers R_0/K_0 . Ce cas correspond physiquement à une courbe de réponse qui s'amortit à une valeur finie, inférieure à u_0 pour une variation positive de w_0 et supérieure à u_0 pour une valeur négative de w_0 . Comme nous l'avons signalé, les groupes à statisme permanent tournent moins vite sous forte charge que sous faible charge.

L'équation (4) nous donne:

$$u^{(5)} = \frac{(R_0 - K_0 u - K_1 u^{(1)} - K_2 u^{(2)} - K_3 u^{(3)} - K_4 u^{(4)})}{K_5}$$

et par dérivation successive les dérivées supérieures d'ordre 6 et 7.

Voici schématiquement le processus de calcul:

- a) Les valeurs approchées de u et de ses dérivées sont calculées au moyen de la formule (1) (pour le premier point) et (3) pour les autres points.
- b) Ces valeurs sont introduites dans la formule (2) qui donne les valeurs améliorées de u et de ses dérivées.
- c) Si ces valeurs améliorées sont assez différentes des premières valeurs, le calcul est recommencé avec ces nouvelles valeurs.

- d) Ce procédé est appliqué jusqu'à un écart minimum (la précision) entre les deux valeurs; puis on passe à la dérivée suivante.
 - e) Pour éviter les erreurs dues à un Δt trop grand ou pour diminuer le temps de calcul, l'intervalle de temps peut être divisé ou multiplié par deux en cours de calcul.
-

Nous avons exposé dans cette deuxième partie une méthode mathématique, applicable à des calculs sur ordinateur numérique, qui permet d'étudier la stabilité et la qualité du réglage de vitesse des turbines hydrauliques fonctionnant en parallèle sur un même réseau. Nous avons limité la démonstration au couplage de deux turbines de caractéristiques différentes. Nous allons dans une troisième partie appliquer cette méthode à un cas pratique, et nous essayerons ensuite de tirer quelques conclusions plus générales sur la marche en parallèle.

TROISIEME PARTIE

STABILITE ET QUALITE DU REGLAGE D'UN GROUPE "BULBE" FONCTIONNANT EN PARALLELE AVEC DES GROUPES DE CARACTERISTIQUES DIFFERENTES

CHAPITRE IX

CAS ETUDIES ET CHOIX DES PARAMETRES

9-1: But de cette étude pratique

Comme application pratique à notre étude du réglage de vitesse de deux groupes différents couplés en parallèle sur un même réseau isolé, nous avons choisi de regarder la stabilité d'un groupe "Bulbe" (à la rigueur une centrale) fonctionnant en interconnexion avec un groupe (ou centrale) de même puissance nominale mais de caractéristiques différentes et réputé "plus stable".

Connaissant les performances du groupe "Bulbe" en marche isolée, nous voulons voir si son comportement au point de vue stabilité se trouve amélioré (et de quelle façon) par le couplage d'un autre groupe possédant de meilleures qualités de réglage.

Dans un premier cas ce groupe sera une turbine Francis de chute moyenne, d'un n_s d'environ 250 et pour lequel le coup de bélier "de masse" est applicable.

Le deuxième cas de couplage se fera au moyen d'une turbine Kaplan classique, dont nous possédons également les performances en marche isolée.

Ce sont les deux types de couplage les plus susceptibles d'être rencontrés et correspondant le mieux à des cas réels.

9-2: Caractéristiques du groupe Francis choisi

Deux groupes d'une puissance de 26600 cv chacun sont alimentés sous 92 m. de chute par une conduite de 225 m. de long et de 3,30 m. de diamètre. Le débit maximum par groupe compte tenu des pertes est de $23,5 \text{ m}^3/\text{s}$. Chaque groupe tourne à une vitesse de 428 t/min. et possède une inertie de 270 tonnes- m^2 . Le n_s dans ces conditions de 245. On vérifie que le p de la conduite est supérieur à 1.5 de sorte que l'on puisse négliger les phénomènes élastiques comme l'indique notre hypothèse du début (chap. III, partie 4).

$$\rho = \frac{1000 \times 2 \times 23,5}{2 \times 9,81 \times 92 \times \frac{\pi}{4} (3,3)^2} = 3,2$$

On calcule alors le temps de lancer du groupe et de la conduite :

$$\tau = \frac{270 \times (428,6)^2}{270 \times 26600} = 7 \text{ sec.}$$

La vitesse de l'eau dans la conduite principale étant de 5,56 m/s on calcule le temps de lancer de la conduite :

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{225 \times 5,56}{9,81 \times 92} \quad (\text{conduite principale}) \\ &+ \frac{15 \times 4,12}{9,81 \times 92} \quad (\text{culotte et conduite secondaire}) \\ &+ \frac{5,4 \times 9,25}{9,81 \times 92} \quad (\text{bache et aspirateur}) \\ \theta &= 1,5 \text{ sec.} \end{aligned}$$

Le calcul de $M = 10,7$ et de $N = 74$ nous donne un point de fonctionnement situé près du coeur de la colline avec un rendement de 89%. L'ouverture du vannage d'angle $\beta = 32^\circ 30'$ correspond à une ouverture de 70% (Fig. 4).

On peut alors calculer sur la colline les caractéristiques du point de fonctionnement.

$$\delta = \frac{N}{2M} \left(\frac{\partial M}{\partial N} \right)_Y = \frac{74}{2 \times 10,7} \quad (0) = 0$$

La tang. de la courbe Y dans la partie inférieure ≈ 0

$$\zeta = \frac{N}{2\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N} \right)_Y = \frac{74}{2 \times 0,89} \quad (0) = 0$$

La tang. de la courbe y dans la partie supérieure ≈ 0

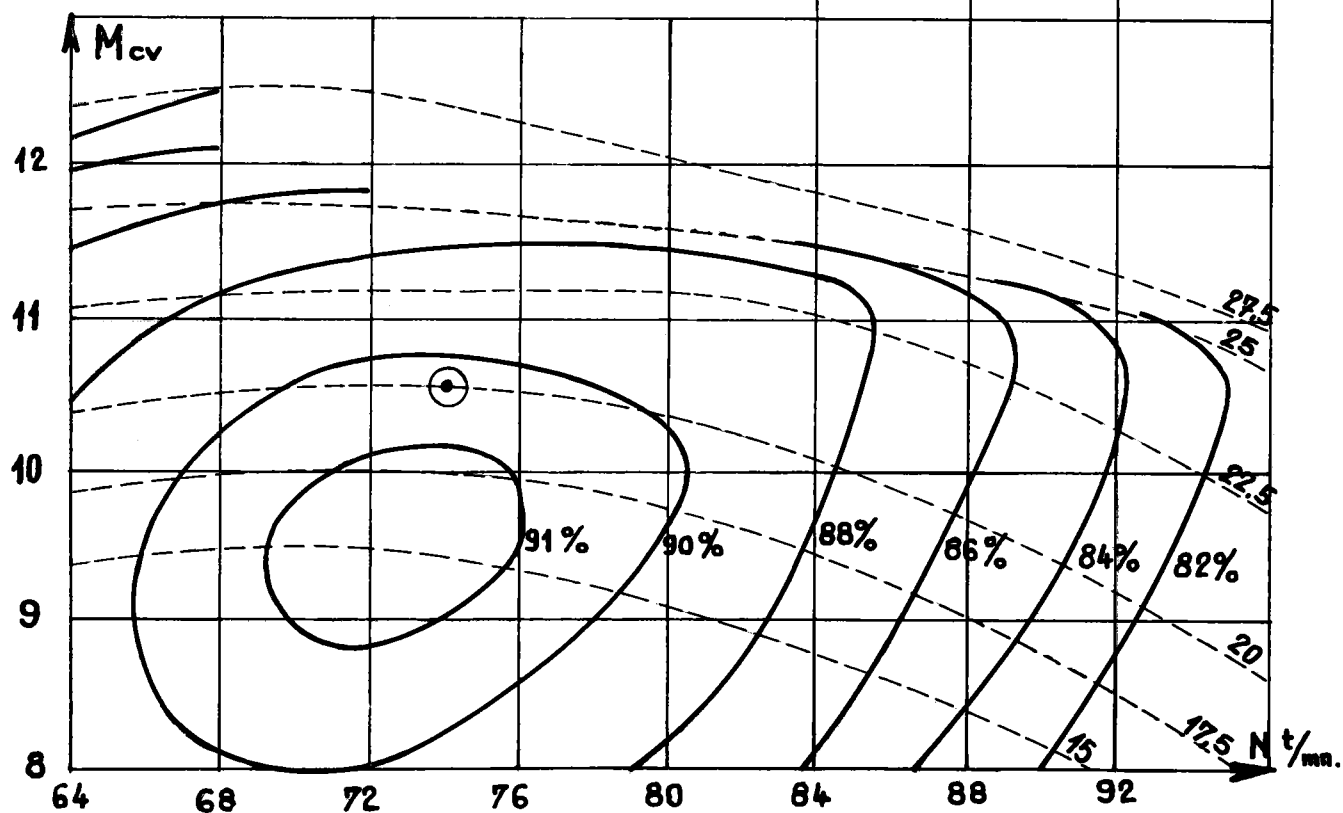
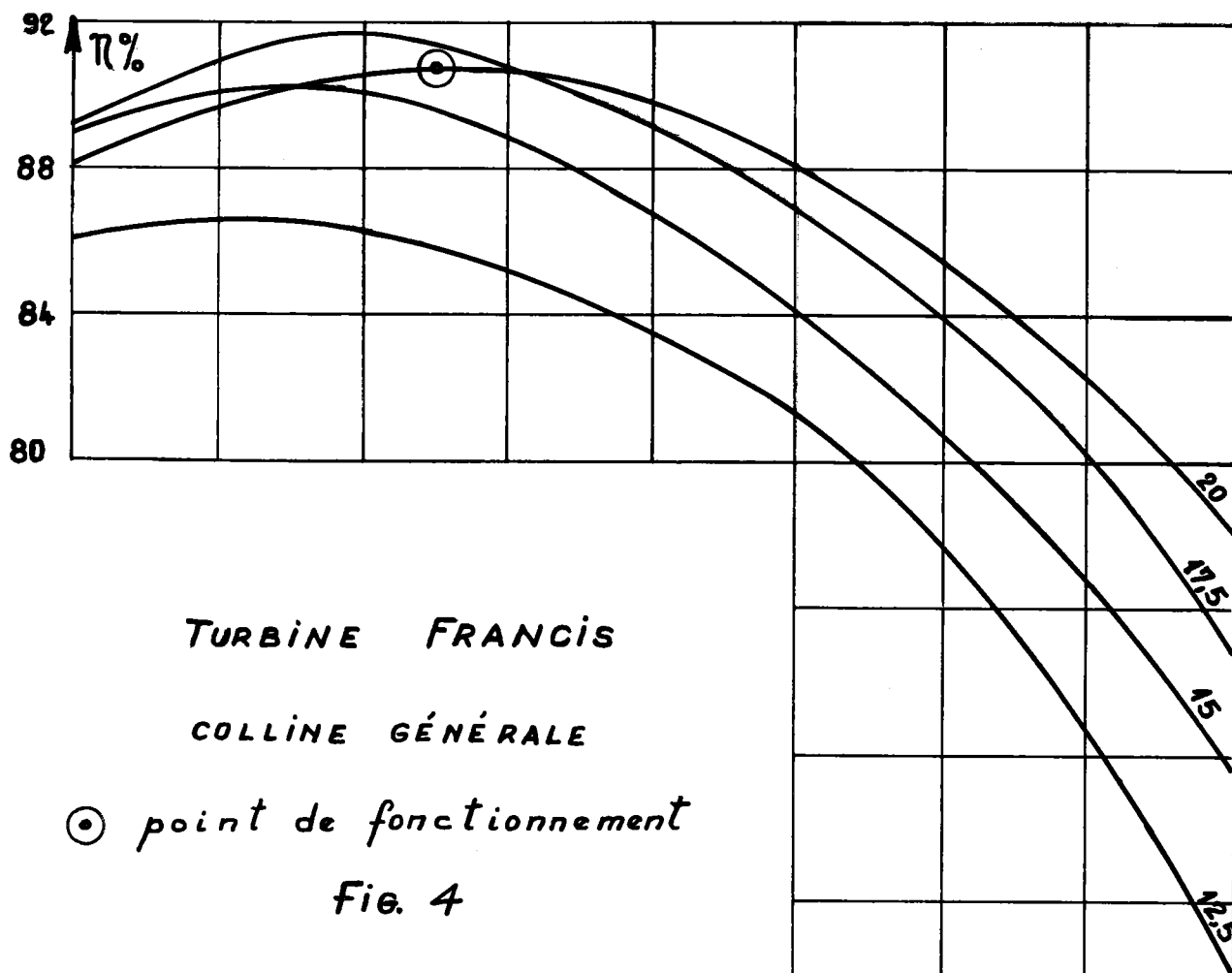
$$\epsilon = \frac{Y}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial Y} \right)_N = \frac{20}{10,5} \quad (0,5) \approx 1$$

évalué sur une verticale dans la partie inférieure.

$$\beta = \frac{Y}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y} \right)_N = \frac{20}{0,89} \quad (0) = 0$$

évalué sur une verticale dans la partie supérieure.

Nous avons un peu schématisé le fonctionnement du groupe Francis et ne prendrons que ce seul point sur la colline; le but de l'étude étant de voir davantage le comportement du groupe "Bulbe".



9-3: Caractéristiques du groupe Kaplan choisi:

Les groupes font 26800 cv sous 7,75 m. pour un débit de 318 m³/sec. La vitesse de rotation est de 75 t/min. et le PD² de 9300 tonnes-m². La quantité ΣLV a été évaluée à 235. Le n_s fait 950 et la valeur de ρ est supérieure à 4. On calcule les temps de lancer de la façon suivante:

$$\tau = \frac{9300 \times (75)^2}{270 \times 26800} = 8,0 \text{ sec.}$$

$$\theta = \frac{235}{9,81 \times 7,75} = 3,1 \text{ sec.}$$

Les valeurs de $N = 191$ et de $M = 24,6$ donnent sur la colline un point de fonctionnement d'ouverture de pales $i = 25^\circ$ et d'ouverture du distributeur évaluée à 129. Pour ce point, le rendement est de 81% (Fig. 5). Les caractéristiques du point sur la colline partielle prennent les valeurs suivantes:

$$\delta = 0,14$$

$$\epsilon = 0,70$$

$$\zeta = -0,25$$

$$\beta = 0$$

Comme pour le groupe Francis c'est le seul point de fonctionnement que nous considérerons.

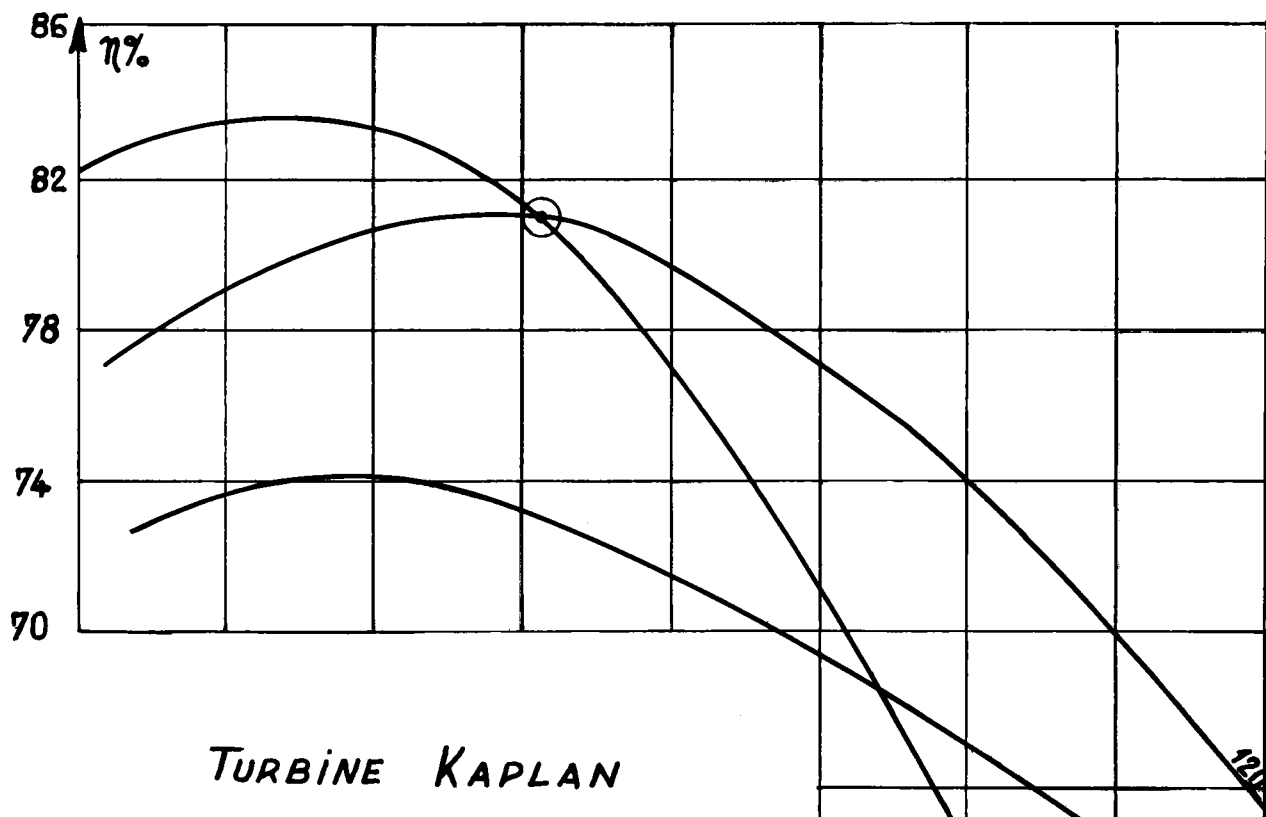
9-4: Caractéristiques du groupe Bulbe choisi

Chaque turbine d'une puissance nominale de 27400 cv sous 7,90 m. a été conçue pour fonctionner entre 12 et 3,50 m. de chute. Le groupe tourne à une vitesse de 88 t/min. et possède un PD² de 1500 t-m². La quantité ΣLV est égale à 0,90 fois le débit. Le diamètre de sortie de la roue est de 6,5 m.

La colline générale et les collines partielles nous ont permis de préciser cinq points de fonctionnement s'étageant entre la chute maximum et la chute minimum et couvrant à peu près le domaine normal d'exploitation de ces groupes. La détermination des caractéristiques de chaque point s'est faite de la façon suivante:

- 1^o: On choisit sur la colline générale d'essai un point qui corresponde à une valeur de i donnée et à une chute déterminée en se plaçant le plus près d'une ligne d'ouverture Y (Fig. 6).
- 2^o: Les valeurs de N et de M sont alors fixées et on calcule la puissance, le débit et le n_s .
- 3^o: Les temps de lancer de la conduite et du groupe se déduisent alors facilement:

$$\tau = \frac{1500 \times (88)^2}{270 \times P_{cv}}$$

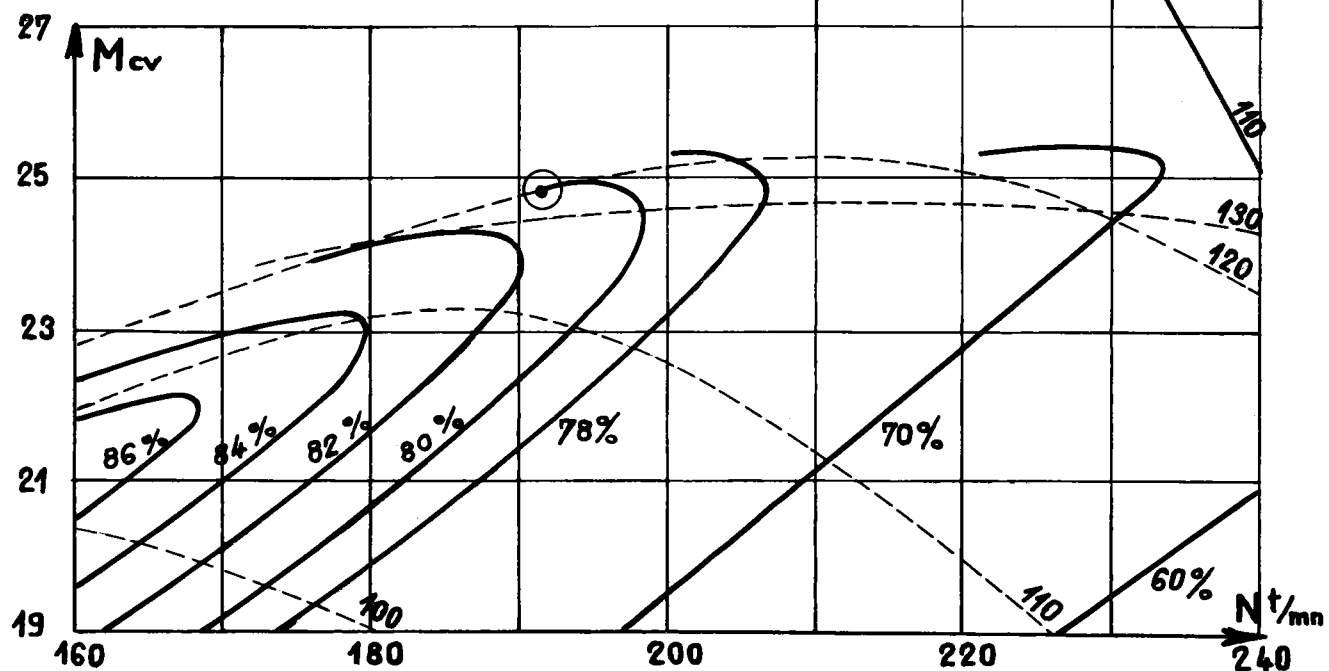


TURBINE KAPLAN

COLLINE PARTIELLE $i = 25^\circ$

⊙ point de fonctionnement

Fig. 5

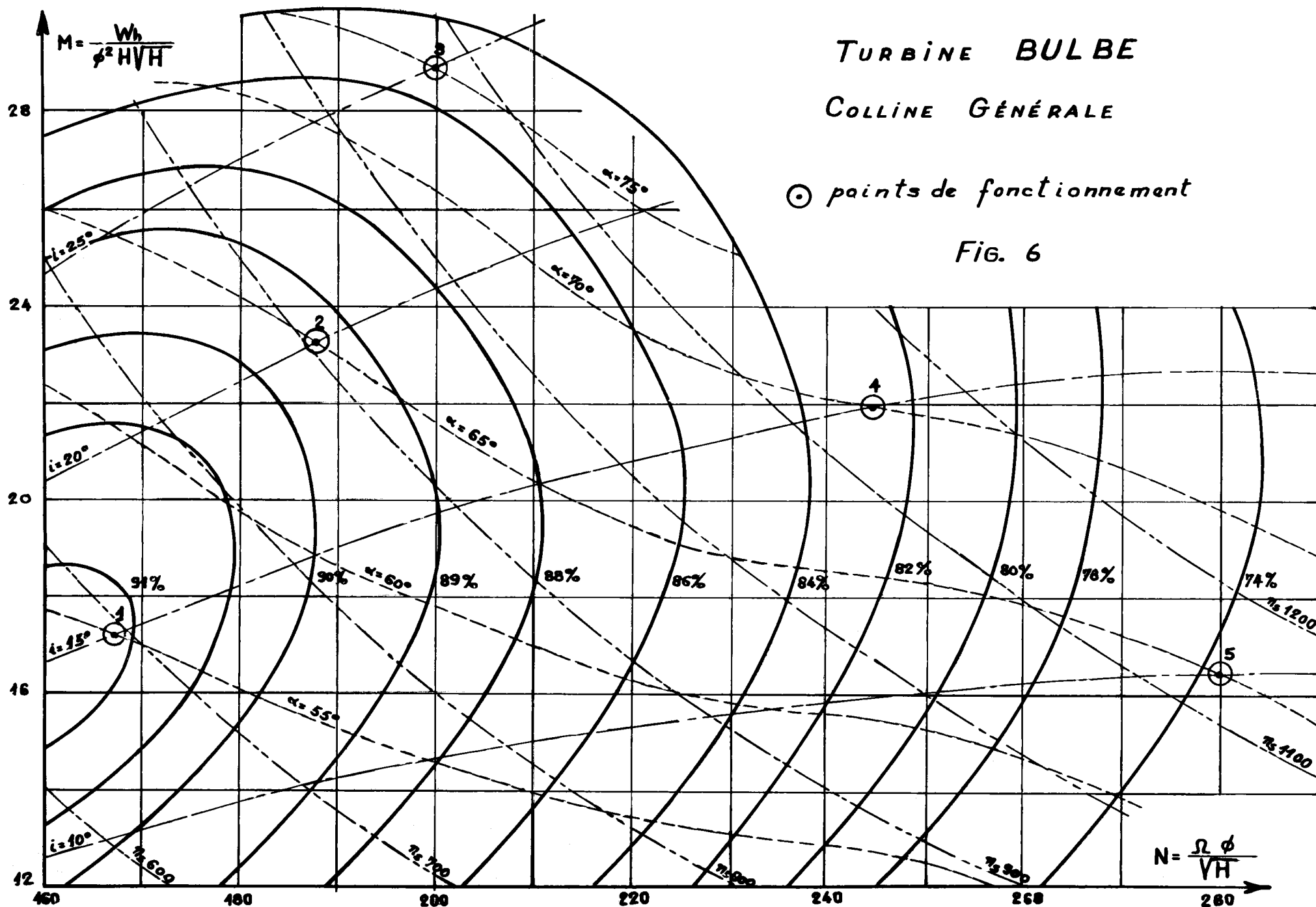


TURBINE BULBE

COLLINE GÉNÉRALE

⊙ points de fonctionnement

FIG. 6



$$\theta = \frac{0,90 \times Q}{9,81 \times H}$$

où:
$$H = \left(\frac{88 \times 6,5}{N} \right)^2$$

$$P_{cv} = (6,5)^2 H^{3/2} M$$

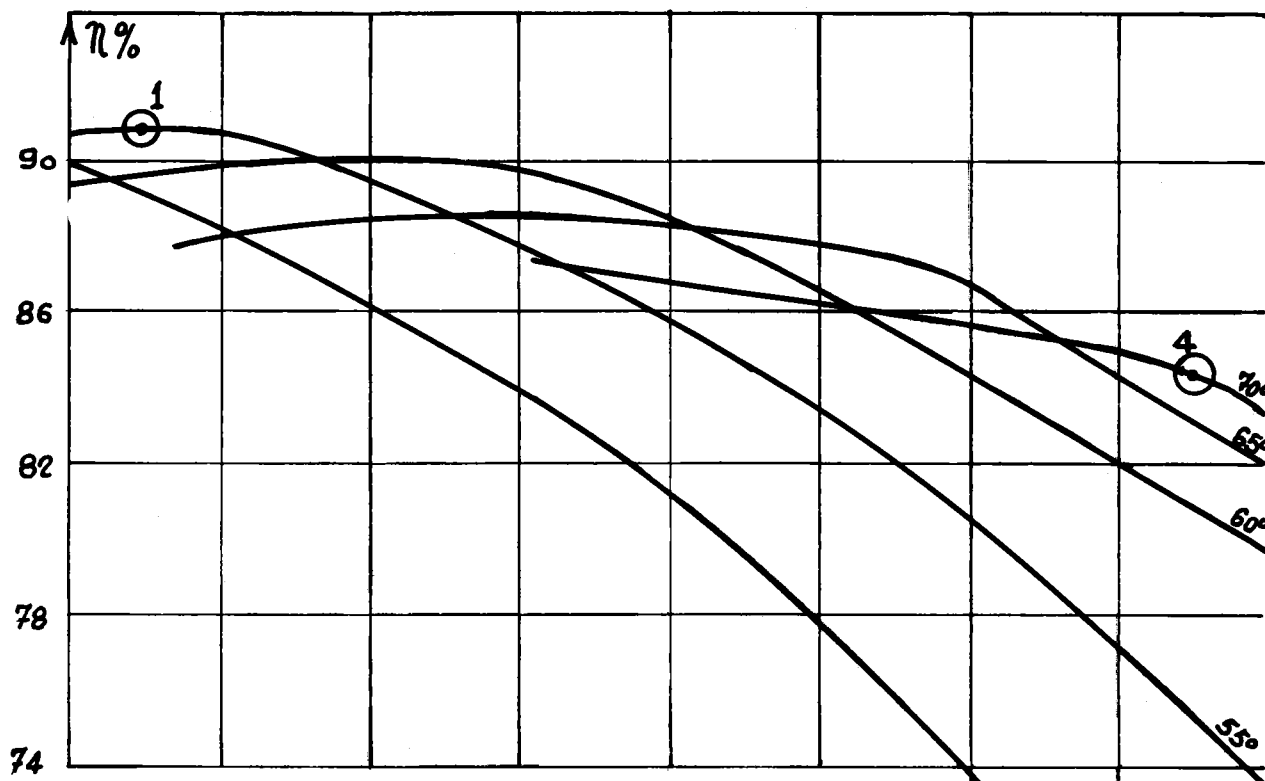
$$Q = (6,5)^2 H^{\frac{1}{2}} Q_{11}$$

40: Les valeurs des caractéristiques δ , ζ , ϵ , β sont ensuite évaluées en chacun des points sur les collines partielles d'ouverture de pales fixes ($i = \text{const.}$) (Fig. 7 à 10). Les chutes choisies sont respectivement de 12 m, 9,5 m, 8 m, 6 m et 4 m. Le dernier point de fonctionnement est peu probable à toute fin pratique mais nous avons quand même tenu à l'étudier du moins en partie pour couvrir toutes les possibilités. Finalement on obtient le tableau suivant:

Groupe "Bulbe": Points choisis sur la colline					
H(m)	12 (1)	9.5 (2)	8 (3)	6 (4)	4 (5)
N (t/m)	165	185	200	235	285
M (cv)	17,0	23,0	28,7	21,5	16,2
i	15°	20°	25°	15°	10°
$\gamma_{ouv.}$	55°	65°	70°	70°	65°
η	90,5%	89,5%	85%	84%	72%
$Q_{11}(\text{m}^3/\text{s})$	1,40	1,94	2,62	1,92	1,67
W (cv)	29800	28800	27900	13400	5400
Q (m ³ /s)	205	254	314	200	141
n_s	700	900	1100	1150	1125
τ (sec.)	1,45	1,5	1,55	3,2	8
θ (sec.)	1,60	2,5	3,60	3,1	3,2
δ	0,23	0,28	0,08	0,16	-0,18
ζ	0,02	0	-0,15	-0,28	-0,56
ϵ	0,50	0,45	0,70	0,45	0,55
β	0	0	0	0	0

TABLEAU 1

POINTS DE FONCTIONNEMENT DU GROUPE "BULBE"



TURBINE BULBE

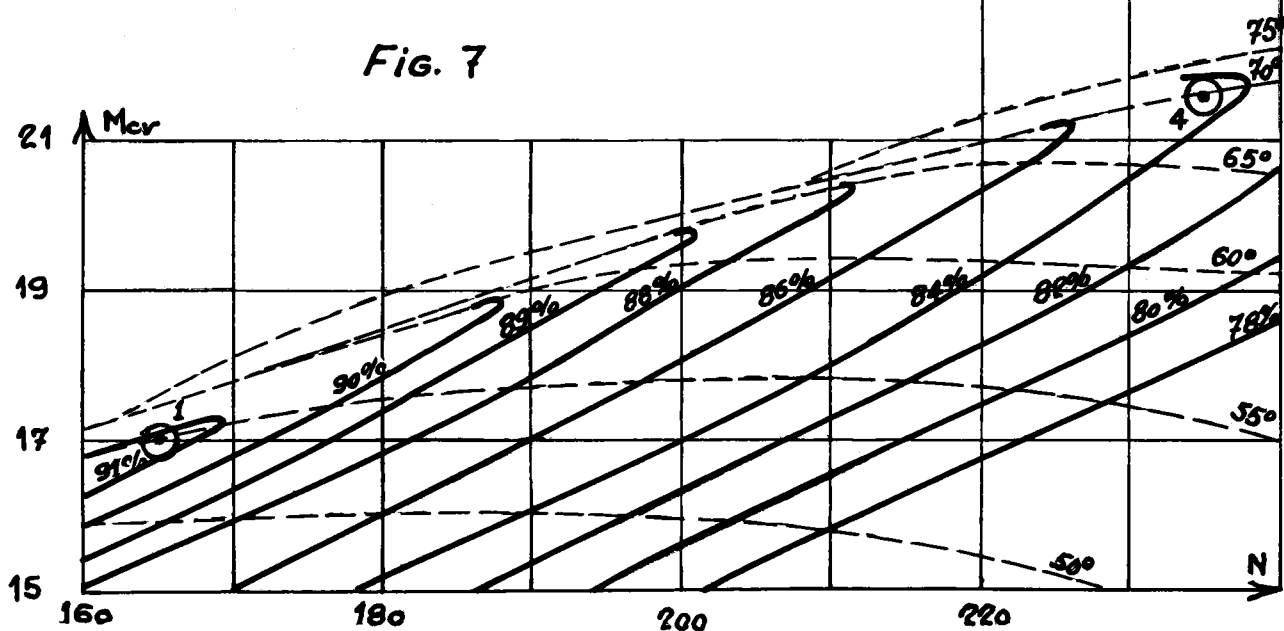
COLLINE PARTIELLE $i = 15^\circ$

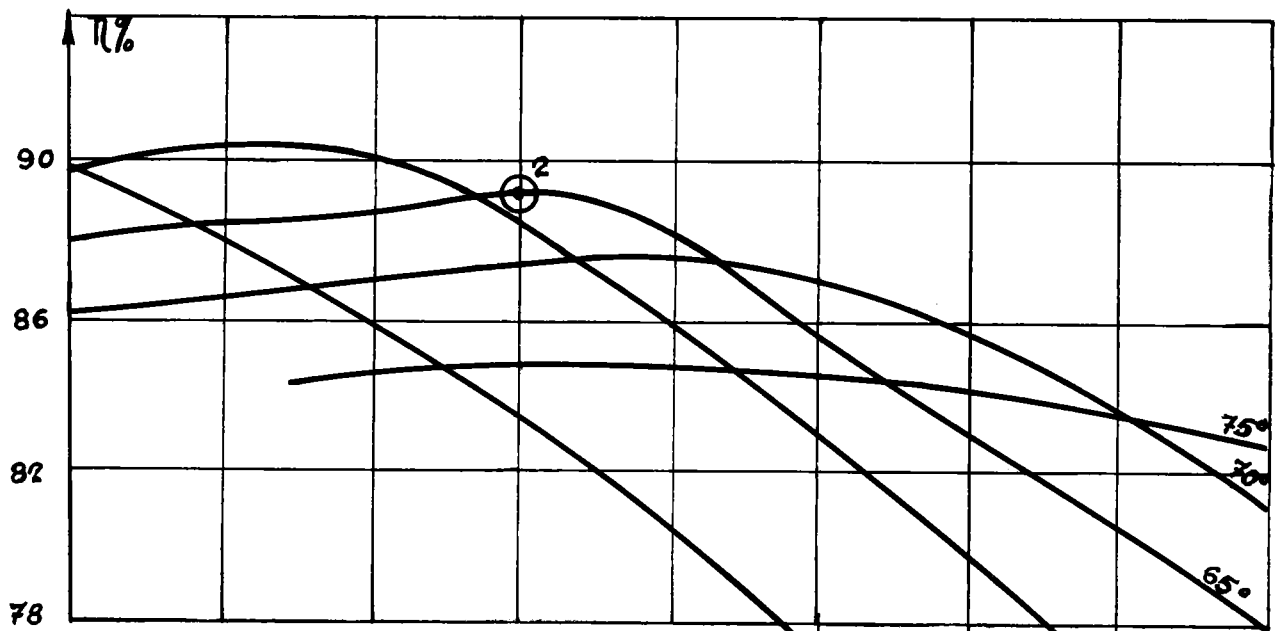
⊙ points de fonctionnements

N°: 1, CHUTE = 12 m.

N°: 4, CHUTE = 6 m.

Fig. 7





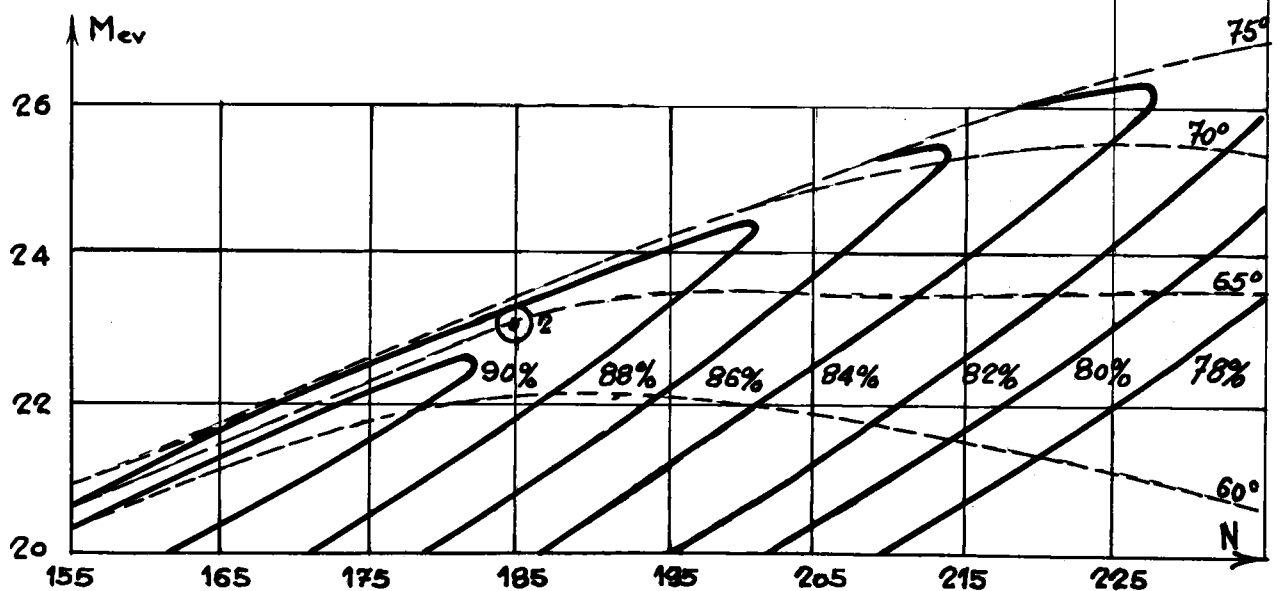
TURBINE BULBE

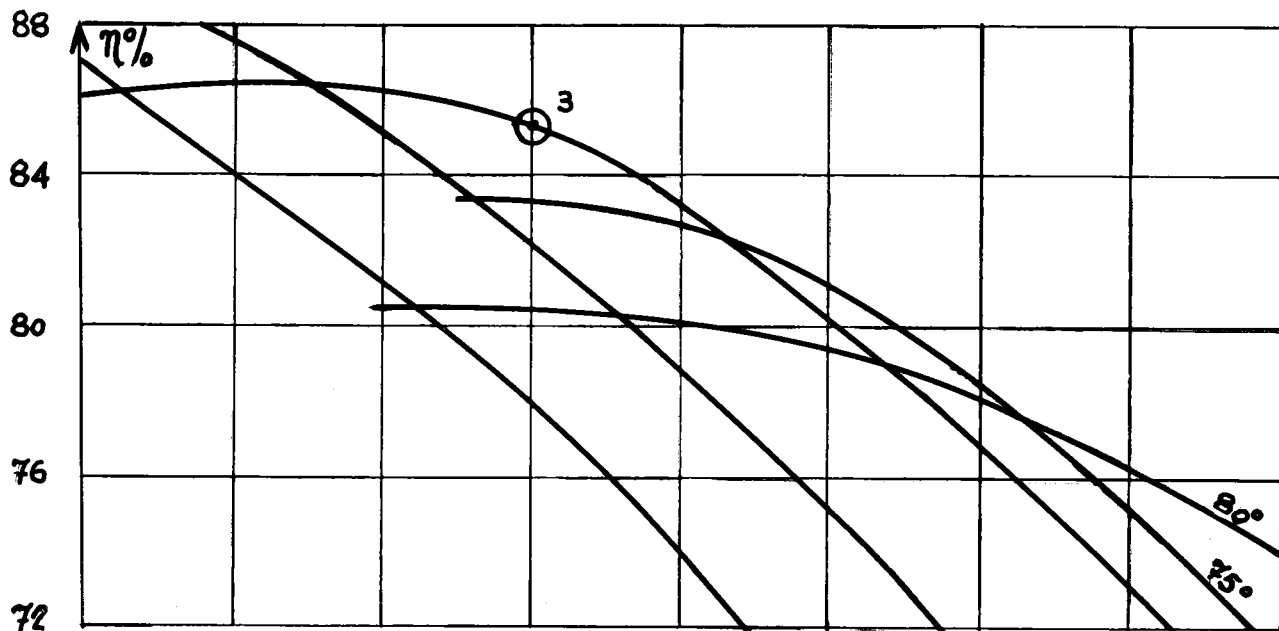
COLLINE PARTIELLE $i = 20^\circ$

⊙ *point de fonctionnement No: 2*

CHUTE = 9,5m.

Fig. 8





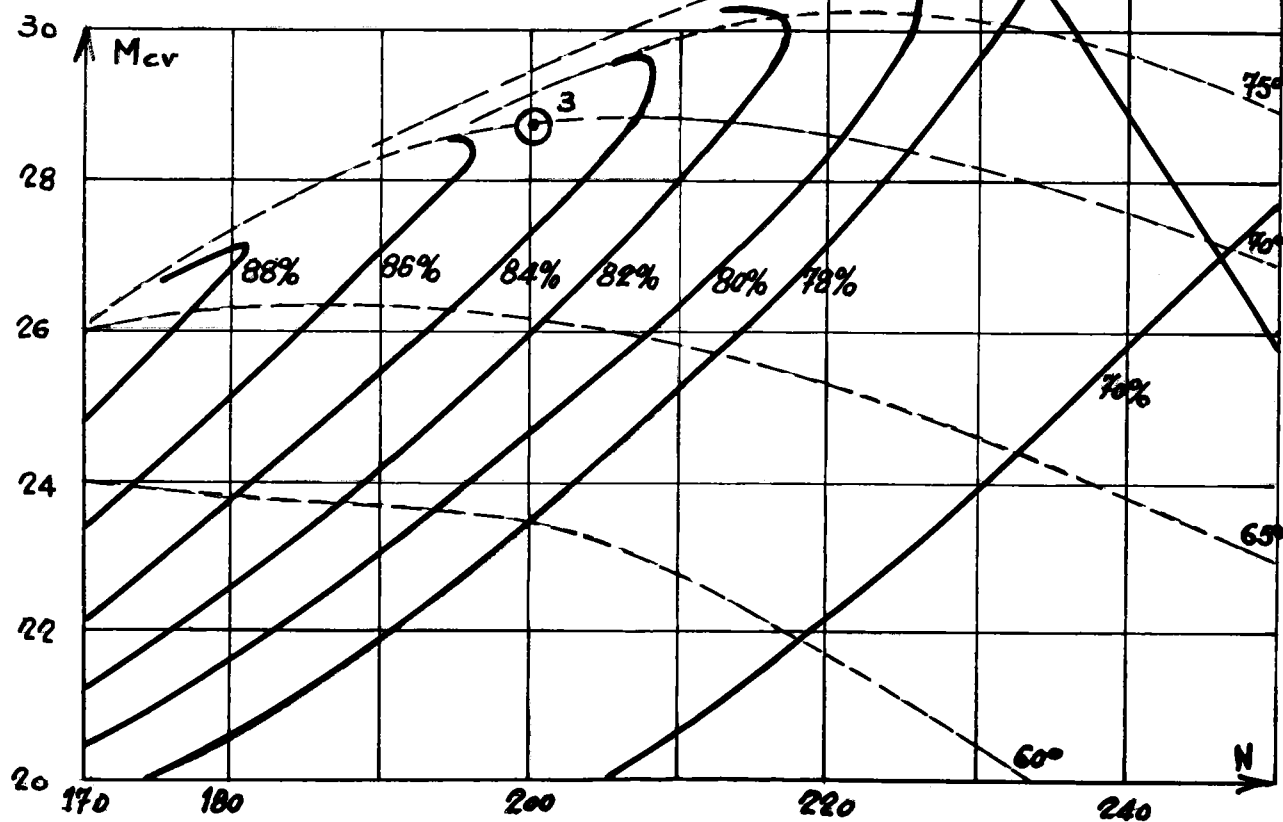
TURBINE BULBE

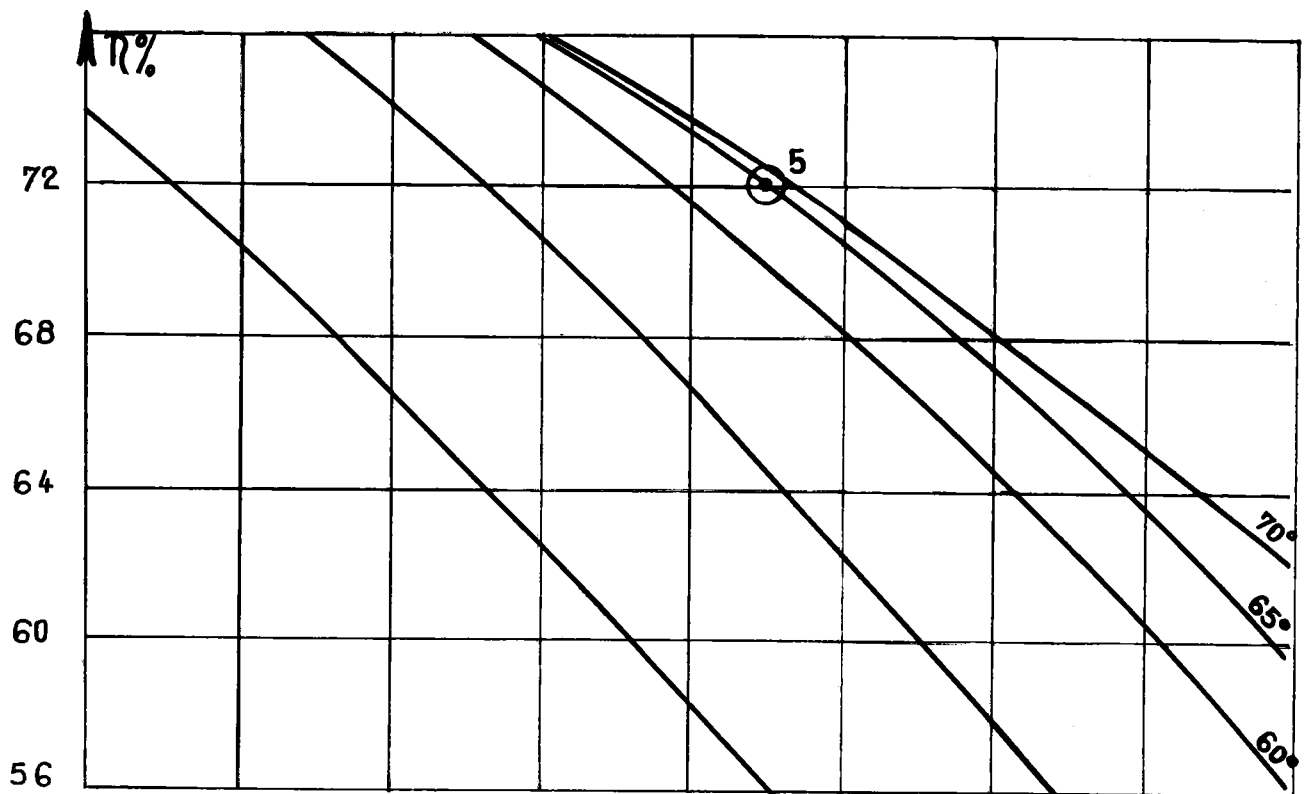
COLLINE PARTIELLE $i = 25^\circ$

⊙ point de fonctionnement N° 3

CHUTE = 8 m.

Fig 9





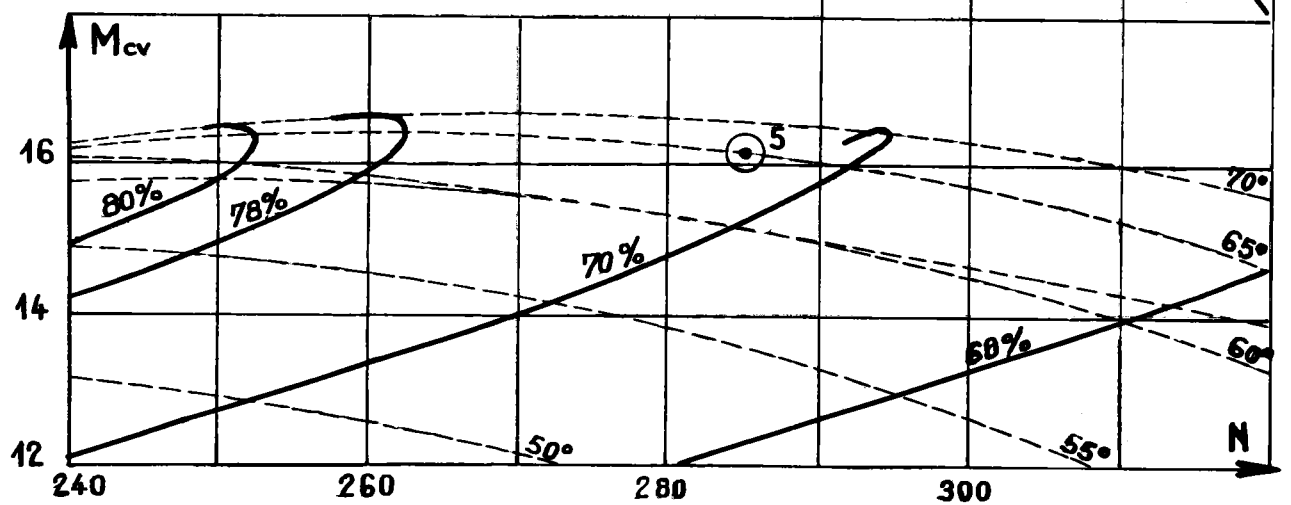
TURBINE BULBE

COLLINE PARTIELLE $i = 10^\circ$

⊙ point de fonctionnement No. 5

CHUTE = 4 m.

Fig. 10



9-5: Liste des cas étudiés et autres caractéristiques

Pour chacun de ces cinq points de fonctionnement, le coefficient d'autorégulation (A) du réseau a été pris égal à 0, 1, 2, successivement et nous avons fait varier la puissance du groupe "Bulbe" par rapport à la puissance totale du réseau en posant: $x_1 = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$.

Nous avons donc étudié 45 cas différents pour chacun des deux couplages choisis: Francis-Bulbe et Kaplan-Bulbe.

Dans la recherche de la zone de stabilité, des essais ont montré que pour définir correctement la courbe (λ, μ) il fallait prendre quelque 400 valeurs de " ω ", comprises entre 10^{-4} et 10. Pour obtenir la zone de stabilité, l'équation de réglage devait donc être résolue $2 \times 45 \times 400 = 36,000$ fois dans cette seule étude.

On voit bien la nécessité de recourir à un ordinateur rapide pour effectuer une telle somme de calculs. En même temps on se rend compte combien l'avènement de cet outil puissant donne à l'ingénieur de nouvelles possibilités.

L'étude du dosage des paramètres du groupe "Bulbe" a été faite en prenant tout d'abord des valeurs approximées pour les paramètres des groupes Francis et Kaplan. En fait, nous avons pris le dosage optimum de chaque turbine, tel que déterminé par la méthode du groupe isolé (1).

Au cours des calculs, nous avons vérifié, en supposant cette fois le groupe "Bulbe" connu, que les nouvelles valeurs du dosage optimum du groupe Kaplan (ou Francis) ne s'écartaient que très peu de celles d'abord introduites dans les calculs.

La liste suivante donne les valeurs approximées des groupes Francis et Kaplan.

Francis:	A = 0	$\lambda = 0,88$	$\mu = 0,18$
	A = 1	$\lambda = 0,90$	$\mu = 0,225$
	A = 2	$\lambda = 0,92$	$\mu = 0,27$
Kaplan:	A = 0	$\lambda = 1,25$	$\mu = 0,24$
	A = 1	$\lambda = 1,30$	$\mu = 0,45$
	A = 2	$\lambda = 1,35$	$\mu = 0,57$

Le statisme permanent " m " a été pris égal à 0,04 pour le Francis et à 0,06 pour le Kaplan et le Bulbe. Ces deux valeurs sont dans la plupart des cas pratiques celles que le chef d'exploitation impose à de tels groupes (11). Nous n'avons pas cru nécessaire pour le but de cette étude de faire varier le statisme permanent d'un groupe autour de la valeur moyenne que nous lui avons donnée.

CHAPITRE X

PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS

10-1: Calculs effectués et présentation des résultats

Pour chacun des deux cas de marche en parallèle "Francis-Bulbe" et "Kaplan-Bulbe", nous avons déterminé par la méthode des séparatrices, exposée au chapitre VI et dont nous avons donné un exemple à la figure 3b, 45 zones de stabilité dans le plan des paramètres de dosage du régulateur du groupe "Bulbe".

En prenant cinq points choisis sur la colline de rendement du Bulbe, nous avons fait varier pour chacun d'eux le coefficient d'autorégulation du réseau ($A = 0, 1, 2$) et la puissance relative des Bulbes par rapport à la puissance totale du réseau ($X_1 = 0,25, 0,50, 0,75$).

Pour alléger la présentation, nous n'avons joint à ce travail que les zones de stabilité déterminées pour des groupes Bulbe ayant même puissance relative par rapport au réseau soit pour $x_1 = 0,50$.

Pour les points de fonctionnement (1) et (3), où nous avons voulu montrer justement l'influence du coefficient X_1 , nous avons présenté cependant toutes les zones de stabilité.

Les figures 11 à 47 montrent les différentes zones de stabilité que nous avons déterminées. Nous avons noté sur ces graphiques les points singuliers: a, b, c, et d, qui représentent assez bien les limites de la zone de stabilité. Un petit tableau donne les valeurs de λ et de μ de chacun de ces points pour les zones de stabilité qui n'apparaissent pas sur ces figures. Pour un cas donné, la courbe ($S_i\alpha$) a la même forme pour $X = 0,50$ (telle qu'illustrée) que pour $X_1 = 0,25$ et $X_1 = 0,75$. Le tableau montre donc ainsi l'influence de X_1 sans qu'il soit nécessaire de montrer toutes les courbes.

A chacun des points singuliers, nous avons joint la valeur de ALFA (α) qui lui est propre et qui correspond physiquement à la fréquence d'oscillation du système, (voir Remarque 1). Les points c et d donnent respectivement la valeur maximum de la promptitude tachymétrique et accélérométrique, compatible avec la stabilité.

Le temps réduit, mis à notre disposition pour des calculs à l'ordinateur, ne nous a pas permis de rechercher le dosage optimum de tous les cas que nous avons étudiés. Nous nous sommes donc limités au calcul de l_{min} pour les cas d'autorégulation $A = 1$, sauf pour le point (3), où nous avons voulu montrer justement l'influence de ce coefficient sur la marche en parallèle.

A l'intérieur du domaine de stabilité de chacun de ces cas, nous avons tracé les courbes d'égale valeur de l (ou plutôt l/w_0^2) et indiqué

finalement le point optimum obtenu par ce critère de l'intégrale du carré de l'écart. Nous avons effectivement vérifié que près de la frontière de stabilité l tendait vers l'infini. Les caractéristiques optimales du régulateur (en l'occurrence le degré de statisme temporaire " σ " et le temps de relaxation du dash-pot " T_r ") furent alors déduits des paramètres de dosage optimisés λ_0 et μ_0 .

Pour chacun des points optimums nous avons ensuite calculé, en admettant une prise de charge en échelon unitaire, les courbes de réponse impulsionnelle de la vitesse (en fait la valeur u/w_0 en fonction du temps) que nous avons représentées par les figures 51 à 60. En plus de nous donner l'écart maximum de fréquence en pourcentage pour une variation de puissance du réseau de 1%, ces courbes nous permettent d'apprécier les qualités d'amortissement et la finesse du réglage. Nous les avons groupées par catégorie pour permettre des comparaisons entre la marche isolée et la marche en parallèle d'une part et entre les deux cas de couplage d'autre part.

Enfin, nous avons joint aux figures des tableaux comparatifs pour nous permettre d'apprécier les différents effets du couplage en parallèle, de la colline de rendements et de l'autorégulation du réseau, sur les diverses caractéristiques du système réglé au mieux. Les pages suivantes montrent justement ces différents tableaux.

Point (1) sur la colline, $A = 1$				
Puissance du Bulbe $X_1 =$		0,25	0,50	0,75
Francis Bulbe	σ	0,31	0,33	0,37
	T_r	4,1	4,8	4,8
	l_{min}	0,43	0,62	1,00
Kaplan Bulbe	σ	0,10	0,16	0,28
	T_r	3,0	3,7	4,2
	l_{min}	0,47	0,67	1,00

TABLEAU 2

COMPARAISON DES CARACTERISTIQUES DU REGULATEUR DANS LES DEUX CAS DE MARCHÉ EN PARALLELE SUIVANT LA VALEUR DE X_1 , OU L'IMPORTANCE DU GROUPE BULBE DANS LE RESEAU

Note: σ = pente de la came de l'asservissement temporaire
 T_r = temps de relaxation du dash-pot exprimé en secondes
 l_{min} = valeur minimum de l'intégrale du carré de l'écart, pour une variation de puissance de 1%.

Autoréglage du réseau; $A = 1$	Kaplan seul	Kaplan-Bulbe en parallèle			Bulbe seul
Temps de lancer hydraulique; $\theta =$	3,1	3,6			
Temps de lancer mécanique; $\tau =$	8,0	1,55			
Caractéristiques de la colline de rendements au point (3) $\delta =$ $\zeta =$ $\epsilon =$	0,14 -0,25 0,70	0,08 -0,15 0,70			
Puissance du Bulbe dans le réseau; $X_1 =$	0	0,25	0,50	0,75	1,0
Promptitude accélérométrique = $\lambda_{\max} =$ Promptitude tachymétrique = $\mu_{\max} =$	2,75 2,70	19,2 25,7	8,0 10,0	5,1 6,0	5,25 6,30
Dosage optimum des Paramètres de réglage $\lambda_0 =$ $\mu_0 =$	1,3 0,45	8,0 4,8	4,2 2,6	3,2 2,0	2,8 1,9
Caractéristiques optimum de L'asservissement temporaire du régulateur $\sigma =$ $T_r =$	0,30 9,0	0,29 6,0	0,55 5,9	0,73 5,7	0,83 5,3
Intégrale du carré de l'écart $I_{\min} =$	1,1	1,0	1,45	2,23	3,50

TABLEAU 3

COMPARAISON ENTRE LA MARCHE ISOLEE
ET LA MARCHE EN PARALLELE DANS LE CAS KAPLAN-BULBE

Influence de la colline sur la stabilité						
Points de fonctionnement		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
θ/τ du Bulbe		1.10	1.68	2.32	0.97	0.40
Francis Bulbe $A = 1$ $X_1 = 0,50$ $X_2 = 0,50$	$\lambda_{\max}$	9,05	9,40	5,55	5,95	2,60
	$\mu_{\max}$	5,40	10,45	10,95	7,00	2,85
	λ_0	3,3	2,8	1,3	2,4	1,15
	μ_0	1,1	2,2	2,4	1,5	0,9
	σ	0,33	0,60	1,80	0,40	0,35
	T_r	4,8	3,2	2,0	4,8	4,0
	$I_{\min}$	0,62	0,73	0,73	0,60	0,47
	$\lambda_{\max}$	14,40	14,00	8,0	6,9	2,95
	$\mu_{\max}$	9,75	14,20	10,0	8,8	3,15
	λ_0	7,0	7,8	4,2	4,4	1,85
Kaplan Bulbe $A = 1$ $X_1 = 0,50$ $X_2 = 0,50$	μ_0	3,0	4,0	2,6	2,5	1,15
	σ	0,16	0,21	0,55	0,22	0,21
	T_r	3,7	5,0	5,9	5,5	5,2
	$I_{\min}$	0,67	1,08	1,45	0,97	0,72

TABLEAU 4

COMPARAISON ENTRE LES DEUX CAS DE MARCHE EN PARALLELE

Influence du coefficient (A) d'autoréglage du réseau						
Point (3)	Bulbe seul			Francis-Bulbe ($X_1 = 0,50$)		
A	0	1	2	0	1	2
$\lambda_{\max} =$	4,05	5,25	6,10	3,60	5,55	7,40
$\mu_{\max} =$	2,25	6,30	10,20	5,45	10,95	17,00
$\lambda_0 =$	2,6	2,8	2,9	0,9	1,3	1,6
$\mu_0 =$	0,5	1,9	3,2	1,1	2,4	4,4
$\sigma =$	0,90	0,83	0,80	2,6	1,8	1,5
$T_r =$	18,0	5,3	3,2	3,2	2,0	1,2
$I_{\min} =$	38,5	3,5	1,4	2,00	0,74	0,35
$E_{\max} (\%)$	2,90	1,10	0,66	0,74	0,48	0,37

TABLEAU 5

COMPARAISON ENTRE LA MARCHE ISOLEE
ET LA MARCHE EN PARALLELE: FRANCIS-BULBE
EFFET DE "A" SUR L'ECART
MAXIMUM DE FREQUENCE
POUR UNE VARIATION DE CHARGE DE 1%

REMARQUE 1:

Il convient, avant de tirer des conclusions sur la marche en parallèle, de faire quelques remarques au sujet des zones de stabilité que nous avons obtenues. Premièrement, aux points a et d les valeurs de (α) n'ont aucune utilité en pratique; elles signifient seulement qu'à la limite de stabilité le système ne peut entretenir des oscillations de fréquence inférieure à $\alpha \approx 0,10$ pour le point a, ni supérieure à $\alpha \approx 1,00$ pour le point d.

Notons également que la partie de la zone de stabilité située sous l'axe des λ (ce qui revient à introduire un statisme négatif), ne correspond pas à un régulateur réel et seule la zone définie par un λ positif est retenue en pratique. La zone des λ négatifs vient de l'effet de l'autorégulation (A et δ) que nous avons admis dans nos équations. Dans un cas particulier où la puissance du groupe Bulbe était faible par rapport au réseau ($X_1 = 0,25$) et où l'autorégulation du réseau n'était pas négligeable, nous avons obtenu un point optimum dans cette zone (figure 20). Le groupe Bulbe était alors couplé en parallèle avec un groupe Francis et fonctionnait autour du point (3), dont les caractéristiques sont les moins intéressantes au point de vue stabilité. Les valeurs de σ et de T_r n'ont aucun sens dans ce cas; c'est un peu comme si l'asservissement temporaire n'était plus en fonction et que le groupe était stabilisé par l'effet de l'autorégulation et du statisme permanent. Evidemment un tel cas n'est pas à retenir en pratique et un choix approprié des paramètres de réglage devrait être fait dans la zone de stabilité des " λ " positifs. Nous avons donc choisi un point dans cette zone pour pouvoir analyser le fonctionnement du régulateur dans un cas réel. La courbe de réponse alors obtenue a été portée sur la figure 60, où il apparaît que l'écart maximum de fréquence n'est pas beaucoup plus important que pour le point optimum théorique, mais que le mouvement est par contre moins amorti.

10-2: Influence du coefficient d'autorégulation du réseau (A) sur la stabilité du groupe Bulbe

Les courbes sont suffisamment éloquentes par elles-mêmes pour se passer de commentaires. Le domaine de stabilité augmente très rapidement lorsqu'on introduit dans le système l'effet d'autorégulation du réseau. Le fait de passer de $A = 0$ à $A = 1$ double d'une manière générale les dimensions du domaine de stabilité.

De plus, cette influence semble se manifester davantage sur l'effet tachymétrique du régulateur (μ) que sur l'effet accélérométrique (λ) et davantage en couplage Kaplan qu'en couplage Francis. Les figures 37, 39, 41 à ce point de vue sont convaincantes (voir Remarque II).

Par contre, l'effet de l'autorégulation est très atténué en ce qui concerne le dosage optimum du régulateur. Le point optimum (λ_0 ; μ_0) ne bouge pratiquement pas même si la zone de stabilité augmente beaucoup (figures 19, 21, 23). Ceci s'explique par l'effet du couplage en parallèle sur l'influence de l'autorégulation, comme nous le verrons plus loin (10-4). Le tableau 5 montre d'ailleurs que la différence entre les temps de relaxation du dash-pot (T_r) pour $A = 0$ et $A = 1$ en marche isolée est de près de 70% alors qu'en marche en parallèle cette différence n'est plus que de 35%.

Notons cependant que sur la valeur de $l_{\min}$ et sur l'écart maximum de fréquence, cette influence reste prépondérante et que l'autoréglage contribue non seulement à réduire l'écart maximum de fréquence, mais aussi augmente l'amortissement des oscillations (Fig. 58).

REMARQUE II:

Rappelons que:

$$\lambda = \frac{\theta}{\tau} \frac{1}{\sigma} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{\theta^2}{\tau} \frac{1}{\sigma T_r}$$

λ , caractérise l'influence de l'accélération sur la loi de fermeture,
 μ , caractérise l'influence de l'écart de vitesse sur cette même loi.

Considérons les équations de base des masses tournantes et du régulateur en les simplifiant un peu pour mieux comprendre l'influence de λ et de μ pendant un mouvement de réglage; on trouve pour un seul groupe:

$$\text{Masses tournantes: } \tau \frac{du}{dt} = w_h - w_c \quad (A = 0)$$

$$\text{Régulateur: } \frac{dy}{dt} = - \frac{\tau}{\theta^2} \mu (u) - \frac{\tau}{\theta} \lambda \left(\frac{du}{dt} \right) \quad (m = 0)$$

$$\text{d'où: } \frac{dy}{dt} = - \frac{\tau}{\theta^2} \mu (u) - \frac{\lambda}{\theta} (w_h - w_c)$$

La vitesse de vannage dépend d'une part de l'erreur de fréquence et d'autre part de l'erreur de puissance. Lors d'une perturbation, au début, l'erreur de puissance est grande et l'accélération qui agit par l'intermédiaire de λ est grande; mais, l'écart de vitesse qui agit par l'intermédiaire de μ ne devient important qu'après un certain temps. C'est donc la promptitude accélérométrique qui influence la rapidité de manoeuvre et par suite l'écart maximum de vitesse puisque le groupe continue d'accélérer tant que w_h n'a pas rattrapé w_e . Dans une deuxième phase, la différence entre les puissances est faible et le vannage est rappelé à sa position correcte par l'écart de vitesse; l'influence de μ devient alors prépondérante, de même que dans la troisième phase où il y a amortissement des oscillations.

Ces quelques explications nous permettent de tirer les deux conclusions suivantes que nous précisons dans les paragraphes (10-3) et (10-4).

- λ a une influence prépondérante sur la rapidité de manoeuvre du vannage et la valeur maximum de l'écart de vitesse; l'influence de μ est plus faible.
- μ , par contre, joue un rôle actif pour la précision de réglage; c'est-à-dire l'amortissement des oscillations.

10-3: Influence de la colline de rendements sur la stabilité: Comparaison entre les points de fonctionnement choisis.

Le tableau 4 met en évidence les différents points choisis sur la colline de rendements, le rapport (θ/τ) des inerties mécanique et hydraulique et les valeurs caractéristiques de la stabilité du groupe Bulbe, obtenues pour les deux cas de couplage en parallèle.

D'une façon générale, l'influence de la colline de rendements est beaucoup moins importante qu'on aurait pu le penser. Pour des valeurs de A et X_1 égales les zones de stabilité pour les divers points sont assez semblables et les courbes de réponse (Fig. 54 et 55) se suivent d'assez près. Les écarts de fréquence sont du même ordre de grandeur et les valeurs de $I_{\min}$, si on excepte le point (3), ont très peu de différence entre elles. Le rapport θ/τ joue cependant un rôle prépondérant et le tableau 4 montre bien la progression des valeurs de σ et T_r (par exemple) en fonction du rapport des inerties θ/τ . A ce point de vue le point (3) est assez défavorisé et conduit à une pente de statisme un peu élevée.

D'un autre côté, les courbes de réponse obtenues pour les points (1) et (2) sont bien moins amorties que pour les autres points. Dans ces deux cas, comme l'indique le tableau 4, la valeur de λ_0 comparativement à celle de μ_0 est plus importante; la manoeuvre du vannage est plus rapide et entraîne des dépassements de réglage plus importants.

Une analyse comparative des courbes de réponse des figures 54 et 55 et des valeurs du tableau 4 est riche d'enseignements en ce qui concerne l'influence des paramètres λ et μ sur la qualité de réglage; elle vient confirmer la remarque (Remarque II) que nous avons faite au sujet de la promptitude accélérométrique et tachymétrique.

10-4: Effet du couplage en parallèle sur la stabilité du groupe Bulbe

Du point de vue strictement "marge de stabilité" (zone), les nouvelles conditions, créées par le couplage en parallèle d'un groupe Francis ou Kaplan avec un groupe Bulbe, sont beaucoup plus favorables pour ce dernier. Le domaine de stabilité du groupe Bulbe augmente à mesure que le groupe plus stable prend de l'importance sur le réseau (Fig. 21, 39, 43). Par contre, lorsque le groupe Bulbe représente 75% de la charge totale du réseau, l'effet du couplage en parallèle perd beaucoup de son intérêt et les caractéristiques de réglage du groupe Bulbe sont voisines de celles obtenues en marche isolée.

On peut tirer les mêmes conclusions au sujet du dosage optimum et des valeurs de σ et T_r (voir tableau 3).

Mais c'est surtout dans la valeur de $I_{\min}$ et celle de l'écart maximum de fréquence que l'on retrouve le véritable avantage de l'interconnexion: en d'autres termes, l'effet du couplage en parallèle se manifeste surtout dans la qualité du réglage plutôt que dans la stabilité proprement dite. Les figures 52, 53 et 57, les tableaux 2 et 3 illustrent bien ce fait;

même lorsque le groupe Bulbe représente 75% de la charge du réseau la courbe de réponse accuse un écart maximum encore bien inférieur à celui de la marche en réseau isolé (de l'ordre de 20 à 40%).

Le couplage en parallèle a également un effet très marqué sur l'influence du coefficient d'autorégulation du réseau (voir fig. 56). L'écart maximum de fréquence, par exemple, qui devient très important en marche isolée lorsque A passe de 1 à 0 (variation de 170%), ne varie plus que de 50% en marche en parallèle Francis-Bulbe et de 35% pour le fonctionnement Kaplan-Bulbe, (voir les fig. 58 et 59). Le tableau 5 montre de plus que la valeur de $f_{\min}$ pour $A = 0$, en marche en parallèle, est très inférieure à celle déjà trouvée pour le Bulbe seul.

D'une façon générale, on ne peut pas dire que le couplage Francis-Bulbe soit plus heureux que le couplage Kaplan-Bulbe. Pour des cas de fonctionnement identiques, les zones de stabilité sont très semblables et si certains points sur la colline semblent plus favorables au couplage Francis-Bulbe, par contre d'autres, comme le point (3), donnent de bien meilleurs résultats en couplage Kaplan-Bulbe (tableau 3). Notons cependant qu'au point de vue écart maximum de fréquence le fonctionnement Francis-Bulbe est plus intéressant, mais que les courbes de réponse ne présentent pas, comme dans le cas Kaplan-Bulbe, le même caractère d'amortissement apériodique (voir Fig. 51, 52, 53, 56, 57).

10-5: Présentation des figures

- Fig. 11 à 29: Zones de stabilité dans le cas Francis-Bulbe.
- Fig. 30 à 47: Zones de stabilité dans le cas Kaplan-Bulbe.
- Fig. 48 à 50: Zones de stabilité pour chacun des trois groupes en marche isolée.
- Fig. 51 à 55: Courbes de réponse pour les deux cas de marche en parallèle permettant d'apprécier la qualité du réglage.
- Fig. 56 et 57: Variation de l'écart maximum de fréquence suivant différents effets.
- Fig. 58 et 59: Influence du coefficient (A) d'autorégulation du réseau.
- Fig. 60: Comparaison entre un point optimum théorique et un point réel.

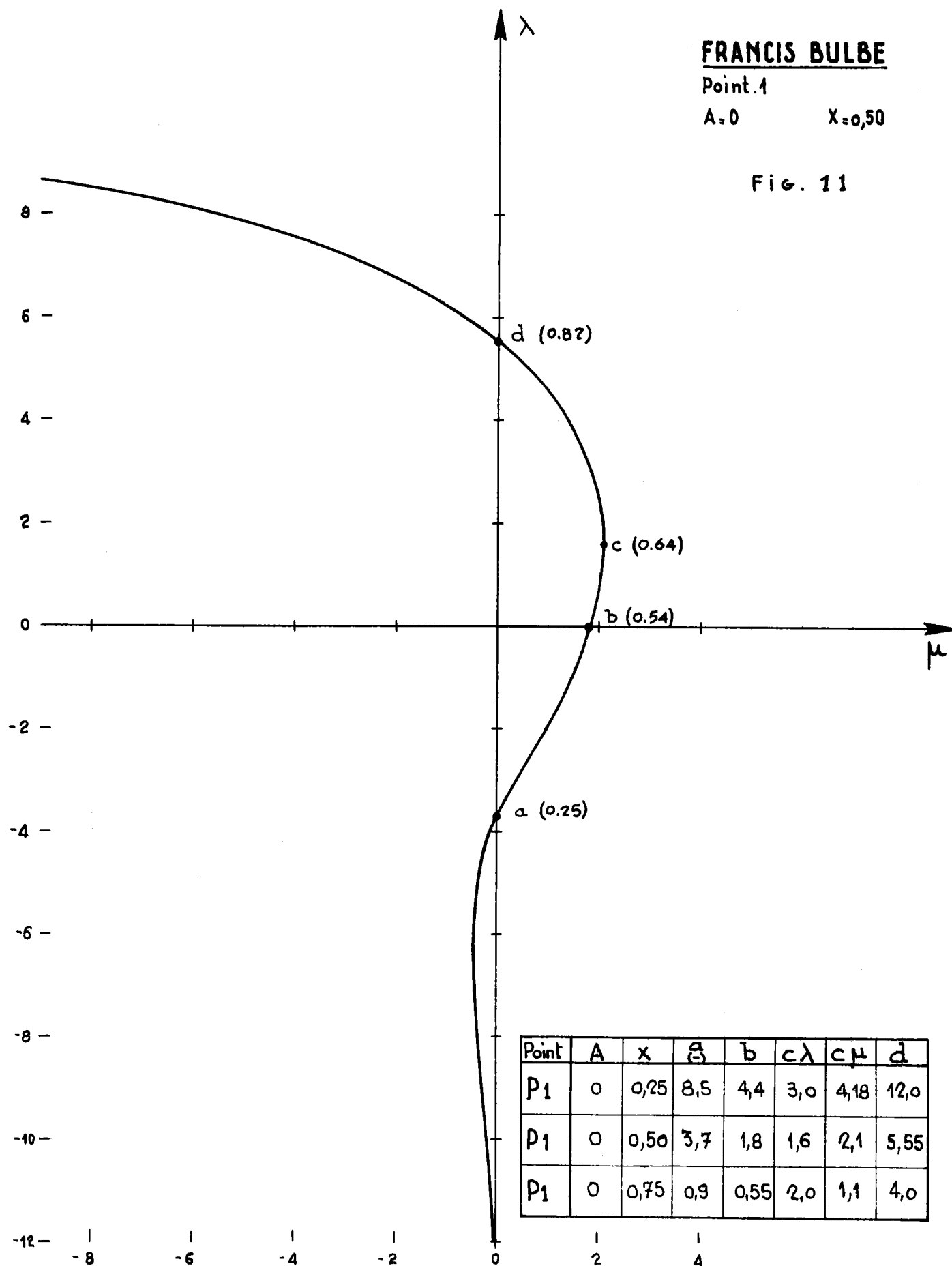
FRANCIS BULBE

Point.1

$A=0$

$X=0,50$

Fig. 11

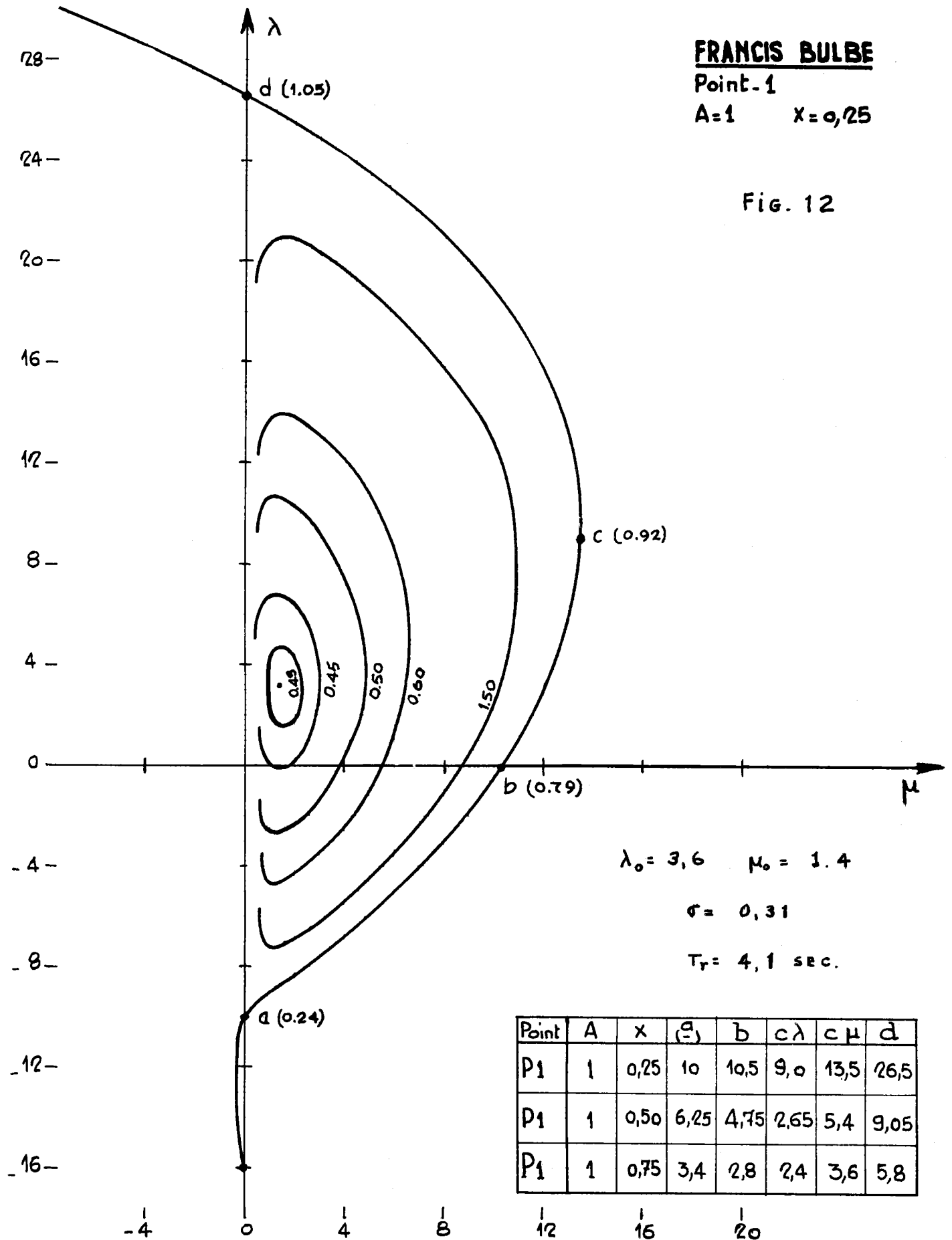


FRANCIS BULBE

Point-1

A=1 $x=0,25$

Fig. 12



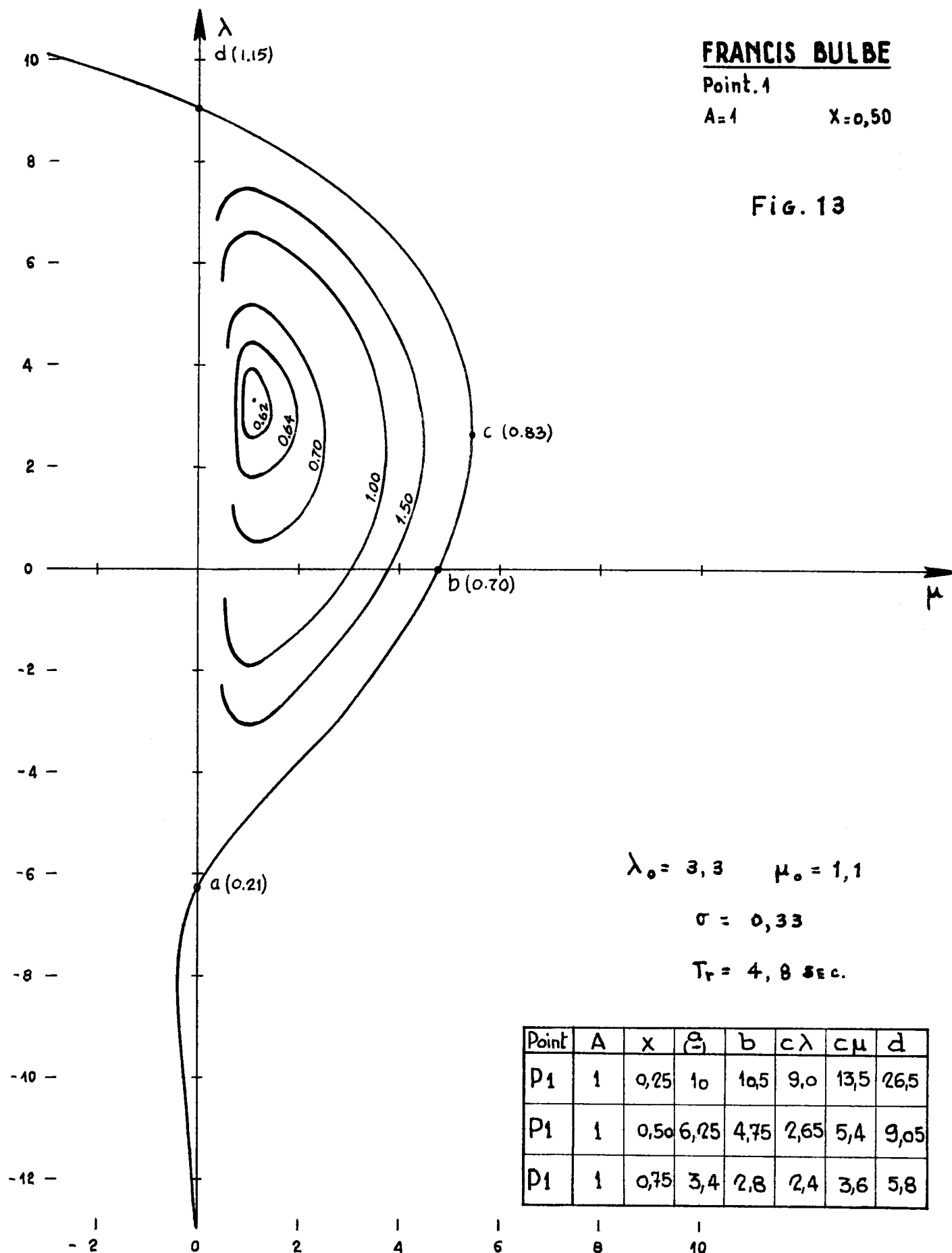
FRANCIS BULBE

Point. 1

A=1

X=0,50

Fig. 13



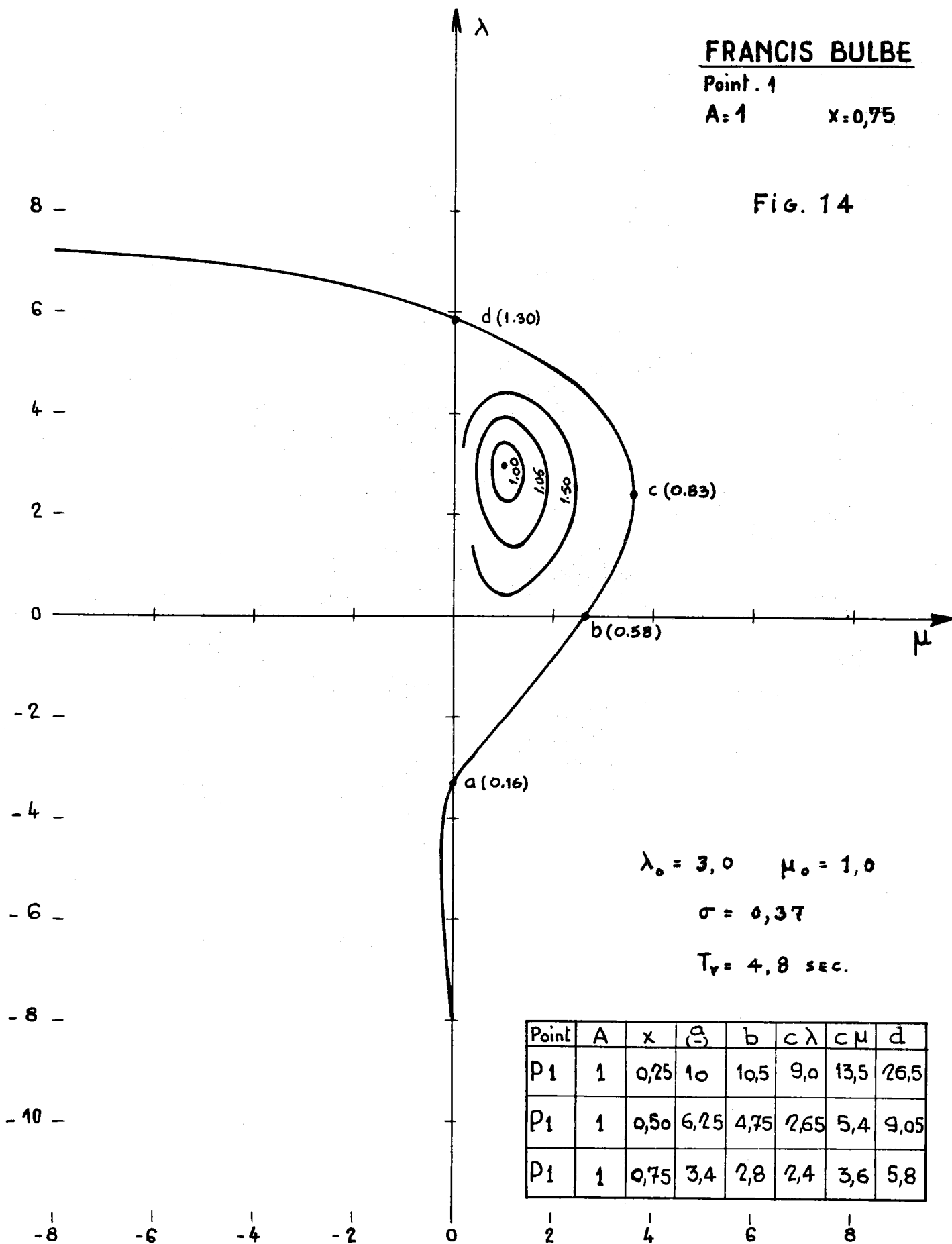
FRANCIS BULBE

Point . 1

A: 1

x: 0,75

Fig. 14



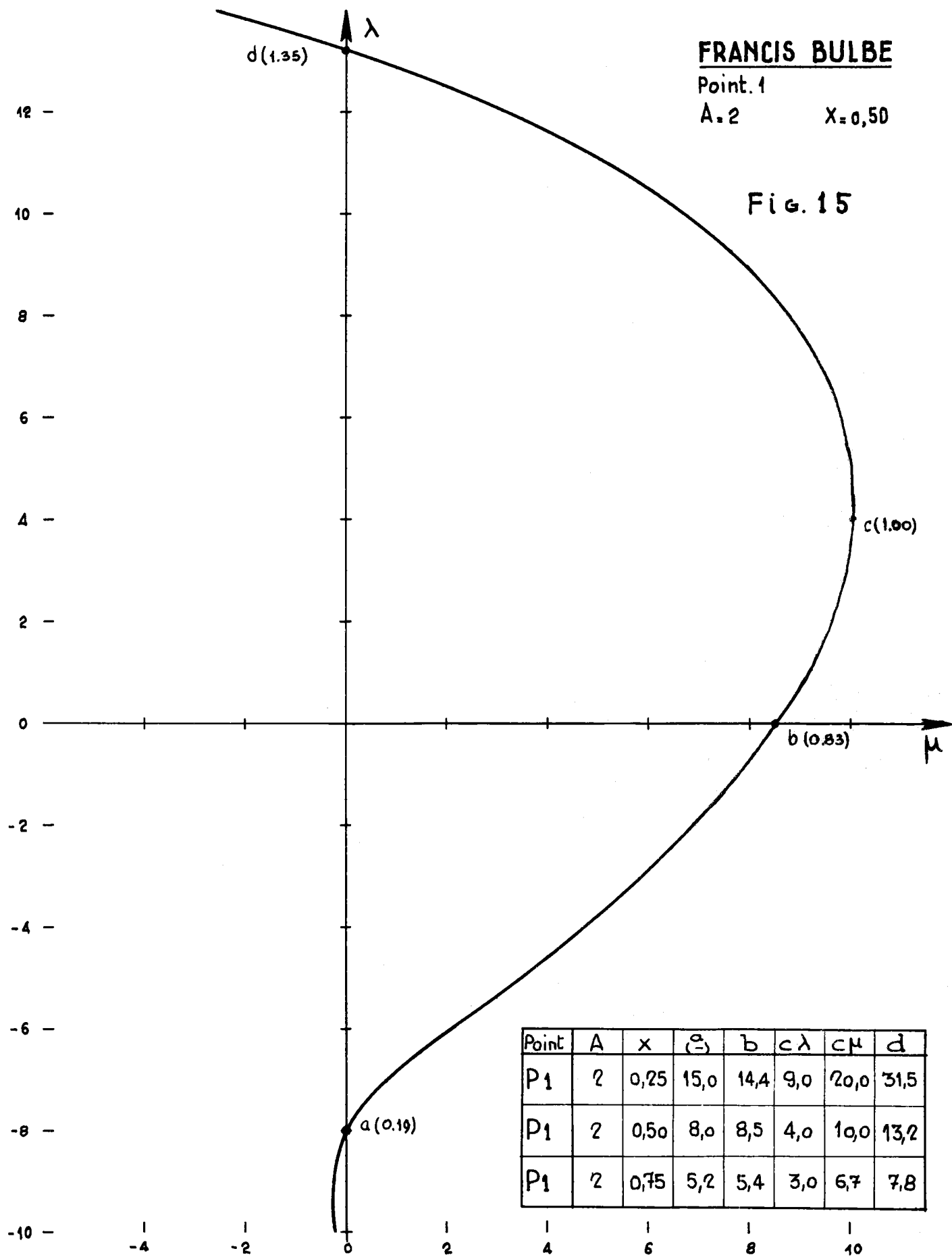
FRANCIS BULBE

Point. 1

A. 2

X=0,50

Fig. 15

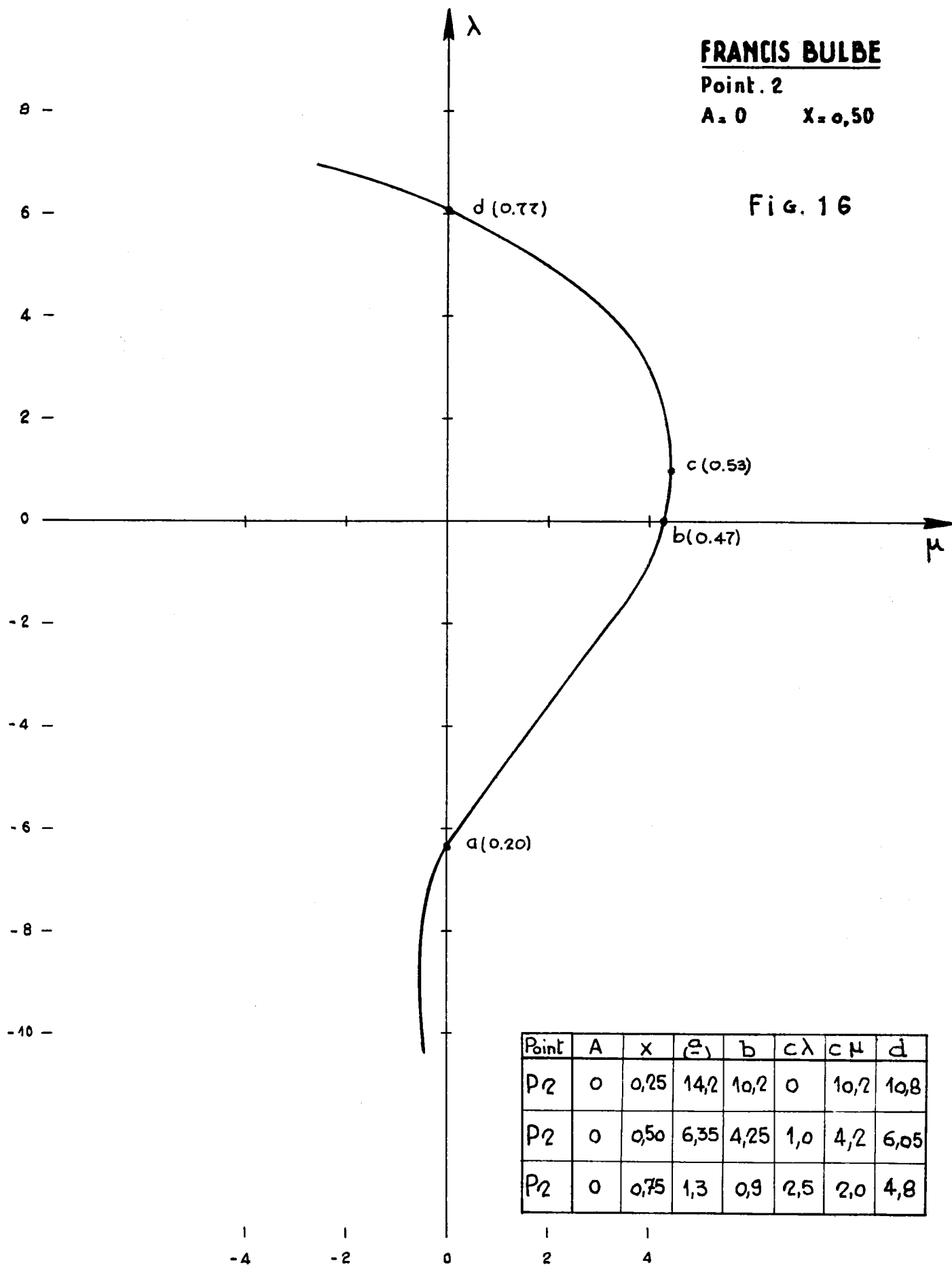


FRANCIS BULBE

Point . 2

$A = 0$ $x = 0,50$

Fig. 16

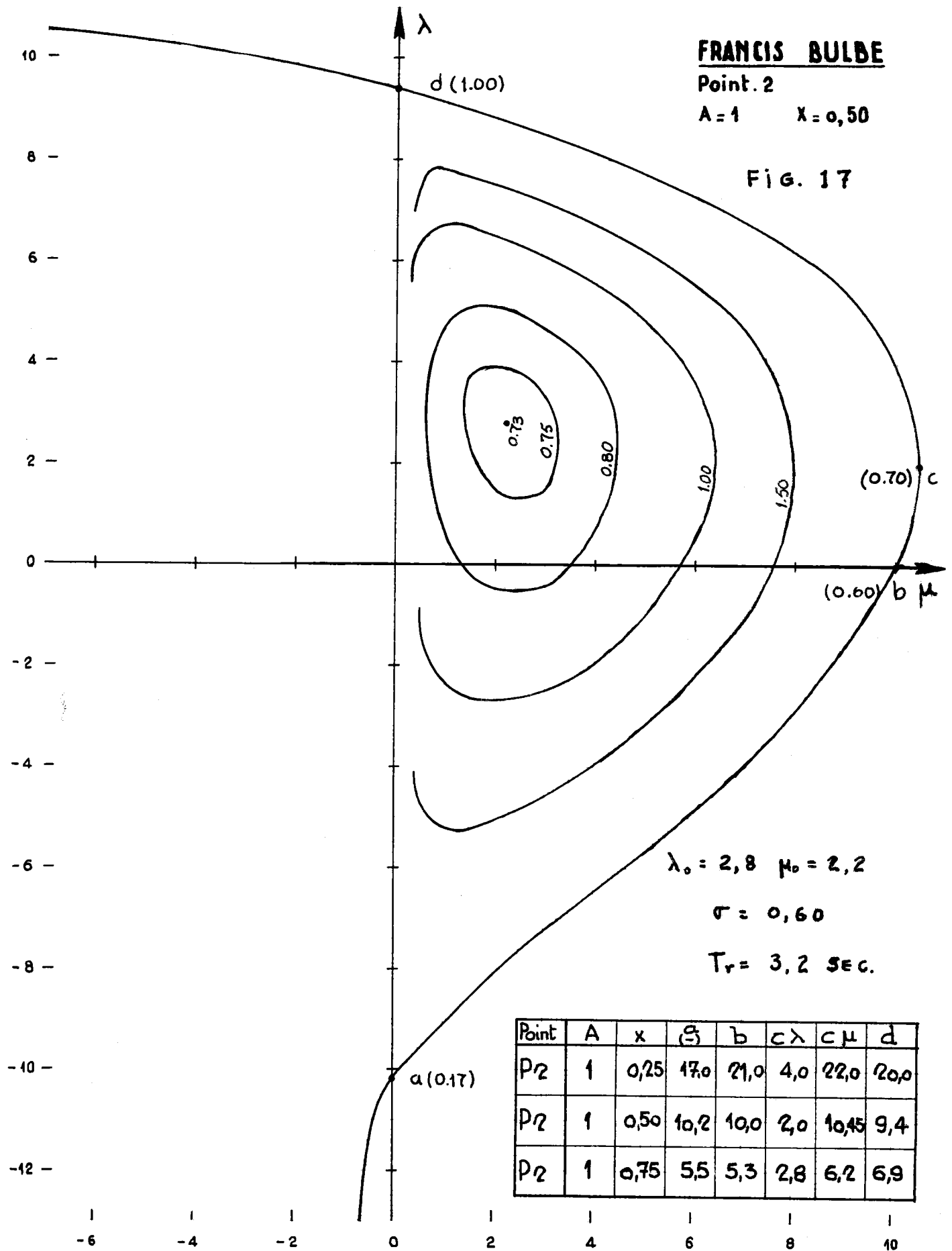


FRANCIS BULBE

Point. 2

A = 1 x = 0,50

Fig. 17

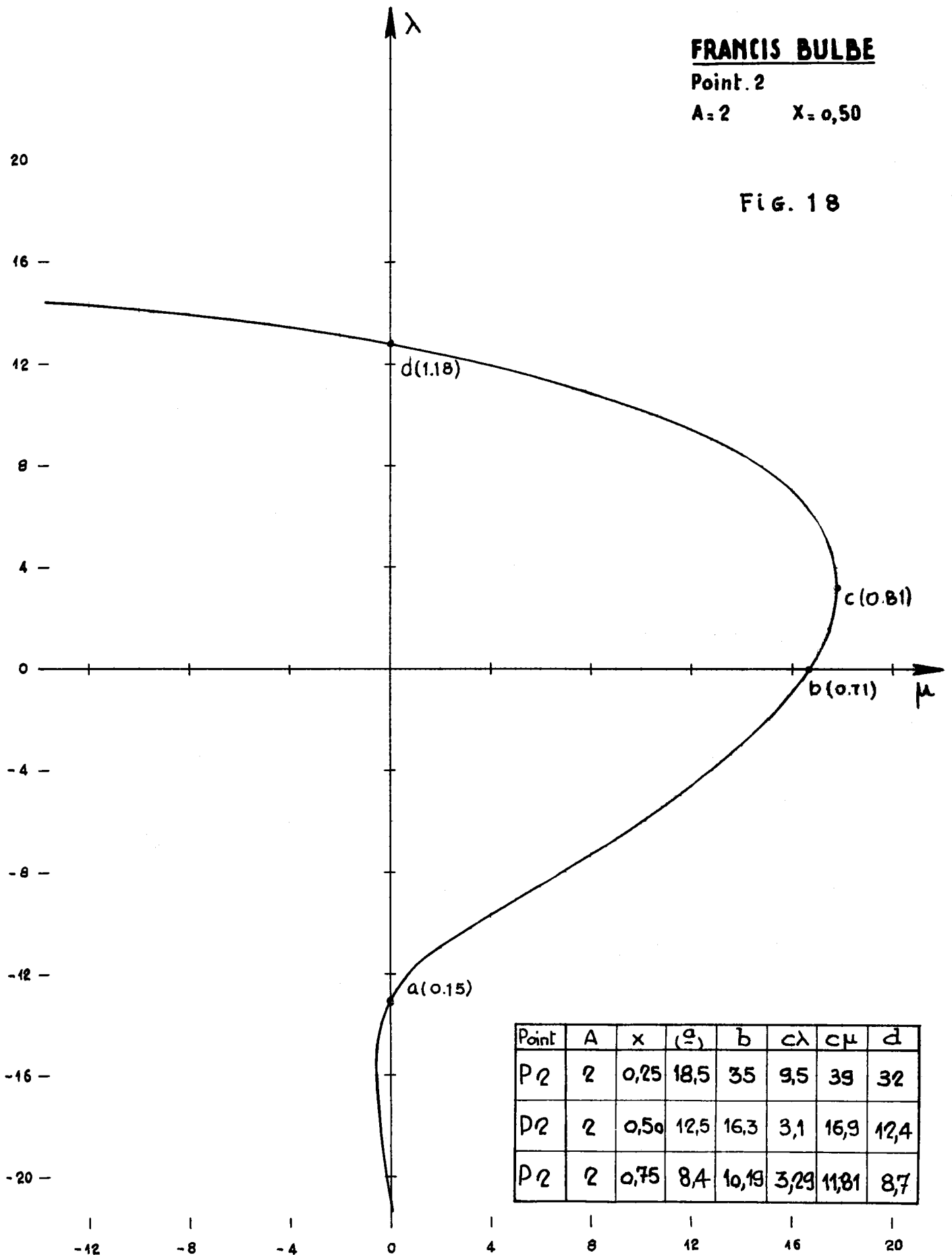


FRANCIS BULBE

Point. 2

A = 2 X = 0,50

Fig. 18



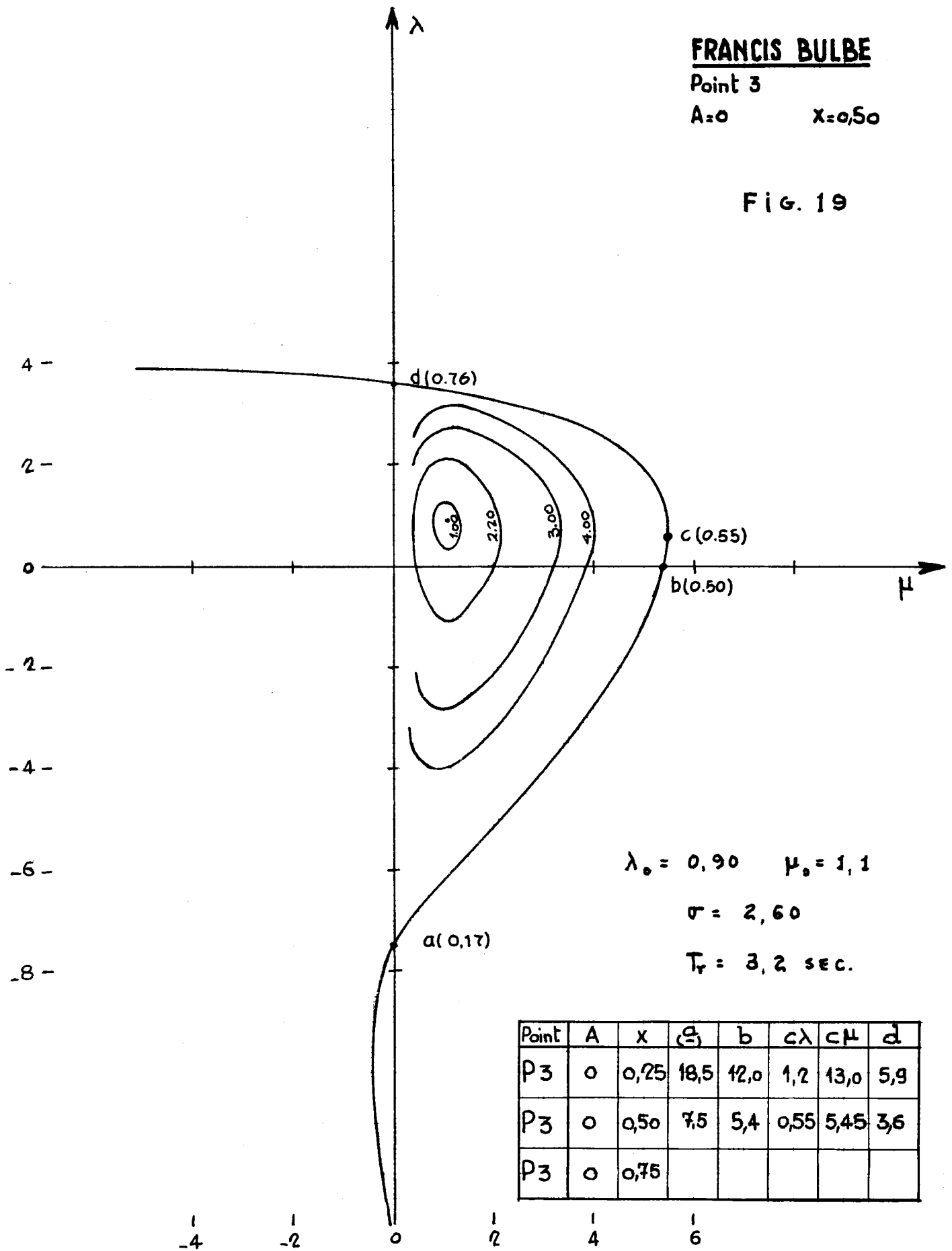
FRANCIS BULBE

Point 3

$A=0$

$x=0,50$

Fig. 19



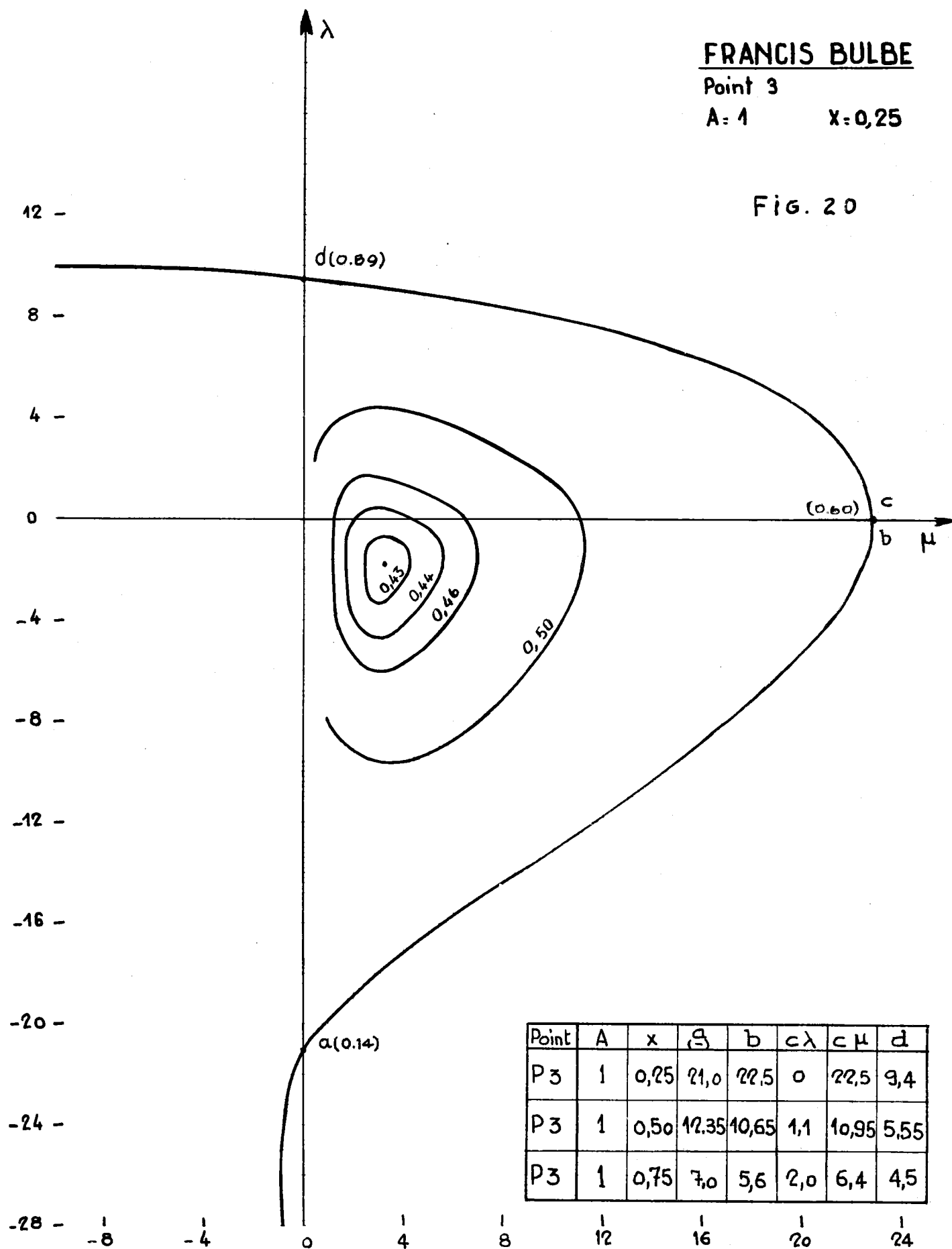
FRANCIS BULBE

Point 3

A= 1

x=0,25

Fig. 20



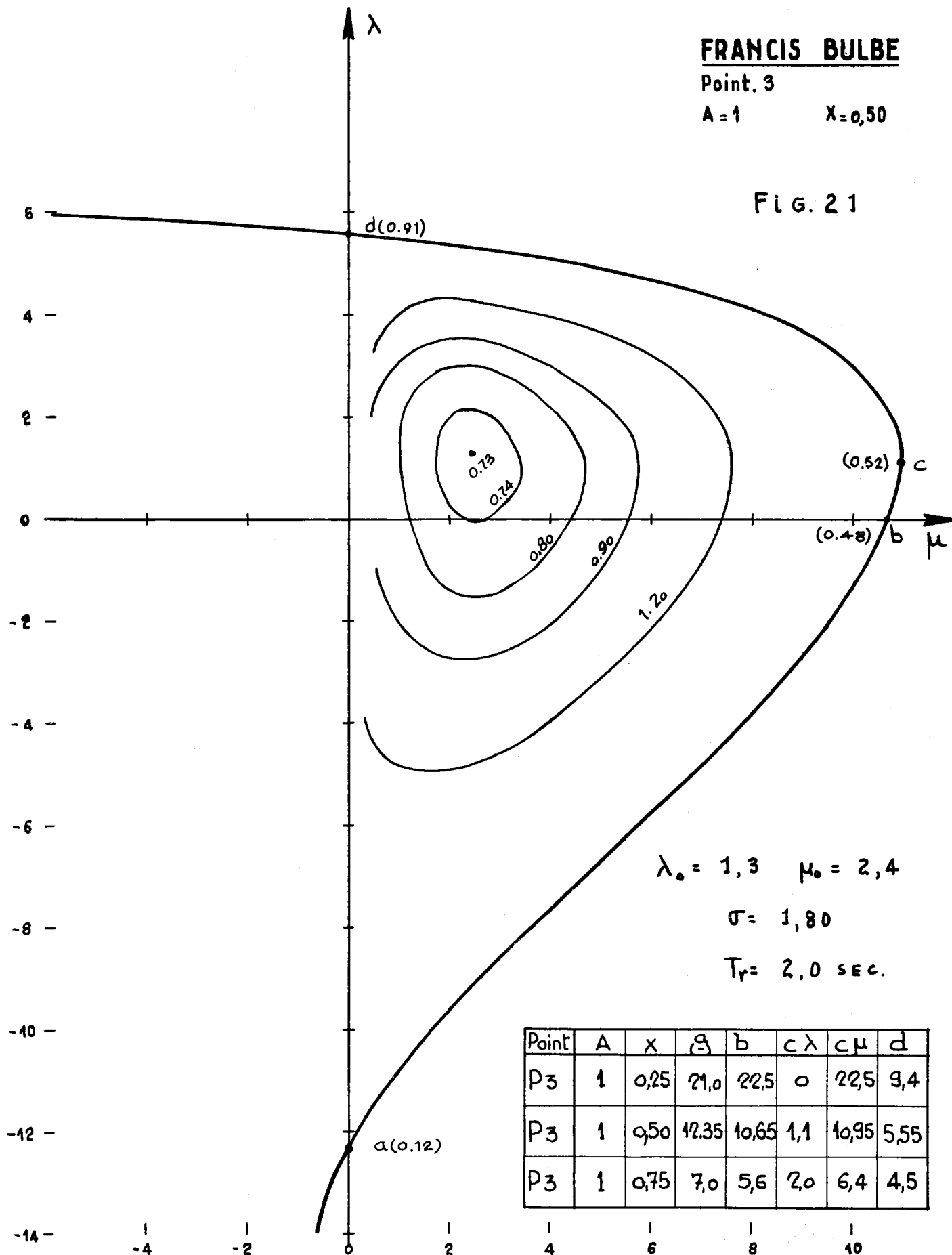
FRANCIS BULBE

Point. 3

A = 1

X = 0,50

FIG. 21



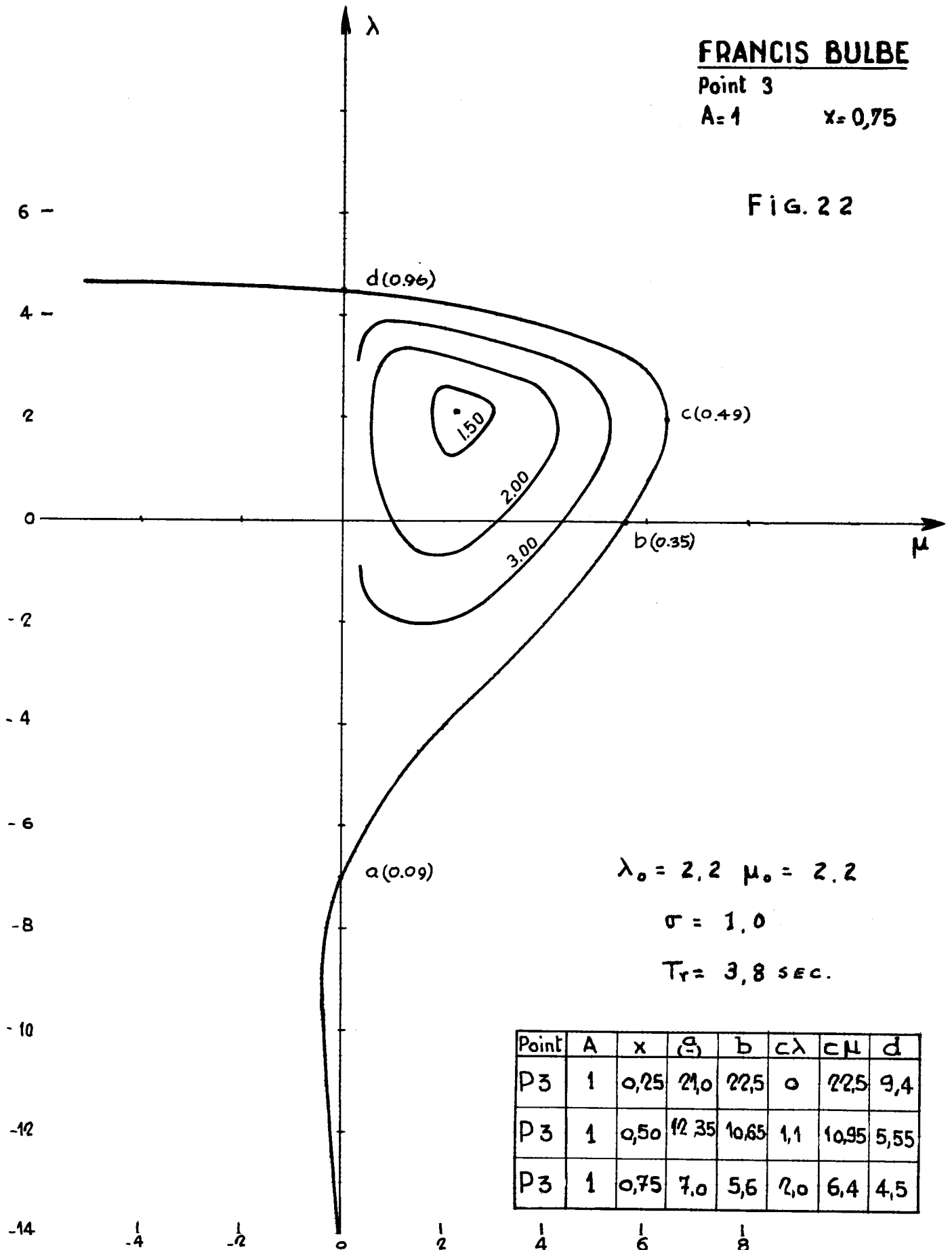
FRANCIS BULBE

Point 3

A = 1

x = 0,75

FIG. 22



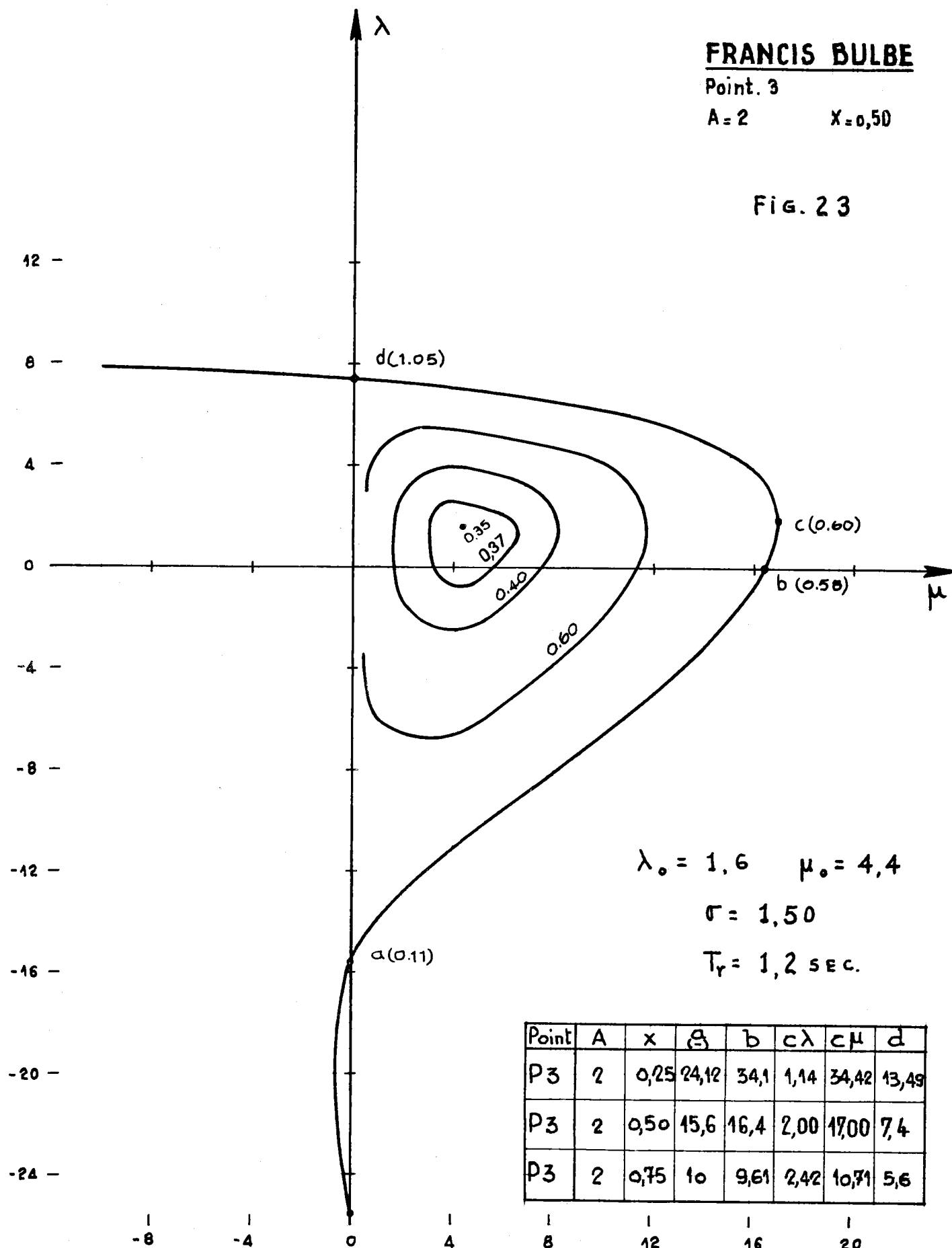
FRANCIS BULBE

Point. 3

A = 2

X = 0,50

FIG. 23



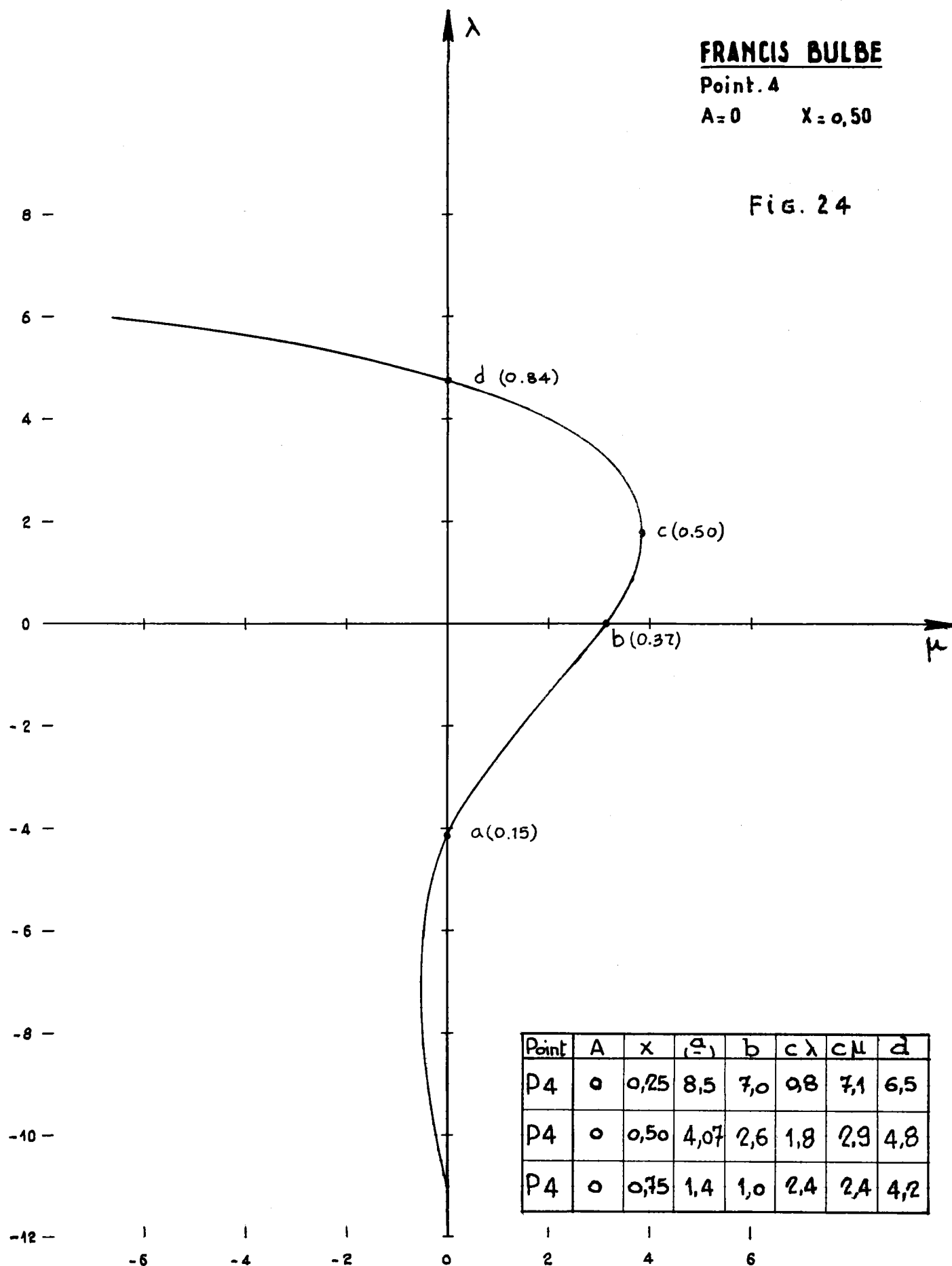
FRANCIS BULBE

Point. 4

$A = 0$

$x = 0,50$

Fig. 24



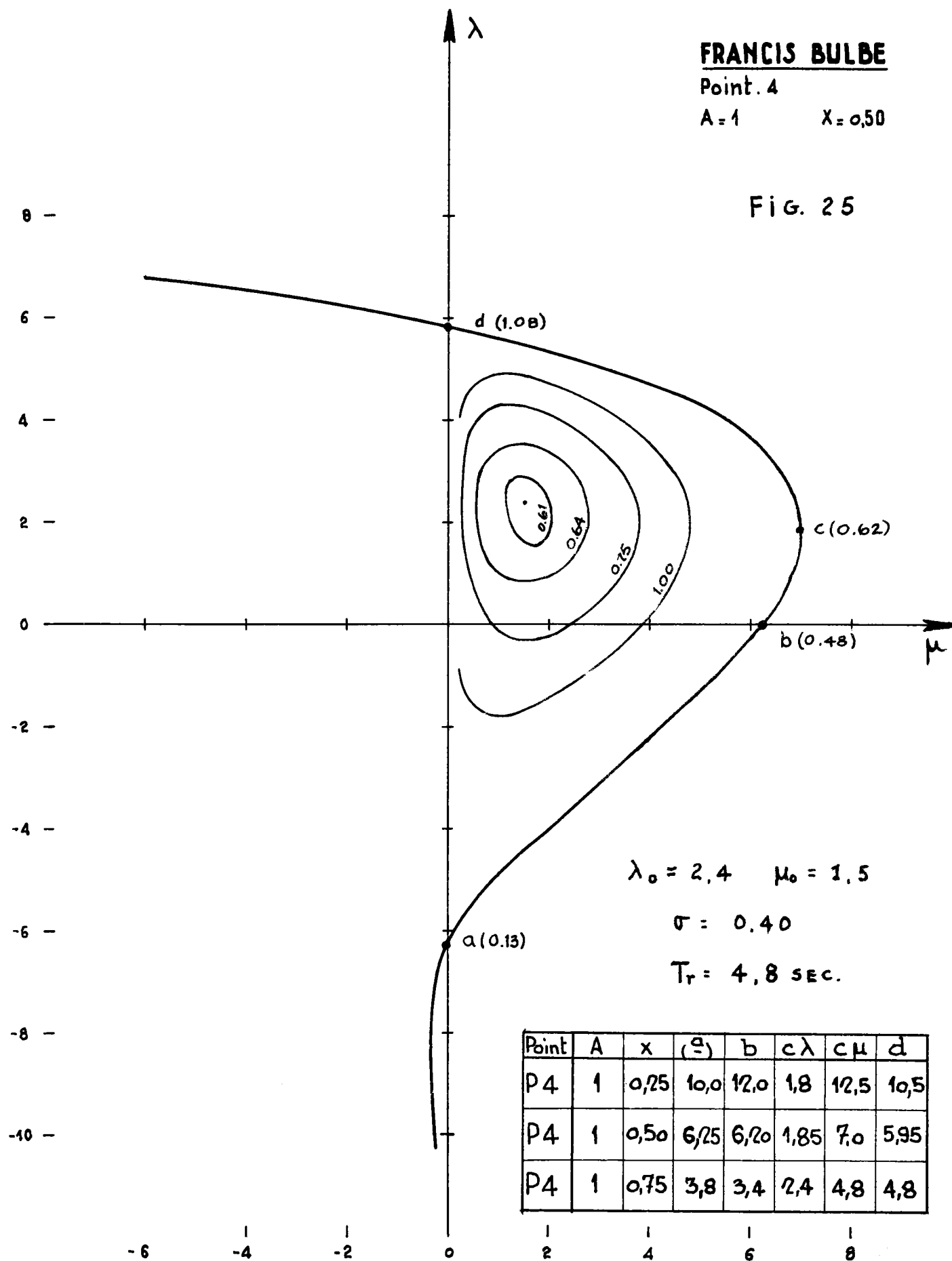
FRANCIS BULBE

Point. 4

A = 1

X = 0,50

FIG. 25



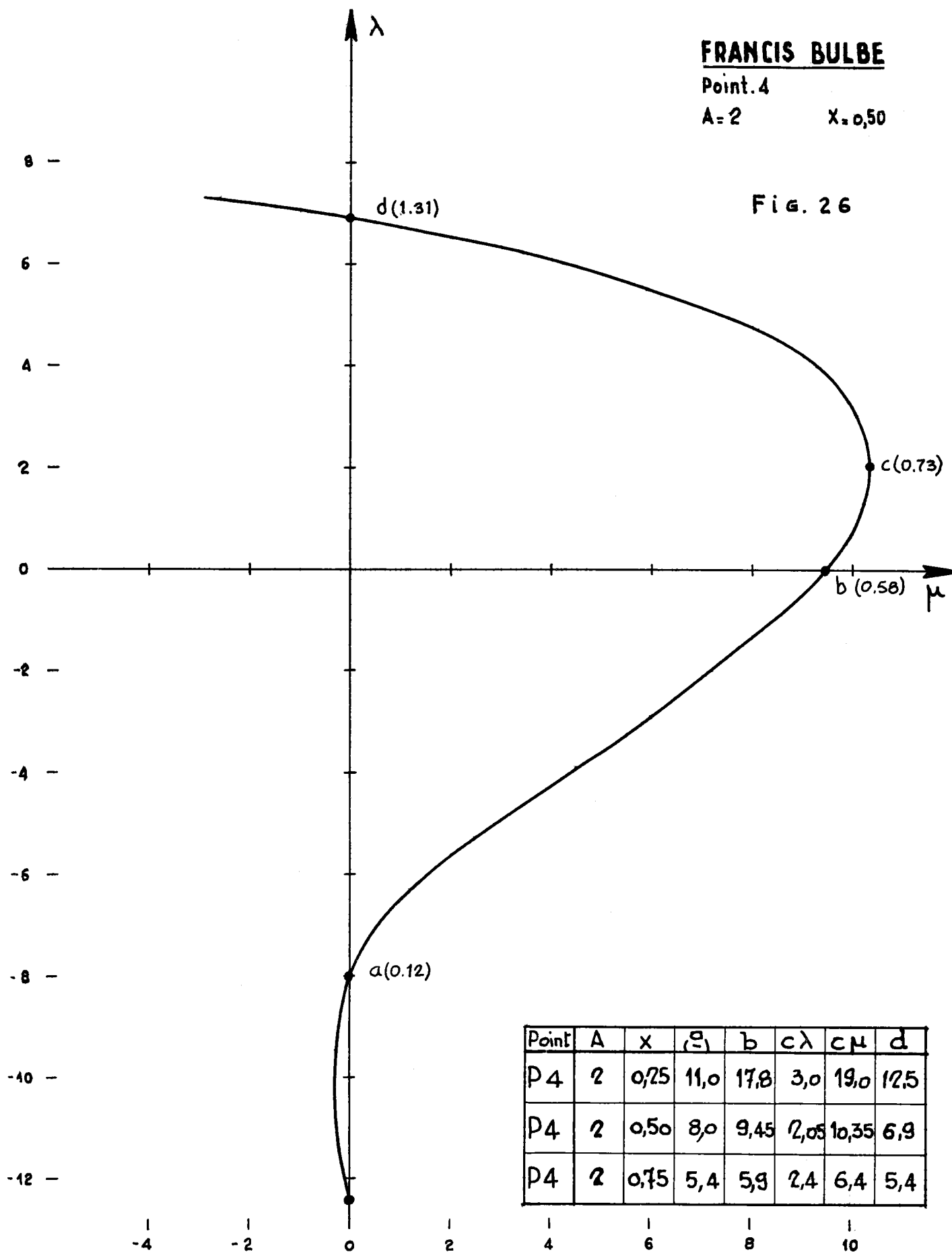
FRANCIS BULBE

Point. 4

A = 2

$x = 0,50$

Fig. 26



Point	A	x	λ	μ	λ	μ	d
P4	2	0,25	11,0	17,8	3,0	19,0	12,5
P4	2	0,50	8,0	9,45	2,05	10,35	6,9
P4	2	0,75	5,4	5,9	2,4	6,4	5,4

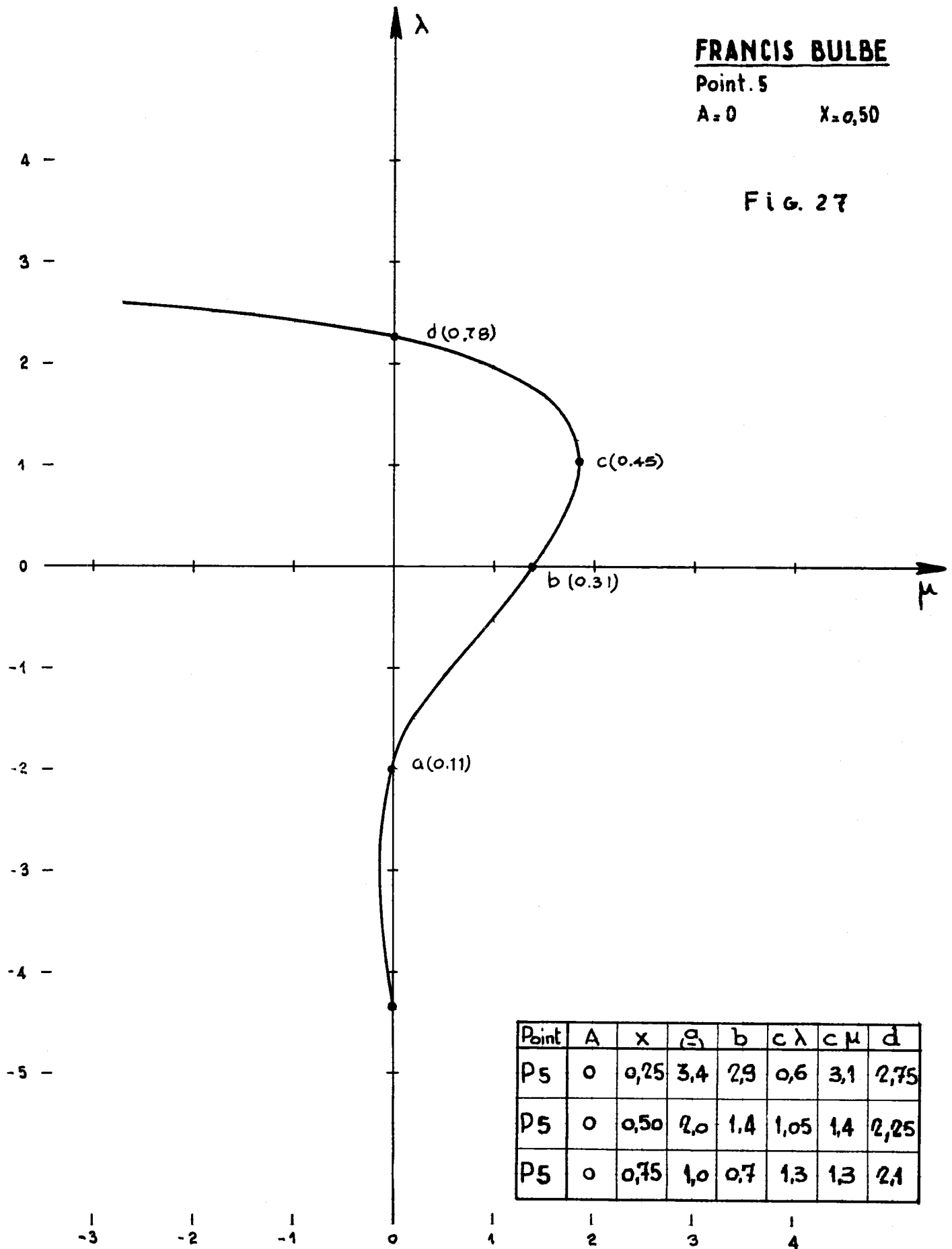
FRANCIS BULBE

Point. 5

$A = 0$

$x = 0,50$

Fig. 27



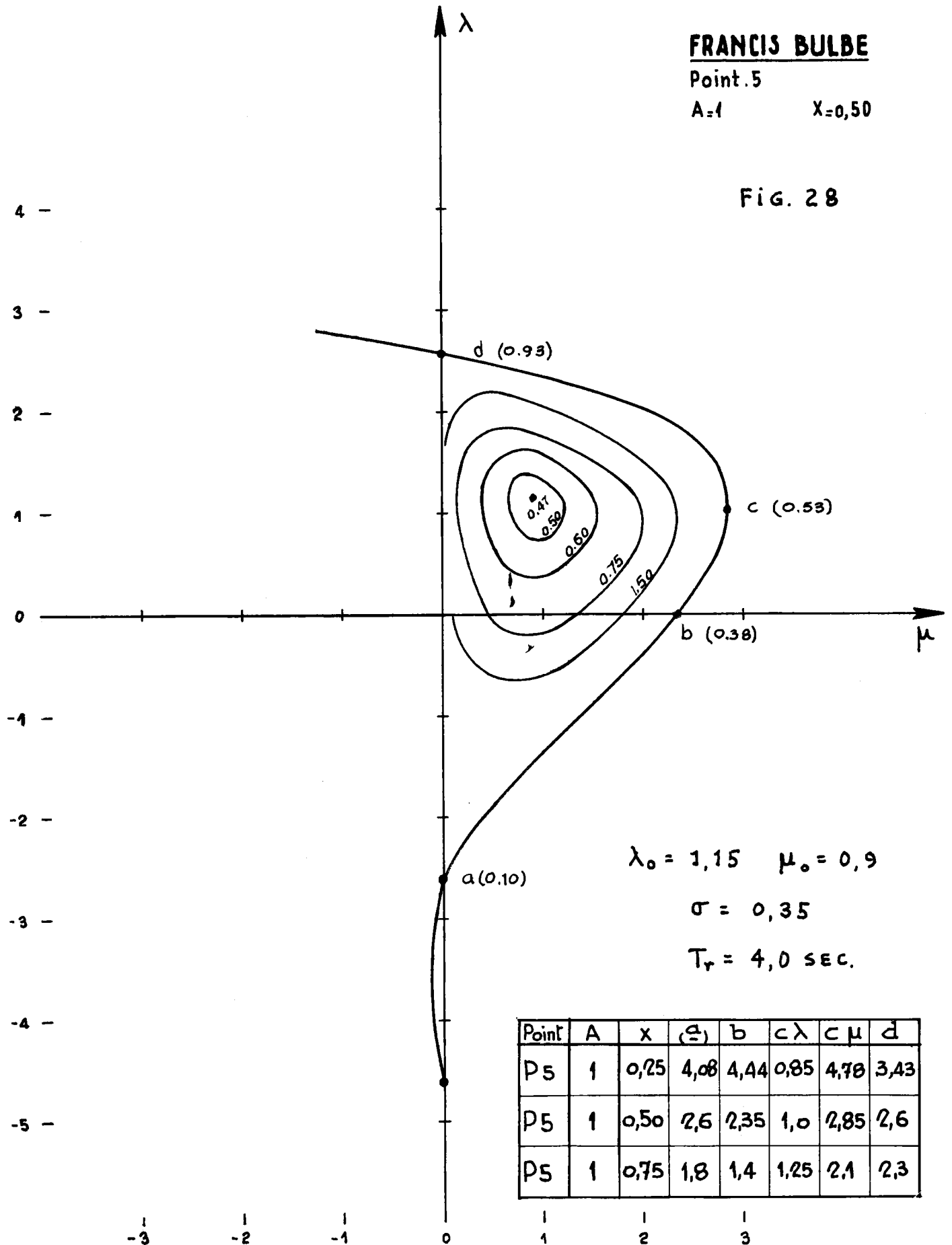
FRANCIS BULBE

Point.5

A=1

X=0,50

FIG. 28



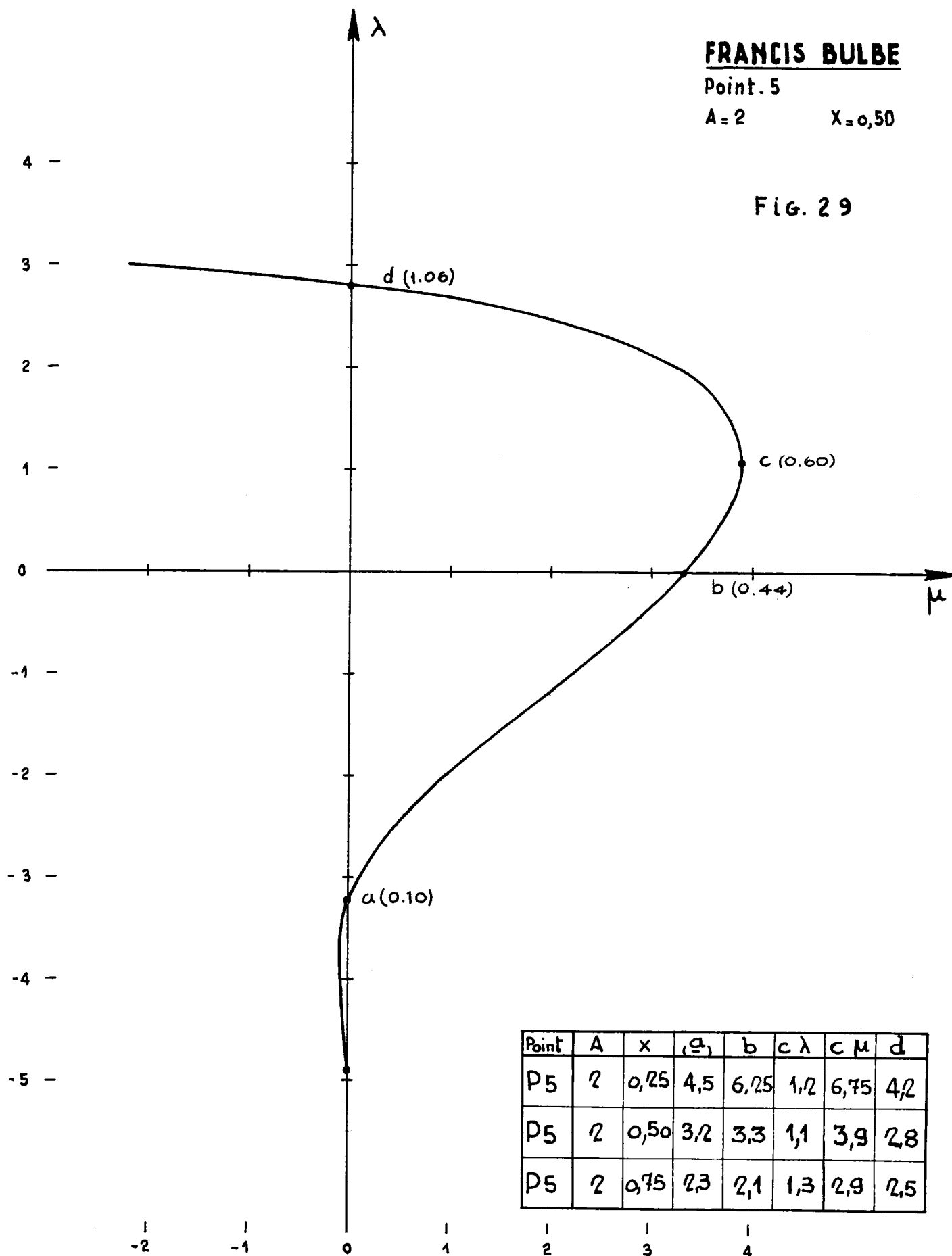
FRANCIS BULBE

Point. 5

$A = 2$

$x = 0,50$

Fig. 29



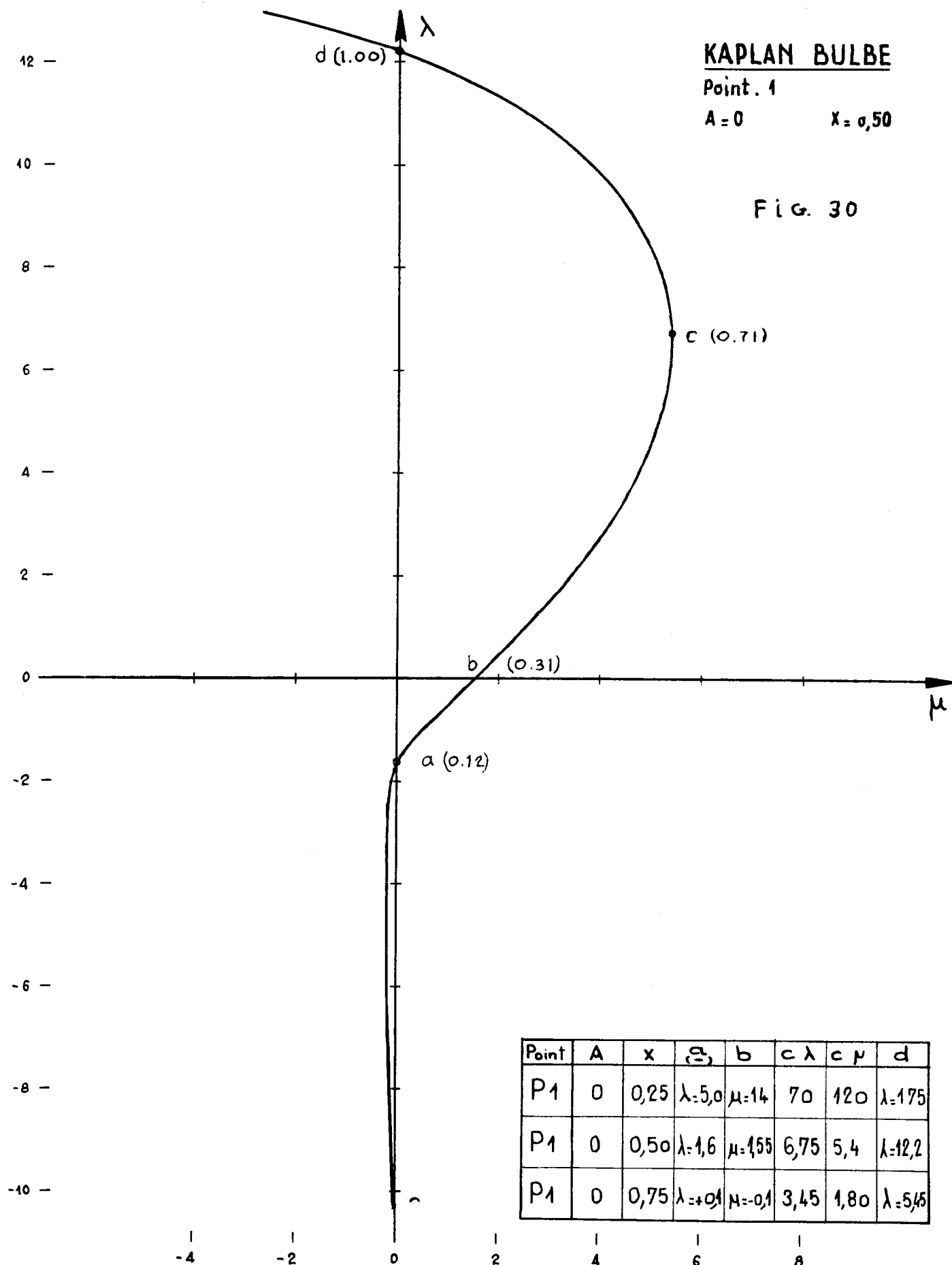
KAPLAN BULBE

Point. 1

$A = 0$

$x = 0,50$

Fig. 30



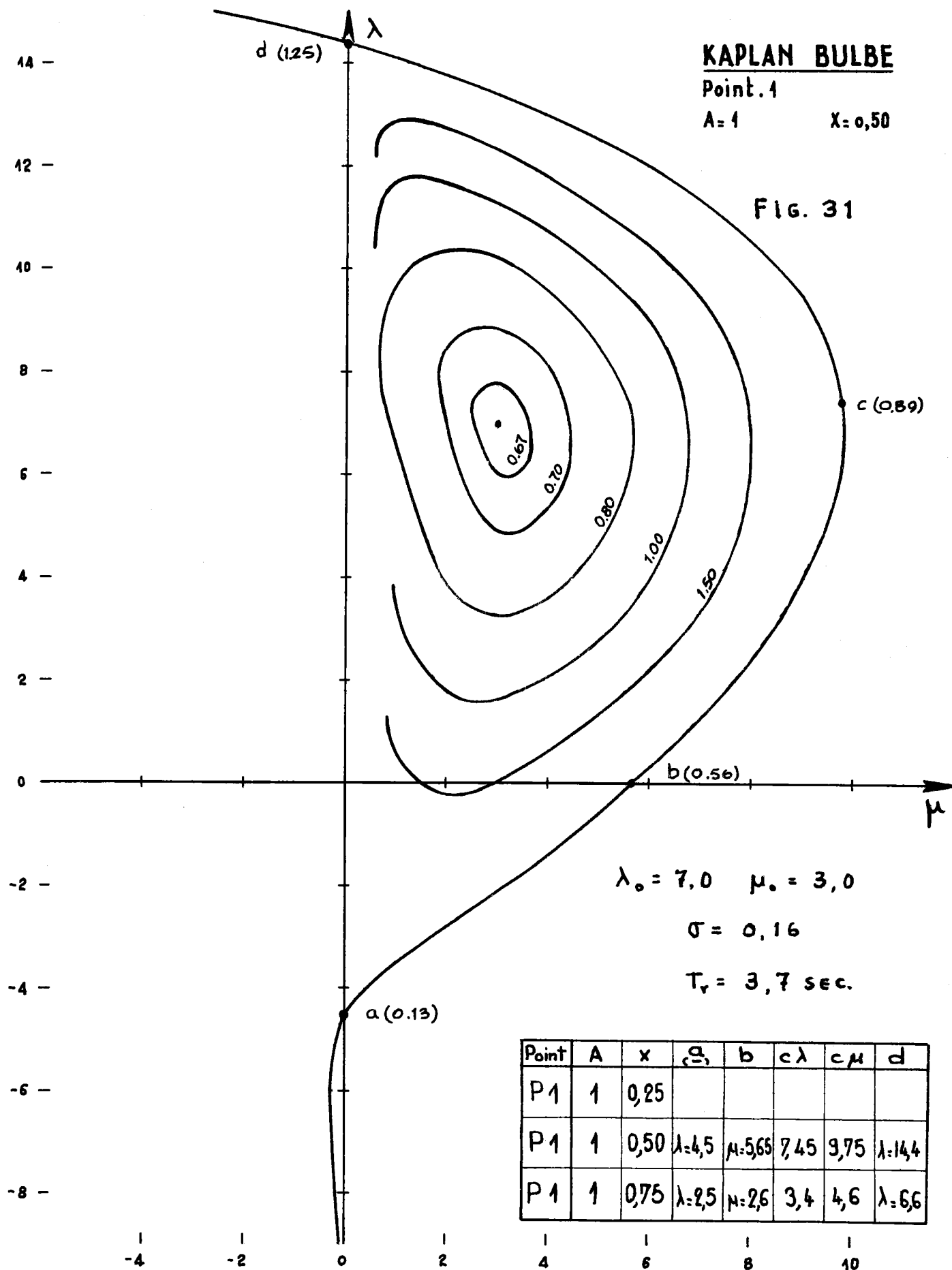
KAPLAN BULBE

Point. 4

A = 1

X = 0,50

FIG. 31



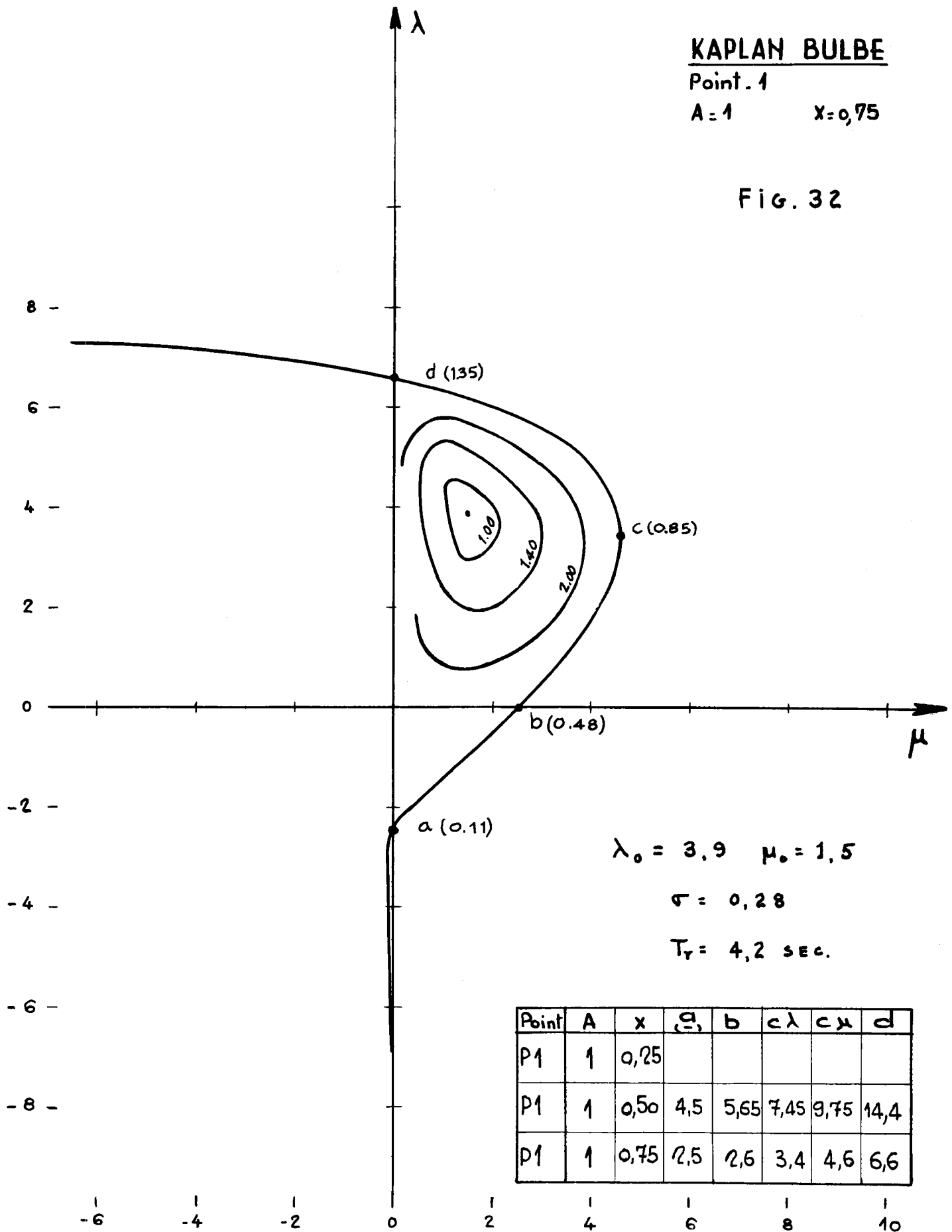
KAPLAN BULBE

Point. 1

A = 1

x = 0,75

Fig. 32



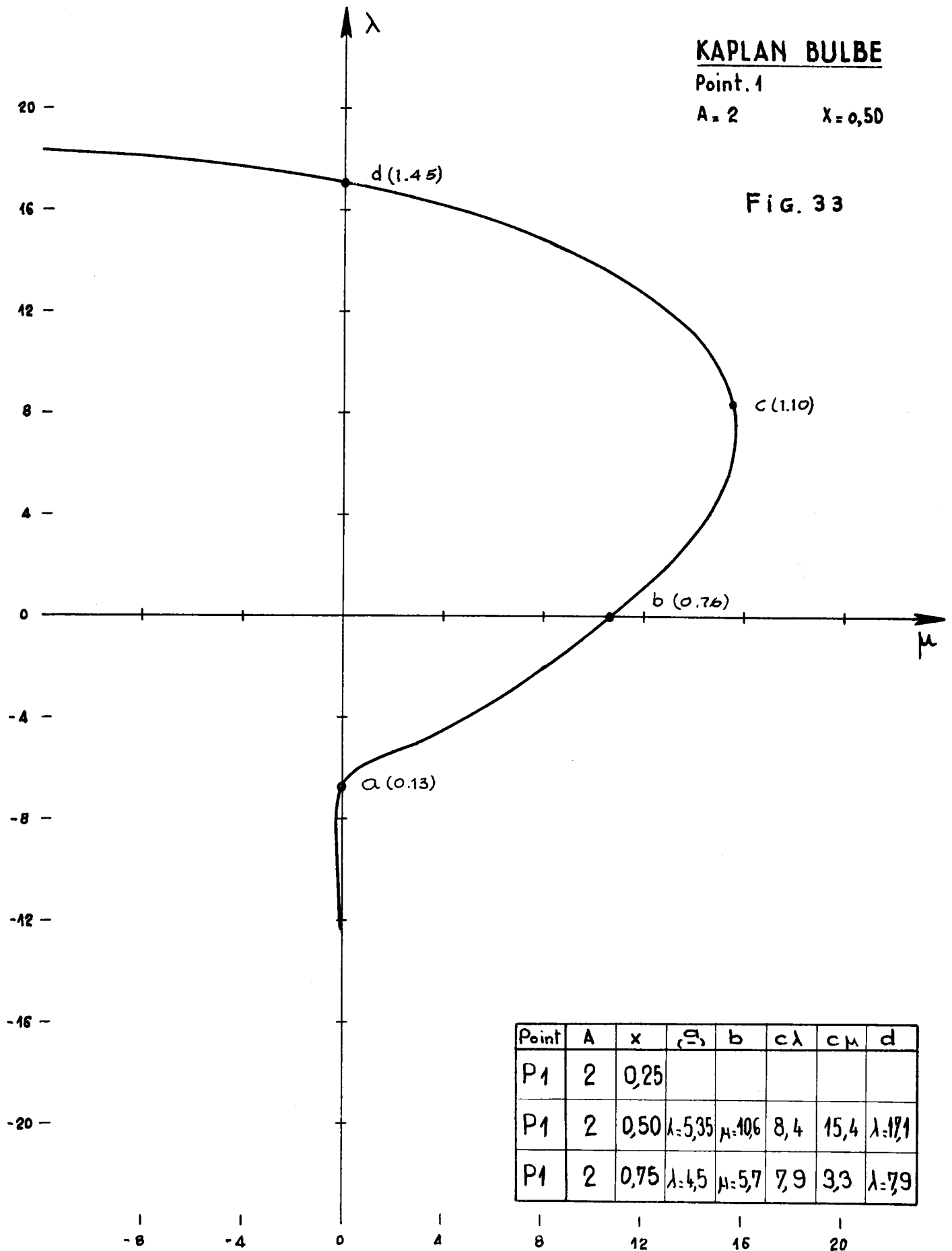
KAPLAN BULBE

Point. 1

$A = 2$

$x = 0,50$

FIG. 33



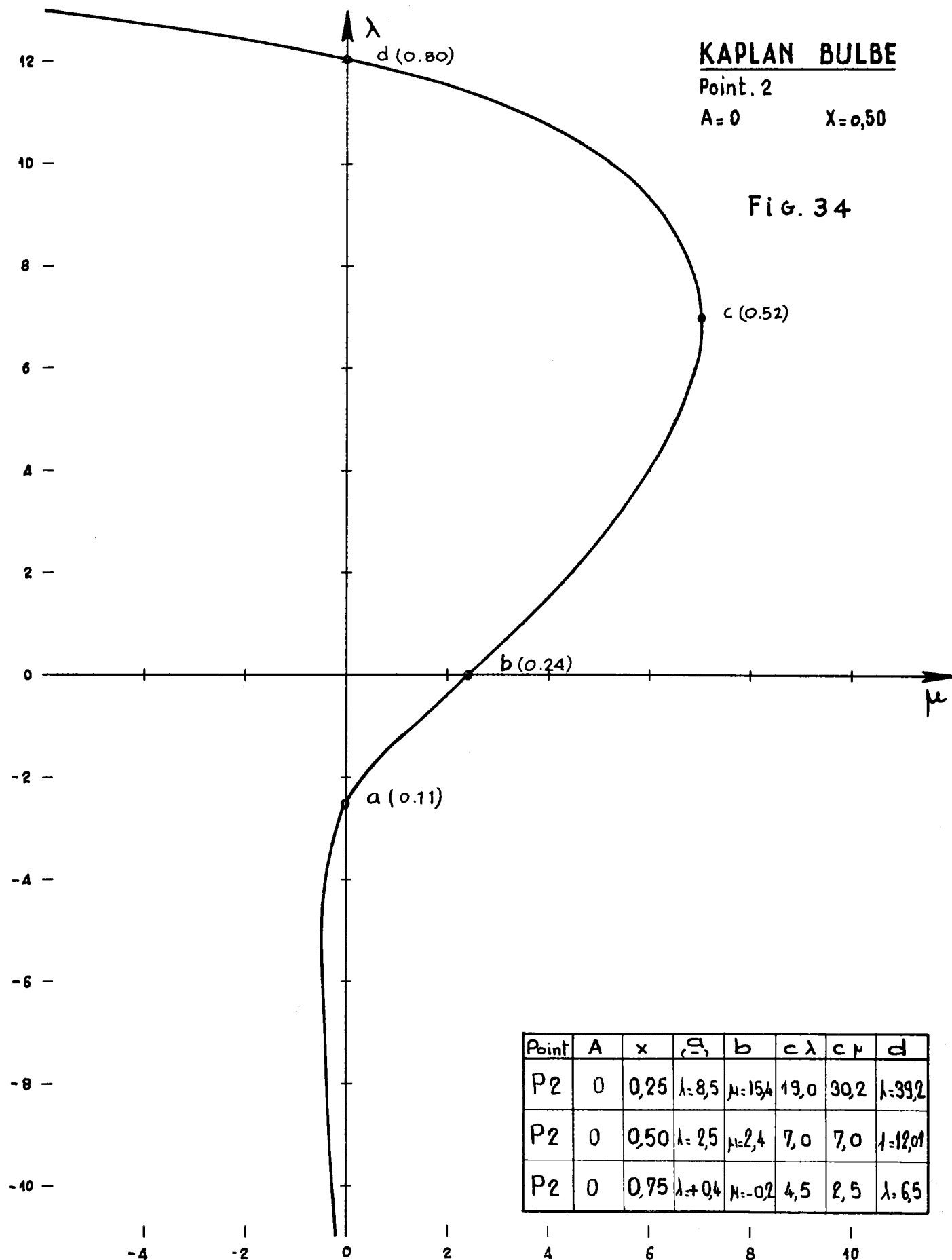
KAPLAN BULBE

Point. 2

A=0

X=0,50

Fig. 34



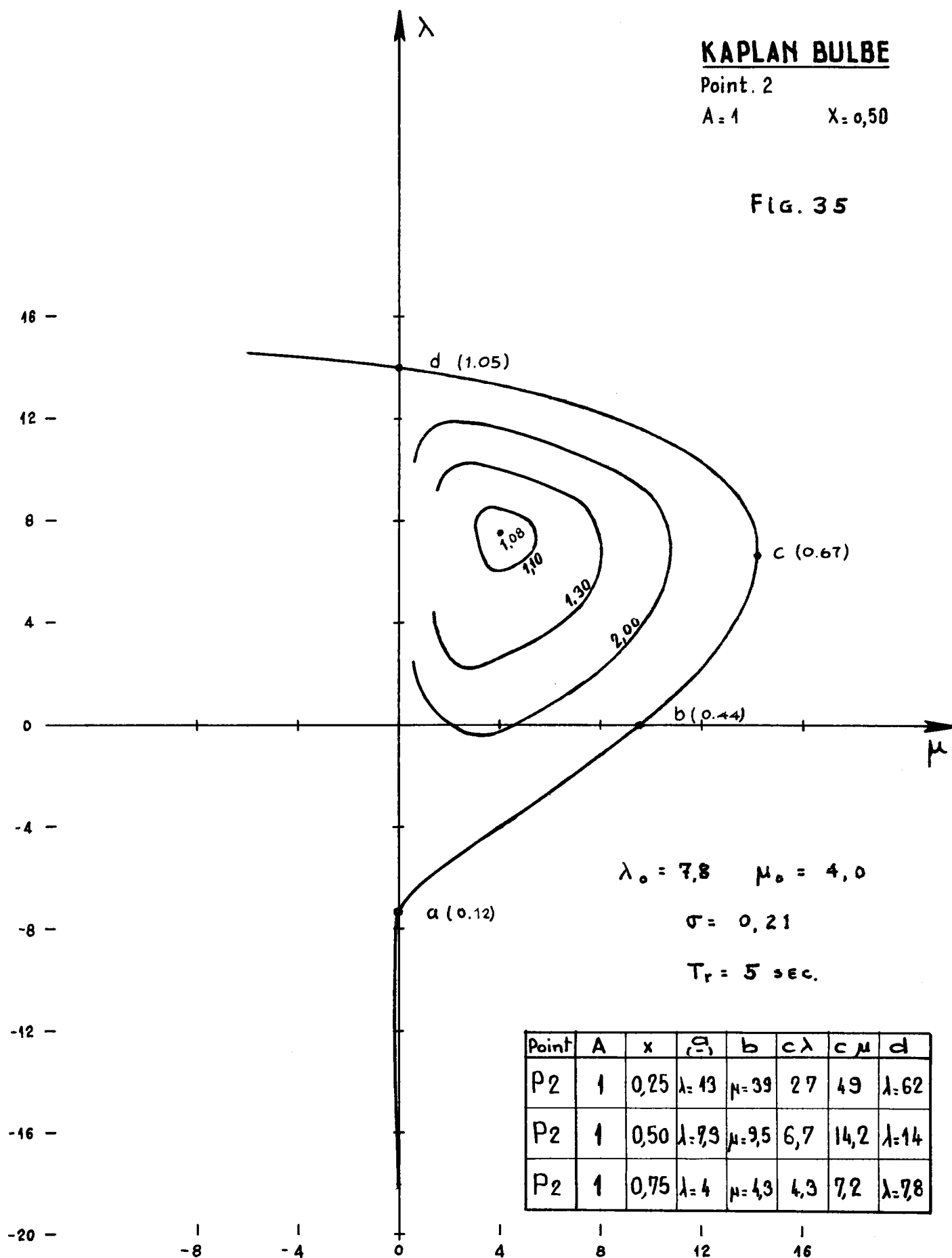
KAPLAN BULBE

Point. 2

$A = 1$

$X = 0,50$

Fig. 35



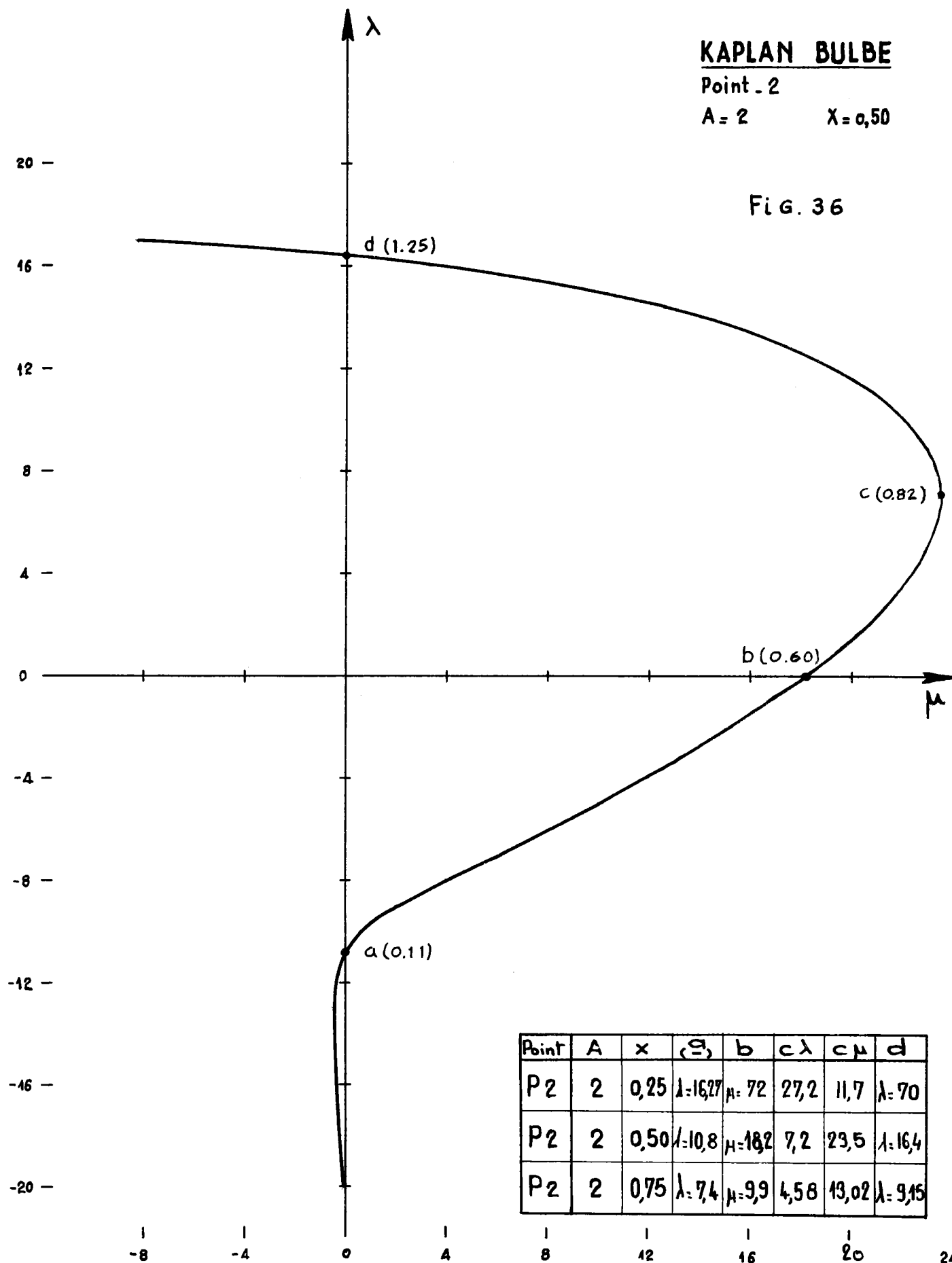
KAPLAN BULBE

Point - 2

$A = 2$

$\chi = 0,50$

FIG. 36



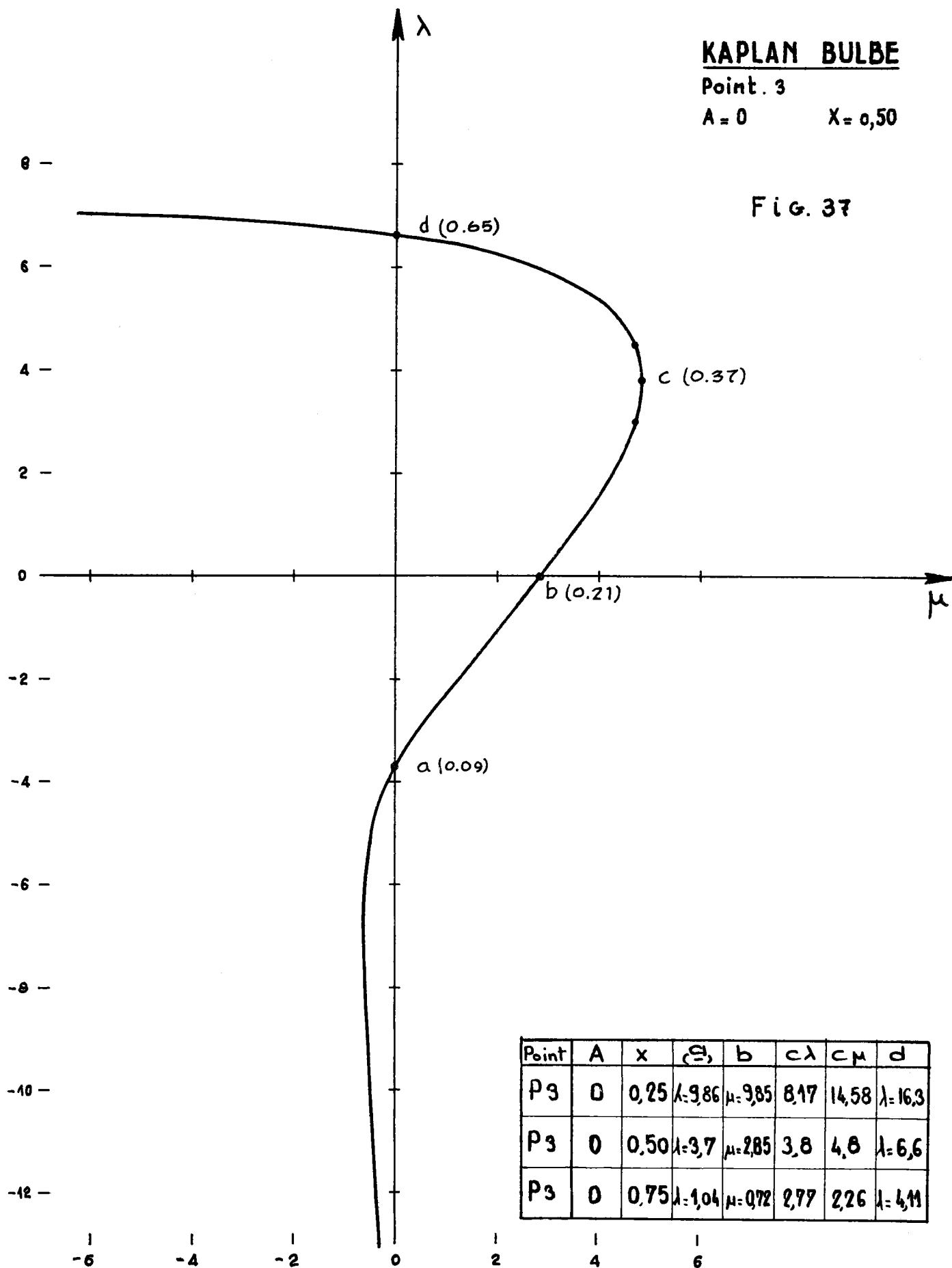
KAPLAN BULBE

Point. 3

$A = 0$

$X = 0,50$

Fig. 37



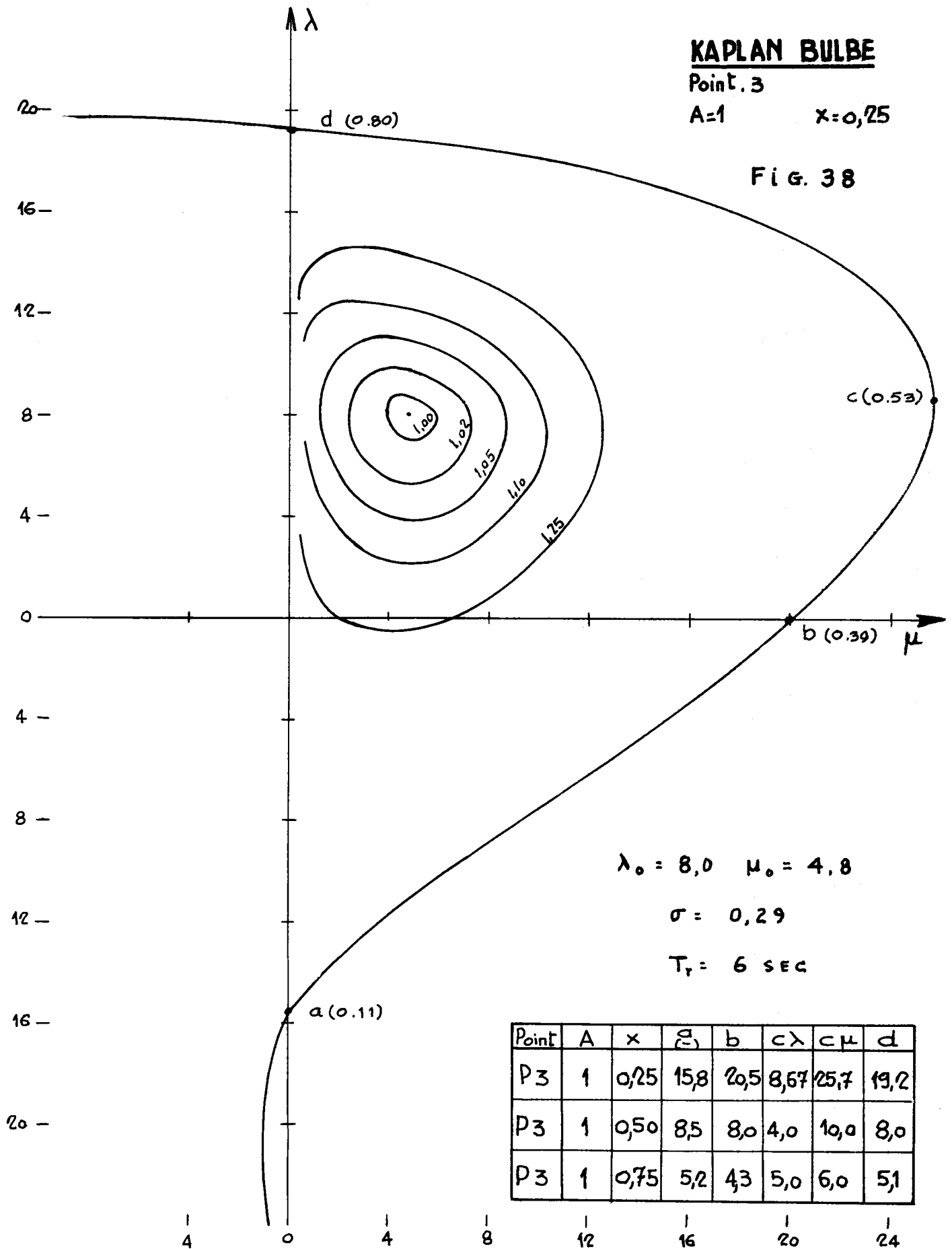
KAPLAN BULBE

Point. 3

A=1

$x=0,25$

FIG. 38



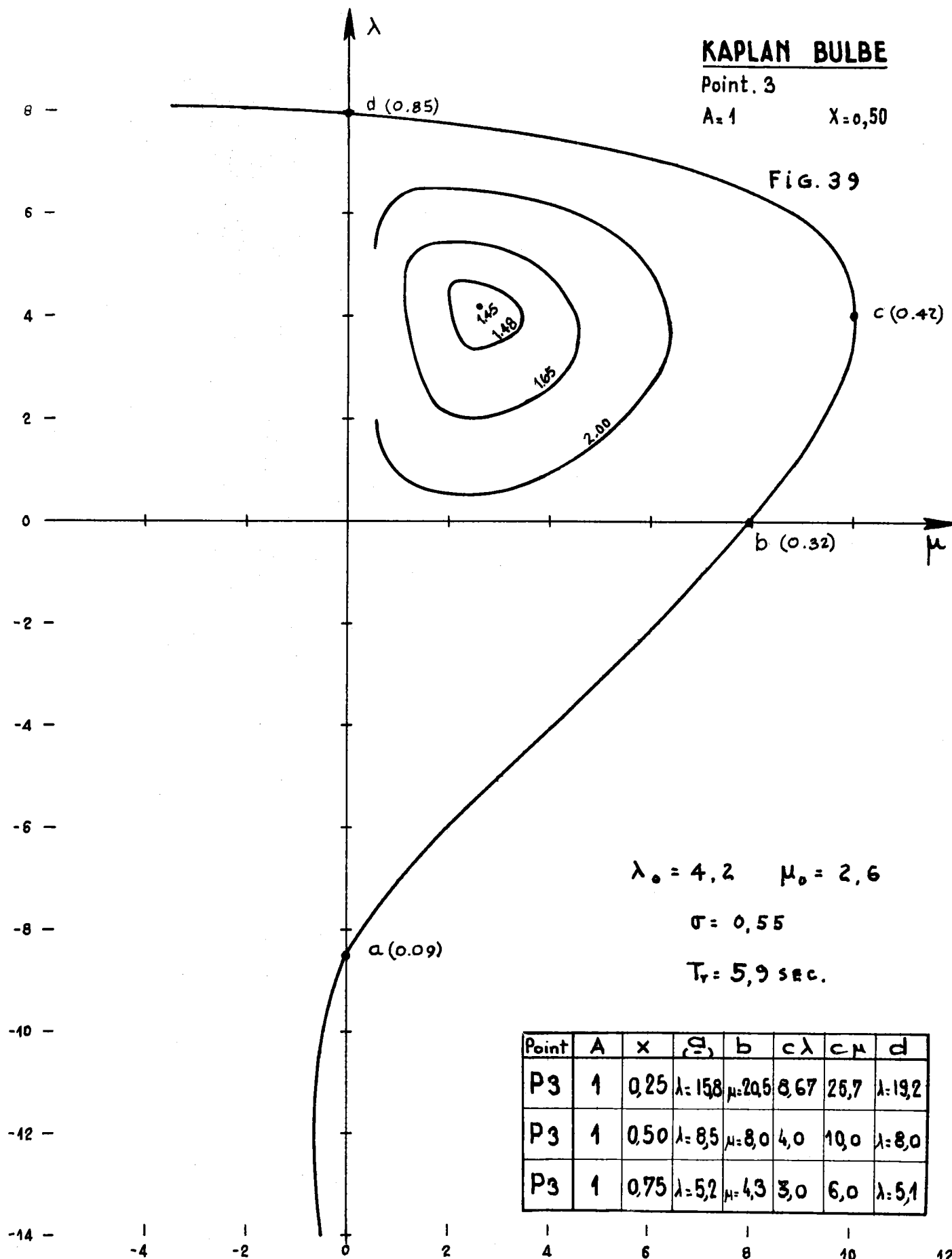
KAPLAN BULBE

Point. 3

$A=1$

$X=0,50$

FIG. 39



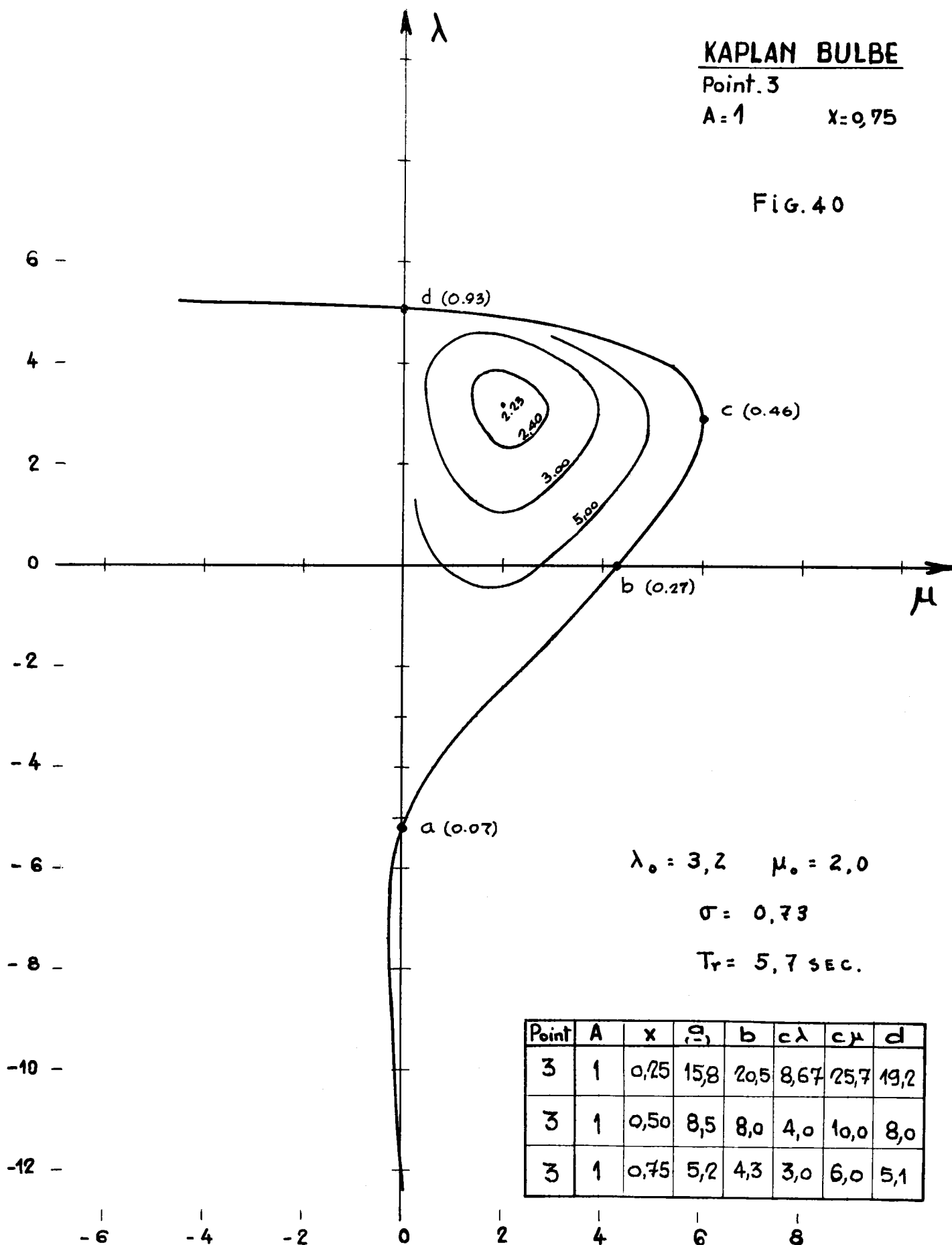
KAPLAN BULBE

Point. 3

A = 1

x = 0,75

FIG. 40



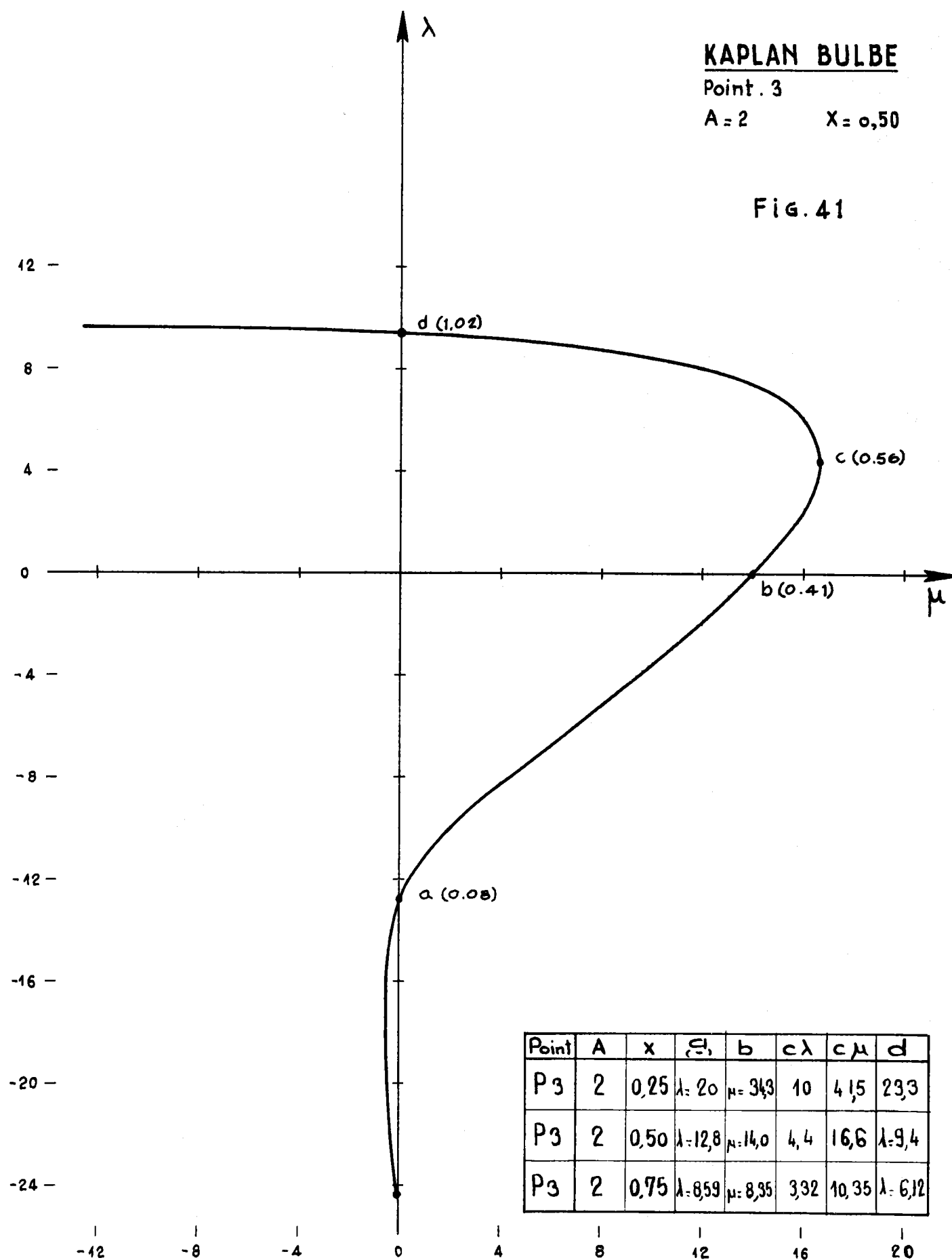
KAPLAN BULBE

Point . 3

$A = 2$

$x = 0,50$

Fig. 41



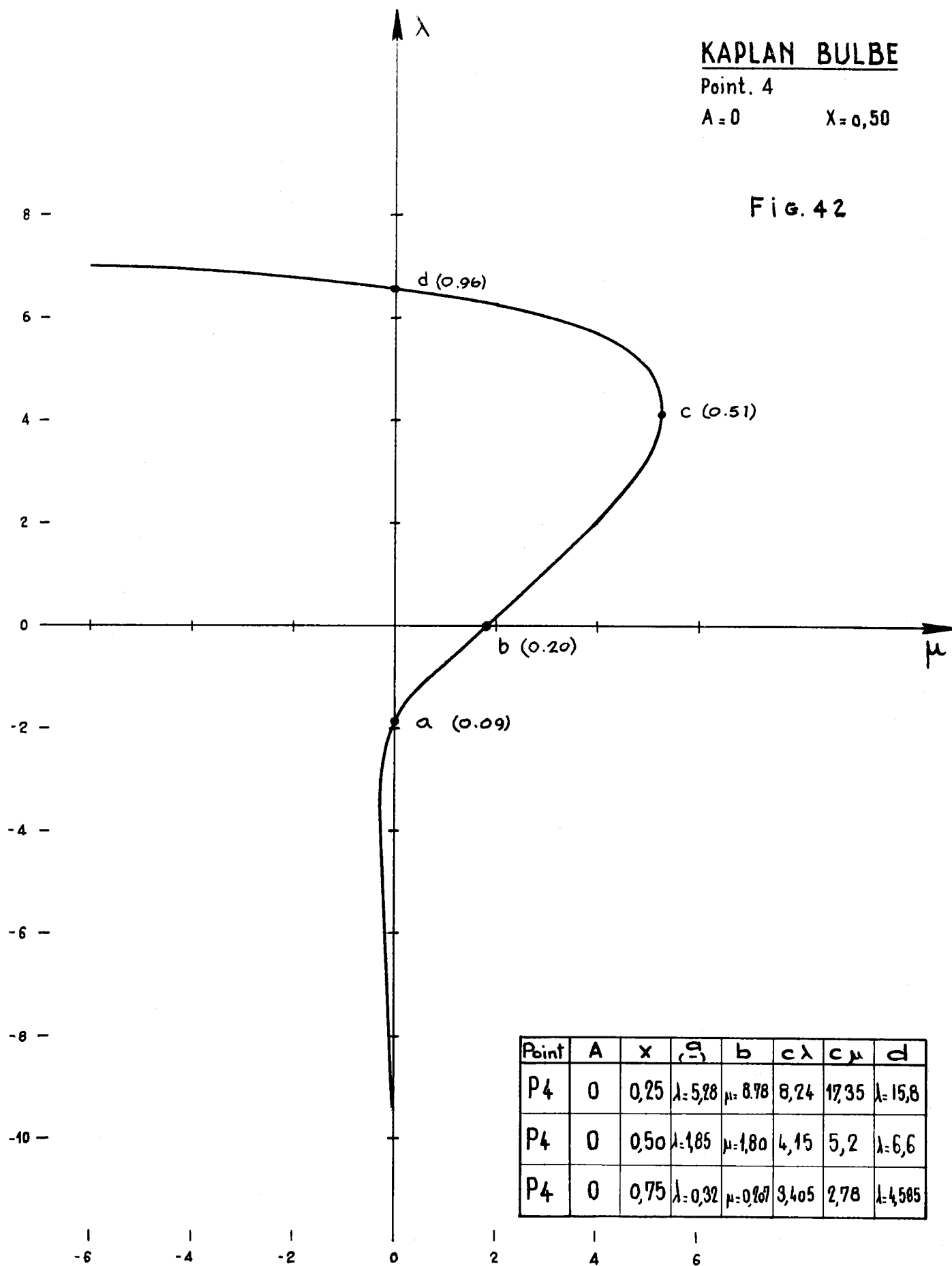
KAPLAN BULBE

Point. 4

$A = 0$

$X = 0,50$

Fig. 42



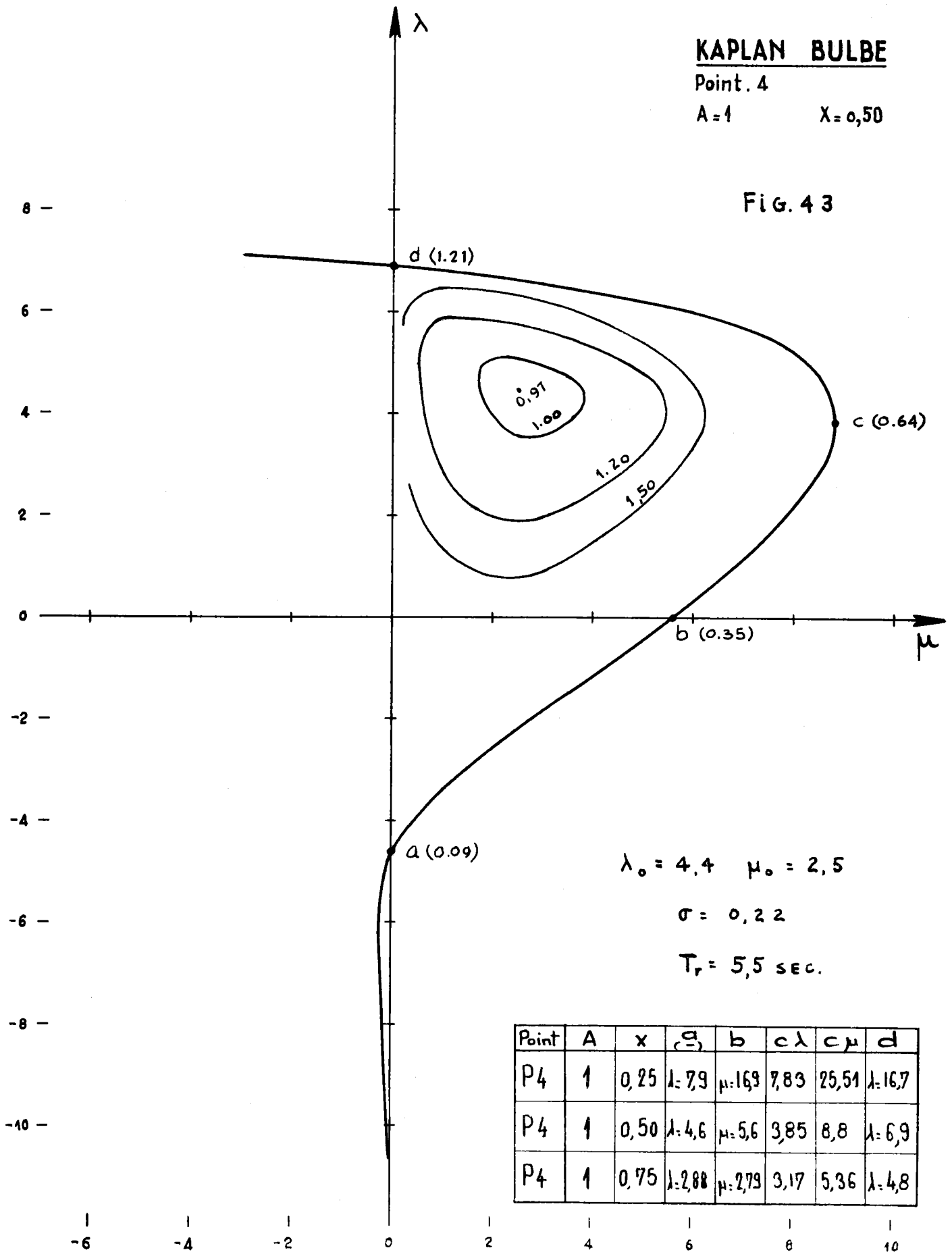
KAPLAN BULBE

Point. 4

A=1

$\chi = 0,50$

FIG. 43



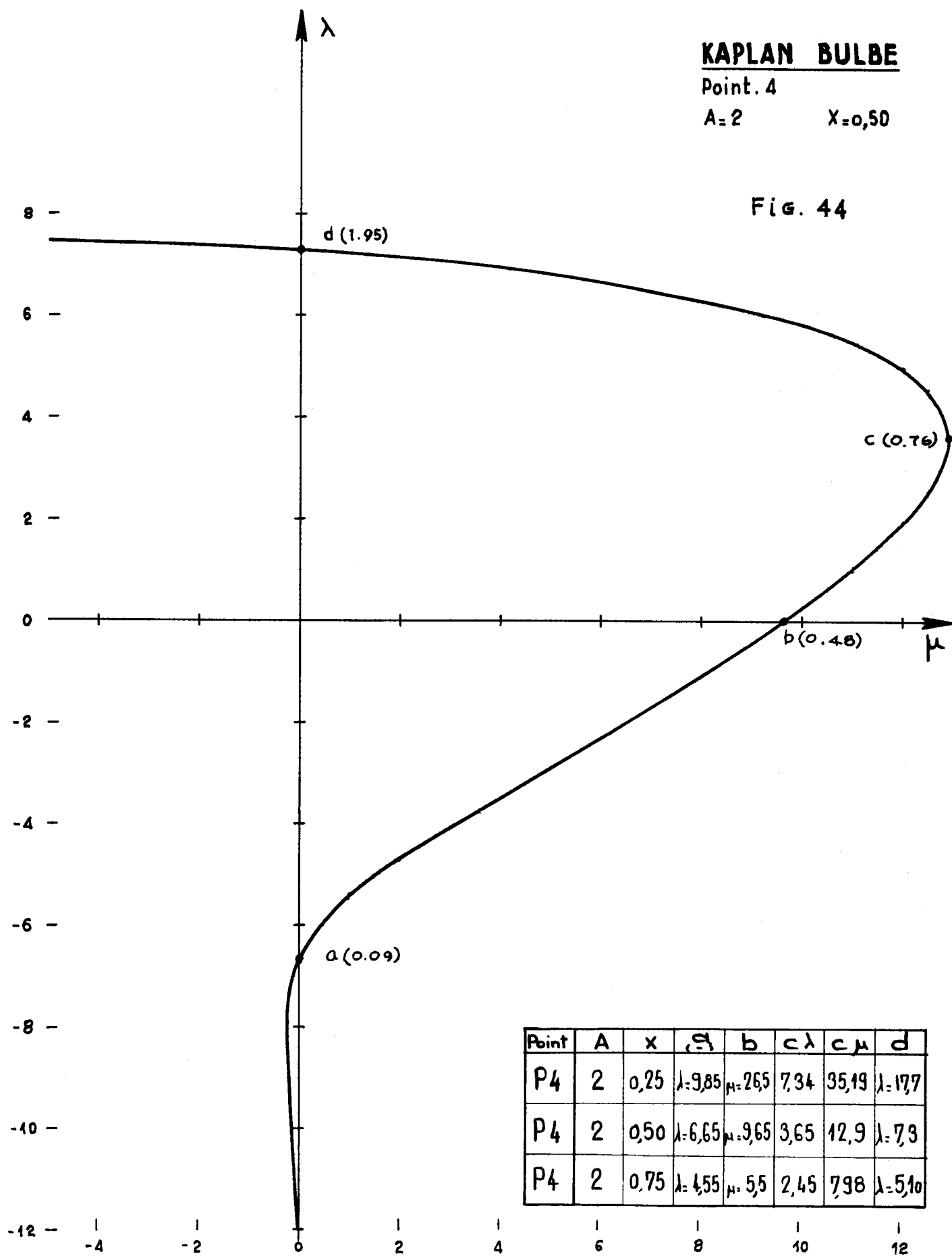
KAPLAN BULBE

Point. 4

$A=2$

$X=0,50$

Fig. 44



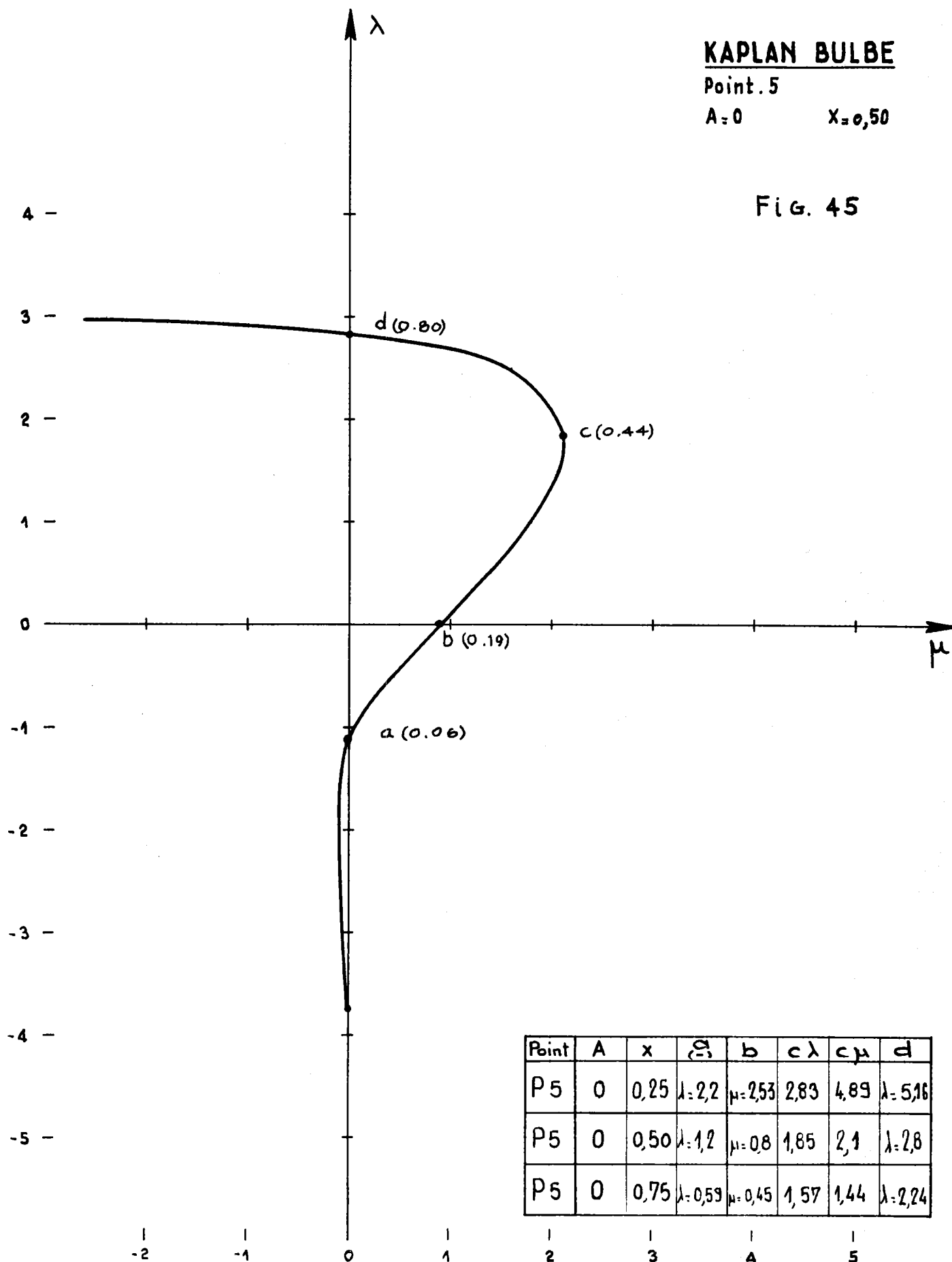
KAPLAN BULBE

Point. 5

$A=0$

$x=0,50$

Fig. 45



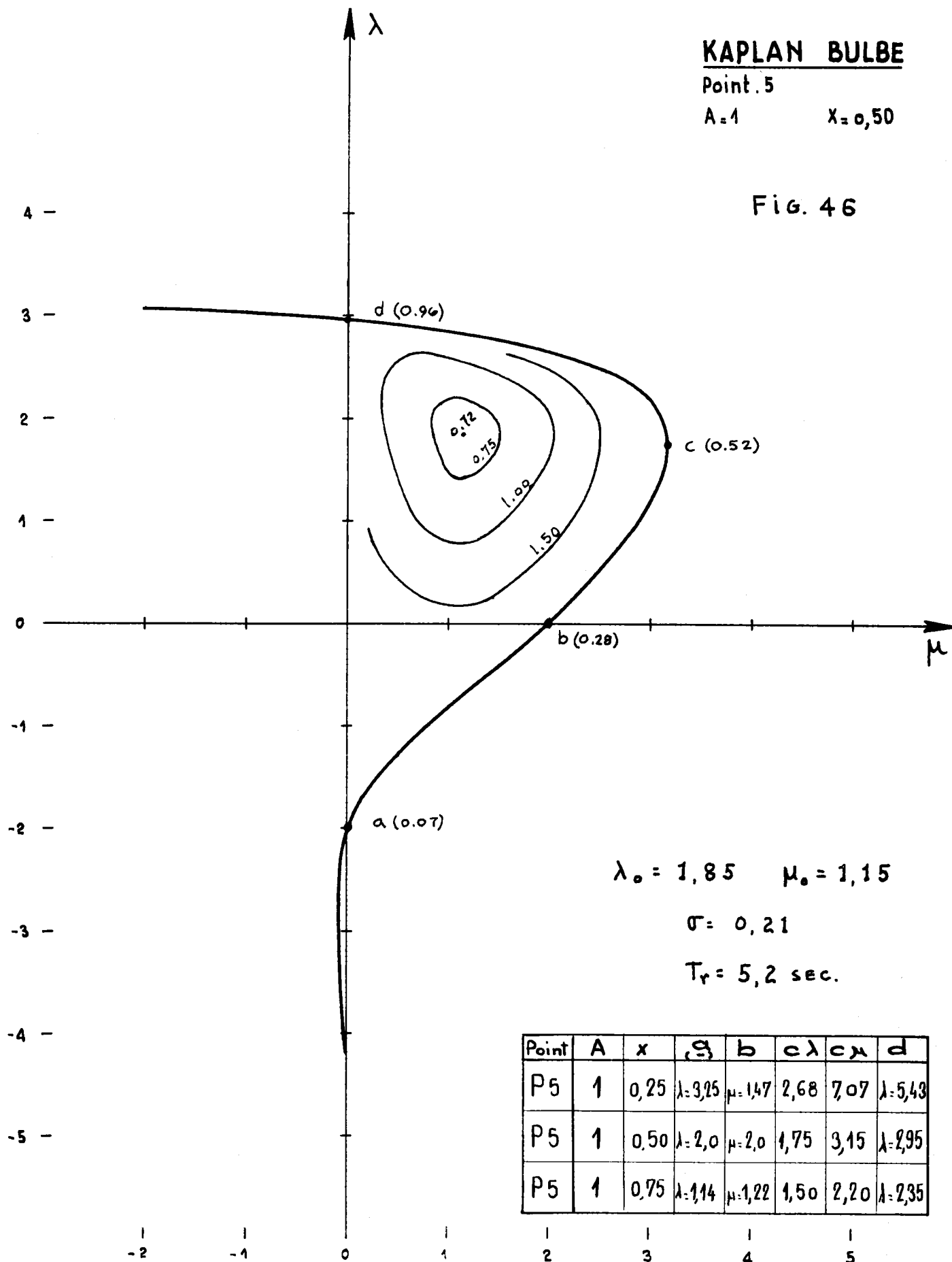
KAPLAN BULBE

Point. 5

A=1

X=0,50

Fig. 46



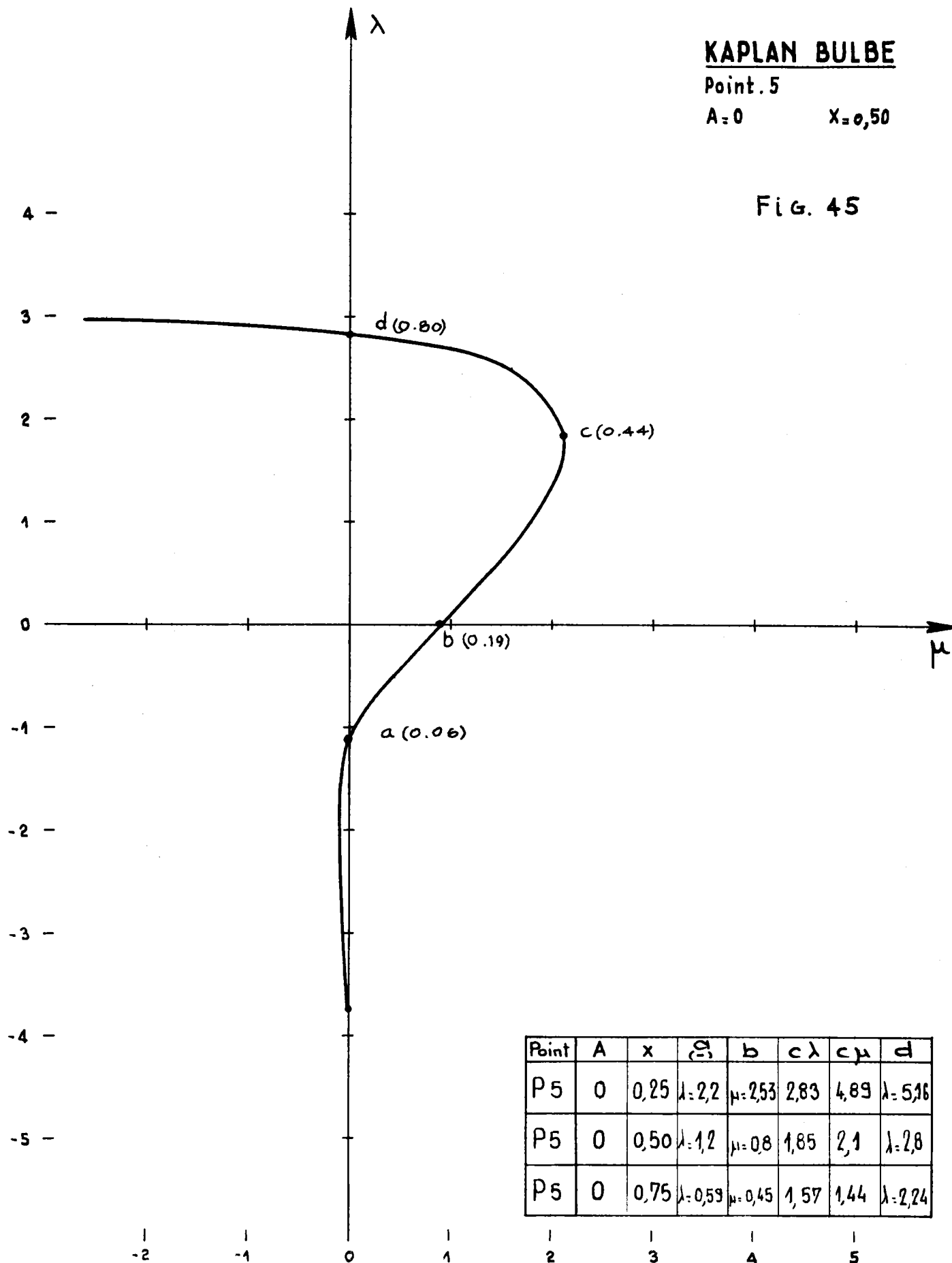
KAPLAN BULBE

Point. 5

A = 0

x = 0,50

FIG. 45



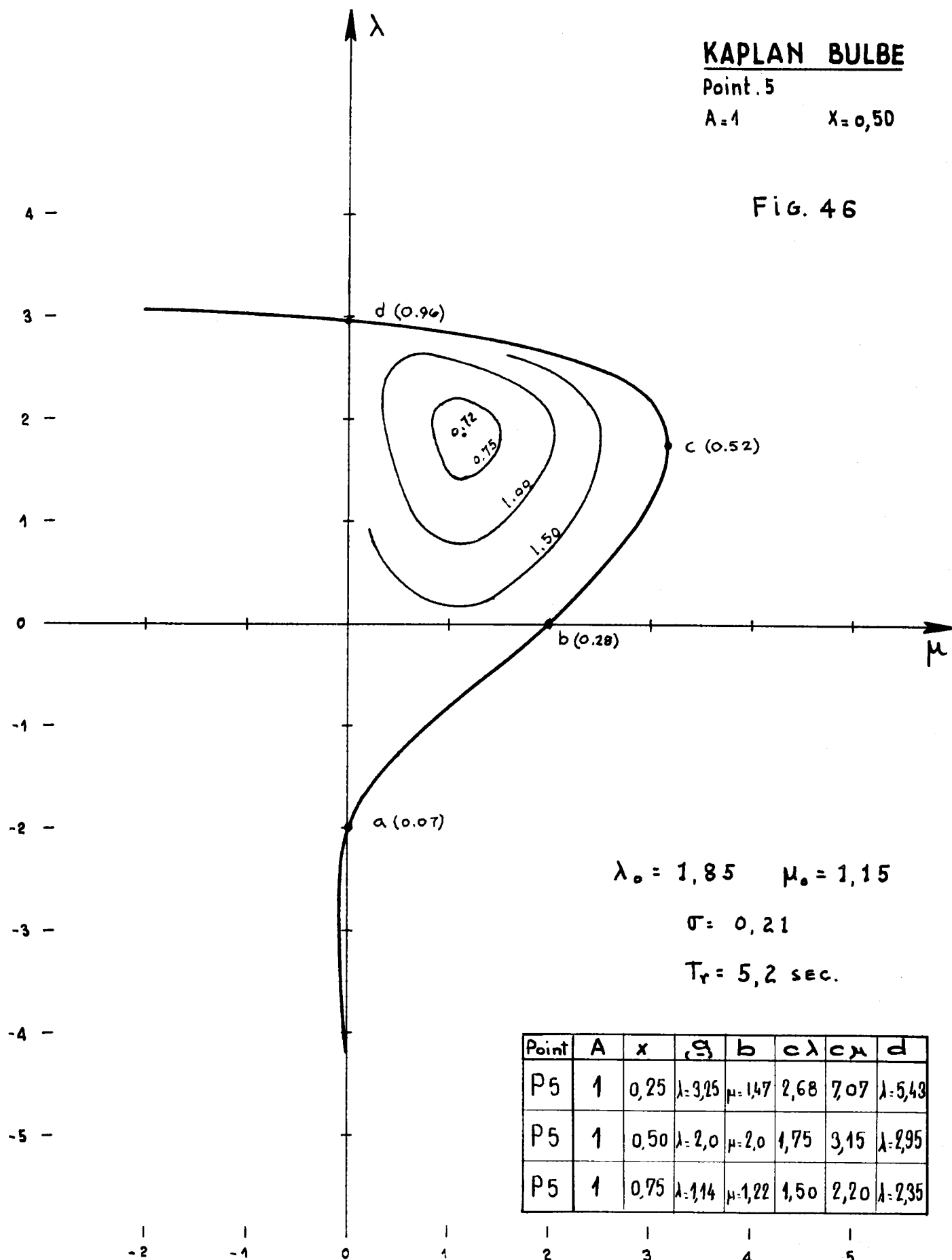
KAPLAN BULBE

Point. 5

$A=1$

$x=0,50$

Fig. 46



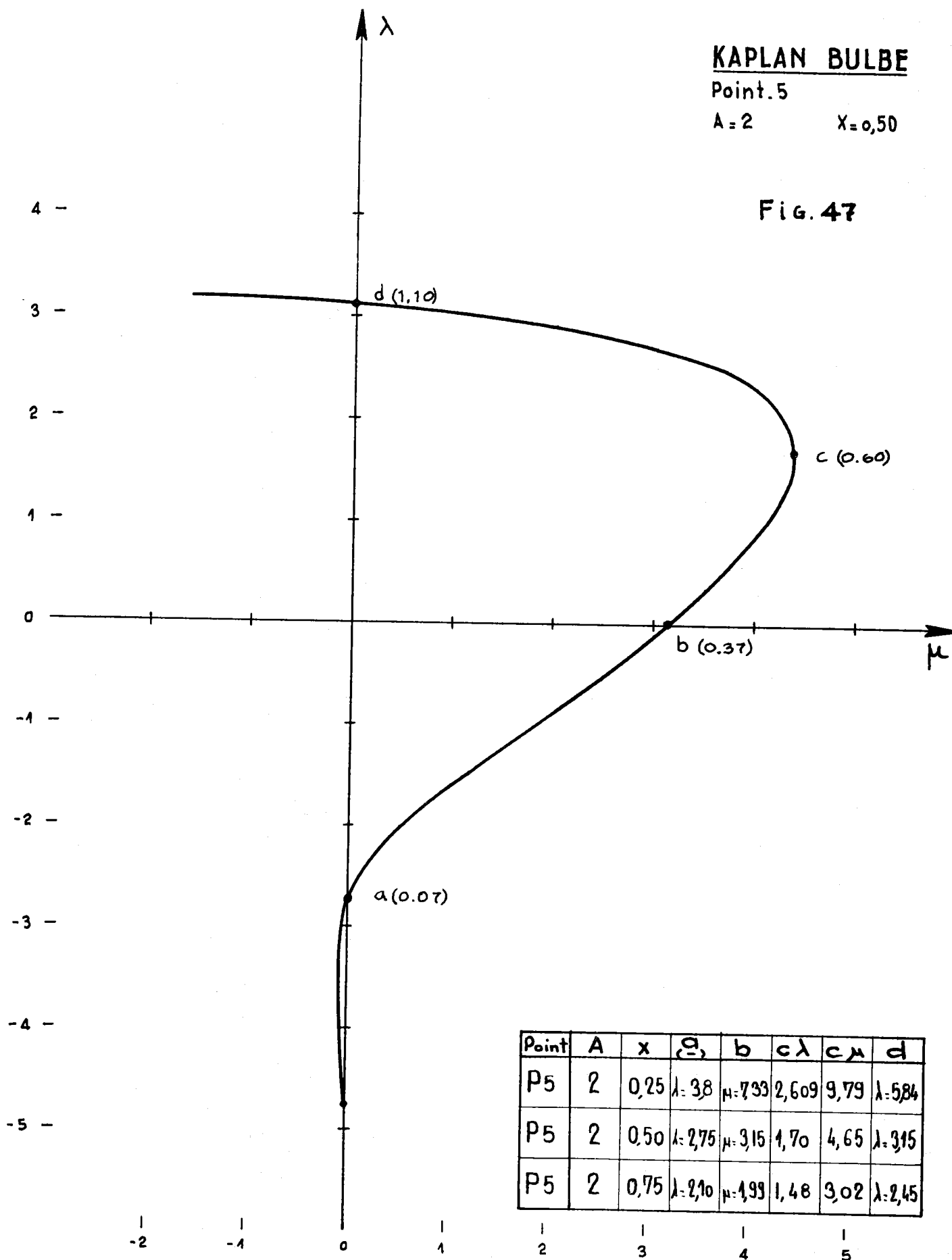
KAPLAN BULBE

Point.5

A = 2

X = 0,50

Fig. 47

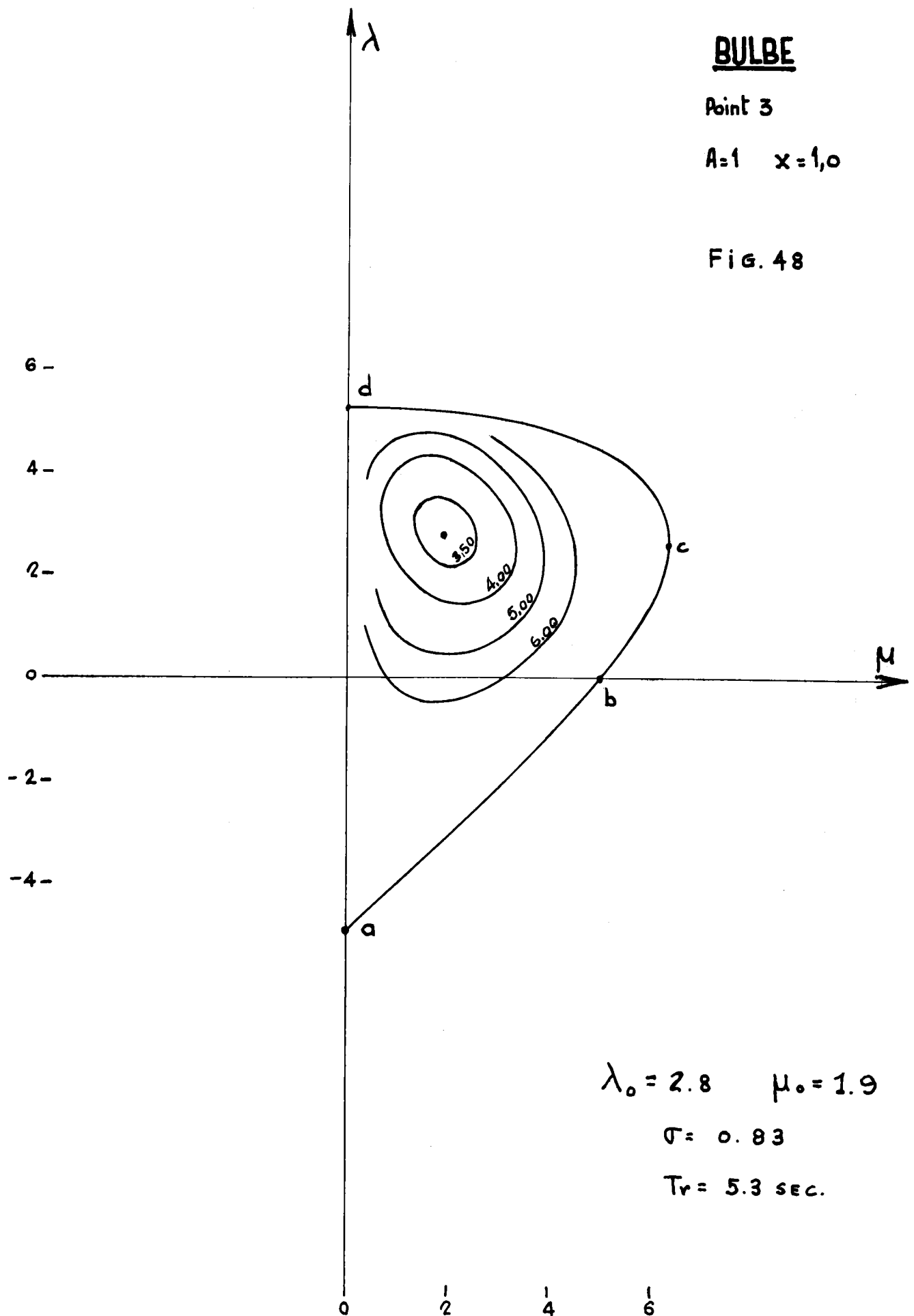


BULBE

Point 3

$A=1$ $x=1,0$

FIG. 48



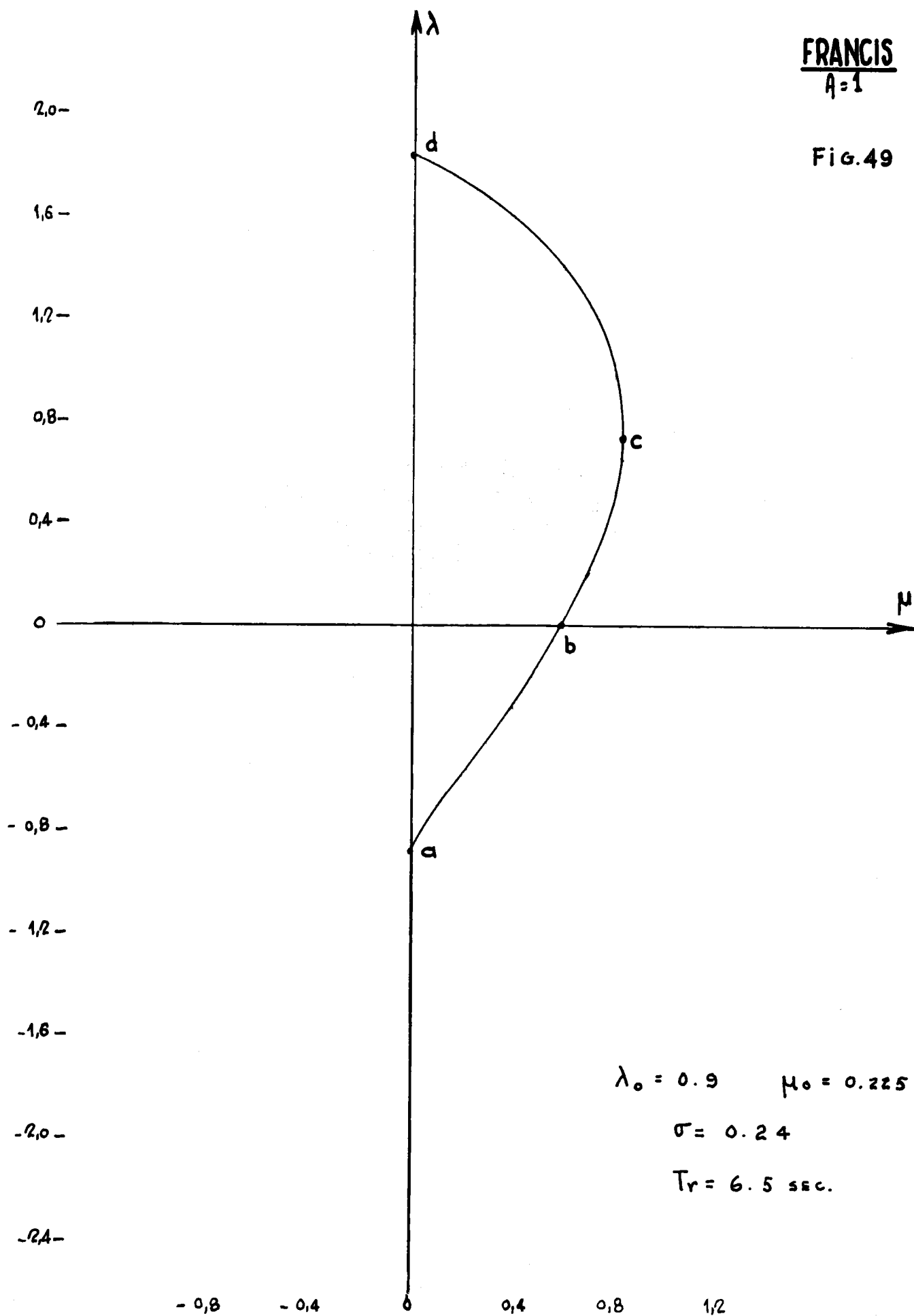
$$\lambda_0 = 2.8 \quad \mu_0 = 1.9$$

$$\sigma = 0.83$$

$$T_r = 5.3 \text{ sec.}$$

FRANCIS
A=1

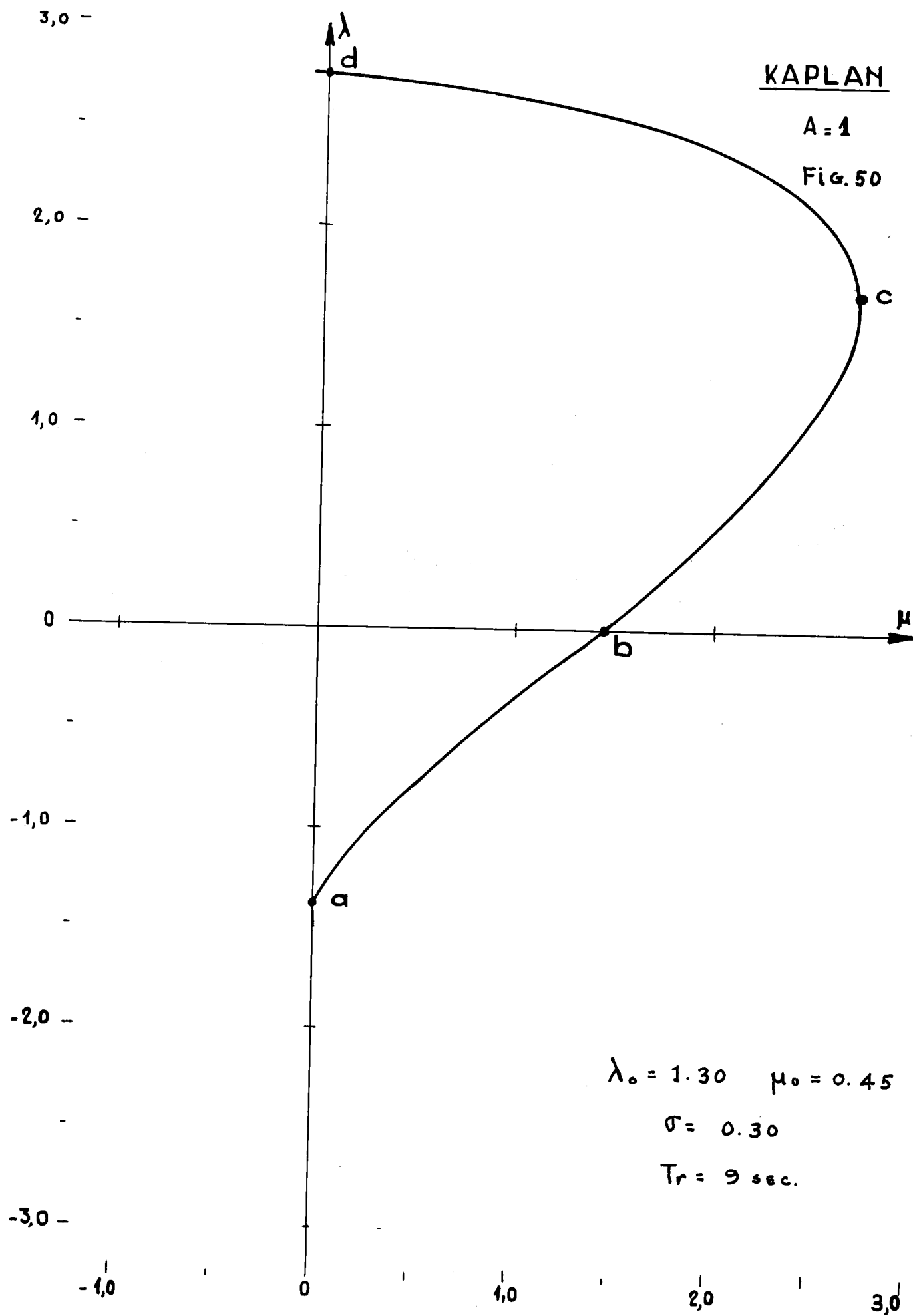
FIG.49

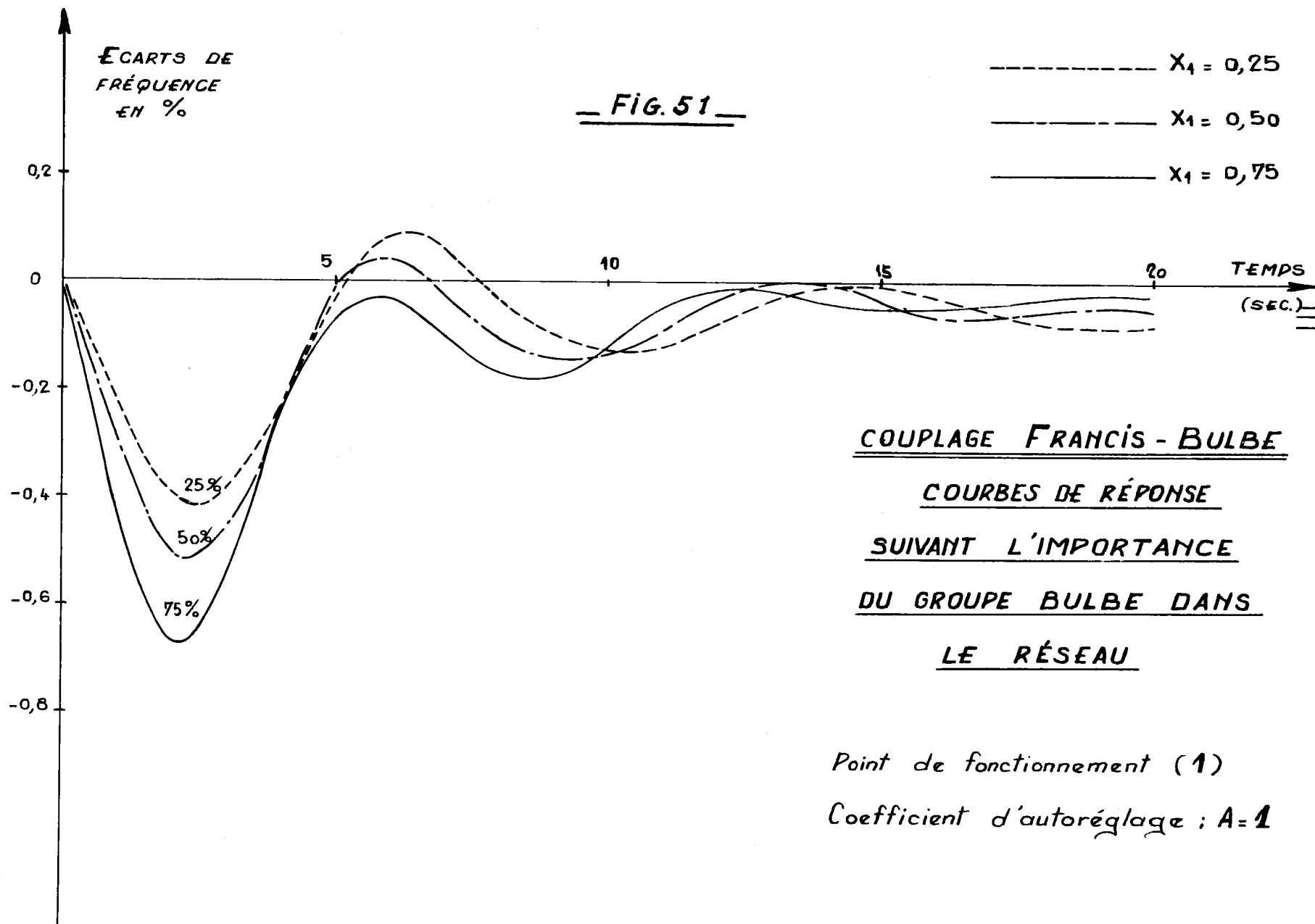


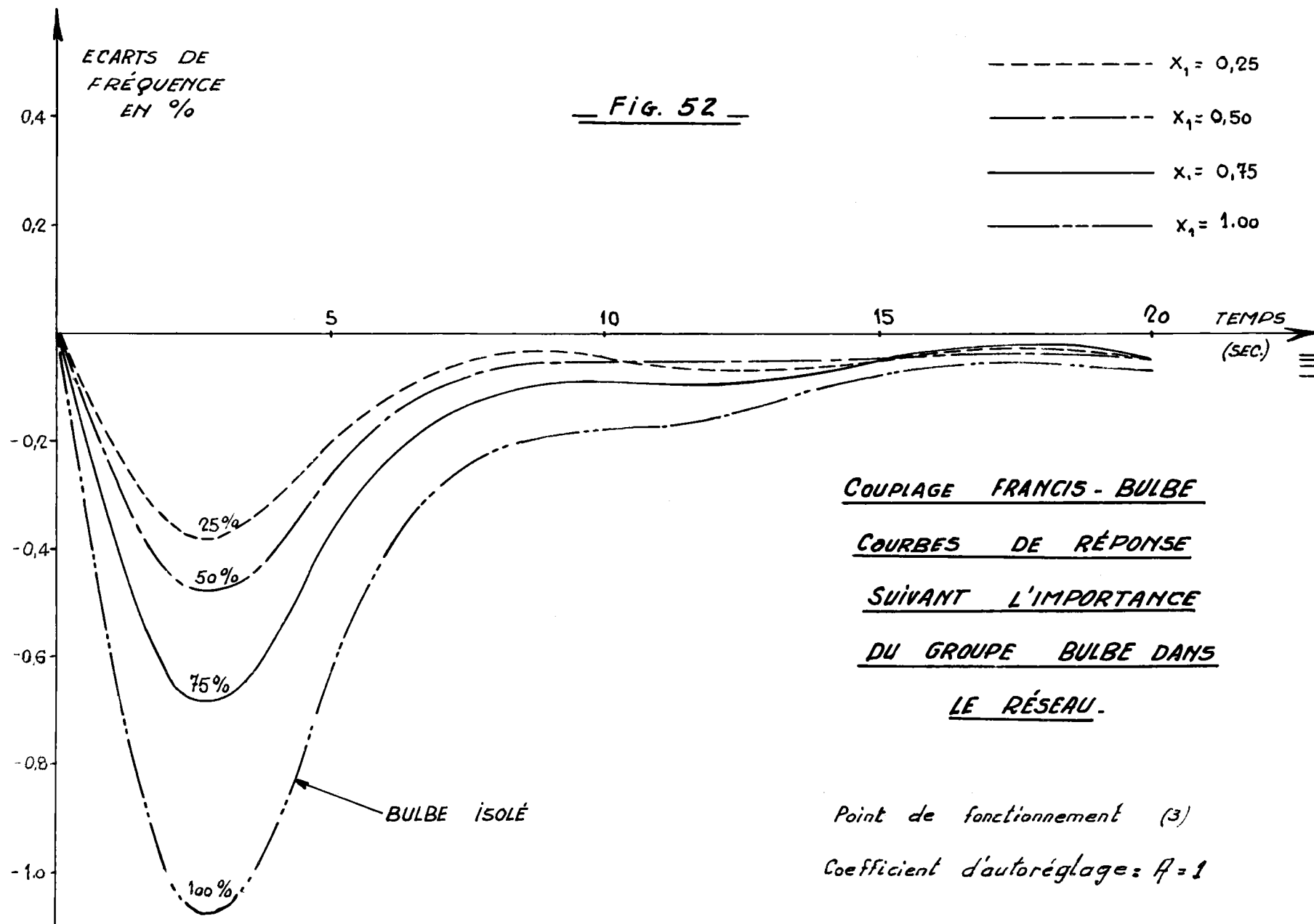
KAPLAN

$A = 1$

Fig. 50







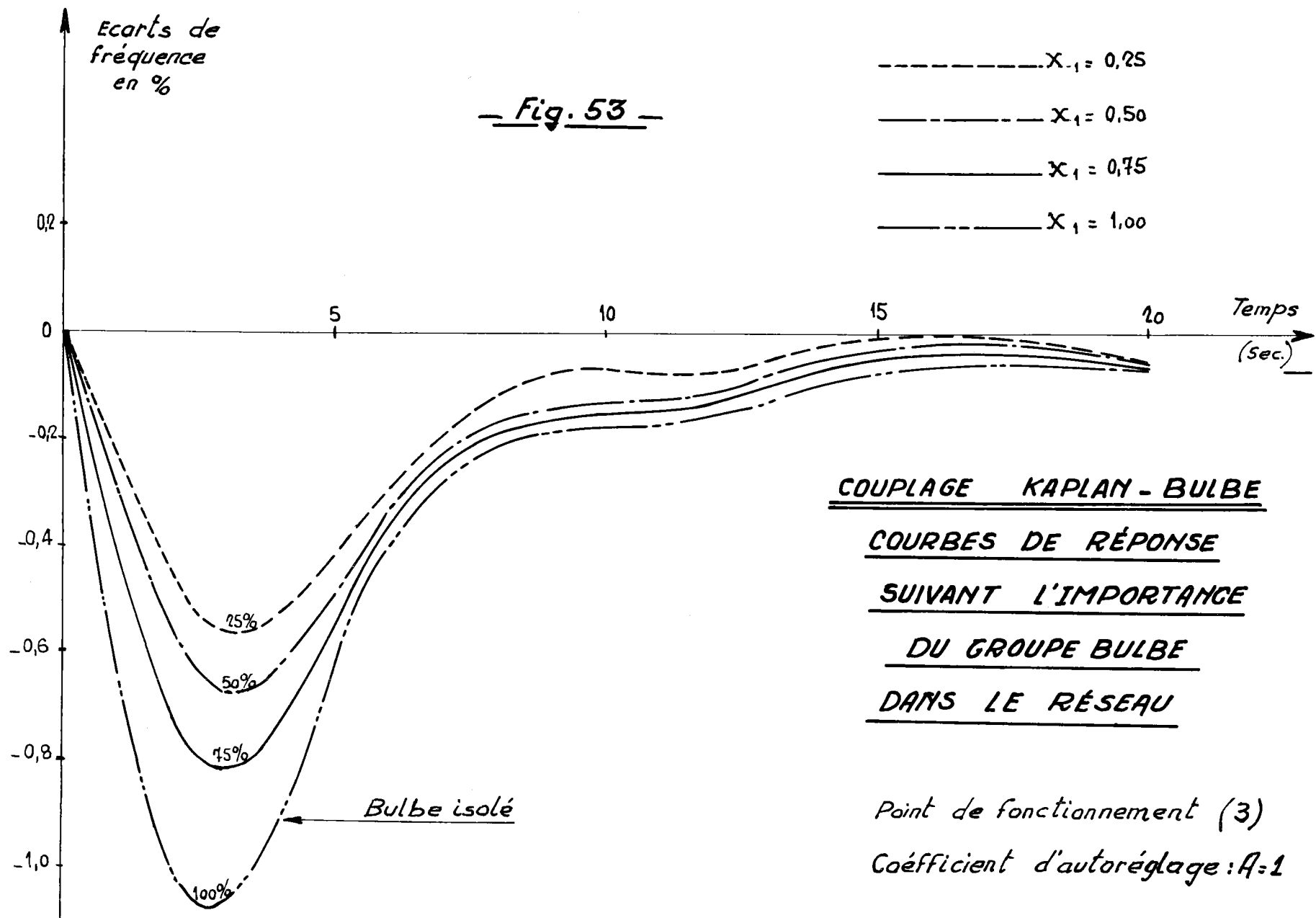
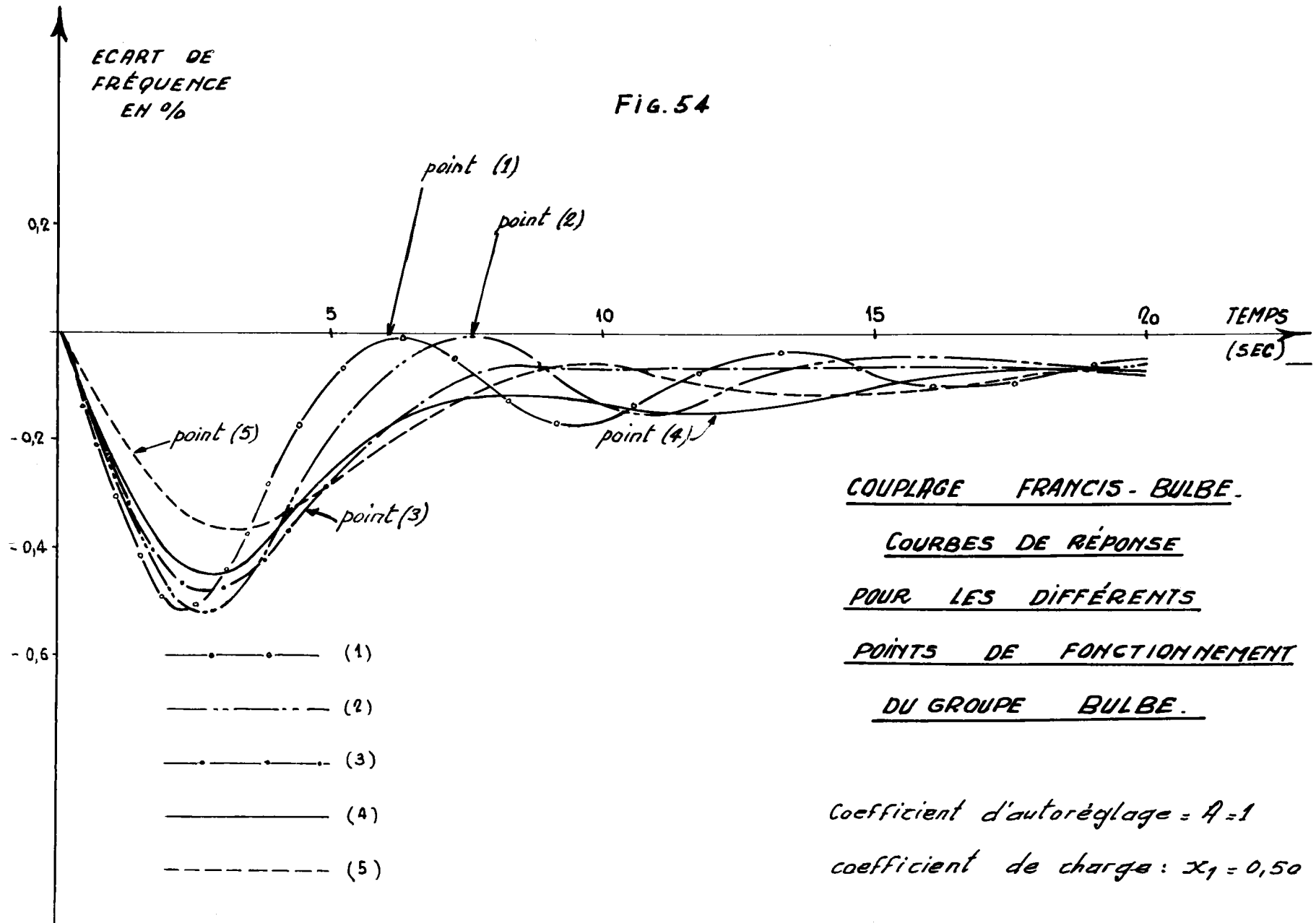
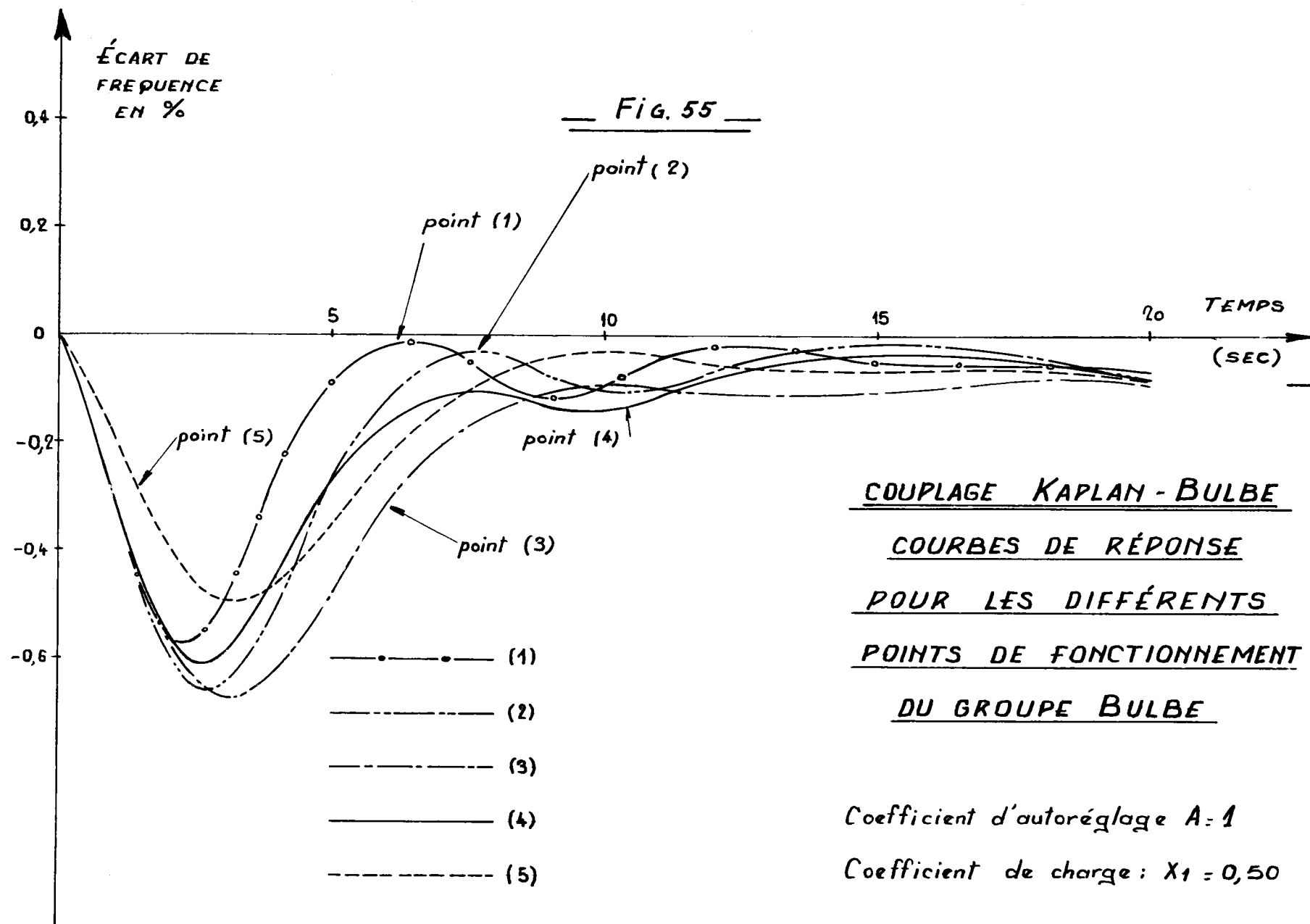


Fig. 54





EFFETS DU COUPLAGE

EN PARALLÈLE

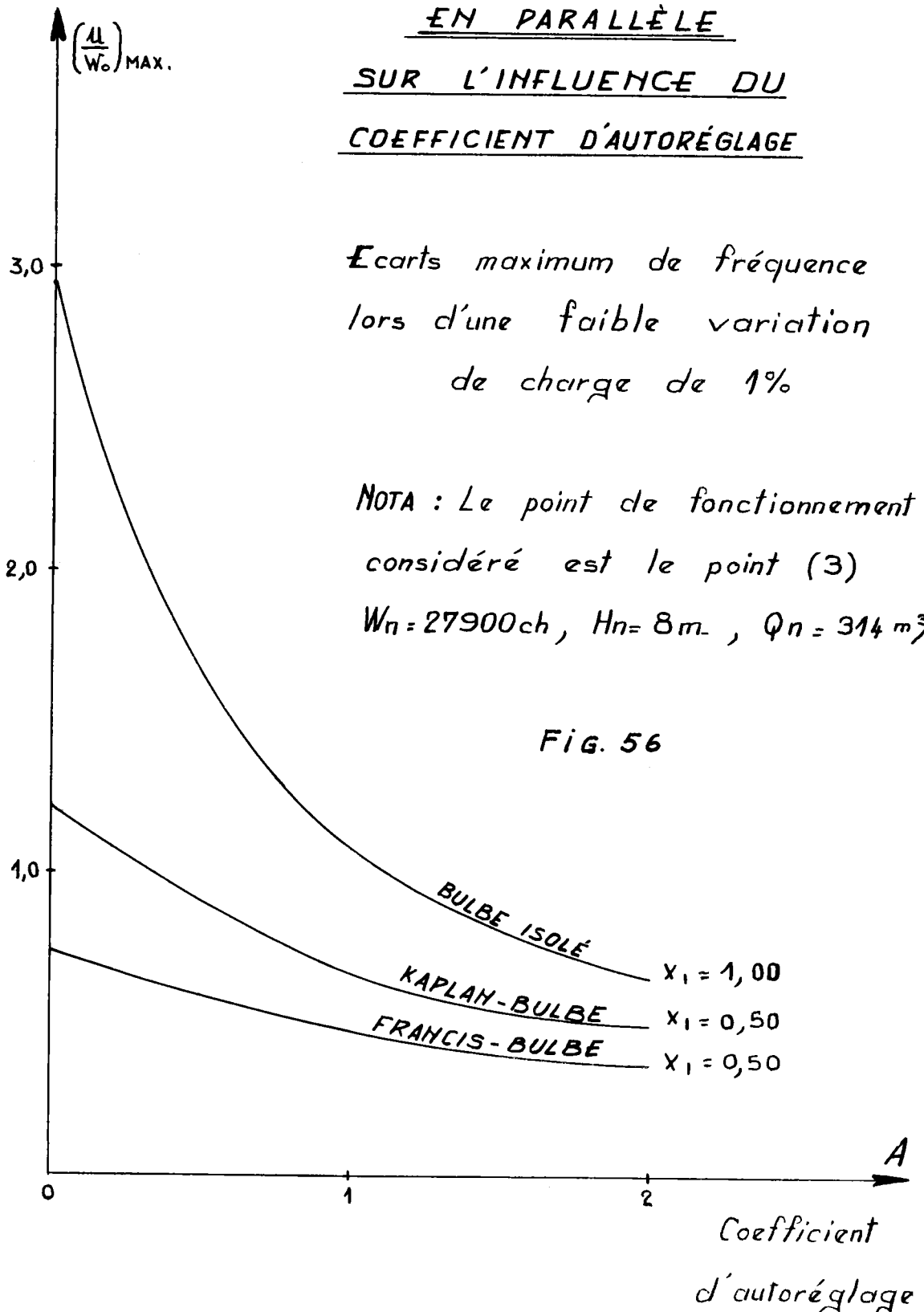
SUR L'INFLUENCE DU
COEFFICIENT D'AUTORÉGLAGE

*Ecart maximum de fréquence
lors d'une faible variation
de charge de 1%*

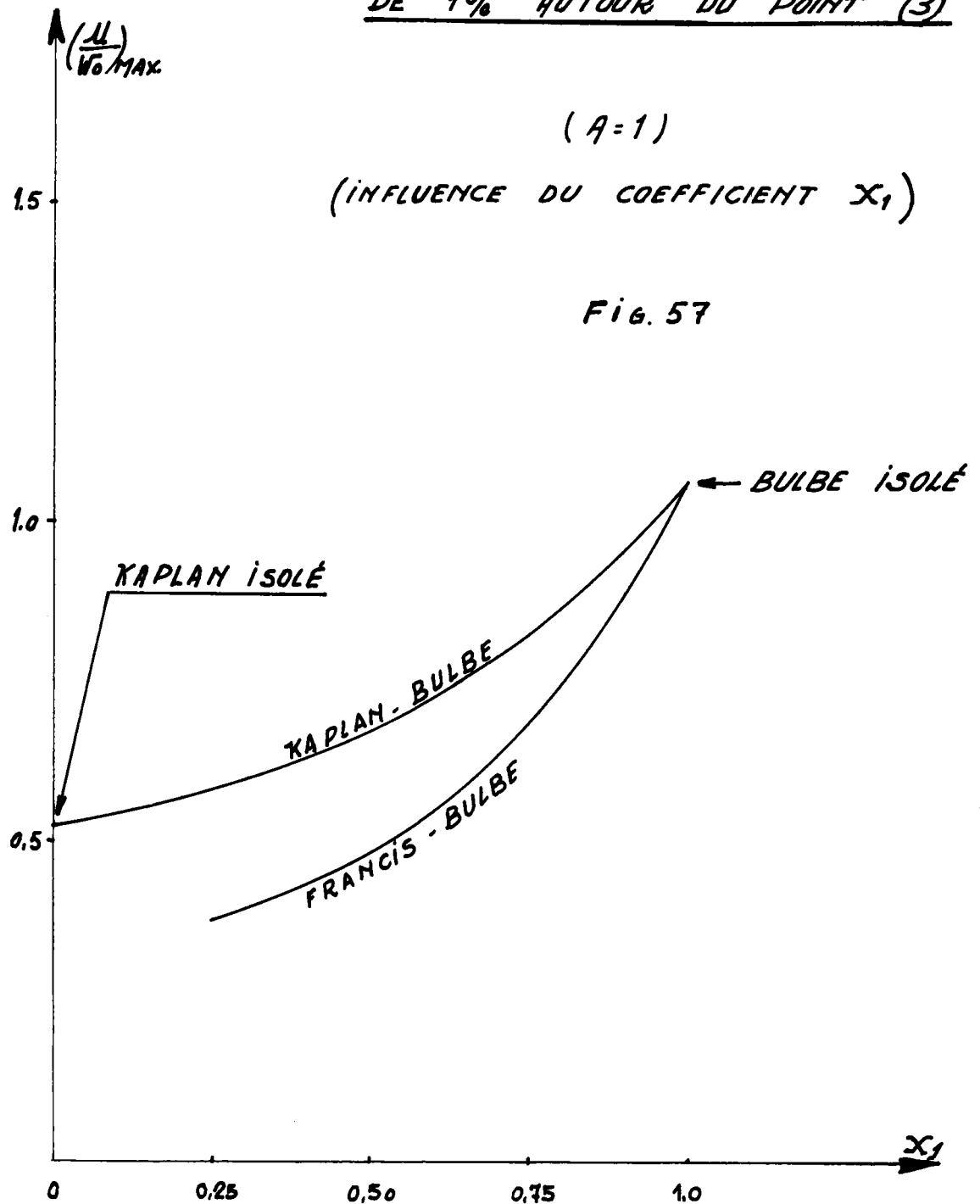
*NOTA : Le point de fonctionnement
considéré est le point (3)*

$W_n = 27900 \text{ ch}$, $H_n = 8 \text{ m}$, $Q_n = 314 \text{ m}^3/\text{s}$

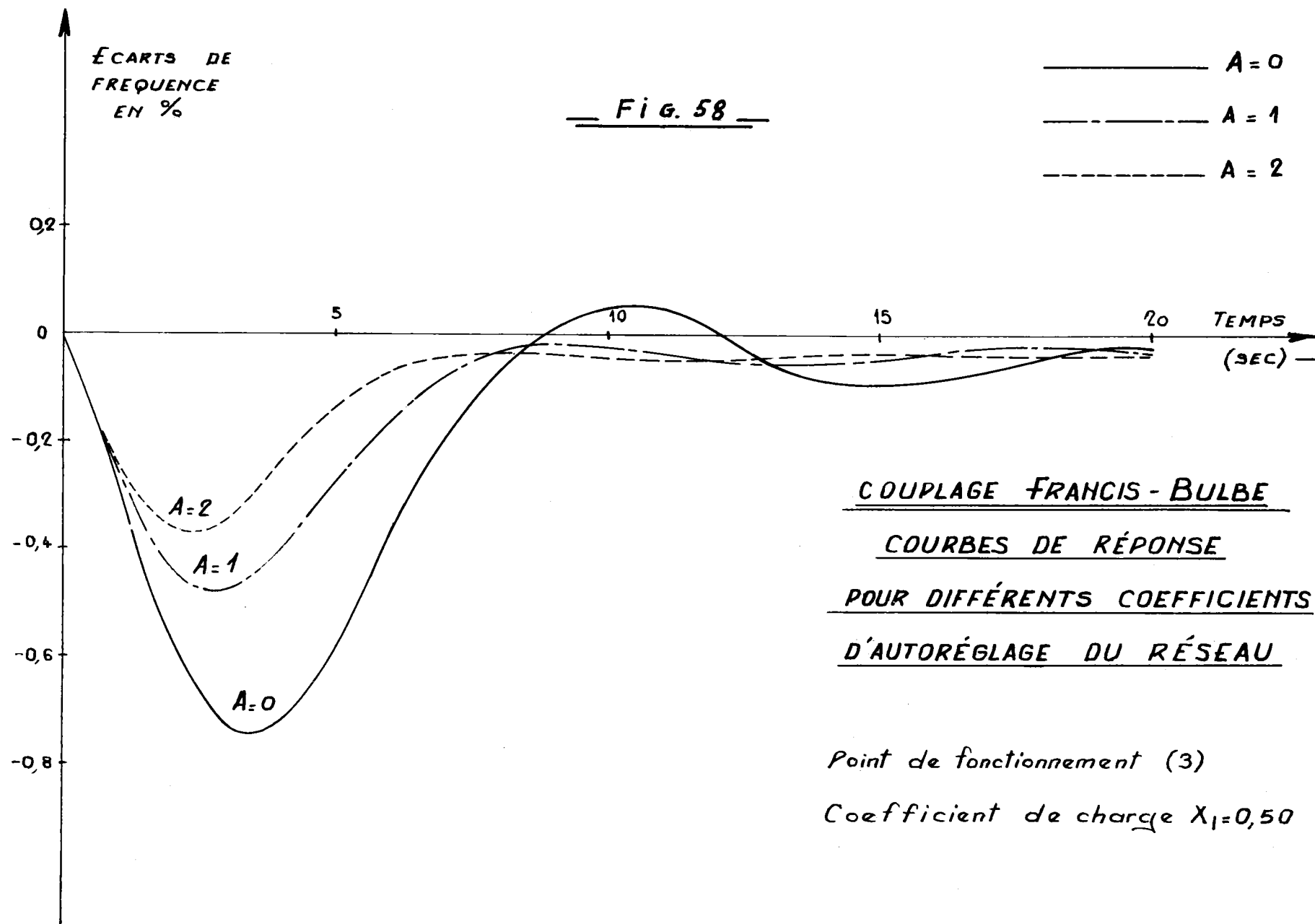
Fig. 56

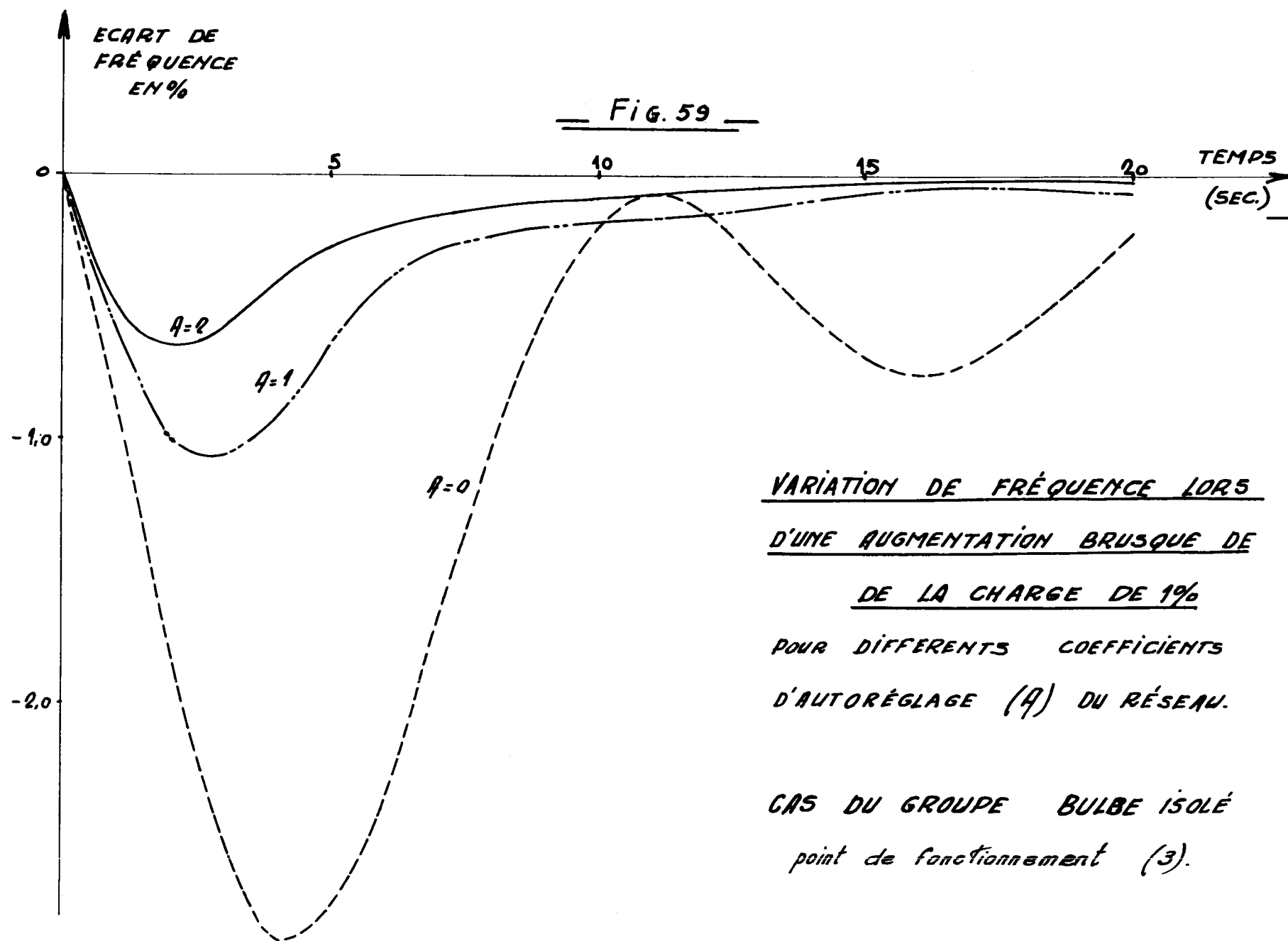


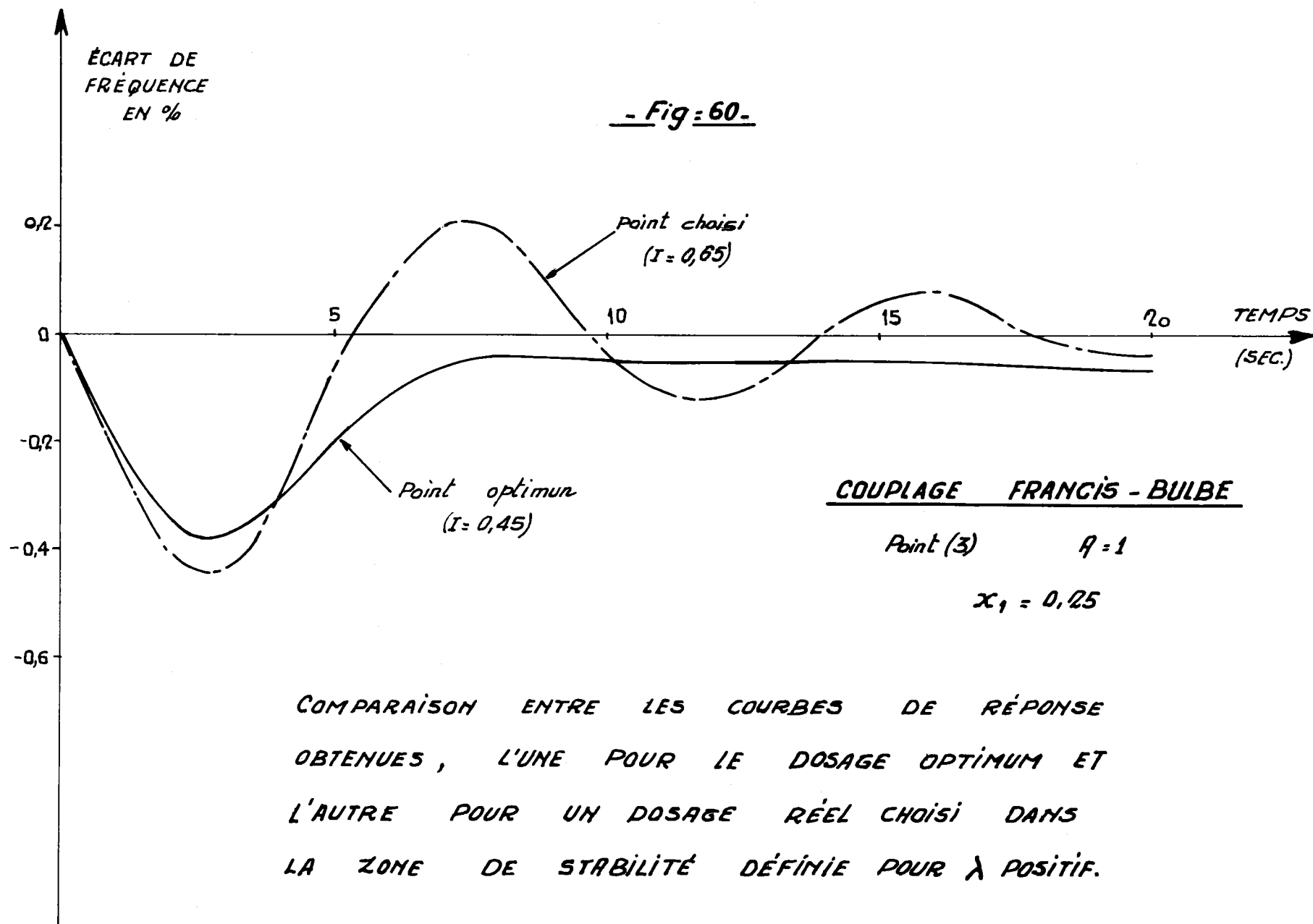
EGARTS MAXIMUM DE FRÉQUENCE
POUR UNE VARIATION DE CHARGE
DE 1% AUTOUR DU POINT (3)



X_1 = charge du groupe BULBE par rapport.
 à la charge totale du réseau.







CONCLUSIONS:

Le travail que nous avons entrepris sur la stabilité et la qualité du réglage de vitesse des turbines hydrauliques nous a permis de préciser une méthode d'étude pour deux groupes fonctionnant en parallèle dans un même réseau isolé. Tout en restant le plus général possible, nous avons négligé l'effet de l'élasticité de l'eau et de la conduite; nous limitant ainsi aux turbines de moyennes et basses chutes. Nous avons également admis que le réseau pouvait être considéré comme rigide; donc que la fréquence était la même partout. Cette hypothèse, justifiable dans notre cas pour un petit réseau faiblement chargé, ne le serait plus pour un réseau plus important (lignes longues et fortement chargées) et on devrait tenir compte des variations d'angle de phase entre les différents générateurs et utilisateurs. Signalons également que pour certains cas particuliers, il est souvent intéressant d'explicitier, en plus de la courbe de réponse de vitesse, l'évolution de la puissance motrice et du vannage au cours du régime transitoire.

Le second but que nous nous étions fixé consistait à étudier le comportement d'un groupe Bulbe, couplé en parallèle avec un groupe de caractéristiques différentes. Le choix de ce cas nous avait été dicté par l'intérêt que présentait l'étude de la stabilité d'un groupe ayant mauvaise réputation au point de vue réglage de la fréquence. Cependant nous aurions pu étudier n'importe quel cas de couplage en parallèle (de turbines de basses et moyennes chutes), la méthode et les programmes de calculs ayant été conçus à cet effet.

Les résultats que nous avons obtenus dans les deux cas de marche en parallèle: Kaplan-Bulbe et Francis-Bulbe, et les comparaisons que nous avons pu établir avec la marche en réseau isolé, nous permettent de tirer les conclusions suivantes:

- Les groupes Bulbe se comportent beaucoup mieux en réseau interconnecté qu'on l'aurait d'abord cru, et peuvent contribuer utilement au réglage de la fréquence,

- la qualité de réglage d'un réseau interconnecté peut être bien meilleure que celle du réseau séparé, même si les fluctuations relatives de puissance sont les mêmes,

- la théorie de réglage en réseau séparé ne contenant qu'un seul groupe ne peut être utilisée pour déterminer les paramètres de dosage optimum du régulateur,

- un réseau stable composé de plusieurs groupes en parallèle est à peu près équivalent à un groupe fictif dont les caractéristiques sont les moyennes pondérées des caractéristiques de tous les groupes.

A la lumière de ces deux dernières conclusions, déjà énoncées par certains auteurs comme MM. GADEN, MEYER, ALMERAS (6) (7) (11), nous pensons que notre méthode d'étude de deux groupes en parallèle pourrait s'appliquer directement à trois groupes différents en considérant les deux premiers comme un ensemble stable.

Dans cet ordre d'idées, un grand réseau pourrait être considéré comme un ensemble de petits réseaux partiels à l'intérieur desquels le couplage serait rigide, mais reliés entre eux par des lignes d'interconnexions non rigides. L'étude des petits réseaux, composés de trois ou quatre installations différentes en parallèle, permettrait sans doute de définir pour chaque groupe un meilleur dosage que celui obtenu par la théorie de réglage du groupe isolé. On contribuerait à augmenter ainsi la marge de stabilité de chaque réseau partiel et, éventuellement, le nombre de groupes pouvant régler la fréquence.

Grenoble, 1er mai 1963.

OUVRAGES CONSULTÉS

- (1) RANSFORD, ROTTNER: "Optimisation du réglage de vitesse des groupes hydroélectriques", La Houille Blanche, No 3-1958, No 1 et 6 - 1959, No 1-1960.
- (2) ALMERAS, P.: "Cours de Régulation", E.M.S.E.H., Grenoble, 1955.
- (3) MEYER, R.: "Cours de Régulation et de Servo-mécanismes", E.M.S.E.H.G., 1953.
- (4) DANIEL, J.: "Accélération du réglage de vitesse des turbines hydrauliques", Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble, H.B., No 1 et 2 - 1943.
- (5) BOREL, L.: "Stabilité de réglage des installations hydroélectriques", Dunod, Paris, 1960.
- (6) GADEN, D.: "Considérations sur le problèmes de la stabilité", La Concorde, Lausanne, 1945.
- (7) ALMERAS, P.: "Influence de l'inertie de l'eau sur la stabilité d'un groupe hydroélectrique", La Houille Blanche, No 1, 1945.
- (8) MACMILLAN: "Theory of Control in Mechanical Engineering", Cambridge University Press, 1951.
- (9) KUNTZMANN, DANIEL, MA: "Stabilité des systèmes de réglage", (Méthode des séparatrices), Revue générale de l'électricité, No 3 et 11, 1952.
- (10) AJZERMAN, A.: "Détermination de la frontière du domaine de stabilité dans l'espace des paramètres", Automatisme, No 3, 7, 8 et 10, 1960.
- (11) MEYER, R.: "Réglage de la fréquence dans les réseaux électriques inter-connectés, H.B. No 5, 1956.
- (12) CUENOD, M.: "Influence des phénomènes de coup de béliet sur le réglage de la vitesse des turbines hydrauliques", Houille Blanche, No 2, 1949.

- (13) MEYER, R.: "Quelques résultats nouveaux concernant la régulation des turbines et des installations hydrauliques en général", H.B., No 4, 1952.
- (14) CUENOD, WAHL: "Amélioration de la tenue de la fréquence dans un réseau alimenté par une centrale hydroélectrique", Bulletin de la Suisse Romande, mars et avril 1954.
- (15) POPOV, E.P.: "The Dynamics of Automatic Control Systems", Pergamon Press, London, 1962.
- (16) SOLODOVNIKOW: "Grundlagen der selbsttätigen Regelung" (Band I, Chap. 20), Kindler, 1959.
- (17) KRASOVSKY, A.A.: "Sur le choix des paramètres d'un régulateur automatique", Thèse présentée à l'Académie Joukovsky de l'Armée de l'air Russe, 1948.
- (18) WIENER, N.: "Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series", (M.I.T.), Wiley and Sons, U.S.A., 1949.
- (19) HALL, A.: "The Analysis and Synthesis of Linear Servomechanisms", Chap. 2, Technology Press, Cambridge, Mass., U.S.A., 1943.
- (20) SARTORIUS, H.: "Die Zweckmäßige Festlegung der frei wählbaren Regelungskonstanten", Thèse présentée à la Technische Hochschule de Stuttgart (Allemagne), 1944.
- (21) MILNE, W.E.: "Numerical solution of Differential Equations", John Wiley, New York, 1953.
- (22) OLDENBOURG, SARTORIUS: "A uniform approach to the optimum adjustment of control systems", A.S.M.E., Paper 53-A-18, 1954.
- (23) SHIOTT, H.: "Optimum setting of water-turbine governors", Transactions of the Society of Instrument Technology, Nov. 1959.
- (24) CUENOD, M.: "Le langage et les symboles de l'automatique", Nouvelles techniques, No 6, 1959.

- (25) CAYERE, Abbé: "Les régulateurs automatiques de vitesse pour groupes hydroélectriques", La Machine Moderne, mai à novembre 1960.
- (26) MEYER, R.: "Comportement et stabilité des régulateurs contenant des éléments à caractéristiques non linéaires", La Houille Blanche, No 3, 1952, No 1, 1953.
- (27) KRIVTCHENKO, G.I.: "Influence de quelques non-linéarités sur la marche des systèmes de réglage des turbines hydrauliques", Traduction No 906 de E.D.F. extrait de Trudy V.I.G.M., Moscou, 1960.
- (28) GILLE, DE CAULNE, PELEGRIN: "Théorie et calcul des asservissements", Dunod, 1953 "Méthodes modernes d'étude des systèmes asservis", Dunod, Paris, 1960.
- (29) RANSFORD, Léon: "Effet d'un retard fini dans un régulateur de turbine hydraulique", Automatisme, No 4, avril 1961.
- (30) PUN, L.: "Application de la théorie des systèmes asservis à la régulation de vitesse des groupes hydroélectriques", Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble, 1954, Gauthier-Villars, 1955.
- (31) AJZERMAN, A.: "La notion de stabilité intrinsèque des asservissements linéaires", Automatisme, No 4, avril 1961.
- (32) LONG, L.O.: "Outlook on the Relationship between load-frequency Control and Turbine Governors on Interconnected Power Systems", The Engineering Journal (Canada), Dec. 1961.
- (33) EVANGELISTI, G.: "La regolazione delle turbine idrauliche", Zanichelli, Bologne, 1947.
- (34) CARSLAW, JAEGER: "Operational Methods in Applied Mathematics", Oxford University Press, London, 1941.

DEUXIEME THESE

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

"Le problème de la cavitation dans les évacuateurs de fond"

VU:

Grenoble, le
Le Président de la Thèse:

VU:

Grenoble, le
Le Doyen de la Faculté des Sciences

VU et permis d'imprimer:

Grenoble, le
Le Recteur de l'Académie de Grenoble

