Record Number: 1360
Author, Monographic: Bobée, B.//Boucher, P.
Author Role:
Title, Monographic: Calcul de la variance d'un événement de période de retour T : cas des lois Log-Pearson type 3 et Log-Gamma ajustées par la méthode des moments sur la série des valeurs observées
Translated Title:
Reprint Status:
Edition:
Author, Subsidiary:
Author Role:
Place of Publication: Québec
Publisher Name: INRS-Eau
Date of Publication: 1981
Original Publication Date: Février 1981
Volume Identification:
Extent of Work: ii, 17
Packaging Method: pages
Series Editor:
Series Editor Role:
Series Title: INRS-Eau, rapport de recherche
Series Volume ID: 135
Location/URL:
ISBN: 2-89146-133-9
Notes: Rapport annuel 1980-1981
Abstract: 10.00$
Call Number: R000135
Keywords: rapport/ ok/ dl

CALCUL DE LA VARIANCE D'UN EVENEMENT DE PERIODE DE RETOUR T: CAS DES LOIS LOG PEARSON TYPE 3 ET LOG GAMMA AJUSTEES PAR LA METHODE DES MOMENTS SUR LA SERIE DES VALEURS OBSERVEES

par

B. Bobée et P. Boucher

RAPPORT SCIENTIFIQUE

No 135

Université du Québec
Institut national
de la recherche scientifique
INRS-Eau
C.P. 7500
Ste-Foy, Québec
G1V 4C7

Février 1981

TABLE DES MATIERES

Page

LISTE DES TABLES

Page

INTRODUCTION

Il est important en pratique, lors du calcul d'ouvrages hydrauliques, de déterminer l'intervalle de confiance associé à l'estimation d'un débit de crue x_T de période de retour T.

Cette détermination peut s'effectuer en ajustant une loi donnée à un échantillon de taille N et en supposant que le débit X_T (estimation de x_T) est distribué approximativement suivant une loi normale:

- de moyenne x_T (valeur théorique inconnue de débit de période de retour T).
- de variance var (X_T).

La détermination de l'intervalle de confiance de x_T peut donc s'effectuer à partir du moment où l'on connaît var (X_T).

On peut obtenir une expression générale de var (X_T) valable, quelle que soit la méthode d'ajustement utilisée, cependant cette formule conduit à une moins grande précision et il est préférable dans chaque cas, d'utiliser la formule particulière adoptée à la méthode d'ajustement considérée.

En ce qui concerne la distribution Log-Pearson type 3, plusieurs méthodes d'ajustement peuvent être considérées:

a) la méthode du maximum de vraisemblance: cette méthode présente dans de nombreux cas certaines difficultés lors de l'estimation des paramètres, car elle n'est pas efficace en raison de l'existence d'un paramètre de position que l'on doit estimer [Bobée, 1979].

b) la méthode proposée par le Conseil des Ressources en Eau des Etats-Unis [Benson, 1968] qui consiste à ajuster la loi Pearson type 3 sur l'échantillon des logarithmes des observations par la méthode des moments. Cette méthode a été critiquée [Bobée, 1975] car elle donne le même poids aux logarithmes des observations au lieu des observations elles-mêmes et préserve les moments de la série des logarithmes au lieu des moments de la série originale. Ces critiques ont conduit à proposer une nouvelle méthode d'ajustement qui considère les moments de la série observée.

c) Bobée (1975) a proposé une méthode des moments qui considère les trois premiers moments non centrés de l'échantillon comme estimateurs des moments théoriques de la loi Log-Pearson type 3.

Hoshi (1979) utilise également la méthode des moments en considérant la moyenne, le coefficient de variation et le coefficient d'asymétrie de l'échantillon comme estimateurs des quantités correspondantes de la population. Ces deux méthodes sont équivalentes d'un point de vue théorique et conduisent, en pratique, aux mêmes résultats.

Le but de ce travail est de déterminer var (X_T) dans le cas de la méthode des moments appliquée à la série originale en considérant les moments non centrés de la loi Log-Pearson type 3 (Bobée, 1975). On comparera les résultats obtenus avec ceux de Hoshi (1979) qui a déterminé var (X_T) dans le cas de la méthode d'ajustement qu'il a proposé.

On examinera également le cas de la loi Log-Gamma en considérant la méthode des moments appliquée en utilisant les deux premiers moments non centrés. Dans le cas de la loi Log-Gamma, cependant, la méthode du maximum de vraisemblance conduit à des résultats optimaux (en raison de l'absence du paramètre de position) et est donc préférable à toute autre méthode.

1. Loi Log-Pearson type 3

a) *Calcul de var (X_T) : généralités*

On considère la distribution Log-Pearson type 3 dans le cas général d'une transformation logarithmique dans une base quelconque a ($a > 1$)

X suit une loi Log-Pearson type 3(base a)
$Y = \log_a X$ suit une loi Pearson type 3

On a $Y = k \, Ln \, X$ avec $k = (Ln \, a)^{-1}$
Ln signifie logarithme népérien

On peut alors montrer Bobée (1975) que:

- la fonction densité de la loi Log-Pearson type 3 est alors de la forme:

$$g(x) = \frac{|\alpha| k}{\Gamma(\lambda)} \frac{e^{\alpha m}}{x^{1+\alpha k}} [\alpha \, (k \, Ln \, x - m)]^{\lambda - 1}$$

- les moments non centrés M_r sont de la forme:

$$M_r = \frac{e^{mr/k}}{(1 - \frac{r}{\alpha k})^{\lambda}} \tag{1}$$

L'ajustement conduit aux valeurs (α_0, λ_0, m_0) des paramètres, et l'évènement x_T de période de retour T est estimé par:

$$X_T = e^{Y_T/k} = a^{Y_T} \tag{2}$$

avec $$Y_T = (m_0 + \frac{\lambda_0}{\alpha_0}) + \varepsilon \, K \, \frac{\sqrt{\lambda_0}}{\alpha_0} \tag{3}$$

où $\varepsilon = \frac{\alpha_0}{|\alpha_0|}$ avec $\varepsilon = +1$ si $\alpha_0 > 0$
$\varepsilon = -1$ si $\alpha_0 < 0$

K (variable Pearson type 3 standardisée) est fonction du coefficient d'asymétrie pour T fixé.

On a alors:

$$\text{var}\ (X_T) = \left(\frac{X_T}{k}\right)^2 \quad \text{var}\ (Y_T) \tag{4}$$

- dans le cas d'une transformation logarithme à base 10 (a = 10) on a $k = (\text{Ln}\ 10)^{-1}$;

- dans le cas d'une transformation logarithme népèrien (a = e), on a $k = 1$.

Pour calculer var (X_T) on doit d'abord déterminer var (Y_T) et en déduire var (X_T) par la relation (4).

b) *Procédure de calcul*

Y_T est une fonction des paramètres α_0, λ_0 et m_0 ; pour simplifier les notations, nous ne considérons pas les indices, on a donc:

$$Y_T = \gamma\ (\alpha, \lambda, m) \tag{5}$$

on a:

$$\text{var}\ Y_T = \sum_j \left(\frac{\partial\gamma}{\partial\Theta_j}\right)^2 \text{var}\ \Theta_j + \sum_{i\neq j} \left(\frac{\partial\gamma}{\partial\Theta_j}\right)\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\Theta_i}\right) \text{cov}\ (\Theta_i, \Theta_j) \tag{6}$$

Θ_j représente les paramètres α, λ et m pour $j = 1, 2$ et 3 . Les dérivées partielles $\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\Theta_j}\right)$ sont calculés au point d'estimation en considérant la relation (3).

On doit ensuite déterminer les variances et covariances des paramètres Θ_j ; pour cela, on utilisera les relations qui lient ces fonctions aux variances et covariances des moments non centrés M_r puisque ce sont ces moments qui sont utilisés dans l'ajustement; on a, de manière générale, puisque les moments dépendent des paramètres:

$$\text{Cov}\,(M_r\ ,\ M_q) = \sum_{j=1}^{3} \left(\frac{\partial M_r}{\partial \Theta_j}\right) \left(\frac{\partial M_q}{\partial \Theta_j}\right) \text{var}\ \Theta_j$$

$$+ \sum_{j=1}^{3} \sum_{i \neq j=1}^{3} \left(\frac{\partial M_r}{\partial \Theta_j}\right) \left(\frac{\partial M_q}{\partial \Theta_i}\right) \text{Cov}\,(\Theta_j,\ \Theta_i) \qquad (7)$$

Si $r = q$, on retrouve alors var M_r (ou var M_q) .

A partir des relations du type (7), on peut déterminer les variances et covariances des paramètres et ensuite déterminer var (Y_T) par la relation (6).

c) *Calculs pratiques*

Pour la détermination des 3 paramètres α, λ et m , on considère les 3 premiers moments non centrés M_1, M_2 et M_3. En utilisant les notations précédentes, on a:

$$\Theta_1 = \alpha\ ; \qquad \Theta_2 = \lambda\ ; \qquad \Theta_3 = m\ .$$

D'après la relation (3), on a:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \alpha} = \frac{\partial Y_T}{\partial \alpha} = -\ \left[\frac{\lambda}{\alpha^2} + \varepsilon\ K\ \frac{\sqrt{\lambda}}{\alpha^2}\right]$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \lambda} = \frac{\partial Y_T}{\partial \lambda} = \frac{1}{\alpha}\left[1 + \frac{\varepsilon\ K}{2\sqrt{\lambda}} - \frac{1}{\lambda}\ \frac{dK}{dC_s}\right]$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial m} = \frac{\partial Y_T}{\partial m} = 1$$

Pour déterminer les variances et covariances des paramètres intervenant dans la relation (6), on utilise des relations de type (7); en introduisant une notation matricielle, on a:

$$M = \begin{bmatrix} \text{var } M_1 \\ \text{var } M_2 \\ \text{var } M_3 \\ \text{Cov } (M_1, M_2) \\ \text{Cov } (M_1, M_3) \\ \text{Cov } (M_2, M_3) \end{bmatrix} \qquad \Theta = \begin{bmatrix} \text{var } \alpha \\ \text{var } \lambda \\ \text{var } m \\ \text{Cov } (\alpha, \lambda) \\ \text{Cov } (\alpha, m) \\ \text{Cov } (\lambda, m) \end{bmatrix}$$

et l'on a $M = V \cdot \Theta$, la matrice V étant définie par:

$$V = \begin{bmatrix} A_{11}^2 & A_{12}^2 & A_{13}^2 & 2A_{11}A_{12} & 2A_{11}A_{13} & 2A_{12}A_{13} \\ A_{21}^2 & A_{22}^2 & A_{23}^2 & 2A_{21}A_{22} & 2A_{21}A_{23} & 2A_{22}A_{23} \\ A_{31}^2 & A_{32}^2 & A_{33}^2 & 2A_{31}A_{32} & 2A_{31}A_{33} & 2A_{32}A_{33} \\ A_{11}A_{21} & A_{12}A_{22} & A_{13}A_{23} & (A_{11}A_{22}+A_{12}A_{21}) & (A_{11}A_{23}+A_{13}A_{21}) & (A_{12}A_{23}+A_{13}A_{22}) \\ A_{11}A_{31} & A_{12}A_{32} & A_{13}A_{33} & (A_{11}A_{32}+A_{12}A_{31}) & (A_{11}A_{33}+A_{13}A_{31}) & (A_{12}A_{33}+A_{13}A_{32}) \\ A_{21}A_{31} & A_{22}A_{32} & A_{23}A_{33} & (A_{21}A_{32}+A_{22}A_{31}) & (A_{21}A_{33}+A_{23}A_{31}) & (A_{22}A_{33}+A_{23}A_{32}) \end{bmatrix}$$

Les coefficients $A_{r,j}$ intervenant dans V sont tels que:

$$A_{r,j} = \frac{\partial M_r}{\partial \Theta_j} \qquad \begin{cases} r = 1, 2, 3 \\ j = 1, 2, 3 \end{cases} \qquad \text{avec} \quad \Theta_1 = \alpha;\ \Theta_2 = \lambda;\ \Theta_3 = m$$

A partir de l'expression (1) reliant les moments non centrés aux paramètres, on peut déterminer $A_{r,j}$ et l'on a de manière générale:

$$\left.\begin{aligned}
A_{r,1} &= \frac{\partial M_r}{\partial \alpha} = - M_r \frac{\lambda \cdot r}{k\ \alpha^2 (1 - r/\alpha k)} \\
A_{r,2} &= \frac{\partial M_r}{\partial \lambda} = - M_r \ \mathrm{Ln}\ (1 - \frac{r}{\alpha k}) \\
A_{r,3} &= \frac{\partial M_r}{\partial m} = \frac{r}{k}\ M_r
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Donc, en pratique, lorsque les paramètres sont estimés, on peut:

- calculer les dérivées partielles $\dfrac{\partial Y_T}{\partial \Theta_j} = \dfrac{\partial \gamma}{\partial \Theta_j}$;

- calculer les $A_{r,j}$ coefficients de la matrice V ;

- déduire la matrice Θ par $\Theta = V^{-1} M$, on peut en effet déterminer les éléments de M connaissant les paramètres, on a:

  $$\mathrm{var}\ M_r = \frac{1}{N} (M_{2r} - M_r^2)$$

  $$\mathrm{Cov}\ (M_r, M_q) = \frac{1}{N} (M_{q+r} - M_r \cdot M_q)$$

- la relation (6) donne alors var (Y_T) et l'on déduit var (X_T) par la relation (4).

Ces calculs sont valables quelle que soit la base "a" de la transformation logarithmique choisie; en pratique on considère généralement:

- les logarithmes décimaux et l'on a $k = (\mathrm{Ln}\ 10)^{-1}$

ou

- les logarithmes népériens et l'on a $k = 1$

2. Loi Log-Gamma

La loi Log-Gamma est un cas particulier de la loi Log-Pearson type 3 correspondant à $m = 0$. On a alors pour les moments non centrés M_r

$$M_r = (1 - r/\alpha\, k)^{-\lambda} \tag{9}$$

et
$$Y_T = \frac{\lambda}{\alpha} + \varepsilon\, K \frac{\sqrt{\lambda}}{\alpha} \tag{10}$$

Les relations (9) et (10) sont respectivement équivalentes aux relations (1) et (3) avec $m = 0$.

Les dérivées partielles $\frac{\partial Y_T}{\partial \alpha}$ et $\frac{\partial Y_T}{\partial \lambda}$ restent identiques et l'on a $\left(\frac{\partial Y_T}{\partial\, m}\right) = 0$.

Les matrices M et Θ deviennent respectivement:

$$M = \begin{bmatrix} \text{var } M_1 \\ \text{var } M_2 \\ \text{Cov } (M_1, M_2) \end{bmatrix} \qquad \Theta = \begin{bmatrix} \text{var } \alpha \\ \text{var } \lambda \\ \text{Cov } (\alpha, \lambda) \end{bmatrix}$$

La matrice V devient:

$$V = \begin{bmatrix} A_{11}^2 & A_{12}^2 & 2A_{11}A_{12} \\ A_{21}^2 & A_{22}^2 & 2A_{21}A_{22} \\ A_{11}A_{21} & A_{12}A_{22} & A_{11}A_{22}+A_{12}A_{21} \end{bmatrix}$$

avec $A_{r,1}$ et $A_{r,2}$ définis par les relations (8) pour $r = 1, 2$; M_r étant calculé à partir de la relation (9). On peut alors déterminer la matrice Θ par:

$$\Theta = V^{-1} M$$

La suite des calculs s'effectue comme dans le cas de la distribution Log-Pearson type 3:

- connaissant la matrice Θ et les dérivées de Y_T par rapport à α et λ, on en déduit var Y_T, puis var X_T par la relation (4).

3. Exemples d'application

3.1 Cas de la loi Log-Pearson type 3

a) *Comparaison avec les résultats de HOSHI*

Hoshi (1979) considère comme Bobée (1975) l'ajustement de la loi Log-Pearson type 3 en utilisant la méthode des moments appliquée à la série originale (sans transformation logarithmique) cependant dans l'estimation des paramètres:

- alors que nous considérons les 3 premiers moments non centrés, Hoshi considère la moyenne, le coefficient de variation et le coefficient d'asymétrie. Les 2 systèmes d'équations sont équivalents et doivent conduire aux mêmes résultats pour la détermination des paramètres (en considérant une base donnée).

- alors que nous considérons la transformation en logarithme décimal (a = 10), Hoshi considère la transformation en logarithme neperien (a = e).

En ce qui concerne les paramètres estimés, nous avons montré [Bobée, 1980] qu'il existe des relations entre les paramètres estimés en considérant la transformation logarithme décimal (α_{10}, λ_{10}, m_{10}) et les paramètres obtenus en considérant la transformation logarithme neperien (α_e, λ_e, m_e), on a:

$$\alpha_{10} = (\text{Log } 10) \cdot \alpha_e$$

$$\lambda_{10} = \lambda_e$$

$$m_{10} = m_e \, (\text{Log } 10)^{-1}$$

Cependant, quelle que soit la base logarithmique utilisée, on trouve des valeurs de X_T identiques (Bobée, 1980).

En ce qui concerne le calcul de var X_T, il est également indépendant de la base logarithmique considérée.

Hoshi (1979) a effectué le calcul de X_T et de $\frac{\sqrt{\text{var } X_T}}{X_T}$ dans le cas de cinq séries de valeurs extrêmes pour $T = 100$ et $T = 200$. En utilisant la méthode proposée (Bobée, 1975) pour le calcul de X_T et la technique décrite dans ce rapport pour la détermination de var X_T nous en arrivons à des résultats équivalents comme le montre la Table 1.

En ce qui concerne la détermination des paramètres, donc de X_T notre méthode semble cependant plus rapide et plus directe puisqu'elle ne nécessite pas d'initialisation.

b) *Comparaison des méthodes d'ajustement de la loi Log-Pearson type 3*

Puisque la méthode de Hoshi, comme cela était prévisible, conduit aux mêmes résultats que la nôtre, nous ne la considérons plus explicitement dans la suite des comparaisons.

TABLE 1 : Comparaison des méthodes de Hoshi et Bobée

$$\left(\left(SE\ \% = \frac{\sqrt{\mathrm{var}\ X_T}}{X_T} * 100\right)\right. \quad ; \quad E.T. = \text{écart-type}\Big)$$

exemples \ méthodes		X_{100}		X_{200}	
		Bobée	Hoshi	Bobée	Hoshi
(A) N=24	X_T	3200.3	3199.7	3362.2	3361.9
	$\sqrt{\mathrm{var}\ X_T}$	424.3	422.4	509.2	507.6
	S.E.(%)	13.3	13.2	15.1	15.1
(B) N=60	X_T	1810.1	1808.3	1980.2	1978.2
	E.T.	246.4	245.9	321.2	320.5
	S.E. (%)	13.6	13.6	16.2	16.2
(C) N=67	X_T	55.8	55.7	59.6	59.5
	E.T.	5.4	5.4	6.8	6.8
	S.E. (%)	9.6	9.7	11.5	11.5
(D) N=43	X_T	139.9	140.6	151.6	152.3
	E.T.	20.3	20.2	26.4	26.3
	S.E. (%)	14.5	14.4	17.4	17.3
(E) N=78	X_T	155.6	155.5	170.6	170.5
	E.T.	19.8	19.7	26.5	26.4
	S.E. (%)	12.8	12.7	15.6	15.5

Nous comparons les valeurs de X_T et $\frac{\sqrt{\text{var } X_T}}{X_T} * 100$ pour:

- la méthode du maximum de vraisemblance;
- la méthode des moments appliquée sur la série des logarithmes des observations (Benson, 1968);
- la méthode des moments appliquée à la série originale (Bobée, Hoshi).

  Dans le cas de cette méthode, nous indiquons également les résultats que l'on obtiendrait en utilisant pour la détermination de var X_T la formule dérivée pour la distribution Pearson type 3 (valeur approchée); c'est cette formule que nous utilisions avant d'avoir fait le calcul exact de var X_T.

  Les calculs sont effectués en considérant un échantillon de débits de crue de taille $N = 23$ et sont indiqués dans la table 2.

  Les résultats obtenus montrent que:

  . la méthode du maximum de vraisemblance conduit aux meilleurs résultats théoriques; cette méthode présente cependant, en pratique, certains problèmes dans l'estimation des paramètres et n'est pas optimale en raison de la nécessité de déterminer le paramètre d'origine. Une méthode alternative consiste à fixer le paramètre d'origine (maximum de vraisemblance conditionnel); elle conduit à de faibles variances d'estimation (ce qui est normal puisque l'on se ramène, en

	P	.001	.005	.01	.02	.05	.20	.50	.80	.95	.99	.999
Méthode	T	1000	200	100	50	20	5	2	-	-	-	-
Moments sur les logs (Benson)	X_T	5328	5315	5297	5263	5168	4719	3750	2441	1293	623	221
	SE%	35.7	33.4	31.4	28.3	21.9	6.7	13.8	18.4	36.4	81.0	159.6
Maximum de vraisemblance	X_T	7841	7236	6911	6535	5941	4714	3452	2339	1491	955	540
	SE%	16.9	12.9	11.2	9.8	8.4	8.1	9.1	12.4	21.0	33.2	52.4
Moments sur série originale (Bobée, Hoshi)	X_T	8063	7304	6923	6500	5861	4629	3439	2418	1636	1125	703
	SE% exacte	20.5	15.2	13.1	11.1	9.1	8.0	8.6	11.0	18.4	29.4	46.8
	SE% approché	29.5	21.2	17.5	14.2	10.3	8.0	9.1	11.0	18.9	32.3	54.3

TABLE 2 : Comparaison des débits estimés et des variances d'estimation dans le cas de différentes méthodes d'ajustement de la loi Log-Pearson type 3

$$\text{SE\%} = \frac{\sqrt{\text{var } X_T}}{X_T} * 100$$, P = Probabilité au dépassement ; T = 1/P.

pratique, à une loi Log-Gamma) mais est de peu d'intérêt en pratique, car l'estimation de m par la valeur extrême de l'échantillon (minimum ou maximum suivant le signe de l'asymétrie) est difficile dans le cas d'échantillon de taille réduite.

- La méthode des moments appliquée à la série des valeurs observées (Bobée, 1975; Hoshi, 1979) conduit à des résultats assez voisins de ceux obtenus par le maximum de vraisemblance et nettement meilleurs que ceux obtenus par l'ajustement obtenu par la méthode des moments appliquée à la série des logarithmes des valeurs observées (Benson, 1968). Ces résultats confirment ceux de Hoshi (1979).

- Dans le cas de la méthode des moments appliquée à la série des valeurs observées, la détermination exacte de la variance de X_T conduit pour les probabilités extrêmes, à des valeurs nettement plus faibles que celles obtenues par la détermination approchée; cette dernière consiste après avoir estimé les valeurs des paramètres à déterminer var ($\log X_T$) en utilisant la formule dérivée pour la méthode des moments dans le cas de la loi Pearson type 3 et à déduire ensuite var X_T.

En conclusion, dans le cas de la loi Log-Pearson type 3, il semble préférable, tant sur le plan théorique que sur le plan pratique, d'utiliser la méthode des moments appliquée à la série des valeurs observées qui:

- présente moins de difficulté d'application que le maximum de vraisemblance (qui est seulement asymptotiquement optimale et rigoureusement valable pour de grands échantillons).

- conduit à des résultats nettement meilleurs, en termes de variances d'estimation, que la méthode des moments appliquée à la série des logarithmes des observations.

Tant pour l'estimation des paramètres que pour la détermination de var (X_T) nos résultats sont identiques à ceux de Hoshi. Ceci est normal car il s'agit en fait de la même méthode l'une prenant en compte les 3 premiers moments non centrés (Bobée, 1975) l'autre utilisant la moyenne, le coefficient de variation et le coefficient d'asymétrie.

3.2 Cas de la loi Log-Gamma

Dans le cas de la loi Log-Gamma, nous avons également dérivé la relation donnant var X_T lorsque l'on considère la méthode des moments appliquée à la série des valeurs observées. Dans le cas de cette distribution, la méthode du maximum de vraisemblance est la meilleure puisqu'elle est optimale même pour de petits échantillons (en effet le paramètre d'origine est fixé et vaut 0) et conduit à la plus petite variance d'estimation.

La table 3 montre la comparaison entre:

- la méthode des moments appliquée à la série des valeurs observées.

- la méthode des moments appliquée à la série des logarithmes des valeurs observées.

On peut voir que les deux méthodes conduisent à des résultats voisins quoique la méthode que nous préconisons, qui considère la série des valeurs observées et qui préserve les moments de l'échantillon original, donne des variances légèrement inférieures.

Ajustement de la distribution
Log 10 Gamma

	Moments sur la série des logarithmes	Moments sur la série des valeurs observées
P	S.E. (%)	S.E. (%)
.001	26.2	22.2
.005	22.3	18.7
.010	20.4	17.0
.020	18.5	15.3
.050	15.9	12.8
.100	13.8	10.9
.200	11.7	8.9
.300	10.6	7.9
.500	9.7	7.3
.700	10.2	8.1
.800	11.0	9.2
.900	12.5	10.9
.950	14.0	12.6
.980	15.8	14.6
.990	17.1	15.9
.995	18.3	17.1
.999	20.7	19.6

TABLE 3 : Ajustement de la loi Log-Gamma

$$SE\% = \frac{\sqrt{\text{var } X_T}}{X_T} * 100$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BENSON, M.A. (1968).
Uniform flood frequency estimating methods for federal agencies. Wat. Res. Res., 4(5), 891-908.

BOBEE, B. (1975).
The Log-Pearson type 3 distribution and its application in hydrology. Wat. Res. Res., 11(5), 681-689.

BOBEE, B. (1979).
Comment on "The Log-Pearson type 3 distribution: The T-year event and its asymptotic standard error by maximum likelihood theory". Wat. Res. Res., 15(1), p. 189.

BOBEE, B. (1980).
Influence du choix de la base et du système d'unités sur l'ajustement des paramètres d'une loi Log-Pearson type 3. Rapport interne No 68, INRS-Eau.

HOSHI, K. (1979).
Exact moment estimates of parameters for the Log-Pearson type 3 distribution. Technical Report. Dept. of Civil Engineering. Hokkaido University, Sapporo, Japan.