

*Coefficient de variation pour
l'écoulement annuel simulé par le
MRCC en climat actuel (1961–1999)
pour les 21 bassins versants de la
péninsule Québec/Labrador*

Rapport de recherche No R1071

Juin 2009

Rapport de recherche

Projet RDC-Incertitude

ÉVALUATION ET PRISE EN COMPTE DES
INCERTITUDES POUR LES PRÉCIPITATIONS ET LES
ÉCOULEMENTS SIMULÉS PAR LE MODÈLE
RÉGIONAL CANADIEN DU CLIMAT (MRCC)

*Coefficient de variation pour l'écoulement annuel
simulé par le MRCC en climat actuel (1961–1999)
pour les 21 bassins versants de la péninsule
Québec/Labrador*

Par

Mériem Saïd, Jonathan Jalbert et Anne-Catherine Favre

Rapport de recherche No R1071
INRS-Eau, Terre et Environnement

16 juin 2009

TABLE DES MATIÈRES

Liste des tableaux	ii
Liste des figures	iii
1 Introduction	1
1.1 Données utilisées	1
1.2 Problématique	2
2 Le coefficient de variation : quelques éléments théoriques	6
3 Application aux simulations du MRCC en climat actuel	10
3.1 Comparaison des domaines et des pilotes	10
3.2 Comparaison des jumelles	15
4 Conclusions	19
Annexes	23
A Valeur des coefficients de variation	24
B Coefficient de variation et superficie des bassins	25
C Relation entre moyenne et écart-type	29
D Étude de la normalité des six simulations	31
E Étude du caractère aléatoire des six simulations	35
F Quelques simulations	38
F.1 Cas de populations normales	38
F.2 Cas de populations non normales	40
F.2.1 Procédure de simulation	40
F.2.2 Résultats des simulations	42
F.3 Conclusions et perspectives	42
G Coefficient d'asymétrie (<i>kurtosis</i>) des six simulations	47

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Simulations du MRCC en fonction du pilote et du domaine.	2
3.1	Seuil observé pour les tests <i>BM</i> (Bennett modifié), <i>FM</i> (Feltz et Miller, 1996) et <i>SR</i> (Miller, 1991) pour l'hypothèse $\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acw} = CV_{adi} = CV_{ade}$ appliqués aux 21 bassins versants.	11
3.2	Seuil observé pour le test <i>BM</i> (Bennett modifié) de comparaison des CV suivant le pilote (hypothèses $\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{adi}$ et $\mathcal{H}_0 : CV_{acw} = CV_{ade}$) appliqué aux 21 bassins versants.	13
3.3	Seuil observé pour le test <i>BM</i> (Bennett modifié) de comparaison des CV suivant le domaine ($\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acw}$ et $\mathcal{H}_0 : CV_{adi} = CV_{ade}$) appliqué aux 21 bassins versants.	14
3.4	Seuil observé pour le test <i>BM</i> (Bennett modifié) de comparaison des CV des jumelles ($\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acz}$ et $\mathcal{H}_0 : CV_{acw} = CV_{acx}$) appliqué aux 21 bassins versants.	15
4.1	Rang des coefficients de variation associés aux 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador pour les six simulations du MRCC.	21
A.1	Coefficients de variation pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.	24
B.1	Mesures de dépendance entre les coefficients de variation et la superficie des bassins pour les six simulations du MRCC en climat actuel.	26
D.1	Seuil observé pour un test de normalité basé sur le coefficient d'aplatissement (<i>skewness</i>) pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.	32
D.2	Seuil observé pour un test de normalité basé sur le coefficient d'aplatissement (<i>kurtosis</i>) pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.	33
D.3	Seuil observé pour un test omnibus de normalité pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.	34
E.1	Seuil observé pour un test de <i>randomness</i> pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.	36
G.1	Coefficient d'aplatissement (<i>kurtosis</i>) pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.	47

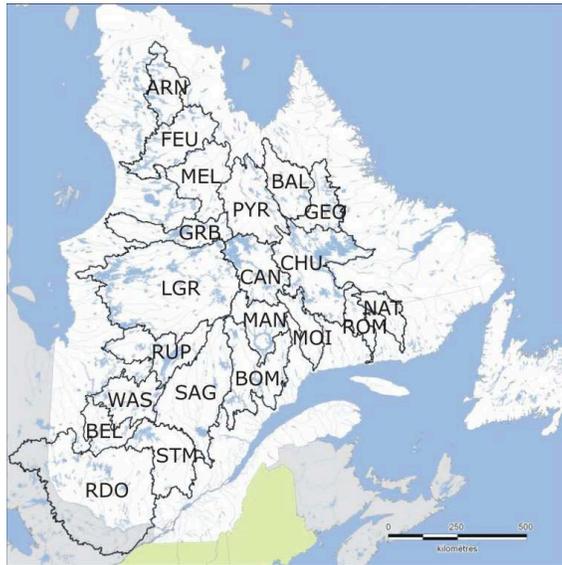
LISTE DES FIGURES

1.1	Carte des bassins versants de la péninsule Québec/Labrador	1
1.2	Coefficients de variation pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador	5
3.1	Nuages de points correspondant aux CV des jumelles sur les domaines QC (en haut) et AMNO (en bas) pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador	17
3.2	Moyennes (à gauche) et écarts-type (à droite) des jumelles sur les domaines QC (en haut) et AMNO (en bas) pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador	18
B.1	CV de l'écoulement annuel en fonction de la superficie des bassins versants, séries acy , acw , adi et ade	27
B.2	Rang du CV de l'écoulement annuel en fonction du rang de la superficie des bassins versants, séries acy , acw , adi et ade	28
C.1	Relation entre la moyenne et l'écart-type de l'écoulement annuel moyen pour les 21 bassins versants, simulations acy , acw , adi et ade	30
E.1	Écoulement annuel en mm/j pour le bassin CHU et les simulations acy et acz	37
F.1	Seuil (en haut) et puissance (en bas) empiriques des tests d'égalité des CV, cas d'échantillons normaux avec $n_1 = n_2 = 20$ (à gauche), 40 (au milieu) et 100 (à droite)	39
F.2	Comportement de $CV_{\text{mélange}}$ (en haut) et de $K_{\text{mélange}}$ (en bas) en fonction des valeurs des paramètres λ et b du mélange (F.1) avec $\mu = 1.5$ et $\sigma = 0.15$	41
F.3	Seuil (en haut) et puissance (en bas) empiriques des tests d'égalité des CV, cas d'échantillons non normaux avec $n_1 = n_2 = 20$ (à gauche), 40 (au milieu) et 100 (à droite) avec $CV_{\text{mélange}} = 0.15$ et $K = 4$	43
F.4	Seuil (en haut) et puissance (en bas) empiriques des tests d'égalité des CV, cas d'échantillons non normaux avec $n_1 = n_2 = 20$ (à gauche), 40 (au milieu) et 100 (à droite) avec $CV_{\text{mélange}} = 0.15$ et $K = 5$	44
F.5	Seuil (en haut) et puissance (en bas) empiriques des tests d'égalité des CV, cas d'échantillons non normaux avec $n_1 = n_2 = 20$ (à gauche), 40 (au milieu) et 100 (à droite) avec $CV_{\text{mélange}} = 0.15$ et $K = 6$	45

1 Introduction

1.1 Données utilisées

Dans ce rapport, nous nous intéressons à la comparaison des coefficients de variation (CV) pour plusieurs simulations du MRCC et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador présentés dans la figure 1.1.



ARN	Rivière Arnaud
BAL	Rivière à la Baleine
BEL	Rivière Bell
BOM	Bersimis-Outardes-Manic
CAN	Réservoir Caniapiscau
CHU	Réservoir Churchill Falls
FEU	Rivière aux Feuilles
GEO	Rivière George
GRB	Grande rivière de la Baleine
LGR	La Grande Rivière
MAN	Réservoir Manic5
MEL	Rivière aux Mélézes
MOI	Rivière Moisie
NAT	Rivière Natashquan
PYR	Rivière Caniapiscau (Pyrite)
RDO	Rivière des Outaouais
ROM	Rivière Romaine
RUP	Rivière Rupert
SAG	Lac Saint-Jean
STM	Rivière Saint-Maurice
WAS	Rivière Waswanipi

FIG. 1.1 – Carte des bassins versants de la péninsule Québec/Labrador

Nous étudions dans ce rapport les six simulations du MRCC en climat actuel (1961–1999) présentées dans le tableau 1.1, à savoir *acy*, *acz*, *adi*, *acw*, *acx* et *ade*. Toutes les séries sont issues du MRCC_V4.1.1 à l’exception de la simulation *adi* qui provient du MRCC_V4.2.0; nous pouvons cependant considérer que ces deux versions sont équivalentes par leurs configurations expérimentales. Pour les simulations pilotées par ERA40, les deux séries indiquées correspondent à la simulation initiale et à sa jumelle. Une description plus détaillée des caractéristiques (pilotes, domaines, jumelles) des différentes simulations est présentée ci-dessous.

Toutes les simulations à l’étude ont été pilotées à leurs frontières par les champs atmosphériques de réanalyses globales. Les réanalyses ERA40 proviennent de ECMWF (*European Center for Medium-Range Weather Forecasts ReAnalyses*; Uppala *et al.*, 2005). Les réanalyses NCEP sont issues de NCEP/NCAR (*National*

TAB. 1.1 – Simulations du MRCC en fonction du pilote et du domaine.

Pilote	Domaine	
	QC	AMNO
ERA40	acy-acz	acw-acx
NCEP	adi	ade

Centers for Environmental Prediction/National Center for Atmospheric Research; Kalnay *et al.*, 1996). Toutes les réanalyses utilisées sont disponibles publiquement sur une grille globale régulière de 2.5×2.5 degrés de latitude-longitude.

Le petit domaine (QC) est centré sur le Québec (112×88 points de grille) avec une résolution horizontale de 45 km (vrai à 60°N) du 1er janvier 1957 au 31 décembre 2002. Le grand domaine (AMNO) couvre l'Amérique du Nord (201×193 points de grille) avec une résolution horizontale de 45 km (vrai à 60°N) du 1er janvier 1958 au 31 décembre 2000.

La plupart des sorties du MRCC sont obtenues en démarrant la simulation au 01/01/1958. Les années 1958 à 1960 sont considérées comme une période “de chauffe” du modèle et sont donc par la suite exclues des analyses. Pour une configuration donnée du MRCC, une simulation “jumelle” est obtenue en démarrant la simulation un mois plus tôt, soit au 01/12/1957, puis en excluant des analyses toute la période antérieure au 01/01/1961. Des simulations jumelles diffèrent donc uniquement par le mois de démarrage de la simulation et leur comparaison permet ainsi d'évaluer la variabilité interne du modèle.

Pour toutes les simulations du tableau 1.1, un pilotage spectral a été appliqué aux vents de grande échelle (Riette et Caya, 2002) à l'intérieur du domaine régional, afin de maintenir la circulation à grande échelle du MRCC près de celle du pilote.

1.2 Problématique

L'objectif de ce rapport consiste à évaluer la variabilité des simulations du MRCC en climat actuel¹ et de comparer cette variabilité en fonction du pilote, du domaine et de la variabilité interne du modèle (jumelles). Les analyses et résultats que nous présentons visent à établir une typologie quant à la variabilité des simulations et non à valider le MRCC du point de vue de sa capacité à reproduire la variabilité. Les observations ne seront donc pas considérées ici.

¹Dans l'ensemble de ce rapport, les six séries du tableau 1.1 seront simplement nommées “les simulations du MRCC”.

Le CV², défini comme le rapport écart-type/moyenne, constitue une mesure de dispersion dite adimensionnelle qui est donc attrayante lorsque nous travaillons avec des bassins versants de superficies ou de moyennes très différentes. Les écoulements annuels que nous étudions dans ce rapport sont déjà normalisés par la superficie³. Cette normalisation ne rend cependant pas adimensionnelle la variabilité des écoulements en ce sens que leurs moyennes restent très variables d'un bassin à l'autre, ces différences étant probablement dues à l'existence d'un gradient spatial dans les précipitations.

Dans la mesure où l'écart-type est lié à la moyenne pour les séries à l'étude⁴, il n'est pas possible de l'utiliser dans le but de mesurer et comparer la dispersion des différentes séries indépendamment de la moyenne, contrairement au CV.

La figure 1.2 présente les CV pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador. Les symboles bleus et rouges correspondent aux simulations sur les domaines QC et AMNO, respectivement. Nous pourrions noter que, toutes simulations et tous bassins confondus, les CV varient entre 0.11 et 0.20.

Pour certains bassins, nous observons des différences qui semblent importantes entre les CV associés aux six séries. C'est le cas par exemple du bassin GEO pour lequel les CV associés aux simulations sur le domaine QC sont systématiquement supérieurs à ceux associés au domaine AMNO, avec des différences de l'ordre de 0.05 à 0.07. Une question qui se pose alors naturellement est de savoir si de telles différences sont significatives ou si elles ne sont que du bruit.

Nous pouvons également observer que, pour un bassin et un domaine donnés, les jumelles semblent généralement proches l'une de l'autre, mais avec peut-être quelques exceptions, notamment le bassin ARN pour les jumelles AMNO. Là encore, une question qui se pose est de savoir si les différences que l'on observe parfois sont ou non significatives.

Nous nous demanderons également si, pour un bassin et un domaine donné, le pilote possède ou non un effet significatif sur la valeur du CV, comme cela semble être le cas pour la bassin WAS par exemple.

Pour répondre à ces interrogations, nous présentons à la section 2 quelques éléments théoriques relatifs au CV et en particulier aux tests de comparaison de plusieurs CV. Les résultats de l'application de ces tests aux sorties du MRCC en

²La valeur des CV pour les six simulations du tableau 1.1 et les 21 bassins versants de la figure 1.1 se trouve à l'annexe A.

³La superficie des 21 bassins versants varie entre 13 000 et 177 000 km². Nous nous reporterons à l'annexe B pour une présentation de la relation entre le CV et la superficie des bassins.

⁴Nous présentons à l'annexe C, sous forme graphique, la relation entre moyenne et écart-type de l'écoulement annuel moyen.

climat actuel (1961–1999) sont présentés dans la section 3. La section 4 présente finalement les principales conclusions de cette étude.

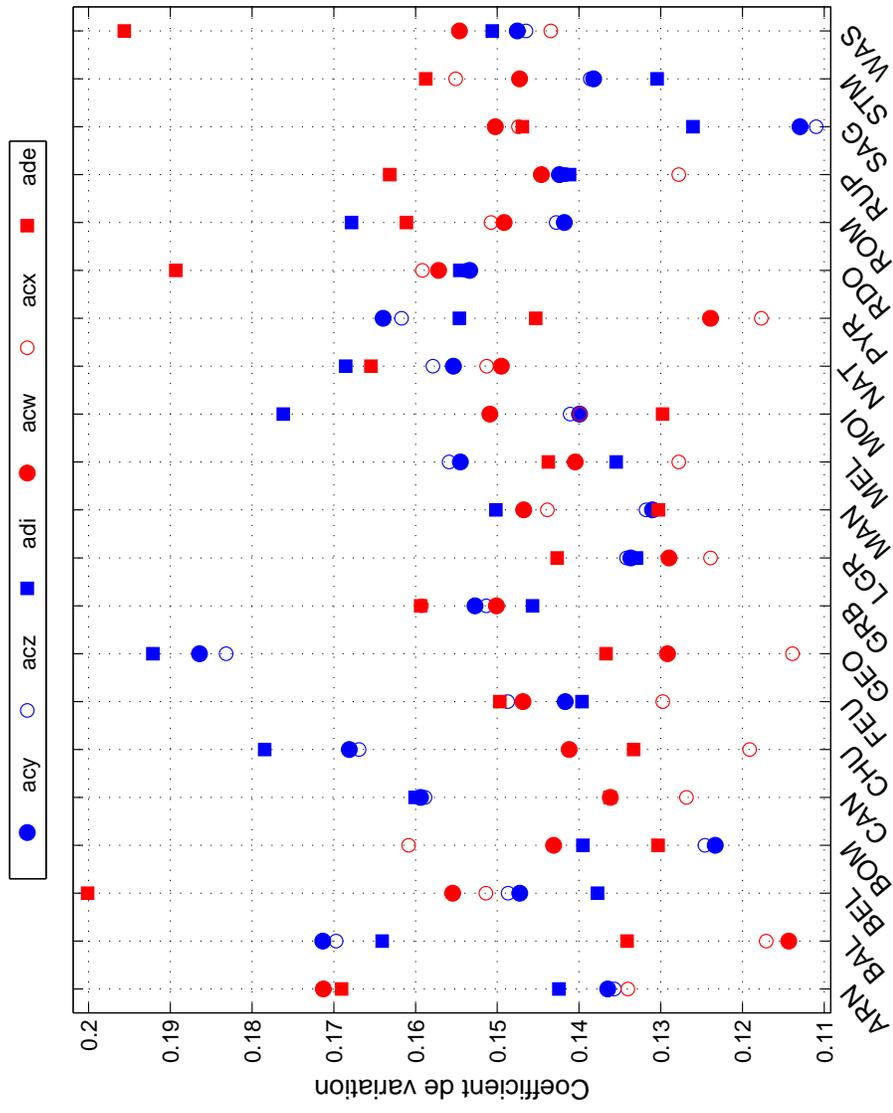


FIG. 1.2 – Coefficients de variation pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador

2 Le coefficient de variation : quelques éléments théoriques

Considérons k échantillons aléatoires $\{X_{ij}; i = 1, \dots, n_k\}$, $j = 1, \dots, k$, avec $\mathbb{E}(X_{ij}) = \mu_j$ et $\text{Var}(X_{ij}) = \sigma_j^2$. Le CV associé à la j -ème population est défini par

$$CV_j = \frac{\sigma_j}{\mu_j}. \quad (2.1)$$

Le CV est généralement estimé en remplaçant les quantités théoriques μ_j et σ_j par leurs estimateurs empiriques respectifs, soit

$$\widehat{CV}_j = \frac{S_j}{\bar{X}_j}, \quad (2.2)$$

où

$$\bar{X}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^n X_{ij} \quad \text{et} \quad S^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2.$$

Remarque 2.1. *Il existe aussi des estimateurs non paramétriques pour le CV; voir par exemple [Bonett \(2006\)](#) et [Bonett et Seier \(2006\)](#). Ces estimateurs ne seront pas considérés dans ce rapport car à notre connaissance il n'existe aucun test de comparaison de plusieurs CV qui soit basé sur ces estimateurs. Il existe cependant un test de comparaison de CV qui est non paramétrique dans le sens où il ne pose aucune hypothèse sur la distribution sous-jacente des populations comparées, mais il est malgré tout basé sur l'estimateur (2.2). Ce test est présenté plus loin dans cette section.*

Nous nous intéressons ici à tester des hypothèses du type

$$\mathcal{H}_0 : CV_1 = CV_2 = \dots = CV_k,$$

où CV_j désigne le CV théorique de la j -ème population, contre l'hypothèse alternative que les CV d'au moins deux populations diffèrent. Une revue exhaustive de plusieurs tests est disponible dans [Forkman \(2006\)](#) pour le cas de $k = 2$ populations et dans [Boyer \(2007\)](#) pour le cas de k populations normales.

Remarque 2.2. *[Forkman \(2006\)](#) s'intéresse également au cas de populations normales, mais certains des tests présentés, en particulier le test du rapport de vraisemblances et le test du score, peuvent cependant être adaptés à d'autres familles paramétriques en autant qu'elles soient connues aux paramètres près.*

Plusieurs études par simulations⁵ semblent démontrer que deux tests d'égalité des CV de k populations se démarquent des autres par leur puissance, à savoir les tests de Bennett modifié (Bennett, 1976; Shafer et Sullivan, 1986) et de Feltz et Miller (1996).

Définition 2.1 (Test de Bennett modifié). *La statistique du test de Bennett modifié est donnée par*

$$BM = \frac{\prod_{j=1}^k M_j^{n_j-1}}{\left(\frac{\sum_{j=1}^k (n_j-1)M_j}{N-1}\right)^{N-1}} \quad (2.3)$$

où $N = \sum_{j=1}^k n_j$ est la taille des k échantillons réunis et

$$M_j = \frac{\widehat{CV}_j^2}{1 + \binom{n_j-1}{n_j} \widehat{CV}_j}. \quad (2.4)$$

Sous l'hypothèse nulle d'égalité des CV, la statistique BM est approximativement distribuée suivant une loi du χ^2 à $k-1$ degrés de liberté.

Définition 2.2 (Test de Feltz et Miller (1996)). *La statistique du test de Feltz et Miller (1996) est donnée par*

$$FM = \sum_{j=1}^k \left(\frac{\widehat{CV}_j - \overline{CV}}{\sqrt{\frac{\overline{CV}^2}{2(n_j-1)} + \frac{\overline{CV}^4}{n_j-1}}} \right)^2 \quad (2.5)$$

où \overline{CV} désigne la moyenne échantillonnale des CV empiriques des k populations, soit

$$\overline{CV} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \widehat{CV}_k.$$

Sous l'hypothèse nulle d'égalité des CV, la statistique FM est approximativement distribuée suivant une loi du χ^2 à $k-1$ degrés de liberté.

Remarque 2.3. *Le test de Bennett modifié se base sur l'approximation de McKay (1932)⁶, tandis que celui de Feltz et Miller (1996) utilise un développement en série de Taylor (ou méthode delta). Dans les deux cas, les auteurs supposent la normalité des populations.*

⁵Voir notamment Feltz et Miller (1996), Gupta et Ma (1996), Miller et Feltz (1997), Fung et Tsang (1998), Nairy et Rao (2003), Forkman (2006), Boyer (2007).

⁶Rappelons que l'approximation de McKay (1932) s'applique lorsque le CV est inférieur à 1/3.

Fung et Tsang (1998) présentent une comparaison par simulations de plusieurs tests dont un test non paramétrique dû à Miller (1991) basé sur le test du carré des rangs (*squared ranks test*) de Conover (1980), initialement destiné à vérifier l'égalité des variances de k populations.

Définition 2.3 (Test du carré des rangs de Conover (1980) d'égalité des variances). La statistique du carré des rangs pour tester $\mathcal{H}_0 : \sigma_1^2 = \dots = \sigma_k^2$ est donnée par

$$SR = \frac{1}{D^2} \left\{ \sum_j^k \left(\frac{R_j^2}{n_j} \right) - N\bar{R}^2 \right\}, \quad (2.6)$$

où

$$\begin{aligned} R_j &= \sum_{i=1}^{n_j} R_{ij}^2, \\ R_{ij} &= \text{rang}|X_{ij} - 1|, \\ \bar{R} &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^k R_j, \\ D^2 &= \frac{1}{N-1} \left(\sum_{i=1}^N R_i^4 - N\bar{R}^2 \right), \end{aligned}$$

et $N = \sum_{j=1}^k n_j$ est la taille des k échantillons réunis. Sous l'hypothèse nulle d'égalité des variances, la statistique SR est approximativement distribuée suivant une loi du χ^2 à $k-1$ degrés de liberté.

Miller (1991) a proposé d'utiliser le test de Conover (1980) pour vérifier l'égalité des coefficients de variation en utilisant une idée très simple, à savoir un changement de variable $Y_{ij} = X_{ij}/\mu_j$, de telle sorte que

$$\mathbb{E}(Y_{ij}) = 1 \quad \text{et} \quad \text{Var}(Y_{ij}) = \frac{\sigma_j^2}{\mu_j^2} = (CV_j)^2.$$

Tester l'égalité des variances des variables transformées Y_{ij} est donc équivalent à tester l'égalité des coefficients de variation des variables originales X_{ij} . Si les moyennes théoriques μ_j sont inconnues, ce qui est généralement le cas, il suffit de les remplacer par les moyennes empiriques \bar{X}_j . La statistique du test ainsi construite sera asymptotiquement distribuée suivant une loi du χ^2 à $k-1$ degrés de liberté.

Remarque 2.4. D'après la présentation faite par [Fung et Tsang \(1998\)](#) du test de [Miller \(1991\)](#), les quantités \bar{R} et D^2 peuvent être simplifiées sous la forme

$$\bar{R} = \frac{(N+1)(2N+1)}{6}$$

et

$$D^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)(8N+11)}{180}$$

lorsqu'il n'y a pas d'égalité entre les rangs. Cette simplification s'obtient en utilisant le fait que

$$\sum_{n=1}^N n^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}.$$

Pour des CV dans l'intervalle habituellement observé pour les simulations du MRCC ($CV < 1/3$), les tests paramétriques de Bennett modifié et de [Feltz et Miller \(1996\)](#) sont comparables. D'après [Fung et Tsang \(1998\)](#), le test de [Miller \(1991\)](#) serait plus robuste à une mauvaise spécification des distributions sous-jacentes des k populations. Nous présentons à l'annexe [F](#) une étude par simulations du comportement de ces tests lorsque le poids des queues de la distribution est plus élevé que celui d'une loi normale. Les résultats de ces simulations indiquent plutôt que le test non paramétrique est généralement peu puissant, et qu'il l'est toujours moins que les deux tests paramétriques présentés ci-dessus.

3 Application aux simulations du MRCC en climat actuel

Dans cette section, nous appliquons les tests présentés ci-dessus pour effectuer deux types de comparaison :

- dans la sous-section 3.1, nous comparons les CV des séries *acy*, *acw*, *adi* et *ade* afin de déterminer si le pilote (ERA40/NCEP) ou le domaine (QC/AMNO) ont un effet sur le CV de chaque bassin ;
- dans la section 3.2, nous comparons pour chaque bassin les CV des jumelles *acy-acz* et *acw-acx*.

Nous utiliserons essentiellement le test *BM* (Bennett modifié) pour effectuer les comparaisons des CV. Nous présentons en effet à l'annexe D les résultats de trois tests de normalité, appliqués aux six simulations et aux 21 bassins versants, qui indiquent que les cas de non normalité sont relativement rares. Nous présentons par ailleurs à l'annexe F les résultats de simulations visant à comparer le comportement des tests en termes de seuil et de puissance. Ces résultats, ainsi que le faible nombre de cas où la normalité n'est pas vérifiée, nous ont conduits à choisir le test *BM*.

3.1 Comparaison des domaines et des pilotes

Le tableau 3.1 présente le seuil observé pour les tests *BM* (Bennett modifié), *FM* (Feltz et Miller, 1996) et *SR* (Miller, 1991) pour l'hypothèse $\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acw} = CV_{adi} = CV_{ade}$ appliqués aux 21 bassins versants. Dans ce tableau comme l'ensemble du rapport, nous identifions en jaune [resp., bleu] les cas de rejet de \mathcal{H}_0 au seuil 5% [resp., 10%].

Nous constatons tout d'abord que les deux tests paramétriques (*BM* et *FM*) conduisent à des résultats très similaires, et que l'hypothèse d'égalité simultanée des quatre CV est rejetée pour le bassin GEO au seuil de 5%, et pour les bassins BAL et BEL au seuil de 10%. Notons également que l'égalité des CV n'est jamais rejetée en vertu du test non paramétrique (*SR*).

Remarque 3.1. *Le fait que les deux tests paramétriques conduisent à des résultats très similaires entre eux et que le test non paramétrique en revanche ne détecte aucune différence significative n'est en soi pas très étonnant en vertu des simulations présentées à l'annexe F. Dans la suite de cette section, nous ne considérerons que le test paramétrique *BM*.*

Afin d'identifier le facteur le plus significatif dans la comparaison des quatre séries (le pilote ou le domaine), nous avons répété l'exercice précédent en comparant les séries deux à deux. Autrement dit nous avons testé les hypothèses nulles suivantes pour chaque bassin :

TAB. 3.1 – Seuil observé pour les tests *BM* (Bennett modifié), *FM* (Feltz et Miller, 1996) et *SR* (Miller, 1991) pour l’hypothèse $\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acw} = CV_{adi} = CV_{ade}$ appliqués aux 21 bassins versants.

Bassin	<i>BM</i>	<i>FM</i>	<i>SR</i>
ARN	0.404	0.406	0.236
BAL	0.061	0.065	0.123
BEL	0.105	0.092	0.216
BOM	0.804	0.805	0.922
CAN	0.605	0.606	0.407
CHU	0.245	0.245	0.553
FEU	0.974	0.974	0.786
GEO	0.029	0.030	0.134
GRB	0.958	0.958	0.956
LGR	0.940	0.939	0.925
MAN	0.750	0.750	0.757
MEL	0.877	0.875	0.778
MOI	0.281	0.272	0.356
NAT	0.881	0.882	0.938
PYR	0.384	0.395	0.357
RDO	0.512	0.494	0.615
ROM	0.743	0.744	0.958
RUP	0.792	0.785	0.630
SAG	0.276	0.281	0.418
STM	0.667	0.665	0.545
WAS	0.263	0.242	0.186

- comparaison des pilotes : $\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acw}$ (pilote ERA40) et $\mathcal{H}_0 : CV_{adi} = CV_{ade}$ (pilote NCEP) ;
- comparaison des domaines : $\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{adi}$ (domaine QC) et $\mathcal{H}_0 : CV_{acw} = CV_{ade}$ (domaine AMNO).

Les tableaux 3.2 et 3.3 présentent les seuils observés pour le test *BM* pour ces deux ensembles de comparaison. Le tableau 3.2 indique que l’hypothèse d’égalité des CV en fonction du pilote seulement n’est jamais rejetée, quel que soit le domaine considéré.

Le tableau 3.3 montre en revanche que, lorsque nous comparons les CV selon le domaine seulement, l'hypothèse nulle est rejetée dans plusieurs cas, et en particulier pour le bassin GEO pour les deux pilotes. Nous constatons aussi des différences significatives à 5% pour BEL avec pilote NCEP et à 10% pour CHU, MOI (pilote NCEP), PYR et SAG (pilote ERA40).

Remarque 3.2. *Nous avons également analysé brièvement les séries `aft` et `aff` correspondant respectivement aux domaines QC et AMNO et toutes deux pilotées par ERA40. Ces deux simulations sont issues de la version 4.2.3 du MRCC⁷. Pour chaque bassin, nous avons également testé les hypothèses $\mathcal{H}_0 : CV_{\text{acy}} = CV_{\text{aft}}$ et $\mathcal{H}_0 : CV_{\text{acw}} = CV_{\text{aff}}$ afin de vérifier que, pour chaque domaine, la version du MRCC n'avait pas d'influence sur les CV. Les résultats de ces tests, non présentés ici, indiquent que ces hypothèses nulles ne sont jamais rejetées.*

⁷La principale différence avec les séries analysées dans ce rapport concerne le schéma de surface.

TAB. 3.2 – Seuil observé pour le test *BM* (Bennett modifié) de comparaison des CV suivant le pilote (hypothèses $\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{adi}$ et $\mathcal{H}_0 : CV_{acw} = CV_{ade}$) appliqué aux 21 bassins versants.

Bassin	Domaine QC	Domaine AMNO
	$\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{adi}$	$\mathcal{H}_0 : CV_{acw} = CV_{ade}$
ARN	0.795	0.938
BAL	0.795	0.334
BEL	0.686	0.133
BOM	0.455	0.571
CAN	0.980	0.998
CHU	0.720	0.728
FEU	0.930	0.909
GEO	0.857	0.732
GRB	0.776	0.718
LGR	0.975	0.542
MAN	0.410	0.472
MEL	0.427	0.888
MOI	0.167	0.362
NAT	0.625	0.542
PYR	0.725	0.336
RDO	0.962	0.266
ROM	0.311	0.642
RUP	0.958	0.467
SAG	0.506	0.893
STM	0.726	0.651
WAS	0.902	0.161

TAB. 3.3 – Seuil observé pour le test BM (Bennett modifié) de comparaison des CV suivant le domaine ($\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acw}$ et $\mathcal{H}_0 : CV_{adi} = CV_{ade}$) appliqué aux 21 bassins versants.

Bassin	Pilote ERA40	Pilote NCEP
	$\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acw}$	$\mathcal{H}_0 : CV_{adi} = CV_{ade}$
ARN	0.173	0.304
BAL	0.016	0.225
BEL	0.744	0.027
BOM	0.368	0.679
CAN	0.342	0.331
CHU	0.295	0.081
FEU	0.828	0.675
GEO	0.029	0.043
GRB	0.917	0.589
LGR	0.829	0.671
MAN	0.493	0.392
MEL	0.565	0.719
MOI	0.649	0.067
NAT	0.817	0.912
PYR	0.092	0.707
RDO	0.882	0.226
ROM	0.760	0.807
RUP	0.926	0.383
SAG	0.086	0.354
STM	0.701	0.237
WAS	0.778	0.119

3.2 Comparaison des jumelles

Le tableau 3.4 présente le seuil observé pour le test *BM* (Bennett modifié) de comparaison des CV des jumelles ($\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acz}$ et $\mathcal{H}_0 : CV_{acw} = CV_{acx}$) appliqué aux 21 bassins versants. L'égalité des CV n'est jamais rejetée, quel que soit le domaine⁸.

TAB. 3.4 – Seuil observé pour le test *BM* (Bennett modifié) de comparaison des CV des jumelles ($\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acz}$ et $\mathcal{H}_0 : CV_{acw} = CV_{acx}$) appliqué aux 21 bassins versants.

Bassin	Domaine QC	Domaine AMNO
	$\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acz}$	$\mathcal{H}_0 : CV_{acw} = CV_{acx}$
ARN	0.972	0.141
BAL	0.954	0.884
BEL	0.954	0.873
BOM	0.951	0.482
CAN	0.984	0.668
CHU	0.966	0.304
FEU	0.770	0.454
GEO	0.916	0.444
GRB	0.956	0.721
LGR	0.981	0.807
MAN	0.972	0.904
MEL	0.957	0.567
MOI	0.960	0.647
NAT	0.923	0.942
PYR	0.934	0.755
RDO	0.985	0.940
ROM	0.966	0.948
RUP	0.974	0.455
SAG	0.914	0.908
STM	0.985	0.755
WAS	0.965	0.651

Même si l'égalité des CV des jumelles n'est rejetée pour aucun bassin et aucun

⁸Rappelons que les simulations jumelles ne sont disponibles que pour le pilote ERA40.

domaine, nous observons cependant un comportement différent selon le domaine en particulier dans la forme de la relation entre les CV des jumelles. La figure 3.1 présente en effet les nuages de points correspondant aux CV des jumelles sur les domaines QC (en haut) et sur AMNO (en bas) pour les 21 bassins versants. Si la relation entre les CV des séries *acy* et *acz* (domaine QC) semble parfaitement linéaire, il en va tout autrement pour les CV des séries *acw* et *acx* (domaine AMNO).

Il est cependant difficile d'identifier précisément l'origine de cette différence dans la forme de la relation. Nous présentons à la figure 3.2 les moyennes (à gauche) et écarts-type (à droite) des jumelles sur les domaines QC (en haut) et AMNO (en bas) pour les 21 bassins versants. Nous constatons que les relations entre moyennes et entre écarts-type sont linéaires pour les deux domaines. La seule différence flagrante réside dans les écarts-type des jumelles sur le domaine AMNO en ce sens que la relation semble moins "forte", mais la forme de cette relation reste linéaire.

Remarque 3.3. *Pour chaque nuage, nous avons testé l'hypothèse nulle d'une pente unitaire⁹. Le seul cas pour lequel cette hypothèse est rejetée concerne non pas les écarts-types pour le domaine AMNO mais les moyennes pour le domaine QC. Cependant, ces tests sont basés sur les hypothèses habituelles de la régression linéaire, en particulier la normalité des résidus, hypothèse qui est précisément rejetée pour l'ajustement des moyennes *acz* sur les moyennes *acy*.*

⁹La droite apparaissant dans chaque graphique représente la bissectrice et non la droite de régression.

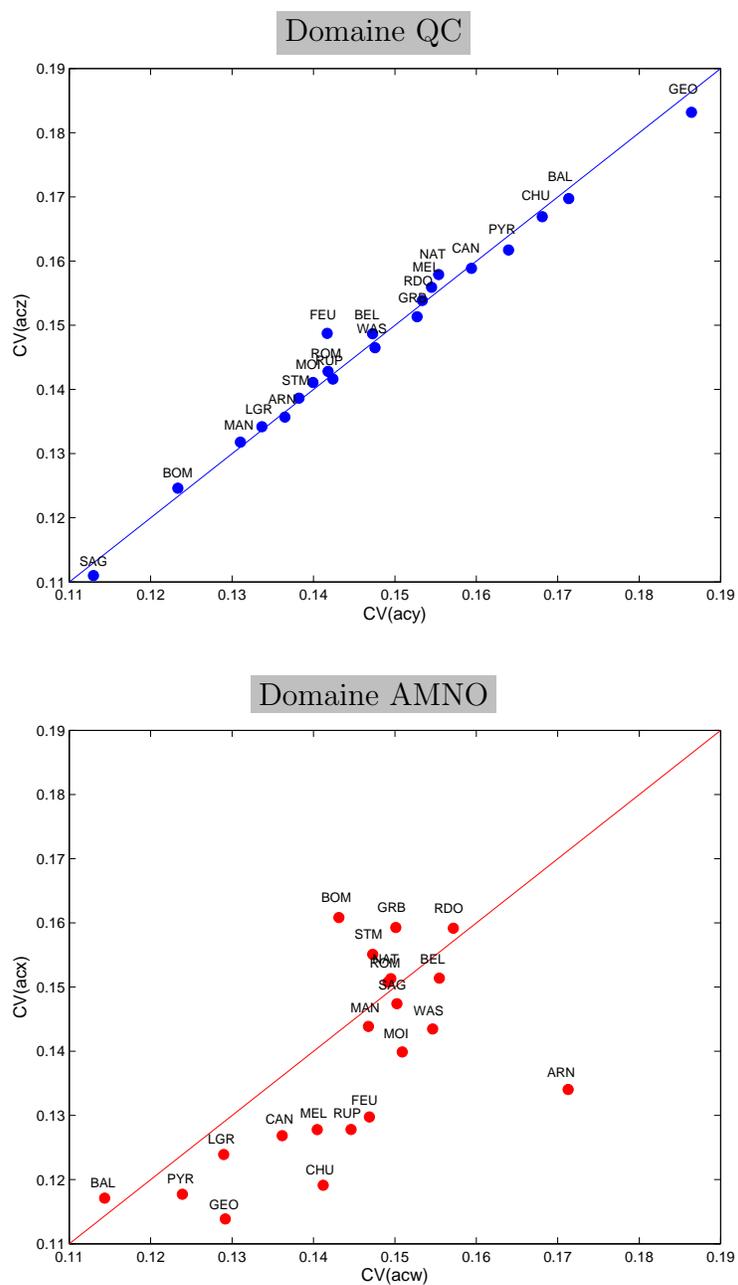


FIG. 3.1 – Nuages de points correspondant aux CV des jumelles sur les domaines QC (en haut) et AMNO (en bas) pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador

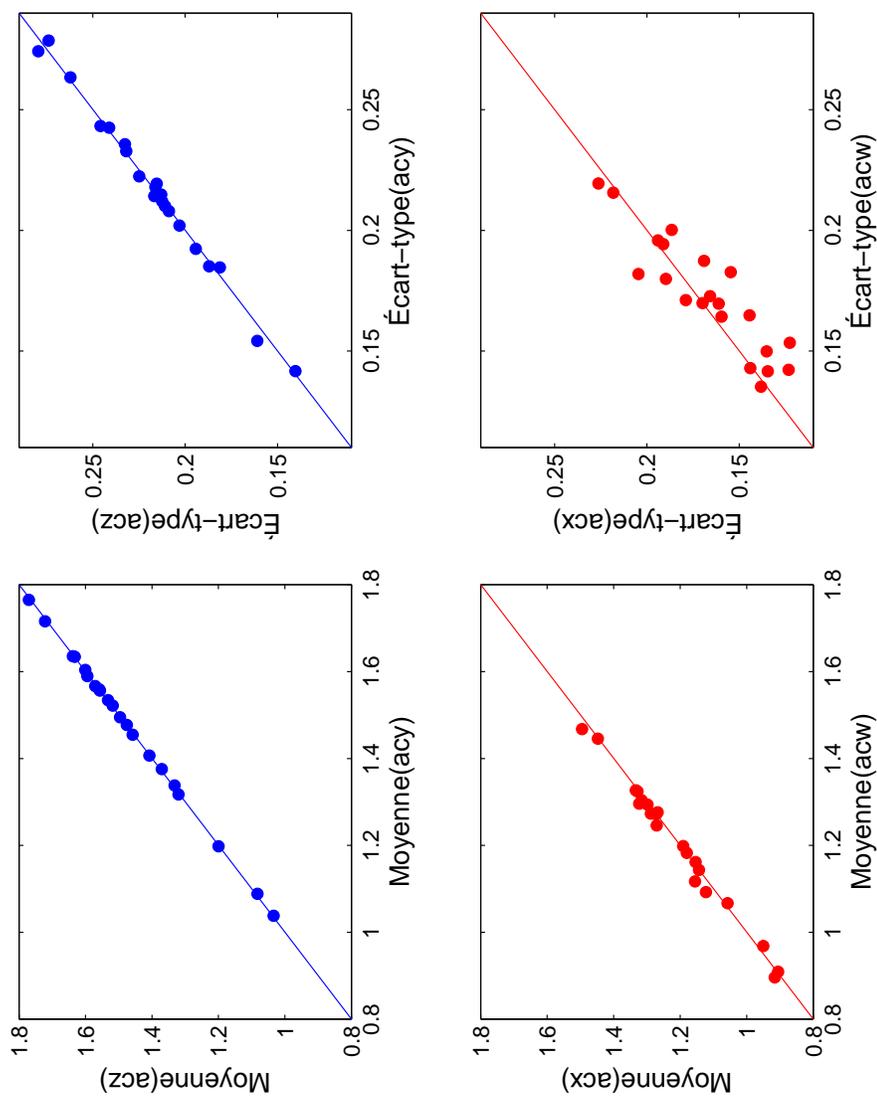


FIG. 3.2 – Moyennes (à gauche) et écarts-type (à droite) des jumelles sur les domaines QC (en haut) et AMNO (en bas) pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador

4 Conclusions

Les principales différences entre les CV, lorsqu'elles se produisent, semblent être dues au domaine et non au pilote. Ce constat doit cependant être pris avec précaution. En effet, nous avons utilisé principalement le test de Bennett modifié qui suppose la normalité, ce qui n'est pas toujours vérifié pour les simulations du MRCC à l'étude dans ce rapport (voir annexe D).

Nous n'avons pas présenté ici les résultats du test non paramétrique de Miller (1991) (sauf pour la comparaison simultanée des séries *acy*, *acw*, *adi* et *ade*; voir tableau 3.1). Ce test permet rarement de détecter des différences entre CV que le test paramétrique de Bennett modifié n'aurait pas mises en lumière. Cela est sans doute dû au fait que le test de Miller (1991) ne semble pas plus puissant que les tests paramétriques que nous avons considérés (voir annexe F), même dans les cas où la normalité n'est pas vérifiée.

Notons par ailleurs que tous les tests présentés à la section 2 supposent que l'on dispose d'échantillons aléatoires pour chacune des populations dont on veut comparer les CV. Dans nos applications, nous travaillons avec des séries chronologiques pour lesquelles l'absence de corrélation temporelle n'est pas toujours vérifiée. Nous montrons à l'annexe E les résultats d'un test de comportement aléatoire pour toutes nos séries. Ces résultats indiquent que nous rejetons dans plusieurs cas l'hypothèse nulle suivant laquelle l'ordre d'une série peut être considéré comme aléatoire.

Notons en outre que la façon dont nous avons procédé dans la section 3 n'est pas très orthodoxe. Nous avons en effet d'abord testé l'égalité des CV pour les quatre séries ($\mathcal{H}_0 : CV_{acy} = CV_{acw} = CV_{adi} = CV_{ade}$) puis nous avons effectué des comparaisons deux à deux en fixant le domaine ou le pilote. Comme c'est le cas pour les comparaisons multiples de moyennes, il faudrait sans doute au moins ajuster le seuil des comparaisons deux à deux. Cependant il n'existe pas, à notre connaissance, d'équivalent pour les CV des procédures de comparaisons multiples pour des moyennes.

Remarquons finalement que tous les tests ont été effectués bassin par bassin. Or les résultats de la section 3 pourraient indiquer une certaine cohérence spatiale, notamment pour les bassins du nord-est (BAL et GEO et dans une moindre mesure PYR et CHU). Pour nous en convaincre, nous pouvons examiner de nouveau la figure 1.2 qui présente les coefficients de variation pour les simulations de MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants.

Pour les séries *acy*, *adi*, *acw* et *ade*, la figure 1.2 montre en effet les éléments suivants :

- pour les bassins BAL, CHU, GEO et PYR, les CV associés au domaine QC sont systématiquement supérieurs à ceux associés au domaine AMNO ;

- pour les bassins ARN et FEU (extrême nord) et pour les bassins BEL, RDO, RUP, SAG, STM et WAS (sud), nous constatons exactement l'inverse.

La prise en compte de la dépendance spatiale dans les comparaisons pourrait entraîner quelques modifications dans les résultats.

D'autres éléments de réflexion allant dans le sens d'une certaine configuration régionale sont donnés dans le tableau 4.1 qui présente, pour chacune des séries **acy**, **adi**, **acw** et **ade**, le rang associé au CV de chaque bassin. Nous avons identifié en vert les bassins BAL, CHU, GEO et PYR, mentionnés ci-dessus. Notons que, pour ces quatre bassins, les simulations sur le domaine QC donnent un portrait presque inversé de ce que montrent les simulations sur le domaine AMNO.

Nous pouvons également constater que les rangs sont pratiquement identiques pour les jumelles sur QC (**acy** et **acz**), ce qui n'est pas le cas des jumelles sur AMNO (**acw** et **acx**).

TAB. 4.1 – Rang des coefficients de variation associés aux 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador pour les six simulations du MRCC.

Rang	Domaine QC			Domaine AMNO		
	ERA40	NCEP		ERA40	NCEP	
	acy	acz	adi	acw	acx	ade
1	SAG	SAG	SAG	BAL	GEO	MOI
2	BOM	BOM	STM	PYR	BAL	MAN
3	MAN	MAN	LGR	LGR	PYR	BOM
4	LGR	LGR	MEL	GEO	CHU	CHU
5	ARN	ARN	BEL	CAN	LGR	BAL
6	STM	STM	BOM	MEL	CAN	CAN
7	MOI	MOI	FEU	CHU	MEL	GEO
8	FEU	RUP	RUP	BOM	RUP	LGR
9	ROM	ROM	ARN	RUP	FEU	MEL
10	RUP	WAS	GRB	MAN	ARN	PYR
11	BEL	BEL	MAN	FEU	MOI	SAG
12	WAS	FEU	WAS	STM	WAS	FEU
13	GRB	GRB	RDO	ROM	MAN	STM
14	RDO	RDO	PYR	NAT	SAG	GRB
15	MEL	MEL	CAN	GRB	ROM	ROM
16	NAT	NAT	BAL	SAG	NAT	RUP
17	CAN	CAN	ROM	MOI	BEL	NAT
18	PYR	PYR	NAT	WAS	STM	ARN
19	CHU	CHU	MOI	BEL	RDO	RDO
20	BAL	BAL	CHU	RDO	GRB	WAS
21	GEO	GEO	GEO	ARN	BOM	BEL

Remerciements

Ce rapport de recherche concerne le projet RDCPJ 363679-07 intitulé “Évaluation et prise en compte des incertitudes pour les précipitations et les écoulements simulés par le Modèle Régional Canadien du Climat (MRCC)”. Ce projet est financé conjointement par le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG), par Ouranos, consortium sur la climatologie régionale et l’adaptation aux changements climatiques et par Hydro-Québec.

Les données du MRCC ont été générées et fournies par Ouranos.

Annexes

A Valeur des coefficients de variation

Le tableau A.1 présente les coefficients de variation pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador. Ces valeurs sont présentées graphiquement à la figure 1.2.

TAB. A.1 – Coefficients de variation pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.

Bassin	Domaine QC			Domaine AMNO		
	ERA40		NCEP	ERA40		NCEP
	acy	acz	adi	acw	acx	ade
ARN	0.136	0.136	0.142	0.171	0.134	0.169
BAL	0.171	0.170	0.164	0.114	0.117	0.134
BEL	0.147	0.149	0.138	0.155	0.151	0.200
BOM	0.123	0.125	0.140	0.143	0.161	0.130
CAN	0.159	0.159	0.160	0.136	0.127	0.136
CHU	0.168	0.167	0.178	0.141	0.119	0.133
FEU	0.142	0.149	0.140	0.147	0.130	0.150
GEO	0.186	0.183	0.192	0.129	0.114	0.137
GRB	0.153	0.151	0.146	0.150	0.159	0.159
LGR	0.134	0.134	0.133	0.129	0.124	0.143
MAN	0.131	0.132	0.150	0.147	0.144	0.13
MEL	0.155	0.156	0.135	0.140	0.128	0.144
MOI	0.140	0.141	0.176	0.151	0.140	0.130
NAT	0.155	0.158	0.169	0.149	0.151	0.165
PYR	0.164	0.162	0.155	0.124	0.118	0.145
RDO	0.153	0.154	0.155	0.157	0.159	0.189
ROM	0.142	0.143	0.168	0.149	0.151	0.161
RUP	0.142	0.142	0.141	0.145	0.128	0.163
SAG	0.113	0.111	0.126	0.150	0.147	0.147
STM	0.138	0.139	0.130	0.147	0.155	0.159
WAS	0.148	0.146	0.151	0.155	0.143	0.196

B Coefficient de variation et superficie des bassins

La figure B.1 présente les nuages de points (CV, Superficie) pour les 21 bassins versants et les séries `acy`, `acw`, `adi` et `ade`. Nous donnons également en haut de chaque graphique la valeur du coefficient de corrélation de Pearson (r) et le seuil observé associé (p). Nous constatons que ce coefficient n'est jamais significatif, confirmant ainsi que le CV permet de comparer la dispersion de séries associées à des bassins de superficies très différentes. Ce résultat était attendu puisque l'écoulement annuel moyen est normalisé par la superficie.

La figure B.2 présente le même type de graphiques mais en utilisant le rang du CV et celui de la superficie. Nous avons ici calculé le ρ de Spearman et le τ de Kendall, qui sont des mesures de corrélation (non paramétriques) basées sur les rangs. Le constat est moins clair qu'avec les valeurs du CV et de la superficie puisque, pour la simulation `adi` (domaine QC, pilote NCEP), le ρ de Spearman et le τ de Kendall sont significatifs.

Le tableau B.1 présente les seuils observés pour les tests de nullité des trois mesures de dépendance (r de Pearson, ρ de Spearman, τ de Kendall) entre le CV et la superficie des bassins (ou la racine carrée de la superficie¹⁰) pour les six simulations du MRCC en climat actuel. On pourra constater que la simulation `adi` a toujours tendance à se distinguer des autres.

¹⁰Pour le ρ de Spearman et τ de Kendall, les résultats sont strictement identiques que l'on travaille avec la superficie ou avec sa racine carrée car ces deux mesures de dépendance sont basées sur les rangs.

TAB. B.1 – Mesures de dépendance entre les coefficients de variation et la superficie des bassins pour les six simulations du MRCC en climat actuel.

Variables	Mesure	Domaine QC			Domaine AMNO		
		ERA40	NCEP		ERA40	NCEP	
		acy	acz	adi	acw	acx	ade
CV et superficie	r de Pearson	0.29	0.27	0.14	0.57	0.86	0.93
	ρ de Spearman	0.38	0.41	0.02	0.24	0.99	0.48
	τ de Kendall	0.46	0.53	0.02	0.35	0.98	0.42
CV et (superficie) ^{1/2}	r de Pearson	0.27	0.25	0.08	0.53	0.92	0.80
	ρ de Spearman	0.38	0.41	0.02	0.24	0.99	0.48
	τ de Kendall	0.46	0.53	0.02	0.35	0.98	0.42

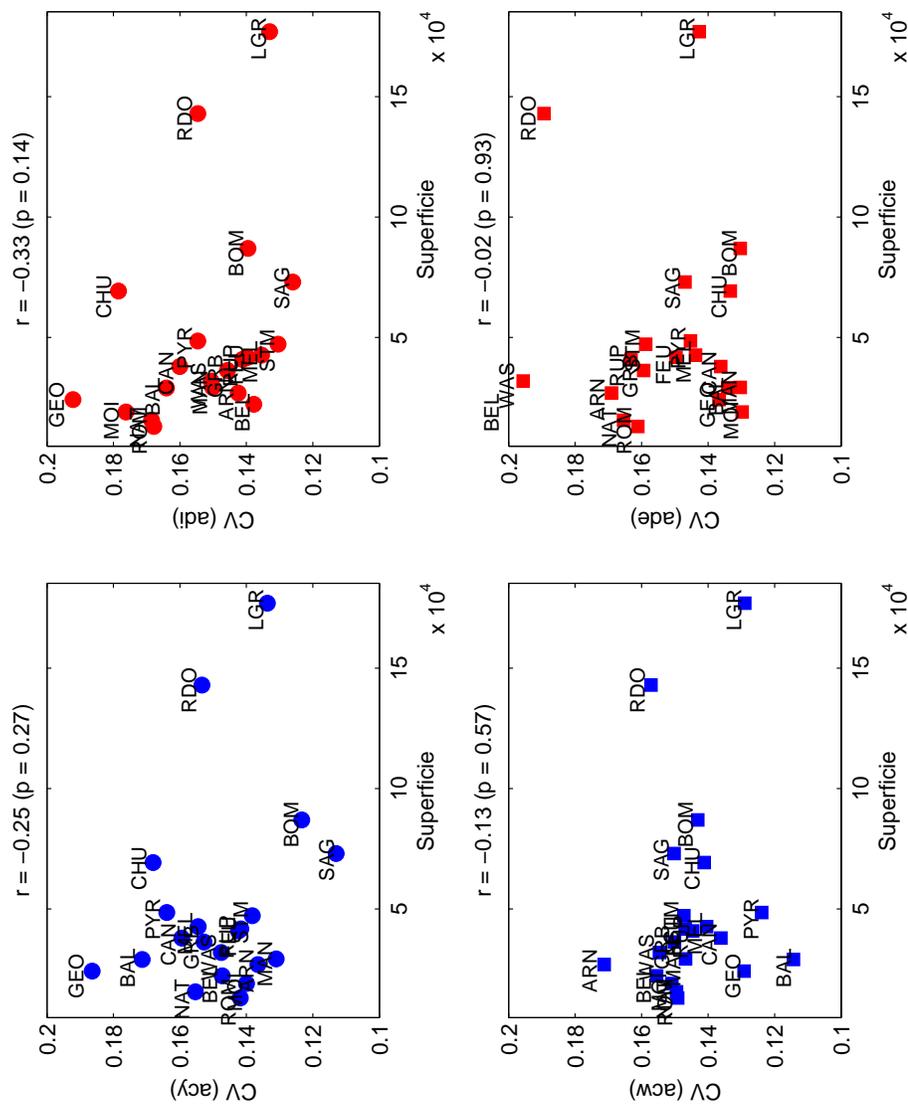


FIG. B.1 – CV de l'écoulement annuel en fonction de la superficie des bassins versants, séries acy, acw, adf et ade

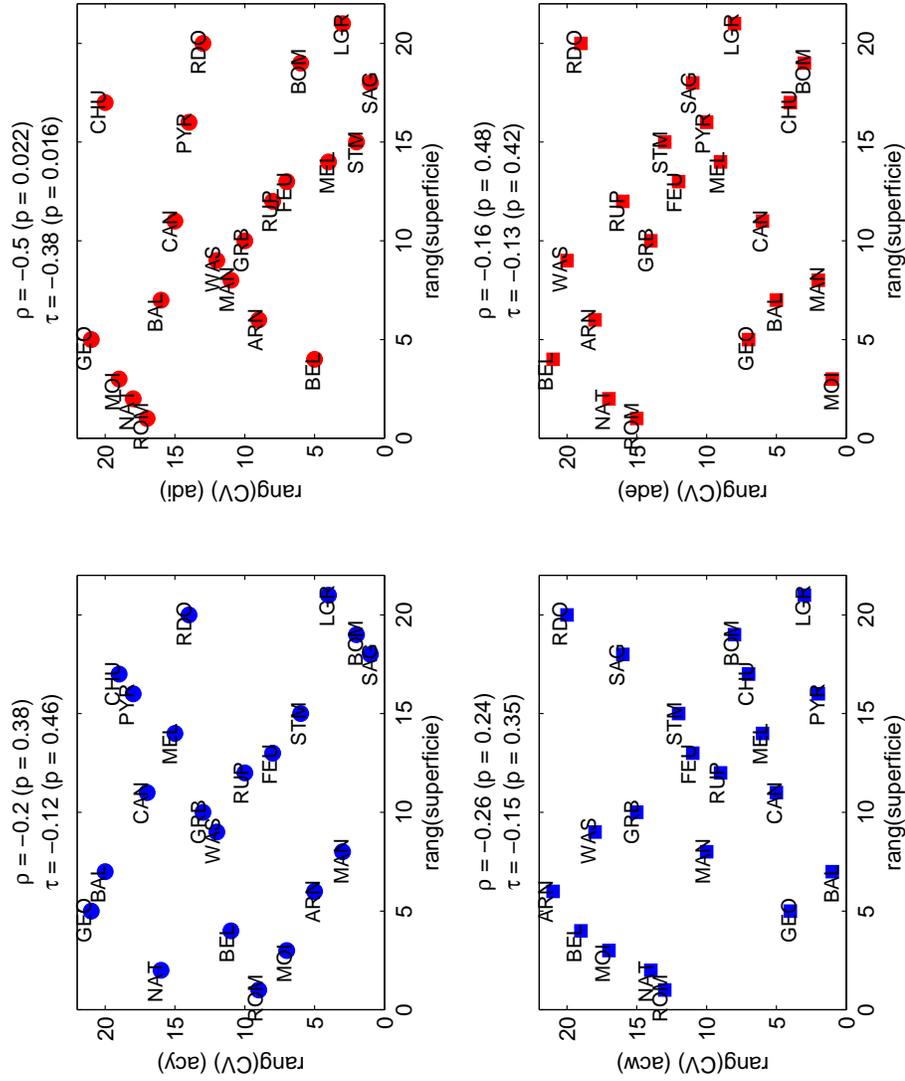


FIG. B.2 – Rang du CV de l'écoulement annuel en fonction du rang de la superficie des bassins versants, séries acy, acw, adi et ade

C Relation entre moyenne et écart-type

La figure C.1 présente, sous forme de nuages de points, la relation entre la moyenne et l'écart-type de l'écoulement annuel moyen pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador et pour les simulations `acy`, `acw`, `adi` et `ade`. Bien que la forme et l'intensité de la relation ne soit sans doute pas identiques d'une simulation à l'autre, il apparaît clairement que l'écart-type et la moyenne sont fortement reliés.

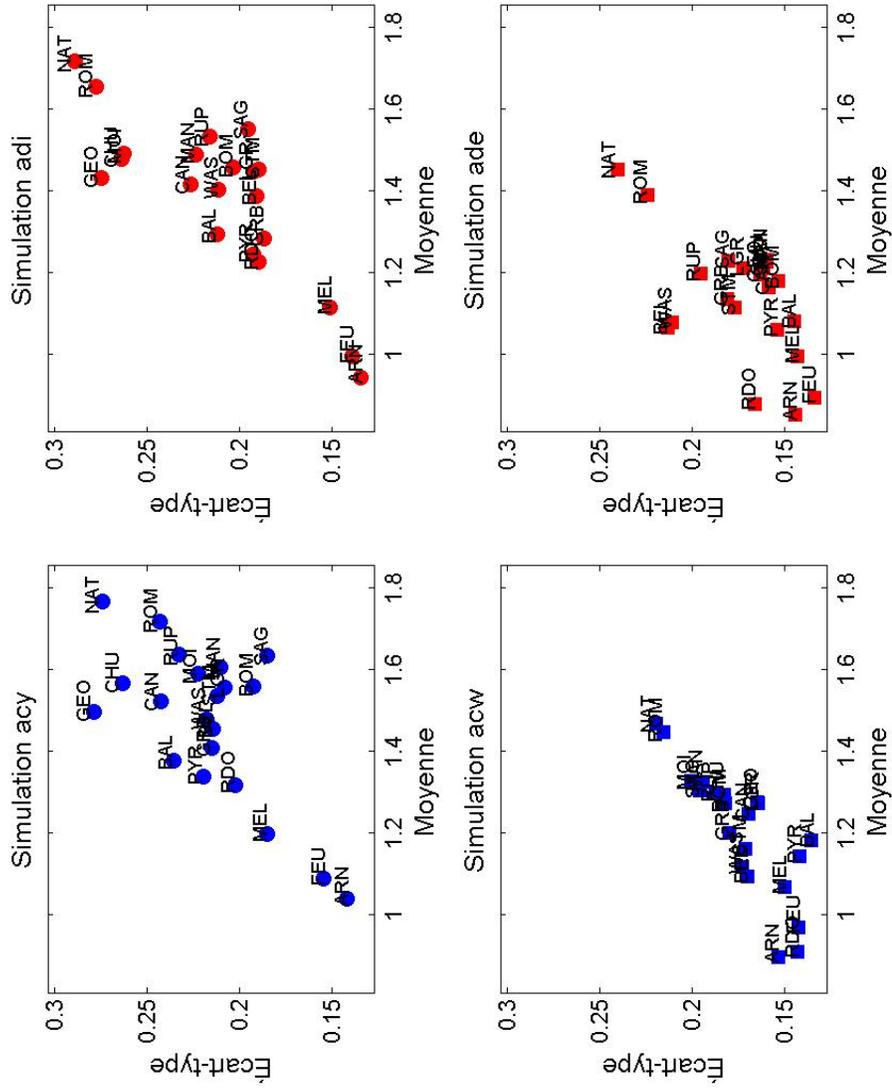


FIG. C.1 – Relation entre la moyenne et l'écart-type de l'écoulement annuel moyen pour les 21 bassins versants, simulations acy, acw, adi et ade

D Étude de la normalité des six simulations

Les tableaux [D.1](#), [D.2](#) et [D.3](#) présentent les seuils observés pour des tests de normalité¹¹ basés respectivement sur le coefficient d'aplatissement (*skewness*), le coefficient d'asymétrie (*kurtosis*) et une combinaison des deux (*omnibus*), appliqués aux six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.

Notons qu'en général, il y a peu de cas de non normalité, en particulier pour le test omnibus qui tient compte à la fois de l'aplatissement et de la symétrie.

¹¹Ces tests ont été suggérés par [D'Agostino et al. \(1990\)](#).

TAB. D.1 – Seuil observé pour un test de normalité basé sur le coefficient d’aplatissement (*skewness*) pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.

Bassin	Domaine QC			Domaine AMNO		
	ERA40	NCEP		ERA40	NCEP	
	acy	acz	adi	acw	acx	ade
ARN	0.582	0.514	0.615	0.323	0.498	0.540
BAL	0.906	0.910	0.605	0.413	0.430	0.451
BEL	0.317	0.301	0.243	0.637	0.265	0.449
BOM	0.565	0.628	0.270	0.284	0.820	0.953
CAN	0.228	0.200	0.095	0.431	0.177	0.660
CHU	0.073	0.077	0.103	0.467	0.426	0.588
FEU	0.772	0.616	0.535	0.196	0.350	0.623
GEO	0.663	0.563	0.361	0.909	0.769	0.763
GRB	0.961	0.945	0.568	0.722	0.150	0.578
LGR	0.515	0.564	0.589	0.160	0.629	0.798
MAN	0.079	0.069	0.934	0.384	0.256	0.597
MEL	0.896	0.787	0.400	0.023	0.336	0.449
MOI	0.080	0.130	0.122	0.276	0.978	0.168
NAT	0.043	0.034	0.206	0.264	0.282	0.743
PYR	0.691	0.690	0.651	0.646	0.749	0.305
RDO	0.253	0.303	0.391	0.983	0.670	0.205
ROM	0.202	0.219	0.076	0.642	0.939	0.447
RUP	0.202	0.175	0.361	0.408	0.776	0.861
SAG	0.133	0.105	0.142	0.176	0.655	0.404
STM	0.974	0.897	0.412	0.363	0.451	0.128
WAS	0.244	0.291	0.348	0.824	0.185	0.542

TAB. D.2 – Seuil observé pour un test de normalité basé sur le coefficient d’aplatissement (*kurtosis*) pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.

Bassin	Domaine QC			Domaine AMNO		
	ERA40	NCEP		ERA40	NCEP	
	acy	acz	adi	acw	acx	ade
ARN	0.406	0.364	0.895	0.466	0.845	0.525
BAL	0.593	0.683	0.236	0.822	0.088	0.996
BEL	0.038	0.055	0.116	0.033	0.462	0.906
BOM	0.282	0.256	0.577	0.660	0.403	0.138
CAN	0.627	0.755	0.996	0.566	0.903	0.585
CHU	0.270	0.225	0.826	0.649	0.666	0.015
FEU	0.115	0.206	0.745	0.804	0.638	0.373
GEO	0.358	0.290	0.806	0.779	0.560	0.115
GRB	0.384	0.332	0.445	0.458	0.903	0.898
LGR	0.537	0.590	0.246	0.463	0.665	0.627
MAN	0.961	0.850	0.531	0.605	0.942	0.594
MEL	0.097	0.123	0.373	0.010	0.989	0.693
MOI	0.823	0.926	0.576	0.718	0.709	0.403
NAT	0.183	0.240	0.466	0.717	0.513	0.806
PYR	0.765	0.665	0.245	0.491	0.103	0.509
RDO	0.378	0.381	0.455	0.156	0.571	0.519
ROM	0.741	0.887	0.355	0.850	0.313	0.509
RUP	0.994	0.989	0.856	0.951	0.978	0.372
SAG	0.671	0.782	0.368	0.892	0.449	0.688
STM	0.362	0.391	0.105	0.638	0.989	0.057
WAS	0.816	0.851	0.165	0.354	0.715	0.461

TAB. D.3 – Seuil observé pour un test omnibus de normalité pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.

Bassin	Domaine QC			Domaine AMNO		
	ERA40	NCEP		ERA40	NCEP	
	acy	acz	adi	acw	acx	ade
ARN	0.608	0.535	0.874	0.470	0.780	0.677
BAL	0.861	0.914	0.433	0.697	0.170	0.753
BEL	0.070	0.092	0.147	0.092	0.410	0.745
BOM	0.475	0.467	0.465	0.511	0.687	0.333
CAN	0.429	0.418	0.248	0.622	0.399	0.782
CHU	0.109	0.101	0.259	0.692	0.664	0.046
FEU	0.276	0.396	0.783	0.420	0.578	0.596
GEO	0.597	0.484	0.639	0.955	0.808	0.275
GRB	0.683	0.624	0.634	0.713	0.352	0.850
LGR	0.669	0.733	0.441	0.285	0.810	0.860
MAN	0.214	0.189	0.819	0.599	0.524	0.754
MEL	0.250	0.294	0.472	0.003	0.629	0.694
MOI	0.212	0.316	0.258	0.518	0.933	0.273
NAT	0.053	0.053	0.344	0.501	0.452	0.919
PYR	0.884	0.841	0.460	0.710	0.252	0.475
RDO	0.353	0.401	0.523	0.366	0.778	0.364
ROM	0.420	0.465	0.135	0.882	0.599	0.603
RUP	0.443	0.399	0.648	0.708	0.960	0.661
SAG	0.296	0.259	0.226	0.396	0.680	0.652
STM	0.659	0.686	0.193	0.592	0.753	0.051
WAS	0.493	0.562	0.245	0.635	0.388	0.633

E Étude du caractère aléatoire des six simulations

Le tableau [E.1](#) présente les seuils observés pour un test de comportement aléatoire appliqué aux six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador. Ce test, effectué avec la fonction `runstest` de `Matlab`, porte sur l'hypothèse nulle que l'ordre d'une série peut être considéré comme aléatoire.

Notons qu'il y a relativement peu de cas pour lesquels l'hypothèse nulle est rejetée. De plus, nous ne sommes pas convaincus que ce test soit véritablement performant. Nous observons en effet que dans certains cas, l'hypothèse nulle est rejetée pour une jumelle et pas l'autre. C'est le cas notamment pour `acy` et `acz` pour le bassin CHU. Or pour ces jumelles en particulier, la figure [E.1](#) montre les deux séries : il est difficile de voir ce qui les distingue et ce qui pourrait faire en sorte que l'ordre de ces séries puisse être considéré comme aléatoire pour l'une et pas pour l'autre.

TAB. E.1 – Seuil observé pour un test de *randomness* pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.

Bassin	Domaine QC			Domaine AMNO		
	ERA40	NCEP		ERA40	NCEP	
	acy	acz	adi	acw	acx	ade
ARN	0.109	0.026	1.000	0.109	0.023	0.746
BAL	0.736	0.259	0.719	0.820	1.000	1.000
BEL	0.206	0.206	0.051	0.196	0.916	0.330
BOM	0.375	0.375	0.483	0.522	0.541	0.746
CAN	0.541	1.000	0.094	0.993	0.541	0.196
CHU	0.071	0.225	0.103	0.023	0.023	0.196
FEU	0.330	0.968	0.054	0.993	0.330	0.330
GEO	0.746	1.000	1.000	0.746	0.719	0.746
GRB	0.746	0.746	0.330	0.820	0.993	1.000
LGR	1.000	1.000	0.311	0.489	0.770	0.666
MAN	0.770	0.820	0.666	0.522	0.770	1.000
MEL	0.522	0.541	1.000	0.916	0.511	0.746
MOI	0.060	0.013	0.719	0.175	0.196	0.541
NAT	0.225	0.309	0.489	0.581	0.051	0.206
PYR	0.077	0.077	0.311	0.770	0.746	0.060
RDO	0.444	0.444	0.345	0.330	0.103	0.009
ROM	0.196	0.541	1.000	0.581	0.541	1.000
RUP	0.581	0.259	0.522	0.119	0.109	0.022
SAG	0.644	0.309	0.719	0.206	0.330	0.309
STM	0.311	0.330	0.330	0.345	0.121	0.054
WAS	0.206	0.196	1.000	0.206	0.770	0.103

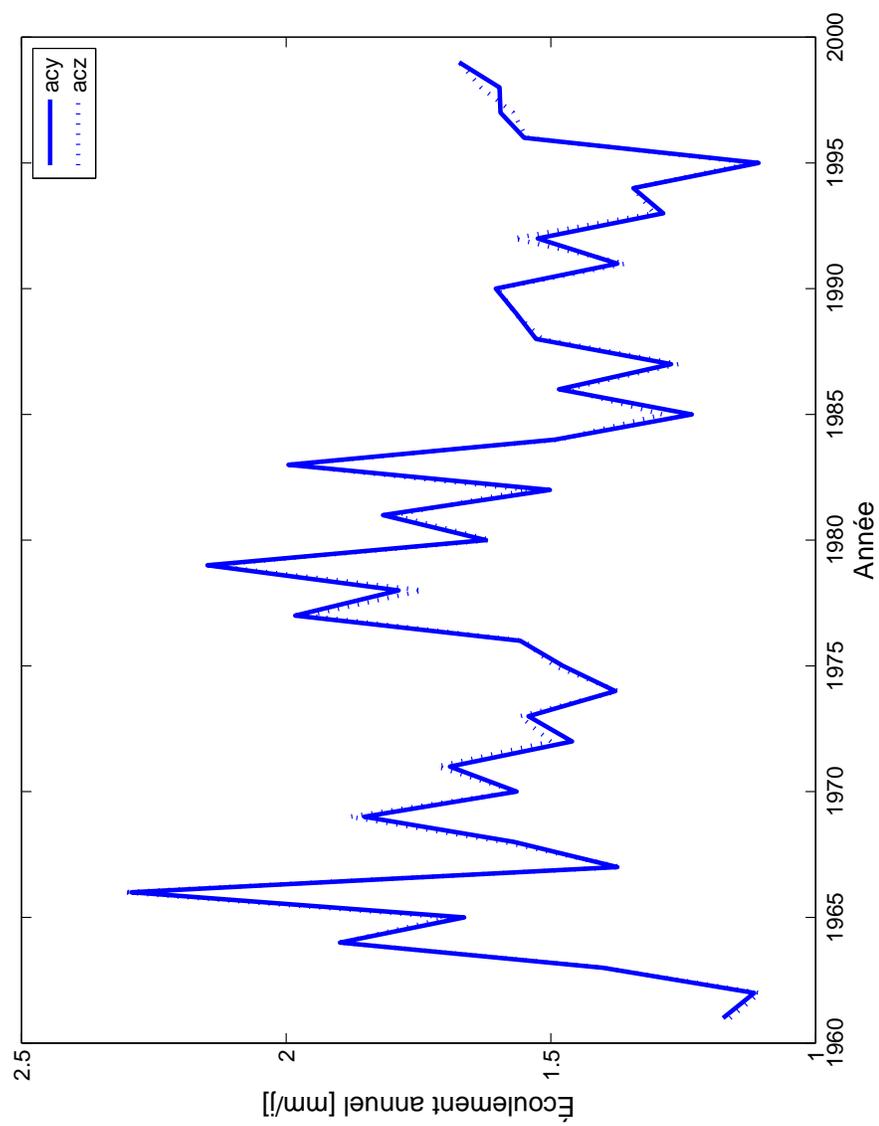


FIG. E.1 – Écoulement annuel en mm/j pour le bassin CHU et les simulations acy et acz

F Quelques simulations

Des simulations de Monte Carlo ont été effectuées afin d'étudier les propriétés des tests de Bennett modifié (*BM*), *FM* de [Feltz et Miller \(1996\)](#) et *SR* de [Miller \(1991\)](#) pour $k = 2$ populations. Nous avons comparé le seuil et la puissance empiriques de ces trois tests lorsque les distributions sous-jacentes sont normales ou non.

F.1 Cas de populations normales

Pour chacune des populations $j = 1, 2$, nous avons généré 10 000 échantillons aléatoires de tailles $n_1 = n_2$ issus de lois normales de moyenne $\mu_1 = 1.5 = \mu_2$ et variance $\sigma_j^2 = (\mu_j \times CV_j)^2$ avec CV_j variant de 1/10 à 1/3. Nous avons posé $CV_2 = CV_1$ pour l'étude du seuil et $CV_2 = CV_1 - 0.05$ pour celle de la puissance. Les résultats pour un seuil nominal $\alpha = 5\%$ et des tailles d'échantillon de 20, 40 et 100 sont présentés à la figure [F.1](#).

Pour ce qui concerne le seuil (graphiques du haut), les tests paramétriques *BM* et *FM* se comportent beaucoup mieux que le test non paramétrique *SR*, en particulier pour un coefficient de variation élevé. Plus précisément, nous pouvons constater que le test *SR* sur-estime de plus en plus le seuil nominal à mesure que le CV commun des deux populations augmente¹². Notons également que les tests paramétriques *BM* et *FM* sont assez similaires et que, contrairement au test non paramétrique *SR*, ils ont tous deux tendance à sous-estimer légèrement le seuil nominal lorsque le CV se rapproche de 1/3.

La puissance des trois tests (graphiques du bas) décroît avec l'augmentation du coefficient de variation. Cela est d'autant plus vrai que la taille des échantillons est petite. Notons que la puissance des deux tests paramétriques *BM* et *FM* est systématiquement supérieure à celle du test non paramétrique *SR*, sauf peut-être dans le cas de petits échantillons ($n_1 = 20 = n_2$) associés à un coefficient de variation élevé ($CV \rightarrow 1/3$).

¹²Ces résultats semblent cohérents avec ceux présentés par [Fung et Tsang \(1998\)](#) qui considèrent les valeurs 0.05, 0.2 et 0.5 pour le CV et les tailles d'échantillon 5, 15 et 50.

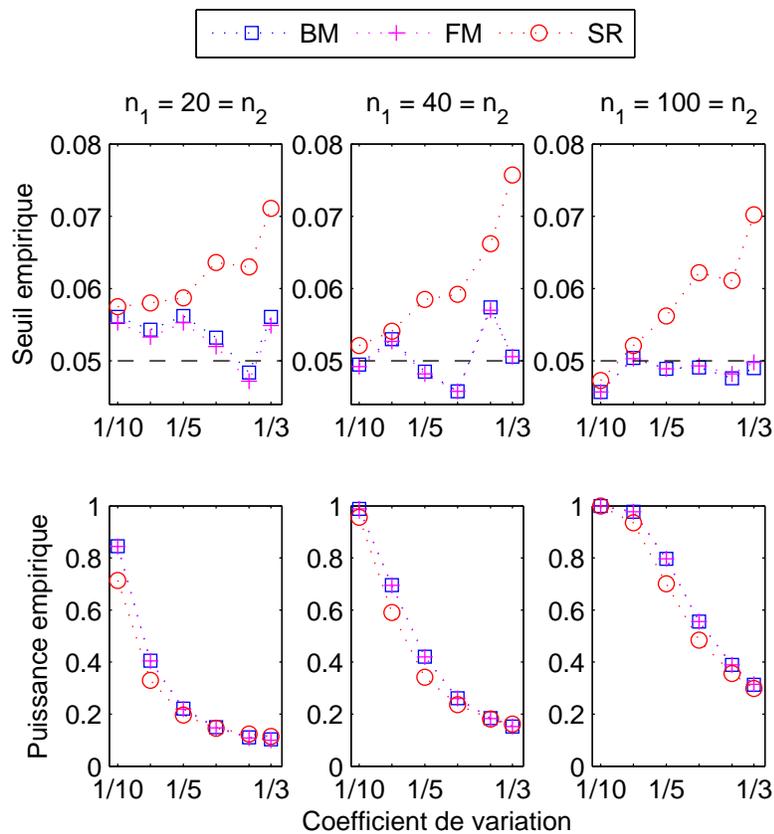


FIG. F.1 – Seuil (en haut) et puissance (en bas) empiriques des tests d'égalité des CV, cas d'échantillons normaux avec $n_1 = n_2 = 20$ (à gauche), 40 (au milieu) et 100 (à droite)

F.2 Cas de populations non normales

F.2.1 Procédure de simulation

Pour étudier le comportement des trois tests lorsque la distribution sous-jacente des deux populations n'est pas normale, nous avons considéré des distributions où le poids des queues est plus grand que dans le cas normal. Pour générer des échantillons de ce type, nous avons utilisé des mélanges de lois normales

$$(1 - \lambda)\mathcal{N}(\mu, \sigma^2) + \lambda\mathcal{N}(\mu, (b\sigma)^2). \quad (\text{F.1})$$

où $\mathcal{N}(\mu, (b\sigma)^2)$ est une normale dite contaminante de variance plus élevée que la loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ initiale dès lors que $b > 1$. Le coefficient de variation théorique associé à la loi normale contaminée (F.1) est donnée par

$$CV_{\text{mélange}} = \frac{\{(1 - \lambda)\sigma^2 + \lambda b^2 \sigma^2\}^{1/2}}{\mu} = \left(\frac{\sigma}{\mu}\right) \{1 + \lambda(b^2 - 1)\}^{1/2}. \quad (\text{F.2})$$

Nous avons utilisé une loi normale initiale avec moyenne $\mu = 1.5$ et écart-type $\sigma = 0.15$, donc avec $CV = 0.1$, que nous avons ensuite contaminée en faisant varier les paramètres λ et b du mélange (F.1). Les valeurs des paramètres λ et b ont été choisies de telle sorte que le CV varie de 3/10 à 1/3 et le coefficient d'aplatissement K (*kurtosis*) de 4 à 6. Rappelons que le kurtosis d'une loi normale est de 3. Nous pouvons montrer que pour le mélange (F.1), le kurtosis s'exprime sous la forme suivante

$$K_{\text{mélange}} = \frac{3 \{1 + \lambda(b^4 - 1)\}}{\{1 + \lambda(b^2 - 1)\}^2}. \quad (\text{F.3})$$

La figure F.2 montre le comportement de $CV_{\text{mélange}}$ (en haut) et de $K_{\text{mélange}}$ (en bas) en fonction des valeurs des paramètres λ et b du mélange (F.1) avec $\mu = 1.5$ et $\sigma = 0.15$.

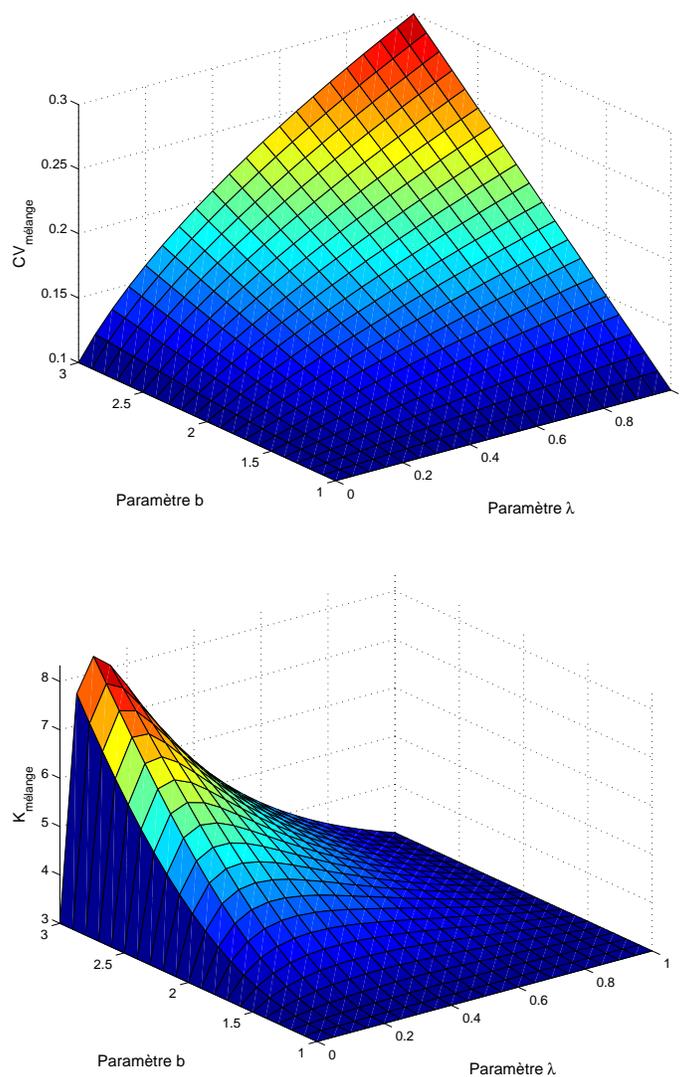


FIG. F.2 – Comportement de $CV_{\text{mélange}}$ (en haut) et de $K_{\text{mélange}}$ (en bas) en fonction des valeurs des paramètres λ et b du mélange (F.1) avec $\mu = 1.5$ et $\sigma = 0.15$

F.2.2 Résultats des simulations

Les figures F.3, F.4 et F.5 illustrent le seuil (en haut) et la puissance (en bas) empiriques pour $K = 4, 5$ et 6 , respectivement, et lorsque $CV_1 = 0.15$ et $n_1 = n_2 = 20$ (à gauche) 40 (au milieu) et 100 (en bas). Nous pouvons noter que les tests paramétriques BM et FM ont tendance à surestimer le seuil nominal ($\alpha = 5\%$), de façon d'autant plus importante que K est grand. Le test non paramétrique SR surestime également ce seuil mais moins que les tests BM et FM . Nous observons également que, pour le test SR , cette surestimation tend à augmenter avec la valeur du CV, ce qui n'est pas le cas pour les deux tests paramétriques.

La puissance du test non paramétrique est toujours inférieure à celle des deux autres, avec un écart d'autant plus grand que le CV est faible et le *kurtosis* K est élevé.

F.3 Conclusions et perspectives

Les deux tests paramétriques étudiés se comportent sensiblement de la même façon du point de vue du seuil aussi bien que de la puissance et tant dans le cas normal que non normal. Ils surestiment tous deux le seuil, en particulier dans le cas non normal. Pour ce qui concerne la puissance, et si nous nous restreignons à des cas de figure semblables à ce qui est observé dans les séries issues du MRCC (tailles d'échantillon de l'ordre de 40 et CV entre 0.1 et 0.2), nous pouvons noter que ces tests ne ont pas extrêmement puissants. Le graphique en bas au centre de la figure F.1 montre par exemple que, pour $n_1 = 40 = n_2$ et $CV = 0.15$, la puissance empirique est de l'ordre de 70% . Autrement dit, l'égalité des CV des deux populations est acceptée dans 30% des cas alors qu'ils ne sont pas égaux, et ce pourcentage augmente encore dans le cas où la normalité n'est pas vérifiée (voir le graphique en bas au centre des figures F.3 à F.5).

Le test non paramétrique étudié présente également des lacunes importantes, en particulier dans le cas non normal. C'est en effet lorsque les hypothèses de normalité ne tiennent pas que ce test devrait être utilisé plutôt que les deux autres. Considérons de nouveau le cas de figure $n_1 = 40 = n_2$ et $CV = 0.15$. Nous constatons que, même si le test SR se comporte mieux que les deux autres du point de vue du seuil, et ce quel que soit la valeur de $K = 4, 5, 6$, la situation est très différente du point de vue de la puissance, qui varie de 20 à 40% .

Il semble donc qu'il y ait place à amélioration pour les deux types de test. Remarquons que, pour les six simulations du MRCC étudiées dans ce rapport, K varie de 1.88 à 5.49 (voir annexe G). Nous pouvons en outre calculer que, pour les 6 séries $\times 21$ bassins = 126 valeurs du coefficient d'aplatissement, celui-ci est inférieur à 3 dans 87 cas, soit environ 70% , et il est inférieur à 2.5 dans 38 cas, soit environ 30% . Nous avons testé, sur toutes les séries, l'hypothèse nulle

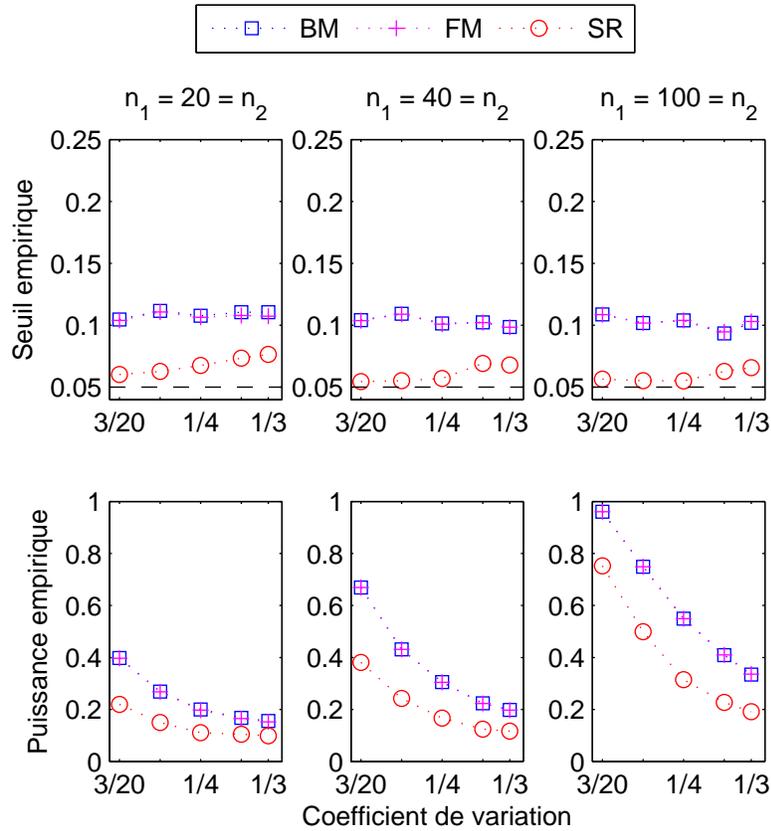


FIG. F.3 – Seuil (en haut) et puissance (en bas) empiriques des tests d’égalité des CV, cas d’échantillons non normaux avec $n_1 = n_2 = 20$ (à gauche), 40 (au milieu) et 100 (à droite) avec $CV_{\text{mélange}} = 0.15$ et $K = 4$

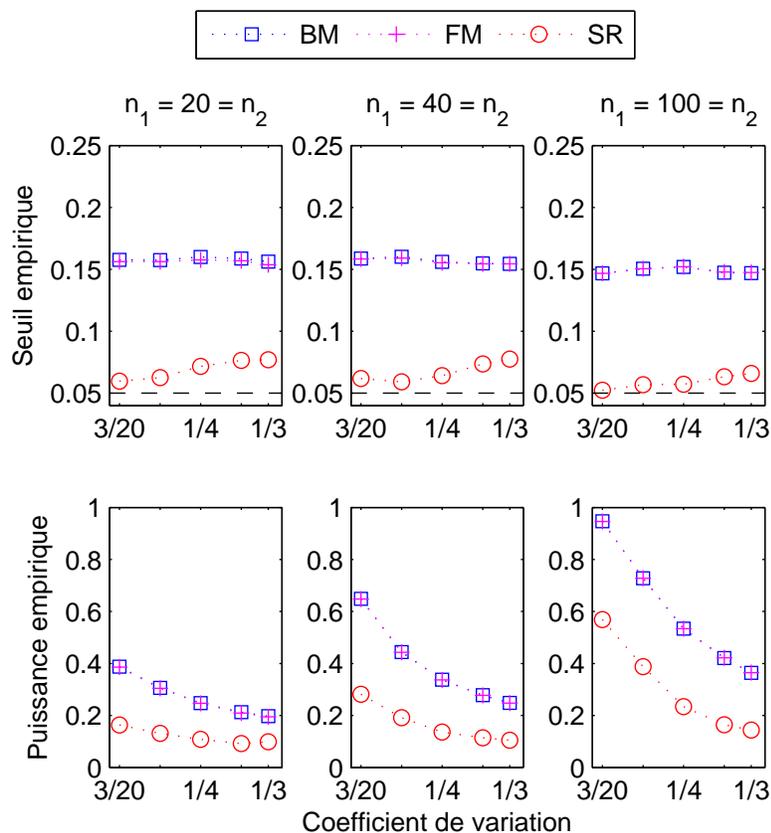


FIG. F.4 – Seuil (en haut) et puissance (en bas) empiriques des tests d'égalité des CV, cas d'échantillons non normaux avec $n_1 = n_2 = 20$ (à gauche), 40 (au milieu) et 100 (à droite) avec $CV_{\text{mélange}} = 0.15$ et $K = 5$

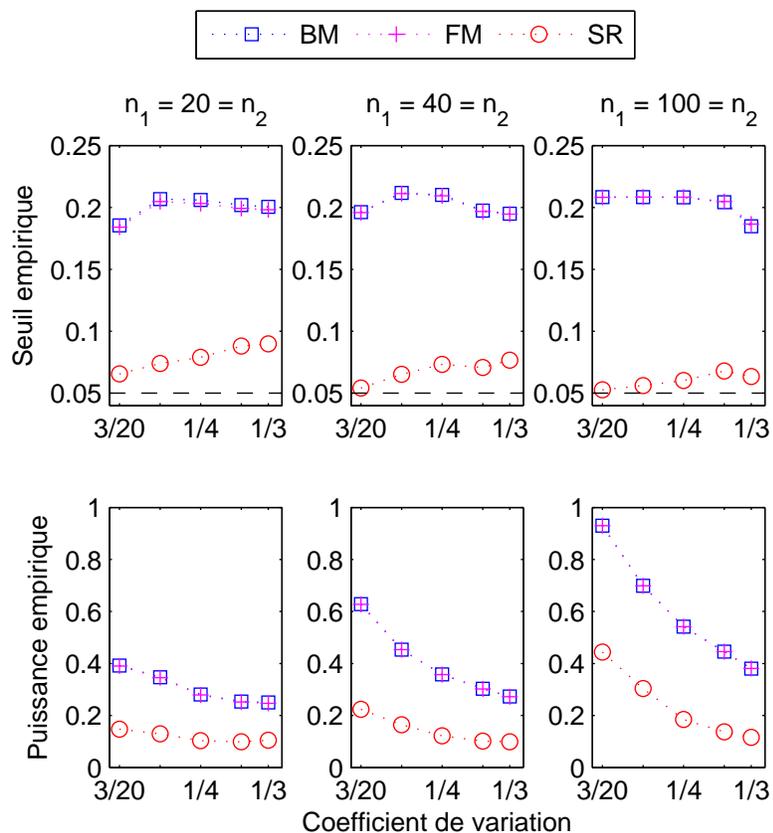


FIG. F.5 – Seuil (en haut) et puissance (en bas) empiriques des tests d'égalité des CV, cas d'échantillons non normaux avec $n_1 = n_2 = 20$ (à gauche), 40 (au milieu) et 100 (à droite) avec $CV_{\text{mélange}} = 0.15$ et $K = 6$

d'un coefficient d'aplatissement inférieur à 3 ; cette hypothèse n'est presque jamais rejetée, sauf pour les bassins BAL (simulations `acy`, `acz` et `acw`) et CHU (simulation `ade`).

Des simulations additionnelles devraient cependant être réalisées pour étudier le comportement des tests lorsque la non normalité est associée à un coefficient d'aplatissement inférieur à 3. Pour le mélange de lois normales (F.1), nous pouvons montrer, en utilisant (F.3), que $K \geq 3$ pour tout $\lambda \in [0, 1]$ et tout $b \in \mathbb{R}$. Les simulations supplémentaires devront donc considérer d'autres distributions non normales.

Notons finalement que, dans les comparaisons qui nous intéressent, il n'y a pas de bassins pour lesquels toutes les séries sont non normales. Il serait donc également intéressant d'étudier des cas où une série est normale et pas l'autre.

G Coefficient d'asymétrie (*kurtosis*) des six simulations

Le tableau G.1 présente la valeur du kurtosis pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador. Ce coefficient varie de 1.88 à 5.49.

TAB. G.1 – Coefficient d'aplatissement (*kurtosis*) pour les six simulations du MRCC en climat actuel et pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador.

	Domaine QC			Domaine AMNO		
	ERA40		NCEP	ERA40		NCEP
Bassin	acy	acz	adi	acw	acx	ade
ARN	3.27	3.33	2.65	2.38	2.62	2.42
BAL	3.05	2.96	2.21	2.85	4.14	2.72
BEL	1.96	2.00	3.97	1.95	2.38	2.79
BOM	2.25	2.23	2.45	2.98	3.27	2.12
CAN	2.48	2.56	2.72	3.08	2.66	2.46
CHU	3.50	3.60	2.85	2.99	2.51	1.88
FEU	3.98	3.65	2.91	2.86	2.49	2.32
GEO	3.34	3.46	2.59	2.88	3.08	2.09
GRB	2.33	2.29	2.37	3.20	2.79	2.79
LGR	2.43	2.46	2.22	3.19	2.98	3.01
MAN	2.75	2.62	2.42	3.04	2.76	2.46
MEL	4.08	3.94	3.32	5.49	2.71	2.52
MOI	2.85	2.67	3.06	2.93	2.94	3.27
NAT	3.71	3.56	3.19	2.54	2.41	2.86
PYR	2.57	2.51	2.22	3.16	4.04	3.14
RDO	2.32	2.32	3.20	2.14	2.45	3.13
ROM	2.91	2.80	3.34	2.62	2.27	3.14
RUP	2.72	2.73	2.63	2.69	2.71	2.32
SAG	2.51	2.58	3.32	2.65	3.21	2.96
STM	2.31	2.33	4.03	2.49	2.73	4.40
WAS	2.85	2.83	3.77	2.30	2.94	2.38

Références

- BENNETT, B. (1976). On an approximate test for homogeneity of coefficients of variation. *Experientia Supplementum*, 22:169–171.
- BONETT, D. G. (2006). Confidence interval for a coefficient of quartile variation. *Computational Statistics & Data Analysis*, 50(11):2953–2957.
- BONETT, D. G. et SEIER, E. (2006). Confidence interval for a coefficient of dispersion in nonnormal distributions. *Biometrical Journal*, 48(1):144–148.
- BOYER, J. G. (2007). *Topics involving the gamma distribution : the normal coefficient of variation and conditional Monte Carlo*. Phd thesis, Faculty of North Carolina State University, Raleigh, NC.
- CONOVER, W. (1980). *Practical Nonparametric Statistics*. John Wiley & Sons, New-York, 2 édition.
- D’AGOSTINO, R. B., BELANGER, A. et D’AGOSTINO JR, R. B. (1990). A suggestion for using powerful and informative tests of normality. *The American Statistician*, 44(4):316–321.
- FELTZ, C. J. et MILLER, G. E. (1996). An asymptotic test for the equality of coefficients of variation from k populations. *Statistics in Medicine*, 15(6):647–658.
- FORKMAN, J. (2006). Statistical inference for the coefficient of variation in normally distributed data. Research Report 2006 :2, Centre of Biostochastics, Swedish University of Agricultural Sciences.
- FUNG, W. K. et TSANG, T. S. (1998). A simulation study comparing tests for the equality of coefficients of variation. *Statistics in Medicine*, 17(17):2003–2014.
- GUPTA, R. C. et MA, S. C. (1996). Testing the equality of coefficients of variation in k normal populations. *Communications in Statistics–Theory and Methods*, 25(1):115–132.
- KALNAY, E., KANAMITSU, M., KISTLER, R., COLLINS, W., DEAVEN, D., GANDIN, L., IREDELL, M., SAHA, S., WHITE, G., WOOLLEN, J., ZHU, Y., LEETMAA, A., REYNOLDS, R., CHELLIAH, M., EBISUZAKI, W., HIGGINS, W., JANOWIAK, J., MO, K., ROPELEWSKI, C., WANG, J., JENNE, R. et JOSEPH, D. (1996). The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 77(3):437–471.

- MCKAY, A. T. (1932). Distribution of the coefficient of variation and the extended “t” distribution. *Journal of the Royal Statistical Society*, 95(4):695–698.
- MILLER, G. E. (1991). Use of the squared ranks test to test for the equality of the coefficients of variation. *Communications in Statistics–Theory and Methods*, 20(2–3):743–750.
- MILLER, G. E. et FELTZ, C. J. (1997). Asymptotic inference for coefficients of variation. *Communications in Statistics–Theory and Methods*, 26(3):715–726.
- NAIRY, K. S. et RAO, K. A. (2003). Tests of coefficients of variation of normal population. *Communications in Statistics–Theory and Methods*, 32(3):641–661.
- RIETTE, S. et CAYA, D. (2002). Sensitivity of short simulations to the various parameters in the new CRCM spectral nudging. *Research activities in Atmospheric and Oceanic Modelling*, 1105(32):7.39–7.40. Edited by H. Ritchie, WMO/TD.
- SHAFFER, N. et SULLIVAN, J. (1986). A simulation study of a test for the equality of the coefficients of variation. *Communications in Statistics–Theory and Methods*, 15(3):681–695.
- UPPALA, S. M., KÅLLBERG, P. W., SIMMONS, A. J., ANDRAE, U., BECHTOLD, V. D. C., FIORINO, M., GIBSON, J. K., HASELER, J., HERNANDEZ, A., KELLY, G. A., LI, X., ONOGI, K., SAARINEN, S., SOKKA, N., ALLAN, R. P., ANDERSON, E., ARPE, K., BALMASEDA, M. A., BELJAARS, A. C. M., BERG, L. V. D., BIDLOT, J., BORMANN, N., CAIRES, S., CHEVALLIER, F., DETHOF, A., DRAGOSAVAC, M., FISHER, M., FUENTES, M., HAGEMANN, S., HÓLM, E., HOSKINS, B. J., ISAKSEN, L., JANSSEN, P. A. E. M., JENNE, R., McNALLY, A. P., MAHFOUF, J.-F., MORCRETTE, J.-J., RAYNER, N. A., SAUNDERS, R. W., SIMON, P., STERL, A., TRENBERTH, K. E., UNTCH, A., VASILJEVIC, D., VITERBO, P. et WOOLLEN, J. (2005). The ERA-40 re-analysis. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 131(612):2961–3012.