Université du Québec
INRS-ETE

ANALYSES DE SENSIBILITÉ ET D'INCERTITUDE DU MODÈLE DE QUALITÉ DE L'EAU, QUAL2E

Par

ALAIN LE PAGE
Maîtrise en Sciences

Thèse présentée
pour l'obtention
du grade de Philosophiae Doctor (Ph. D.)
en sciences de l'eau

Jury d'évaluation

Président du jury et examinateur externe	M. Bernard F. Lamond, professeur titulaire Département d'opérations et systèmes de décisions Université Laval
Examinateur externe	M. Bernard Brémond Ouvrages et réseaux hydrauliques Cemagref
Examinateur interne	M. Alain Mailhot, Professeur INRS-ETE
Examinateur interne	M. Alain N. Rousseau, Professeur INRS-ETE
Directeur de recherche	M. Jean-Pierre Villeneuve, directeur et professeur INRS-ETE

Le 10 mars, 2005

© Alain Le Page, 2004, tous droits réservés.

RÉSUMÉ

Compte tenu de la complexité des processus physiques, biologiques et chimiques rencontrés sur un bassin versant et de la diversité des activités humaines qui s'y déroulent, il est difficile de prédire l'impact d'une nouvelle activité (barrage, usine de traitement, industrie, modification de l'occupation des sols, etc.) sur la qualité des eaux ou de proposer, de façon éclairée, des interventions qui permettront de maintenir ou de récupérer les usages de l'eau. Il s'avère alors impératif de doter le gestionnaire d'outils de modélisation (système de gestion intégrée) lui permettant d'effectuer une évaluation, que ce soit à court, moyen ou long terme, des répercussions d'une décision d'aménagement tout au long d'un cours d'eau ainsi qu'à l'échelle du bassin versant, en tenant compte des principaux processus.

La mise en place d'un système de gestion intégrée nécessite une phase initiale de calage des modèles composant le système intégré avant son utilisation. Ainsi, un bon protocole de calage demande l'identification des paramètres importants (influents) des modèles afin de mieux cibler une éventuelle campagne d'échantillonnage alors qu'une étude de la propagation des erreurs permet de juger de la justesse des résultats de simulation.

Une méthode d'analyse globale de sensibilité (AGS) modifiée, combinant le dispositif original de Morris [1991] avec un échantillonnage latin hypercube de l'espace paramétrique [McKay *et al.*,1979] ainsi qu'une analyse de corrélation partielle (ACP) ont été utilisées afin d'identifier les paramètres influents du modèle de qualité de l'eau QUAL2E [Brown et Barnwell, 1987]. Les résultats de l'étude démontrent que la méthode AGS demande moins de temps de calcul que la méthode ACP, qu'elle est relativement simple d'application et qu'elle est plus fiable que la méthode ACP, cette dernière démontrant une tendance à déclarer faussement qu'un paramètre est significativement important alors qu'il ne l'est pas.

La méthode AGS a identifié que k5, le taux de mortalité de coliformes fécaux, est le seul paramètre important pour cette cinétique de réaction, alors que pour la demande biochimique en oxygène (DBO_5), les paramètres k1 et k3 ont une importance équivalente.

De même, les coefficients de réaction $\beta 3$, $\beta 1$, $\sigma 4$ et $\sigma 3$ ont été identifiés comme étant les paramètres influents pour la simulation de l'azote ammoniacal (coefficients de régression standardisée obtenus au moyen de la méthode ACP : 0,683 -0,329 -0,191 0,098; importances relatives calculées à partir des coefficients moyens de sensibilité de la méthode AGS : 1,000 0,596 0,416 0,020). Ces paramètres sont respectivement le taux d'hydrolyse de l'azote organique en azote ammoniacal, le taux d'oxydation de l'azote ammoniacal en azote nitrite, le taux de sédimentation de l'azote organique et la vitesse de production de l'azote ammoniacal à partir du benthos.

Pour le phosphore inorganique soluble, $\sigma 5$ est environ deux fois plus important que les paramètres $\sigma 2$, et $\alpha 2$, alors que le paramètre $\beta 4$ (le plus important) est environ trois fois plus influent que le paramètre $\sigma 5$.

La simulation de l'oxygène dissous nécessite l'ajustement de onze paramètres, mais parmi ceux-ci, le paramètre k4 est le plus important. Ainsi, les paramètres qui ont une influence sur la simulation de l'oxygène dissous sont : k4, $\alpha 5$, k2, k3, $\alpha 6$, $\beta 3$ et $\beta 1$ (importances relatives de 1,000, 0,2087, 0,1922, 0,1596, 0,1484, 0,1357, 0,1147 et 0,0820). Les autres n'ont pratiquement aucun effet sur la simulation de l'oxygène dissous.

De plus, une étude de la propagation de l'erreur (analyse d'incertitude) sur les résultats de simulation a été effectuée à l'aide des méthodes de Monte Carlo (MC), MVSOUA (Mean Value Second Order Uncertainty Analysis), ainsi que *MVFOSM* (Mean Value First Order Second Moment).

À noter que, dans la présente étude, comme les erreurs sur les paramètres du modèle QUAL2E ne sont pas connues mais proposées sous forme de coefficient de variation, seulement une critique des trois méthodes d'analyse d'incertitude a été effectuée. Cette critique pourra guider un scientifique dans le choix d'une méthode d'analyse d'incertitude pour évaluer l'erreur sur un résultat de simulation.

Ainsi, la méthode MC s'est révélée la plus fiable des trois méthodes, mais aussi la plus exigeante au niveau du temps de simulation (~1 minute / simulation, 50 000 simulations). De même, la méthode MVSOUA donne des résultats similaires à la méthode MC pour de faibles incertitudes sur les paramètres, tout en demandant un centième du temps de calcul (496 simulations). Toutefois, la méthode MVSOUA est plus compliquée, comparativement aux deux autres (MC et MVFOSM), nécessite que la représentation fonctionnelle de la procédure simulant une variable de qualité de l'eau soit dérivable jusqu'au second ordre et requiert une plus grande précision (chiffres significatifs) pour éviter les erreurs numériques lors du calcul des dérivées secondes et mixtes. De plus, en présence de faibles concentrations, la méthode MVSOUA n'est pas plus précise que la méthode MVFOSM (les dérivées premières, secondes et mixtes étant très proches de zéro), ou lorsque que les erreurs à l'entrée du modèle sont trop importantes. Dans ce dernier cas, l'erreur de troncation devient non négligeable et les deux méthodes (MVFOSM et MVSOUA) donnent des fonctions de dépassement similaires, lesquelles sont biaisées par rapport à celles obtenues à l'aide de la méthode MC.

Finalement, malgré l'importance des erreurs induites sur les coefficients de réaction du modèle QUAL2E (voir tableau B.5, à la page 128), c.-à-d. avec des erreurs de 10 %, 25 %, 50 % et 100 % du coefficient de variation (c.v. = σ / μ) calculé pour une distribution uniforme, l'impact de celles-ci sur les résultats de simulation est très raisonnable comparativement à ce que l'on aurait cru de prime abord, à l'exception des coliformes fécaux (k5) et de la chlorophylle a (σ_1 et ρ).

REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier chaleureusement mon directeur de recherche, le professeur Jean-Pierre Villeneuve, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe et de m'avoir ainsi donné la chance de réaliser un de mes rêves les plus chers. Son cours d'analyse de système est celui qui m'a le plus ouvert l'esprit quant aux différentes facettes de la modélisation, tant au niveau théorique que pratique. Il demeurera à tout jamais dans mes souvenirs, sans l'ombre d'un doute, comme le gestionnaire, le chercheur et le professeur que j'ai tant apprécié.

Le docteur Alain N. Rousseau m'a aussi aidé, depuis mon examen doctoral jusqu'à ma soutenance. Il m'a permis de persévérer et de progresser dans mes travaux par des conseils judicieux, des réflexions, des critiques constructives ou même par une simple parole d'encouragement. Je n'oublierai pas non plus l'aide précieuse que m'a offerte Claude Blanchette et son équipe pour tout ce qui avait trait à l'informatique ainsi que celle de la Dre Sophie Duchesne, pour la préparation de documents ou de présentations.

Je souhaite également remercier les différentes personnes qui m'ont enseigné au cours de mon passage à l'INRS-ETE, c'est-à-dire les professeurs Amyot, Auclair, Campbell, Cluis, Fortin, Hare, Leclerc, Morin, Rasmussen, Secrétan, et Tessier. Ceux-ci, bien que possédant des personnalités fort différentes, ont tous un point en commun : ils m'ont donné un enseignement supérieur de très haute qualité.

Finalement, cette recherche a été rendue ultimement possible grâce au soutien financier du professeur Jean-Pierre Villeneuve de l'INRS-ETE, du Fonds pour la formation de Chercheurs et l'Aide à la Recherche (FCAR) et du ministère de l'Environnement du Québec.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ iii

REMERCIEMENTS vii

LISTE DES FIGURES xi

LISTE DES TABLEAUX xii

1.0 INTRODUCTION 13

2.0 REVUE DE LITTÉRATURE 21
- 2.1 Analyse de sensibilité 21
  - 2.1.1. Analyse de sensibilité généralisée 22
  - 2.1.2. Analyse de corrélation partielle 23
  - 2.1.3. Coefficient de sensibilité absolue 27
  - 2.1.4. Coefficient de sensibilité relative 29
  - 2.1.5. Analyse globale de sensibilité 29
- 2.2 Discussion 33
- 2.3 Analyse d'incertitude 38
  - 2.3.1. Méthodes d'estimation ponctuelle 39
  - 2.3.2. Méthodes directes 44
  - 2.3.3. Méthodes issues d'un développement en série de Taylor 45
    - 2.3.3.1. Méthode MVFOSM 46
    - 2.3.3.2. Méthode AFOSM 48
    - 2.3.3.3. Méthode MVSOUA 50
- 2.4 Discussion et conclusion 54

3.0 MÉTHODE 61
- 3.1. Modèles utilisés et mise en place 61
- 3.2. Méthodes stochastiques 62
  - 3.2.1. Analyse globale de sensibilité 63
  - 3.2.2. Analyse de corrélation partielle 64
  - 3.2.3. Méthode de Monte Carlo 66
- 3.3. Méthodes issues d'un développement en série de Taylor 67
  - 3.3.1. Méthode « Mean Value First Order Second Moment » 68
  - 3.3.2. Méthode «Mean Value Second Order Uncertainty Analysis» 69

4.0 ANALYSE DE SENSIBILITÉ 71
- 4.1. Résultats 71
  - 4.1.1. Analyse de corrélation partielle (ACP) 72
  - 4.1.2. Analyse globale de sensibilité (AGS) 75
  - 4.2. Comparaison entre les méthodes AGS et ACP 81
- 4.3. Discussion 83

5.0 ANALYSE D'INCERTITUDE 89
5.1. Résultats 90
5.2. Discussion 99

6.0 CONCLUSIONS 105

7.0 ANNEXE A : Le bassin versant de la rivière Chaudière, ses rejets ponctuels et son réseau hydrographie simplifié 109

8.0 ANNEXE B : Le modèle de qualité de l'eau à variables multiples QUAL2E 121

9.0 ANNEXE C : Étude préliminaire des résultats de l'analyse globale de sensibilité 131

10.0 ANNEXE D : Exemple de simulations à exécuter et de calculs des dérivées premières, secondes et mixtes. 147

11.0 ANNEXE E : Méthode de Monte Carlo, statistiques 149

12.0 ANNEXE F : Étude préliminaire des résultats de l'analyse de corrélation partielle pour les coliformes fécaux 151

13.0 ANNEXE G : Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour les différentes variables simulées 153

14.0 ANNEXE H : Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour les différentes variables simulées 167

15.0 ANNEXE I : Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « MVFOSM, MVSOUA et MC » pour les différentes variables simulées 181

16.0 ANNEXE J : Histogramme des variables simulées avec n = 50 000 simulations 195

17.0 ANNEXE K : Histogramme des coefficients de sensibilité pour la variable simulée du nombre de coliformes fécaux / 100 mL (K5) (n = 500 simulations) 205

18.0 RÉFÉRENCES 207

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Schéma de la structure de *GIBSI* 15
Figure 1.2 Schéma du calage classique d'un modèle 16
Figure 2.1 Répartition de la variance de la variable dépendante (VD) et des variables indépendantes (VI) à l'aide d'un diagramme de Venn. 26
Figure 2.2 Approximation d'une fonction par un développement en série de Taylor. 28
Figure 2.3 Représentation de deux variables comme une charge sur une plaque rigide 40
Figure 2.4 Influence de la corrélation sur la pondération 41
Figure 2.5 Approximation linéaire de g(X) pour différentes surfaces de rupture 49
Figure 5.1 Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en oxygène dissous au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 10 % 94
Figure 5.2 Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en oxygène dissous au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 25 % 94
Figure 5.3 Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en oxygène dissous au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 100 % 95
Figure 5.4 Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en phosphore total au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 10 % 95
Figure 5.5 Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en phosphore total au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 50 % 96
Figure 5.6 Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en phosphore total au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 100 % 96
Figure 5.7 Probabilité de dépassement *en fonction de* la demande biochimique en oxygène au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 10 % 97
Figure 5.8 Probabilité de dépassement *en fonction de* la demande biochimique en oxygène au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 50 % 97
Figure 5.9 Probabilité de dépassement *en fonction de* la demande biochimique en oxygène au tronçon 950 pour un coefficient de variation de 10 % 98
Figure 5.10 Probabilité de dépassement *en fonction de* la demande biochimique en oxygène au tronçon 950 pour un coefficient de variation de 25 % 98

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2. 1 Calcul des différents coefficients de corrélation à partir des différentes variances. 27

Tableau 2. 2 Exemple de déplacements dans l'espace paramétrique pour un modèle à 5 paramètres, selon le dispositif de Morris [1991] (matrice m x n)..... 31

Tableau 2. 3 Exemple de calcul de la sensibilité pour un modèle à variables multiples de 5 paramètres, selon le dispositif de Morris [1991](matrice m x n)..... 32

Tableau 2.4 Table de contingence..... 41

Tableau 2.5 Comparaison de la moyenne et de l'écart-type de Hd estimé à partir des méthodes de Harr, SLH et MVFOSM 56

Tableau 4. 1 Importance relative des coefficients de réaction du modèle *QUAL2E* envers les différentes variables simulées..... 77

Tableau 5. 1 Moyenne effectuée en treize points du réseau hydrographique, des deux premiers moments statistiques estimés à l'aide des méthodes MVFOSM, MVSOUA et MC (erreur à l'entrée du modèle de 25 % de l'erreur maximale) pour une distribution normale. 93

Tableau 6. 1 Coefficients de réaction ayant un impact important sur la simulation de treize variables de qualité de l'eau du modèle QUAL2E 106

1.0 INTRODUCTION

Au Québec, les eaux de surface fournissent plus de 80 % des besoins en eau potable. L'approvisionnement en eau représente donc un rouage important de l'économie et toute détérioration de sa qualité risque d'augmenter les coûts de production de plusieurs biens et services.

La qualité des eaux de surface est fortement influencée par la pollution atmosphérique (pluies acides, poussières, organiques volatils, etc.), la pollution diffuse causée principalement par le ruissellement de surface, lequel engendre une érosion plus ou moins marquée des sols en fonction de leur occupation et un transport des contaminants et la pollution ponctuelle causée par les rejets d'eaux usées provenant des milieux urbains, industriels, agricoles et ruraux, et qui varient en quantité et en composition, tant dans l'espace que dans le temps.

Les normes et objectifs de qualité de l'eau varient selon son usage actuel [Comité mixte des normes de l'eau potable, 1974] ou futur et l'atteinte de ces normes ou objectifs dépend de la charge polluante totale du bassin versant, de la capacité d'auto-épuration du cours d'eau et de la présence d'ouvrages d'assainissement des eaux usées. Pour maintenir un approvisionnement durable et de qualité de la ressource hydrique tout en tenant compte des activités actuelles et futures, il est nécessaire d'utiliser une approche de gestion intégrée par bassin versant [Villeneuve *et al.*, 1998a].

Toutefois, compte tenu de la complexité des processus physiques, biologiques et chimiques rencontrés sur un bassin versant et de la diversité des activités humaines qui s'y déroulent, il est difficile de prédire l'impact d'une nouvelle activité (barrage, usine de traitement, industrie, modification de l'occupation du sol, etc.) sur la qualité des eaux ou de proposer, de façon éclairée, une ou des interventions qui permettront de maintenir ou de récupérer des usages de l'eau.

Il s'avère alors impératif de doter le gestionnaire d'outils de modélisation lui permettant d'évaluer l'impact d'une décision d'aménagement et sa répercussion tout au long d'un cours d'eau et à l'échelle du bassin versant en tenant compte des principaux processus.

Pour réaliser ce type d'études, on peut utiliser des logiciels de simulation tels que BASINS [Whittemore, 1998; USEPA, 1991], le système d'aide à la décision de Systech Engineering inc. [Chen *et al.,* 1999] et le système GIBSI (Gestion Intégrée des Bassins versants à l'aide d'un Système Informatisé) [Villeneuve *et al.*, 1998a]. Ce dernier, plus particulièrement, développé par l'équipe du professeur Jean-Pierre Villeneuve de l'INRS-ETE, permet de simuler les principaux processus affectant l'évolution quantitative et qualitative de l'eau d'un bassin versant. GIBSI se veut à la fois un système de modélisation intégrée (incluant bases de données et modèles de simulation) et un système de gestion des données à références géospatiales (voir la figure 1.1, à la page 15). Cet outil permet de simuler l'impact d'une activité, en fonction du temps et en tout point du bassin versant, à partir de scénarios sur les rejets ponctuels (ex : modifications des types de traitement aux usines), sur les rejets diffus d'origine agricole (ex : pratiques culturales, cheptel), sur la gestion des barrages (ex. : modification des règles de gestion) et sur l'aménagement du territoire (ex. : coupe forestière sur un territoire donné).

Le système GIBSI peut simuler quatre processus majeurs, soit : a) le cycle hydrologique, b) l'érosion des sols, c) le transport des nutriments et des pesticides et d) la qualité de l'eau. Ces processus sont simulés en utilisant des modèles mathématiques opérationnels qui ont été adaptés aux conditions du Québec. Ces modèles sont : a) HYDROTEL, pour le cycle hydrologique [Fortin *et al.*, 1995], b) RUSLE, pour le processus d'érosion des sols [Renard *et al.*,1997], c) SWAT, pour le transport des nutriments et des pesticides [Arnold *et al.*, 1995] et d) QUAL2E qui simule la qualité de l'eau [Brown et Barnwell, 1987] (voir la figure 1.1, à la page 15).

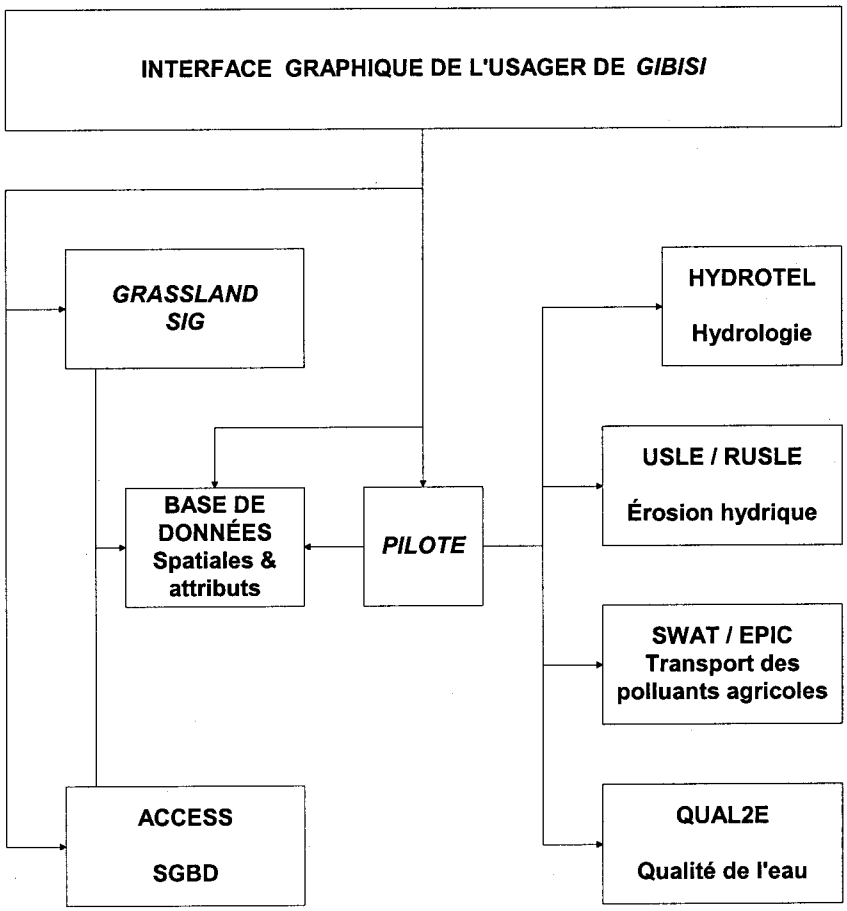

Figure 1.1 Schéma de la structure de *GIBSI*

Selon Mulla et Addiscott [1999], la sélection d'un modèle implique cinq critères de base à rencontrer avant de procéder à son calage et à sa validation. Ces critères sont : a) que le code du modèle soit exempt d'erreur de programmation, b) que le modèle simule bien les processus majeurs à l'échelle à laquelle il sera appliqué, c) que les hypothèses du modèle soient raisonnables, d) que le modèle rencontre les exigences des utilisateurs en matière de variables de sortie et d'échelles spatiales et temporelles et e) que les données d'entrée nécessaires au bon fonctionnement du modèle soient disponibles.

Ainsi, dans la présente étude, il est posé comme hypothèse de départ, que les modèles de GIBSI rencontrent les quatre premiers critères de base ci-haut mentionnés, et que le dernier critère puisse ne pas être respecté.

De plus, le système GIBSI sera utilisé uniquement pour évaluer si un rejet ponctuel a ou non un impact sur la qualité de l'eau de la rivière Chaudière (voir l'annexe A, pages 109-120) pendant un étiage estival. Par la suite, le modèle QUAL2E (voir l'annexe B, pages 121-130) sera utilisé de façon autonome pour simuler la qualité de l'eau de la rivière Chaudière dans des conditions de pollution ponctuelle et d'étiage estival.

Le modèle QUAL2E peut simuler jusqu'à treize variables de qualité de l'eau et son utilisation, outre les données d'entrée nécessaires à son bon fonctionnement, nécessite l'ajustement de trente coefficients de réaction (voir la figure B.1, page 121). La mise en place d'un modèle suppose donc une phase initiale de calage. Le calage du modèle QUAL2E peut se faire selon une approche classique [Mulla et Addiscott, 1999] (voir la figure 1.2).

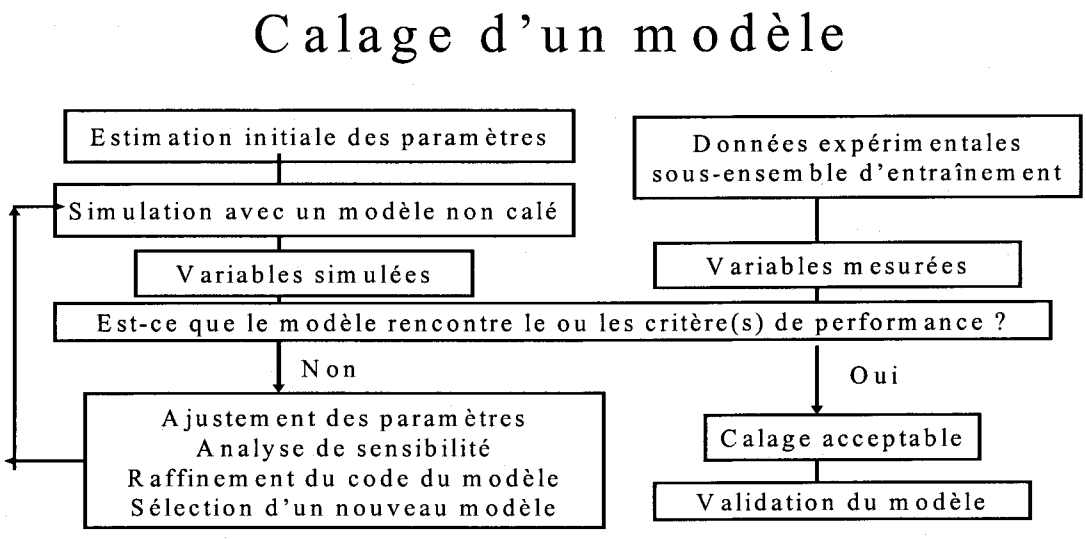

Figure 1.2 Schéma du calage classique d'un modèle

Suivant cette approche, les paramètres du modèle sont ajustés afin de reproduire un ensemble de variables mesurées. Ces variables demandent des mesures directes de terrain telles que : la température, les débits, l'oxygène dissous ou des prélèvements d'échantillons aqueux, tant dans l'espace que dans le temps, lesquels seront acheminés au laboratoire aux fins d'analyse.

Par exemple, pour le calage du modèle QUAL2E, les échantillons aqueux prélevés devront être analysés pour estimer la demande biochimique en oxygène[1], l'azote organique, l'azote ammoniacal, l'azote nitrite, l'azote nitrate, l'azote total, le phosphore organique, le phosphore dissous, le phosphore total, les coliformes fécaux et la chlorophylle a.

Toutefois, compte tenu du nombre important de variables simulées et du nombre de paramètres dans certains modèles, l'approche classique (voir la figure 1.2, page 16) peut nécessiter une quantité importante de données mesurées directes et indirectes, lesquelles sont rarement disponibles en ce qui concerne plus particulièrement la modélisation de la qualité de l'eau, faute de ressources humaines et financières. De plus, la mise en place de modèles sur un bassin versant peut nécessiter la formulation d'un certain nombre d'hypothèses quant aux variables ou aux données pour lesquelles l'information est incomplète.

Lors d'une étude préliminaire, Villeneuve *et al.*, [1998b] ont souligné que la mise en place, le calage ainsi que la validation des modèles, selon une approche classique, peuvent être difficiles lorsque les données de terrain sont en quantité insuffisante, tant du point de vue spatial que temporel. Il importe donc, à défaut de procéder à l'évaluation précise de la valeur de chacun des paramètres, de réduire le nombre de paramètres à ajuster avec précision afin de concentrer les efforts de calage sur les paramètres importants [Beven, 2000].

Le premier objectif de cette étude est donc d'identifier les paramètres (coefficients de réaction) importants du modèle QUAL2E, en combinant le dispositif original de Morris [1991] avec un échantillonnage latin hypercube de l'espace paramétrique [McKay, 1979]. Les résultats de cette analyse globale de sensibilité seront comparés avec ceux d'une autre méthode d'identification des paramètres influents, soit l'analyse de corrélation partielle (ACP) [Tabachnick et Fidell, 1989].

---

[1] Quantité d'oxygène utilisée pour la dégradation biochimique de la matière organique et inorganique contenue dans un litre d'eau, durant une période spécifique d'incubation (ex : 1 jour, 5 jours ou 90 jours).

Cette information sera très utile car elle aidera l'utilisateur à préciser quels paramètres auront le plus d'influence sur une variable simulée donnée afin de procéder à l'ajustement fin des paramètres importants et/ou dans le cadre d'une démarche préalable au calage, de mieux cibler une éventuelle campagne d'échantillonnage.

De plus, du point de vue de la gestion par bassin versant, l'on souhaite, à l'aide d'un système de gestion intégrée, pouvoir détecter des différences significatives lorsqu'il y en a. Par exemple, si l'on simule un changement au niveau du cheptel, telle qu'une augmentation du nombre de bovins et que ce changement devrait normalement selon la méthode de gestion des fumiers et des lisiers, causer une modification de la qualité de l'eau, l'on souhaite détecter cette différence. Ces informations sont d'une grande importance dans un cadre opérationnel de gestion.

Dans cet ordre d'idées, il importe de pouvoir quantifier l'erreur sur un résultat de simulation. Ainsi, il sera possible d'évaluer si l'absence de différence significative, due à l'application d'un scénario quelconque, est réelle ou bien si celle-ci n'est pas détectée à cause de l'importance de l'erreur sur les résultats de simulation.

Le second objectif de cette étude sera donc d'évaluer l'erreur sur un résultat de simulation à l'aide d'une analyse d'incertitude. Cette analyse permettra d'estimer les fonctions complémentaires des fonctions de distribution (probabilité de dépassement) des différentes variables simulées en divers points du réseau hydrographique. Les fonctions de distributions cumulées (FDC) ainsi obtenues permettront d'évaluer l'impact des incertitudes accompagnant les coefficients de réaction (paramètres) du modèle QUAL2E sur les résultats de simulations. Toutefois, comme les incertitudes sur les coefficients de réaction ne sont pas connues, mais suggérées sous forme de coefficients de variation, la présente étude se limitera à comparer les méthodes d'analyse d'incertitude.

Trois méthodes différentes d'analyse d'incertitude seront utilisées pour apprécier les erreurs sur les résultats de simulation. Ces méthodes sont, respectivement, la méthode MVFOSM (*Mean Value First Order Second Moment*), la méthode de MC (méthode de Monte Carlo, « Monte Carlo Simulation ») et la méthode MVSOUA (*Mean Value Second Order Uncertainty Analysis*). Cette dernière méthode provient du domaine de l'analyse structurelle [Fiessler *et al.*, 1979] et quoique celle-ci ne soit pas nouvelle, elle n'a jamais été éprouvée dans un contexte de modélisation de la qualité de l'eau.

De plus, il aurait été intéressant d'utiliser le module d'analyse de sensibilité et d'incertitude qui est couplé au modèle QUAL2E, c.-à-d., le module QUAL2E-UNCAS [Brown et Barnwell,1987] pour effectuer, soit une analyse de sensibilité (coefficient de sensibilité absolue, voir l'équation 4 à la page 28), soit une analyse d'incertitude basée sur un développement en série de Taylor du premier degré (voir la description de la méthode MVFOSM aux pages 46 à 48) ou bien des simulations Monte Carlo (voir la description de la méthode MC aux pages 44 et 45).

Cependant, au niveau de la méthode de Monte Carlo, le module QUAL2E-UNCAS limite le nombre de simulations à 5 000 et ne permet pas de sauvegarder l'ensemble des résultats de simulations, pour une interprétation ultérieure de ceux-ci.

De plus, peu importe la méthode d'analyse sélectionnée à l'aide de ce module, il est possible d'obtenir les résultats d'analyse de sensibilité ou d'incertitude en seulement cinq points du réseau hydrographique, lesquels sont sélectionnés par l'utilisateur.

Dans cette circonstance, il serait extrêmement difficile de prétendre que les conclusions, issues des résultats d'analyse de sensibilité ou d'incertitude en seulement cinq points dans l'espace, soient valables pour un vaste bassin versant.

Ainsi, compte tenu des limitations du module QUAL2E-UNCAS, celui-ci ne sera pas utilisé aux fins de la présente recherche. Cependant, le code original du modèle QUAL2E sera modifié afin de permettre l'application des méthodes proposées précédemment.

Finalement, cette thèse se veut originale de par l'utilisation de deux méthodes existantes (analyse globale de sensibilité et analyse d'incertitude du second degré), qui n'ont jamais été appliquées à un modèle aussi complexe que QUAL2E, qui simule treize variables de la qualité de l'eau, et ce dans un contexte hydrologique québécois.

Le prochain chapitre est réservé à la revue de littérature des analyses de sensibilité et d'incertitude, alors qu'au chapitre 3 sont énumérées les différentes méthodes d'analyse globale de sensibilité, d'analyse de corrélation partielle, suivie des méthodes MC, MVFOSM et MVSOUA. Les chapitres 4 et 5 seront consacrés à la présentation et à la discussion des résultats issus de l'application des méthodes d'analyse de sensibilité ainsi que d'analyse d'incertitude. Finalement, les conclusions seront présentées au Chapitre 6.

2.0 REVUE DE LITTÉRATURE

Telle qu'elle a été mentionnée lors de l'introduction, l'analyse de sensibilité est utile pour identifier les paramètres influents (importants) envers une ou des variable(s) simulée(s) d'un modèle alors qu'une analyse d'incertitude permet d'estimer l'erreur sur un résultat de simulation (variable simulée). Ce chapitre présente les différentes méthodes d'analyse de sensibilité et d'incertitude.

2.1 Analyse de sensibilité

Lorsqu'un modèle a été retenu pour réaliser un projet, il est nécessaire, dans la majorité des cas, de procéder à l'ajustement de l'ensemble des paramètres nécessaires au bon fonctionnement de ce modèle [Beven, 2000].

Une méthode très répandue de calage d'un modèle consiste en l'approche par essais et erreurs. Avec cette approche, l'on définit une fonction objectif, laquelle peut être, par exemple, la somme des carrées des différences entre les variables mesurées et simulées et l'on optimise le jeu de paramètres du modèle afin de minimiser cette somme. Pour ce faire, l'ensemble des paramètres est ajusté à leur valeur moyenne respective, le modèle est exécuté une première fois et la fonction objectif est évaluée. Par la suite, un premier paramètre est varié et le modèle est exécuté jusqu'à ce que la fonction objectif soit minimale, puis un deuxième paramètre est ajusté de la même façon, ainsi de suite.

Une telle approche est intéressante lorsque le nombre de paramètres est restreint. Cependant, lorsque le nombre de paramètres est élevé, il y a possibilité d'interaction entre les paramètres, de non-sensibilité ou d'équifinalité. Par exemple, la réponse d'un modèle quelconque peut augmenter avec l'accroissement d'un paramètre A, alors que la réponse diminue avec l'augmentation d'un paramètre B. Le paramètre A est donc couplé au paramètre B ou interagit avec le paramètre B. De même, un paramètre donné peut n'avoir aucune sensibilité envers une variable simulée.

L'équifinalité, quant à elle, représente la possibilité d'obtenir différents jeux optimaux de paramètres lesquels donneront sensiblement le même résultat de la fonction objectif. De plus, un paramètre peut être important pour une variable simulée donnée et être insensible envers une autre variable simulée.

Dans ce contexte, il faut donc proposer une approche différente pour faciliter le calage d'un modèle à variables multiples comme le modèle QUAL2E. L'efficacité du calage peut être grandement améliorée en se concentrant sur les paramètres qui ont le plus d'impact sur une variable simulée donnée.

L'analyse de sensibilité peut aider à identifier les paramètres qui auront le plus d'influence sur les variables simulées ainsi que ceux qui auront peu ou pas d'influence. Les paramètres les plus influents sont ceux qu'on doit définir avec la plus grande précision afin de réduire la propagation d'erreurs à travers le modèle sur le résultat de simulation. Dans le cas des paramètres peu ou pas sensibles, il est acceptable de choisir la valeur moyenne ou la valeur médiane des distributions connues.

Il existe cinq méthodes d'analyse de sensibilité : a) l'analyse de sensibilité généralisée, b) l'analyse de corrélation partielle, c) le coefficient de sensibilité absolu, d) le coefficient de sensibilité relatif et e) l'analyse globale de sensibilité, dont voici la description.

2.1.1. Analyse de sensibilité généralisée

Les paramètres sensibles d'un modèle peuvent être identifiés à l'aide d'une analyse de sensibilité généralisée [Hornberger et Spear, 1980; 1981; Rose *et al.,* 1991]. Cette technique est utilisée tout particulièrement pour les modèles dont les paramètres sont mal définis. Dans le but de contourner ce problème, Hornberger et Spear attribuent à chaque paramètre une distribution uniforme ou normale qui reflète la moyenne et le degré d'incertitude du paramètre (premier et second moment de la distribution).

La valeur de chaque paramètre composant le vecteur {**x**}, lequel est nécessaire au bon fonctionnement du modèle, où {**x**} est égal à $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ et n est le nombre de paramètres, est choisie au hasard, en tenant compte de leur distribution respective. Par la suite, le modèle est exécuté m fois avec m vecteurs différents, où m représente le nombre de simulations Monte Carlo (MC).

Par la suite, il faut définir un critère d'acceptabilité en fonction de valeur moyenne et d'intervalle de confiance, par exemple, la concentration moyenne en oxygène dissous plus ou moins un intervalle de confiance de 1 % de cette valeur moyenne. Lorsque la réponse du modèle (variable simulée) est à l'intérieur du domaine d'acceptabilité, on place le vecteur {**x**} de cette simulation dans un groupe « dit comportemental » ou matrice [A], et dans le cas contraire, on le place dans le groupe B « dit non comportemental » ou matrice [B]. Ainsi, la matrice [A] contient n vecteurs {**x**} différents alors que la matrice [B] contient m-n vecteurs {**x**}. Ensuite, on utilise un test de deux échantillons de Kolmogorov-Smirnov [Steel et Torrie, 1980] pour déterminer si la distribution de chaque paramètre de la matrice [A] est significativement différente de la distribution de chaque paramètre de la matrice [B]. Les paramètres importants ou influents sont ceux qui produiront des distributions significativement différentes entre les groupes A et B.

2.1.2. Analyse de corrélation partielle

L'analyse de corrélation partielle (ACP, fait partie de l'analyse de régression multiple) est utilisée pour identifier les variables indépendantes (par exemple : les coefficients de réaction du modèle QUAL2E) qui sont plus ou moins corrélées avec la ou les variables dépendante(s) (variables simulées) et lesquelles, parmi les variables indépendantes, ont le plus d'influence sur la prédiction d'une ou des variable(s) dépendante(s) [Tabachnick et Fidell, 1989].

Une analyse de corrélation partielle s'effectue un peu de la même façon qu'une analyse de sensibilité généralisée à l'exception que le traitement des résultats est différent.

Tout d'abord, chaque variable indépendante (paramètre) composant le vecteur {**x**} précédemment défini, se voit attribuer une fonction de distribution normale ou uniforme caractéristique de la moyenne et de l'étendue de ce paramètre. Ensuite, chaque valeur de paramètre est choisie de façon aléatoire à partir de sa fonction de distribution respective pour former un vecteur {**x**}, lequel compose l'ensemble des paramètres nécessaire au bon fonctionnement du modèle.

Par la suite, le modèle est exécuté avec ce vecteur {**x**} et la réponse du modèle est conservée. Le processus, génération d'un vecteur aléatoire {**x**}, exécution du modèle et sauvegarde de la réponse du modèle, est répété un grand nombre fois. Après avoir répété ce processus m fois, l'on obtient un vecteur {**y**} composé de m réponses du modèle et une matrice [V] formée de m vecteurs aléatoires {**x**}.

Le vecteur {**y**} est relié à la matrice [V] à l'aide de la méthode des moindres carrés [Steel et Torrie, 1980], c'est-à-dire que les coefficients β_i sont ajustés de façon à minimiser la somme des m résidus {**a**}, de la façon suivante :

$$\{\mathbf{y}\} = [\mathbf{V}] \times \{\boldsymbol{\beta}\} + \{\mathbf{a}\} \qquad (1)$$

où

{**y**} est un vecteur de m lignes contenant l'ensemble des m réponses du modèle

[**V**] est une matrice de m lignes et de n colonnes, où chaque ligne contient un vecteur aléatoire {**x**} et {**x**} = $\{x_1\ x_2\ x_3\ \ldots\ x_n\}$, où x_i est une valeur aléatoire que peut prendre le paramètre i, et n est le nombre total de paramètres du modèle.

{β} est un vecteur de n lignes, contenant l'ensemble des n coefficients d'ajustement de l'équation de régression multiple.

{**a**} est un vecteur de m lignes, contenant l'ensemble des m résidus, suite à l'ajustement de l'équation de régression multiple. Ces m résidus constituent ce que l'on appelle la variance non expliquée.

Après l'obtention de ces n coefficients d'ajustement {β}, il est possible de prédire une variable simulée à l'aide de l'équation suivante :

$$Y' = A + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \ldots + \beta_n x_n \qquad (2)$$

où

Y', représente une variable prédite.

A, est l'ordonnée à l'origine lorsque toutes les variables dépendantes valent zéro.

β_i, est un coefficient d'ajustement provenant de l'équation de régression (1)

x_i, est une variable indépendante (ex : un coefficient de réaction du modèle QUAL2E).

n, est le nombre total de paramètres du modèle.

De même, dans le cas d'un modèle de qualité de l'eau à variables multiples, il est possible de refaire les mêmes calculs que précédemment avec chacune des k variables simulées du modèle, où k est le nombre total de variables simulées. L'on obtient ainsi une équation de régression du type de l'équation 2 à l'aide de l'équation 1 (voir à la page 24) pour chaque variable simulée.

De plus, l'analyse de l'équation 2 révèle que plus le coefficient de régression d'une variable indépendante β_i est élevé, plus cette variable indépendante aura une influence importante sur la variable prédite Y'. D'autres estimateurs peuvent être calculés lors d'une analyse de régression multiple afin d'évaluer l'importance des variables indépendantes envers la variable dépendante, tels que : R^2, β, β_{std}, t, sig, r_i^2, SR_i^2 et Pr_i^2, dont la définition est la suivante.

Tout d'abord, le coefficient de corrélation multiple au carré (R^2) représente la proportion de variation dans la variable dépendante qui est prédictible par la meilleure combinaison linéaire de variables indépendantes.

Ensuite, les coefficients de régression standardisés $\beta_{i\ std}$ sont les coefficients de régression qui relient la variable dépendante aux variables indépendantes lorsque celles-ci sont centrées et réduites.

Puis, le rapport du coefficient de régression sur l'erreur standard sur l'estimation du coefficient de régression nous est donné par le coefficient t. Plus le coefficient t est faible, moins la variable indépendante a de l'impact sur la variable dépendante. De même, plus le coefficient de régression est flou, plus son erreur standard sera élevée et plus t sera faible. Conséquemment, un paramètre influent aura une valeur de t élevée.

Finalement, sig est le niveau de signification auquel le coefficient a été estimé valable ou significatif et r_i^2, SR_i^2 ainsi que Pr_i^2 sont respectivement la corrélation simple au carré, la corrélation semi-partielle au carré et la corrélation partielle au carré (voir figure 2.1 et tableau 2.1, aux pages 26 et 27).

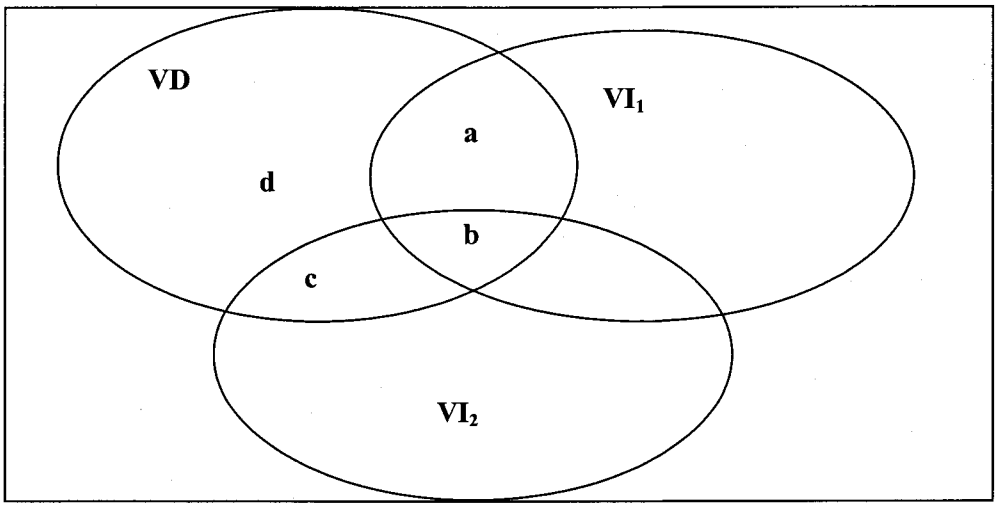

Figure 2.1 Répartition de la variance de la variable dépendante (VD) et des variables indépendantes (VI) à l'aide d'un diagramme de Venn.

Tableau 2. 1 Calcul des différents coefficients de corrélation à partir des différentes variances.

r_i^2	VI_1	(a + b) / (a + b + c + d)
	VI_2	(c + b) / (a + b + c + d)
Sr_i^2	VI_1	(a) / (a + b + c + d)
	VI_2	(c) / (a + b + c + d)
Pr_i^2	VI_1	(a) / (a + d)
	VI_2	(c) / (c + d)

r_i^2 représente le coefficient de corrélation simple au carré entre la variable indépendante i et la variable dépendante.

Pr_i^2 représente la corrélation partielle entre la variable indépendante i et la variable dépendante alors que les autres variables indépendantes sont gardées constantes.

Sr_i^2 représente la corrélation semi-partielle au carré et correspond au pourcentage duquel serait réduit le coefficient de corrélation multiple R^2 si la variable i était exclue.

Donc, de par leur définition, les estimateurs de la droite de régression multiple, les plus utiles pour identifier les paramètres importants d'un modèle, pour une variable simulée donnée j, sont : β_i, t, sig et SR_i^2.

2.1.3. Coefficient de sensibilité absolue

Pour bien comprendre le principe du coefficient de sensibilité absolue, considérons la fonction explicite $F = f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, x_3,\ldots,x_n)$, où F est une représentation fonctionnelle de la procédure simulant, par exemple, un débit dans un modèle hydrologique ou l'oxygène dissous dans un modèle de qualité de l'eau, et $\{\mathbf{x}\}$ est l'ensemble des paramètres de ce modèle. La variation de F résultant d'une variation Δx_i, d'un paramètre x_i, peut être approximée par un développement en série de Taylor (voir la figure 2.2, à la page 28). Alors, si les termes d'ordre supérieur sont négligeables par rapport au terme linéaire d'ordre 1, dont la somme est représentée par l'erreur de troncation E, l'on obtient que :

$$f(x_i + \Delta x_i) = f(x_i) + \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i + E \qquad (3)$$

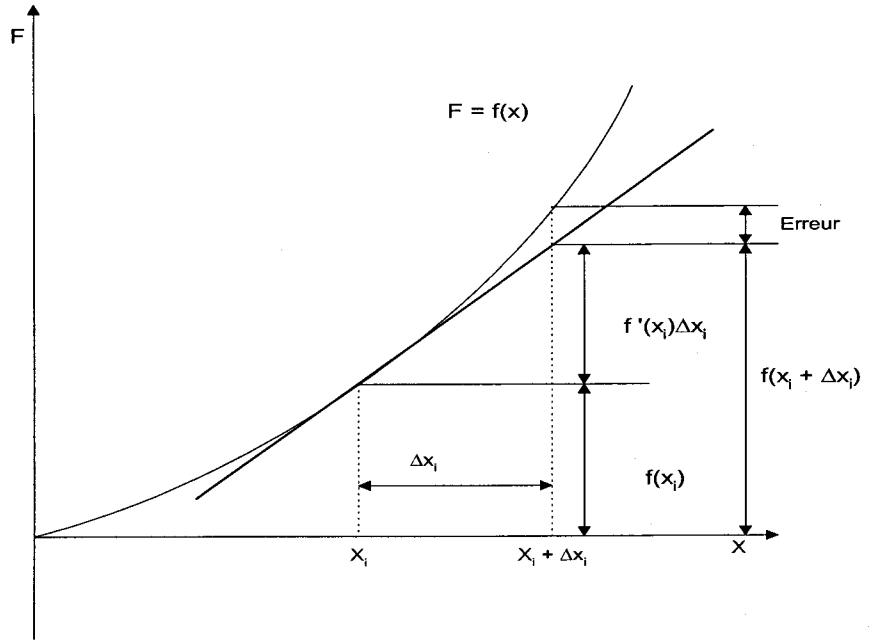

Figure 2.2 Approximation d'une fonction par un développement en série de Taylor.

Le coefficient de sensibilité absolue (S) s'exprime alors comme suit :

$$S = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(x_i + \Delta x_i) - f(x_i)}{\Delta x_i} \tag{4}$$

La sensibilité de F à la variation de x_i peut être estimée en calculant les variations de F résultant de la variation de x_i [Saltelli *et al.*, 2000].

On note la variation d'une variable simulée induite par un changement de la valeur d'un paramètre. On répète cette procédure pour tous les paramètres et toutes les variables simulées du modèle. Les paramètres les plus influents sont ceux qui afficheront la plus grande variation d'une ou de variable(s) simulée(s) pour un accroissement donné de la valeur du paramètre. Ainsi, le coefficient de sensibilité absolue S est dimensionnel et dépend de la grandeur de chacune des expressions ΔF et Δx_i.

2.1.4. Coefficient de sensibilité relative

Une autre approche couramment utilisée pour identifier les paramètres importants d'un modèle est le coefficient de sensibilité relatif (S_r) [Robert *et al.*, 1992], lequel permet de comparer l'importance des différents paramètres vis-à-vis une variable simulée.

On peut normaliser la sensibilité absolue en divisant le numérateur de l'équation 4 (voir à la page 28) par $\overline{F}$ et le dénominateur par $\overline{x}_i$, qui sont respectivement les valeurs de base des résultats et des paramètres de l'état de référence. Ceci permet l'évaluation du changement relatif de F par rapport au changement relatif de x_i, exprimé par le coefficient de sensibilité relative S_r :

$$S_r = \frac{\partial F / \overline{F}}{\partial x_i / \overline{x}_i} = \frac{1}{\overline{F}} \frac{\partial F}{\partial \alpha} \qquad \text{où} \quad \alpha = x_i / \overline{x}_i \tag{5}$$

Ainsi, le coefficient de sensibilité relative est adimensionnel. Il exprime le pourcentage de variation du résultat engendré par chaque pourcentage de variation d'un paramètre d'entrée, pour une variation $\Delta\alpha$ donnée. Il permet donc de comparer la sensibilité d'une variable simulée du modèle à chacun de ses paramètres d'entrée. Il est à noter que les résultats de sensibilité relative obtenus diffèrent selon les valeurs de référence choisies pour les paramètres d'entrée, mais les tendances et les comparaisons restent identiques.

2.1.5. Analyse globale de sensibilité

L'analyse globale de sensibilité, AGS [Saltelli *et al.*, 2000 ; Morris, 1991] permet l'identification des paramètres importants d'un modèle. Le dispositif expérimental de Morris est de type (« One At the Time ») c.-à-d. qu'à partir d'un point de départ aléatoire dans l'espace paramétrique, un seul paramètre est varié à la fois. De cette façon, l'espace paramétrique au voisinage du point de départ est balayé.

Le dispositif expérimental de Morris fonctionne de la façon suivante. Imaginons qu'un modèle nécessite l'ajustement de n paramètres pour bien fonctionner, où n est le nombre total de paramètres du modèle, et que chaque paramètre est décrit par une fonction de distribution uniforme ou normale représentative de la valeur moyenne que peut prendre un paramètre et de l'écart-type sur l'estimation de cette valeur moyenne.

La première étape consiste à choisir un point au hasard dans l'espace paramétrique (point de départ) {**x**}, où {**x**} est égal à $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, à partir de la fonction de distribution respective de chaque paramètre. Par la suite, un premier déplacement d'une grandeur Δx_i est effectué dans l'espace paramétrique à partir du point de départ aléatoire{**x**}. La nouvelle position dans l'espace est maintenant $\{x_1, x_2, x_i + \Delta x_i, \ldots, x_n\}$. Puis un second déplacement d'une grandeur Δx_p est effectué à partir de cette nouvelle position, ce qui engendre un déplacement de $\{x_1, x_2, x_i + \Delta x_i, \ldots, x_n\}$ à $\{x_1, x_2, x_j + \Delta x_p, \ldots, x_n\}$, où l'indice (numéro du paramètre varié) i est différent de p. L'on procède ainsi de suite pour l'ensemble de n paramètres. À noter que l'ordre de déplacement est aussi aléatoire et qu'au total, il est effectué **m** simulations par point de départ aléatoire où <u>m est égal à (n+1)</u>. La grandeur du déplacement correspond, règle générale, à 1 % de l'étendue du paramètre, mais l'expérimentateur peut choisir un déplacement plus grand ou plus petit.

À titre d'exemple, posons qu'un modèle quelconque nécessite l'ajustement de cinq paramètres pour fonctionner adéquatement et que ces cinq paramètres sont décrits par les fonctions de distribution normale suivantes, $f(\mu_1, \sigma_1)$, $f(\mu_2, \sigma_2)$, $f(\mu_3, \sigma_3)$, $f(\mu_4, \sigma_4)$, $f(\mu_5, \sigma_5)$. De plus, admettons qu'un premier point de départ aléatoire {**x**} est choisi à partir de leur distribution respective, où {**x**} est égal à $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, que l'ordre de déplacement aléatoire est le suivant : (5, 3, 1, 4, 2), alors les différents paramètres varieront de la façon énoncée au tableau 2.2 (voir à la page 31).

Tableau 2. 2 Exemple de déplacements dans l'espace paramétrique pour un modèle à 5 paramètres, selon le dispositif de Morris [1991] (matrice m x n).

Simulation n°	Ordre de déplacement	Paramètre n°				
		1	2	3	4	5
1	Point de départ	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	5	x_1	x_2	x_3	x_4	$x_5 + \Delta x_5$
3	3	x_1	x_2	$x_3 + \Delta x_3$	x_4	$x_5 + \Delta x_5$
4	1	$x_1 + \Delta x_1$	x_2	$x_3 + \Delta x_3$	x_4	$x_5 + \Delta x_5$
5	4	$x_1 + \Delta x_1$	x_2	$x_3 + \Delta x_3$	$x_4 + \Delta x_4$	$x_5 + \Delta x_5$
6	2	$x_1 + \Delta x_1$	$x_2 + \Delta x_2$	$x_3 + \Delta x_3$	$x_4 + \Delta x_4$	$x_5 + \Delta x_5$

Ensuite, si $F_j(\ )$ est la représentation fonctionnelle de la variable simulée j d'un modèle à variables multiples et que k représente le nombre total de variables simulées du modèle, alors les différents coefficients de sensibilité $S_{i,j}$ se calculent de la façon présentée au tableau 2.3 (voir à la page 32), où i est le numéro du paramètre qui est varié alors que j correspond au numéro de la variable simulée par le modèle. De même, si le dispositif, (m simulations) tel que présenté précédemment, est répété r fois alors l'on obtient r points de départ différents et r différentes trajectoires. Par la suite, les coefficients moyens de sensibilité ainsi que leur écart-type sont calculés de la façon suivante.

$$\bar{s}_{i,j} = \frac{\sum_{q=1}^{r} s_{i,j,q}}{r} \tag{6}$$

$$\sigma_{\bar{s}_{i,j}} = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{r}\left(s_{i,j,q} - \bar{s}_{i,j}\right)^2}{r-1}} \tag{7}$$

où q désigne le numéro de la réplique, lequel varie de 1 à r.

Tableau 2. 3 Exemple de calcul de la sensibilité pour un modèle à variables multiples de 5 paramètres, selon le dispositif de Morris [1991] (matrice m x n).

Simulation # a	Numéro du paramètre varié	$S_{i,j}$
1	Point de départ aucun paramètre n'est varié	
2	5	$S_{5,j} = \frac{F_j(sim\,\#\,2) - F_j(sim\,\#\,1)}{\Delta x_5}$
3	3	$S_{3,j} = \frac{F_j(sim\,\#\,3) - F_j(sim\,\#\,2)}{\Delta x_3}$
4	1	$S_{1,j} = \frac{F_j(sim\,\#\,4) - F_j(sim\,\#\,3)}{\Delta x_1}$
5	4	$S_{1,j} = \frac{F_j(sim\,\#\,5) - F_j(sim\,\#\,4)}{\Delta x_1}$
6	2	$S_{2,j} = \frac{F_j(sim\,\#\,6) - F_j(sim\,\#\,5)}{\Delta x_2}$

où, F_j (sim # a) correspond à la sortie du modèle (variable simulée j) lors de la simulation numéro a, et a varie de 1 à m (m = n+1, m = 5+1 = 6).

Finalement, plus un coefficient moyen de sensibilité $\bar{s}_{i,j}$ est élevé, plus la variable simulée j est sensible aux variations du paramètre x_i. Le paramètre i sera donc considéré comme important. L'écart-type, quant à lui, sert d'indicateur de non-linéarité du modèle ou d'interaction avec d'autres paramètres. Plus l'écart-type sur un coefficient moyen de sensibilité est élevé, plus le paramètre est associé à un modèle fortement non linéaire où il interagit avec d'autres paramètres. Un paramètre présentant un écart-type élevé sera, par conséquent, considéré important à cause de la possibilité d'interaction avec un ou des paramètre(s).

2.2 *Discussion*

Cinq méthodes d'analyse de sensibilité ont été présentées, à savoir l'analyse de sensibilité généralisée, l'analyse de corrélation partielle, le coefficient de sensibilité absolue, le coefficient de sensibilité relative et l'analyse globale de sensibilité. Peu importe la méthode choisie, l'objectif lors d'une analyse de sensibilité est de permettre l'identification des paramètres importants (influents) du modèle afin de concentrer les efforts de calage sur ces paramètres importants. Cette information sera utile dans un cadre opérationnel, dans le but d'aider au calage du modèle et afin de mieux cibler une éventuelle campagne d'échantillonnage pour la mise en place du modèle pour un nouveau bassin versant, par exemple.

L'analyse de sensibilité généralisée est basée sur la génération aléatoire d'un vecteur {**x**}, lequel est nécessaire au bon fonctionnement du modèle utilisé, suivie de l'exécution du modèle et de la comparaison des résultats de simulation en divers points du réseau hydrographique à un critère d'acceptabilité, une norme de qualité de l'eau par exemple. Ainsi, si les résultats de simulation générés à partir d'un vecteur {**x**} respectent le critère d'acceptabilité, alors ce vecteur est placé dans un groupe dit « représentatif de la réalité », dans le cas contraire, ce vecteur {**x**} est placé dans un groupe dit « non représentatif ». Par la suite, la distribution de chacun des paramètres du groupe respectueux du critère d'acceptabilité est comparée au groupe non respectueux du critère à l'aide d'un test de Kolmogorov-Smirnov, à un niveau de signification donné (α). Ainsi, les paramètres importants sont ceux qui généreront des distributions significativement différentes d'un groupe à l'autre, pour un niveau de signification (α) [Rose *et al.*, 1991 ;Saltelli *et al.*, 2000].

Cependant, selon Rose *et al.* [1991], l'effet de l'utilisation de différents critères d'acceptabilité n'a pas été démontré sur l'identification des paramètres importants.

Dans le même ordre d'idées, dans l'éventualité où la qualité de l'eau d'un bassin versant dépasse de beaucoup les normes de qualité de l'eau en vigueur, due, par exemple, à un dépassement excessif de la capacité de support des sols de ce bassin, il est fort probable que le nombre de vecteurs composant le groupe respectant le critère d'acceptabilité soit très faible comparativement à l'autre groupe, et ainsi, la distribution de chacun des paramètres du modèle sera significativement différente d'un groupe à l'autre et les paramètres seront faussement déclarés importants.

De même, l'effet du seuil de signification (α) sur l'identification des paramètres importants n'a pas été non plus étudié. De plus, dans la publication de Saltelli *et al.*, [2000], laquelle résume l'état d'avancement de la recherche dans le domaine de l'analyse de sensibilité, il n'est aucunement discuté de l'applicabilité d'une telle approche (analyse de sensibilité généralisée) avec un modèle à variables multiples. Finalement, l'équifinalité présentée par Beven [2000] traite du fait que plusieurs ensembles de paramètres différents peuvent donner un même résultat de simulation. Par conséquent, en présence d'équifinalité, l'identification de paramètres importants pourrait même devenir difficile, voire même contradictoire. Considérant les difficultés précédemment énumérées concernant la méthode d'analyse de sensibilité généralisée, celle-ci ne sera par retenue.

La deuxième méthode proposée est l'analyse de corrélation partielle, ACP. Lors d'une analyse de corrélation partielle ou analyse de régression multiple, les différents coefficients β de l'équation de régression multiple sont ajustés (voir l'équation 1, page 24) afin de reproduire un ensemble de m vecteurs $[\mathbf{y}]$, où $[\mathbf{y}] = [y_1, y_2, \ldots, y_m]^T$ et y_i correspond à la sortie d'un modèle (variable simulée) à l'aide d'un ensemble de m vecteurs aléatoires d'entrée $[\mathbf{x}]$ où, $[\mathbf{x}]=[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_m]^T$ et $\{\mathbf{x}_i\}= \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Suite à cet ajustement, différents estimateurs peuvent être calculés, tels que : β_i, t, sig et SR_i^2, lesquels sont les plus utiles pour identifier les paramètres influents envers une variable simulée d'un modèle.

Tout d'abord, les coefficients de régression β_i relient les variables indépendantes $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ à une variable dépendante $\{y\}$. Ainsi, plus un coefficient de régression β_i est élevé, plus la variable indépendante x_i aura de l'influence sur la variable dépendante y. De même, plus la corrélation semi-partielle au carré Sr_i^2 est élevée, plus la variable indépendante est importante envers la variable dépendante. Celle-ci correspond au pourcentage duquel serait réduit le coefficient de corrélation multiple R^2 si la variable x_i était exclue.

Bref, l'analyse de corrélation partielle permet d'identifier les paramètres importants d'un modèle toutefois, une des difficultés de la méthode est la sélection du nombre de simulations à faire (m). Un nombre m trop petit procurera des estimations médiocres des différents coefficients d'ajustement β_i alors qu'avec un nombre m trop grand, l'on augmente la chance de commettre une erreur de type I, à savoir, la possibilité de déclarer faussement qu'il y a une relation significative entre une variable dépendante (variable simulée) et une variable indépendante (un paramètre du modèle) alors que ce n'est pas le cas. De plus, lors de l'analyse de régression multiple, l'on tente d'établir une relation linéaire entre une variable dépendante et des variables indépendantes alors que la relation entre celles-ci peut ne pas être linéaire.

Malgré ces inconvénients, il est également important de souligner que cette méthode est plus objective que la précédente (analyse de sensibilité généralisée) et que l'analyse de corrélation partielle est une technique statistique bien établie [Steel et Torrie, 1980;. Tabakhnick et Fidell, 1989, Saltelli *et al.*, 2000]. Manache et Melching [2004] ont d'ailleurs appliqué la méthode ACP, avec succès, pour identifier les paramètres importants d'un modèle de qualité de l'eau à variables multiples. Vandenberghe *et al.* [2001] ont aussi utilisé cette approche pour identifier les paramètres importants du modèle SWAT [Arnold *et al.*, 1995]. Par conséquent, cette méthode sera donc conservée aux fins de comparaison avec la méthode AGS (les raisons motivant la sélection de la méthode AGS seront présentées plus loin dans la discussion).

Le coefficient de sensibilité absolue (S) est basé sur un développement en série de Taylor (voir l'équation 3 et la figure 2.2, aux pages 27 et 28). Il est la façon la plus simple de calculer la sensibilité, localement, d'une variable simulée à un paramètre (voir l'équation 4, page 28), souvent en utilisant une approximation par différence finie.

Cependant, en présence de modèle non linéaire, ce coefficient de sensibilité absolue variera en fonction de l'endroit où celui-ci est évalué dans l'espace paramétrique, alors que la précision sur l'estimation de ce coefficient sera affectée par la grandeur du déplacement effectué (Δx_i) pour calculer ce coefficient. Une variation trop grande (ex : > 5 %) peut entraîner des erreurs d'estimation de la sensibilité (non-respect de l'hypothèse de la linéarité locale) alors qu'une variation trop faible provoquera des erreurs numériques [Saltelli, 2000]. Par conséquent, comme le modèle QUAL2E est reconnu comme un modèle non linéaire (voir les équations du modèle en annexe B, page 124) et qu'il est impossible d'évaluer l'effet combiné de plusieurs paramètres envers une variable simulée avec la méthode du coefficient de sensibilité absolue, celle-ci ne sera pas retenue.

Le coefficient de sensibilité relative (S_r) (voir l'équation 5, page 29) est une variante du coefficient de sensibilité absolue, où le numérateur et le dénominateur sont divisés respectivement par $\overline{F}$ et par $\overline{x}_i$ (les valeurs de référence des résultats et des paramètres d'entrée). Cependant, dans l'optique où l'analyse de sensibilité est effectuée afin d'identifier les paramètres importants d'un modèle préalablement au calage de celui-ci, ces valeurs de référence ne seront pas connues. Par conséquent, cette méthode ne sera pas retenue.

La dernière méthode d'analyse de sensibilité proposée est l'analyse globale de sensibilité (AGS) basée sur le dispositif de Morris [1991] (*One At the Time desin., OAT*). L'on parle ici d'analyse globale de sensibilité parce qu'avec cette approche, l'ensemble de l'espace paramétrique, caractérisé par les valeurs que peuvent prendre les paramètres, est balayé ou visité.

L'effet principal d'un facteur (effet d'un paramètre du modèle sur une variable simulée) est estimé en calculant la moyenne de r mesures locales de la sensibilité au voisinage de différents points dans l'espace paramétrique $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$, ..., $\mathbf{x}_r$, où r représente le nombre de répliques ou de points de départ aléatoire.

Les hypothèses de Morris sont que le modèle nécessite beaucoup de temps de calcul, demande l'ajustement de nombreux paramètres préalablement au fonctionnement de celui-ci, et que le nombre de répliques (r) est proportionnel au nombre de paramètres du modèle (n). De plus, il ne formule aucune hypothèse concernant les paramètres d'entrée ou sur les variables simulées du modèle.

La méthode AGS, contrairement aux méthodes du coefficient de sensibilité absolue ou relative, est indépendante de l'état de référence et permet aussi de classer les paramètres, pour une variable simulée donnée, en fonction de leurs coefficients moyens de sensibilité. Elle ne demande pas non plus la définition d'un critère d'acceptabilité, comme c'est le cas avec la méthode d'analyse de sensibilité généralisée.

Toutefois, la précision sur l'estimation d'un coefficient moyen de sensibilité est fonction du nombre de répliques r utilisé pour le calculer. Ainsi, si ce nombre r est trop petit, l'on obtiendra une estimation médiocre du coefficient moyen de sensibilité alors qu'un nombre r élevé demandera un temps de calcul important. De plus, en présence d'un modèle non linéaire, comme le modèle QUAL2E, par exemple, il est fort probable que le nombre de répliques requis pour bien évaluer les différents coefficients moyens de sensibilité et permettre de tirer des conclusions valides en ce qui concerne l'identification des paramètres importants du modèle soit plus important que celui proposé par Morris ($r \sim n$).

Pour contourner ce problème, une modification au dispositif de Morris [1991] est proposée, c.-à-d., de stratifier l'espace paramétrique en N strates équiprobables pour la sélection des N points aléatoires de départ. Ainsi, il sera possible d'obtenir de bons coefficients moyens de sensibilité avec un nombre restreint de répliques pour compenser pour la forte non-linéarité du modèle.

L'approche proposée a d'ailleurs été récemment appliquée avec succès par différents chercheurs [Francos *et al.*, 2003 ; Griensven *et al.*, 2002]. Cette méthode sera donc retenue pour identifier les paramètres les plus influents envers l'ensemble des variables de qualité de l'eau, simulées par le modèle QUAL2E.

2.3 *Analyse d'incertitude*

En modélisation, on s'intéresse à savoir si la théorie préliminaire s'apparente au comportement observé et si les prédictions obtenues des modèles sont significatives ainsi qu'utiles [Beck, 1987].

Beck présente, dans son article de 1987, une revue de littérature sur l'analyse d'incertitude en modélisation de qualité de l'eau. Il traite du sujet en profondeur et note que les incertitudes affectent principalement quatre domaines problématiques : a) l'incertitude pouvant résulter de la relation entre les variables et les paramètres caractérisant le comportement dynamique du système, c.-à-d. l'incertitude associée à la structure du modèle, b) l'incertitude associée à la valeur des paramètres (coefficients) du modèle, c.-à-d. les problèmes d'identification des paramètres et les problèmes de calage, c) l'incertitude associée aux prédictions d'un comportement futur du système, c.à.d la somme des incertitudes dans la structure du modèle, des incertitudes des données d'entrée et des paramètres du modèle, et des incertitudes numériques, ainsi que d) l'élaboration de dispositifs expérimentaux ou de programmes de « monitoring » dans le but de réduire les incertitudes critiques associées à ce modèle.

La variance des variables mesurées est généralement connue et celle-ci dépend de la méthode d'analyse utilisée pour mesurer ces variables alors que l'incertitude des variables simulées d'un modèle est fonction de l'effet combiné des incertitudes provenant des données d'entrée, des conditions initiales, des paramètres d'entrée, des erreurs numériques et de la structure des modèles.

Selon Hann *et al.*, [1995], la connaissance de la variance des variables simulées et mesurées serait fort utile dans la validation des modèles. Ainsi, Reckhow *et al.*, [1990] proposent différents tests statistiques pour effectuer cette opération, tels que le test de t, le test de Wilcoxon, l'analyse de régression et le test de Kolmogorov-Smirnov.

Cependant, pour valider un ou des modèle(s) à l'aide de tests statistiques comme ceux mentionnés précédemment, il faut, entre autres, connaître la variance des variables simulées. De même, comme il a été mentionné lors de l'introduction, il faut être en mesure d'estimer l'erreur sur un résultat de simulation du modèle (ex. : QUAL2E) afin de pouvoir détecter un effet significatif sur la qualité de l'eau dû à une modification quelconque sur un bassin versant.

Dans ce contexte, il existe trois catégories de méthodes d'estimation de l'incertitude d'une variable simulée : a) les méthodes d'estimation ponctuelle « *Point Estimation Method* », b) les méthodes directes et c) les méthodes issues de développement en série de Taylor. Une description des différentes méthodes d'analyse sera présentée et une critique de celles-ci suivra.

2.3.1. Méthodes d'estimation ponctuelle

La catégorie des méthodes d'estimation ponctuelle comprend deux méthodes, celle de Rosenblueth [1981] et celle de Harr [1987, 1989]. Dans la première méthode, on estime la fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire (variable simulée) par des masses de probabilité discrète, concentrées en deux points, de façon à préserver les trois premiers moments (moyenne, variance, asymétrie) de la fonction de densité de probabilité d'origine (intrants du modèle). Ainsi, pour deux variables aléatoires x_1 et x_2, Rosenblueth considère que la fonction de densité de probabilité est analogue à une charge verticale distribuée sur une plaque rigide, supportée en quatre points p_{++} , p_{+-} , p_{-+} , p_{--}, où p est une probabilité (voir les figures 2.3 et 2.4, aux pages 40 et 41). Dans ce cas, le $M^{ième}$ moment de la relation fonctionnelle, disons $y = y(x_1, x_2)$, est égal à:

$$E\left[y^M\right] = p_{++}\, y^M_{++} + p_{+-}\, y^M_{+-} + p_{-+}\, y^M_{-+} + p_{--}\, y^M_{--} \tag{8}$$

et $$y_{\pm\pm} = y(\bar{x}_1 \pm \sigma\,[x_1],\ \bar{x}_1 \pm \sigma\,[x_2]) \tag{9}$$

$$p_{++} = p_{--} = \frac{1+r}{4} \tag{10}$$

$$p_{+-} = p_{-+} = \frac{1-r}{4} \tag{11}$$

où, r est le coefficient de corrélation entre x_1 et x_2, E[ ] est l'opérateur de l'espérance mathématique et $\bar{x}_1 = E\,[x_1]$, $\bar{x}_2 = E\,[x_2]$ représente respectivement la valeur moyenne de x_1 et x_2. L'influence du coefficient de corrélation sur le facteur de pondération est démontrée pour quelques cas à la figure 2.4 (voir à la page 41).

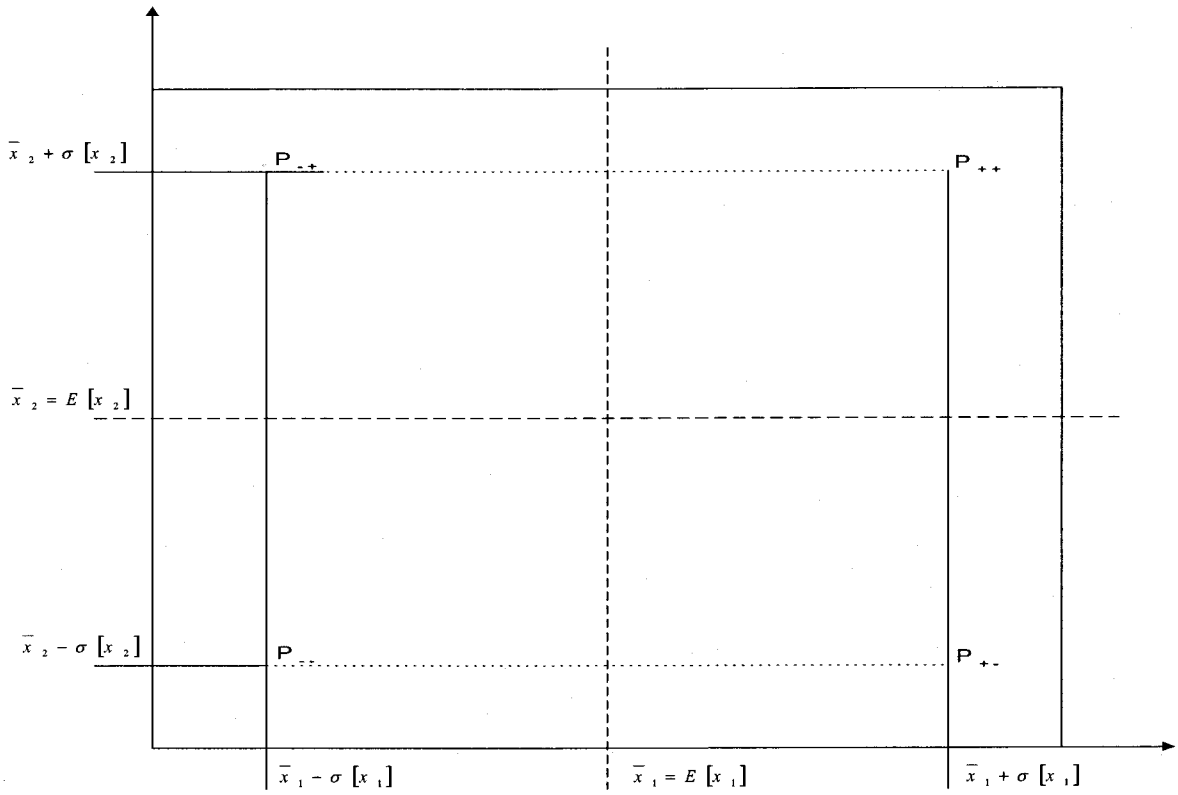

Figure 2.3 Représentation de deux variables comme une charge sur une plaque rigide

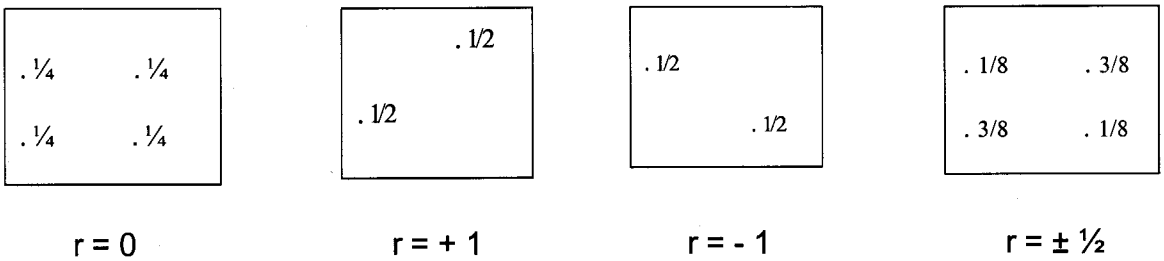

Figure 2.4 Influence de la corrélation sur la pondération

Le tableau 2.4 présente un exemple de calcul de quatre masses (probabilités), lesquelles seront utilisées comme points d'estimation ponctuelle avec le modèle sous étude pour calculer les premier et second moments de la variable simulée.

Tableau 2.4 Table de contingence

	$\bar{x}_2 - \sigma[x_2]$	$\bar{x}_2 + \sigma[x_2]$	Somme de rangées
$\bar{x}_1 - \sigma[x_1]$	p_{--}	p_{-+}	$p_{--} + p_{+-}$
$\bar{x}_1 + \sigma[x_1]$	p_{+-}	p_{++}	$p_{-+} + p_{++}$
Somme des colonnes	$p_{--} + p_{+-}$	$p_{-+} + p_{++}$	

Cependant, la méthode de Rosenblueth nécessite 2^n simulations pour estimer les moments statistiques des variables simulées, où n représente le nombre de paramètres d'entrée du modèle. Ainsi, pour trois variables, l'on obtient $2^3 = 8$ points d'estimation pour évaluer la valeur moyenne et la variance de la sortie d'un modèle (variable simulée).

Toutefois, bien que cette méthode soit simple, en présence d'un modèle sophistiqué, comprenant plusieurs paramètres, cette approche devient rapidement impraticable à cause du nombre élevé de simulations requis (ex : 2^{30} = 1 073 741 824 simulations).

Pour contourner ce problème, Harr [1987, 1989] a proposé une modification qui réduit le nombre de simulations à faire (de 2^n à 2n) ainsi que le temps de calcul.

Plus précisément, dans la méthode de Harr, la matrice de corrélation des paramètres, [K] est décomposée en vecteurs propres et en valeurs propres de la même façon que dans une analyse en composantes principales d'après l'équation suivante :

$$\left[K\right]=\left[X\right]\left[D\right]\left[X^T\right] \tag{12}$$

où X est la matrice des vecteurs propres (V_1, V_2, ... , V_n), n est le nombre de variables (paramètres), V_i est un vecteur propre caractéristique de la valeur propre λ_i, et D, la matrice diagonale correspondante des valeurs propres λ_i :

$$\left[D\right]=\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \tag{13}$$

alors que T représente la transposée de la matrice. La matrice de corrélation peut aussi être représentée géométriquement par une hypersphère de rayon $\sqrt{n}$ centrée aux valeurs espérées des différents paramètres (μ_1, μ_2,...,μ_n) dans un système de coordonnées standardisées (centrées et réduites). Chaque vecteur propre passe au centre de la sphère et touche celle-ci en deux points de sa surface. Chaque point d'intersection est caractérisé par un vecteur propre et un écart-type. Par la suite, ces 2n points d'intersection sont utilisés pour estimer les moments statistiques des variables simulées de la façon suivante :

1) décomposition de la matrice de corrélation K des variables de base, en des matrices de vecteurs propres et de valeurs propres telles qu'énoncées dans l'équation 12.

2) génération des coordonnées des 2n points d'intersection sur la surface de l'hypersphère à l'aide de l'équation 14.

$$x_{i\pm} = \bar{x}_i \pm \sqrt{n} \begin{bmatrix} \sigma_{x_1} & . & . & . & . \\ . & \sigma_{x_2} & . & . & 0 \\ . & . & - & . & . \\ 0 & . & . & - & . \\ . & . & . & . & \sigma_{x_n} \end{bmatrix} X_i \qquad i = 1,2,...,n \quad (14)$$

où $\bar{x}_i$ est la valeur moyenne de la variable indépendante i, σ_{x_i} l'écart-type de cette variable, $\sqrt{n}$ la racine carrée du nombre de variables et X_i est un vecteur propre correspondant à la valeur propres λ_I

3) estimation de la variable simulée $Q_{i\pm}$ et de la variable simulée au carré $Q^2_{i\pm}$ à l'aide des points d'intersection de l'hypersphère x_{i+} et x_{i-} en utilisant l'équation suivante :

$$Q_{i\pm} = g(x_{i\pm}) \text{ et } Q^2_{i\pm} = g^2(x_{i\pm}) \qquad (15)$$

où g( ) est une représentation fonctionnelle de la procédure simulant une variable de qualité de l'eau, par exemple.

4) estimation de l'espérance mathématique de la variable simulée et de la variable simulée au carrée pour le vecteur propre i, à l'aide de l'équation 16

$$. \; Q_{mi} = (Q_{i+} + Q_{i-})/2 \text{ et } Q^2_{mi} = (Q^2_{i+} + Q^2_{i-})/2 \qquad (16)$$

5) estimation de la variance de la variable simulée à l'aide des équations 17, 18, 19 (voir à la page suivante).

$$E[Q] = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} Q_{mi} \lambda_i\right)}{n} \tag{17}$$

$$E[Q^2] = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} Q_{mi}^2 \lambda_i\right)}{n} \tag{18}$$

$$Var(Q) = E[Q^2] - E^2[Q] \tag{19}$$

2.3.2. Méthodes directes

Dans la catégorie des méthodes directes d'analyse d'incertitude, l'on rencontre principalement deux méthodes, soit la méthode de Monte Carlo (MC) [Law et Kelton, 1991] et la méthode de simulations Latines Hypercubes (SLH) [McKay, 1988].

La méthode de MC est basée sur de multiples exécutions du modèle, en variant avant chacune d'entre elles, les paramètres d'entrée, lesquels sont choisis de façon aléatoire à partir de fonctions de distribution caractérisant ces paramètres d'entrée, pour, par la suite, utiliser les résultats de simulations pour estimer l'incertitude sur les prédictions du modèle [Saltelli *et al.*, 2000].

Par analogie à l'analyse de sensibilité généralise ou à l'analyse de corrélation partielle, l'on choisit un vecteur de paramètre {**x**} de façon aléatoire, où {**x**} est égal à $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ et n est le nombre de paramètres, le modèle est exécuté, les résultats de simulation sont sauvegardés et ce processus est répété un très grand nombre de fois.

Toutefois, cette approche nécessite un nombre important de simulations afin de bien définir la moyenne, l'écart-type ou la fonction de distribution des variables simulées. Une autre méthode permettant de contourner cette difficulté, c.-à-d. de réduire le temps de calcul de façon très importante tout en procurant de bonnes estimations des premier et second moments d'une variable simulée, est la méthode de Simulation Latine Hypercube (SLH) [McKay, 1988].

Le principe de la méthode SLH est de sélectionner, de façon stratifiée, des échantillons aléatoires pour chaque paramètre dans leur distribution respective pour que l'incertitude globale des variables du modèle puisse être raisonnablement définie par un nombre fini d'échantillons.

Plus spécifiquement, chacun des n paramètres du modèle se voit attribué une fonction de distribution représentative des valeurs que peuvent prendre ces paramètres. Ces distributions sont ensuite divisées en N intervalles équiprobables dont la probabilité est égale à 1/N.

Par la suite, chaque paramètre x_i, formant le vecteur $\{\mathbf{x}\}$, lequel est nécessaire au bon fonctionnement du modèle, est choisi au hasard dans l'une des strates de sa fonction de distribution respective, mais de façon exclusive. L'on obtient ainsi un ensemble de N vecteurs aléatoires $[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_N]$ avec lesquels le modèle est exécuté. Les résultats de simulation sont sauvegardés après chaque exécution du modèle.

De plus, si $\mathbf{g}_j(\,)$ est la représentation fonctionnelle simulant une variable j de qualité de l'eau, alors la moyenne et l'écart-type sur cette variable simulée $g_j(\mathbf{x})$ s'estiment de la façon suivante :

$$\overline{g}_j(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{N} g_j(x_i)}{N} \quad \text{et} \quad \sigma_{\overline{g}_j(\mathbf{x})} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(g_j(x_i) - \overline{g}_j(\mathbf{x})\right)^2}{N-1}} \tag{20}$$

2.3.3. Méthodes issues d'un développement en série de Taylor

Il existe principalement trois méthodes d'estimation de la variance des variables simulées du type développement en série de Taylor : a) « Mean Value First Order Second Moment, MVFOSM », b) « Advanced First Order Second Moment, AFOSM », et c) « *Mean Value Second Order Uncertainty Analysis,* MVSOUA ». Ces trois méthodes utilisent un développement en série de Taylor pour estimer l'incertitude locale des variables simulées d'un modèle (voir la figure 2.2, page 28).

La fiabilité est définie comme la mesure probabiliste qu'un système rencontre certaines normes et peut être décrit comme un problème de charge et de résistance [Han *et al.*, 2001]. Dans le domaine de la qualité de l'eau, lorsque que l'on simule une variable de qualité de l'eau à l'aide d'un modèle quelconque (variable simulée = charge), il est espéré que cette variable simulée respecte, en tout point du réseau hydrographique, une norme de qualité de l'eau (norme = résistance). Le risque que la norme soit dépassée ou non respectée est défini comme le complément de la fiabilité (1- fiabilité) ou comme la probabilité de rupture.

$$\text{Risque} = P_f = P(\text{Résistance} < \text{Charge}) = P(R < C) = P(R - C < 0) = P(Z < 0) \quad (21)$$

où P_f est la probabilité de rupture ou de dépassement de la norme; R est la résistance; C est la charge; P(x) est la probabilité qu'un évènement x se réalise et Z est une variable de performance. Ainsi, l'équation 21 démontre qu'il peut y avoir un risque potentiel pour l'environnement lorsque la charge (variable simulée) est supérieure à la norme.

2.3.3.1. *Méthode MVFOSM*

Cependant, pour qu'une prédiction (résultat de simulation) soit utile, il faut connaître l'erreur qui l'accompagne. À cette fin, la méthode MVFOSM utilise un développement en série de Taylor pour estimer l'erreur sur la sortie d'un modèle. Ainsi, si :

$$c = g\left(x_{1p}, x_{2p}, \ldots, x_{np}\right) + \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - x_{ip}\right)\left(\partial g \;/\; \partial x_i\right)_{|p} \quad (22)$$

où <u>c est, par exemple, une concentration d'un constituant simulé par un modèle de la qualité de l'eau</u>; g ( ) est une représentation fonctionnelle de la procédure simulant le constituant c dans un modèle de qualité de l'eau (les intrants du modèle autres que les paramètres ne sont pas mentionnés pour simplifier l'écriture); x_{1p}, x_{2p}, ..., x_{np} sont les valeurs de chaque paramètre au point d'expansion p décrivant l'état de référence

(valeur médiane, moyenne); n est le nombre de paramètres x_i du modèle; $(x_i - x_{ip})$ représente divers accroissements autour du point d'expansion p, et $(\partial g / \partial x_i)_{|p}$ est la dérivée partielle de la fonction g(**x**) par rapport au paramètre x_i estimé au point d'expansion p (cette dérivée est normalement évaluée numériquement par différences finies). Ainsi, l'espérance mathématique et la variance de la fonction c, où c = g(**x**), sont exprimées de la façon suivante :

$$E[c] \approx g(x_{1p}, \quad x_{2p}, \quad ..., \quad x_{np}) \tag{23}$$

$$Var(c) = \sigma^2(c) \approx \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (\partial g / \partial x_i)_{|p} (\partial g / \partial x_j)_{|p} E[(x_i - x_{ip})(x_j - x_{jp})] \tag{24}$$

De plus, si les variables sont statistiquement indépendantes ou traitées comme telles, alors la variance de c devient égale à :

$$Var(c) = \sigma^2(c) \approx \sum_{i=1}^{p} \left[(\partial g / \partial x_i)_{|p} \sigma_{x_i} \right]^2 \tag{25}$$

où σ_{xi} est l'écart-type du paramètre x_i où l'erreur dont il est entaché. De même, en supposant que c est normalement distribué, connaissant les deux premiers moments statistiques de c (μ_c, σ_c), il est alors possible d'évaluer la probabilité de dépassement à une norme quelconque x , c.-à-d. la probabilité que c soit plus grand ou égal à x ($P(c \geq x)$) à l'aide de l'équation suivante :

$$P(c \geq x) = \int_{c \geq x} f(x_1, x_2, ..., x_n) dx_1 dx_2 ... dx_n \approx 1 - \phi\left(\frac{x}{\sigma_c} - \beta_1\right) \tag{26}$$

où :

σ_c, est la déviation standard sur la valeur moyenne de c;

μ_c , est la valeur moyenne de c, laquelle est égale à E(c);

β_1, est le rapport de μ_c / σ_c;

$f(x_1, x_2, ..., x_n)$ est la fonction de densité de probabilité jointe des n variables et ϕ est l'intégrale d'une fonction normale standard.

Par conséquent, si μ_c et σ_c sont connus, il est alors possible d'élaborer la fonction de distribution cumulative de c à l'aide de l'équation 26, en variant x et en estimant la probabilité P pour chaque nouvelle valeur de x.

2.3.3.2. *Méthode AFOSM*

Une autre approche pour estimer l'erreur sur un résultat de simulation est la méthode AFOSM. Cette méthode, quoique très similaire à la méthode MVFOSM, donne une meilleure estimation de la variance sur un résultat de simulation dû au fait que l'on estime la fonction non pas à la valeur moyenne des paramètres $\{\bar{x}\}$ mais à un point dans l'espace paramétrique $\{\mathbf{x}^*\}$ où la charge (variable simulée) est égale à la résistance (norme quelconque de qualité de l'eau ou un seuil).

Ainsi, c peut être représenté par un développement en série de Taylor à l'aide de l'équation suivante :

$$c = g(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} (x_i - x_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{|\mathbf{x}^*} \tag{27}$$

où $\{x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*\}$ est un vecteur de n paramètres nécessaires au bon fonctionnement d'un modèle quelconque, lesquels sont ajustés de telle façon que la charge soit égale à la résistance, g( ) est une représentation fonctionnelle de la procédure simulant le constituant c, $(x_i - x_i^*)$ est un écart par rapport à x_i^*, $g(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ est égale à un seuil que l'on défini et $\left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{|\mathbf{x}^*}$ est la dérivée de g(**x**) par rapport à x_i , évaluée au point $\{\mathbf{x}^*\}$, un point situé à la surface de rupture, dont la distance minimale entre ce point $\{\mathbf{x}^*\}$ et $\{\bar{x}\}$, est égale à β. De même, au voisinage de ce point $\mathbf{x}^*$, l'on peut évaluer l'espérance mathématique et l'écart-type de c de la manière suivante :

$$E(c) = \sum_{i=1}^{n} C_i (\bar{x}_i - x_i^*) \tag{28}$$

$$\sigma_c = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \, C_i \, \sigma_{x_i} \tag{29}$$

où

$$C_i = \frac{\partial g}{\partial x_i} \tag{30}$$

$$\alpha_i = \frac{C_i \, \sigma_{x_i}}{\left[\sum_{j=1}^{n} \left(C_j \, \sigma_{x_j} \right) \right]^{1/2}} \tag{31}$$

$$\beta = \frac{E(c)}{\sigma_c} \tag{32}$$

La probabilité que c soit plus grand ou égal à x, une norme de qualité de l'eau par exemple, est donnée par l'équation suivante :

$$P(c \geq x) = \int f(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*) dx_1 dx_2 \ldots dx_n = 1 - \phi\left(\frac{x}{\sigma_c} - \beta\right) \tag{33}$$

où la distance β correspond à la distance minimale entre le point de rupture le plus probable de la surface de rupture (u^*) et l'ordonnée à l'origine des variables dans un espace centré et réduit [Shinozyka, 1983] (voir la figure 2.5).

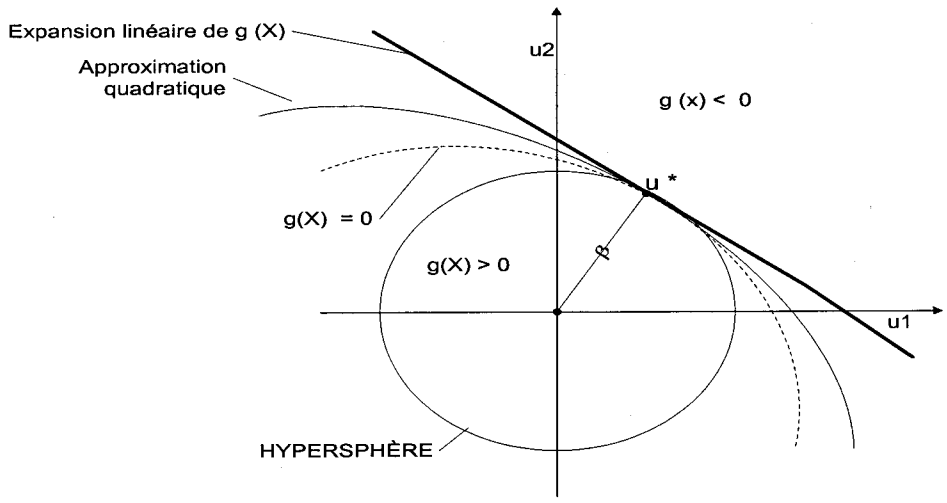

Figure 2.5 Approximation linéaire de g(x) pour différentes surfaces de rupture

De façon similaire à la méthode *MVFOSM*, en variant x et en réévaluant la probabilité de dépassement (voir l'équation 33 à la page 49), il est possible d'estimer la fonction de distribution de g(**x**). Ainsi, cette méthode est assez similaire à la méthode *MVFOSM*. Cependant, elle est plus précise, mais nécessite l'estimation du point de rupture le plus probable de la surface de rupture ($\mathbf{x}^*$) ou ($\mathbf{u}^*$, dans un espace centré et réduit), à chaque changement de x (un seuil ou une norme), lequel peut être déterminé, par exemple, à l'aide de la méthode des multiplicateurs de Lagrange ou par itérations.

2.3.3.3. *Méthode MVSOUA*

La méthode d'analyse d'incertitude *MVSOUA (Mean Value Second Order Uncertainty Analysis)*, est basée sur un développement en série de Taylor du second degré d'une représentation fonctionnelle g( ) aux alentours d'un point moyen dans l'espace paramétrique [Fiessler *et al.*,1979; Ang et Tang, 1990; Mailhot, 2003]. Cette méthode donne une meilleure estimation de la probabilité de dépassement qu'avec les méthodes MVFOSM et AFOSM parce que la surface de rupture est mieux définie. Il s'agit, en fait, d'une approximation quadratique, comparativement à une approximation linéaire (voir la figure 2.5 à la page 49).

Ainsi, la fonction g(**x**) est définie de la façon suivante :

$$g(\mathbf{x}) \approx g(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x_i}\right)\Bigg|_{\bar{x}_i}\left(x_i - \bar{x}_i\right) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 g(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_j}\right)\Bigg|_{\bar{x}}\left(x_i - \bar{x}_i\right)\left(x_j - \bar{x}_j\right) + E \qquad (34)$$

où $\{\mathbf{x}\}$ est un vecteur d'intrants (paramètres) d'un modèle, $\{\bar{\mathbf{x}}\}$ est un vecteur composé de la valeur moyenne de ces intrants, $g(\bar{\mathbf{x}})$ est la sortie du modèle lorsque celui-ci est exécuté à l'aide du vecteur d'entrée $\{\bar{\mathbf{x}}\}$ et E est une erreur de troncation. De plus, ces paramètres peuvent être transformés dans un espace centré et réduit comme suit :

$$u_i = \frac{\left(x_i - \bar{x}_i\right)}{\sigma_{x_i}} \qquad (35)$$

De même, si
$$a_{ij} = \frac{\sigma_{x_i}\sigma_{x_j}}{2}\left(\frac{\partial^2 g(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_j}\right)_{|\bar{x}} \tag{36}$$

$$b_i = \sigma_{x_i}\left(\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x_i}\right)_{|\bar{x}_i} \tag{37}$$

et
$$\Delta g(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) - g(\bar{\mathbf{x}}) \tag{38}$$

alors, à l'aide des équations 35 à 38, l'équation 34 peut être réécrite comme une fonction de variables centrées et réduites sous la forme suivante.

$$\Delta g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} b_i u_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_i u_j \tag{39}$$

De plus, le terme quadratique de l'équation 39 peut être modifié sous la forme de l'équation 22 (voir à la page 46). Ainsi, en utilisant la notation matricielle, l'équation 39 se transforme de la manière suivante :

$$\Delta g(\mathbf{x}) = b^t u + u^t A u \tag{40}$$

où,
$$b = \begin{Bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix} \qquad u = \begin{Bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{41}$$

alors que b^t et u^t représentent la transposée des vecteurs b et u. De plus, comme la matrice A est symétrique, celle-ci est diagonalisable avec des valeurs propres réelles et des vecteurs propres orthogonaux, ce qui implique que $X^{-1} = X^t$ [Kreyszig, 1999]. Par conséquent, il est possible de convertir la matrice A en une nouvelle matrice D, au moyen de la transformation suivante :

$$D = X^{-1} A X \qquad \text{et} \qquad X D X^{-1} = A \tag{42}$$

où les colonnes de la matrice X correspondent aux vecteurs propres x_i de la matrice A et D est une matrice diagonale avec les valeurs propres λ_i de la matrice A sur sa diagonale. Ainsi, à l'aide de cette transformation (diagonalisation), l'expression quadratique de l'équation 40 devient égale à:

$$u^t A u = u^t X D X^{-1} u \tag{43}$$

De même, puisque $y = X^{-1}u = X^t u$ et que $y^t = (X^t u)^t = u^t X$ (44)

alors cette expression quadratique peut s'écrire comme suit :

$$u^t A u = y^t D y = \sum \lambda_i y_i^2 \tag{45}$$

Ainsi, au moyen des équations 44 et 45, l'équation 39 peut s'écrire selon un nouveau système de référence, de la manière suivante :

$$\Delta g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} b_i u_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_i u_j = \sum_{i=1}^{n} b^t x_i y_i + \sum \lambda_i y_i^2 \tag{46}$$

De même, si l'on pose que :

$$W = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (y_i - y_{i,0})^2 \tag{47}$$

et que

$$y_{i,0} = \frac{-b^t x_i}{2\lambda_i} \quad . \tag{48}$$

et en développant l'équation 47 l'on obtient que :

$$W = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (y_i^2 - 2 y_i y_{i,0} + y_{i,0}^2) \tag{49}$$

Ensuite, si la valeur de $y_{i,0}$ est substituée dans l'équation 49, W devient alors égal à :

$$W = \sum_{i=1}^{n} b^t x_i y_i + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i y_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i y_{i,0}^2 \tag{50}$$

Finalement, les deux premières expressions de l'équation 50 étant égales à $\Delta g(\mathbf{x})$, après simplification, l'on obtient que:

$$W = \Delta g(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i y_{i,0}^2 \tag{51}$$

L'équation 47 est la forme quadratique représentant une surface centrée au point $y_{1,0},\ldots, y_{n.0}$ dans un espace paramétrique à n dimensions. Cette surface (surface de rupture) délimite les régions où W est plus grand ou plus petit que w, une limite dans un espace propre et orthogonal (voir les équations 55 et 56 à la page suivante).

Imhof [1961] a développé une méthode pour estimer la distribution des formes quadratiques de variables normales comme W, tout particulièrement dans des cas ou les λ_i sont de signes contraires. Il a démontré que :

$$P(W>w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \frac{\sin\theta(v)}{v\,\rho(v)}dv \tag{52}$$

où :

$$\theta(v) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\arctan(\lambda_i v) + \frac{y_{i,0}^{\ 2}\lambda_i v}{1+\lambda_i^{\ 2}v^2}\right) - \frac{1}{2}wv \tag{53}$$

$$\rho(v) = \exp\left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(y_{i,0}\lambda_i v\right)^2}{1+\lambda_i^{\ 2}v^2}\right)\prod_{i=1}^{n}\left(1+\lambda_i^{\ 2}v^2\right)^{\frac{1}{4}} \tag{54}$$

Évaluer la probabilité que W soit plus grand que w (une limite, dans un espace propre et orthogonal) est l'équivalent d'évaluer la probabilité que g(**x**) soit plus grand que c (une norme de qualité de l'eau, par exemple ou un seuil).

Ce seuil c peut se transformer en une limite w en connaissant les termes $g(\bar{\mathbf{x}})$ et $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i y_{i,0}^{\ 2}$, au moyen des équations suivantes :

$$w = \delta + \sum_{i=1}^{n}\lambda_i y_{i,0}^{\ 2} \tag{55}$$

$$c = g(\bar{\mathbf{x}}) + \delta \tag{56}$$

Ainsi, en variant δ, négativement et positivement, de façon appropriée, tout en tenant compte de la grandeur de l'expression de droite de l'équation 55, et en réévaluant la probabilité P (W>w) pour chaque nouvelle valeur de δ, l'on pourra ainsi obtenir facilement les fonctions de dépassement de W et de g(**x**) à l'aide des équations 52, 55 et 56.

2.4 *Discussion et conclusion*

L'analyse de sensibilité étudie comment la variation de la sortie d'un modèle peut être répartie en différentes sources de variation et comment le modèle dépend de l'information qui lui est fournie, alors que l'analyse d'incertitude permet d'évaluer l'incertitude accompagnant un résultat de simulation comme une résultante des différentes sources d'incertitude à l'entrée du modèle [Crosetto *et al.*, 2000].

L'analyse d'incertitude complétera l'information recueillie par l'analyse de sensibilité, c.-à-d. afin de permettre d'estimer l'importance de l'incertitude propagée à travers le modèle sur la ou les variable(s) simulée(s).

De plus, la connaissance des incertitudes sur les variables simulées est primordiale pour l'interprétation des résultats et les décisions qui en découlent puisque celles-ci indiquent si les résultats sont réellement significatifs.

Ceci étant dit, il existe trois catégories de méthodes d'estimation de l'incertitude, soit la catégorie des méthodes d'estimation ponctuelle, celle des méthodes directes d'estimation, et finalement la catégorie des méthodes d'estimation basées sur un développement en série de Taylor.

Tout d'abord, dans la catégorie des méthodes d'estimation ponctuelle, il y a principalement deux méthodes, soit la méthode de Rosenblueth et celle de Harr. À l'aide de la première méthode, la fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire (variable simulée) est estimée par des masses de probabilités discrètes, concentrées en deux points, de façon à préserver les trois premiers moments (moyenne, variance, asymétrie) de la fonction de densité de probabilité d'origine.

Ces deux points correspondent, dans le cas où le coefficient d'asymétrie (β) est nul, à $x_- = \bar{x} - \sigma[x]$ *et* $x_+ = \bar{x} + \sigma[x]$. Ceux-ci sont utilisés comme points d'application pour transférer l'information, à l'aide du modèle, vers la variable simulée. Les différents moments de la variable simulée sont calculés à l'aide des équations 8 à 11 (voir ces équations à la page 40).

Toutefois, la méthode de Rosenblueth devient rapidement inutilisable, car le nombre de simulations requis est de 2^n, où n est le nombre de paramètres. Ainsi, dans le cas du modèle QUAL2E, en considérant uniquement les coefficients de réaction (il y en a trente), cette méthode nécessiterait 1 073 741 824 simulations, ce qui est impensable même avec les ordinateurs d'aujourd'hui.

Harr a partiellement contourné ce problème en modifiant la méthode de Rosenblueth pour passer de 2^n à 2n simulations. La méthode de Harr est, au départ, une analyse en composantes principales de la matrice de variance – covariance. Par la suite, à l'aide de vecteurs propres et des valeurs propres générés lors de l'analyse en composantes principales, les différents points à la surface de l'hypersphère pour chaque paramètre sont obtenus à l'aide de l'équation 14 (voir à la page 43). Par la suite, la moyenne et la variance de la variable simulée peuvent être évaluées à l'aide des équations 15 à 19 inclusivement (voir aux pages 43 et 44). Bref, cette méthode est très intéressante, parce qu'elle permet de passer de 1 milliard de simulations à 60 simulations, ce qui est un gain magistral. Néanmoins, la méthode de Harr nécessite comme point de départ la connaissance de la matrice de variance – covariance, matrice qui est rarement disponible. De plus, Yen et Tung [1993] ont appliqué les méthodes de Harr, SLH ainsi que MVFOSM à un modèle de transport des particules grossières en suspension pour estimer la moyenne et la variance de H_d (l'épaisseur maximum du dépôt granulaire), puis ils ont comparé les trois méthodes.

Les résultats obtenus sont présentés au tableau 2.5. Ainsi, avec la méthode de Harr, la moyenne a été surestimée de 20 % alors que l'écart-type, lui, a été surestimé de 46 %.

Tableau 2.5 Comparaison de la moyenne et de l'écart-type de Hd estimés à partir des méthodes de Harr, SLH et MVFOSM

[Yen et Tung, 1993]

Statistique	MVFOSM		HARR	SLH
	Non corrélée	Corrélée		
Moyenne	1,304	1,304	1,595	1,326
Écart-type	0,340	0,257	0,399	0,273

Une surestimation si importante sur l'erreur d'un résultat de simulation (écart-type) laisserait croire qu'il n'y a pas de différence significative, par exemple, au niveau de la qualité de l'eau, suite à l'application d'un scénario quelconque d'aménagement du territoire, alors que ce n'est pas le cas (erreur de type II). D'ailleurs, cette méthode a été très peu utilisée et comparée à des méthodes directes d'estimation. Pour ces raisons, cette méthode ne sera pas retenue.

Deux méthodes directes d'estimation ont été présentées, soit les méthodes de Monte Carlo (MC) et de simulation Latine Hypercube (SLH). Générer une distribution fiable d'une variable simulée à l'aide de la méthode MC demande un très grand nombre de simulations, ce qui engendrerait un temps de calcul assez long avec un modèle complexe à variables multiples de qualité de l'eau.

Pour contourner ce problème, Melching [1995 ;1996] propose d'utiliser la méthode SLH pour estimer la fonction de distribution d'une variable simulée, tout en réduisant considérablement le temps de simulation. Le nombre de simulations passe ainsi de centaines de milliers avec la méthode MC, à approximativement N simulations avec la méthode SLH, pour obtenir des distributions des variables simulées quasi similaires pour les deux méthodes, où n correspond au nombre total de paramètres du modèle et N est égal à 2n (à la dizaine près).

Néanmoins, Beck, dans sa revue de littérature sur l'analyse d'incertitude [1987], a bien mentionné que « **lorsque que la puissance de calcul est disponible, il n'y a pas d'argument qui tienne contre l'utilisation de la méthode de Monte Carlo** ».

De plus, Brown et Barnwell [1987] ont rapporté que 2 000 simulations étaient suffisantes pour bien caractériser la fonction de distribution d'une variable simulée, alors que DeGasperi [1995] a avancé le chiffre de 5 000 simulations Monte Carlo.

Par conséquent, comme la puissance de calcul est disponible (ordinateur de 1,4 GHz), la méthode MC sera utilisée comme méthode de référence pour l'estimation des incertitudes sur les résultats de simulations. Cependant, comme la littérature diverge quant au nombre acceptable de simulations à faire pour bien caractériser la fonction de distribution d'une variable simulée, des tests préliminaires seront effectués afin de définir le critère d'arrêt. Ce critère représente le nombre de simulations à faire au-delà duquel la variance sur l'espérance mathématique d'une variable simulée devient quasi-invariable.

Finalement, la dernière catégorie de méthodes d'estimation est celle basée sur le développement en série de Taylor. Dans cette catégorie, l'on retrouve principalement les méthodes « *Mean Value First Order Second Moment*, MVFOSM », « *Advanced First Order Second Moment*, AFOSM » et « *Mean Value Second Order Uncertainty Analysis*, MVSOUA ». Les deux premières méthodes diffèrent au niveau du point d'expansion utilisé pour l'estimation de la dérivée.

En fait, la méthode MVFOSM estime la dérivée à la valeur moyenne de la fonction, alors que la méthode AFOSM estime la dérivée au point de rupture de la fonction. Melching [1992] a comparé l'estimation de la probabilité de dépassement du débit de pointe (modèles HEC-1 et RORB) avec les méthodes de Monte Carlo, MVFOSM, AFOSM. Entre autres, il mentionne que : a) la méthode AFOSM est plus précise que la MVFOSM, surtout dans les extrêmes de

la fonction de distribution cumulative, b) la difficulté majeure de la méthode AFOSM réside dans la localisation des points x_1^*, x_2^*, x_3^*,..., x_m^*, et c) puisqu'il n'est pas toujours possible de trouver ces points, il faut alors faire une estimation de ceux-ci.

Également, Melching et Anmangandla [1992] comparent les estimations de la probabilité de dépassement du déficit critique en oxygène dissous (modèle Streeter-Phelps) avec les méthodes de Monte Carlo, MVFOSM, AFOSM et concluent que les trois méthodes donnent des résultats comparables, à l'exception de la méthode MVFOSM qui éprouve des difficultés aux valeurs extrêmes. Pour ce qui est du nombre de simulations requis lors de cette étude, la méthode de Monte Carlo a nécessité 10 000 simulations, la méthode MVFOSM, 6 simulations, alors que la méthode AFOSM a demandé 240 simulations pour un modèle à cinq paramètres.

Yen et Tung [1993] ont observé une sous-estimation de 5,8 % de l'écart-type obtenu par la méthode MVFOSM lorsque les variables étaient corrélées, comparativement à l'estimation faite avec la méthode SLH, alors qu'en négligeant l'effet de la corrélation entre les paramètres, en émettant l'hypothèse qu'ils sont tous indépendants, ils ont observé une surestimation de l'écart-type de 24,5 %. Aussi, la moyenne estimée par la méthode MVFOSM était inférieure de 1,7 % à celle de la méthode LHS.

Quant à la méthode MVSOUA, en résumé elle demande a) la transformation des vecteurs d'incertitude de base en vecteurs normaux centrés et réduits, b) l'estimation des dérivées de premier et second ordres ainsi que les dérivées mixtes, à un point moyen dans l'espace paramétrique, c) plusieurs manipulations matricielles, d) une approximation quadratique de la surface de rupture et e) l'estimation de la probabilité de dépassement.

Mailhot et Villeneuve [2003] ont utilisé le modèle Streeter Phelps et comparé les méthodes MVFOSM, AFOSM, MVSOUA et de Monte Carlo. Ils ont conclu que la méthode MVSOUA était applicable à un modèle non linéaire, donnait de

meilleurs résultats que ceux obtenus avec les méthodes *MVFOSM* et *AFOSM,* mais elle gardait la simplicité de la méthode *MVFOSM*, sans toutefois nécessiter l'estimation de points de rupture les plus probables par itération.

Finalement, elle demandait aussi beaucoup moins de temps de calcul que la méthode de Monte Carlo.

Sur la base de ces informations, la méthode MVSOUA a été retenue afin d'estimer la fonction de distribution des variables simulées.

En conclusion, il est proposé d'utiliser la méthode d'analyse globale de sensibilité (AGS) **modifiée**, en combinant le dispositif de Morris avec un échantillonnage aléatoire stratifié au lieu d'un échantillonnage aléatoire simple afin d'estimer l'importance des paramètres, les uns par rapport aux autres, envers l'ensemble des variables de qualité de l'eau, simulées par le modèle QUAL2E, comme la concentration en oxygène dissous, la déficience en oxygène dissous, la demande biochimique en oxygène, l'azote organique, l'azote ammoniacal, l'azote nitrite, l'azote nitrate, le phosphore organique, le phosphore dissous, les coliformes fécaux, la biomasse algale (chlorophylle a). Ensuite, l'importance relative des paramètres obtenue à l'aide de la méthode AGS sera comparée avec celle obtenue à l'aide de la méthode d'analyse de régression multiple (ACP). Cette information sera fort utile pour aider au calage du modèle.

De plus, il est essentiel de pouvoir estimer l'incertitude sur un résultat de simulation parce que, sans cette information, il est beaucoup plus difficile de dire si les résultats de simulation obtenus sont significatifs. À cette fin, la méthode *MVSOUA* sera appliquée, à cause de son temps de simulation énormément plus court que la méthode MC, et de sa justesse, alors que la méthode MC sera la méthode dite de référence. De plus, la méthode *MVFOSM* sera aussi utilisée afin de voir comment celle-ci se comporte avec un modèle non linéaire comme QUAL2E. Cette dernière a aussi été retenue, principalement en raison de son extrême simplicité et du temps de calcul très court.

À noter cependant que, comme les incertitudes sur les paramètres ne sont pas connues, celles-ci seront proposées afin d'étudier la propagation des erreurs à travers le modèle, à l'aide des trois méthodes d'analyse d'incertitude retenues (MVFOSM, MVSOUA et MC). Ainsi, les incertitudes à l'entrée du modèle seront induites sous la forme d'une erreur correspondant à un pourcentage du coefficient variation (c.v.) où c.v. correspond au rapport de l'écart-type sur la moyenne de la distribution uniforme du paramètre.

Dans ce contexte, puisque les incertitudes à l'entrée du modèle seront fictives (celles à l'entrée sont proposées et non réelles), seulement une critique des méthodes d'analyse d'incertitude sera effectuée. Cette information reste néanmoins fort utile dans un cadre opérationnel.

Il sera alors possible de recommander une méthode d'analyse d'incertitude au détriment d'une autre, en fonction de sa complexité, de ces avantages, de ces inconvénients, ou de la précision souhaitée sur l'estimation de l'incertitude des résultats de simulation.

Au chapitre suivant seront présentées les différentes étapes pour effectuer les analyses de sensibilité et d'incertitude ainsi que les conditions d'utilisation des modèles GIBSI et QUAL2E.

3.0 MÉTHODE

Au présent chapitre, la méthode employée pour effectuer : l'analyse globale de sensibilité, l'analyse de corrélation partielle et les analyses d'incertitude, plus particulièrement à l'aide des méthodes de Monte Carlo, *MVFOSM* et *MVSOUA*, ainsi que les conditions d'application des modèles sont présentées.

3.1. *Modèles utilisés et mise en place*

Deux modèles ont été employés pour effectuer la présente recherche, soit le système intégré *GIBSI* [Villeneuve et *al.*, 1998a ; 1998b ; Mailhot, 1997] et le modèle Qual2E [Brown et Barnwell, 1987].

La structure du système GIBSI est présentée succinctement à l'introduction (voir la figure 1.1, page 15). Pour de plus amples informations sur ce système, le lecteur peut consulter les références mentionnées au paragraphe précédent.

Dans un premier temps, ce système a été utilisé dans des conditions d'étiage estival sévère afin de faciliter l'identification des rejets ponctuels qui ont un impact significatif sur la qualité des eaux de la rivière Chaudière. À partir de cette information, un réseau hydrographique simplifié a été élaboré. L'utilisation de ce réseau hydrographique simplifié dans des conditions de régime hydrique quasi-permanent a permis la modélisation de la qualité des eaux de la rivière Chaudière à l'aide du modèle QUAL2E uniquement.

Une telle approche a permis de réduire considérablement le temps de calcul ainsi que la quantité d'information à emmagasiner après chaque simulation. Le lecteur est invité à lire l'annexe A au complet, de la page 109 à la page 120, pour prendre connaissance du bassin versant d'application, celui de la rivière Chaudière, des conditions d'utilisation du système GIBSI, de la liste des rejets ponctuels présents sur ce bassin ainsi que de l'élaboration du réseau hydrographique simplifié, <u>avant de continuer la lecture de ce qui suit.</u>

Par la suite, le modèle QUAL2E a été utilisé de façon autonome, toujours dans les conditions de pollution ponctuelle et d'étiage estival décrites à l'annexe A, pour effectuer l'ensemble des analyses de sensibilité et d'incertitude. Le modèle QUAL2E est un modèle de qualité de l'eau à variables multiples, lequel est présenté à l'annexe B (voir de la page 121 à la page 130). Le code du modèle a aussi été modifié pour permettre l'obtention des résultats de simulation avec huit chiffres significatifs après le point, comparativement à deux originalement. Les variables simulées considérées pour cette étude sont énumérées au tableau B.1 (voir la page 122), plus la déficience en oxygène dissous, l'azote total et le phosphore total, en excluant cependant toutes les composés conservatifs et non conservatifs, ce qui donne treize variables au total.

3.2. *Méthodes stochastiques*

Deux méthodes stochastiques ont été utilisées pour effectuer l'analyse de sensibilité (AGS et ACP) alors qu'une troisième a été appliquée dans le cadre de l'analyse d'incertitude (MC). Ces trois méthodes ont toutes un point en commun. Elles nécessitent la création d'un vecteur aléatoire de paramètres {**x**}, lequel sert d'intrant au modèle QUAL2E avant son exécution. Néanmoins, le traitement des résultats de simulation est fort différent.

À titre de rappel, tel que décrit dans la revue de littérature, ce vecteur {**x**} est égal à $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ (les coefficients de réaction du modèle QUAL2E) où n représente le nombre total de paramètres, en l'occurrence, trente. Chaque paramètre composant ce vecteur {**x**} est sélectionné au hasard à partir de sa fonction de distribution respective, laquelle est caractérisée par son type, sa moyenne ainsi que sa dispersion aux alentours de cette moyenne.

Deux types différents de distributions ont été employés pour les méthodes stochastiques. La distribution de type uniforme a servi pour l'analyse globale de sensibilité (AGS) ainsi que pour l'analyse de corrélation partielle (ACP) alors qu'une distribution normale, dont les caractéristiques (μ, σ) sont celles de la distribution uniforme, a été employée pour l'analyse d'incertitude.

Les valeurs probables que peuvent prendre ces différents paramètres ont été estimées à partir de la littérature [Brown et Barnwell, 1987; Bowie, 1985; Lahlou, 1995]. Les valeurs minimale et maximale de ces paramètres sont énumérées au tableau B.4 et B.5 (voir les pages 127 et 128).

3.2.1. Analyse globale de sensibilité

Une distribution uniforme a été assignée aux coefficients de réaction du modèle QUAL2E (paramètres) parce que, dans bien des cas, la littérature présente une gamme de valeurs possibles que peuvent prendre ces différents paramètres. De plus, comme l'analyse de sensibilité précède le calage, les valeurs les plus probables de ces paramètres ne sont pas connues.

L'étendue de ces distributions est présentée aux tableaux B.4 et B.5. Chaque distribution a été divisée en r domaines équiprobables où r désigne le nombre de points de départ aléatoires dans l'espace paramétrique (nombre de répliques).

Chacun des paramètres du vecteur aléatoire $\{\mathbf{x}\}$ est pigé au hasard dans l'une des strates formant sa distribution, **de manière exclusive**. Ce vecteur $\{\mathbf{x}\}$ ainsi obtenu constitue un point de départ dans l'espace paramétrique. En procédant ainsi, un ensemble de r points de départ aléatoires différents $[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_r]$ est obtenu.

Par la suite, à l'aide de chacun de ces points de départ (r points au total), différentes étapes sont effectuées jusqu'à l'obtention d'un coefficient de sensibilité envers une variable simulée. Ces étapes sont :

a) exécution du modèle à l'aide du vecteur $\{\mathbf{x}\}$

b) sauvegarde des résultats de simulation pour 13 variables simulées et 220 tronçons

c) sélection au hasard d'un axe i, de manière exclusive, où i varie de 1 à 30.

d) déplacement parallèle à l'axe i précédemment sélectionné, d'une grandeur de 1 % de l'étendue du paramètre i (voir le tableau B.4, à la page 127).

e) création d'un nouveau vecteur $\{\mathbf{x}\}$ où $\{\mathbf{x}\} = \{x_1, x_2, x_i + \Delta x_i, \ldots, x_n\}$

f) exécution à nouveau du modèle

g) sauvegarde des résultats de simulation pour treize variables simulées.

h) calcul de la sensibilité de chacune des variables simulées j (j varie de 1 à k = 13) du modèle, $S_{i,j}$ causé par un changement dans la valeur du paramètre i, selon l'équation 4, à la page 28. Ce calcul est effectué pour les 220 tronçons composant le réseau hydrographique simplifié (voir le tableau A.5, à la page 119)

i) répétition des étapes c à h avec les (n-1) paramètres restants.

Les coefficients moyens de sensibilité sont calculés à l'aide de l'équation 6 pour chaque paramètre, pour chaque variable simulée et chaque tronçon, alors que l'écart-type sur ce coefficient moyen s'estime au moyen de l'équation 7 (voir ces équations, à la page 31). Différents essais ont été effectués avec les nombres de répliques suivants : 5, 10, 20, 30, 40, 60, 100, 250 et 500.

3.2.2. Analyse de corrélation partielle

Dans le cadre de l'analyse de régressions multiples (ACP), l'on a fait appel aux mêmes fonctions de distribution des paramètres que celles utilisées lors de l'analyse de sensibilité globale de sensibilité. L'étendue de ces paramètres est fournie au tableau B.4 (voir à la page 127). Toutefois, suite à l'étude des résultats préliminaires de l'analyse globale de sensibilité, **treize tronçons ont été sélectionnés pour le reste de l'étude** comparativement aux 220 tronçons formant le réseau hydrographique simplifié, au départ (voir le tableau C.1, à la page 145 ainsi que les raisons de cette sélection en annexe C, de la page 131 à la page 146).

Avant d'effectuer les différents calculs propres à l'analyse de corrélation partielle, les étapes suivantes doivent être exécutées :

a) sélection du nombre de répliques, r = 20 000;

b) génération aléatoire d'un nombre aléatoire de 0 à 1. Ce nombre est multiplié par l'étendue du paramètre i. Ce résultat est additionné à la valeur minimale du paramètre i;

c) l'étape b est répétée pour les n paramètres du modèle et l'on obtient ainsi un vecteur aléatoire de n paramètres {**x**};

d) exécution du modèle à l'aide du vecteur {**x**} précédemment obtenu;

e) sauvegarde des résultats de simulation pour 13 variables simulées et 13 tronçons;

f) les étapes, de b à e, sont répétées r fois.

À noter que le chiffre de 20 0000 simulations (nombre de répliques) a d'abord été proposé en se basant sur la littérature [Brown et Barnwell, 1987; DeGasperi, 1995]. Toutefois, le test de Friedman (voir le tableau E.1, à la page 149, ainsi que les remarques à ce sujet à la section suivante) appliqué pour définir le critère d'arrêt, lors de l'analyse d'incertitude (MC), révèle que le nombre proposé était très convenable.

Une équation de régression multiple du type de l'équation 1 (voir à la page 24), par variable simulée (treize au total), et par tronçon (treize au total) a été estimée. Les différents calculs ont été effectués à l'aide du logiciel statistique SPSS [2001].

Finalement, l'identification des paramètres sensibles envers l'ensemble des treize variables simulées, faite à l'aide de la méthode AGS, a été comparée avec celle obtenue au moyen des résultats de l'analyse de corrélation partielle.

3.2.3. Méthode de *Monte Carlo*

Une distribution normale a d'abord été assignée à chacun des trente paramètres du modèle dont les caractéristiques sont les mêmes que celles des distributions uniformes, utilisées dans le cadre de l'analyse globale de sensibilité (voir le tableau B.4, à la page 127). Toutefois, les distributions normales, dont l'écart-type est maximal (cv = 100 %, voir le tableau B.5, à la page 128), ont été tronquées afin d'éviter l'obtention de valeurs aléatoires de paramètres inférieures à la valeur minimale permise. Par exemple, pour $\alpha 5$, il était impossible d'obtenir une valeur aléatoire inférieure à 2,000.

Ensuite, le critère d'arrêt a été estimé. Celui-ci représente, en fait, le nombre minimal de simulations à faire, au-delà duquel la distribution de chacune des variables simulées n'est plus significativement différente de celle obtenue avec un nombre supérieur de simulations. À cette fin, le test de Friedman est utilisé pour détecter des différences significatives entre les distributions [Steel et Torrie, 1980]. Les distributions obtenues à partir de 10 000, 20 000, 40 000, 60 000 et 150 000 simulations ont été comparées. Les résultats du tableau E.1 (voir la page 149) démontrent que seulement les distributions obtenues au moyen de 10 000 simulations, aux tronçons 950 et 14, sont significativement différentes des distributions obtenues à l'aide d'un nombre de simulations supérieur à 10 000. Par conséquent, le critère d'arrêt a été estimé à 20 000. Toutefois, compte tenu de la disponibilité de la vitesse de calcul (ordinateur 1,4 GHz), **50 000 simulations ont été effectuées pour caractériser la distribution des variables simulées générées lors de l'analyse d'incertitude (méthode MC).**

De plus, un test de Kolmogorov-Smirnov a été utilisé pour identifier le type de distribution le plus probable pour chaque variable simulée. Les résultats de simulations obtenus au tronçon 950, au moyen de 20 000 simulations, confirment que la distribution lognormale est la plus probable pour la quasi totalité des variables simulées (voir le tableau E.2, à la page 150).

Finalement, tel qu'il a été mentionné dans la revue de littérature, des erreurs sur les coefficients de réaction ont été proposées pour évaluer l'erreur résultante (erreur propagée) sur la distribution des variables simulées, sous la forme de coefficient de variation.

Le coefficient de variation maximale d'un paramètre a été défini comme le rapport de l'écart-type et de la moyenne de sa distribution uniforme correspondante, telle qu'elle a été caractérisée précédemment. Des erreurs à l'entrée du modèle, correspondant à des coefficients de variation de 10 %, 25 %, 50 % et 100 % des coefficients de variation maximaux, ont servi lors de l'analyse d'incertitude (voir le tableau B.5, à la page 128).

Les deux premiers moments (λ, la moyenne; ζ, l'écart-type) de la distribution des variables simulées ont été estimés à partir de la moyenne et de l'écart-type sur les résultats de simulation en appliquant la transformation présentée aux équations 57 et 58.

$$\lambda = \ln(\mu) - 0.5\zeta^2 \tag{57}$$

$$\zeta^2 = \ln\left[1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2}\right] \tag{58}$$

où μ et σ sont respectivement la moyenne et l'écart-type des distributions normales, lesquels ont été évalués à l'aide de l'équation 20 (voir à la page 45). Par la suite, la fonction de distribution lognormale de chaque variable simulée a été élaborée à partir des moments λ, et ζ., et ce pour les treize tronçons retenus pour l'étude (voir le tableau C.1, à la page 145).

3.3. *Méthodes issues d'un développement en série de Taylor*

Les deux dernières méthodes d'analyse d'incertitude retenues lors de la revue de littérature sont des méthodes issues d'un développement en série de Taylor, plus précisément les méthodes *Mean Value First Order Second Moment* (*MVFOSM*) et *Mean Value Second Order Uncertainty Analysis* (*MVSOUA*).

Pour appliquer ces méthodes, il faut d'abord connaître la valeur moyenne des paramètres ainsi que la grandeur des erreurs sur ces paramètres (voir le tableau B.5, à la page 128), lesquelles sont introduites à l'entrée du modèle afin d'estimer l'impact de ces erreurs sur les sorties du modèle (variables simulées) QUAL2E.

À noter que, si g( ) est une représentation fonctionnelle simulant une variable de qualité de l'eau, {**x**} est un vecteur de paramètres à l'entrée du modèle et [$\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$, ..., $\mathbf{x}_r$] est un ensemble de r vecteurs aléatoires, alors la moyenne sur l'ensemble des réalisations [g($\mathbf{x}_1$), g($\mathbf{x}_2$), ..., g($\mathbf{x}_r$)] équivaut à $\overline{g(\mathbf{x})}$, l'espérance mathématique d'une variable simulée. Toutefois, avec les méthodes *MVFOSM* et *MVSOUA*, les différentes dérivées, première, seconde et mixte, sont évaluées non pas à un point correspondant à l'espérance mathématique des variables simulées mais à un point correspondant à $g(\bar{\mathbf{x}})$. Ce dernier est le résultat d'une simulation obtenu suite à l'exécution du modèle au moyen du vecteur $\{\bar{\mathbf{x}}\}$ comme intrant du modèle où $\{\bar{\mathbf{x}}\}$ est un vecteur formé de la valeur moyenne des trente paramètres. <u>De plus, $\overline{g(\mathbf{x})}$ est égale à $g(\bar{\mathbf{x}})$ seulement et uniquement pour des variables d'entrée {**x**} correspondant à un espace où g(**x**) est linéaire.</u>

3.3.1. Méthode « *Mean Value First Order Second Moment* »

L'application de la méthode *MVFOSM* implique les étapes suivantes :

a) élaboration du vecteur $\{\bar{\mathbf{x}}\}$ au moyen des données du tableau B.5 (voir la page 128), exécution du modèle avec ce vecteur $\{\bar{\mathbf{x}}\}$ comme intrant et sauvegarde des résultats. $g(\bar{\mathbf{x}})$ est ainsi obtenu en treize points du réseau hydrographique;

b) changement du vecteur d'entrée $\{\bar{\mathbf{x}}\}$ pour $\{\bar{\mathbf{x}} + \Delta x_1\}$, exécution du modèle, sauvegarde des données, changement du vecteur d'entrée pour $\{\bar{\mathbf{x}} + \Delta x_2\}$, exécution du modèle, sauvegarde des données et ainsi de suite pour les n-2 paramètres restant où $\{\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_{30}\}$ correspondent aux déplacements choisis lors de l'analyse globale de sensibilité (voir le tableau B.4, à la page 127);

c) calcul des dérivées premières selon l'équation 4, à la page 28, pour toutes les variables simulées, tous les paramètres, en treize points du réseau hydrographique;

d) introduction de l'erreur proposée au tableau B.5, à la page 128, correspondant à un coefficient de variation de 10 % dans l'équation 22 (voir la page 46) où cette erreur représente l'expression (x_i - $\bar{x}$) de l'équation 22, et ce, pour chaque paramètre;

e) calcul de la sommation et estimation de la variance ainsi que de l'écart-type, pour toutes les variables simulées en treize points du réseau hydrographique (treize tronçons);

f) calcul de moments λ et de ζ, au moyen de $g(\bar{x})$, de la variance calculée au point e et des équations 57 et 58 (voir la page 67);

g) les étapes f, g et h sont répétées avec les erreurs correspondant à des coefficients de variation de 25, 50 et 100 %.

3.3.2. Méthode « *Mean Value Second Order Uncertainty Analysis* »

La méthode « *Mean Value Second Order Uncertainty Analysis* » est la plus compliquée des trois méthodes d'analyse d'incertitude, mais elle demande beaucoup moins de temps de calcul que pour la méthode MC.

Les étapes pour estimer la fonction de distribution des variables simulées à l'aide de cette méthode sont :

a) élaboration du vecteur $\{\bar{x}\}$ au moyen des données du tableau B.5 (voir la page 128);

b) exécution du modèle avec ce vecteur $\{\bar{x}\}$ comme intrant et sauvegarde des résultats. $g(\bar{x})$ est ainsi obtenu en treize points du réseau hydrographique;

c) estimation des dérivées premières, secondes et mixtes au voisinage du point $g(\bar{x})$. Le tableau D-1 fournit un exemple des simulations à faire avec un modèle de trois paramètres, alors que le tableau D-2 donne un exemple de calcul des dérivées premières, secondes et mixtes pour une variable simulée (voir à la page 147);

d) diagonalisation de la matrice A contenant les dérivées secondes et mixtes (voir l'équation 42 à la page 51) et obtention des vecteurs propres et des valeurs propres;

e) obtention d'une nouvelle matrice D à l'aide des vecteurs propres et vecteurs propres évalués précédemment;

f) ajustement de u_i et de u_j à 0,10, suivi de l'estimation de $\Delta g(\mathbf{x})$ à l'aide de l'équation 39 (voir à la page 51);

g) estimation des termes $y_{i,0}$ et $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, y_{i,0}^{\,2}$ au moyen des équations 48 et 51 (voir à la page 52);

h) initialisation la valeur δ à zéro;

i) calcul de w au moyen de l'équation 55 (voir à la page, 53);

j) calcul de la probabilité de dépassement au moyen des équations 52, 53, et 54 (voir à la page 53);

k) modification de la valeur de δ, de part et d'autre de zéro et répétition des étapes i et j;

l) les étapes f à k sont répétées avec des valeurs u_i et u_j égales à 0,25, 0,50, 1,00.

Les fonctions de dépassement sont ainsi obtenues, pour l'ensemble des treize variables simulées, en treize points du réseau hydrographique, et pour quatre coefficients de variation différents. De plus, comme la probabilité de non-dépassement est égale à un moins la probabilité de dépassement, il est alors possible de reconstruire la fonction de distribution d'une variable simulée à partir de sa fonction de dépassement.

Ensuite, les deux premiers moments des distributions ainsi obtenues sont estimés à l'aide de la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Finalement, les paramètres des distributions lognormales sont calculés au moyen des valeurs de μ et σ (obtenues par la méthodes des multiplicateurs de Lagrange) et des équations 57 et 58 (voir la page 67).

4.0 ANALYSE DE SENSIBILITÉ

À ce chapitre, les résultats découlant de l'analyse globale de sensibilité (AGS) et de l'analyse de corrélation partielle (ACP) sont présentés.

4.1. Résultats

Une analyse globale de sensibilité a été effectuée dans le but d'identifier les paramètres du modèle *QUAL2E* qui ont un impact significatif sur la simulation des variables suivantes : oxygène dissous, déficience en oxygène, demande biochimique en oxygène, azote organique, azote ammoniacal, nitrite, nitrate, azote total, phosphore organique, phosphore soluble, phosphore total, coliformes fécaux et chlorophylle a.

Les coefficients moyens de sensibilité ainsi que l'écart-type sur ceux-ci ont été calculés pour les 220 tronçons (1 318 éléments) formant le réseau hydrographique simplifié du bassin versant de la rivière Chaudière, treize variables simulées et trente coefficients de réaction. Au total, 85 800 coefficients ont été obtenus.

Cependant, une étude préliminaire des résultats de l'analyse globale de sensibilité sur cinq variables simulées, considérées par un comité d'experts comme des descripteurs importants de la santé d'un cours d'eau [Hébert, 1996], a été effectuée (voir l'annexe C, de la page 131 à la page 146).

Comme suite à celle-ci, treize tronçons ont été sélectionnés, lesquels affichent des maximums de sensibilité (voir le tableau C.1, à la page 145). **Uniquement ces treize tronçons ont été utilisés pour effectuer l'analyse de corrélation partielle (ACP) ainsi que les analyses d'incertitude**. Une telle façon de faire, a permis de réduire considérablement le temps de calcul ainsi que la quantité d'information à sauvegarder et à interpréter.

4.1.1. Analyse de corrélation partielle (ACP)

Vingt mille simulations Monte Carlo ont été effectuées dans le cadre de l'analyse de corrélation partielle. Les résultats du test de Friedman (voir le tableau E.1, à la page 149) révèlent que vingt mille simulations sont nécessaires pour bien décrire la fonction de distribution de chacune des treize variables simulées. De plus, un test de Kolmogorov-Smirnov a été appliqué afin d'identifier le type de distribution de ces variables simulées. Ainsi, quoique ces variables affichent des distributions normales et lognormales significatives, les résultats de ce test (voir le tableau E.2 à la page 150 et les figures J.1 à J.18 de la page 195 à la page 204) confirment que la majorité de ces variables sont lognormalement distribuées.

Conséquemment, une transformation logarithmique naturelle a été effectuée sur l'ensemble des résultats de sortie (variables simulées) du modèle QUAL2E avant d'effectuer les calculs appropriés dans le cadre de l'analyse de régressions multiples.

Une équation de régression, du type de l'équation 1 (voir à la page 24), a été élaborée pour chaque variable simulée. L'ajustement des coefficients de régression de chacune de ces équations s'est fait à l'aide du logiciel statistique SPSS [2001].

Treize équations de régression ont été ainsi obtenues pour chacun des treize tronçons précédemment sélectionnés. La figure F.1 (voir la page 151) présente des résultats de l'analyse de corrélation partielle (coefficients de corrélation partielle, Pr_i^2) pour les coliformes fécaux, en treize points du réseau hydrographique simplifié. La corrélation partielle entre les coliformes fécaux et le taux de mortalité de ceux-ci, k5, varie de -1,000 au tronçon 950 à -0,500 au tronçon 26. La figure F.2 (voir la page 151) affiche l'écart-type sur l'estimation du logarithme naturel moyen du nombre de coliformes fécaux pour ces treize tronçons. Ceux-ci varient de 4,50 pour le tronçon 26 alors qu'il est inférieur à 0,50 pour le tronçon 950.

Plus l'on s'éloigne de l'embouchure du lac Mégantic, plus l'écart-type sur l'estimation du logarithme naturel moyen du nombre de coliformes fécaux a tendance à augmenter.

De plus, la corrélation simple étant définie comme étant le rapport de la covariance entre la variable dépendante et indépendante (numérateur), divisé par l'écart-type des variables indépendantes et dépendantes (dénominateur, voir l'équation no 59), plus la variance de la variable dépendante (le logarithme naturel du nombre de coliformes fécaux) augmente, plus la corrélation diminue. Naturellement, il en va de même pour la corrélation partielle au carré.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right) \times \left(y_i - \bar{y}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \times \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2\right)^{1/2}} \tag{59}$$

où : r est le coefficient de corrélation entre les variables x (variable indépendante) et y (variable dépendante).

Par conséquent, la tendance d'augmentation de l'erreur de l'amont vers l'aval corrobore le fait que la corrélation partielle au carré (Pr_i^2) diminue de l'amont vers l'aval. Les mêmes tendances ont été observées pour toutes les autres variables simulées, c.-à-d., une augmentation de l'erreur ainsi qu'une diminution de la corrélation partielle au carré, de l'amont vers l'aval.

Ainsi, plus la corrélation partielle au carré est forte, plus la relation entre les variables dépendantes et indépendantes est significative. Par conséquent, comme le tronçon 950 démontre la corrélation la plus forte pour toutes les variables simulées, ce tronçon sera utilisé préférentiellement pour identifier les paramètres influents envers ces variables simulées.

Les statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour l'ensemble des variables simulées, au tronçon 950, sont présentées en annexe G. (voir de la page 153 à la page 166).

Chaque tableau de cette annexe exhibe, pour une variable simulée donnée (variable dépendante), les informations suivantes : a) le nom de la variable indépendante, b) le coefficient de régression standardisé par ordre décroissant, c) le coefficient t, d) le niveau de signification, e) le coefficient de corrélation simple au carré, f) le coefficient de corrélation entre la variable dépendante et la variable indépendante i alors que les autres variables indépendantes sont constantes, ainsi que g) le coefficient de corrélation semi-partielle au carré.

Les coefficients de régression standardisés ($\beta_{i\ std}$), en valeur absolue, varient de 0,0 à 1,0. De même, plus le coefficient de régression standardisé est élevé, plus le paramètre auquel il est associé est considéré comme important ou influent envers une variable simulée. Les paramètres dont les coefficients de régression standardisés sont inférieurs ou égaux à 0,05 seront considérés comme peu importants.

Ainsi, pour l'oxygène dissous, les paramètres k2, $\alpha 0$, $\sigma 4$, $\lambda 0$, $\lambda 2$, $\beta 1$, k4 et ρ se sont révélés comme influents, alors que pour la déficience en oxygène dissous, les paramètres k2, k4, k1, $\beta 3$ et k3 ont été identifiés comme importants. De plus, les paramètres k3 et k1 ont été reconnus comme importants pour la simulation de la demande biochimique en oxygène.

De même, les paramètres $\beta 1$, $\beta 2$, $\beta 3$, $\sigma 1$, $\sigma 2$, $\sigma 3$, $\sigma 4$, kL, k3, k4, k5 se sont avérés influents envers l'une des différentes formes d'azote. Pour les formes de phosphore, les paramètres $\beta 4$, $\sigma 2$, $\sigma 5$, $\alpha 0$ et k2 ont été identifiés comme importants.

Finalement, les paramètres k5 et $\sigma 1$ se sont avérés importants respectivement pour les coliformes fécaux et la biomasse algale.

4.1.2. Analyse globale de sensibilité (AGS)

L'analyse globale de sensibilité, tout comme l'analyse de corrélation partielle, est une méthode qui permet d'identifier les variables indépendantes (paramètres) qui ont le plus d'influence sur une variable dépendante (variable simulée).

Différents essais ont été effectués avec les nombres de répliques suivants : 5, 10, 20, 30, 40, 60, 100, 250 et 500. Une étude préliminaire des résultats découlant de cette analyse globale de sensibilité est présentée en annexe C (voir de la page 131 à la page 146). Comme suite à celle-ci, une liste de treize tronçons affichant des maximums de sensibilité a été établie (voir le tableau C.1, à la page 145). Par la suite, dans le cadre de l'analyse de corrélation partielle, uniquement les résultats du tronçon 950 ont été conservés, pour les raisons mentionnées à la section précédente.

Ainsi, afin de permettre la comparaison des résultats obtenus à l'aide des deux méthodes (voir à la section suivante), le tronçon 950 a aussi été retenu pour la méthode AGS.

Une transformation logarithmique naturelle a été appliquée aux coefficients de sensibilité. La moyenne et l'écart-type sur ces coefficients transformés ont été calculés de la façon habituelle. Ceux-ci sont présentés en annexe H (tableaux H.1 à H.13, de la page 167 à la page 180) pour un nombre de répliques de 250 (les justifications de ce nombre sont exposées à la section discussion), pour chaque variable simulée.

Finalement, l'importance relative des différents paramètres envers une variable simulée a été estimée à partir des moyennes précédemment obtenues et présentées en annexe H.

Par exemple, pour l'oxygène dissous et les paramètres k4, α5 et k2 (voir le tableau H.1, à la page 167), les moyennes obtenues sont respectivement de -2,3917, -3,9587 et -4,0410.

L'importance relative se calcule en effectuant la soustraction de la moyenne du paramètre moins la moyenne du paramètre le plus important, le tout élevé à la base e. Ainsi, avec l'exemple précédent, l'on obtient $e^{(-2,3917 + 2,3917)}$, $e^{(-3,9587 + 2,3917)}$, $^{(-4,0410 + 2,3917)}$, ce qui donne une importance relative de 1,0000, 0,2087, et de 0,1922 respectivement pour les paramètres k4, α5 et k2.

L'importance relative des coefficients de réaction du modèle QUAL2E envers chacune des variables que simule ce modèle est présentée au tableau 4.1 (voir à la page suivante).

Sur la base de ces résultats, les paramètres k4, α5, k2, k3, α6, k1, β1 et β3 ont été identifiés comme importants pour la simulation de l'oxygène dissous, les mêmes paramètres que pour la déficience en oxygène dissous.

Les paramètres k1 et k3 ont été estimés d'importance équivalente pour la simulation de la demande biochimique en oxygène.

Les groupes de paramètres suivants : (σ4, β3), (β3, β1, σ4), (β2, β3, β1, σ4), (β2, β3, β1) et (σ4, β3) se sont avérés importants pour la simulation, respectivement de l'azote organique, l'azote ammoniacal, l'azote nitrite, l'azote nitrate et l'azote total.

De même, les groupes de paramètres (σ5, β4, α2), (β4, σ5, σ2, α2), (σ5, α2, β4, σ2) ont été reconnus comme importants pour la simulation, respectivement du phosphore organique, du phosphore inorganique et du phosphore total.

Finalement, le taux de mortalité, k5 semble le seul paramètre important pour les coliformes fécaux alors que les paramètres σ1 et ρ influencent la simulation de la biomasse algale.

Tableau 4. 1 Importance relative des coefficients de réaction du modèle *QUAL2E* envers différentes variables simulées

DO		DEF		DBO_5		ORGN	
Paramètres	Facteur d'importance	Paramètres	Facteur d'importance	Paramètres	Facteur d'importance	Paramètres	Facteur d'importance
K4	1,0000	K4	1,0000	K3	1,0000	$\sigma 4$	1,0000
$\alpha 5$	0,2087	$\alpha 5$	0,2087	K1	0,9932	$\beta 3$	0,9930
K2	0,1922	K2	0,1922	$\alpha 5$	0,0000	$\alpha 1$	0,0319
K3	0,1596	K3	0,1596	$\alpha 6$	0,0000	ρ	0,0065
$\alpha 6$	0,1484	$\alpha 6$	0,1484	$\alpha 3$	0,0000	$\sigma 1$	0,0013
K1	0,1357	K1	0,1357	$\alpha 4$	0,0000	$\alpha 0$	0,0001
$\beta 3$	0,1147	$\beta 3$	0,1147	$\alpha 1$	0,0000	K_P	0,0000
$\beta 1$	0,0820	$\beta 1$	0,0820	$\alpha 2$	0,0000	KL	0,0000
$\sigma 4$	0,0378	$\sigma 4$	0,0378	μmax	0,0000	K_N	0,0000
$\beta 2$	0,0187	$\beta 2$	0,0187	ρ	0,0000	μmax	0,0000
ρ	0,0057	ρ	0,0057	K_N	0,0000	$\lambda 2$	0,0000
$\sigma 3$	0,0022	$\sigma 3$	0,0022	K_P	0,0000	$\beta 4$	0,0000
$\sigma 1$	0,0012	$\sigma 1$	0,0012	$\lambda 1$	0,0000	$\sigma 3$	0,0000
$\alpha 4$	0,0010	$\alpha 4$	0,0010	$\lambda 2$	0,0000	$\beta 2$	0,0000
K_P	0,0009	K_P	0,0009	KL	0,0000	$\alpha 5$	0,0000
KL	0,0004	KL	0,0004	PN	0,0000	$\alpha 6$	0,0000
$\alpha 1$	0,0004	$\alpha 1$	0,0004	K4	0,0000	$\alpha 3$	0,0000
K_N	0,0002	K_N	0,0002	K2	0,0000	$\alpha 4$	0,0000
$\alpha 3$	0,0002	$\alpha 3$	0,0002	$\beta 3$	0,0000	$\alpha 2$	0,0000
μmax	0,0001	μmax	0,0001	$\sigma 4$	0,0000	$\lambda 1$	0,0000
$\alpha 0$	0,0001	$\alpha 0$	0,0001	$\beta 1$	0,0000	PN	0,0000
PN	0,0000	$\beta 4$	0,0000	$\sigma 3$	0,0000	K1	0,0000
$\beta 4$	0,0000	PN	0,0000	$\beta 2$	0,0000	K3	0,0000
$\lambda 0$	0,0000	$\lambda 0$	0,0000	$\beta 4$	0,0000	K4	0,0000
$\sigma 5$	0,0000	$\sigma 5$	0,0000	$\sigma 5$	0,0000	K2	0,0000
$\sigma 2$	0,0000	$\sigma 2$	0,0000	$\sigma 2$	0,0000	K5	0,0000
$\lambda 1$	0,0000	$\lambda 1$	0,0000	$\alpha 0$	0,0000	$\sigma 5$	0,0000
$\lambda 2$	0,0000	$\lambda 2$	0,0000	$\sigma 1$	0,0000	$\beta 1$	0,0000
$\alpha 2$	0,0000	$\alpha 2$	0,0000	$\lambda 0$	0,0000	$\sigma 2$	0,0000
K5	0,0000	K5	0,0000	K5	0,0000	$\lambda 0$	0,0000

NH3N		NO2N		NO3N	
Paramètres	Facteur d'importance	Paramètres	Facteur d'importance	Paramètres	Facteur d'importance
β3	1,0000	β2	1,0000	β2	1,0000
β1	0,5962	β3	0,7940	β3	0,2689
σ4	0,4158	β1	0,6394	β1	0,2531
σ3	0,0200	σ4	0,2083	σ4	0,0530
α1	0,0152	σ3	0,0127	α1	0,0090
ρ	0,0044	α1	0,0100	K_P	0,0061
K_P	0,0010	ρ	0,0029	KL	0,0056
KL	0,0009	K_P	0,0008	σ3	0,0044
PN	0,0008	PN	0,0006	PN	0,0024
σ1	0,0004	KL	0,0006	K_N	0,0020
K_N	0,0003	K_N	0,0003	ρ	0,0012
μmax	0,0001	σ1	0,0002	μmax	0,0005
α0	0,0000	μmax	0,0001	σ1	0,0003
β4	0,0000	α0	0,0000	β4	0,0001
λ1	0,0000	β4	0,0000	λ0	0,0000
β2	0,0000	λ1	0,0000	α0	0,0000
λ0	0,0000	λ2	0,0000	λ1	0,0000
λ2	0,0000	α2	0,0000	λ2	0,0000
σ5	0,0000	α5	0,0000	σ2	0,0000
α2	0,0000	α6	0,0000	σ5	0,0000
σ2	0,0000	α3	0,0000	α2	0,0000
α5	0,0000	α4	0,0000	α5	0,0000
α6	0,0000	K1	0,0000	α6	0,0000
α3	0,0000	K3	0,0000	α3	0,0000
α4	0,0000	K4	0,0000	α4	0,0000
K1	0,0000	K2	0,0000	K1	0,0000
K3	0,0000	K5	0,0000	K3	0,0000
K4	0,0000	σ5	0,0000	K4	0,0000
K2	0,0000	σ2	0,0000	K2	0,0000
K5	0,0000	λ0	0,0000	K5	0,0000

SUMN		ORGP		DISP	
Paramètres	Facteur d'importance	Paramètres	Facteur d'importance	Paramètres	Facteur d'importance
$\sigma 4$	1,0000	$\sigma 5$	1,0000	$\beta 4$	1,0000
$\beta 3$	0,2870	$\beta 4$	0,9952	$\sigma 5$	0,3334
$\alpha 1$	0,0266	$\alpha 2$	0,3172	$\sigma 2$	0,1830
$\sigma 3$	0,0172	ρ	0,0153	$\alpha 2$	0,1277
ρ	0,0087	$\sigma 1$	0,0030	ρ	0,0098
K_P	0,0033	K_P	0,0003	K_P	0,0089
KL	0,0025	$\alpha 0$	0,0002	KL	0,0082
K_N	0,0010	KL	0,0002	K_N	0,0028
$\sigma 1$	0,0008	K_N	0,0002	$\sigma 1$	0,0008
μmax	0,0002	$\lambda 2$	0,0001	μmax	0,0006
$\alpha 0$	0,0001	μmax	0,0001	$\lambda 1$	0,0001
$\beta 4$	0,0000	$\alpha 5$	0,0001	$\alpha 0$	0,0001
PN	0,0000	$\alpha 6$	0,0001	$\lambda 2$	0,0001
$\lambda 0$	0,0000	$\alpha 3$	0,0001	$\beta 3$	0,0001
$\beta 2$	0,0000	$\alpha 4$	0,0001	$\lambda 0$	0,0001
$\beta 1$	0,0000	$\alpha 1$	0,0001	$\alpha 1$	0,0001
$\sigma 2$	0,0000	$\lambda 1$	0,0001	PN	0,0001
$\sigma 5$	0,0000	PN	0,0001	$\alpha 5$	0,0001
$\lambda 1$	0,0000	K1	0,0001	$\alpha 6$	0,0001
$\lambda 2$	0,0000	K3	0,0001	$\alpha 3$	0,0001
$\alpha 2$	0,0000	K4	0,0001	$\alpha 4$	0,0001
$\alpha 5$	0,0000	K2	0,0001	K1	0,0001
$\alpha 6$	0,0000	K5	0,0001	K3	0,0001
$\alpha 3$	0,0000	$\sigma 3$	0,0001	K4	0,0001
$\alpha 4$	0,0000	$\sigma 4$	0,0001	K2	0,0001
K1	0,0000	$\beta 2$	0,0001	K5	0,0001
K3	0,0000	$\beta 1$	0,0001	$\beta 2$	0,0001
K4	0,0000	$\sigma 2$	0,0001	$\sigma 4$	0,0000
K2	0,0000	$\beta 3$	0,0001	$\sigma 3$	0,0000
K5	0,0000	$\lambda 0$	0,0001	$\beta 1$	0,0000

SUMP		COLI		CHLA	
Paramètres	Facteur d'importance	Paramètres	Facteur d'importance	Paramètres	Facteur d'importance
$\sigma 5$	1,0000	K5	1,0000	$\sigma 1$	1,0000
$\alpha 2$	0,2969	$\alpha 5$	0,0000	ρ	0,1597
$\beta 4$	0,2734	$\alpha 6$	0,0000	KL	0,0633
$\sigma 2$	0,1739	$\alpha 3$	0,0000	K_P	0,0609
ρ	0,0208	$\alpha 4$	0,0000	K_N	0,0178
K_P	0,0083	$\alpha 1$	0,0000	μmax	0,0046
KL	0,0077	$\alpha 2$	0,0000	$\beta 4$	0,0008
K_N	0,0026	μmax	0,0000	$\beta 3$	0,0004
$\sigma 1$	0,0021	ρ	0,0000	$\lambda 0$	0,0004
μmax	0,0006	K_N	0,0000	$\lambda 1$	0,0002
$\alpha 0$	0,0002	K_P	0,0000	$\beta 2$	0,0002
$\lambda 1$	0,0001	$\lambda 1$	0,0000	$\lambda 2$	0,0002
$\beta 3$	0,0001	$\lambda 2$	0,0000	$\sigma 5$	0,0002
$\lambda 2$	0,0001	KL	0,0000	$\sigma 2$	0,0001
$\lambda 0$	0,0001	PN	0,0000	$\beta 1$	0,0001
$\alpha 1$	0,0001	K1	0,0000	$\sigma 4$	0,0001
$\alpha 5$	0,0001	K3	0,0000	$\alpha 2$	0,0000
$\alpha 6$	0,0001	K4	0,0000	$\sigma 3$	0,0000
$\alpha 3$	0,0001	K2	0,0000	$\alpha 1$	0,0000
$\alpha 4$	0,0001	$\beta 3$	0,0000	PN	0,0000
PN	0,0001	$\sigma 4$	0,0000	$\alpha 5$	0,0000
K1	0,0001	$\beta 1$	0,0000	$\alpha 6$	0,0000
K3	0,0001	$\sigma 3$	0,0000	$\alpha 3$	0,0000
K4	0,0001	$\beta 2$	0,0000	$\alpha 4$	0,0000
K2	0,0001	$\beta 4$	0,0000	K1	0,0000
K5	0,0001	$\sigma 5$	0,0000	K3	0,0000
$\beta 2$	0,0000	$\sigma 2$	0,0000	K4	0,0000
$\sigma 4$	0,0000	$\alpha 0$	0,0000	K2	0,0000
$\sigma 3$	0,0000	$\sigma 1$	0,0000	K5	0,0000
$\beta 1$	0,0000	$\lambda 0$	0,0000	$\alpha 0$	0,0000

4.2. Comparaison entre les méthodes AGS et ACP

Les deux méthodes ont comme point de départ la génération d'un vecteur aléatoire de paramètres $\{\mathbf{x}\}$ où $\{\mathbf{x}\} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, x_i est un paramètre du modèle utilisé et n est le nombre total de paramètres de ce modèle.

La méthode ACP a demandé 20 000 simulations suivies de l'ajustement des coefficients de régression multiple. L'importance d'un paramètre est en outre basée sur l'importance de ce coefficient. La méthode AGS requiert la sélection d'un vecteur aléatoire $\{\mathbf{x}\}$, suivie de déplacements Δx_i où chaque nouveau vecteur ainsi créé est suivi de l'exécution du modèle, pour ensuite estimer les différents coefficients de sensibilité. Ce processus est répété r fois, ce qui permet l'estimation des coefficients moyens de sensibilité. Finalement, l'importance d'un paramètre est basée sur la grandeur de ce coefficient moyen de sensibilité. Toutefois, cette dernière méthode a requis 7 750 simulations, comparativement à 20 000, soit une économie 61,25 % en temps de calcul.

L'identification des paramètres influents sur les variables simulées du modèle QUAL2E s'est faite à l'aide des méthodes d'analyse globale de la sensibilité (AGS) et d'analyse de corrélation partielle (ACP). Les résultats obtenus à l'aide de ces méthodes figurent aux tableaux H.1 à H13 (voir de la page 167 à la page 180). Chaque tableau de cette annexe montre, pour chaque variable simulée (variable dépendante), les informations suivantes. Pour la méthode ACP, le nom de la variable indépendante (paramètre), le coefficient de régression standardisé et le coefficient de corrélation semi-partiel au carré par ordre décroissant d'importance, alors que pour la méthode AGS, l'on retrouve le nom du paramètre, et par ordre décroissant d'importance, la moyenne et l'écart-type calculés sur l'ensemble des logarithmes naturels des coefficients de sensibilité.

Ainsi, pour la méthode ACP, plus le coefficient de régression standardisé ou le coefficient de corrélation semi-partiel est élevé, alors plus le paramètre qui lui est associé est influent envers une variable simulée ou prédite.

De même, pour la méthode AGS, plus la moyenne est élevée (-1,0 étant plus grand que -15,0), plus le paramètre est estimé comme important, alors que plus l'écart-type est élevé, plus l'on est en présence d'une variable simulée non linéaire et / ou d'interactions entre différents paramètres. Toutefois, cette information est peu utile parce qu'elle n'indique pas quels paramètres interagissent entre eux.

Finalement, en analysant les données de ces tableaux, l'on note que l'estimation de l'importance relative d'un paramètre envers une variable simulée (variable dépendante), faite à l'aide de ces deux méthodes, diffère.

4.3. Discussion

La méthode d'analyse globale de sensibilité est basée sur la moyenne des coefficients de sensibilité, lesquels sont estimés à divers points dans l'espace paramétrique. Cependant, comme l'estimation du coefficient de sensibilité est basée sur un développement en série de Taylor (voir l'équation 4 et la figure 2.2, à la page 28), un déplacement trop grand engendrerait une erreur de troncation, alors qu'un déplacement trop petit pourrait produire des erreurs numériques. Ainsi, une grandeur de déplacement équivalant à un pour cent de l'étendue du paramètre (voir tableau B.4, à la page 127) a été proposée et utilisée. Toutefois, lors des premiers essais, la présence d'erreurs numériques a été détectée au niveau de l'estimation des sensibilités, plus particulièrement pour les variables simulées affichant de faibles valeurs. Pour contourner ce problème, le code du modèle QUAL2E a été modifié afin d'obtenir des variables simulées avec une précision à huit chiffres après le point, comparativement à deux chiffres après le point initialement.

Par la suite, différents essais ont été réalisés avec des nombres de répliques (r) de 5, 10, 20, 30, 40, 60, 100, 250, 500. Les résultats de ces essais pour les coliformes fécaux, le phosphore dissous, l'azote ammoniacal, l'oxygène dissous ainsi que la demande biochimique en oxygène, en divers points de la rivière Chaudière, sont présentés à l'annexe C (voir de la page 132 à la page 140).

Ce nombre r a été difficile à choisir. S'il est trop petit, une estimation médiocre du coefficient moyen de sensibilité est obtenue alors qu'un r trop grand produirait un temps de calcul prohibitif. Ainsi, sur la base des résultats pour cinq variables simulées précédemment mentionnées, un nombre de 250 répliques a été retenu parce que les coefficients moyens de sensibilité estimés à l'aide de cette population (250 points) donnent des coefficients moyens bien définis tout en affichant la variance la plus faible comparativement aux estimations faites à partir d'autres populations.

Ce nombre de 250 est d'ailleurs bien supérieur à ce qui se retrouve dans la littérature. Morris [1991] et Saltelli *et al.*[2000] suggèrent que r soit de l'ordre du nombre total de paramètres du modèle. Dans le cas de QUAL2E, ce modèle possède trente coefficients de réaction. Par conséquent, trente répliques devraient être suffisantes. De plus, pour obtenir de meilleures évaluations des coefficients moyens de sensibilité, l'échantillonnage aléatoire simple a été remplacé par un échantillonnage stratifié de l'espace paramétrique. Néanmoins, le gain obtenu à l'aide de l'échantillonnage stratifié n'a pu être évalué parce que l'échantillonnage aléatoire simple n'a pas été utilisé.

De plus, malgré cette modification (échantillonnage stratifié) et le nombre élevé de répliques, l'on observe que la variance sur les coliformes fécaux (voir la figure C.2, à la page 132) augmente d'amont en aval et que celle-ci est plus variable en fonction du nombre de répliques, à partir de 50 km en amont de l'embouchure de la rivière Chaudière. L'augmentation de la concentration en coliformes fécaux (variance proportionnelle à la concentration), l'augmentation du débit ainsi que la méthode de discrétisation (schéma explicite, propagation de l'erreur de l'amont vers l'aval) ont été avancées comme causes possibles du comportement de la variance. Néanmoins, il n'a pas été possible d'identifier la cause la plus probable de la variabilité de la variance (coliformes fécaux) en fonction du nombre de répliques entre l'embouchure et 50 km en amont de celle-ci. De plus, il a été observé la même tendance pour toutes les autres variables, c.-à-d., une augmentation de la variance sur les coefficients moyens de sensibilité de l'amont vers l'aval.

L'importance ou l'influence de chacun des trente paramètres du modèle QUAL2E sur l'ensemble des treize variables simulées par ce modèle a été évaluée au tronçon 950, au moyen des méthodes AGS et ACP. Les tableaux H.1 à H.13 (voir les pages 167 à 180) présentent, d'abord pour la méthode ACP, puis pour la méthode AGS, l'importance relative des paramètres par ordre décroissant. La relation entre les différentes variables simulées est exposée à la figure B.1 (voir à la page 121).

Ainsi, la méthode ACP (voir le tableau H.13, à la page 179) estime que la déposition algale $\sigma 1$ est le seul paramètre influençant la simulation de la biomasse algale alors que la méthode AGS propose que le taux de respiration algale ρ, quoique 6 fois moins important que $\sigma 1$, a quand même un impact sur cette variable simulée. À noter que le taux de croissance du phytoplancton μ_{max} n'a pas été identifié comme ayant un impact significatif sur la biomasse algale au moyen de l'une ou de l'autre méthode.

Le taux de mortalité de coliformes fécaux k5 a été identifié, à l'aide des deux méthodes, comme étant le seul paramètre important dans la simulation du nombre de coliformes fécaux / 100 mL (voir le tableau H.12, à la page 178). Ce résultat n'est toutefois pas surprenant parce que cette cinétique est reconnue comme étant indépendante de toutes les autres cinétiques de réaction.

Les résultats pour le phosphore organique, le phosphore dissous ainsi que le phosphore total sont divulgués respectivement aux tableaux H.9, H.10 et H.11 (voir les pages 175 à 177). Les paramètres $\beta 4$ et $\sigma 5$ ont été estimés importants pour le phosphore organique, à l'aide de la méthode ACP, alors qu'avec l'autre méthode, en plus de ces deux paramètres, le paramètre $\alpha 2$, la fraction de phosphore dans la biomasse algale, a aussi été retenu. La simulation du phosphore dissous demande, selon la méthode ACP, l'ajustement des paramètres $\beta 4$, $\sigma 5$, $\sigma 2$, $\alpha 0$ et k2 alors que suivant la méthode AGS, les paramètres $\beta 4$, $\sigma 5$, $\sigma 2$, et $\alpha 2$ demandent une attention particulière. Il est logique de croire que la vitesse de transformation du phosphore organique en phosphore inorganique $\beta 4$, ou le taux de déposition du phosphore organique $\sigma 5$, ou la vitesse de production du phosphore inorganique à partir du benthos $\sigma 2$, ou la teneur en phosphore dans la biomasse algale $\alpha 2$ ait un impact sur la simulation du phosphore dissous. Néanmoins, il est difficile de comprendre comment le taux de réaération atmosphérique influencera cette variable simulée. L'on observe ici une des limitations de la méthode ACP, à savoir, qu'avec cette méthode, l'on obtient des relations significatives sans pourtant qu'il y ait une relation causale (erreur de type I).

Finalement, pour le phosphore total, lequel est fortement corrélé avec le phosphore dissous (forme de phosphore la plus présente dans les cours d'eau), les paramètres $\sigma 5$, $\beta 4$, $\sigma 2$ et $\alpha 0$ ont été reconnus comme importants avec la méthode ACP alors qu'avec la méthode AGS, les paramètres $\sigma 5$, $\alpha 2$, $\beta 4$ et $\sigma 2$ ont été identifiés comme influents. Ce dernier résultat est très intéressant. Le phosphore total semble contrôlé par la disponibilité du phosphore organique d'abord puis par celle du phosphore inorganique par la suite.

La vitesse de transformation de l'azote organique en azote ammoniacal $\beta 3$ ainsi que le taux de déposition de l'azote organique $\sigma 4$ semblent les paramètres influant sur la simulation de l'azote organique selon la méthode ACP alors qu'avec la méthode AGS, l'ordre de ces paramètres est inversée. De plus, selon la méthode AGS, la simulation de l'azote ammoniacal semble sensible aux paramètres $\beta 3$, $\beta 1$ et $\sigma 4$ alors qu'avec la méthode ACP, cette variable simulée s'avère sensible aux paramètres $\beta 3$, $\beta 1$, $\sigma 4$, $\sigma 3$, kL, k3, $\sigma 1$, k5 et k4. De même l'on remarque que les paramètres $\sigma 3$, kL, k3, $\sigma 1$, et k5 (méthode ACP) ont pratiquement la même valeur de coefficient de corrélation semi-partielle au carré. Ce dernier correspond au pourcentage duquel serait réduit le coefficient de corrélation multiple R^2 si la variable i était exclue.

Il est cependant difficile de croire que le taux de mortalité des coliformes fécaux k5, le taux de déposition algale $\sigma 1$, la vitesse de perte de la DBO_5 par sédimentation k3, ainsi que le coefficient de saturation lumineuse K_L puissent avoir un impact similaire sur la simulation de l'azote ammoniacal à celui de la vitesse de formation de l'azote ammoniacal à partir du benthos $\sigma 3$. Encore une fois, la méthode ACP commet une erreur de type I en déclarant faussement que des paramètres ont un impact sur une variable simulée alors que ce n'est pas le cas. La simulation de l'azote nitrite requiert l'ajustement fin des paramètres $\beta 2$, $\beta 3$, $\beta 1$ et $\sigma 4$ selon les méthodes AGS et ACP. De plus, la méthode ACP propose d'ajuster finement, dans l'ordre suivant, les paramètres $\beta 2$, $\beta 3$, $\beta 1$ et $\sigma 4$ pour la simulation de l'azote nitrate alors que le paramètre $\sigma 4$ n'a pas été retenu par l'autre méthode.

La disponibilité de l'azote organique est essentielle pour permettre de transformer celui-ci en azote ammoniacal, lequel, à son tour, sera transformé éventuellement en azote nitrite. Ce dernier s'oxydera rapidement pour finir sous la forme d'azote nitrate qui est la forme préférée par les plantes. Ainsi, en émettant l'hypothèse que la quantité d'azote organique est suffisante malgré son taux de déposition $\sigma 4$, il est peu probable que ce dernier ait un impact sur la production ou la simulation de l'azote nitrate.

Ensuite, les deux méthodes suggèrent que l'ajustement des paramètres k1 et k3 était essentiel pour la simulation de la demande biochimique en oxygène (DBO_5).

Finalement, la méthode ACP dit que les paramètres k2, $\alpha 0$, $\sigma 4$, $\lambda 0$, $\lambda 2$, $\beta 1$, k4 et ρ pourraient influencer la simulation de l'oxygène dissous alors que les paramètres k2, k4, k1, $\beta 3$ et k3 influenceraient la simulation de la déficience en oxygène dissous. La méthode AGS propose que les paramètres k4, $\alpha 5$, k2, k3, $\alpha 6$, k1 et $\beta 3$ agiraient à la fois sur la simulation de l'oxygène dissous et de la déficience en oxygène dissous.

Il est peu probable que les paramètres $\alpha 0$, $\sigma 4$, $\lambda 0$, et $\lambda 2$ aient un impact significatif sur la simulation de l'oxygène dissous. De même, à l'aide de l'autre méthode, il est peu plausible que le taux de transformation de l'azote organique en azote ammoniacal $\beta 3$ ait un effet sur la disponibilité de l'oxygène dissous. Néanmoins, les six premiers paramètres identifiés comme importants par la méthode AGS dans la simulation de l'oxygène dissous sont tous reliés directement au compartiment « oxygène dissous » (voir la figure B.1, à la page 121).

<u>L'analyse de corrélation partielle a des limitations bien connues</u>. Entre autres, même si l'analyse de régression révèle une corrélation plus ou moins forte entre une variable dépendante et indépendante, cela ne veut pas dire que la relation en est une de cause à effet (relation causale). De même, une relation apparemment importante entre des variables peut provenir de bien des sources, incluant l'influence d'autres variables.

Une autre cause possible pour expliquer une corrélation plus ou moins importante entre une variable dépendante et indépendante peut être un nombre trop grand de simulations. Effectivement, lorsque le nombre de cas (simulations) devient trop grand, presque toutes les corrélations multiples vont s'éloigner significativement de zéro, déclarant faussement ainsi qu'il y a une « corrélation ou relation significative » entre une variable dépendante et une indépendante, alors que ce n'est pas le cas.

Sur la base de ces constatations, la méthode d'analyse globale de sensibilité s'est révélée plus efficace que la méthode ACP, pour identifier les paramètres essentiels à la simulation des différentes variables simulées par un modèle non linéaire comme le modèle QUAL2E. Plusieurs erreurs de type I ont été observées avec la méthode ACP. De plus, la méthode AGS a demandé moins de temps de calcul, soit 7 750 simulations comparativement à 20 000 pour l'autre méthode.

La méthode d'analyse globale de sensibilité (AGS) constitue donc une méthode de choix pour l'identification des paramètres sensibles ou influents envers la ou les variable(s) simulée(s) d'un modèle.

Toutefois, dans le cadre de ces travaux de recherche, il aurait été fort intéressant d'appliquer l'échantillonnage aléatoire simple afin de comparer l'approche originale de Morris avec celle qui a été utilisée. De même, l'impact du nombre de répliques sur l'identification des paramètres sensibles n'a pas été évalué. Ce dernier point n'est d'ailleurs pas discuté dans la littérature [Morris, 1991; Saltelli *et al.*, 2000; Vandenberghe *et al.*, 2001 ; Griensven *et al.*, 2002]

5.0 ANALYSE D'INCERTITUDE

Trois méthodes d'analyse d'incertitude, MC (Monte Carlo), MVFOSM (*Mean Value First Order Second Moment*) et MVSOUA (*Mean Value Second Order Uncertainty Analysis*) ont été utilisées afin d'estimer l'erreur commise sur treize variables simulées du modèle QUAL2E suite à des erreurs induites sur les coefficients de réaction à l'entrée du modèle. Ces dernières ont été proposées sous la forme d'écart-type correspondant à des pourcentages de 10, 25, 50 et 100 % de l'écart-type maximal permis (voir le tableau B.5, à la page 128) pour une distribution uniforme parce que les incertitudes réelles sur ces coefficients ne sont pas connues.

Toutefois, comme les erreurs imposées à l'entrée du modèle (erreur sur les coefficients de réaction) sont fictives, vous retrouverez à ce chapitre plutôt une critique de trois méthodes d'analyse d'incertitude dans le but de guider le lecteur dans la sélection d'une d'entre elles pour évaluer l'incertitude sur ces résultats de simulation. De plus, il est important de noter que dans le cadre des simulations Monte Carlo, les distributions normales, dont l'écart-type est maximal, ont été tronquées pour obtenir seulement les paramètres dont la probabilité de dépassement est supérieure à 0,042, afin d'empêcher l'arrêt du modèle. Par conséquent, les erreurs maximales introduites (CV = 100 %) à l'entrée du modèle, lors des simulations Monte Carlo sont en réalité inférieures à celles utilisées avec les deux autres méthodes d'analyse d'incertitude (*MVFOSM* et *MVSOUA*).

Le même réseau hydrographique simplifié ainsi que les mêmes conditions d'étiage estival et de pollution ponctuelle que ceux employés pour l'analyse de corrélation partielle ont servi pour effectuer l'analyse d'incertitude. De plus, les calculs d'incertitude sur les treize variables simulées du modèle QUAL2E ont été réalisés en treize points[2] du réseau hydrographique simplifié.

---

[2] Tronçons sélectionnés lors de l'analyse globale de sensibilité (voir tableau C.1, à la page 143)

5.1. Résultats

La première méthode qui a été employée dans le cadre de l'analyse d'incertitude est la méthode de Monte Carlo (MC). Cette méthode est sans aucun doute la meilleure des méthodes disponibles [Beck, 1987] et constitue ce que l'on appelle la méthode de référence ou de comparaison.

Le test de Friedman (voir le tableau E.1, à la page 149) révèle qu'un minimum de 20 000 simulations est nécessaire pour bien définir la fonction de distribution de toutes les variables simulées. Toutefois, 50 000 simulations ont été effectuées pour estimer la fonction de distribution de chacune des treize variables simulées en treize points du réseau hydrographique (voir le tableau C.1, à la page 145). Quatre niveaux différents d'erreur (10, 25, 50 et 100 % de l'erreur maximale pour une distribution uniforme, voir le tableau B.5 à la page 128), à l'entrée du modèle, ont été utilisés. **Cependant, seulement les résultats pour le niveau de 25 % de l'erreur maximal sont exposés aux tableaux de l'annexe I.**

Les tableaux I.1 à I.13 (voir les pages 181 à 194) présentent, pour chaque variable simulée, à la première colonne, le numéro du tronçon où le calcul d'incertitude a été effectué, à la quatrième colonne, la moyenne et l'écart-type (voir l'équation 20, à la page 45) de la fonction de distribution en considérant celle-ci normale, et ce pour chacun des treize tronçons. De plus, comme le test de Kolmogorov-Smirnov (voir le tableau E.2, à la page 150) prouve que la majorité des distributions sont lognormalement distribuées, les deux premiers moments statistiques pour une distribution lognormale ont été calculés au moyen des équations 57, 58 (voir à la page 67) et des caractéristiques de la distribution normale. Ainsi, la moyenne et l'écart-type de la distribution lognormale figurent à la septième colonne. La seconde méthode d'analyse d'incertitude est la méthode MVFOSM. Cette méthode est simple et requiert peu de temps de calcul (~1 minute / simulation, 31 simulations). Ce nombre de simulations est égal au nombre de coefficients de réaction (paramètres) du modèle QUAL2E plus un.

Plus précisément, cette méthode demande l'estimation des dérivées premières par différence finie vers l'avant. Ensuite, les erreurs sont introduites dans l'équation 25 (voir à la page 47) sous la forme d'écart-type $\sigma_{x_i} = \left(x - \bar{x}\right)$.

À titre d'exemple (voir le tableau B.5, à la page 128), pour le paramètre $\alpha 5$, un pourcentage de 25 % donne un écart-type de 0,2165, lequel est égal à l'écart-type maximal multiplié par 25 %. De même, cet écart-type maximal est égal à la valeur maximale permise du paramètre (5,0) moins la moyenne du paramètre (3,5), le tout divisé par $\sqrt{3}$. Ensuite, les sommations sont effectuées pour obtenir la variance d'une variable simulée (voir l'équation 25, à la page 47). « L'espérance mathématique » d'une variable simulée est évaluée au moyen de l'équation 23 (voir à la page 47). Des calculs similaires sont réalisés pour chacun des treize tronçons et variables simulées. Finalement, la fonction de dépassement est élaborée à l'aide de l'équation 26 (voir à la page 47). Les estimations des deux premiers moments statistiques à l'aide de cette méthode, pour l'ensemble des variables simulées, sont présentées aux colonnes deux et cinq (distribution normale et lognormale, c.v. de 25 %) des tableaux I.1 à I.13 (voir les pages 181 à 194).

La dernière méthode (MVSOUA) est la plus compliquée des trois méthodes. Toutefois, elle nécessite moins de temps de calcul que la méthode MC (496 simulations contre 50 000) mais seize fois plus que la méthode MVFOSM. Ce nombre de simulation peut être évalué au moyen de l'équation suivante : $\frac{\left[n \times (n-1)\right]}{2} + (2 \times n) + 1$, où n est le nombre de paramètres du modèle.

L'application de cette méthode requiert l'estimation des dérivées premières, secondes et mixtes ainsi que l'estimation de la fonction simulant une variable de qualité de l'eau g( ), en un point dans l'espace paramétrique $\{\bar{\mathbf{x}}\}$ correspondant à la valeur moyenne de chaque paramètre, g($\bar{\mathbf{x}}$).

Ensuite, la matrice contenant ces diverses dérivées est diagonalisée en une nouvelle matrice (vecteurs propres et valeurs propres), suivie d'un changement de variables, de l'évaluation d'une fonction de transfert (passage d'un espace à variables centrées et réduites à un espace propre et orthogonal), de l'évaluation d'une intégrale, et finalement de l'élaboration de la fonction de dépassement.

Tout comme les deux méthodes précédentes, quatre niveaux d'erreur ont été induits à l'entrée du modèle pour évaluer l'erreur propagée à la sortie du modèle. Les moments statistiques de la fonction de distribution de chaque variable simulée, calculés à l'aide de cette méthode, en divers points de la rivière Chaudière, figurent aux colonnes trois et six des tableaux I.1 à I.13 (voir les pages 181 à 194).

Ainsi, les tableaux de l'annexe I présentent, en treize points choisis du réseau hydrographique simplifié, les deux premiers moments statistiques des distributions normales et lognormales de treize variables simulées, estimés à l'aide des méthodes MVFOSM, MVSOUA et MC.

De même, en partant de l'hypothèse que la méthode MC est la méthode de référence, l'analyse des données des tableaux de l'annexe I révèle que, pour la majorité des treize tronçons, les méthodes MVFOSM et MVSOUA sous-estiment la moyenne pour les variables simulées suivantes : l'oxygène dissous, la demande biochimique en oxygène, l'azote organique, l'azote ammoniacal, l'azote nitrite, les coliformes fécaux et la chlorophylle a. Par contre, ces méthodes surestiment la moyenne dans le cas de la déficience en oxygène, de l'azote nitrate, de l'azote total, du phosphore soluble et du phosphore total. Néanmoins, ces sous-estimations et ces surestimations sont relativement faibles.

Quant à l'erreur (écart-type), celle-ci est systématiquement surestimée avec la méthode MVFOSM alors qu'avec la méthode MVSOUA, celle-ci surestime l'erreur pour l'azote organique et le phosphore organique (deux fois sur treize) et la sous-estime dix fois sur treize.

Pour donner une idée de ces sous-estimations, surestimations ainsi que de l'impact d'une erreur de 25 % de l'erreur maximale à l'entrée du modèle (sur trente coefficients de réaction du modèle QUAL2E), sur les résultats de simulation, le tableau 5.1 exhibe la valeur moyenne des deux premiers moments statistiques évalués à l'aide des trois méthodes, pour la distribution normale, estimée sur l'ensemble des treize tronçons préalablement sélectionnés.

Tableau 5. 1 Moyenne effectuée en treize points du réseau hydrographique, des deux premiers moments statistiques estimés à l'aide des méthodes MVFOSM, MVSOUA et MC (erreur à l'entrée du modèle de 25 % de l'erreur maximale) pour une distribution normale.

Variable simulée	Moyenne			Écart-type		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
OD	7,3087	7,3087	7,3106	0,1896	0,0948	0,1358
DEF	0,9696	0,9696	0,9677	0,1896	0,0949	0,1358
DBO_5	0,1882	0,1882	0,1904	0,0797	0,0416	0,0465
N_{ORG}	0,0496	0,0496	0,0502	0,0202	0,0148	0,0118
$N\text{-}NH_3$	0,0574	0,0574	0,0582	0,0193	0,0137	0,0166
$N\text{-}NO_2$	0,0667	0,0667	0,0675	0,0224	0,0149	0,0179
$N\text{-}NO_3$	1,1075	1,1075	1,1040	0,1320	0,0662	0,0877
N_{TOTAL}	1,2811	1,2811	1,2798	0,1428	0,0709	0,0900
P_{ORG}	0,0049	0,0049	0,0049	0,0020	0,0117	0,0012
$P_{SOLUBLE}$	0,2404	0,2404	0,2399	0,0336	0,0183	0,0280
P_{TOTAL}	0,2453	0,2453	0,2448	0,0336	0,0183	0,0279
C.F.	151	151	154	117	60	92
Chlorophylle a	0,0311	0,0311	0,0334	0,0434	0,0272	0,0392

Une autre façon d'évaluer la justesse de chaque méthode est de comparer les fonctions de dépassement élaborées à l'aide de chacune d'entre elles. Ainsi, des exemples de fonctions lognormales de dépassement ont été sélectionnées aux fins de discussion. Les figures 5.1 à 5.10 (voir les pages 94 à 98) montrent les fonctions de dépassement pour l'oxygène dissous au tronçon 245, avec des erreurs à l'entrée de 10, 25 et 100 % de l'erreur maximale; le phosphore total au tronçon 245 avec des erreurs induites de 10, 50 et 100 %; la demande biochimique en oxygène au tronçon 245 (erreur de 10 et 50 %); et la demande biochimique en oxygène au tronçon 950, pour des erreurs de 10 et 25 %.

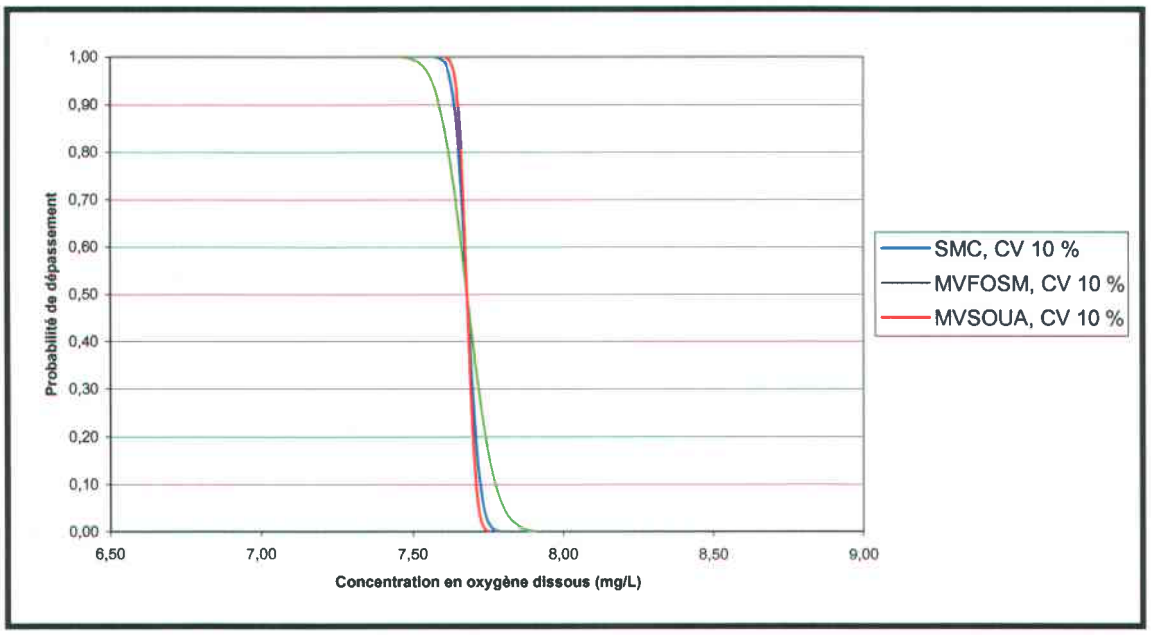

Figure 5.1 Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en oxygène dissous au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 10 %

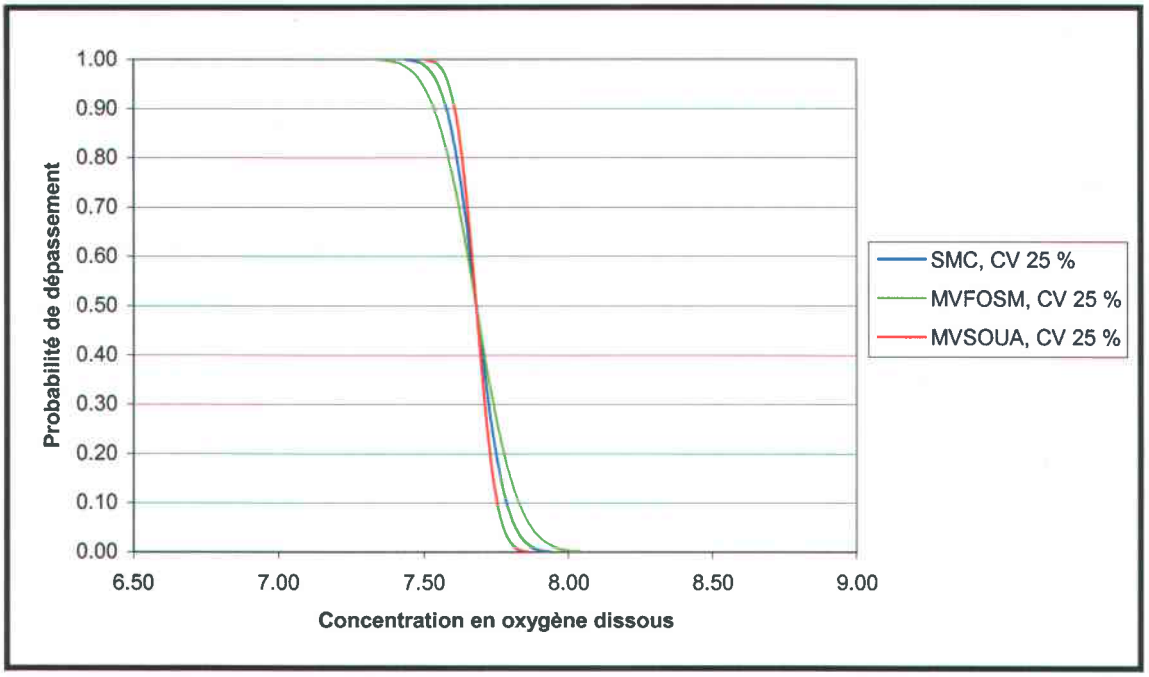

Figure 5.2 Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en oxygène dissous au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 25 %

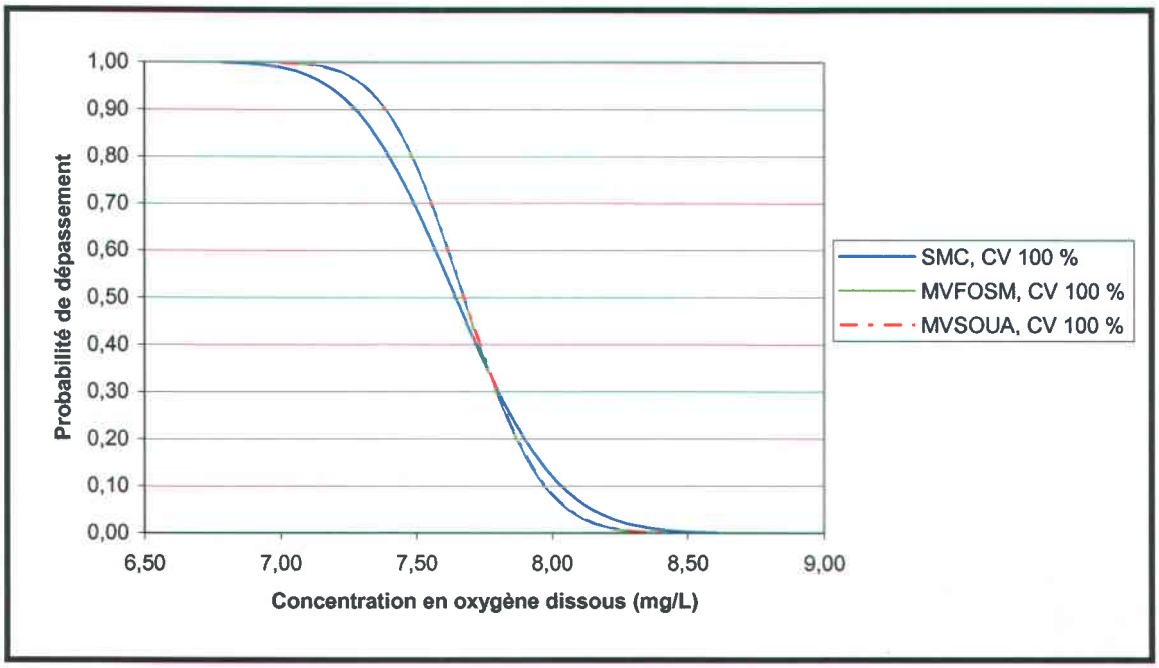

Figure 5.3 **Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en oxygène dissous au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 100 %**

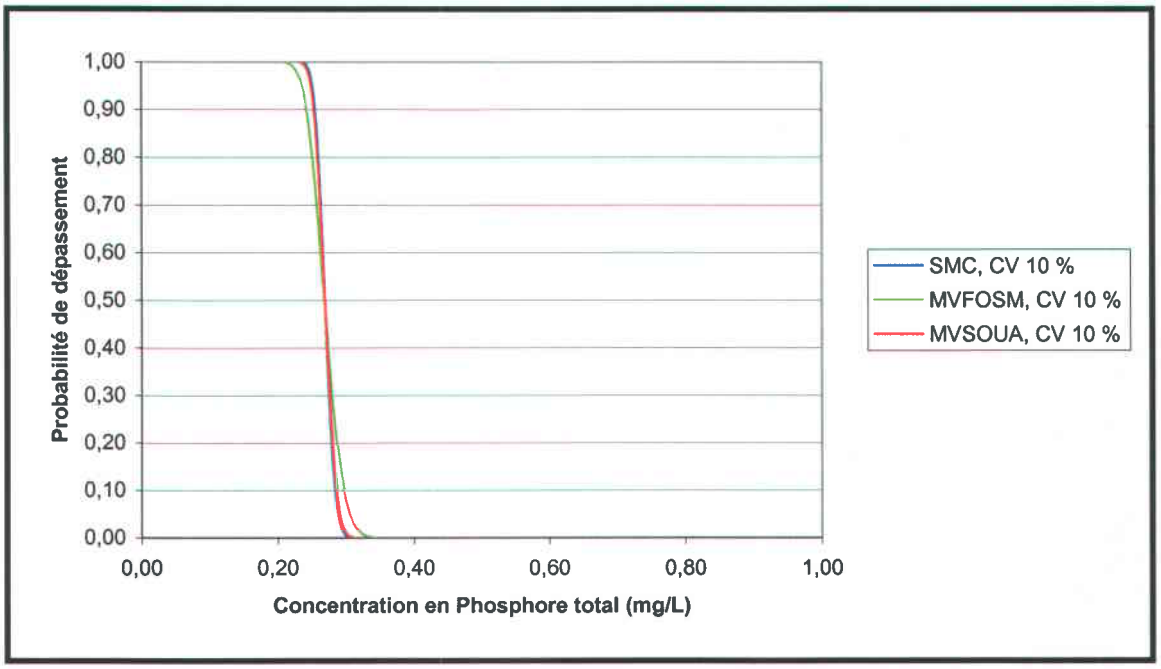

Figure 5.4 **Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en phosphore total au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 10 %**

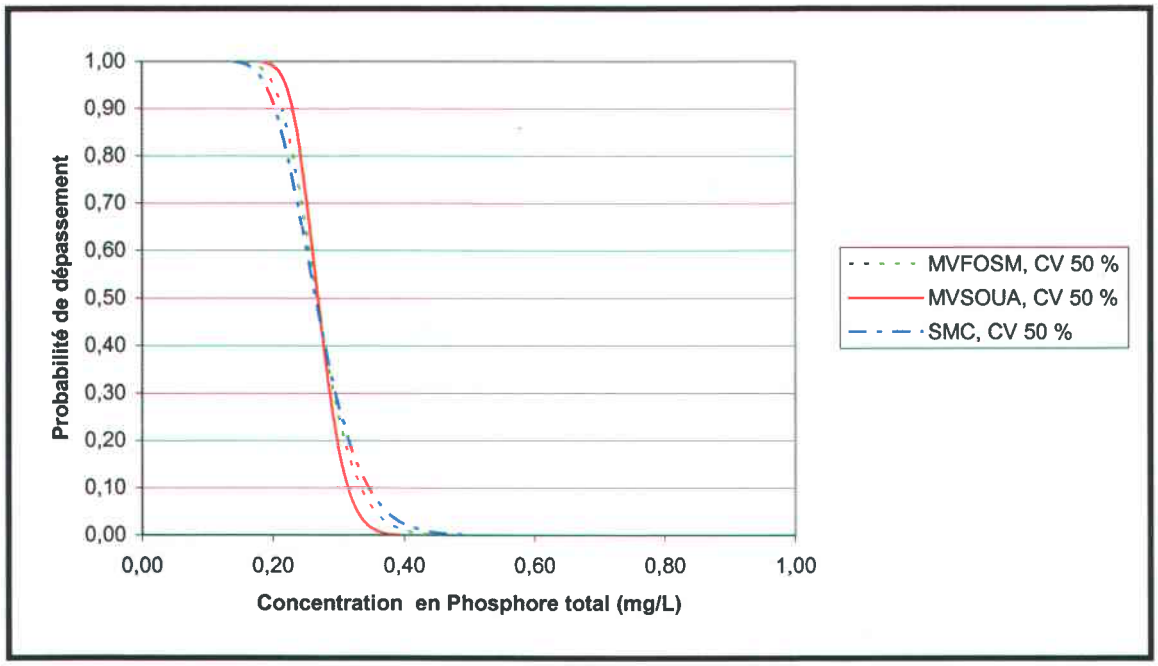

Figure 5.5 **Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en phosphore total au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 50 %**

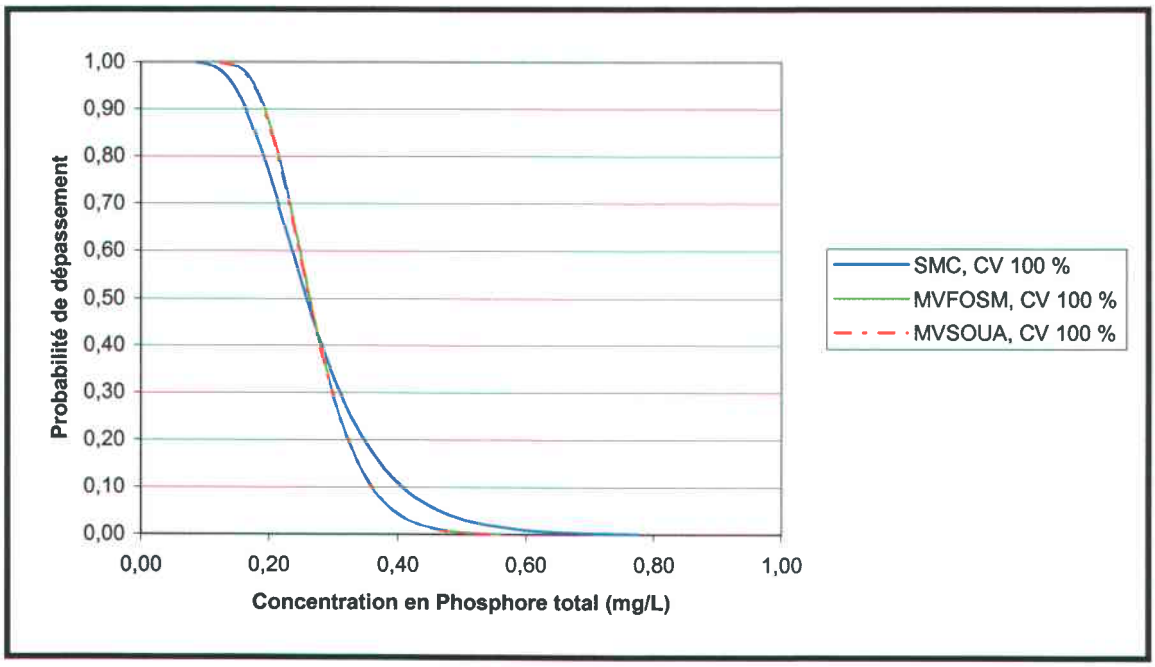

Figure 5.6 **Probabilité de dépassement *en fonction de* la concentration en phosphore total au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 100 %**

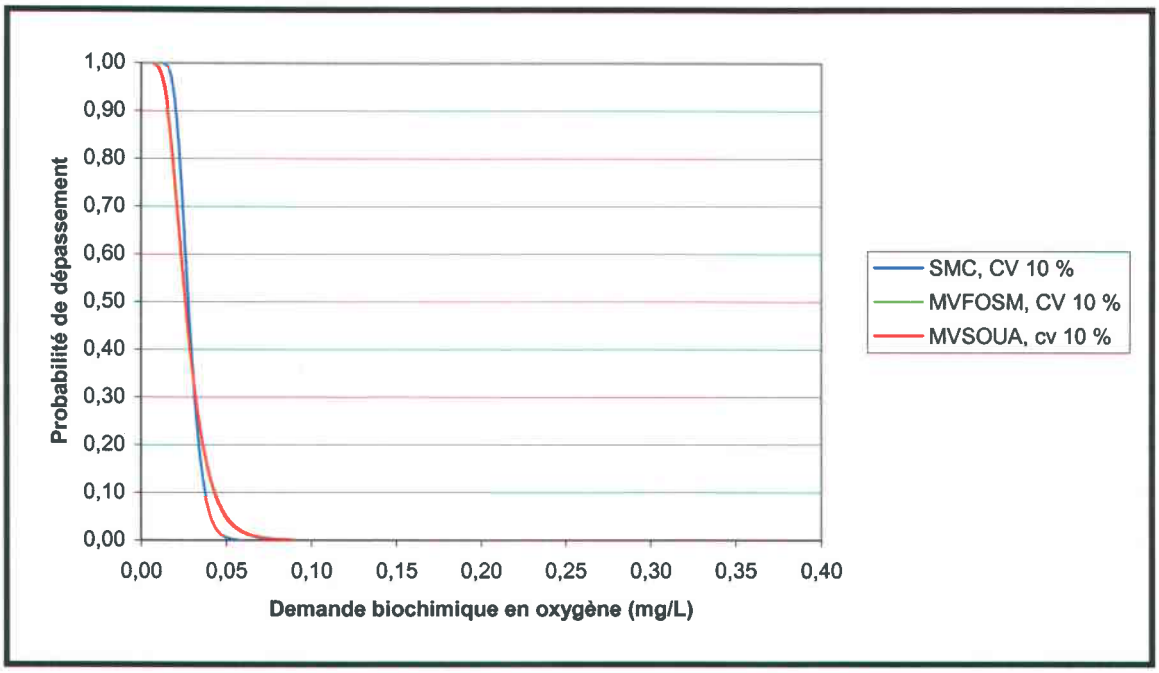

Figure 5.7 **Probabilité de dépassement *en fonction de* la demande biochimique en oxygène au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 10 %**

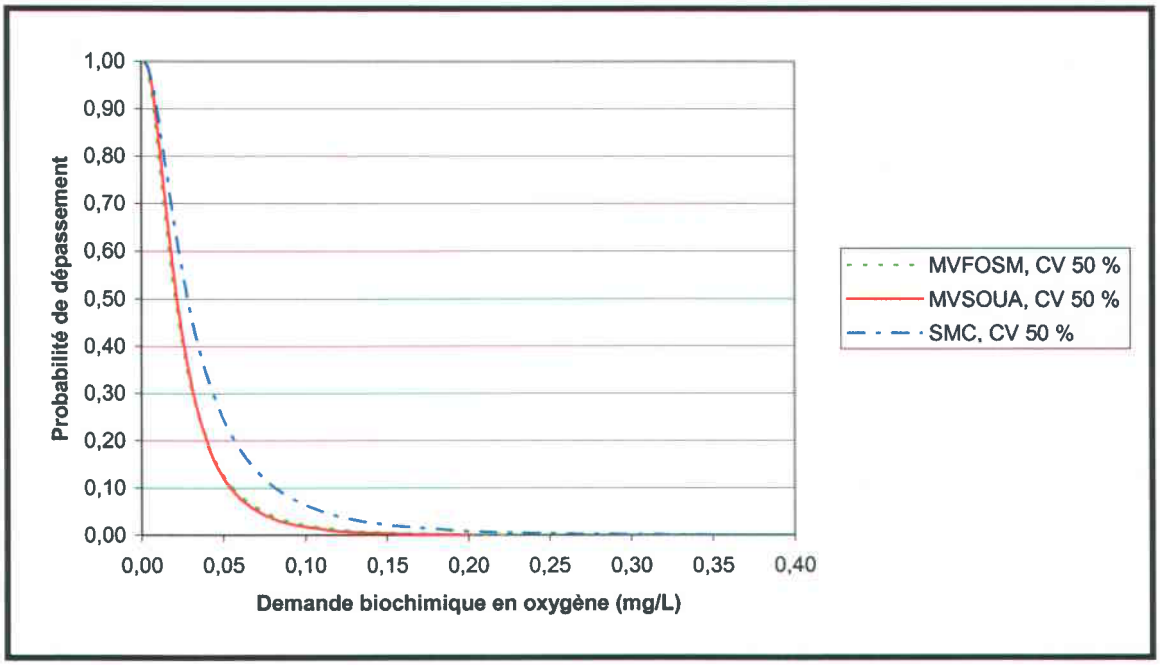

Figure 5.8 **Probabilité de dépassement *en fonction de* la demande biochimique en oxygène au tronçon 245 pour un coefficient de variation de 50 %**

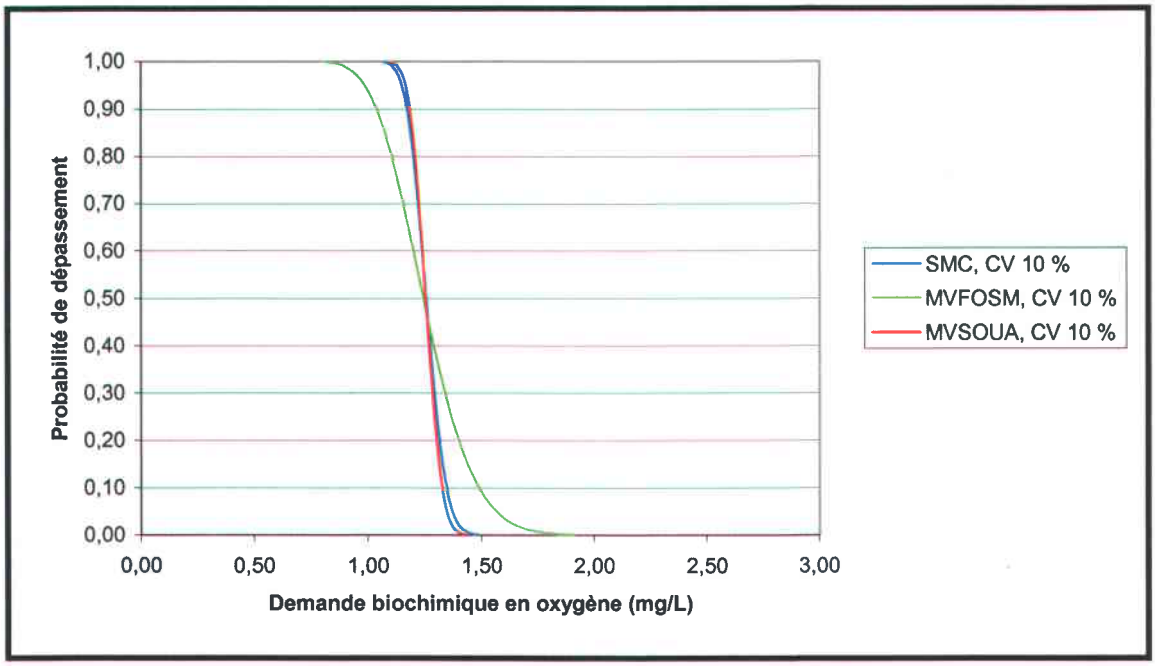

Figure 5.9 **Probabilité de dépassement *en fonction de* la demande biochimique en oxygène au tronçon 950 pour un coefficient de variation de 10 %**

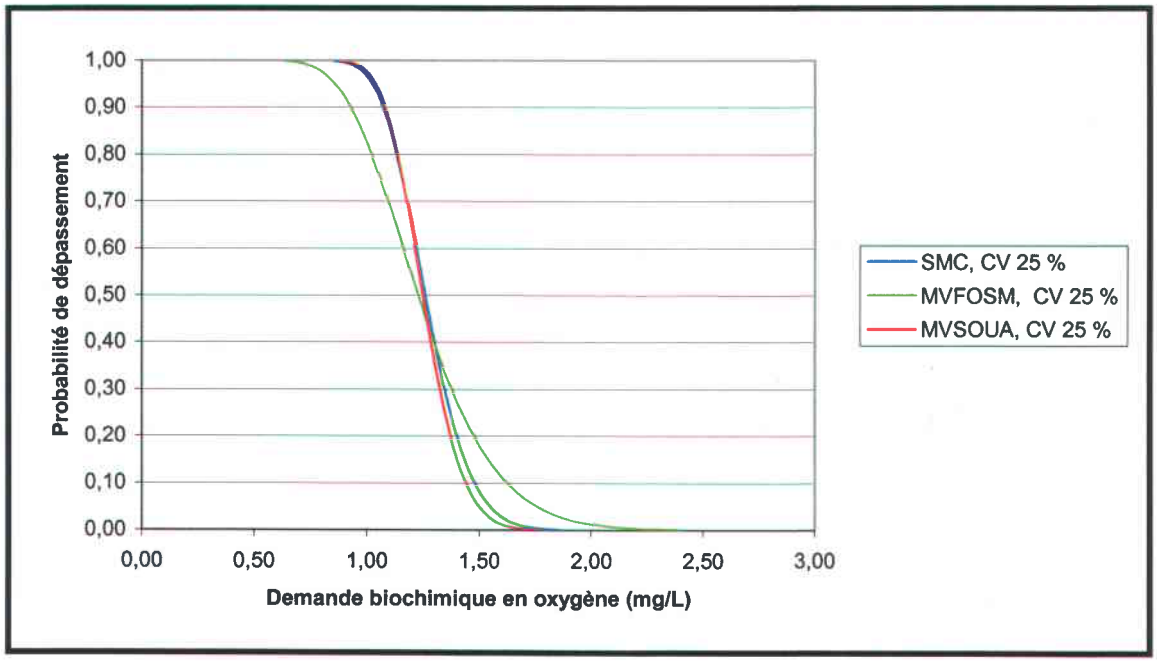

Figure 5.10 **Probabilité de dépassement *en fonction de* la demande biochimique en oxygène au tronçon 950 pour un coefficient de variation de 25 %**

5.2. Discussion

Trois méthodes d'analyse d'incertitude ont été utilisées afin d'estimer l'erreur commise sur treize variables simulées du modèle QUAL2E à la suite de l'introduction d'erreurs sur les coefficients de réaction à l'entrée du modèle. Toutefois, les diverses méthodes d'analyse d'incertitude auraient pu être appliquées à n'importe quel autre intrant du modèle pour étudier la propagation de l'erreur.

Par ordre croissant du temps de calcul, l'on retrouve la méthode MVFOSM, MVSOUA et la méthode MC (~1 minute / simulation, 31, 496, 50 000 minutes). Néanmoins, pour la méthode MVSOUA, il faut aussi considérer le temps de calcul nécessaire à l'estimation de l'intégrale de l'équation 52 (voir à la page 53), laquelle doit être évaluée pour chaque point de la fonction de dépassement, chaque tronçon et chaque variable simulée. Ce temps n'a pas été comptabilisé pour la comparaison des méthodes au niveau du temps de calcul.

Au niveau de la complexité des méthodes, la méthode MC est la plus simple, suivie de la méthode MVFOSM, et finalement la plus sophistiquée est sans aucun doute la méthode MVSOUA. La première méthode requiert la génération de vecteurs aléatoires de paramètres, suivie de l'estimation de la moyenne et de l'écart-type de la distribution des variables simulées. La seconde demande l'estimation des dérivées premières, aux alentours d'un point voisin de l'espérance mathématique de la variable simulée, suivie d'une sommation. La dernière méthode requiert que les fonctions g( ), simulant les variables de qualité de l'eau, soient dérivables jusqu'au second degré (dérivées premières, secondes et mixtes). Autrement, l'on se ramène à une dérivée de premier ordre. Ainsi, il n'est pas toujours garanti que la méthode MVSOUA performera mieux que la méthode MVFOSM. De plus, le calcul des différentes dérivées a été effectué à l'aide d'un chiffrier (Excel). Toutefois, celui-ci n'est pas capable de diagonaliser une matrice en vecteurs propres et valeurs propres, ce qui a nécessité l'utilisation d'un logiciel de calcul symbolique [Mathcad, 2001]. Mathcad a été fort utile pour estimer l'intégrale de l'équation 52 (voir à la page 53).

Le tableau 5.1 (voir la page 93) présente la moyenne des deux premiers moments statistiques effectuée sur treize tronçons, répartis sur la rivière Chaudière, pour treize variables simulées, estimées au moyen des trois méthodes mentionnées précédemment.

Ces résultats donnent en fait une « image moyenne de ce qui se passe sur la rivière Chaudière » en matière de qualité de l'eau, pendant la période d'étiage estival choisie, en considérant uniquement la pollution ponctuelle avec une estimation de l'erreur sur les variables de qualité de l'eau (sorties du modèle).

Ainsi, l'on observe que la moyenne est surestimée, à l'aide des méthodes MVFOSM et MVSOUA dans 38,5 % des cas (cinq variables simulées sur treize), alors que cette moyenne est sous-estimée dans 61,5 % des cas. Néanmoins, les différences observées sont faibles, de l'ordre de 1 %. Une telle observation était prévisible puisque l'espérance mathématique d'une variable simulée $g(\mathbf{x})$, tout particulièrement pour un modèle non linéaire, n'est pas égale à la valeur de la fonction pour un vecteur composé de la valeur moyenne des paramètres $E[g(\mathbf{x})] \neq g(\bar{\mathbf{x}})$. Pour que $g(\bar{\mathbf{x}})$ soit une bonne approximation de $E[g(\mathbf{x})]$, il faut que la troisième expression de l'équation 34 (voir à la page 50) soit faible comparativement à $g(\bar{\mathbf{x}})$, donc que les dérivées secondes et mixtes soient très faibles ou que la covariance entre les différentes variables d'entrée (variance pour des variables non corrélées) soient faibles et que les expressions d'ordre supérieur à deux soient négligeables.

De plus, les écarts-types moyens (racine carrée de la moyenne des variances) estimés à l'aide des trois méthodes sont aussi présentés au tableau 5.1 (voir à la page 93). La méthode MVFOSM surestime l'erreur systématiquement (treize fois sur treize) alors que la méthode MVSOUA la sous-estime onze fois sur treize. De même, en omettant les coliformes fécaux, la sommation des différences absolues entre l'écart-type de la méthode MC et l'écart-type de la méthode MVFOSM, donne un total de 0,2702 alors qu'en comparant la méthode MVSOUA à la méthode MC, l'on obtient une somme de 0,1778.

Ce qui signifie un gain de 34,2 % au niveau de l'estimation de l'erreur de la méthode MVFOSM à la méthode MVSOUA. Une piètre performance pour une méthode seize fois plus exigeante en matière de temps et combien plus compliquée. Une autre approche pour comparer la justesse des méthodes MVFOSM et MVSOUA est l'étude des fonctions de dépassement. Celles-ci sont présentées aux figures 5.1 à 5.10 (voir les pages 94 à 98) pour une erreur de 25 % de l'erreur maximale sur les coefficients de réaction du modèle QUAL2E. Les paramètres de chaque fonction de dépassement (complément de la fonction de distribution) sont présentés aux colonnes cinq à sept des tableaux I.1 à I.13 (voir les pages 181 à 194).

Le premier groupe de figures (voir les figures 5.1, 5.2, et 5.3, aux pages 94 et 95) exhibe la probabilité de dépassement en fonction de la concentration en oxygène dissous, pour des erreurs respectivement de 10, 25, et 100 % de l'erreur maximale. L'étude de ces figures révèle que les étendues (concentration à $p = 0{,}001$ moins la concentration à $p = 0{,}999$) de la concentration en oxygène dissous pour les méthodes MVFOSM, MVSOUA et MC sont respectivement de 0,45, 0,14 et 0,21 pour une erreur de 10 % sur les coefficients de réaction; de 0,70, 0,35 et 0,50 pour une erreur de 25 %; de 1,41, 1,42 et 1,83 pour une erreur de 100 %. De plus, à la figure 5.1, pour la méthode MC, on note des concentrations de 7,58 et 7,78 mg/L pour des probabilités de dépassement respectivement de 1,0 et de 0, ce qui indique qu'il y a de très fortes chances que la vraie valeur de $g(\mathbf{x})$ (une fonction simulant une variable de qualité de l'eau, ex. : l'oxygène dissous) soit plus grande que 7,58 alors qu'il est très peu probable qu'elle soit supérieure à 7,78, et ce pour une erreur de 10 % sur les coefficients de réaction. De même, toujours avec la méthode MC, la probabilité que $g(\mathbf{x})$ soit plus grand ou égal à 7,614 mg/L est de 0,975 alors que la probabilité que $g(\mathbf{x})$ soit plus grand ou égal à 7,745 mg/L est de 0,025. Ainsi, si $P(g(\mathbf{x}) \geq 7{,}614) = 0{,}975$ et $P(g(\mathbf{x}) \geq 7{,}745) = 0{,}025$, alors il y a 95 % des chances que $g(\mathbf{x})$ se situe entre 7,614 et 7,745 puisque $P(7{,}614 \leq g(\mathbf{x}) \leq 7{,}745)$ est égal à $P(g(\mathbf{x}) \geq 7{,}614) - P(g(\mathbf{x}) \geq 7{,}745)$.

Cependant, avec la méthode MVFOSM, l'on observe des différences au niveau de l'étendue de 0,24, 0,20 (10 % et 25 %) par rapport à la méthode de référence, alors qu'avec la méthode MVSOUA, celles-ci sont de 0,07, 0,15. Les fonctions de dépassement estimées à l'aide de la méthode MVSOUA sont donc beaucoup plus près de celles estimées à l'aide de la méthode de référence, comparativement à la méthode MVFOSM pour des erreurs à l'entrée (erreur sur les coefficients de réaction seulement) du modèle de 10 et 25 %.

Ces résultats s'expliquent par le fait que la surface de rupture est mieux approximée à l'aide d'un développement en série de Taylor du second degré (MVSOUA) comparativement à un développement en série de Taylor du premier degré (MVFOSM).

Toutefois, pour une erreur de 100 %, les différences au niveau de l'étendue (0,42, 0,41) sont similaires avec les méthodes MVFOSM et MVSOUA. Ces méthodes d'analyse d'incertitude étant basées sur un développement en série de Taylor sont valables seulement pour de petits accroissements (erreurs à l'entrée du modèle) aux alentours du point d'expansion.

Le second groupe de figures (voir les figures 5.4, 5.5, et 5.6, aux pages 95 et 96) montre la probabilité de dépassement en fonction de la concentration en phosphore total, pour des erreurs respectivement de 10, 50, et 100 % de l'erreur maximale. L'étendue observée à la figure 5.4 pour les méthodes MC, MVSOUA et MVFOSM est de respectivement 0,07, 0,08, et 0,13. De plus, les courbes des méthodes MC et MVSOUA se superposent presque parfaitement. Cet exemple démontre jusqu'à quel point, pour de petites erreurs à l'entrée du modèle, comment la méthode MVSOUA performe bien et donne des résultats similaires à ceux obtenus à l'aide de la méthode MC. De plus, pour une erreur de 50 % à l'entrée du modèle, l'on obtient des étendues de 0,30, 0,21 et 0,36 pour les méthodes MVFOSM, MVSOUA et MC. La méthode MVFOSM semble mieux évaluer la surface de rupture que la méthode MVSOUA, laquelle est pourtant du premier degré comparativement à la méthode MVSOUA qui est du second

degré. La seule explication plausible pour expliquer ces observations est que le plan tangent (approximation du premier ordre) touche la fonction à approximer (surface de rupture) en plus d'un point. Par conséquent, le fait que la méthode MVFOSM estime mieux la surface de rupture que la méthode MVSOUA relève plus de la possibilité d'un cas particulier que de la généralité.

La figure 5.6 montre la fonction de dépassement de la concentration en phosphore total, au tronçon 245, pour une erreur induite de 100 %.

Les méthodes MVFOSM et MVSOUA donnent des résultats similaires, lesquels ne concordent pas du tout avec les probabilités de dépassement estimées à l'aide de la méthode de référence. Tout comme pour l'oxygène dissous, l'on observe qu'en s'éloignant trop loin du point d'expansion, le modèle QUAL2E étant non linéaire, les expressions d'ordre supérieur à l'ordre deux dans un développement en série de Taylor ne sont plus négligeables (voir la figure 2.2, à la page 28).

Le dernier groupe de figures (voir les figures 5.7, 5.8, 5.9 et 5.10 aux pages 97 et 98) expose les fonctions de dépassement de la concentration de la demande biochimique en oxygène pour des erreurs à l'entrée du modèle de 10 et de 50 % au tronçon 245, et de 10 et 25 % au tronçon 950.

Les figures 5.7 (erreur de 10 %) et 5.8 (erreur de 50 %) indiquent que, peu importe le développement en série de Taylor (premier ordre, MVFOSM; second ordre, MVSOUA) utilisé pour approximer la surface de rupture, l'erreur d'estimation (Erreur de troncation, voir la figure 2.2, à la page 28) est importante et non négligeable, et ce pour une petite erreur (10 %) ou pour une plus forte erreur (50 %) induite sur les coefficients de réaction. De plus, toujours pour la même variable simulée (DBO_5) mais pour un tronçon différent (tronçon 950 au lieu du tronçon 245), les figures 5.9 et 5.10 montrent cette fois-ci qu'avec une erreur induite de 10 % ou de 50 %, la méthode MVSOUA approxime mieux la surface de rupture que la méthode MVFOSM.

Les différences observées aux figures 5.7 et 5.9 au niveau de la performance d'approximation de la surface de rupture des méthodes MVFOSM et MVSOUA s'expliquent par l'importance relative des différentes dérivées mises en jeux lors des calculs.

En se basant sur les résultats présentés en annexe C (voir de la page 131 à la page 146), il a été démontré que la sensibilité (dérivée première) était entre autres influencée par la concentration initiale de la variable d'intérêt, au tronçon sous étude (E_0) (voir l'équation 75, à la page 142).

Ainsi, pour une même variable simulée (par exemple, la DBO_5), si en un point A du réseau hydrographique (tronçon 245), la concentration de la DBO_5 est faible (0,03), alors qu'en un point B (tronçon 950) elle est plus forte (1,27), pour une même variation d'un paramètre sensible (Δx_i), la sensibilité au point B sera beaucoup plus forte, alors qu'au point A celle-ci sera faible, voire proche de zéro. Il en sera de même pour les dérivées secondes et mixtes en ce point A.

Par conséquent, dans cette situation, les méthodes basées sur un développement en série de Taylor ne sont pas d'une grande utilité puisque peu importe l'erreur induite, les dérivées de la fonction par rapport aux paramètres importants étant proches de zéro, il sera impossible d'évaluer la variance d'une variable simulée ou celle-ci sera entachée d'une très forte erreur (voir l'équation 25, à la page 47).

Finalement, peu importe les avantages et les inconvénients des différentes méthodes d'incertitude utilisées, il n'en demeure pas moins que malgré l'importance des erreurs induites sur les coefficients de réaction du modèle QUAL2E (25 % de l'erreur maximale pour une distribution uniforme, voir le tableau B.5 à la page 128), les erreurs propagées à travers le modèle et transmises aux variables simulées sont très raisonnables (voir le tableau 5.1, à la page 93), à l'exception des coliformes fécaux et de la chlorophylle a.

6.0 CONCLUSIONS

Une méthode d'analyse globale de sensibilité [Morris, 1991] modifiée (remplacement de l'échantillonnage simple par un échantillonnage stratifié) a été appliquée ainsi qu'une analyse de corrélation partielle (ACP) classique afin de permettre l'identification des paramètres ayant le plus d'influence sur les variables simulées du modèle QUAL2E.

La méthode ACP s'est révélée beaucoup moins efficace que la méthode modifiée parce qu'elle nécessite beaucoup plus de temps de calcul (environ trois fois plus) et déclare faussement que des paramètres ont une influence sur la simulation de certaines variables de qualité de l'eau alors que ce n'est pas le cas.

Toutefois, une difficulté de la méthode d'analyse globale de sensibilité est la sélection du nombre de répliques r ou du nombre de points de départ aléatoire dans l'espace paramétrique. La littérature consultée ne traite d'ailleurs pas de l'impact potentiel de ce nombre de répliques (r) par rapport au nombre total de paramètres d'un modèle sur l'identification des paramètres importants de celui-ci.

Malgré cette difficulté, il n'en demeure pas moins que la méthode d'analyse globale de sensibilité (AGS) s'est avérée très utile pour identifier les paramètres importants afin de mieux cibler les efforts de calage, dans un contexte où les données sont peu disponibles et que les ressources financières sont limitées. Les coefficients de réaction les plus influents du modèle QUAL2E sont d'ailleurs classés par ordre décroissant d'importance envers treize variables simulées, au tableau 6.1 (voir à la page suivante). De plus, il a été noté, dans le cas d'un modèle non linéaire comme QUAL2E, que la sensibilité en un point précis du réseau hydrographique (tronçon) n'est pas uniquement fonction du paramètre modifié et de la grandeur du déplacement réalisé, mais aussi de l'endroit dans l'espace paramétrique où ce déplacement est effectué ainsi que de la valeur de la variable de qualité de l'eau en amont du tronçon où ce calcul est opéré.

Tableau 6. 1 Coefficients de réaction ayant un impact important sur la simulation de treize variables de qualité de l'eau du modèle QUAL2E

Variable simulée	Paramètres	Importance relative	Variable simulée	Paramètres	Importance relative
Oxygène dissous	K4	1,000	Azote nitrite	β2	1,000
	α5	0,209		β3	0,794
	K2	0,192		β1	0,639
	K3	0,160		σ3	0,208
	α6	0,148			
	K1	0,136	Azote nitrate	β2	1,000
	β3	0,115		β3	0,269
	β1	0,082		β1	0,253
Déficience en oxygène dissous	K4	1,000	Azote total	σ4	1,000
	α5	0,209		β3	0,287
	K2	0,192			
	K3	0,160	Phosphore Organique	σ5	1,000
	α6	0,148		β4	0,995
	K1	0,136			
	β3	0,115	Phosphore dissous	β4	1,000
	β1	0,082		σ5	0,333
				σ2	0,183
				α2	0,128
$D.B.O._5$	K3	1,000			
	K1	0,993	Phosphore total	σ5	1,000
				α2	0,297
Azote organique	σ4	1,000		β4	0,273
	β3	0,993			
			Coliformes fécaux	K5	1,000
Azote ammoniacal	β3	1,000			
	β1	0,596	Biomasse algale	σ1	1,000
	σ4	0,416		ρ	0,160

De plus, les résultats démontrent que les maximums de sensibilité n'apparaissent pas au même endroit que les rejets ponctuels, mais un peu plus en aval de ceux-ci. Le déphasage entre la localisation d'un rejet et d'un maximum de sensibilité semble fonction de la vitesse d'écoulement et de la valeur du paramètre utilisé pour calculer cette sensibilité.

De plus, deux méthodes (MVFOSM et MVSOUA) d'analyse d'incertitude ont été employées afin d'estimer les incertitudes (erreurs) sur les résultats de simulation du modèle QUAL2E et comparées à une autre méthode dite de référence (la méthode MC). La connaissance des erreurs dont sont entachés les résultats de simulation est essentielle afin de savoir si les prédictions obtenues sont significatives.

Les données du tableau 5.1 (voir à la page 93) donnent d'ailleurs une assez bonne idée de la performance de chaque méthode d'analyse d'incertitude en matière de justesse pour évaluer la valeur « moyenne » d'un résultat de simulation ainsi que l'erreur dont il est entaché.

Au chapitre du temps de calcul, la méthode de Monte Carlo (MC) est la plus exigeante, suivie des méthodes MVSOUA (*Mean Value Second Order Uncertainty Analysis*) et MVFOSM (*Mean Value First Order Second Moment*), cette dernière étant très rapide.

La méthode MVSOUA s'est montrée supérieure à la méthode MVFOSM pour approximer la surface de rupture. Néanmoins, les deux méthodes éprouvent des difficultés lorsque l'erreur induite est importante ou lorsque les différentes dérivées (première, seconde et mixte) sont trop faibles ou proches de zéro. De plus, la méthode MVSOUA demande que la fonction utilisée pour simuler les différentes variables de qualité g(**x**), soit dérivable jusqu'au second ordre. Par conséquent, lorsque les différentes fonctions g(**x**) utilisées pour simuler les variables de qualité de l'eau ne sont pas différentiables au second degré, cette méthode ne fera pas mieux que la méthode MVFOSM.

De plus, les résultats des différentes analyses d'incertitude démontrent que les erreurs qui pourraient être commises sur les coefficients de réaction du modèle QUAL2E, faute de données de terrain suffisantes, par exemple, se traduiront par des erreurs plus que raisonnables sur les résultats de simulation, à l'exception des coliformes fécaux et de la chlorophylle a (voir le tableau 5.1, à la page 93, pour des erreurs induites de 25 %, voir le tableau B.5 à la page 128).

Finalement, malgré une bonne performance de la méthode MVSOUA pour estimer les probabilités de dépassement ou l'erreur sur un résultat de simulation, il n'en demeure pas moins que la méthode par excellence reste la méthode MC surtout en considérant la puissance de calculs des ordinateurs d'aujourd'hui (année 2004). Par conséquent, Il est recommandé d'utiliser la méthode MVSOUA uniquement si le modèle retenu pour effectuer une étude, nécessite l'ajustement de nombreux paramètres préalablement au fonctionnement de celui-ci et beaucoup de temps de calcul.

De plus, si une idée approximative de l'erreur sur un résultat de simulation est recherchée, la méthode MVFOSM procure des estimations acceptables (toujours surestimées) même en présence d'un modèle non linéaire à la condition que l'erreur sur les intrants soit faible.

De plus, il est fortement recommandé d'utiliser la présente méthode d'analyse globale de sensibilité modifiée préalablement au calage d'un modèle, tout particulièrement dans un contexte multicritère (calage optimal des intrants d'un modèle tout en minimisant les erreurs sur plusieurs variables de sortie à la fois) [Turcotte *et al.*, 2003].

7.0 ANNEXE A : Le bassin versant de la rivière Chaudière, ses rejets ponctuels et son réseau hydrographie simplifié

Le bassin versant de la rivière Chaudière est situé sur la Rive-Sud du fleuve Saint-Laurent, juste au niveau de la ville de Québec, et couvre une superficie de 6 682 km^2. La forêt occupe 64 % de cette superficie, les terres agricoles 33 % alors que les municipalités et les eaux de surface en couvrent 3 %. [Simoneau *et al.*, 1996]. Cette eau de surface est acheminée en grande partie au cours d'eau principal (la rivière Chaudière) ou à l'un de ces affluents (voir le tableau A.1 et la figure A.1, à la page suivante). Ce bassin peut être divisé en trois régions hydrographiques : la Haute-Chaudière, la Moyenne-Chaudière et la Basse-Chaudière. La Basse-Chaudière est essentiellement occupée par des terres agricoles, la Moyenne-Chaudière par des terres agricoles et forestières et, enfin, la Haute-Chaudière est en grande partie couverte de forêts.

La population est d'environ 177 000 habitants. De plus, l'on y dénombre environ 3 000 producteurs agricoles oeuvrant principalement dans le secteur laitier, mais aussi dans l'élevage de bœufs, de porcs et de volailles [Simoneau *et al.*, 1996]. Les terres cultivées représentent environ 218 000 ha (32,5 % du territoire). Les principales cultures sont le fourrage et le grain. Sur le plan industriel, plus de 672 entreprises se trouvent sur ce territoire. Leurs activités vont de la production et la transformation alimentaire à la construction d'ouvrages et de structures métalliques, en passant par les manufactures de textiles, de chaussures, l'exploitation forestière et la fabrication de meubles en bois.

<u>On retrouve donc, sur ce bassin versant, un vaste ensemble d'activités et d'usages du territoire ainsi que de l'eau pouvant affecter la qualité de cette dernière</u>, soit par pollution ponctuelle (rejets municipaux et industriels), soit par pollution diffuse (rejets agricoles). Pour aider à évaluer l'impact des ces divers usages du territoire et activités sur la qualité des eaux de ce bassin, l'on peut utiliser le système GIBSI (voir les pages 13 à 16).

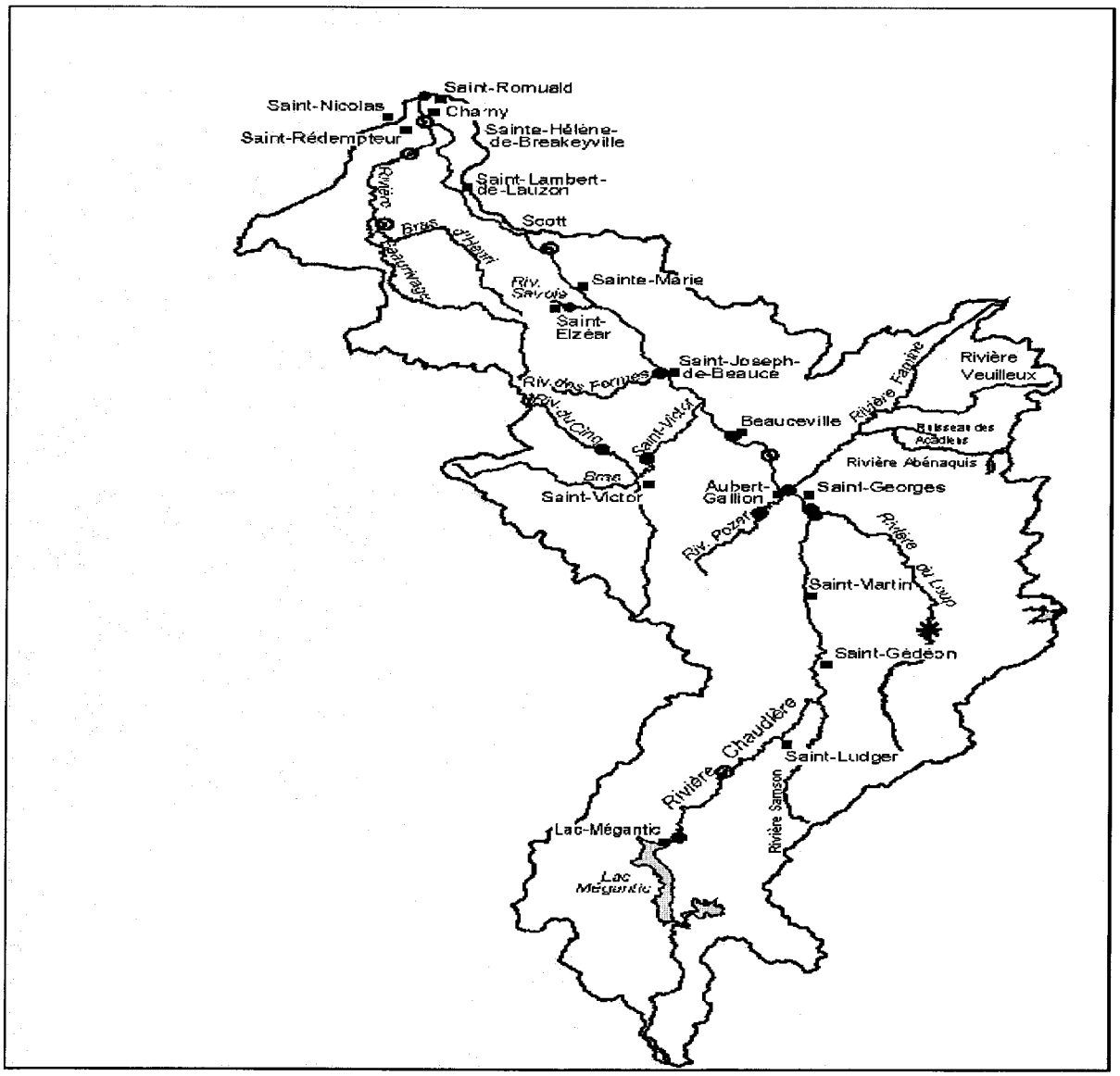

Figure A.1 La rivière Chaudière et ses différents affluents.

Tableau A.1 Liste des différents affluents du bassin versant de la rivière Chaudière

Nom de l'affluent	
Rivière Abénaquis	Rivière Beaurivage
Rivière des Cinq	Rivière des Fermes
Rivière du bras d'Henri	Rivière du bras de Saint-Victor
Rivière du Loup	Rivière Famine
Rivière Podzer	Rivière Samson
Rivière Veilleux	Ruisseau des Acadiens

Toutefois, en considérant la disponibilité des données, seulement la pollution ponctuelle a été simulée. La liste des différents rejets ponctuels est présentée au tableau A.2 (voir les pages 112 et 113) alors que la localisation de chacun d'entre eux se retrouve à la figure A.2.

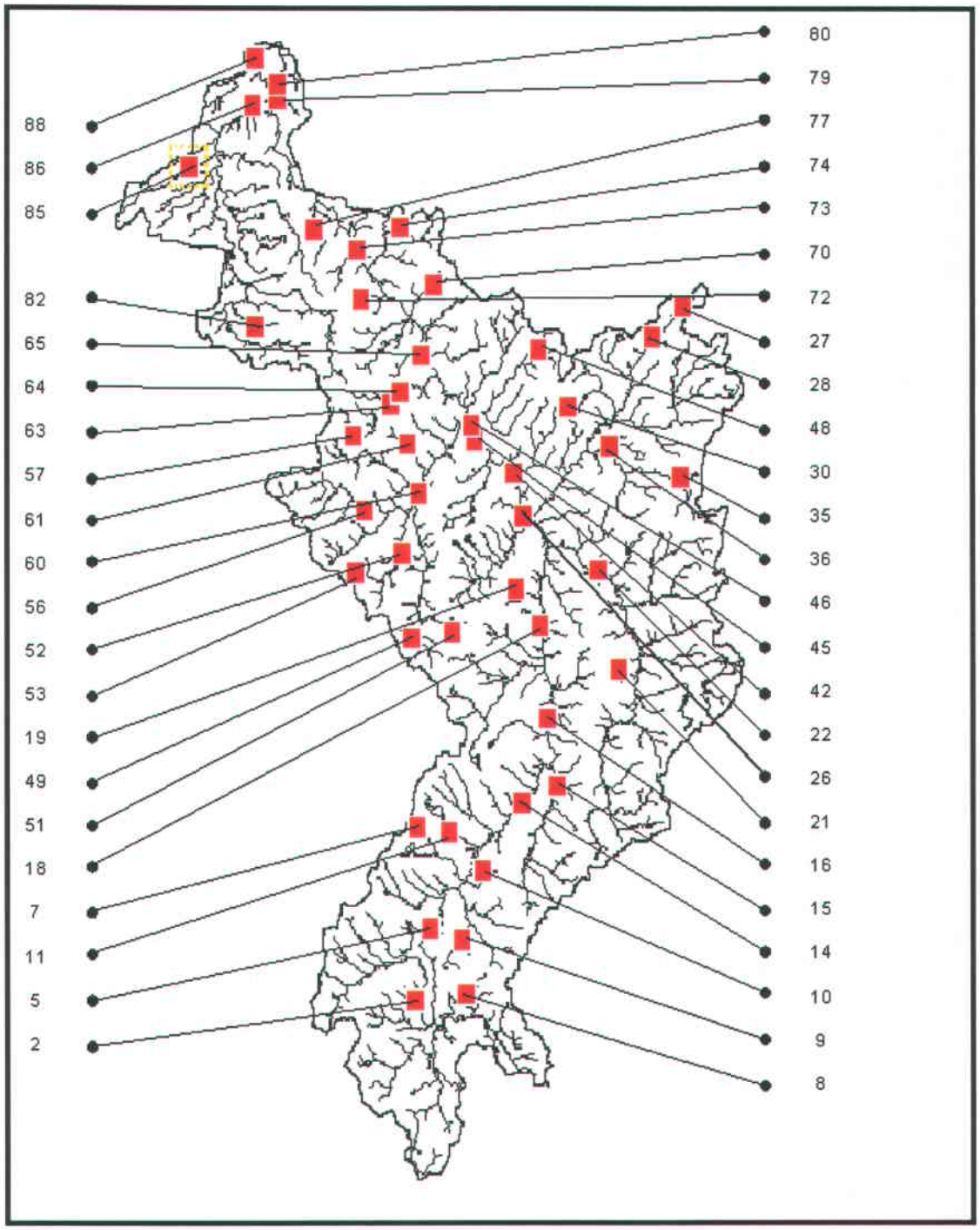

Figure A.2 Localisation des différents rejets sur le bassin versant de la Chaudière

Tableau A.2 Liste des différents rejets sur le bassin versant de la rivière Chaudière

Rejet #	Tronçon	Municipalité	Localisation
2	1097	Piopolis	Se jette dans le lac Mégantic, ne devra pas être considéré
5	953	Lac Mégantic	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 954 et 951.
7	1179	Ste-Cécile-de-Whitton St-Samuel	Tronçon 1179, 1172, 1170, 1169, J904; C903 et C901
8	966	Frontenac (Mercier)	Le tronçon 966 est en contact direct avec le lac aux Araignées
9	938	Frontenac village(rang 3)SD	Tronçon 938, 925, 922, 909, J905; C906 et C903
10	896	Audet	Jonction située sur la rivière Chaudière entre les tronçons 897 et 894
11	1185	Lac Drolet	Près du lac Drolet tronçons 1185, 1182, J893; C892 et C891
14	871	Risborough (et-partie-de-Marlow)	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 873 et 869
15	809	St-Robert-Bellarmin	Jonction située sur la rivière Samson entre les tronçons 810 et 806
16	792	St-Gédéon	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 794 et 790
18	743	St-Martin	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 745 et 740
19	1270	St-Jean-de-La-Lande	Tronçon 1270, J738; C737 et C735
21	704	St-Théophile	Tronçon 704, J607; Du Loup 606 et 604
22	501	St-Côme-de-Kennebec	Située directement sur la Du Loup entre les tronçons 503 et 498
26	282	St-Georges (Aubert-Gallion)	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 283 et 280
27	361	Ste-Justine	Située directement sur la Famine entre les tronçons 362 et 359
28	354	Ste-Germaine-du-Lac-Etchemin	Située directement sur la Famine entre les tronçons 355 et 351
30	302	St-Benjamin	Tronçons 302, 300, 299, 297, J294 entre les tronçons 295 et 292 de la Famine
35	434	Ste-Aurélie	Située directement sur la Rivière des Abénaquis entre les tronçons 435 et 433
36	419	St-Prosper	Située directement sur la Rivière des Abénaquis entre les tronçons 421 et 417
42	252	Notre-Dame-des-Pins	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 256 et 249
45	238	Beauceville	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 240 et 237
46	**206**	**Industrie Lactel**	**Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 237 et 203**
48	223	St-Odilon-de-Cranbourne	223, 221, 219, 217, 214, 212, 211, 210, 207, J205, c206 et c203 , probablement la rivière des Plaines
49	1418	La Guadeloupe	Jonction située sur la rivière du Cinq (Sud) entre les tronçons 1417 et 1415

Rejet #	Tronçon	Municipalité	Localisation
51	1411	Shenley	Tronçons 1411, 1409, J1406 située sur la rivière du Cinq (Sud) entre les tronçons 1407 et 1404
52	1383	St-Ephrem-de-Beauce	J1383 située sur la rivière du Cinq (Sud) entre les tronçons 1382 et 1381
53	1446	St-Méthode-de-Frontenac	Tronçons 1446, 1438, 1434, 1432, 1431, J1383 située sur la rivière du Cinq (Sud) entre les tronçons 1382 et 1381
56	1485	Ste-Chlothilde-de-Beauce	Située directement sur le Bras de Saint-Victor entre les tronçons 1488 et 1483
57	1538	East-Broughton	Située directement sur la rivière du Cinq (Nord) entre les tronçons 1540 et 1535
60	1367	St-Victor	Située directement sur le Bras de Saint-Victor entre les tronçons 1368 et 1365
61	1553	St-Jules	Tronçons 1553, 1552, J1550 sur le Bras de Saint-Victor entre les tronçons 1360 et 1358
63	1575	Tring-Jonction	Située directement sur la rivière des Fermes entre les tronçons 1578 et 1574
64	1571	St-Frédéric	Située directement sur la rivière des Fermes entre les tronçons 1574 et 1570
65	145	St-Joseph-de-Beauce	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 147 et 139
70	113	Sts-Anges	Tronçons 113, 111, 109, J106; C107 et C105
72	1617	St-Elzéar	Tronçons 1617, 1615, 1614, J102; C101 et C99
73	60	Ste-Marie	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 63 et 59
74	78	Ste-Marguerite	Tronçons 78, 75, 72, J70; C71 et C68
77	1636	St-Bernard	Tronçons 1636, 1634, 1632, 1630, J42; C41 et C40
79	**22**	**Industrie Cascades**	**Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 25 et 20**
80	18	Ste-Hélène-de Breakeyville	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 20 et 16
82	1771	St-Sylvestre	Tronçons 1771, 1769, 1767, 1762, J1729 située sur la Beaurivage entre les tronçons 1728 et 1723
85	1822	St-Agapit	Tronçon 1822, J1660 située sur la Beaurivage entre les tronçons 1659 et 1657
86	1642	St-Étienne-de-Lauzon	Située directement sur la Beaurivage entre les tronçons 1644 et 19
87	12	Charny	Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 14 et 3
88	**12**	**Industrie Alex Couture**	**Située directement sur la Chaudière entre les tronçons 14 et 3**
100	**1367**	**Lainage St-Victor**	**Située sur le Bras de Saint-Victor entre les tronçons 1368 et 1365**

NB : Les rejets industriels apparaissent en caractère gras. Ceux-ci ne sont pas considérés lors de nos simulations parce que la caractérisation biochimique de ces rejets n'est pas disponible

De plus, en émettant l'hypothèse que les rejets industriels et municipaux soient quasi constants au cours d'une année, toutes choses étant égales par ailleurs, ceux-ci auront le plus d'impact sur les écosystèmes aquatiques en période d'étiage alors qu'en période de crue, l'effet de dilution vient amoindrir cet impact potentiel. De même, en période d'étiage estival, en l'absence de pluie éclair (pluie à très fort débit et de courte durée), l'effet de la pollution diffuse peut être négligeable comparativement à la pollution ponctuelle. **Par conséquent, la pollution ponctuelle sera simulée en période d'étiage estival.**

La base de données du système GIBSI compte 21 stations hydrométriques réparties sur l'ensemble du bassin versant de la rivière Chaudière, laquelle couvre la période du 27 octobre 1965 au 30 septembre 1995. Une des meilleures façons pour évaluer si l'étiage se fait sentir sur l'ensemble du bassin versant est de mesurer le débit de celui-ci à l'embouchure. La station la plus proche de l'embouchure de la rivière Chaudière est celle située à Saint-Lambert-de-Lévis, dont le numéro d'identification est 02PJ005 dans la base de données de GIBSI, alors qu'au Centre d'Expertise Hydrique du Québec, CEHQ, cette station a l'identifiant 023402. Une étude des débits, à cette station, effectuée par le CEHQ, a permis d'identifier plusieurs périodes d'étiage estival de sept jours consécutifs entre 1980 et 2000. Ces périodes d'étiage ainsi que leur récurrence sont présentées au tableau A.3 (voir à la page 115). Néanmoins, des simulations effectuées avec le système GIBSI, calé au mieux avec les données disponibles, ont identifié un étiage estival de sept jours consécutifs du **14 juillet au 21 juillet 1983** avec un débit moyen de 7.8 m^3/s, soit une sous-estimation de près de 27 % par rapport à l'évaluation du CEHQ à l'aide de l'ensemble des données de débit. <u>Cette période a toutefois été retenue en considérant la disponibilité des données de qualité de l'eau.</u>

Tableau A.3 Étiage estival de sept jours consécutifs à la station 023402 entre 1980 et 2000.

Date du début de l'étiage	Débit m^3 / seconde	Récurrence
1980-09-01	12,17	1,50
1981-07-31	15,74	1,25
1982-07-27	8,49	10,00
1983-07-14	9,90	3,30
1983-08-31	6,47	10,00
1984-09-31	10,13	3,30
1985-08-31	9,07	5,00
1986-06-24	25,82	1,02
1987-09-11	7,79	10,00
1888-06-26	11,52	2,00
1989-07-30	6,49	10,00
1990-08-07	15,82	1,25
1991-08-03	8,99	5,00
1992-08-29	13,05	1,50
1993-07-23	12,36	1,50
1994-09-08	15,13	1,25
1995-09-10	9,94	3,30
1996-09-09	12,60	1,50
1997-08-12	8,230	10,00
1998-08-11	9,90	3,30
1999-09-07	6,86	10,00
2000-08-20	8,47	10,00

Ensuite, GIBSI a été utilisé pour évaluer l'impact des rejets ponctuels (voir le tableau A.2 et la figure A.2, aux pages 111, 112 et 113) **sur la qualité de l'eau de la rivière Chaudière uniquement**. Toutefois, en 1983, quatre usines de traitement des eaux étaient en fonction alors qu'en 1994, 48 usines de traitement des eaux usées étaient opérationnelles.

Les rejets ponctuels caractéristiques de l'année 1994 sont cependant beaucoup plus représentatifs de l'état actuel du bassin versant de la rivière Chaudière. De plus, des rejets ponctuels de 1994, quatre rejets sont industriels et leur caractérisation est confidentielle. Par conséquent, uniquement les rejets municipaux ont été utilisés conjointement à la série hydrologique de juillet 1983 pour évaluer l'impact de ces rejets sur la qualité des eaux de la rivière Chaudière et de ses affluents.

Le système GIBSI peut simuler quinze variables de qualité de l'eau (voir le tableau B.1, à la page 122) pour estimer l'impact d'un rejet ponctuel. Cependant, il est difficile de savoir, parmi ces variables simulées (descripteurs), lesquelles ont le plus d'impact sur la santé d'un cours d'eau. Hébert *et al.*, [1996] ont évalué que les coliformes fécaux, la demande biochimique en oxygène (DBO_5), l'azote ammoniacal (NH_3), l'oxygène dissous et le phosphore dissous étaient les descripteurs les plus importants de la santé d'un cours d'eau. Ainsi, ce sont ces variables qui seront considérées pour évaluer l'impact potentiel d'un rejet municipal.

Différentes simulations ont été effectuées à l'aide du système GIBSI, en présence des rejets traités (présence d'une usine de traitement), non traités (absence de traitement) et en l'absence du rejet. Les rejets (traités ou non traités) qui affichaient une différence dans la concentration d'un des descripteurs supérieure à 1 %, comparativement à la situation où le rejet était absent, furent considérés comme ayant un impact potentiel sur la santé d'un des affluents de la rivière Chaudière et / ou sur la rivière Chaudière. La liste de rejets municipaux ayant un impact significatif sont présentés au tableau A.4 (voir à la page 117). Des 44 rejets ponctuels initialement considérés, seulement 21 rejets ont un impact uniquement sur la qualité de l'eau de la rivière Chaudière, directement ou indirectement, dont voici la liste : 5, 10, 11, 14, 16, 18, 21, 26, 30, 35, 36, 42, 45, 56, 61, 64, 65, 73, 80, 86, 87. Cette nouvelle information sera utilisée pour simplifier le réseau hydrographique de la rivière Chaudière qui, dans sa forme actuelle, est très dendritique.

Tableau A.4 Liste des rejets du bassin versant de la rivière Chaudière, leur localisation sur le réseau hydrographique ainsi que l'estimation de leur impact sur la qualité de l'eau.

N° Rejet	Cours d'eau	N° Rejet	Cours d'eau	N° Rejet	Cours d'eau
2	* Mégantic	28	Famine	63	Rivière des Fermes
5	Chaudière	30	* Famine	64	Rivière des Fermes
7	* Chaudière	35	Rivière des Abénaquis	65	Chaudière
8	* Lac aux Araignées	36	Rivière des Abénaquis	70	* Chaudière
9	* Chaudière	42	Chaudière	72	* Chaudière
10	* Chaudière	45	Chaudière	73	Chaudière
11	* Chaudière	46	Chaudière	74	* Chaudière
14	Chaudière	48	* Rivière des Plaines	77	* Chaudière
15	* Samson	49	* Rivière du Cinq	79	Chaudière
16	Chaudière	51	* Rivière du Cinq	80	Chaudière
18	Chaudière	52	* Rivière du Cinq	82	* Beaurivage
19	* Chaudière	53	* Rivière du Cinq	85	* Beaurivage
21	* Du Loup	56	Bras de St-Victor	86	Beaurivage
22	Du Loup	57	Rivière du Cinq	87	Chaudière
26	Chaudière	60	Bras de St-Victor	88	Chaudière
27	Famine	61	* Bras de St-Victor	100	Bras de St-Victor

Légende :

- À un impact sur l'affluent
- À un impact sur la Chaudière
- Aucun impact sur l'affluent
- Aucun impact sur la Chaudière
- Rejet industriel, ne sera pas considéré
- * se jette dans la rivière...

Effectivement, le réseau hydrographique complet du bassin versant de la rivière Chaudière est représenté dans la base de données de GIBSI par un ensemble de 1 845 tronçons, alors que pour le cours d'eau principal, l'on dénombre seulement 142 tronçons.

Il est donc souhaitable de simplifier le réseau hydrographique afin de : a) réduire le temps de calcul, b) réduire fortement la quantité d'information recueillie lors des simulations et c) aider à l'interprétation des résultats.

Pour ce faire, le réseau hydrographique a été simplifié de la façon suivante. En l'absence d'une source ponctuelle, l'affluent ou la partie d'affluent est remplacé par un tronçon de jonction, lequel se déverse dans la rivière Chaudière, tout en s'assurant que le bilan hydrique balance (ajout d'un point d'injection au point de jonction). En présence d'un rejet ponctuel significatif, le tronçon dans lequel est déversé ce rejet fait partie du réseau hydrographique simplifié ainsi que les tronçons subséquents situés en aval de celui-ci, jusqu'au tronçon de jonction. De plus, afin de considérer l'eau en amont de ce rejet, un point d'injection est ajouté au tronçon du rejet. Au total, 35 points d'injection ont été ajoutés. Le tableau A.5 (voir à la page 119) présente la liste des tronçons composant ce réseau hydrographique simplifié.

<u>Une telle façon de faire, a permis de passer de 1 845 tronçons (réseau original) à un réseau hydrographique simplifié de 220 tronçons, ce qui constitue une économie en temps et en information de 88 %.</u>

Tableau A.5 Liste des tronçons composant le réseau hydrographique simplifié de la rivière Chaudière

Numéro de Troncon	Rejet No (◆) Troncon d'injection (✸)	Numéro de Troncon	Rejet No (◆) Troncon d'injection (✸)	Numéro de Troncon	Rejet No (◆) Troncon d'injection (✸)	Numéro de Troncon	Rejet No (◆) Troncon d'injection (✸)	Numéro de Troncon	Rejet No (◆) Troncon d'injection (✸)
954		763		469		1457		71	
953 ◆	5	761		286		1371		68 ✸	70
951		759		434 ◆	35	1368 ✸	1370	66	
950		757		433		1367 ✸	1369	64	
948		755 ✸	758	431		1365		63	
946 ✸	949	752		429		1363		60 ◆	73
944 ✸	947	749 ✸	756	428		1360		59	
906 ✸	945	748		421		1553 ◆	61	57	
903 ✸	905	745		419		1552		55	
901 ✸	904	743 ◆	18	417 ◆	36	1550		53	
899		740		309		1361		50	
897		739		306 ✸	311	1358 ✸	1361	48	
896 ◆	10	737		304		1357		47	
894		735		295		1354		44	
892		733		302 ◆	30	1353 ✸	1355	43	
1185 ◆	11	722		300		1350		41	
1182		719 ✸	721	299		1348		40 ✸	42
893		716		297		204		38	
891		713		294		178		36	
889		480		292		175 ✸	177	35	
887		704 ◆	21	290		173		33	
884 ✸	888	607		289		170		31	
882		604 ✸	606	287		168		29	
880		601		285		167		28	
878		573		283		164		26	
876	572 ✸	558	284 ✸	282 ◆	26	162		25	
874 ✸	877	556 ✸	557	280		1571 ◆	64	22	
873		555		277		1570		20	
871 ◆	14	552		274		1567		18 ◆	80
869		551		272		163		1642 ◆	86
867		549		256		160		19	
865		518	255 ✸	252 ◆	42	150		16	
863		516 ✸	517	249		147		14	
804		514		247		145 ◆	65	12	
802 ✸	803	505		245		139		3	
800		503 ✸	504	244 ✸	246	128		1 ◆	87
798		501		242		126 ✸	127		
795		498		240		123			
794		496		238 ◆	45	119			
792 ◆	16	494		237		107 ✸	120		
790		493		206		105 ✸	106		
787		484		203 ✸	205	103			
784		482 ✸	483	1485 ◆	56	101			
782		479		1483		99 ✸	102		
770		477		1465		97			
766 ✸	769	476		1462 ✸	1464	94			

De plus, comme seulement la pollution ponctuelle sera simulée, et ce dans des conditions d'étiage estival (régime hydrique quasi permanent), le régime hydrique ne changera pas d'une simulation à une autre. Il devient alors inutile d'utiliser le modèle HYDROTEL conjointement au modèle QUAL2E pour simuler la qualité de l'eau. Le modèle QUAL2E a donc été utilisé de manière autonome, ce qui signifie encore une économie au niveau du temps de calcul.

Une validation de ce réseau hydrographique a aussi été effectuée. À la figure A.3 est présenté le débit d'étiage (étiage de juillet 1983) simulé à l'aide de GIBSI (réseau hydrographique complet) et à l'aide de QUAL2E (réseau hydrographique simplifié), avec ou sans point d'injection. À noter que le débit simulé à l'embouchure de la Chaudière, sans point d'injection, est de 4,0 m^3/s alors qu'avec l'ajout de points d'injection, le débit est 7,78 m^3/s, débit très similaire à celui simulé par GIBSI. Néanmoins, l'on observe de petites différences entre les courbes du débit d'étiage simulé par QUAL2E et par GIBSI, parce qu'il n'a pas été possible de simuler l'effet de l'ensemble de tous les petits tributaires de la rivière Chaudière avec un nombre raisonnable de points d'injection.

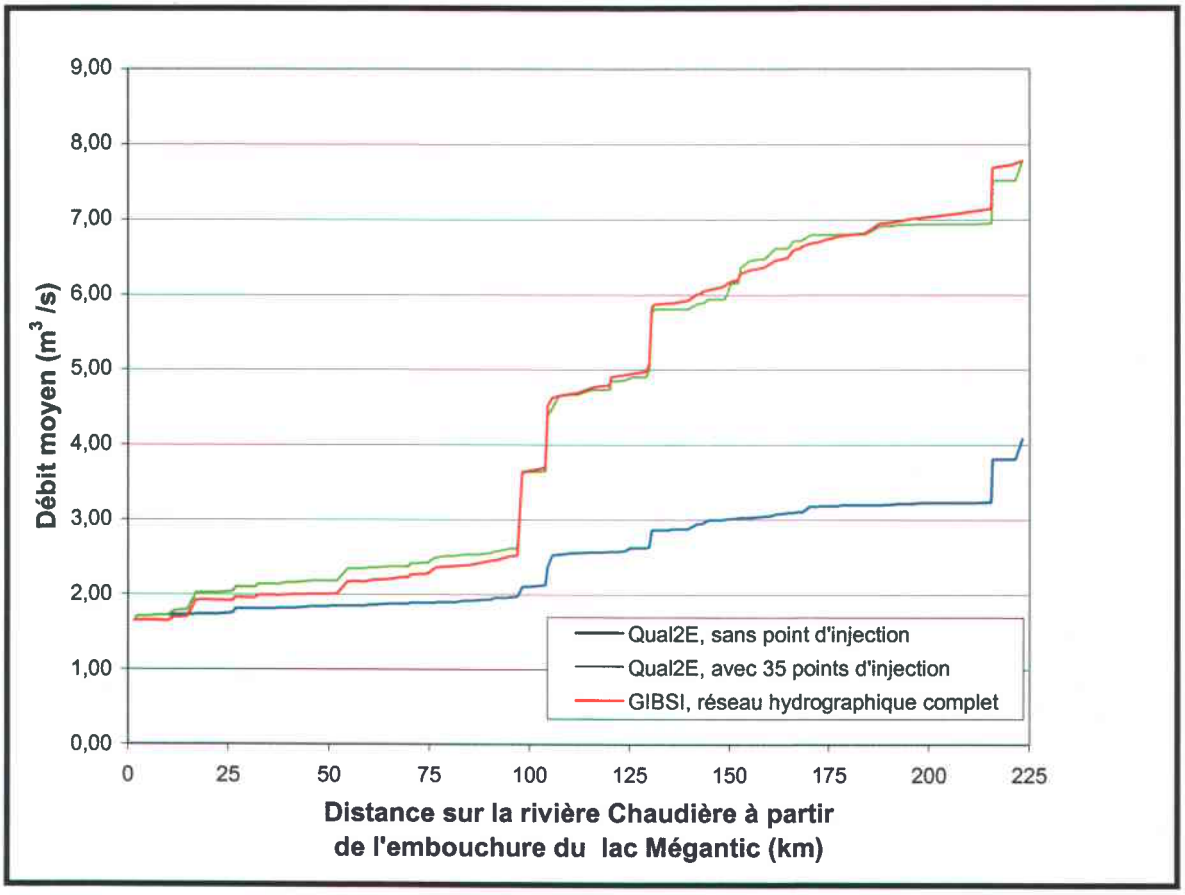

Figure A.3 Débit simulé moyen avec Qual2E (réseau simplifié avec ou sans point d'injection) et avec GIBSI (réseau hydro. complet)

8.0 ANNEXE B : Le modèle de qualité de l'eau à variables multiples *QUAL2E*.

Le modèle QUAL2E [Brown et Barnwell, 1987] est l'un des logiciels le plus utilisé pour simuler la qualité de l'eau de cours d'eau [Chapra, 1997]. Ce modèle est capable de simuler jusqu'à 15 constituants (voir le tableau B.1, à la page 122) de **cours d'eau dendritiques, en posant comme hypothèse de départ que les eaux de ceux-ci se mélangent bien latéralement et verticalement**. À l'exception de la température, des coliformes fécaux, des constituants conservatifs et non conservatifs, la figure B.1 présente les différentes interactions possibles entre les constituants majeurs (variables de qualité de l'eau) du modèle QUAL2E.

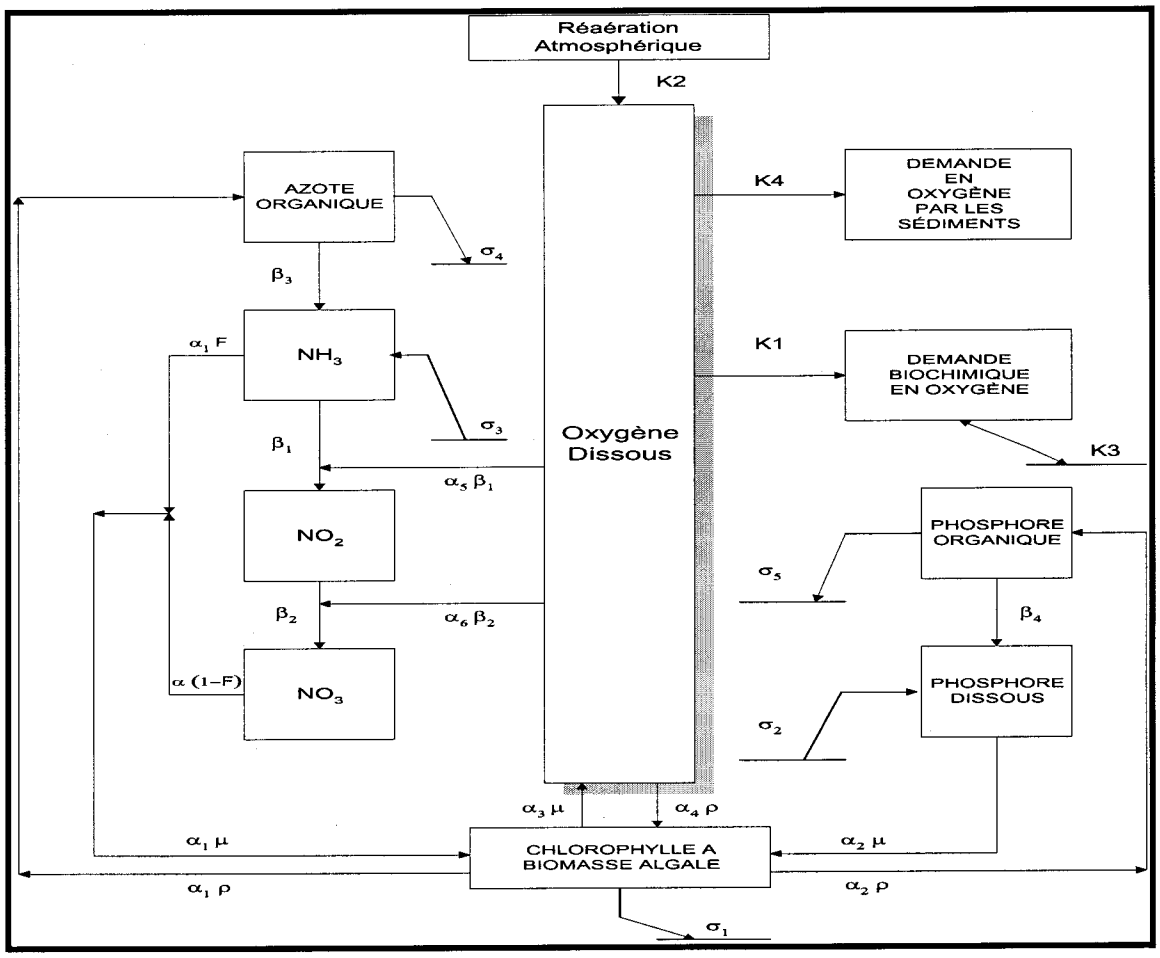

Figure B.1 Interaction entre les différents constituants majeurs du modèle *QUAL2E*

Tableau B.1 Constituants qui peuvent être simulés par modèle QUAL2E

Demande biochimique en oxygène ($D.B.O._5$)	Biomasse algale sous forme de chlorophylle a	Constituant arbitraire non conservatif
Oxygène dissous	Azote organique	Coliformes fécaux
Température	Azote ammoniacal	Constituant conservatif I
Phosphore organique	Nitrite	Constituant conservatif II
Phosphore dissous	Nitrate	Constituant conservatif III

NB : Les formes d'azote sont exprimées sous la forme N alors que les formes de phosphore sont rapportées sous la forme P.

QUAL2E traite chaque rivière comme un ensemble de tronçons, chacun ayant des propriétés hydrogéométriques similaires. En revanche, chaque tronçon est divisé en une série d'éléments ou volumes de contrôle de longueur équivalente.

Un bilan de masse est effectué à l'intérieur de chaque volume ou élément de contrôle pour suivre la trace des constituants énumérés au tableau B.1, à l'aide de l'équation suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial M}{\partial t}}_{1} = \underbrace{\frac{\partial(A_x D_L \frac{\partial C}{\partial x})}{\partial x} dx}_{2} - \underbrace{\frac{\partial(A_x \bar{u} C)}{\partial x} dx}_{3} + \underbrace{(A_x dx)\frac{dC}{dt}}_{4} + \underbrace{\frac{s}{}}_{5} \qquad (60)$$

La variation de masse dans le temps (1) est la résultante des phénomènes de transport (dispersion (2) et advection (3)), de réactions chimiques (4) et d'apport ou de prélèvement externe (5).

De plus, comme M = V.C, où M est la masse, C représente la concentration d'un des constituants, V est le volume, ce dernier étant égale à $A_x \, \partial x$, alors le membre de gauche de l'équation 60 peut être développé de la façon suivante :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial [V \; C]}{\partial t} = V \frac{\partial C}{\partial t} + C \frac{\partial V}{\partial t} \qquad (61)$$

En régime hydrique permanent ou quasi-permanent (période d'étiage), $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ et l'équation 61 se simplifie de la manière suivante :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = V \frac{\partial C}{\partial t} \tag{62}$$

En combinant les équations 60 et 62 ainsi qu'en réorganisant les expressions, l'on obtient que :

$$\underbrace{\frac{\partial C}{\partial t}}_{1} = \underbrace{\frac{\partial \left(A_x D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right)}{A_x \partial x}}_{2} - \underbrace{\frac{\partial (A_x \bar{u} C)}{A_x \partial x}}_{3} + \underbrace{\frac{dC}{dt}}_{4} + \underbrace{\frac{s}{V}}_{5} \tag{63}$$

où 1 représente la variation de la concentration d'un constituant C avec le temps, 2 la dispersion, 3 l'advection, 4 est un changement dans la concentration d'un constituant C dû uniquement à une réaction chimique, et 5 symbolise une expression d'apport ou de prélèvement externe. De même, t, A_x, ∂x, D_L, $\bar{u}$, C, s, V sont respectivement le temps, l'aire de section transversale, la longueur, le coefficient de dispersion longitudinale, la vitesse moyenne d'écoulement, la concentration d'un des constituants du modèle QUAL2E, un apport ou un prélèvement externe en constituant C, et le volume à l'intérieur d'un élément de contrôle.

Le terme $\frac{dC}{dt}$ que l'on retrouve aux équations 60 et 63 désigne une expression générique pour la réaction chimique de l'un des constituants du tableau B.1 (Voir à la page 122), lequel peut être remplacée par l'équation de réaction chimique correspondante. Ces équations de réaction chimique sont décrites au tableau B.2 (Voir à la page 124) alors que la liste des coefficients de réaction énumérés dans ces équations est produite au tableau B.3 (Voir à la page 126). **Ces coefficients de réaction sont en fait les paramètres dont il est question dans la revue de littérature, lesquels sont nécessaires au bon fonctionnement du modèle QUAL2E**. Les statistiques descriptives de ceux-ci [Brown et Barnwell., 1987 ; Bowie, 1985 ; Lahlou, 1995] sont fournies au tableau

B.4 (voir à la page 127) alors que les incertitudes proposées sur ces coefficients pour l'analyse d'incertitude se retrouvent au tableau B.5 (voir à la page 128).

Tableau B.2 Réaction chimique de divers constituants du modèle QUAL2E

Variable de qualité de l'eau	Équation chimique
Oxygène dissous	$\frac{dO}{dt} = K_2\left(O^* - O\right) + \left(\alpha_3\,\mu - \alpha_4\,\rho\right)A - K_1\,L - \frac{K_4}{d} - \alpha_5\,\beta_1\,N_1 - \alpha_6\,\beta_2\,N_2$
D.B.O.$_5$	$\frac{dL}{dt} = -K_1\,L - K_3 L$
Azote organique	$\frac{dN_4}{dt} = \alpha_1\,\rho\,A - \beta_3\,N_4 - \sigma_4 N_4$
Azote ammoniacal	$\frac{dN_1}{dt} = \beta_3\,N_4 - \beta_1 N_1 + \frac{\sigma_3}{d} - F_1\alpha_1\mu A$ où $F_1 = \frac{P_N\,N_1}{\left(P_N\,N_1 + \left(\left(1 - P_N\right)N_3\right)\right)}$
Azote nitrite	$\frac{dN_2}{dt} = \beta_1\,N_1 - \beta_2 N_2$
Azote nitrate	$\frac{dN_3}{dt} = \beta_2\,N_2 - \left(1 - F_1\right)\alpha_1\mu A$
Phosphore organique	$\frac{dP_1}{dt} = \alpha_2\,\rho\,A - \beta_4\,P_1 - \sigma_5 P_1$
Phosphore dissous	$\frac{dP_2}{dt} = \beta_4\,P_1 + \frac{\sigma_2}{d} - \alpha_2\mu A$
Coliformes fécaux	$\frac{dE}{dt} = -K_5\,E$
Chlorophylle a	$\frac{dA}{dt} = \mu\,A - \rho\,A - \frac{\sigma_1}{d}A$ et Chlorophylle a $= \alpha_0\,A$

Dans ce tableau, O, O^*, A, L, expriment respectivement la concentration en oxygène dissous, en oxygène dissous à saturation, de la biomasse algale, et la demande biochimique en oxygène; N_1, N_2, N_3, N_4 désignent l'azote ammoniacal,

l'azote nitrite, l'azote nitrate et l'azote organique et d la profondeur d'eau dans l'élément de contrôle.

De plus, ces coefficients doivent subir une correction sur leur valeur de départ dû à l'effet de la température de l'eau de l'élément de contrôle de la manière suivante :

$$X_T = X_{20°c}\ \theta^{(T-20)} \tag{64}$$

où : X_T, $X_{20°C}$, T et Θ sont respectivement, un coefficient de réaction du modèle à la température T, le coefficient de réaction à 20 degrés Celsius, la température de l'eau de l'élément de contrôle (en degrés Celsius), et le facteur de correction (voir le tableau B.3, à la page 126) sur $X_{20°C}$ pour l'effet de la température.

Tableau B.3 Description des coefficients de réaction du modèle *QUAL2E* et facteur de correction pour l'effet de la température

Symbole	Description de la variable	Unité	Facteur de correction θ
α_0 :	Rapport de la chlorophylle a sur la biomasse algale	µgchla/mgA	1,000
α_1 :	Fraction d'azote dans la biomasse algale	mg-N/mgA	1,000
α_2 :	Fraction phosphorée de la biomasse algale	mg-P/mgA	1,000
α_3 :	Taux de production d'oxygène par photosynthèse / unité de biomasse algale	mg-O/mgA	1,000
α_4 :	Taux de consommation d'oxygène lors de la respiration / unité de biomasse algale	mg-O/mgA	1,000
α_5 :	Taux de disparition d'oxygène par unité d'ammoniaque oxydé	mg-O/mgN	1,000
α_6 :	Taux de disparition d'oxygène par unité de nitrite oxydé	mg-O/mgN	1,000
β_1 :	Taux d'oxydation de NH_4^+ en NO_2^-	j^{-1}	1,083
β_2 :	Taux d'oxydation de NO_2^- en NO_3^{2-}	j^{-1}	1,047
β_3 :	Taux d'hydrolyse de Norg en NH_4^+	j^{-1}	1,047
β_4 :	Taux de transformation du phosphore organique en phosphore inorganique	j^{-1}	1,047
μ_{max}:	Taux de croissance maximum du phytoplancton	j^{-1}	1,000
ρ :	Taux de respiration algale	j^{-1}	1,047
σ_1 :	Taux de déposition algale	mj^{-1}	1,024
σ_2 :	Vitesse de formation du phosphore dissous à partir du benthos	j^{-1}	1,074
σ_3 :	La vitesse de formation de l'azote ammoniacal à partir du benthos.	mg-Nm-2 j^{-1}	1,074
σ_4 :	Taux de sédimentation d'azote organique	mj^{-1}	1,024
σ_5 :	Taux de sédimentation du phosphore organique	j^{-1}	1,024
K_1 :	Constante cinétique de désoxygénation	j^{-1}	1,047
K_2 :	Coefficient de réaération,	j^{-1}	1,024
K_3 :	Vitesse de perte de DBO_5 par sédimentation	j^{-1}	1,024
K_4	Vitesse de consommation d'oxygène dissous par les sédiments	j^{-1}	1,060
K_5	Taux de disparition des coliformes	h^{-1}	1,047
K_L	Coefficient de demi-saturation pour la lumière	Btu / ft^2 hr	1,000
K_N	Constante de Michaelis-Menton pour la demi-saturation de l'azote	mg N/L	1,000
K_P	Constante de Michaelis-Menton pour la demi-saturation du phosphore	mg P/L	1,000
P_N :	Facteur de préférence pour NH_4^+		1,000
$\lambda 0$	Cœfficient d'extinction lumineuse pour la portion non algale	ft^{-1}	1,000
$\lambda 1$	Coefficient linéaire d'auto ombrage algal	ft^{-1} (μg chla /L)$^{-1}$	1,000
$\lambda 2$	Coefficient non linéaire d'auto ombrage algal	ft^{-1} (μg chla /L)$^{-1}$	1,000

Tableau B.4 Statistiques descriptives des coefficients de réaction du modèle *QUAL2E* ainsi que la localisation dans le fichier d'entrée

PARAMÈTRE N°	CODE D'ENTRÉE	Coefficients de Réaction	TYPE	Localisation	MIN	MAX	Moyenne	Déplacement Choisi
1	NH3OXYUP	$\alpha 5$	1A	ligne 1, c33-c39	2,000	5,00	3,50	0,03
2	NO2OXYUP	$\alpha 6$	1A	ligne 1, c74-c80	1,000	2,00	1,50	0,01
3	AGYOXYPR	$\alpha 3$	1A	ligne 2, c33-c39	1,000	3,00	2,00	0,02
4	AGYOXYUP	$\alpha 4$	1A	ligne 2, c74-c80	1,000	4,00	2,50	0,03
5	AGYNCON	$\alpha 1$	1A	ligne 3, c33-c39	0,050	0,20	0,13	0,002
6	AGYPCON	$\alpha 2$	1A	ligne 3, c74-c80	0,010	0,05	0,03	0,0004
7	AGYGROMX	μmax	1A	ligne 4, c33-c39	1,000	5,00	3,00	0,04
8	AGYRESPR	ρ	1A	ligne 4, c74-c80	0,050	1,00	0,53	0,01
9	NHALFSAT	K_N	1A	ligne 5, c33-c39	0,000	1,00	0,50	0,01
10	PHALFSAT	K_P	1A	ligne 5, c74-c80	0,001	0,50	0,25	0,005
11	AGYEXTLN	$\lambda 1$	1A	ligne 6, c33-c39	0,000	0,10	0,05	0,001
12	AGYEXTNL	$\lambda 2$	1A	ligne 6, c74-c80	0,000	0,10	0,05	0,001
13	LSATCOEF	K_L	1A	ligne 7, c74-c80	0,000	0,20	0,10	0,002
14	APREFNH3	P_N	1A	ligne 10, c74-c80	0,000	1,00	0,50	0,01
15	BOD DECA	K1	6	c21-c28	0,000	10,00	5,00	0,1
16	BOD SETT	K3	6	c29-c36	0,000	10,00	5,00	0,1
17	SOD RATE	K4	6	c37-c44	0,000	10,00	5,00	0,1
18	K2-OPT1 [3]	K2	6	c49-c56	0,000	100,00	50,00	1
19	NH2 DECA	$\beta 3$	6A	c25-c31	0,000	10,00	5,00	0,1
20	NH2 SETT	$\sigma 4$	6A	c32-c38	0,000	10,00	5,00	0,1
21	NH3 DECA	$\beta 1$	6A	c39-c45	0,000	10,00	5,00	0,1
22	NH3 SRCE	$\sigma 3$	6A	c46-c52	0,000	10,00	5,00	0,1
23	NO2 DECA	$\beta 2$	6A	c53-c59	0,000	10,00	5,00	0,1
24	PORG DEC	$\beta 4$	6A	c60-c66	0,000	10,00	5,00	0,1
25	PORG SET	$\sigma 5$	6A	c67-c73	0,000	10,00	5,00	0,1
26	DISP SRC	$\sigma 2$	6A	c74-c80	0,000	10,00	5,00	0,1
27	CHLA/ART	$\alpha 0$	6B	c25-c31	1,000	100,00	50,50	1,0
28	ALG SETT	$\sigma 1$	6B	c32-c38	0,000	6,00	3,00	0,1
29	LTEXTNCO	$\lambda 0$	6B	c39-c45	0,000	24,00	12,00	0,3
30	COLI DEC	K5	6B	c46-c52	0,000	10,00	5,00	0,1

[3] Malgré le fait qu'avec cette option la constante de réaération (K2) est indépendante de la vitesse d'écoulement et de la profondeur du cours d'eau, dans le cadre d'une analyse globale de sensibilité ou d'incertitude, c'est la seule option qui laisse la possibilité à l'utilisateur de spécifier la valeur de K2, laquelle est obtenue préalablement de façon aléatoire.

Tableau B.5 Écart-type sur les coefficients de réaction du modèle *QUAL2E* pour différents coefficients de variation

PARAMÈTRE N°	Coefficients de réaction	MIN	MAX	Moyenne	Écart-type maximal CV = 100 %	Écart-type CV = 50 %	Écart-type CV = 25 %	Écart-type CV = 10 %
1	$\alpha 5$	2,000	5,00	3,50	0,8660	0,4330	0,2165	0,0866
2	$\alpha 6$	1,000	2,00	1,50	0,2887	0,1443	0,0722	0,0289
3	$\alpha 3$	1,000	3,00	2,00	0,5773	0,2887	0,1443	0,0577
4	$\alpha 4$	1,000	4,00	2,50	0,8660	0,4330	0,2165	0,0866
5	$\alpha 1$	0,050	0,20	0,13	0,0433	0,0217	0,0108	0,0043
6	$\alpha 2$	0,010	0,05	0,03	0,0115	0,0058	0,0029	0,0012
7	μmax	1,000	5,00	3,00	1,1547	0,5773	0,2887	0,1155
8	ρ	0,050	1,00	0,53	0,2742	0,1371	0,0686	0,0274
9	K_N	0,000	1,00	0,50	0,2872	0,1436	0,0718	0,0287
10	K_P	0,001	0,50	0,25	0,1429	0,0714	0,0357	0,0143
11	$\lambda 1$	0,000	0,10	0,05	0,0289	0,0144	0,0072	0,0029
12	$\lambda 2$	0,000	0,10	0,05	0,0289	0,0144	0,0072	0,0029
13	K_L	0,000	0,20	0,10	0,0577	0,0289	0,0144	0,0058
14	P_N	0,000	1,00	0,50	0,2887	0,1443	0,0722	0,0289
15	K1	0,000	10,00	5,00	2,8867	1,4434	0,7217	0,2887
16	K3	0,000	10,00	5,00	2,8867	1,4434	0,7217	0,2887
17	K4	0,000	10,00	5,00	2,8866	1,4433	0,7217	0,2887
18	K2	0,000	100,00	50,00	28,8671	14,4336	7,2168	2,8867
19	$\beta 3$	0,000	10,00	5,00	2,8865	1,4433	0,7216	0,2887
20	$\sigma 4$	0,000	10,00	5,00	2,8867	1,4434	0,7217	0,2887
21	$\beta 1$	0,000	10,00	5,00	2,8866	1,4433	0,7217	0,2887
22	$\sigma 3$	0,000	10,00	5,00	2,8865	1,4433	0,7216	0,2887
23	$\beta 2$	0,000	10,00	5,00	2,8866	1,4433	0,7217	0,2887
24	$\beta 4$	0,000	10,00	5,00	2,8867	1,4434	0,7217	0,2887
25	$\sigma 5$	0,000	10,00	5,00	2,8867	1,4434	0,7217	0,2887
26	$\sigma 2$	0,000	10,00	5,00	2,8867	1,4434	0,7217	0,2887
27	$\alpha 0$	1,000	100,00	50,50	28,5782	14,2891	7,1446	2,8578
28	$\sigma 1$	0,000	6,00	3,00	1,7318	0,8659	0,4330	0,1732
29	$\lambda 0$	0,000	24,00	12,00	6,9281	3,4640	1,7320	0,6928
30	K5	0,000	10,00	5,00	2,8866	1,4433	0,7217	0,2887

À noter que dans le cas d'une distribution uniforme,

$$\mu = \frac{(\min + \max)}{2} \quad \text{et} \quad \sigma = \frac{(\max - \mu)}{\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad CV\max = \frac{\sigma}{\mu} \quad .$$

De même, les coefficients de variation de 10, 25, 50 et 100 % se calculent de la manière qui suit :

$$\sigma_{cv_100\%} = CV_{max} \text{ x } 1.0 \text{ x } \mu \qquad \sigma_{cv_50\%} = CV_{max} \text{ x } 0.50 \text{ x } \mu$$

$$\sigma_{cv_25\%} = CV_{max} \text{ x } 0.25 \text{ x } \mu \qquad \sigma_{cv_10\%} = CV_{max} \text{ x } 0.10 \text{ x } \mu$$

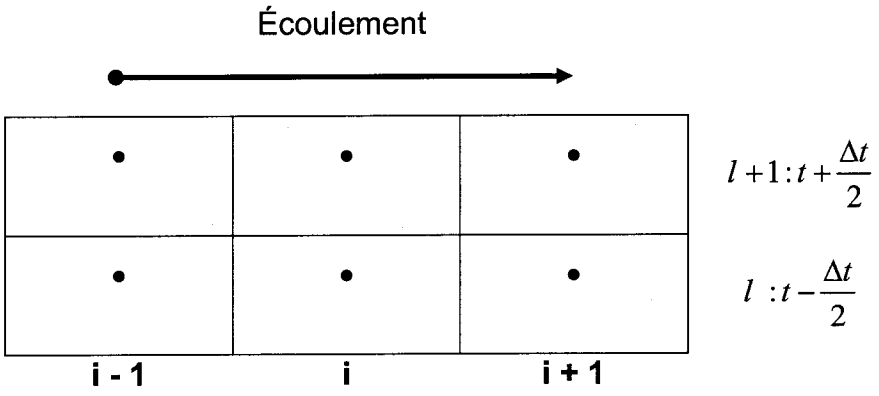

Figure B.2 Éléments de contrôle du modèle *QUAL2E*

Finalement, en utilisant la représentation générale ci-haut pour un élément i, l'équation 63 (voir à la page 123) peut être résolue, pour n'importe quel élément i composant chaque tronçon du réseau hydrographique, par différence finie vers l'arrière, de la manière décrite à l'équation 65.

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \frac{\left(AD_L \frac{\partial C}{\partial x}\right)_i - \left(AD_L \frac{\partial C}{\partial x}\right)_{i-1}}{V_i} - \frac{\left(A\bar{u}C\right)_i - \left(A\bar{u}C\right)_{i-1}}{V_i} + \frac{dC_i}{dt} + \frac{s_i}{V_i} \tag{65}$$

Dans cette équation, les dérivées situées à droite du signe d'égalité peuvent aussi s'évaluer par différence finie. L'équation 65 se développe ainsi :

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \frac{\left(AD_L\left(C_{i+1} - C_i\right)\right)}{V_i \Delta x_i} + \frac{\left(AD_L\left(C_{i-1} - C_i\right)\right)}{V_i \Delta x_i} + \frac{Q_{i-1}C_{i-1} - Q_i C_i}{V_i} + \frac{dC_i}{dt} + \frac{s_i}{V_i} \tag{66}$$

où Q est égale à ($A\,\bar{u}$). Finalement, la méthode des différences finies peut aussi être utilisée pour résoudre les dérivées temporelles, ce qui donne le résultat suivant :

$$a_i\, C_{i-1}^{l+1} + b_i\, C_i^{l+1} + c_i\, C_{i+1}^{l+1} = Z_i \tag{67}$$

où

$$a_i = -\left[\left(AD_L\right)_{i-1} \frac{\Delta t}{V_i \Delta x_i} + \frac{Q_{i-1}\Delta t}{V_i}\right] \tag{68}$$

$$b_i = 1 + \left[(AD_L)_i + (AD_L)_{i-1} \right] \frac{\Delta t}{V_i \Delta x_i} + \frac{Q_i \, \Delta t}{V_i} - r_i \Delta t \tag{69}$$

$$c_i = -\left[(AD_L)_i \right] \frac{\Delta t}{V_i \Delta x_i} \tag{70}$$

$$Z_i = C_i^1 + \frac{s_i \, \Delta t}{V_i} - p_i \Delta t \tag{71}$$

$$\frac{dC_i}{dt} = r_i \, C_i + p_i \tag{72}$$

alors que r_i, et C_i sont respectivement, un coefficient de réaction d'ordre 1, la concentration d'un constituant C et p_i représente, par exemple, une perte par déposition ou une production par le benthos.

Les différentes expressions a_i, b_i, c_i et Z_i sont toutes connues au temps ℓ et alors que les expressions C_i^{l+1} ne sont pas connues au pas de temps ℓ +1.

9.0 ANNEXE C : Étude préliminaire des résultats de l'analyse globale de sensibilité

C.1 Résultats

Une analyse globale de sensibilité a été effectuée afin d'identifier les paramètres influents du modèle QUAL2E. Cependant, comme ce modèle possède trente coefficients de réaction (voir le tableau B.3, à la page 126), que treize variables de qualité de l'eau (voir à la section 3.1, page 62) ont été considérées pour l'étude et que le réseau hydrographique simplifié compte 220 tronçons (voir le tableau A.5, à la page 119), dans ces conditions, la méthode AGS génère un total de 85 800 coefficients moyens de sensibilité. (220 tronçons x 13 variables simulées x 30 paramètres).

Dans ces circonstances, une étude préliminaire de ces résultats a été effectuée dans le but d'élaguer l'information obtenue et de rendre possible l'interprétation des résultats. Toutefois, seulement cinq variables de qualité de l'eau sur une possibilité de treize ont été considérées pour cette étude préliminaire des résultats. Ces variables ont été reconnues par un comité d'experts comme des descripteurs importants de la qualité d'un cours d'eau [Hébert *et al.*,1996] tels que les coliformes fécaux, le phosphore dissous, l'azote ammoniacal, l'oxygène dissous et la demande biochimique en oxygène ($D.B.O._5$).

C.1.1. Coliformes fécaux

La première variable simulée qui a été étudiée est le nombre de coliformes fécaux par 100 mL. Les raisons suivantes ont motivé ce choix : a) la cinétique de réaction de coliformes fécaux est indépendante de toutes les autres cinétiques du modèle QUAL2E, b) la cinétique de dégradation des coliformes fécaux n'a qu'un seul coefficient de réaction k5 (voir les tableaux B.2 et B.3 aux pages 124 et 126), c) compte tenu des points a et b, un seul coefficient moyen de sensibilité est obtenu par tronçon, et finalement d) parce que parmi les descripteurs de la qualité de l'eau, les coliformes fécaux sont considérés comme étant le facteur ayant le plus d'incidence sur la santé d'un cours d'eau.

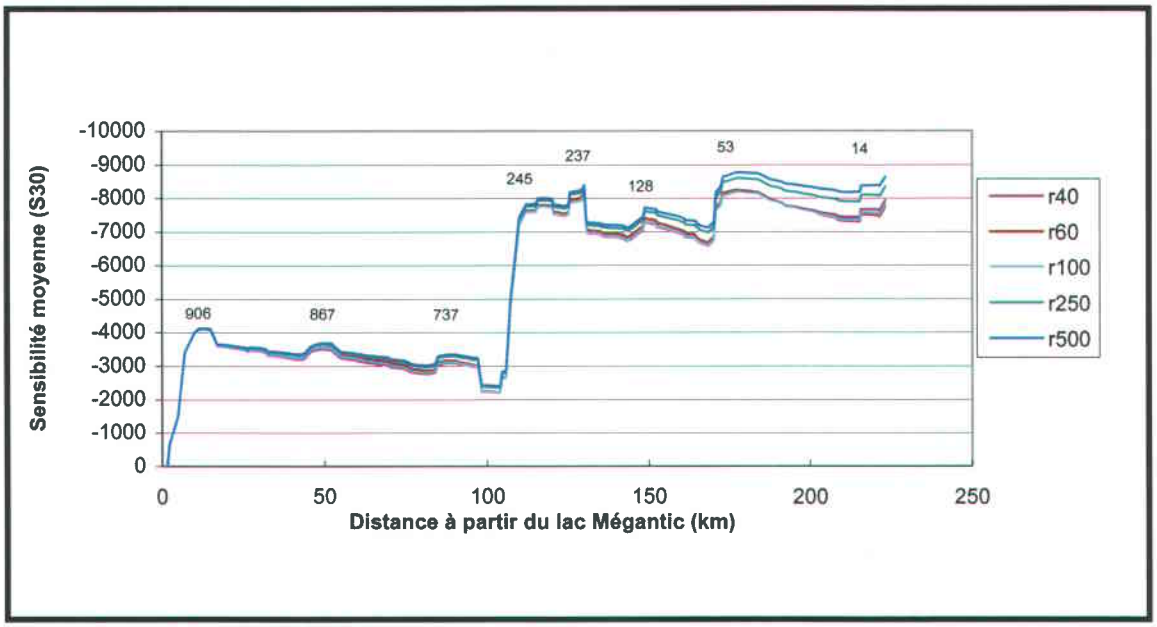

Figure C.1 **Coefficient moyen de sensibilité (S30) pour les coliformes fécaux en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic**

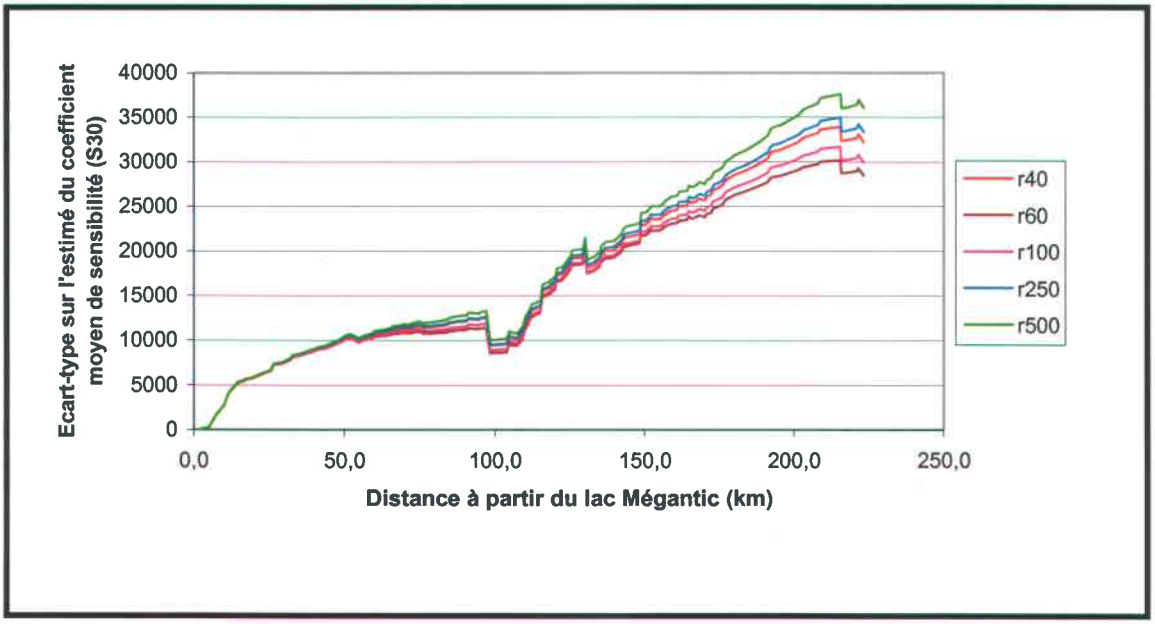

Figure C.2 **Écart-type sur l'estimé du coefficient moyen de sensibilité (S30) pour les coliformes fécaux en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic**

La figure C.1 affiche la sensibilité moyenne de la variable simulée, nombre de coliformes fécaux / 100 mL envers le taux de mortalité des coliformes (k5), en divers points du réseau hydrographique composant la rivière Chaudière, en fonction de la distance à partir du lac Mégantic (de l'amont vers l'aval). Le profil (creux, bosses) observé de la sensibilité moyenne est reproductible indépendamment du nombre de répliques (r). Les essais effectués avec des nombres de répliques de 40, 60, 100, 250, 500 donnent un profil assez similaire en amont du tronçon 245. Toutefois, en aval de Notre-Dame-des-Pins (tronçon 245), deux profils distincts sont observés, un avec r = 40, 60, 100 et un autre avec r = 250, 500. La sensibilité moyenne augmente de l'amont vers l'aval et de plus, des maximums de sensibilité moyenne sont observés aux tronçons n^{os} : 906, 867, 737, 245, 237, 128, 53 et 14, lesquels ne coïncident pas avec la localisation de rejets ponctuels, mais un peu plus en aval de ceux-ci. (Voir tableau A.5 pour la localisation des rejets, à la page 119).

À la figure C.2 sont présentés les écarts-types sur les estimations des coefficients moyens de sensibilité des coliformes fécaux envers le coefficient de réaction k5 en fonction de la distance en kilomètres à partir du lac Mégantic. Ces écarts-types sur les coefficients moyens de sensibilité sont quasi constants, peu importe le nombre de répliques (r = 40, 60, 100, 250, 500) pour la partie en amont de Saint-Georges. En aval de Saint-Georges, les écarts-types diffèrent d'un nombre de répliques à l'autre, de plus en plus, au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'embouchure de la rivière Chaudière. De même, tout comme la sensibilité moyenne, ces écarts-types augmentent de l'amont vers l'aval.

C.1.2. Phosphore dissous

Les figures (C.3 et C.4) présentent les coefficients moyens de sensibilité, avec des nombres de répliques (r) de 40, 60, 100, 250 et 500, du phosphore dissous envers les coefficients 24 et 25 ($\beta 4$, la vitesse de transformation du P_{org} en $P_{soluble}$ et $\sigma 5$, le taux de déposition du P_{org}) en divers points de la Chaudière, en fonction de la distance en kilomètres à partir du lac Mégantic.

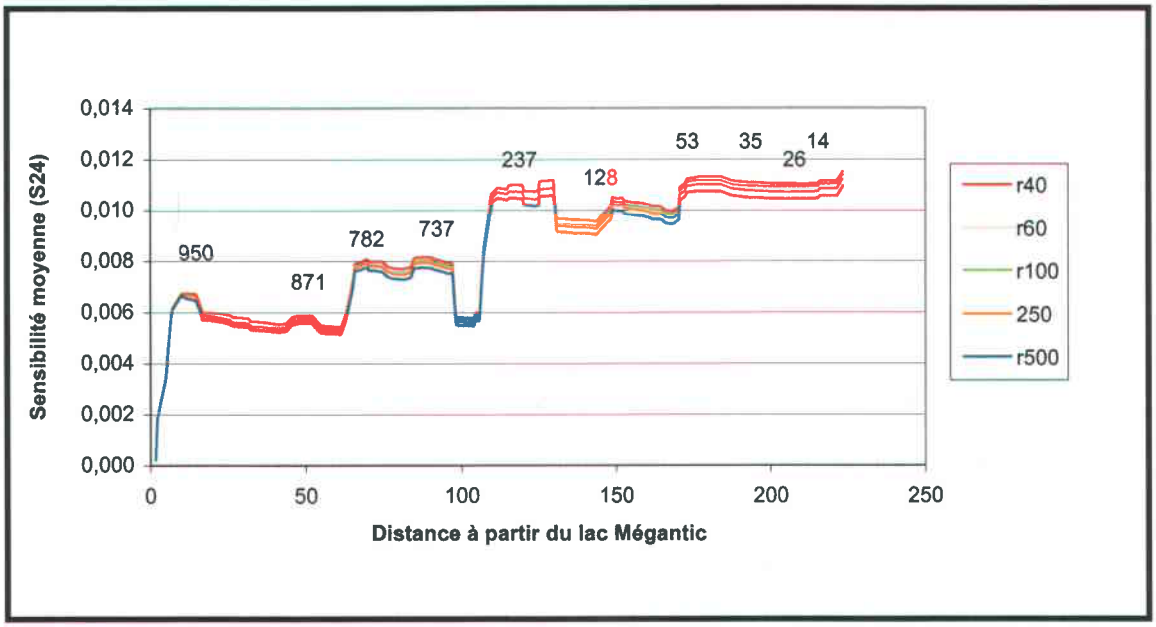

Figure C.3 Coefficient moyen de sensibilité (S24) pour le phosphore dissous en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic

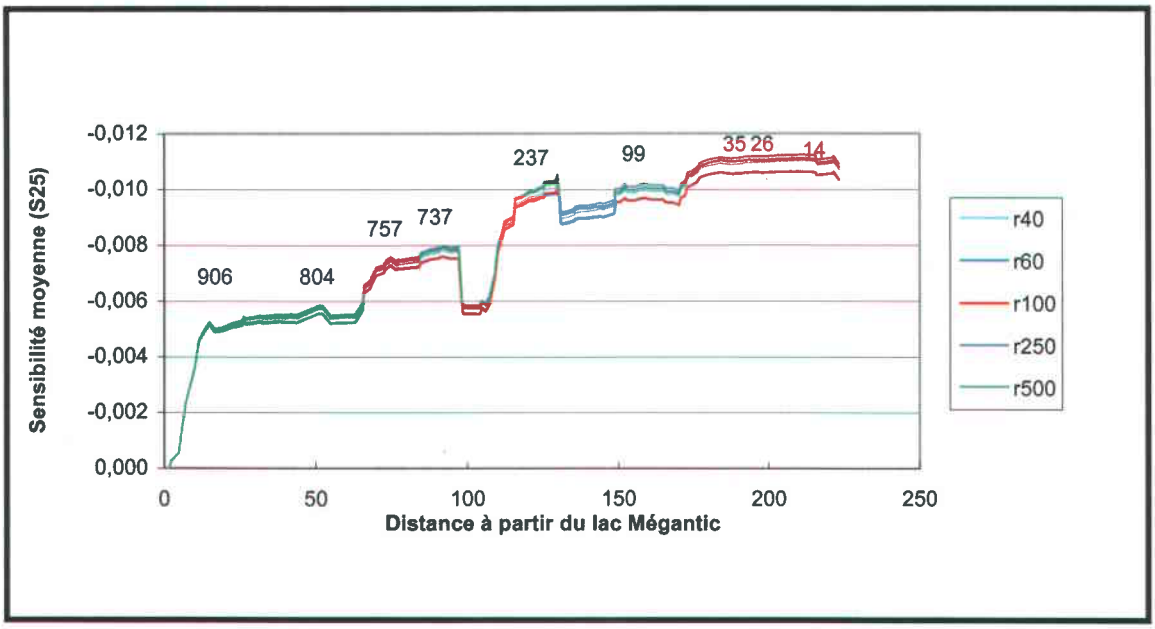

Figure C.4 Coefficient moyen de sensibilité (S25) pour le phosphore dissous en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic

Tout comme les coliformes fécaux, la sensibilité moyenne du phosphore dissous à la vitesse de transformation du phosphore organique en phosphore inorganique soluble, $\beta 4$, augmente de l'amont vers l'aval et est quasi indépendante du nombre de répliques. La même tendance est observée avec le taux de déposition du phosphore organique, $\sigma 5$. Toutefois, pour le premier paramètre $\beta 4$, des maximums de sensibilité (sensibilité moyenne) sont observés aux tronçons 950, 871, 782, 737, 237, 128, 53, 35 et 14 alors que pour le second paramètre $\sigma 5$, ceux-ci se retrouvent aux tronçons 906, 804, 757, 737, 237, 99, 35, 26 et 14. Certains de ces maximums apparaissent aux mêmes tronçons que pour les coliformes fécaux et d'autres diffèrent.

C.1.3. Azote ammoniacal

Les figures C.5 à C.8 montrent la sensibilité moyenne (r = 40, 60, 100, 250, 500) de l'azote ammoniacal aux coefficients de réaction $\beta 3, \sigma 4, \beta 1, \sigma 3$ (paramètres no :19, 20, 21, 22) respectivement, le taux de transformation de l'azote organique en azote ammoniacal, la vitesse de déposition de l'azote organique, la vitesse de transformation de l'azote ammoniacal en azote nitrite et la vitesse de formation de l'azote ammoniacal à partir du benthos, en divers points de la rivière Chaudière, en fonction de la distance en kilomètres à partir du lac Mégantic.

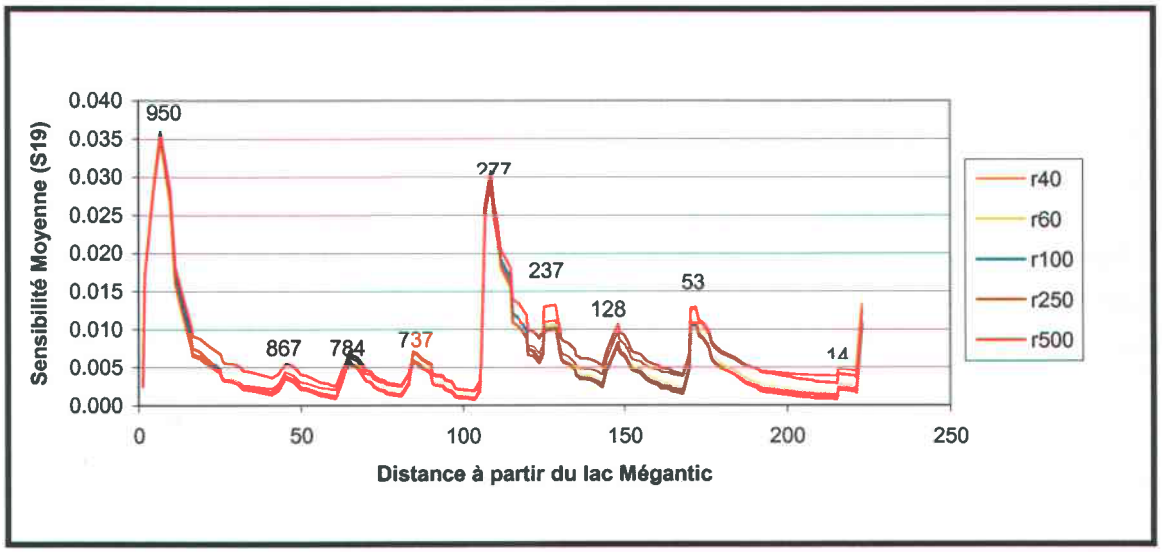

Figure C.5 **Coefficient moyen de sensibilité (S19) pour l'azote ammoniacal en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic**

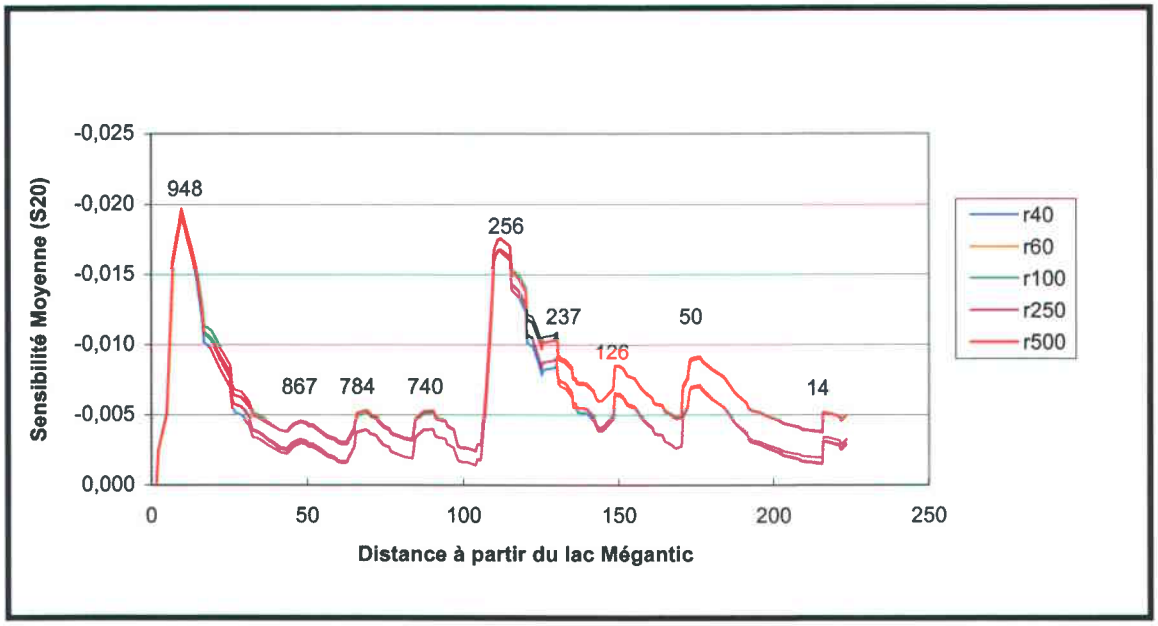

Figure C.6 Coefficient moyen de sensibilité (S20) pour l'azote ammoniacal en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic

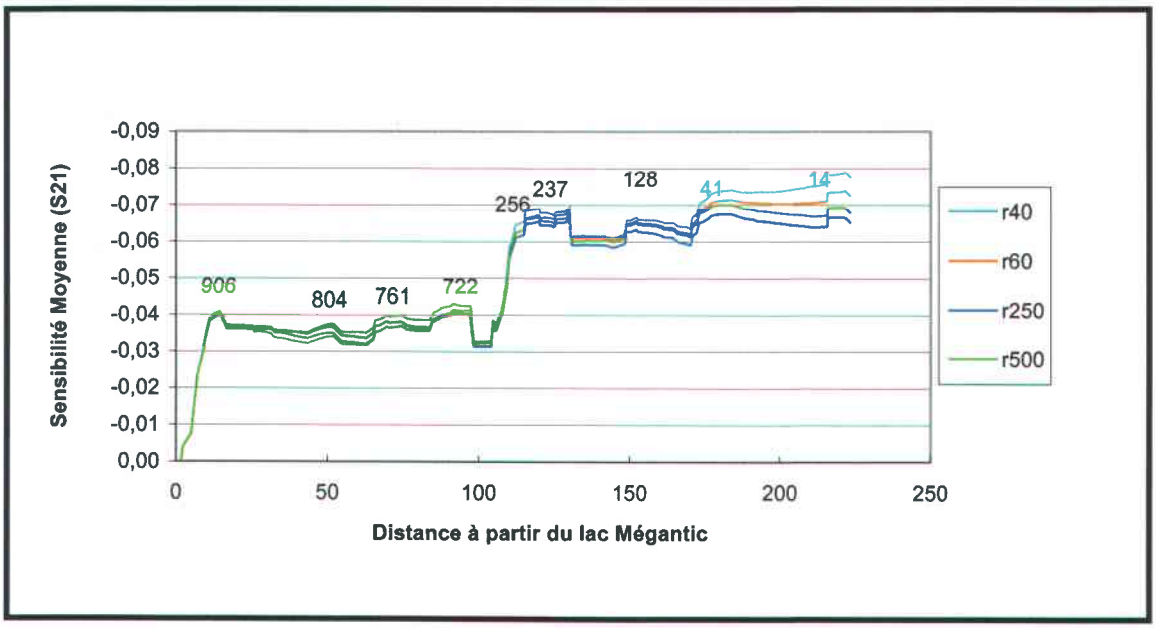

Figure C.7 Coefficient moyen de sensibilité (S21) pour l'azote ammoniacal en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic

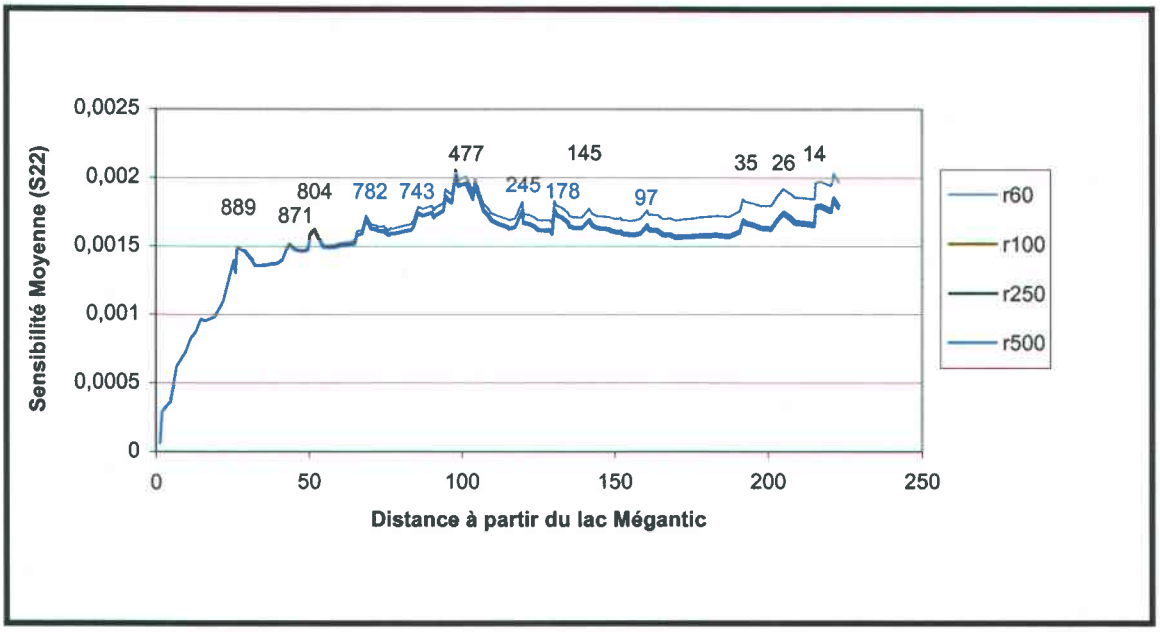

Figure C.8 Coefficient moyen de sensibilité (S22) pour l'azote ammoniacal en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic

L'estimation de la sensibilité moyenne de l'azote ammoniacal à la vitesse de formation de l'azote ammoniacal à partir du benthos $\sigma 3$ est quasi indépendante du nombre de répliques r et de façon moindre pour l'estimé fait à l'aide de la vitesse de transformation de l'azote ammoniacal en azote nitrite $\beta 1$ alors que pour les estimations de la sensibilité moyenne, toujours pour la même variable simulée, mais cette fois-ci en considérant les paramètres $\sigma 4$ et $\beta 3$, deux profils distincts sont observés en fonction du nombre de répliques.

La sensibilité moyenne de l'azote ammoniacal, à la vitesse de formation de l'azote ammoniacal à partir du benthos $\sigma 3$, varie de 0,001 à 0,002 d'amont en aval avec des maximums de la sensibilité moyenne aux tronçons 889, 871, 804, 782, 743, 477, 245, 178, 145, 97, 35, 26, 14. Toutefois, malgré la présence de maximums, la sensibilité moyenne de l'azote ammoniacal au paramètre $\sigma 3$ varie peu d'amont en aval comparativement à la sensibilité causée par la vitesse de transformation de l'azote ammoniacal en azote nitrite $\beta 1$, laquelle varie de -0,04 à -0,08 d'amont en aval et affiche un profil très semblable à celui des coliformes fécaux.

De plus, l'azote ammoniacal affiche des profils de la sensibilité moyenne pour le taux de déposition de l'azote organique $\sigma 4$ et pour la vitesse de transformation de l'azote organique en azote ammoniacal $\beta 3$ très différents de ceux décrits précédemment. Ainsi, pour cette variable simulée et ces deux paramètres, la sensibilité moyenne augmente spontanément jusqu'à un maximum donné puis retourne à une valeur de base, aux alentours de 0,0025 pour $\beta 3$ et -0,0025 pour $\sigma 4$. La sensibilité moyenne n'augmente pas d'amont en aval comparativement à la tendance observée pour le phosphore et les coliformes fécaux. Toutefois, l'on observe des maximums très bien définis, de la sensibilité moyenne de l'azote ammoniacal au paramètre $\beta 3$, aux tronçons 950, 867, 784, 737, 277, 237, 128, 53 et 14 alors que pour $\sigma 4$, ces maximums sont localisés aux tronçons 948, 867, 784, 740, 256, 237, 126, 50 et 14.

C.1.4. Oxygène dissous

Les figures C.9 et C.10 exhibent la sensibilité moyenne de l'oxygène dissous à la vitesse de consommation d'oxygène dissous par les sédiments k4 et au taux de réaération atmosphérique k2, en divers points du réseau hydrographique de la rivière Chaudière, en fonction de la distance en kilomètres à partir du lac Mégantic.

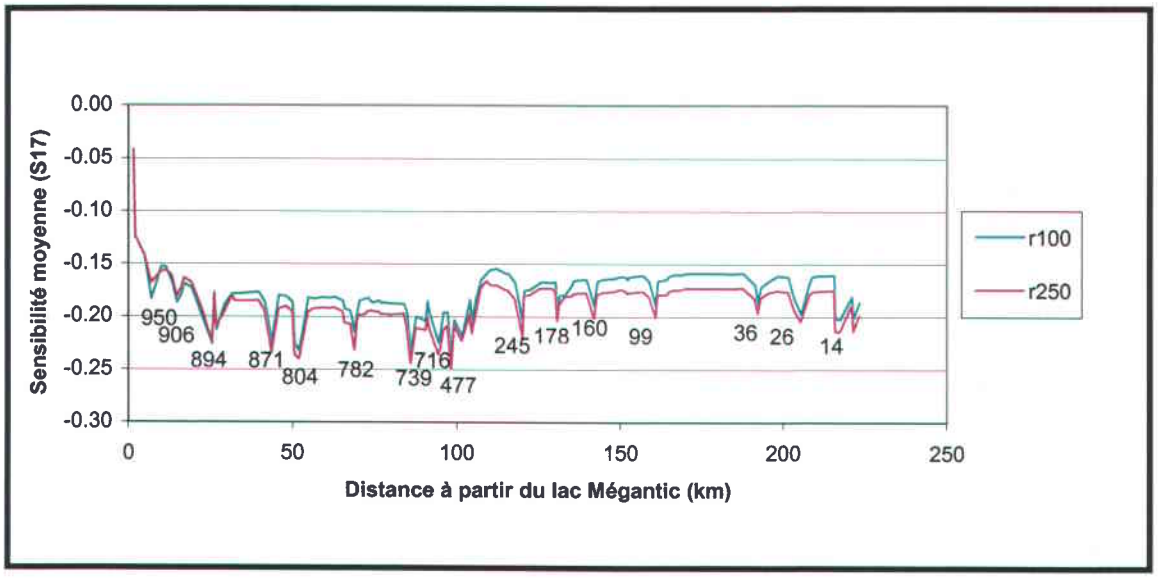

Figure C.9 **Coefficient moyen de sensibilité (S17) pour l'oxygène dissous en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic**

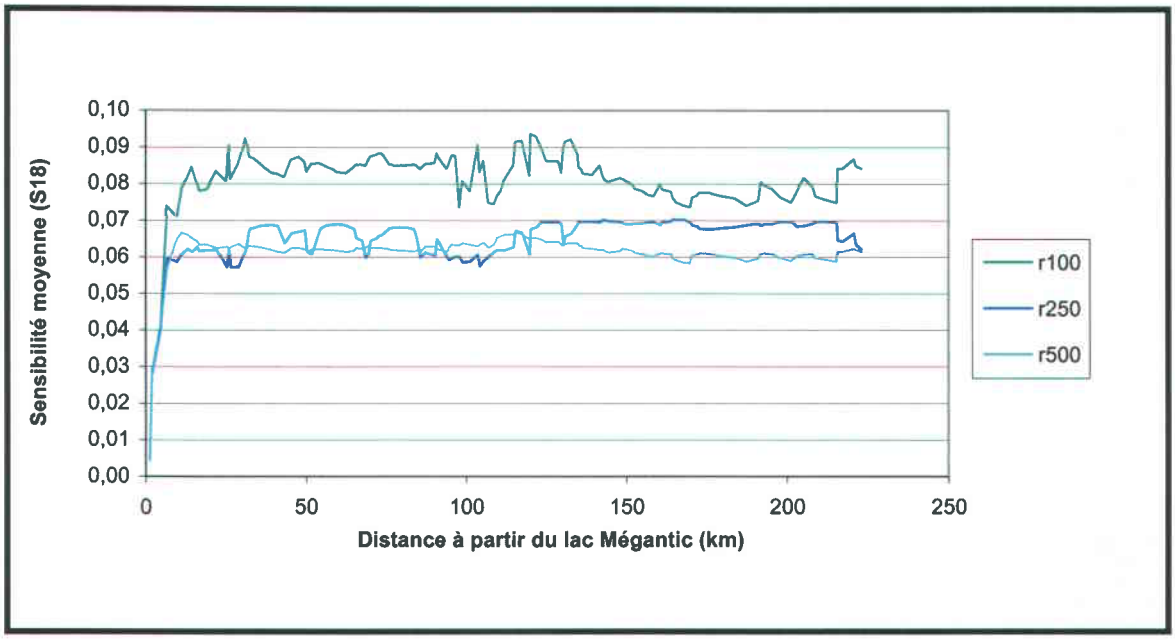

Figure C.10 Coefficient moyen de sensibilité (S18) pour l'oxygène dissous en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic

De plus, les paramètres 1, 2, 3, 4, 7, 8, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 (voir les tableau B.3 et B.4 pour la correspondance aux coefficients de réaction du modèle QUAL2E, aux pages 126 et 127) ont donné des coefficients moyens de sensibilité pour l'oxygène dissous non nuls mais très faibles comparativement à ceux calculés avec K2 et K4 (ces résultats ne sont pas présentés).

La sensibilité moyenne de l'oxygène dissous à la vitesse de consommation d'oxygène dissous par les sédiments k4 (voir la figure C.9), affiche des maximums de la sensibilité moyenne très nets aux tronçons 950, 906, 894, 871, 804, 782, 739, 716, 477, 245, 178, 160, 99, 36, 26 et 14. De plus, la sensibilité moyenne de l'oxygène dissous au paramètre k4 n'augmente pas d'amont en aval, comme il a été observé précédemment pour certaines variables simulées (c.f., $P_{dissous}$, ($N\text{-}NH_3$ et $\beta 1$)).

Ainsi, la figure C.10 montre que la sensibilité moyenne de l'oxygène dissous au taux de réaération atmosphérique k2 varie quelque peu en fonction du nombre de répliques r, fluctue entre 0,06 et 0,09, mais reste à peu près constante

d'amont en aval. Il y a absence de maximum de la sensibilité moyenne très bien défini.

C.1.5. Demande biochimique en oxygène (DBO_5)

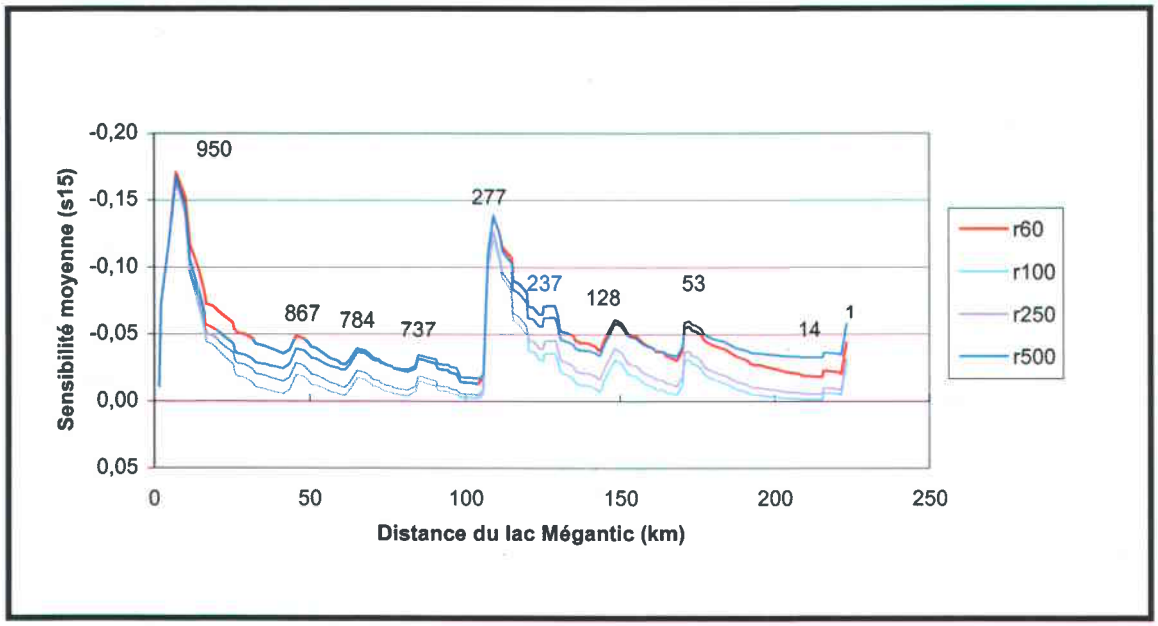

Figure C.11 **Coefficient moyen de sensibilité (S15) pour la demande biochimique en oxygène (DBO_5) en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic**

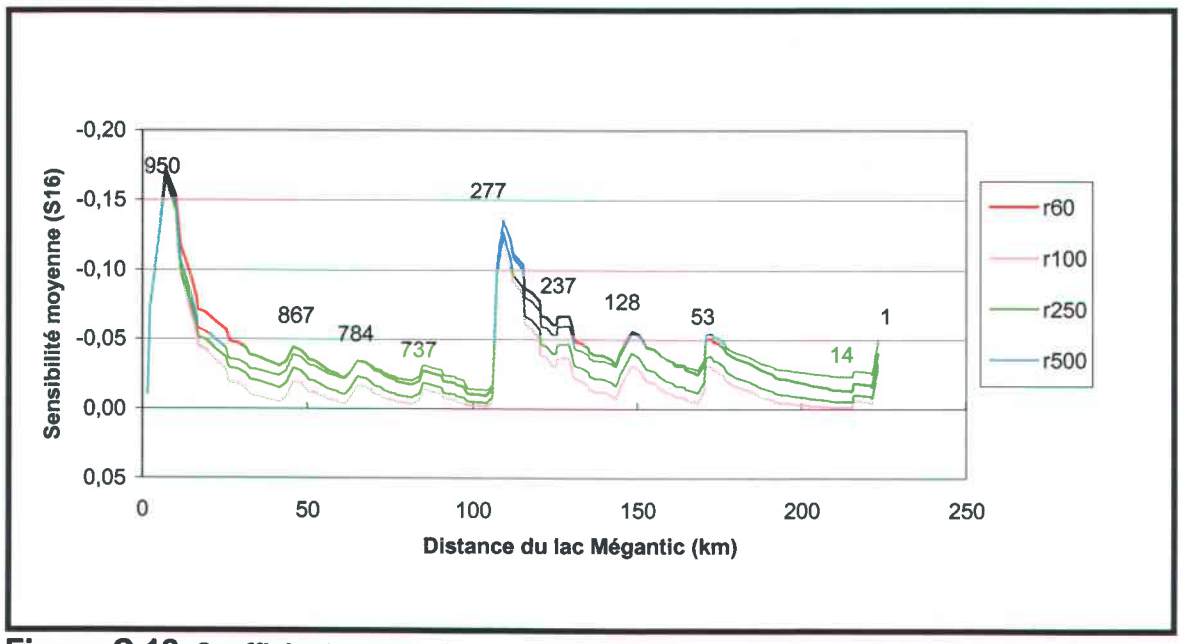

Figure C.12 **Coefficient moyen de sensibilité (S16) pour la demande biochimique en oxygène (DBO_5) en fonction de la distance à partir de l'exutoire du lac Mégantic**

La sensibilité moyenne de la demande biochimique en oxygène (DBO_5), à la vitesse de consommation de l'oxygène par la DBO_5, k1 et au taux de déposition k3, sont présentées respectivement aux figures C.11 et C.12,

Ces deux figures démontrent des profils reproductibles pour k1 et k3, avec des maximums de la sensibilité moyenne localisés aux tronçons 950, 867, 784, 737, 277, 237, 128, 53, et 14. Ces maximums coïncident avec ceux de l'azote ammoniacal (voir la figure C.5, à la page 135). De même, la sensibilité moyenne augmente vers un maximum donné et retourne vers zéro puis croît de nouveau et revient à la ligne de base. La sensibilité moyenne de cette variable n'augmente pas non plus d'amont en aval comme c'est le cas avec les coliformes fécaux.

C.2 Discussion

Cinq variables simulées ont été préalablement retenues comme variables cibles, afin d'étudier la façon dont varie la sensibilité moyenne de ces variables simulées, aux coefficients de réaction du modèle QUA2E, en divers points du réseau hydrographique de la rivière Chaudière, d'amont en aval, afin de rendre possible une simplification, une réduction de la quantité d'information recueillie, et/ou du nombre de tronçons sous étude le long de la rivière Chaudière. Ces cinq variables simulées sont : a) les coliformes fécaux, b) le phosphore dissous, c) l'azote ammoniacal, d) l'oxygène dissous et e) la demande biochimique en oxygène (DBO_5). Quatre profils distincts de la sensibilité moyenne de ces variables en fonction de la distance de l'embouchure du lac Mégantic ont été répertoriés.

Le premier est le profil creux et bosses (petites valeurs minimales et petites maximales de la sensibilité moyenne) avec une tendance de la sensibilité moyenne à croître d'amont en aval (voir les figures C.1, C.3, C.4 et C.7 aux pages 132, 134 et 136). Le second est le profil creux et bosses, mais sans tendance de la sensibilité moyenne à augmenter d'amont en aval (voir les figures C.5, C.6, C.11 et C.12 aux pages 135, 136 et 140).

Ce profil est aussi caractérisé par la présence de maximums de la sensibilité moyenne importants accompagnés par un retour à la ligne de base (creux).

Le troisième profil ressemble beaucoup au second excepté que les variations entre les maxima et les minima de la sensibilité moyenne sont petites. Ce profil ne démontre pas de tendance d'augmentation de la sensibilité d'amont vers l'aval (voir les figures C.8 et C.9 aux pages 137 et 138). Finalement le dernier profil, dit flou. Aucune tendance particulière n'est notable, pas de présence de variation importante de la sensibilité moyenne (voir la figure C.10 à la page 139).

Une étude plus détaillée de l'équation de la cinétique de réaction des coliformes fécaux et de son intégrale simple a permis de mieux comprendre la variabilité de la sensibilité (sensibilité moyenne) en fonction de la distance parcourue à partir d'un rejet ponctuel.

La cinétique de réaction des coliformes fécaux est la suivante :

$$\frac{dE}{dt} = -k5 \times E \tag{73}$$

où E représente la concentration en coliformes fécaux (nombre de coliformes par 100 mL) et k5, le taux de mortalité de ces coliformes. En intégrant par partie, l'on obtient que la concentration en coliformes fécaux en fonction du temps est égale à :

$$E(t) = E_0 \times \exp(-k5 \times t) \tag{74}$$

où E_0 est la concentration initiale en coliformes fécaux au tronçon où se déverse le rejet ponctuel. La dérivée de l'équation 74 en fonction du taux de mortalité k5 donne l'équation 75.

$$\frac{dE(t)}{dk5} = -t \times E_0 \times \exp(-k5 \times t) \tag{75}$$

Cette équation représente la sensibilité des coliformes fécaux au taux de mortalité k5, en fonction du temps. Ainsi, en dérivant cette dernière dans le temps, l'on obtient l'équation 76, laquelle n'est nulle autre que le taux de variation de cette sensibilité dans le temps.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dE}{dk5}\right) = -E_0 \times \exp(-k5 \times t) \quad + k5 \times t \times E_0 \times \exp(-k5 \times t) \qquad (76)$$

De plus, la sensibilité des coliformes fécaux au taux de mortalité k5 en fonction du temps $\frac{dE(t)}{dk5}$ est maximale ou minimale lorsque le taux de variation de cette sensibilité est nulle. Par conséquent, lorsque l'équation 76 est nulle,

$$k5 \times t = 1 \quad \text{ou} \quad t = \frac{1}{k5} \qquad (77)$$

Ainsi, en posant que E_0 et k5 sont respectivement égaux à 10 000 coliformes fécaux par 100 mL et 2.5 jour^{-1}, au moyen des équations 74, 75 et 76, l'on obtient la figure suivante :

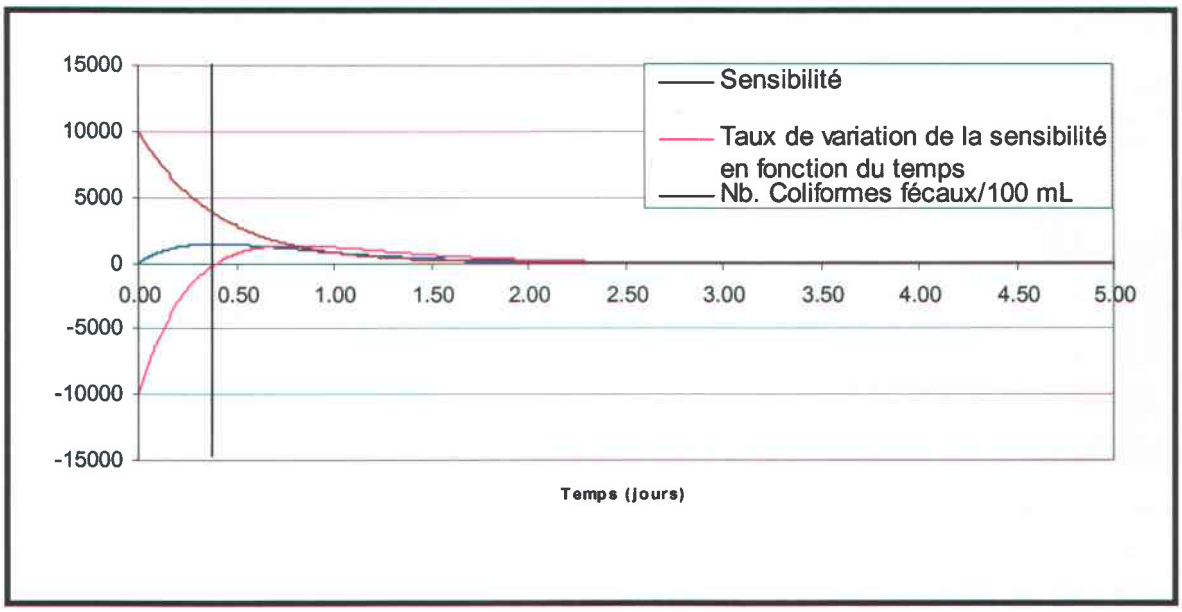

Figure C.13 Maximum de la sensibilité (coefficient de sensibilité) en fonction du temps (k5 = 2,5)

Dans cet exemple, (voir la figure C.13 à la page 143) le maximum de sensibilité apparaît à 0,40 jours, ce qui correspond à 1 divisé par k5. Ainsi, pour un paramètre influent d'une variable simulée, le temps auquel apparaît un maximum de sensibilité est donc fonction de la valeur de ce paramètre. Ce temps t est relié à la distance parcourue à partir d'un rejet ponctuel, par la vitesse d'écoulement de la manière suivante :

$$v = \frac{d}{t} \quad \text{ou} \quad t = \frac{d}{v} \quad \text{ou} \quad d = t \times v \tag{78}$$

Par conséquent, si v, la vitesse d'écoulement, est constante, plus k5 sera petit, plus t sera grand et par le fait même plus le maximum de sensibilité sera localisé loin en aval du rejet. De plus, il est important de noter (voir l'équation 75, à la page 142) que pour une valeur de k5 donnée, plus E_0 est important, plus la sensibilité sera élevée.

Toute chose étant égale par ailleurs, il est permis de croire que la localisation des maximums de sensibilité impliquant d'autres variables simulées sera influencée aussi par la valeur du ou des paramètre(s) important(s) envers ces mêmes variables. De même, si x_i est un paramètre influent envers une variable simulée, pour une valeur donnée de ce paramètre, plus la concentration initiale en l'espèce simulée par le modèle, au tronçon où est localisé le rejet, est importante, alors plus la sensibilité des tronçons en aval de celui-ci sera élevée.

Quant à la variance ou écart-type sur la sensibilité moyenne (coefficient moyen de sensibilité) des coliformes fécaux au taux de mortalité k5, celle-ci augmente d'amont en aval. Quelles hypothèses sont avancées pour tenter d'expliquer cette observation. La première est que l'erreur relative sur la concentration en coliformes fécaux est constante et comme la concentration croît d'amont en aval, alors l'erreur absolue (variance) augmente. La deuxième raison est que le débit augmente d'amont en aval et que celui-ci est une source importante d'erreur pour toutes les variables simulées. La dernière est la propagation des erreurs d'amont en aval. Toutefois il n'a pas été possible d'identifier la source dominante de la variance observée.

C.3 Conclusion

La sensibilité d'une variable simulée à un paramètre donné dépend de la valeur de ce paramètre (non-linéarité du modèle) et de l'importance de celui-ci (structure du modèle) envers cette variable. De même, pour un tronçon donné du réseau hydrographique, l'amplitude ou l'importance de la sensibilité d'une variable simulée sera aussi grandement influencée par la concentration en cette variable, à cet endroit. De plus, pour une variable simulée donnée, si x_i est un paramètre ayant un impact important sur cette dernière, alors le temps auquel apparaît un maximum de sensibilité est fonction de la valeur de ce paramètre x_i.

Finalement, cette étude préliminaire a permis d'identifier treize tronçons du réseau hydrographique simplifié, où des maximums de sensibilité, pour différentes variables simulées, ont été observés. Ces tronçons figurent au tableau C.1. Ceux-ci sont les seuls tronçons qui seront considérés pour l'analyse de corrélation partielle, et les différentes analyses d'incertitude.

Tableau C.1 Liste des tronçons sur la rivière Chaudière affichant une sensibilité maximum.

TRONÇON N°	ID_Troncon Rivière Chaudière	Distance à partir du lac Mégantic (km)
1	950	6,9
2	906	14,7
3	871	43,5
4	867	48,0
5	782	68,7
6	737	87,3
7	245	120,0
8	237	125,4
9	128	148,8
10	53	173,1
11	35	192,9
12	26	205,2
13	14	217,2

10.0 ANNEXE D : Exemple de simulations à exécuter et de calculs des dérivées premières, secondes et mixtes.

Tableau D.1 Exemple de simulations à faire pour un modèle à trois paramètres.

Simulation no	Paramètres
1	g (x1, x2, x3)
2	g (x1+ Δx1, x2, x3)
3	g (x1, x2 + Δx2, x3)
4	g (x1, x2, x3 + Δx3)
5	g (x1 + 2Δx1, x2, x3)
6	g (x1, x2 + 2Δx2, x3)
7	g (x1, x2, x3 + 2Δx3)
8	g (x1 + Δx1, x2 + Δx2, x3)
9	g (x1 + Δx1, x2 + Δx2, x3 + x3)
10	g (x1, x2 + Δx2, x3 + Δx3)

Les valeurs de Δx1, Δx2 et Δx3 correspondent à la grandeur du pas choisi. Elles sont analogues aux valeurs que nous retrouvons au tableau B.4 (voir à la page 127). De même, si **x** est un vecteur de paramètres tel que $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ où n est le nombre de paramètres du modèle utilisé, alors les dérivées première, seconde et mixte se calculent de la façon suivante :

Tableau D.2 Exemple de calcul des dérivées première, seconde et mixte

Dérivée première	$\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x_i} \approx \frac{g(\mathbf{x} + \Delta x_i) - g(\mathbf{x})}{\Delta x_i}$
Dérivée seconde	$\frac{\partial^2 g(\mathbf{x})}{(\partial x_i)^2} \approx \frac{g(\mathbf{x} + 2\Delta x_i) - 2g(\mathbf{x} + \Delta x_i) - g(x_i)}{(\Delta x_i)^2}$
Dérivée mixte	$\frac{\partial^2 g(x_i, x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \approx \frac{g(\mathbf{x} + \Delta x_i + \Delta x_j) - g(\mathbf{x} + \Delta x_i) - g(\mathbf{x} + \Delta x_j) + g(\mathbf{x})}{\Delta x_i \Delta x_j}$

11.0 ANNEXE E : Méthode de Monte Carlo, statistiques

Tableau E.1 Valeur du critère *Khi-deux* (test de Friedman) pour l'estimation du critère d'arrêt *MC*

Variable simulée \ Groupe	Tronçon # 950		Tronçon # 14	
	10K – 150K	20K – 150K	10K – 150K	20K – 150K
Oxygène dissous	813,8 [a]	1,824	1045	3,708
	0,000 [b]	0,610	0,000	0,295
Déficience en oxygène	814,0	1,820	1045	3,718
	0,000	0,611	0,000	0,294
Demande biochimique en oxygène	1110,1	1,840	1557	1,68
	0,000	0,606	0,000	0,641
Azote organique	1103,1	0,704	1490	0,873
	0,000	0,872	0,000	0,832
Azote ammoniacal	449,1	4,540	2153	0,595
	0,000	0,209	0,000	0,898
Azote nitrite	895,3	5,493	319,1	0,679
	0,000	0,139	0,000	0,878
Azote nitrate	1407,1	1,526	1371	6,238
	0,000	0,676	0,000	0,101
Azote total	40,57	1,251	1088	5,618
	0,000	0,741	0,000	0,132
Phosphore organique	1114	3,047	1633	3,788
	0,000	0,384	0,000	0,285
Phosphore dissous	1089	2,147	2651	1,983
	0,000	0,542	0,000	0,576
Phosphore total	69,34	0,575	2666	2,065
	0,000	0,902	0,000	0,559
Coliformes fécaux	808,5	0,871	1157	0,862
	0,000	0,832	0,000	0,835
Biomasse algale (Chlorophylle A)	243,0	2,005	348,9	2,048
	0,000	0,571	0,000	0,563

[a] Valeur du khi-deux pour le test de Friedman

[b] Niveau de signification

Tableau E.2 Valeur du critère *Khi-deux* (test de Kolmogorov Smirnov) afin d'identifier la distribution la plus probable des variables simulées

Variable simulée \ Distribution	Normale	Lognormale	La plus probable
Oxygène dissous	37,30	46,75	Normale
Déficience en oxygène dissous	37,30	21,27	Lognormale
Demande biochimique en Oxygène	14,78	4,64	Lognormale
Azote organique	15,43	5,18	Lognormale
Azote ammoniacal	12,02	18,86	Normale
Azote nitrite	17,65	9,91	Lognormale
Azote nitrate	5,56	9,36	Normale
Azote total	12,42	13,54	Normale
Phosphore organique	15,42	4,89	Lognormale
Phosphore dissous	9,72	14,64	Normale
Phosphore total	14,68	12,16	Lognormale
Coliformes fécaux	13,88	9,32	Lognormale
Biomasse algale (Chlorophylle A)	35,42	10,74	Lognormale

Niveau de signification $p < 0,001$

Tests statistiques effectués sur les résultats de simulation du tronçon 950

Nombre de simulations = 20 000

12.0 ANNEXE F : Étude préliminaire des résultats de l'analyse de corrélation partielle pour les coliformes fécaux

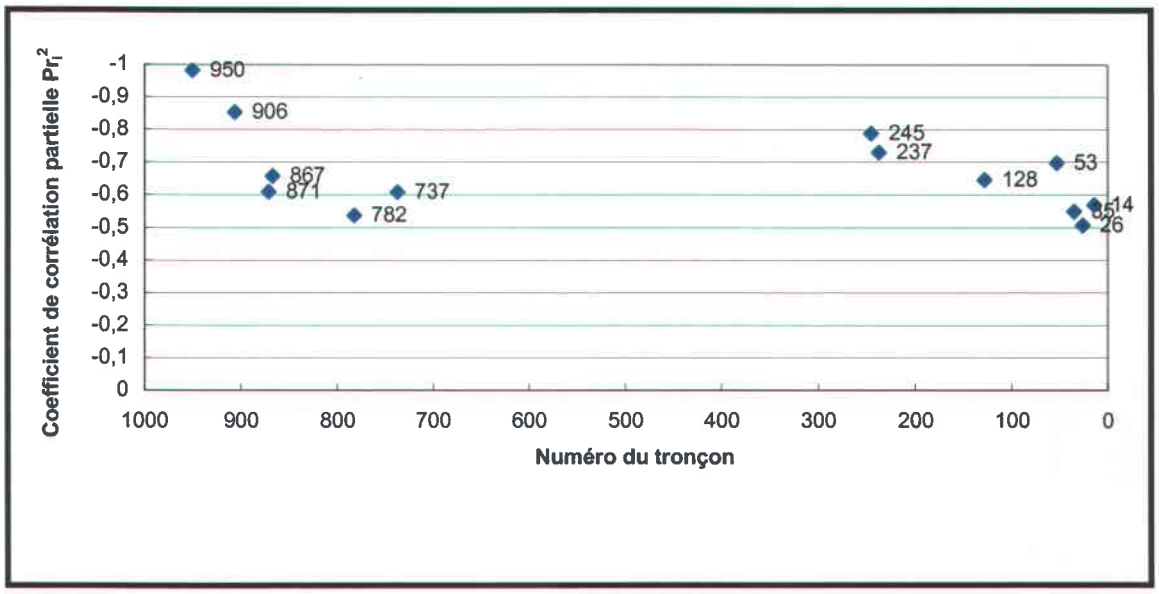

Figure F.1 Coefficient de corrélation partielle, Pr_i^2 entre K5 et le logarithme naturel du nombre de coliformes fécaux pour différents tronçons de la rivière Chaudière

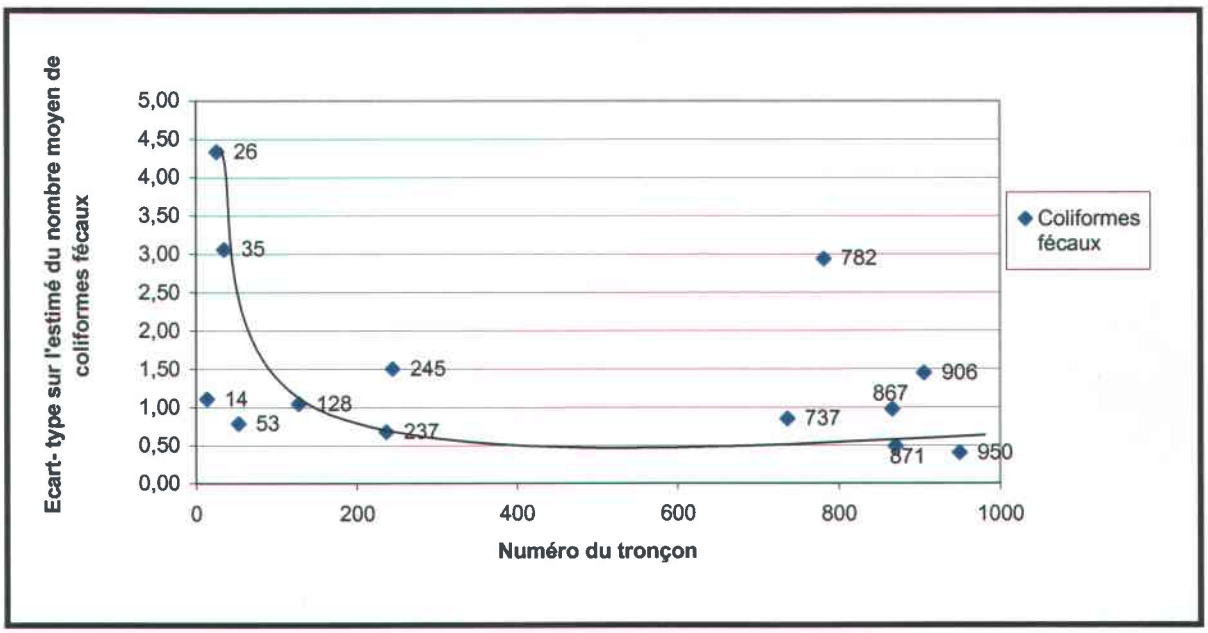

Figure F.2 Écart-type sur l'estimation du logarithme naturel moyen du nombre de coliformes fécaux pour chaque tronçon affichant une sensibilité maximum.

13.0 ANNEXE G : Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour les différentes variables simulées

Tableau G.1 **Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour l'oxygène dissous**

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
K2	0,6128	98,06	0,000	0,5525	0,5701	0,4306
ALPHA_0	-0,2196	-36,68	0,000	-0,2175	-0,2512	-0,1611
SIGMA_4	0,1942	30,81	0,000	0,4107	0,2130	0,1353
LAMBDA_0	-0,1447	-26,22	0,000	-0,1406	-0,1824	-0,1151
LAMBDA_2	0,1553	24,80	0,000	0,0140	0,1729	0,1089
BETA_1	0,1513	24,12	0,000	0,1221	0,1682	0,1059
K4	-0,1314	-20,81	0,000	-0,3264	-0,1457	-0,0914
RHO	-0,0840	-13,36	0,000	-0,2261	-0,0941	-0,0587
ALPHA_2	-0,0476	-7,90	0,000	-0,2616	-0,0558	-0,0347
SIGMA_3	0,0478	7,64	0,000	0,1329	0,0540	0,0335
MHU_MAX	0,0472	7,47	0,000	0,2121	0,0528	0,0328
LAMBDA_1	0,0460	7,38	0,000	0,1751	0,0521	0,0324
BETA_3	0,0422	6,71	0,000	-0,0718	0,0475	0,0295
PN	-0,0391	-6,28	0,000	0,0143	-0,0444	-0,0276
KP	-0,0377	-6,04	0,000	-0,0890	-0,0427	-0,0265
ALPHA_5	0,0326	5,85	0,000	-0,0237	0,0414	0,0257
ALPHA_4	-0,0256	-4,24	0,000	-0,1642	-0,0300	-0,0186
KL	0,0240	3,87	0,000	-0,0910	0,0274	0,0170
KN	0,0218	3,46	0,001	0,2733	0,0245	0,0152
SIGMA_1	0,0169	2,85	0,004	-0,0220	0,0201	0,0125
BETA_2	0,0172	2,75	0,006	0,0607	0,0195	0,0121
SIGMA_2	0,0162	2,68	0,007	-0,1453	0,0189	0,0118
ALPHA_6	0,0144	2,59	0,010	0,0137	0,0183	0,0114
K1	-0,0110	-1,76	0,078	-0,3276	-0,0125	-0,0077
K5	0,0069	1,25	0,212	0,1207	0,0088	0,0055
K3	-0,0038	-0,60	0,547	0,1829	-0,0043	-0,0026
SIGMA_5	0,0028	0,47	0,639	-0,0891	0,0033	0,0021
ALPHA_3	-0,0004	-0,07	0,945	-0,0319	-0,0005	-0,0003
BETA_4	-0,0004	-0,06	0,953	-0,1345	-0,0004	-0,0003
ALPHA_1	0,0001	0,02	0,982	0,0489	0,0002	0,0001

Tableau G.2 **Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour la déficience en oxygène**

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
K2	-0,6692	-316,06	0,000	-0,7844	-0,9129	-0,4702
K4	0,4428	206,96	0,000	0,6415	0,8259	0,3079
K1	0,1679	79,61	0,000	0,5070	0,4909	0,1184
BETA_3	0,0744	34,90	0,000	0,3578	0,2398	0,0519
K3	-0,0721	-34,07	0,000	-0,4887	-0,2344	-0,0507
SIGMA_2	-0,0460	-22,48	0,000	0,1604	-0,1571	-0,0334
ALPHA_0	0,0451	22,22	0,000	-0,1206	0,1553	0,0331
SIGMA_1	-0,0355	-17,68	0,000	0,0600	-0,1242	-0,0263
ALPHA_2	0,0304	14,89	0,000	0,2017	0,1048	0,0222
MHU_MAX	-0,0313	-14,63	0,000	-0,2853	-0,1030	-0,0218
ALPHA_1	-0,0297	-14,63	0,000	-0,1652	-0,1029	-0,0218
BETA_2	0,0304	14,32	0,000	-0,0626	0,1008	0,0213
PN	-0,0299	-14,15	0,000	-0,2172	-0,0996	-0,0211
KL	-0,0268	-12,75	0,000	0,1663	-0,0899	-0,0190
ALPHA_5	0,0240	12,74	0,000	0,0714	0,0898	0,0190
LAMBDA_2	-0,0269	-12,69	0,000	0,0666	-0,0894	-0,0189
LAMBDA_0	0,0232	12,42	0,000	-0,0555	0,0876	0,0185
K5	-0,0217	-11,66	0,000	-0,0280	-0,0823	-0,0174
SIGMA_4	0,0227	10,63	0,000	-0,3383	0,0750	0,0158
BETA_1	-0,0220	-10,37	0,000	0,1042	-0,0732	-0,0154
ALPHA_4	0,0205	10,00	0,000	0,1180	0,0706	0,0149
LAMBDA_1	0,0206	9,73	0,000	-0,1019	0,0687	0,0145
RHO	0,0189	8,89	0,000	0,2452	0,0628	0,0132
KP	0,0183	8,67	0,000	0,1815	0,0612	0,0129
ALPHA_3	-0,0171	-8,45	0,000	-0,0207	-0,0597	-0,0126
SIGMA_5	0,0107	5,27	0,000	-0,1053	0,0372	0,0078
ALPHA_6	0,0093	4,93	0,000	-0,0036	0,0349	0,0073
BETA_4	-0,0068	-3,18	0,001	0,2187	-0,0225	-0,0047
KN	0,0022	1,04	0,298	-0,2715	0,0074	0,0015
SIGMA_3	0,0016	0,74	0,458	-0,0132	0,0053	0,0011

Tableau G.3 **Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour la demande biochimique en oxygène (DBO_5)**

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
K1	-0,8120	-2874,95	0,000	-0,6969	-0,9988	-0,5726
K3	-0,7260	-2561,67	0,000	-0,5970	-0,9985	-0,5102
BETA_4	0,0043	15,00	0,000	-0,0449	0,1055	0,0030
ALPHA_2	-0,0036	-13,13	0,000	-0,1690	-0,0925	-0,0026
KN	-0,0035	-12,37	0,000	0,2397	-0,0872	-0,0025
MHU_MAX	-0,0031	-10,81	0,000	-0,0205	-0,0763	-0,0022
SIGMA_3	0,0030	10,52	0,000	0,2223	0,0742	0,0021
SIGMA_5	0,0026	9,49	0,000	-0,1517	0,0670	0,0019
LAMBDA_2	0,0021	7,40	0,000	0,2068	0,0523	0,0015
KP	-0,0021	-7,38	0,000	0,3254	-0,0522	-0,0015
KL	-0,0017	-6,15	0,000	-0,1664	-0,0435	-0,0012
RHO	-0,0017	-6,05	0,000	0,0960	-0,0428	-0,0012
ALPHA_1	-0,0015	-5,65	0,000	-0,1304	-0,0399	-0,0011
ALPHA_6	-0,0014	-5,58	0,000	0,0093	-0,0395	-0,0011
BETA_1	0,0016	5,45	0,000	0,3423	0,0385	0,0011
SIGMA_2	0,0014	4,96	0,000	-0,1584	0,0351	0,0010
BETA_2	0,0012	4,17	0,000	0,1130	0,0295	0,0008
BETA_3	-0,0011	-3,98	0,000	0,1905	-0,0281	-0,0008
LAMBDA_0	0,0010	3,80	0,000	0,0163	0,0269	0,0008
K2	0,0010	3,60	0,000	-0,1213	0,0255	0,0007
ALPHA_5	-0,0006	-2,37	0,018	0,1249	-0,0168	-0,0005
K5	0,0006	2,33	0,020	0,1095	0,0165	0,0005
LAMBDA_1	-0,0006	-2,24	0,025	0,1323	-0,0159	-0,0004
SIGMA_4	0,0004	1,53	0,125	0,1583	0,0109	0,0003
SIGMA_1	0,0003	1,26	0,208	-0,0705	0,0089	0,0003
PN	0,0002	0,67	0,501	-0,1658	0,0048	0,0001
ALPHA_0	0,0002	0,59	0,558	-0,1452	0,0041	0,0001
ALPHA_3	0,0001	0,39	0,693	-0,0543	0,0028	0,0001
K4	0,0000	0,11	0,909	-0,2100	0,0008	0,0000
ALPHA_4	0,0000	0,06	0,952	-0,1624	0,0004	0,0000

Tableau G.4 **Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour l'azote organique**

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
BETA_3	-0,8089	-2664,19	0,000	-0,6996	-0,9986	-0,5648
SIGMA_4	-0,7218	-2371,93	0,000	-0,5992	-0,9982	-0,5029
SIGMA_5	0,0035	11,99	0,000	0,3484	0,0845	0,0025
LAMBDA_1	-0,0036	-11,90	0,000	-0,0197	-0,0839	-0,0025
KL	-0,0032	-10,78	0,000	0,2377	-0,0761	-0,0023
SIGMA_2	0,0031	10,69	0,000	0,2349	0,0755	0,0023
PN	-0,0031	-10,36	0,000	0,3379	-0,0731	-0,0022
KP	-0,0031	-10,34	0,000	-0,1802	-0,0730	-0,0022
SIGMA_1	0,0026	9,16	0,000	-0,0313	0,0647	0,0019
LAMBDA_0	0,0023	8,72	0,000	-0,1499	0,0616	0,0018
ALPHA_0	-0,0023	-8,09	0,000	0,1148	-0,0572	-0,0017
K3	0,0024	8,07	0,000	0,2189	0,0570	0,0017
K5	0,0012	4,37	0,000	-0,1520	0,0309	0,0009
K4	-0,0012	-3,91	0,000	-0,1756	-0,0277	-0,0008
KN	-0,0011	-3,61	0,000	-0,1404	-0,0256	-0,0008
BETA_1	-0,0010	-3,27	0,001	-0,2100	-0,0232	-0,0007
SIGMA_3	0,0009	3,00	0,003	-0,1196	0,0212	0,0006
ALPHA_6	0,0008	2,87	0,004	0,1199	0,0203	0,0006
ALPHA_5	0,0007	2,68	0,007	0,0121	0,0190	0,0006
BETA_4	0,0008	2,52	0,012	0,1444	0,0178	0,0005
ALPHA_4	-0,0007	-2,50	0,013	0,1782	-0,0177	-0,0005
ALPHA_2	-0,0007	-2,42	0,016	0,0059	-0,0171	-0,0005
RHO	0,0006	2,13	0,034	-0,1675	0,0150	0,0005
MHU_MAX	0,0006	1,89	0,058	-0,0515	0,0134	0,0004
BETA_2	-0,0006	-1,83	0,067	0,1874	-0,0130	-0,0004
LAMBDA_2	-0,0005	-1,80	0,071	0,0969	-0,0128	-0,0004
K1	0,0003	1,06	0,290	0,1411	0,0075	0,0002
ALPHA_1	0,0002	0,64	0,522	0,1265	0,0045	0,0001
K2	0,0002	0,62	0,538	-0,1593	0,0044	0,0001
ALPHA_3	0,0000	0,01	0,994	0,1643	0,0001	0,0000

Tableau G.5 **Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour l'azote ammoniacal**

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
BETA_3	0,9778	263,33	0,000	0,7368	0,8811	0,6828
BETA_1	-0,4700	-126,92	0,000	-0,0681	-0,6682	-0,3291
SIGMA_4	-0,2747	-73,80	0,000	-0,2410	-0,4629	-0,1914
SIGMA_3	0,1392	37,69	0,000	0,0017	0,2577	0,0977
KL	0,1238	33,80	0,000	-0,0370	0,2326	0,0876
K3	-0,1211	-32,82	0,000	-0,3424	-0,2263	-0,0851
SIGMA_1	-0,1090	-31,16	0,000	0,0069	-0,2153	-0,0808
K5	-0,0931	-28,72	0,000	-0,0565	-0,1992	-0,0745
K4	-0,0625	-16,76	0,000	0,3835	-0,1178	-0,0435
KP	0,0477	12,92	0,000	0,2664	0,0911	0,0335
MHU_MAX	-0,0408	-10,93	0,000	-0,1713	-0,0771	-0,0283
K1	-0,0389	-10,57	0,000	0,1776	-0,0746	-0,0274
ALPHA_2	0,0364	10,24	0,000	0,1766	0,0723	0,0265
PN	0,0374	10,17	0,000	-0,1130	0,0718	0,0264
LAMBDA_0	0,0290	8,90	0,000	0,0596	0,0628	0,0231
RHO	0,0327	8,81	0,000	0,2487	0,0623	0,0229
ALPHA_4	0,0271	7,60	0,000	-0,0234	0,0537	0,0197
K2	0,0252	6,82	0,000	-0,1930	0,0482	0,0177
LAMBDA_1	-0,0248	-6,72	0,000	-0,1225	-0,0475	-0,0174
BETA_4	-0,0242	-6,54	0,000	0,0383	-0,0462	-0,0170
KN	-0,0197	-5,31	0,000	-0,1555	-0,0375	-0,0138
ALPHA_1	-0,0175	-4,94	0,000	-0,1178	-0,0350	-0,0128
SIGMA_2	-0,0172	-4,83	0,000	0,0617	-0,0342	-0,0125
ALPHA_5	0,0110	3,35	0,001	0,0334	0,0237	0,0087
BETA_2	-0,0117	-3,15	0,002	-0,1534	-0,0223	-0,0082
LAMBDA_2	0,0098	2,64	0,008	-0,0057	0,0187	0,0068
ALPHA_0	0,0078	2,21	0,027	0,0076	0,0156	0,0057
SIGMA_5	-0,0059	-1,66	0,097	-0,2622	-0,0117	-0,0043
ALPHA_3	-0,0030	-0,84	0,402	-0,0285	-0,0059	-0,0022
ALPHA_6	-0,0021	-0,64	0,524	-0,0905	-0,0045	-0,0017

Tableau G.6 **Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour l'azote nitrite**

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
BETA_2	-0,6126	-215,00	0,000	-0,4045	-0,8357	-0,4294
BETA_1	0,5417	189,91	0,000	0,4968	0,8023	0,3793
BETA_3	0,4594	160,61	0,000	0,7376	0,7508	0,3208
SIGMA_4	-0,0872	-30,43	0,000	-0,1019	-0,2105	-0,0608
K5	-0,0441	-17,68	0,000	0,1670	-0,1242	-0,0353
K2	-0,0475	-16,72	0,000	-0,2396	-0,1175	-0,0334
K3	-0,0462	-16,26	0,000	-0,3095	-0,1143	-0,0325
KP	0,0408	14,35	0,000	0,2948	0,1010	0,0287
SIGMA_2	-0,0357	-13,01	0,000	0,0543	-0,0917	-0,0260
K1	0,0363	12,83	0,000	0,0013	0,0904	0,0256
LAMBDA_0	0,0259	10,32	0,000	0,0905	0,0728	0,0206
SIGMA_5	-0,0274	-10,03	0,000	-0,4335	-0,0708	-0,0200
ALPHA_2	0,0182	6,62	0,000	0,0395	0,0468	0,0132
SIGMA_1	-0,0178	-6,60	0,000	0,1595	-0,0467	-0,0132
MHU_MAX	-0,0187	-6,50	0,000	-0,0627	-0,0460	-0,0130
SIGMA_3	0,0175	6,15	0,000	-0,0620	0,0435	0,0123
LAMBDA_2	0,0165	5,80	0,000	0,0843	0,0410	0,0116
RHO	0,0165	5,76	0,000	0,2745	0,0407	0,0115
K4	0,0147	5,13	0,000	0,4370	0,0363	0,0102
BETA_4	0,0140	4,91	0,000	-0,0448	0,0347	0,0098
ALPHA_4	0,0119	4,31	0,000	-0,1401	0,0305	0,0086
ALPHA_6	-0,0099	-3,91	0,000	-0,1198	-0,0277	-0,0078
LAMBDA_1	0,0096	3,39	0,001	-0,1274	0,0240	0,0068
KL	-0,0088	-3,13	0,002	-0,1796	-0,0222	-0,0063
KN	-0,0071	-2,48	0,013	-0,0568	-0,0175	-0,0049
ALPHA_0	-0,0059	-2,17	0,030	-0,2467	-0,0153	-0,0043
ALPHA_1	-0,0058	-2,13	0,034	-0,0810	-0,0150	-0,0042
PN	-0,0051	-1,80	0,073	-0,2159	-0,0127	-0,0036
ALPHA_5	-0,0032	-1,26	0,207	0,0301	-0,0089	-0,0025
ALPHA_3	-0,0027	-0,98	0,325	-0,0317	-0,0070	-0,0020

Tableau G.7 **Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour l'azote nitrate**

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
BETA_2	0,8052	291,43	0,000	0,8573	0,8998	0,5645
BETA_3	0,1989	71,69	0,000	0,3211	0,4525	0,1389
BETA_1	0,1849	66,83	0,000	0,6047	0,4275	0,1294
SIGMA_4	-0,1193	-42,91	0,000	-0,4195	-0,2905	-0,0831
SIGMA_2	0,0938	35,22	0,000	-0,0696	0,2418	0,0682
K4	0,0872	31,30	0,000	-0,0362	0,2163	0,0606
K5	-0,0423	-17,49	0,000	0,0713	-0,1228	-0,0339
PN	0,0338	12,31	0,000	0,2430	0,0868	0,0238
KP	0,0322	11,69	0,000	0,1628	0,0825	0,0226
K2	0,0317	11,52	0,000	-0,2322	0,0812	0,0223
KL	-0,0282	-10,31	0,000	-0,1948	-0,0728	-0,0200
LAMBDA_2	0,0242	8,77	0,000	0,2606	0,0619	0,0170
ALPHA_6	-0,0215	-8,71	0,000	0,0484	-0,0615	-0,0169
SIGMA_1	0,0204	7,80	0,000	-0,0060	0,0551	0,0151
BETA_4	-0,0187	-6,76	0,000	-0,1861	-0,0478	-0,0131
LAMBDA_1	-0,0185	-6,70	0,000	-0,1605	-0,0474	-0,0130
LAMBDA_0	0,0136	5,58	0,000	-0,3196	0,0395	0,0108
K1	-0,0139	-5,08	0,000	-0,1661	-0,0359	-0,0098
ALPHA_5	0,0071	2,90	0,004	-0,0438	0,0205	0,0056
ALPHA_2	0,0070	2,62	0,009	-0,0793	0,0186	0,0051
ALPHA_1	-0,0063	-2,38	0,017	-0,0180	-0,0169	-0,0046
RHO	0,0063	2,27	0,024	-0,0351	0,0160	0,0044
KN	-0,0052	-1,87	0,061	-0,1251	-0,0132	-0,0036
SIGMA_3	-0,0051	-1,85	0,064	-0,2914	-0,0131	-0,0036
ALPHA_0	-0,0048	-1,80	0,072	-0,1246	-0,0127	-0,0035
SIGMA_5	-0,0037	-1,41	0,160	0,2466	-0,0099	-0,0027
MHU_MAX	0,0029	1,02	0,307	-0,0675	0,0072	0,0020
ALPHA_4	0,0022	0,82	0,414	-0,0229	0,0058	0,0016
ALPHA_3	-0,0018	-0,68	0,497	0,0035	-0,0048	-0,0013
K3	-0,0012	-0,42	0,676	-0,0234	-0,0030	-0,0008

Tableau G.8 Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour l'azote total

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
SIGMA_4	-0,8861	-509,56	0,000	-0,9115	-0,9636	-0,6174
BETA_3	0,3613	208,22	0,000	0,4926	0,8274	0,2523
SIGMA_3	0,0657	38,04	0,000	-0,3485	0,2599	0,0461
K3	-0,0481	-27,93	0,000	-0,1322	-0,1939	-0,0338
LAMBDA_0	0,0228	14,96	0,000	-0,2168	0,1053	0,0181
LAMBDA_1	-0,0248	-14,43	0,000	-0,2479	-0,1016	-0,0175
K4	-0,0185	-10,64	0,000	0,3432	-0,0751	-0,0129
KN	-0,0153	-8,84	0,000	-0,2442	-0,0624	-0,0107
SIGMA_2	0,0130	7,82	0,000	0,2860	0,0553	0,0095
ALPHA_1	-0,0110	-6,65	0,000	0,0500	-0,0470	-0,0081
MHU_MAX	-0,0112	-6,42	0,000	-0,1031	-0,0454	-0,0078
K5	-0,0091	-6,01	0,000	0,0979	-0,0425	-0,0073
ALPHA_5	0,0078	5,08	0,000	-0,0080	0,0359	0,0062
BETA_1	0,0086	4,96	0,000	0,2915	0,0351	0,0060
SIGMA_5	-0,0066	-3,98	0,000	-0,0268	-0,0282	-0,0048
RHO	0,0053	3,03	0,002	0,0834	0,0215	0,0037
SIGMA_1	-0,0044	-2,70	0,007	0,2091	-0,0191	-0,0033
K1	-0,0043	-2,53	0,012	0,1460	-0,0179	-0,0031
ALPHA_4	-0,0035	-2,11	0,035	0,0093	-0,0149	-0,0026
KL	0,0034	1,97	0,049	-0,0907	0,0140	0,0024
LAMBDA_2	-0,0034	-1,96	0,050	0,1730	-0,0139	-0,0024
BETA_4	0,0033	1,88	0,060	0,0037	0,0133	0,0023
ALPHA_2	-0,0027	-1,63	0,103	0,0494	-0,0116	-0,0020
K2	0,0024	1,40	0,163	-0,4376	0,0099	0,0017
KP	0,0024	1,36	0,173	0,1588	0,0096	0,0017
PN	-0,0017	-1,00	0,319	0,1940	-0,0070	-0,0012
ALPHA_0	-0,0015	-0,88	0,379	-0,1028	-0,0062	-0,0011
ALPHA_6	0,0011	0,73	0,466	0,0011	0,0052	0,0009
ALPHA_3	-0,0004	-0,25	0,799	0,1151	-0,0018	-0,0003
BETA_2	-0,0001	-0,04	0,965	0,1797	-0,0003	-0,0001

Tableau G.9 **Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour le phosphore organique**

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
BETA_4	-0,8168	-2174,54	0,000	-0,6956	-0,9979	-0,5712
SIGMA_5	-0,7220	-2011,48	0,000	-0,5968	-0,9975	-0,5283
ALPHA_0	-0,0148	-41,21	0,000	-0,1098	-0,2800	-0,0108
K3	-0,0080	-21,30	0,000	-0,0492	-0,1491	-0,0056
SIGMA_1	-0,0049	-13,95	0,000	0,1709	-0,0983	-0,0037
ALPHA_2	0,0043	11,89	0,000	-0,0132	0,0838	0,0031
RHO	0,0044	11,68	0,000	0,1300	0,0824	0,0031
K2	-0,0041	-10,86	0,000	0,2173	-0,0766	-0,0029
BETA_1	-0,0030	-8,06	0,000	0,2019	-0,0569	-0,0021
K5	-0,0020	-6,12	0,000	0,3670	-0,0433	-0,0016
K1	-0,0023	-6,06	0,000	-0,1529	-0,0428	-0,0016
LAMBDA_0	0,0017	5,21	0,000	0,1190	0,0369	0,0014
KL	-0,0018	-4,83	0,000	-0,1830	-0,0342	-0,0013
ALPHA_6	0,0016	4,76	0,000	-0,0326	0,0337	0,0013
BETA_2	0,0017	4,41	0,000	-0,1627	0,0312	0,0012
SIGMA_4	-0,0015	-4,10	0,000	0,1094	-0,0290	-0,0011
BETA_3	-0,0013	-3,39	0,001	0,3582	-0,0240	-0,0009
PN	-0,0012	-3,33	0,001	-0,0962	-0,0236	-0,0009
ALPHA_3	0,0011	3,01	0,003	-0,0631	0,0213	0,0008
MHU_MAX	0,0009	2,48	0,013	0,1390	0,0175	0,0007
ALPHA_4	0,0008	2,29	0,022	-0,0862	0,0162	0,0006
KN	-0,0009	-2,27	0,023	0,1419	-0,0161	-0,0006
ALPHA_1	0,0008	2,16	0,031	-0,0133	0,0153	0,0006
SIGMA_2	-0,0008	-2,14	0,033	-0,2270	-0,0151	-0,0006
ALPHA_5	0,0006	1,74	0,082	-0,0560	0,0123	0,0005
LAMBDA_1	-0,0006	-1,70	0,089	-0,0167	-0,0120	-0,0004
K4	-0,0004	-1,19	0,236	0,1235	-0,0084	-0,0003
SIGMA_3	-0,0004	-1,04	0,300	-0,1623	-0,0073	-0,0003
KP	0,0003	0,82	0,409	0,1488	0,0058	0,0002
LAMBDA_2	-0,0001	-0,19	0,848	-0,0224	-0,0014	-0,0001

Tableau G.10 Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour le phosphore dissous

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
BETA_4	0,8547	365,73	0,000	0,9147	0,9328	0,5977
SIGMA_5	-0,2103	-94,18	0,000	-0,3240	-0,5546	-0,1539
SIGMA_2	0,1758	78,26	0,000	0,5472	0,4845	0,1279
ALPHA_0	0,1560	70,01	0,000	-0,1420	0,4439	0,1144
K2	0,0634	27,27	0,000	-0,2001	0,1895	0,0446
K1	0,0393	16,96	0,000	0,3155	0,1192	0,0277
ALPHA_5	-0,0341	-16,48	0,000	0,0572	-0,1158	-0,0269
KL	0,0375	16,24	0,000	0,2532	0,1142	0,0265
BETA_1	-0,0343	-14,71	0,000	-0,3296	-0,1036	-0,0240
PN	-0,0276	-11,88	0,000	-0,1468	-0,0838	-0,0194
K4	0,0238	10,11	0,000	0,1239	0,0714	0,0165
LAMBDA_2	-0,0225	-9,66	0,000	-0,1322	-0,0682	-0,0158
K5	0,0194	9,51	0,000	-0,2452	0,0672	0,0155
LAMBDA_1	0,0198	8,52	0,000	0,0775	0,0602	0,0139
KN	0,0150	6,42	0,000	-0,0684	0,0454	0,0105
LAMBDA_0	-0,0129	-6,29	0,000	-0,0786	-0,0445	-0,0103
ALPHA_6	0,0108	5,19	0,000	-0,0497	0,0367	0,0085
KP	-0,0119	-5,12	0,000	-0,0972	-0,0362	-0,0084
SIGMA_3	-0,0118	-5,07	0,000	0,3711	-0,0359	-0,0083
BETA_3	0,0111	4,74	0,000	-0,1074	0,0336	0,0078
BETA_2	-0,0080	-3,44	0,001	-0,3112	-0,0243	-0,0056
ALPHA_3	-0,0034	-1,54	0,123	0,0716	-0,0109	-0,0025
RHO	0,0035	1,50	0,134	-0,0318	0,0106	0,0024
SIGMA_1	0,0027	1,21	0,226	0,1018	0,0086	0,0020
MHU_MAX	0,0025	1,08	0,281	-0,0870	0,0076	0,0018
ALPHA_1	-0,0021	-0,96	0,336	0,0282	-0,0068	-0,0016
K3	-0,0014	-0,59	0,558	-0,1895	-0,0041	-0,0010
ALPHA_2	-0,0007	-0,33	0,742	0,0117	-0,0023	-0,0005
SIGMA_4	-0,0006	-0,27	0,788	-0,0097	-0,0019	-0,0004
ALPHA_4	-0,0004	-0,16	0,875	0,0024	-0,0011	-0,0003

Tableau G.11 **Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour le phosphore total**

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
SIGMA_5	-0,8173	-467,20	0,000	-0,8762	-0,9572	-0,5981
BETA_4	0,3336	182,22	0,000	0,5349	0,7902	0,2333
SIGMA_2	0,1875	106,56	0,000	0,4492	0,6021	0,1364
ALPHA_0	0,0586	33,59	0,000	-0,3647	0,2313	0,0430
BETA_1	-0,0339	-18,55	0,000	-0,1409	-0,1301	-0,0237
K3	-0,0338	-18,54	0,000	-0,2984	-0,1301	-0,0237
SIGMA_3	-0,0253	-13,85	0,000	0,3059	-0,0976	-0,0177
PN	-0,0143	-7,90	0,000	-0,1971	-0,0558	-0,0101
K5	-0,0113	-7,05	0,000	0,0023	-0,0499	-0,0090
ALPHA_6	0,0102	6,25	0,000	-0,0978	0,0442	0,0080
RHO	0,0099	5,42	0,000	0,0745	0,0383	0,0069
LAMBDA_2	-0,0097	-5,28	0,000	-0,0678	-0,0374	-0,0068
ALPHA_4	0,0073	4,14	0,000	-0,0971	0,0293	0,0053
ALPHA_2	0,0065	3,68	0,000	-0,0270	0,0260	0,0047
MHU_MAX	0,0060	3,24	0,001	-0,0142	0,0229	0,0042
KP	-0,0050	-2,77	0,006	0,0779	-0,0196	-0,0035
K1	0,0050	2,76	0,006	0,1875	0,0195	0,0035
ALPHA_5	-0,0038	-2,35	0,019	0,0875	-0,0166	-0,0030
ALPHA_3	0,0040	2,28	0,023	0,0849	0,0161	0,0029
LAMBDA_0	0,0029	1,78	0,076	-0,0303	0,0126	0,0023
SIGMA_1	0,0026	1,52	0,130	0,2489	0,0107	0,0019
BETA_3	-0,0025	-1,36	0,175	0,1848	-0,0096	-0,0017
K4	-0,0023	-1,27	0,205	0,2101	-0,0090	-0,0016
SIGMA_4	-0,0023	-1,24	0,214	0,0432	-0,0088	-0,0016
KL	0,0022	1,20	0,229	0,0962	0,0085	0,0015
LAMBDA_1	-0,0020	-1,08	0,281	0,0342	-0,0076	-0,0014
KN	-0,0007	-0,38	0,707	-0,0061	-0,0027	-0,0005
K2	-0,0006	-0,31	0,756	-0,1579	-0,0022	-0,0004
BETA_2	-0,0006	-0,31	0,758	-0,4429	-0,0022	-0,0004
ALPHA_1	0,0001	0,03	0,975	0,0377	0,0002	0,0000

Tableau G.12 Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour les coliformes fécaux

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	Niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
K5	-0,9991	-7586,47	0,000	-0,9998	-0,9998	-0,7996
ALPHA_0	0,0072	50,00	0,000	0,2336	0,3336	0,0053
BETA_4	-0,0029	-19,03	0,000	0,3017	-0,1335	-0,0020
BETA_1	-0,0023	-15,44	0,000	-0,2308	-0,1086	-0,0016
SIGMA_1	0,0020	14,02	0,000	-0,4042	0,0987	0,0015
K2	0,0015	10,03	0,000	-0,0052	0,0708	0,0011
SIGMA_4	0,0015	9,71	0,000	0,0500	0,0686	0,0010
BETA_3	-0,0013	-8,75	0,000	-0,2363	-0,0618	-0,0009
K3	0,0012	7,99	0,000	0,0379	0,0565	0,0008
MHU_MAX	0,0012	7,76	0,000	-0,1280	0,0548	0,0008
SIGMA_2	0,0010	6,94	0,000	0,0226	0,0490	0,0007
LAMBDA_0	-0,0008	-6,23	0,000	0,1661	-0,0441	-0,0007
ALPHA_3	0,0008	5,64	0,000	0,0335	0,0399	0,0006
KP	-0,0008	-5,63	0,000	0,0260	-0,0398	-0,0006
LAMBDA_1	0,0008	5,45	0,000	-0,0300	0,0386	0,0006
ALPHA_2	-0,0008	-5,23	0,000	0,0650	-0,0370	-0,0006
KN	0,0007	4,60	0,000	-0,1203	0,0325	0,0005
SIGMA_5	0,0006	4,13	0,000	0,1679	0,0292	0,0004
KL	0,0005	3,27	0,001	0,1364	0,0231	0,0003
K1	0,0005	3,12	0,002	0,1075	0,0221	0,0003
RHO	0,0005	3,02	0,003	0,0382	0,0213	0,0003
ALPHA_5	0,0004	2,91	0,004	0,0440	0,0206	0,0003
BETA_2	-0,0002	-1,56	0,120	-0,0053	-0,0110	-0,0002
ALPHA_6	-0,0002	-1,32	0,187	-0,0387	-0,0093	-0,0001
ALPHA_1	0,0002	1,13	0,258	-0,0083	0,0080	0,0001
K4	-0,0001	-0,63	0,528	-0,0758	-0,0045	-0,0001
PN	-0,0001	-0,35	0,729	0,0740	-0,0024	0,0000
SIGMA_3	0,0000	0,26	0,795	0,1780	0,0018	0,0000
LAMBDA_2	0,0000	-0,20	0,845	0,0405	-0,0014	0,0000
ALPHA_4	0,0000	0,01	0,992	0,0185	0,0001	0,0000

Tableau G.13 Statistiques de l'analyse de corrélation partielle pour la biomasse algale (Chlorophylle a)

Variable indépendante	$B_{i\,std}$	t	niveau de signification P	r_i^2	Pr_i^2	Sr_i^2
SIGMA_1	-0,9996	-2213,55	0,000	-0,9970	-0,9980	-0,7411
RHO	-0,0296	-61,80	0,000	-0,0173	-0,4007	-0,0207
SIGMA_5	0,0243	53,16	0,000	0,2561	0,3521	0,0178
LAMBDA_0	-0,0183	-43,38	0,000	0,1456	-0,2935	-0,0145
SIGMA_3	-0,0142	-29,73	0,000	0,3008	-0,2059	-0,0100
KP	-0,0092	-19,22	0,000	0,0241	-0,1348	-0,0064
MHU_MAX	0,0072	14,92	0,000	-0,0947	0,1050	0,0050
SIGMA_2	0,0049	10,73	0,000	-0,4040	0,0757	0,0036
K5	-0,0044	-10,59	0,000	-0,4092	-0,0748	-0,0035
K3	0,0046	9,59	0,000	0,0106	0,0677	0,0032
PN	0,0045	9,48	0,000	0,0649	0,0669	0,0032
K2	0,0042	8,73	0,000	0,0528	0,0616	0,0029
K4	-0,0039	-8,11	0,000	-0,2508	-0,0573	-0,0027
ALPHA_1	0,0034	7,55	0,000	-0,1157	0,0533	0,0025
BETA_2	-0,0036	-7,44	0,000	0,1806	-0,0526	-0,0025
LAMBDA_1	0,0035	7,39	0,000	0,1368	0,0523	0,0025
BETA_4	0,0034	7,20	0,000	0,0175	0,0509	0,0024
KN	-0,0034	-7,09	0,000	-0,0197	-0,0501	-0,0024
BETA_3	-0,0029	-6,11	0,000	-0,2315	-0,0432	-0,0020
ALPHA_4	-0,0026	-5,71	0,000	0,0604	-0,0404	-0,0019
ALPHA_5	0,0024	5,64	0,000	0,0280	0,0399	0,0019
K1	-0,0026	-5,39	0,000	-0,0730	-0,0381	-0,0018
ALPHA_0	0,0024	5,27	0,000	0,1658	0,0372	0,0018
KL	-0,0021	-4,52	0,000	0,1067	-0,0319	-0,0015
SIGMA_4	0,0022	4,47	0,000	0,1764	0,0317	0,0015
BETA_1	-0,0017	-3,48	0,000	-0,0095	-0,0246	-0,0012
LAMBDA_2	-0,0010	-2,14	0,032	0,0640	-0,0151	-0,0007
ALPHA_3	0,0010	2,12	0,034	-0,0188	0,0150	0,0007
ALPHA_2	0,0004	0,76	0,445	0,0417	0,0054	0,0003
ALPHA_6	0,0000	0,00	0,997	0,0421	0,0000	0,0000

14.0 ANNEXE H : Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour les différentes variables simulées

Tableau H.1 Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour l'oxygène dissous

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
K2	0,6128	0,4306	K4	-2,3917	2,2482
$\alpha 0$	-0,2196	-0,1611	$\alpha 5$	-3,9587	2,2823
$\sigma 4$	0,1942	0,1353	K2	-4,0410	2,2632
$\lambda 0$	-0,1447	-0,1151	K3	-4,2268	2,0103
$\lambda 2$	0,1553	0,1089	$\alpha 6$	-4,2997	2,1843
$\beta 1$	0,1513	0,1059	K1	-4,3892	2,4647
K4	-0,1314	-0,0914	$\beta 3$	-4,5575	2,0665
ρ	-0,0840	-0,0587	$\beta 1$	-4,8924	2,1102
$\alpha 2$	-0,0476	-0,0347	$\sigma 4$	-5,6671	2,0572
$\sigma 3$	0,0478	0,0335	$\beta 2$	-6,3722	2,1332
μmax	0,0472	0,0328	ρ	-7,5587	2,3219
$\lambda 1$	0,0460	0,0324	$\sigma 3$	-8,5206	1,5145
$\beta 3$	0,0422	0,0295	$\sigma 1$	-9,1222	2,3493
PN	-0,0391	-0,0276	$\alpha 4$	-9,3479	2,7159
KP	-0,0377	-0,0265	K_P	-9,3556	3,7470
$\alpha 5$	0,0326	0,0257	KL	-10,1143	4,1572
$\alpha 4$	-0,0256	-0,0186	$\alpha 1$	-10,3069	3,7976
KL	0,0240	0,0170	K_N	-10,7270	3,3859
KN	0,0218	0,0152	$\alpha 3$	-11,0507	2,9381
$\sigma 1$	0,0169	0,0125	μmax	-11,3207	2,5701
$\beta 2$	0,0172	0,0121	$\alpha 0$	-11,8808	2,3389
$\sigma 2$	0,0162	0,0118	PN	-12,6291	2,8275
$\alpha 6$	0,0144	0,0114	$\beta 4$	-12,6495	2,1009
K1	-0,0110	-0,0077	$\lambda 0$	-13,1369	1,7775
K5	0,0069	0,0055	$\sigma 5$	-13,7111	1,6841
K3	-0,0038	-0,0026	$\sigma 2$	-14,0459	1,5316
$\sigma 5$	0,0028	0,0021	$\lambda 1$	-14,6420	1,6023
$\alpha 3$	-0,0004	-0,0003	$\lambda 2$	-14,7581	1,3340
$\beta 4$	-0,0004	-0,0003	$\alpha 2$	-14,8380	1,1401
$\alpha 1$	0,0001	0,0001	K5	-15,0000	0,0000

NB : Les moyennes μ et les écarts-types σ présentés aux tableaux H.1 à H.13, sont calculés à partir de 250 répliques, pour le tronçon 950

Tableau H.2 **Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour la déficience en oxygène dissous**

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
K2	-0,6692	-0,4702	K4	-2,3917	2,2482
K4	0,4428	0,3079	$\alpha 5$	-3,9587	2,2823
K1	0,1679	0,1184	K2	-4,0410	2,2632
$\beta 3$	0,0744	0,0519	K3	-4,2268	2,0103
K3	-0,0721	-0,0507	$\alpha 6$	-4,2997	2,1843
$\sigma 2$	-0,0460	-0,0334	K1	-4,3891	2,4645
$\alpha 0$	0,0451	0,0331	$\beta 3$	-4,5575	2,0665
$\sigma 1$	-0,0355	-0,0263	$\beta 1$	-4,8924	2,1102
$\alpha 2$	0,0304	0,0222	$\sigma 4$	-5,6671	2,0572
μmax	-0,0313	-0,0218	$\beta 2$	-6,3722	2,1332
$\alpha 1$	-0,0297	-0,0218	ρ	-7,5587	2,3220
$\beta 2$	0,0304	0,0213	$\sigma 3$	-8,5206	1,5143
PN	-0,0299	-0,0211	$\sigma 1$	-9,1224	2,3495
KL	-0,0268	-0,0190	$\alpha 4$	-9,3472	2,7157
$\alpha 5$	0,0240	0,0190	K_P	-9,3594	3,7466
$\lambda 2$	-0,0269	-0,0189	KL	-10,1092	4,1591
$\lambda 0$	0,0232	0,0185	$\alpha 1$	-10,4011	3,8409
K5	-0,0217	-0,0174	K_N	-10,7272	3,3856
$\sigma 4$	0,0227	0,0158	$\alpha 3$	-11,0503	2,9378
$\beta 1$	-0,0220	-0,0154	μmax	-11,3198	2,5710
$\alpha 4$	0,0205	0,0149	$\alpha 0$	-11,8803	2,3385
$\lambda 1$	0,0206	0,0145	$\beta 4$	-12,6450	2,1014
ρ	0,0189	0,0132	PN	-12,6570	2,8343
KP	0,0183	0,0129	$\lambda 0$	-13,1395	1,7794
$\alpha 3$	-0,0171	-0,0126	$\sigma 5$	-13,7144	1,6890
$\sigma 5$	0,0107	0,0078	$\sigma 2$	-14,0562	1,5360
$\alpha 6$	0,0093	0,0073	$\lambda 1$	-14,6943	1,5032
$\beta 4$	-0,0068	-0,0047	$\lambda 2$	-14,7592	1,3284
KN	0,0022	0,0015	$\alpha 2$	-14,8319	1,1794
$\sigma 3$	0,0016	0,0011	K5	-15,0000	0,0000

Tableau H.3 **Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour la demande biochimique en oxygène**

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
K1	-0,8120	-0,5726	K3	-1,9693	0,5910
K3	-0,7260	-0,5102	K1	-1,9762	0,5902
$\beta 4$	0,0043	0,0030	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
$\alpha 2$	-0,0036	-0,0026	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
KN	-0,0035	-0,0025	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
μmax	-0,0031	-0,0022	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
$\sigma 3$	0,0030	0,0021	$\alpha 1$	-15,0000	0,0000
$\sigma 5$	0,0026	0,0019	$\alpha 2$	-15,0000	0,0000
$\lambda 2$	0,0021	0,0015	μmax	-15,0000	0,0000
KP	-0,0021	-0,0015	ρ	-15,0000	0,0000
KL	-0,0017	-0,0012	K_N	-15,0000	0,0000
ρ	-0,0017	-0,0012	K_P	-15,0000	0,0000
$\alpha 1$	-0,0015	-0,0011	$\lambda 1$	-15,0000	0,0000
$\alpha 6$	-0,0014	-0,0011	$\lambda 2$	-15,0000	0,0000
$\beta 1$	0,0016	0,0011	KL	-15,0000	0,0000
$\sigma 2$	0,0014	0,0010	PN	-15,0000	0,0000
$\beta 2$	0,0012	0,0008	K4	-15,0000	0,0000
$\beta 3$	-0,0011	-0,0008	K2	-15,0000	0,0000
$\lambda 0$	0,0010	0,0008	$\beta 3$	-15,0000	0,0000
K2	0,0010	0,0007	$\sigma 4$	-15,0000	0,0000
$\alpha 5$	-0,0006	-0,0005	$\beta 1$	-15,0000	0,0000
K5	0,0006	0,0005	$\sigma 3$	-15,0000	0,0000
$\lambda 1$	-0,0006	-0,0004	$\beta 2$	-15,0000	0,0000
$\sigma 4$	0,0004	0,0003	$\beta 4$	-15,0000	0,0000
$\sigma 1$	0,0003	0,0003	$\sigma 5$	-15,0000	0,0000
PN	0,0002	0,0001	$\sigma 2$	-15,0000	0,0000
$\alpha 0$	0,0002	0,0001	$\alpha 0$	-15,0000	0,0000
$\alpha 3$	0,0001	0,0001	$\sigma 1$	-15,0000	0,0000
K4	0,0000	0,0000	$\lambda 0$	-15,0000	0,0000
$\alpha 4$	0,0000	0,0000	K5	-15,0000	0,0000

Tableau H.4 **Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour l'azote organique**

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
$\beta 3$	-0,8089	-0,5648	$\sigma 4$	-3,3636	0,5833
$\sigma 4$	-0,7218	-0,5029	$\beta 3$	-3,3706	0,5814
$\sigma 5$	0,0035	0,0025	$\alpha 1$	-6,8102	1,3133
$\lambda 1$	-0,0036	-0,0025	ρ	-8,3933	1,2131
KL	-0,0032	-0,0023	$\sigma 1$	-10,0241	1,5499
$\sigma 2$	0,0031	0,0023	$\alpha 0$	-12,6145	1,9545
PN	-0,0031	-0,0022	K_P	-13,3779	2,1784
KP	-0,0031	-0,0022	KL	-13,6828	2,1513
$\sigma 1$	0,0026	0,0019	K_N	-14,0949	1,5121
$\lambda 0$	0,0023	0,0018	μmax	-14,5233	0,8776
$\alpha 0$	-0,0023	-0,0017	$\lambda 2$	-14,9861	0,2205
K3	0,0024	0,0017	$\beta 4$	-14,9962	0,4446
K5	0,0012	0,0009	$\sigma 3$	-14,9988	0,0197
K4	-0,0012	-0,0008	$\beta 2$	-14,9990	0,2415
KN	-0,0011	-0,0008	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
$\beta 1$	-0,0010	-0,0007	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
$\sigma 3$	0,0009	0,0006	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
$\alpha 6$	0,0008	0,0006	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
$\alpha 5$	0,0007	0,0006	$\alpha 2$	-15,0000	0,0000
$\beta 4$	0,0008	0,0005	$\lambda 1$	-15,0000	0,0000
$\alpha 4$	-0,0007	-0,0005	PN	-15,0000	0,0000
$\alpha 2$	-0,0007	-0,0005	K1	-15,0000	0,0000
ρ	0,0006	0,0005	K3	-15,0000	0,0000
μmax	0,0006	0,0004	K4	-15,0000	0,0000
$\beta 2$	-0,0006	-0,0004	K2	-15,0000	0,0000
$\lambda 2$	-0,0005	-0,0004	K5	-15,0000	0,0000
K1	0,0003	0,0002	$\sigma 5$	-15,0166	0,1811
$\alpha 1$	0,0002	0,0001	$\beta 1$	-15,0192	0,1266
K2	0,0002	0,0001	$\sigma 2$	-15,0193	0,1776
$\alpha 3$	0,0000	0,0000	$\lambda 0$	-15,1163	0,4481

Tableau H.5 **Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour l'azote ammoniacal**

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
$\beta 3$	0,9778	0,6828	$\beta 3$	-3,5066	0,5847
$\beta 1$	-0,4700	-0,3291	$\beta 1$	-4,0239	0,8147
$\sigma 4$	-0,2747	-0,1914	$\sigma 4$	-4,3842	1,0026
$\sigma 3$	0,1392	0,0977	$\sigma 3$	-7,4192	0,2841
KL	0,1238	0,0876	$\alpha 1$	-7,6918	1,6187
K3	-0,1211	-0,0851	ρ	-8,9364	1,3873
$\sigma 1$	-0,1090	-0,0808	K_P	-10,4190	2,4433
K5	-0,0931	-0,0745	KL	-10,5137	2,5205
K4	-0,0625	-0,0435	PN	-10,6018	1,7572
KP	0,0477	0,0335	$\sigma 1$	-11,3019	1,7131
μmax	-0,0408	-0,0283	K_N	-11,5556	2,0792
K1	-0,0389	-0,0274	μmax	-12,7319	1,6845
$\alpha 2$	0,0364	0,0265	$\alpha 0$	-13,4505	2,1335
PN	0,0374	0,0264	$\beta 4$	-14,1181	1,3455
$\lambda 0$	0,0290	0,0231	$\lambda 1$	-14,6619	1,2006
ρ	0,0327	0,0229	$\beta 2$	-14,7182	0,9171
$\alpha 4$	0,0271	0,0197	$\lambda 0$	-14,7421	1,2933
K2	0,0252	0,0177	$\lambda 2$	-14,8027	0,9321
$\lambda 1$	-0,0248	-0,0174	$\sigma 5$	-14,8169	0,8074
$\beta 4$	-0,0242	-0,0170	$\alpha 2$	-14,8492	0,9065
KN	-0,0197	-0,0138	$\sigma 2$	-14,9168	0,7934
$\alpha 1$	-0,0175	-0,0128	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
$\sigma 2$	-0,0172	-0,0125	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
$\alpha 5$	0,0110	0,0087	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
$\beta 2$	-0,0117	-0,0082	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
$\lambda 2$	0,0098	0,0068	K1	-15,0000	0,0000
$\alpha 0$	0,0078	0,0057	K3	-15,0000	0,0000
$\sigma 5$	-0,0059	-0,0043	K4	-15,0000	0,0000
$\alpha 3$	-0,0030	-0,0022	K2	-15,0000	0,0000
$\alpha 6$	-0,0021	-0,0017	K5	-15,0000	0,0000

Tableau H.6 **Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour l'azote nitrite**

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
$\beta 2$	-0,6126	-0,4294	$\beta 2$	-3,9964	0,5978
$\beta 1$	0,5417	0,3793	$\beta 3$	-4,2271	0,8481
$\beta 3$	0,4594	0,3208	$\beta 1$	-4,4436	0,8765
$\sigma 4$	-0,0872	-0,0608	$\sigma 4$	-5,5653	1,2085
K5	-0,0441	-0,0353	$\sigma 3$	-8,3611	0,8534
K2	-0,0475	-0,0334	$\alpha 1$	-8,6050	1,8315
K3	-0,0462	-0,0325	ρ	-9,8254	1,5368
KP	0,0408	0,0287	K_P	-11,1847	2,3936
$\sigma 2$	-0,0357	-0,0260	PN	-11,3735	1,7876
K1	0,0363	0,0256	KL	-11,4982	2,6032
$\lambda 0$	0,0259	0,0206	K_N	-12,2841	2,0152
$\sigma 5$	-0,0274	-0,0200	$\sigma 1$	-12,3604	1,7003
$\alpha 2$	0,0182	0,0132	μmax	-13,4110	1,5210
$\sigma 1$	-0,0178	-0,0132	$\alpha 0$	-14,2893	2,1207
μmax	-0,0187	-0,0130	$\beta 4$	-14,6853	1,0745
$\sigma 3$	0,0175	0,0123	$\lambda 1$	-14,8581	0,7866
$\lambda 2$	0,0165	0,0116	$\lambda 2$	-14,9127	0,6156
ρ	0,0165	0,0115	$\alpha 2$	-14,9400	0,5534
K4	0,0147	0,0102	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
$\beta 4$	0,0140	0,0098	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
$\alpha 4$	0,0119	0,0086	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
$\alpha 6$	-0,0099	-0,0078	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
$\lambda 1$	0,0096	0,0068	K1	-15,0000	0,0000
KL	-0,0088	-0,0063	K3	-15,0000	0,0000
KN	-0,0071	-0,0049	K4	-15,0000	0,0000
$\alpha 0$	-0,0059	-0,0043	K2	-15,0000	0,0000
$\alpha 1$	-0,0058	-0,0042	K5	-15,0000	0,0000
PN	-0,0051	-0,0036	$\sigma 5$	-15,0210	0,5141
$\alpha 5$	-0,0032	-0,0025	$\sigma 2$	-15,1014	0,6247
$\alpha 3$	-0,0027	-0,0020	$\lambda 0$	-15,1685	1,1233

Tableau H.7 **Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour l'azote nitrate**

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
$\beta 2$	0,8052	0,5645	$\beta 2$	-3,9966	0,5978
$\beta 3$	0,1989	0,1389	$\beta 3$	-5,3098	1,1814
$\beta 1$	0,1849	0,1294	$\beta 1$	-5,3705	1,2435
$\sigma 4$	-0,1193	-0,0831	$\sigma 4$	-6,9335	1,4675
$\sigma 2$	0,0938	0,0682	$\alpha 1$	-8,7031	1,9069
K4	0,0872	0,0606	K_P	-9,0903	2,0108
K5	-0,0423	-0,0339	KL	-9,1736	1,9455
PN	0,0338	0,0238	$\sigma 3$	-9,4267	1,1517
KP	0,0322	0,0226	PN	-10,0441	1,5843
K2	0,0317	0,0223	K_N	-10,2163	1,7298
KL	-0,0282	-0,0200	ρ	-10,7579	1,5784
$\lambda 2$	0,0242	0,0170	μmax	-11,6853	1,4725
$\alpha 6$	-0,0215	-0,0169	$\sigma 1$	-11,9560	1,8890
$\sigma 1$	0,0204	0,0151	$\beta 4$	-13,6375	1,4593
$\beta 4$	-0,0187	-0,0131	$\lambda 0$	-14,0296	1,3909
$\lambda 1$	-0,0185	-0,0130	$\alpha 0$	-14,2308	2,0256
$\lambda 0$	0,0136	0,0108	$\lambda 1$	-14,2602	1,7176
K1	-0,0139	-0,0098	$\lambda 2$	-14,2764	1,6990
$\alpha 5$	0,0071	0,0056	$\sigma 2$	-14,6268	0,9150
$\alpha 2$	0,0070	0,0051	$\sigma 5$	-14,6303	0,8640
$\alpha 1$	-0,0063	-0,0046	$\alpha 2$	-14,7827	1,0725
ρ	0,0063	0,0044	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
KN	-0,0052	-0,0036	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
$\sigma 3$	-0,0051	-0,0036	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
$\alpha 0$	-0,0048	-0,0035	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
$\sigma 5$	-0,0037	-0,0027	K1	-15,0000	0,0000
μmax	0,0029	0,0020	K3	-15,0000	0,0000
$\alpha 4$	0,0022	0,0016	K4	-15,0000	0,0000
$\alpha 3$	-0,0018	-0,0013	K2	-15,0000	0,0000
K3	-0,0012	-0,0008	K5	-15,0000	0,0000

Tableau H.8 **Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour l'azote total**

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
$\sigma 4$	-0,8861	-0,6174	$\sigma 4$	-2,8097	0,3640
$\beta 3$	0,3613	0,2523	$\beta 3$	-4,0579	0,7840
$\sigma 3$	0,0657	0,0461	$\alpha 1$	-6,4377	1,7048
K3	-0,0481	-0,0338	$\sigma 3$	-6,8745	0,0005
$\lambda 0$	0,0228	0,0181	ρ	-7,5588	1,1118
$\lambda 1$	-0,0248	-0,0175	K_P	-8,5334	2,0622
K4	-0,0185	-0,0129	KL	-8,8165	2,4454
KN	-0,0153	-0,0107	K_N	-9,7078	1,8315
$\sigma 2$	0,0130	0,0095	$\sigma 1$	-9,8922	1,6511
$\alpha 1$	-0,0110	-0,0081	μmax	-11,1136	1,4747
μmax	-0,0112	-0,0078	$\alpha 0$	-12,1352	1,9710
K5	-0,0091	-0,0073	$\beta 4$	-12,9666	1,4460
$\alpha 5$	0,0078	0,0062	PN	-13,3018	1,7860
$\beta 1$	0,0086	0,0060	$\lambda 0$	-13,4158	1,2829
$\sigma 5$	-0,0066	-0,0048	$\beta 2$	-13,7824	1,1651
ρ	0,0053	0,0037	$\beta 1$	-14,0151	0,9519
$\sigma 1$	-0,0044	-0,0033	$\sigma 2$	-14,1955	1,0085
K1	-0,0043	-0,0031	$\sigma 5$	-14,2096	1,0412
$\alpha 4$	-0,0035	-0,0026	$\lambda 1$	-14,5628	1,5327
KL	0,0034	0,0024	$\lambda 2$	-14,5842	1,4980
$\lambda 2$	-0,0034	-0,0024	$\alpha 2$	-14,7551	1,2718
$\beta 4$	0,0033	0,0023	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
$\alpha 2$	-0,0027	-0,0020	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
K2	0,0024	0,0017	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
KP	0,0024	0,0017	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
PN	-0,0017	-0,0012	K1	-15,0000	0,0000
$\alpha 0$	-0,0015	-0,0011	K3	-15,0000	0,0000
$\alpha 6$	0,0011	0,0009	K4	-15,0000	0,0000
$\alpha 3$	-0,0004	-0,0003	K2	-15,0000	0,0000
$\beta 2$	-0,0001	-0,0001	K5	-15,0000	0,0000

Tableau H.9 **Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour le phosphore organique**

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
$\beta 4$	-0,8168	-0,5712	$\sigma 5$	-5,6653	0,5866
$\sigma 5$	-0,7220	-0,5283	$\beta 4$	-5,6701	0,5872
$\alpha 0$	-0,0148	-0,0108	$\alpha 2$	-6,8134	1,3689
K3	-0,0080	-0,0056	ρ	-9,8469	1,3101
$\sigma 1$	-0,0049	-0,0037	$\sigma 1$	-11,4846	1,6582
$\alpha 2$	0,0043	0,0031	K_P	-13,9099	1,5304
ρ	0,0044	0,0031	$\alpha 0$	-14,0449	2,0257
K2	-0,0041	-0,0029	KL	-14,1177	1,5569
$\beta 1$	-0,0030	-0,0021	K_N	-14,4495	0,9450
K5	-0,0020	-0,0016	$\lambda 2$	-14,9861	0,2205
K1	-0,0023	-0,0016	μmax	-14,9888	0,4743
$\lambda 0$	0,0017	0,0014	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
KL	-0,0018	-0,0013	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
$\alpha 6$	0,0016	0,0013	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
$\beta 2$	0,0017	0,0012	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
$\sigma 4$	-0,0015	-0,0011	$\alpha 1$	-15,0000	0,0000
$\beta 3$	-0,0013	-0,0009	$\lambda 1$	-15,0000	0,0000
PN	-0,0012	-0,0009	PN	-15,0000	0,0000
$\alpha 3$	0,0011	0,0008	K1	-15,0000	0,0000
μmax	0,0009	0,0007	K3	-15,0000	0,0000
$\alpha 4$	0,0008	0,0006	K4	-15,0000	0,0000
KN	-0,0009	-0,0006	K2	-15,0000	0,0000
$\alpha 1$	0,0008	0,0006	K5	-15,0000	0,0000
$\sigma 2$	-0,0008	-0,0006	$\sigma 3$	-15,0059	0,0937
$\alpha 5$	0,0006	0,0005	$\sigma 4$	-15,0446	0,2312
$\lambda 1$	-0,0006	-0,0004	$\beta 2$	-15,0651	0,2809
K4	-0,0004	-0,0003	$\beta 1$	-15,0737	0,3203
$\sigma 3$	-0,0004	-0,0003	$\sigma 2$	-15,1113	0,3862
KP	0,0003	0,0002	$\beta 3$	-15,1859	0,4631
$\lambda 2$	-0,0001	-0,0001	$\lambda 0$	-15,4901	0,8799

Tableau H.10 Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour le phosphore dissous

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
$\beta 4$	0,8547	0,5977	$\beta 4$	-5,1764	0,4020
$\sigma 5$	-0,2103	-0,1539	$\sigma 5$	-6,2747	0,7067
$\sigma 2$	0,1758	0,1279	$\sigma 2$	-6,8747	0,0009
$\alpha 0$	0,1560	0,1144	$\alpha 2$	-7,2345	1,6893
K2	0,0634	0,0446	ρ	-9,8068	1,3086
K1	0,0393	0,0277	K_P	-9,9017	1,9041
$\alpha 5$	-0,0341	-0,0269	KL	-9,9766	1,8883
KL	0,0375	0,0265	K_N	-11,0671	1,6744
$\beta 1$	-0,0343	-0,0240	$\sigma 1$	-12,2648	1,6637
PN	-0,0276	-0,0194	μmax	-12,5203	1,4664
K4	0,0238	0,0165	$\lambda 1$	-14,3098	1,4925
$\lambda 2$	-0,0225	-0,0158	$\alpha 0$	-14,3867	2,1100
K5	0,0194	0,0155	$\lambda 2$	-14,5852	1,1802
$\lambda 1$	0,0198	0,0139	$\beta 3$	-14,6397	1,2845
KN	0,0150	0,0105	$\lambda 0$	-14,8728	1,3771
$\lambda 0$	-0,0129	-0,0103	$\alpha 1$	-14,9749	0,2820
$\alpha 6$	0,0108	0,0085	PN	-14,9953	0,0749
KP	-0,0119	-0,0084	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
$\sigma 3$	-0,0118	-0,0083	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
$\beta 3$	0,0111	0,0078	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
$\beta 2$	-0,0080	-0,0056	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
$\alpha 3$	-0,0034	-0,0025	K1	-15,0000	0,0000
ρ	0,0035	0,0024	K3	-15,0000	0,0000
$\sigma 1$	0,0027	0,0020	K4	-15,0000	0,0000
μmax	0,0025	0,0018	K2	-15,0000	0,0000
$\alpha 1$	-0,0021	-0,0016	K5	-15,0000	0,0000
K3	-0,0014	-0,0010	$\beta 2$	-15,0106	1,0820
$\alpha 2$	-0,0007	-0,0005	$\sigma 4$	-15,1771	0,7975
$\sigma 4$	-0,0006	-0,0004	$\sigma 3$	-15,2391	0,5252
$\alpha 4$	-0,0004	-0,0003	$\beta 1$	-15,3015	0,9333

Tableau H.11 Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour le phosphore total

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
$\sigma 5$	-0,8173	-0,5981	$\sigma 5$	-5,1257	0,3671
$\beta 4$	0,3336	0,2333	$\alpha 2$	-6,3400	1,4619
$\sigma 2$	0,1875	0,1364	$\beta 4$	-6,4225	0,9264
$\alpha 0$	0,0586	0,0430	$\sigma 2$	-6,8747	0,0009
$\beta 1$	-0,0339	-0,0237	ρ	-8,9972	1,1518
K3	-0,0338	-0,0237	K_P	-9,9214	1,9065
$\sigma 3$	-0,0253	-0,0177	KL	-9,9902	1,8734
PN	-0,0143	-0,0101	K_N	-11,0806	1,6896
K5	-0,0113	-0,0090	$\sigma 1$	-11,2687	1,6092
$\alpha 6$	0,0102	0,0080	μmax	-12,5296	1,4631
ρ	0,0099	0,0069	$\alpha 0$	-13,5662	2,0435
$\lambda 2$	-0,0097	-0,0068	$\lambda 1$	-14,3431	1,5042
$\alpha 4$	0,0073	0,0053	$\beta 3$	-14,6135	1,2503
$\alpha 2$	0,0065	0,0047	$\lambda 2$	-14,6299	1,1481
μmax	0,0060	0,0042	$\lambda 0$	-14,8987	1,3853
KP	-0,0050	-0,0035	$\alpha 1$	-14,9637	0,3320
K1	0,0050	0,0035	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
$\alpha 5$	-0,0038	-0,0030	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
$\alpha 3$	0,0040	0,0029	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
$\lambda 0$	0,0029	0,0023	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
$\sigma 1$	0,0026	0,0019	PN	-15,0000	0,0000
$\beta 3$	-0,0025	-0,0017	K1	-15,0000	0,0000
K4	-0,0023	-0,0016	K3	-15,0000	0,0000
$\sigma 4$	-0,0023	-0,0016	K4	-15,0000	0,0000
KL	0,0022	0,0015	K2	-15,0000	0,0000
$\lambda 1$	-0,0020	-0,0014	K5	-15,0000	0,0000
KN	-0,0007	-0,0005	$\beta 2$	-15,0312	1,0744
K2	-0,0006	-0,0004	$\sigma 4$	-15,1370	0,7544
$\beta 2$	-0,0006	-0,0004	$\sigma 3$	-15,1857	0,4670
$\alpha 1$	0,0001	0,0000	$\beta 1$	-15,2876	0,9247

Tableau H.12 Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour les coliformes fécaux

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
K5	-0,9991	-0,7996	K5	8,0329	0,4386
$\alpha 0$	0,0072	0,0053	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
$\beta 4$	-0,0029	-0,0020	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
$\beta 1$	-0,0023	-0,0016	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
$\sigma 1$	0,0020	0,0015	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
K2	0,0015	0,0011	$\alpha 1$	-15,0000	0,0000
$\sigma 4$	0,0015	0,0010	$\alpha 2$	-15,0000	0,0000
$\beta 3$	-0,0013	-0,0009	μmax	-15,0000	0,0000
K3	0,0012	0,0008	ρ	-15,0000	0,0000
μmax	0,0012	0,0008	K_N	-15,0000	0,0000
$\sigma 2$	0,0010	0,0007	K_P	-15,0000	0,0000
$\lambda 0$	-0,0008	-0,0007	$\lambda 1$	-15,0000	0,0000
$\alpha 3$	0,0008	0,0006	$\lambda 2$	-15,0000	0,0000
KP	-0,0008	-0,0006	KL	-15,0000	0,0000
$\lambda 1$	0,0008	0,0006	PN	-15,0000	0,0000
$\alpha 2$	-0,0008	-0,0006	K1	-15,0000	0,0000
KN	0,0007	0,0005	K3	-15,0000	0,0000
$\sigma 5$	0,0006	0,0004	K4	-15,0000	0,0000
KL	0,0005	0,0003	K2	-15,0000	0,0000
K1	0,0005	0,0003	$\beta 3$	-15,0000	0,0000
ρ	0,0005	0,0003	$\sigma 4$	-15,0000	0,0000
$\alpha 5$	0,0004	0,0003	$\beta 1$	-15,0000	0,0000
$\beta 2$	-0,0002	-0,0002	$\sigma 3$	-15,0000	0,0000
$\alpha 6$	-0,0002	-0,0001	$\beta 2$	-15,0000	0,0000
$\alpha 1$	0,0002	0,0001	$\beta 4$	-15,0000	0,0000
K4	-0,0001	-0,0001	$\sigma 5$	-15,0000	0,0000
PN	-0,0001	0,0000	$\sigma 2$	-15,0000	0,0000
$\sigma 3$	0,0000	0,0000	$\alpha 0$	-15,0000	0,0000
$\lambda 2$	0,0000	0,0000	$\sigma 1$	-15,0000	0,0000
$\alpha 4$	0,0000	0,0000	$\lambda 0$	-15,0000	0,0000

Tableau H.13 **Statistiques des analyses de corrélation partielle et globale de sensibilité pour la biomasse algale (Chlorophylle a)**

Analyse de corrélation partielle			Analyse globale de sensibilité		
Paramètres	$\beta_{i\ std}$	Sr_i^2	Paramètres	μ	σ
$\sigma 1$	-0,9996	-0,7411	$\sigma 1$	-1,5753	1,6890
ρ	-0,0296	-0,0207	ρ	-3,4100	1,6895
$\sigma 5$	0,0243	0,0178	KL	-4,3348	2,0292
$\lambda 0$	-0,0183	-0,0145	K_P	-4,3737	2,2034
$\sigma 3$	-0,0142	-0,0100	K_N	-5,6057	1,9923
KP	-0,0092	-0,0064	μmax	-6,9470	1,8342
μmax	0,0072	0,0050	$\beta 4$	-8,6576	1,9215
$\sigma 2$	0,0049	0,0036	$\beta 3$	-9,3143	2,0147
K5	-0,0044	-0,0035	$\lambda 0$	-9,4259	1,9327
K3	0,0046	0,0032	$\lambda 1$	-10,1075	3,4323
PN	0,0045	0,0032	$\beta 2$	-10,1298	2,0261
K2	0,0042	0,0029	$\lambda 2$	-10,1312	3,2446
K4	-0,0039	-0,0027	$\sigma 5$	-10,1684	1,8579
$\alpha 1$	0,0034	0,0025	$\sigma 2$	-10,4516	1,8447
$\beta 2$	-0,0036	-0,0025	$\beta 1$	-10,7482	1,9643
$\lambda 1$	0,0035	0,0025	$\sigma 4$	-10,7618	1,9548
$\beta 4$	0,0034	0,0024	$\alpha 2$	-13,0395	3,2723
KN	-0,0034	-0,0024	$\sigma 3$	-13,3829	1,8503
$\beta 3$	-0,0029	-0,0020	$\alpha 1$	-14,2005	2,0061
$\alpha 4$	-0,0026	-0,0019	PN	-14,8990	0,6513
$\alpha 5$	0,0024	0,0019	$\alpha 5$	-15,0000	0,0000
K1	-0,0026	-0,0018	$\alpha 6$	-15,0000	0,0000
$\alpha 0$	0,0024	0,0018	$\alpha 3$	-15,0000	0,0000
KL	-0,0021	-0,0015	$\alpha 4$	-15,0000	0,0000
$\sigma 4$	0,0022	0,0015	K1	-15,0000	0,0000
$\beta 1$	-0,0017	-0,0012	K3	-15,0000	0,0000
$\lambda 2$	-0,0010	-0,0007	K4	-15,0000	0,0000
$\alpha 3$	0,0010	0,0007	K2	-15,0000	0,0000
$\alpha 2$	0,0004	0,0003	K5	-15,0000	0,0000
$\alpha 6$	0,0000	0,0000	$\alpha 0$	-15,8104	1,8134

15.0 ANNEXE I : Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA* et *MC* » pour les différentes variables simulées

Tableau I.1 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour l'oxygène dissous.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	6,9751[a]	6,9751	6,9801	1,9419	1,9422	1,9428
	0,2071[b]	0,1029	0,1549	0,0297	0,0147	0,0222
906	7,2804	7,2804	7,2819	1,9848	1,9851	1,9852
	0,1946	0,0975	0,1368	0,0267	0,0134	0,0188
871	7,6864	7,6864	7,6874	2,0393	2,0394	2,0395
	0,1123	0,0561	0,0802	0,0146	0,0073	0,0104
867	7,0367	7,0367	7,0390	1,9506	1,9510	1,9512
	0,2405	0,1203	0,1707	0,0342	0,0171	0,0243
782	7,6179	7,6179	7,6191	2,0304	2,0305	2,0306
	0,1283	0,0641	0,0908	0,0168	0,0084	0,0119
737	7,2728	7,2728	7,2747	1,9838	1,9841	1,9842
	0,1941	0,0970	0,1379	0,0267	0,0133	0,0189
245	7,6792	7,6792	7,6801	2,0384	2,0385	2,0386
	0,1141	0,0572	0,0810	0,0149	0,0074	0,0105
237	6,9742	6,9742	6,9757	1,9416	1,9421	1,9421
	0,2404	0,1203	0,1737	0,0345	0,0173	0,0249
128	6,9796	6,9796	6,9823	1,9424	1,9428	1,9431
	0,2407	0,1203	0,1725	0,0345	0,0172	0,0247
53	6,9546	6,9546	6,9576	1,9388	1,9393	1,9395
	0,2410	0,1204	0,1737	0,0346	0,0173	0,0250
35	7,2176	7,2176	7,2192	1,9761	1,9764	1,9765
	0,2121	0,1061	0,1496	0,0294	0,0147	0,0207
26	7,5380	7,5380	7,5393	2,0198	2,0199	2,0200
	0,1472	0,0736	0,1038	0,0195	0,0098	0,0138
14	7,8008	7,8008	7,8016	2,0542	2,0542	2,0543
	0,0922	0,0461	0,0650	0,0118	0,0059	0,0083

[a] Valeur moyenne

[b] Écart-type

Tableau I.2 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour la déficience en oxygène.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	1,4202[a]	1,4203	1,4153	0,3403	0,3482	0,3414
	0,2071[b]	0,1044	0,1549	0,1451	0,0734	0,1091
906	1,0216	1,0216	1,0200	0,0035	0,0168	0,0109
	0,1946	0,0971	0,1368	0,1888	0,0948	0,1335
871	0,5805	0,5805	0,5795	-0,5623	-0,5486	-0,5551
	0,1123	0,0561	0,0802	0,1916	0,0965	0,1378
867	1,2287	1,2287	1,2264	0,1871	0,2012	0,1945
	0,2405	0,1202	0,1707	0,1939	0,0976	0,1386
782	0,6473	0,6473	0,6460	-0,4542	-0,4399	-0,4467
	0,1283	0,0642	0,0908	0,1963	0,0989	0,1398
737	0,9925	0,9925	0,9905	-0,0263	-0,0123	-0,0191
	0,1941	0,0971	0,1379	0,1938	0,0976	0,1385
245	0,5875	0,5875	0,5867	-0,5503	-0,5365	-0,5427
	0,1141	0,0570	0,0810	0,1925	0,0968	0,1374
237	1,2947	1,2947	1,2932	0,2413	0,2540	0,2481
	0,2404	0,1201	0,1737	0,1841	0,0926	0,1337
128	1,2849	1,2849	1,2823	0,2335	0,2463	0,2397
	0,2407	0,1204	0,1725	0,1857	0,0935	0,1340
53	1,3123	1,3123	1,3093	0,2552	0,2676	0,2608
	0,2410	0,1207	0,1737	0,1821	0,0918	0,1321
35	1,0469	1,0469	1,0453	0,0257	0,0407	0,0342
	0,2121	0,1060	0,1496	0,2006	0,1010	0,1424
26	0,7250	0,7250	0,7238	-0,3418	-0,3267	-0,3335
	0,1472	0,0736	0,1038	0,2010	0,1013	0,1427
14	0,4622	0,4622	0,4614	-0,7912	-0,7767	-0,7834
	0,0922	0,0461	0,0650	0,1975	0,0995	0,1402

[a] Valeur moyenne
[b] Écart-type

Tableau I.3 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour la demande biochimique en oxygène.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	1,2540[a]	1,2544	1,2665	0,2027	0,2203	0,2282
	0,2778[b]	0,1417	0,1608	0,2188	0,1126	0,1265
906	0,0396	0,0396	0,0437	-3,4338	-3,3020	-3,2273
	0,0282	0,0157	0,0203	0,6406	0,3830	0,4418
871	0,4677	0,4677	0,4677	-0,7601	-0,7603	-0,7599
	0,0082	0,0120	0,0047	0,0174	0,0257	0,0101
867	0,0742	0,0742	0,0755	-2,6422	-2,6175	-2,5988
	0,0218	0,0137	0,0133	0,2875	0,1824	0,1744
782	0,0375	0,0375	0,0386	-3,3515	-3,3326	-3,2802
	0,0144	0,0122	0,0090	0,3712	0,3162	0,2306
737	0,0523	0,0523	0,0533	-2,9934	-2,9780	-2,9483
	0,0157	0,0125	0,0096	0,2934	0,2350	0,1784
245	0,0282	0,0282	0,0308	-3,7404	-3,6503	-3,5627
	0,0180	0,0118	0,0132	0,5851	0,4026	0,4100
237	0,2519	0,2519	0,2528	-1,3841	-1,3806	-1,3771
	0,0259	0,0150	0,0155	0,1026	0,0595	0,0613
128	0,1128	0,1128	0,1151	-2,2309	-2,1965	-2,1799
	0,0361	0,0193	0,0222	0,3125	0,1697	0,1909
53	0,1233	0,1233	0,1256	-2,1355	-2,1053	-2,0908
	0,0368	0,0196	0,0225	0,2922	0,1581	0,1774
35	0,0001	0,0001	0,0001	-10,0934	-14,733	-9,7781
	0,0001	0,0117	0,0001	1,0018	3,2066	1,0631
26	0,0000	0,0000	0,0000	-14,4555	-23,043	-14,8251
	0,0000	0,0117	0,0000	1,1896	4,3117	1,9498
14	0,0052	0,0052	0,0055	-5,3503	-6,1562	-5,2513
	0,0023	0,0116	0,0016	0,4216	1,3377	0,2833

[a] Valeur moyenne

[b] Écart-type

Tableau I.4 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour l'azote organique.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	0,3115[a]	0,3115	0,3144	-1,1904	-1,1726	-1,1650
	0,0689[b]	0,0346	0,0397	0,2185	0,1107	0,1257
906	0,0098	0,0098	0,0108	-4,8267	-5,0418	-4,6205
	0,0070	0,0113	0,0050	0,6403	0,9167	0,4392
871	0,0745	0,0745	0,0745	-2,5973	-2,6093	-2,5971
	0,0013	0,0117	0,0007	0,0174	0,1557	0,0100
867	0,0118	0,0118	0,0120	-4,4793	-4,7766	-4,4360
	0,0035	0,0116	0,0021	0,2875	0,8230	0,1736
782	0,0142	0,0142	0,0146	-4,3237	-4,5126	-4,2526
	0,0055	0,0117	0,0034	0,3710	0,7179	0,2292
737	0,0241	0,0241	0,0246	-3,7669	-3,8302	-3,7219
	0,0072	0,0117	0,0044	0,2933	0,4611	0,1774
245	0,0092	0,0092	0,0099	-4,8353	-5,1559	-4,6823
	0,0053	0,0114	0,0038	0,5380	0,9647	0,3704
237	0,1140	0,1140	0,1143	-2,1770	-2,1776	-2,1705
	0,0116	0,0122	0,0068	0,1012	0,1067	0,0596
128	0,0281	0,0281	0,0287	-3,6215	-3,6540	-3,5705
	0,0090	0,0118	0,0055	0,3126	0,4035	0,1901
53	0,0466	0,0466	0,0474	-3,1086	-3,0992	-3,0640
	0,0139	0,0122	0,0084	0,2922	0,2581	0,1765
35	0,0000	0,0000	0,0000	-11,0667	-16,678	-10,7740
	0,0000	0,0117	0,0001	1,0019	3,4966	1,0807
26	0,0000	0,0000	0,0000	-15,4549	-24,962	-15,865
	0,0000	0,0117	0,0000	1,2230	4,5287	1,9909
14	0,0006	0,0006	0,0007	-7,6397	-10,344	-7,4001
	0,0005	0,0116	0,0004	0,6947	2,4271	0,5056

[a] Valeur moyenne
[b] Écart-type

Tableau I.5 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour l'azote ammoniacal.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	0,3032[a]	0,3032	0,3025	-1,2106	-1,1976	-1,2018
	0,0570[b]	0,0285	0,0337	0,1864	0,0937	0,1109
906	0,0689	0,0689	0,0722	-2,7400	-2,6954	-2,6716
	0,0257	0,0140	0,0216	0,3604	0,2016	0,2928
871	0,0111	0,0111	0,0114	-4,5152	-4,8711	-4,6190
	0,0019	0,0116	0,0065	0,1723	0,8611	0,5345
867	0,0225	0,0225	0,0227	-3,8121	-3,9145	-3,8319
	0,0042	0,0117	0,0072	0,1855	0,4891	0,3106
782	0,0363	0,0363	0,0367	-3,3379	-3,3670	-3,3335
	0,0077	0,0119	0,0090	0,2088	0,3191	0,2409
737	0,0415	0,0415	0,0418	-3,2009	-3,2227	-3,2002
	0,0079	0,0119	0,0095	0,1895	0,2820	0,2243
245	0,0516	0,0516	0,0544	-3,0239	-2,9917	-2,9732
	0,0185	0,0125	0,0197	0,3482	0,2386	0,3508
237	0,0533	0,0533	0,0545	-2,9506	-2,9567	-2,9427
	0,0102	0,0118	0,0144	0,1900	0,2196	0,2595
128	0,0498	0,0498	0,0503	-3,0197	-3,0281	-3,0282
	0,0101	0,0121	0,0141	0,2000	0,2386	0,2752
53	0,0717	0,0717	0,0720	-2,6546	-2,6511	-2,6556
	0,0140	0,0126	0,0161	0,1935	0,1746	0,2204
35	0,0066	0,0066	0,0071	-5,0627	-5,0218	-5,7480
	0,0019	0,0000	0,0143	0,2861	0,0000	1,2688
26	0,0061	0,0061	0,0064	-5,1297	-5,8665	-5,9380
	0,0015	0,0116	0,0143	0,2468	1,2387	1,3359
14	0,0237	0,0237	0,0246	-3,7747	-3,8517	-3,8704
	0,0060	0,0116	0,0155	0,2501	0,4652	0,5768

[a] Valeur moyenne

[b] Écart-type

Tableau I.6 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour l'azote nitrite.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	0,2402[a]	0,2402	0,2397	-1,4434	-1,4307	-1,4363
	0,0447[b]	0,0224	0,0304	0,1845	0,0932	0,1262
906	0,1704	0,1704	0,1725	-1,8100	-1,7806	-1,7756
	0,0493	0,0252	0,0334	0,2838	0,1474	0,1918
871	0,0087	0,0087	0,0094	-4,7976	-5,2555	-4,8907
	0,0028	0,0115	0,0072	0,3167	1,0081	0,6741
867	0,0211	0,0211	0,0215	-3,8791	-3,9929	-3,8962
	0,0042	0,0116	0,0074	0,1978	0,5163	0,3340
782	0,0402	0,0402	0,0403	-3,2343	-3,2574	-3,2352
	0,0080	0,0120	0,0088	0,1977	0,2922	0,2162
737	0,0379	0,0379	0,0382	-3,2921	-3,3192	-3,2915
	0,0076	0,0118	0,0091	0,1977	0,3053	0,2351
245	0,1226	0,1226	0,1243	-2,1394	-2,1108	-2,1061
	0,0355	0,0189	0,0260	0,2839	0,1530	0,2067
237	0,0520	0,0520	0,0549	-3,0128	-2,9823	-2,9510
	0,0180	0,0120	0,0175	0,3357	0,2273	0,3114
128	0,0489	0,0489	0,0494	-3,0394	-3,0476	-3,0394
	0,0101	0,0120	0,0128	0,2048	0,2418	0,2542
53	0,0616	0,0616	0,0617	-2,8071	-2,8075	-2,8118
	0,0123	0,0124	0,0143	0,1978	0,1998	0,2285
35	0,0132	0,0132	0,0142	-4,3981	-4,6105	-4,5591
	0,0050	0,0114	0,0130	0,3687	0,7488	0,7818
26	0,0077	0,0077	0,0082	-4,9194	-5,4666	-5,4072
	0,0024	0,0116	0,0126	0,3089	1,0908	1,1013
14	0,0423	0,0423	0,0429	-3,1854	-3,2007	-3,1991
	0,0090	0,0118	0,0139	0,2113	0,2744	0,3157

[a] Valeur moyenne
[b] Écart-type

Tableau I.7 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour l'azote nitrate.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	0,3172[a]	0,3172	0,3161	-1,1535	-1,1496	-1,1550
	0,0326[b]	0,0166	0,0252	0,1024	0,0523	0,0797
906	0,7503	0,7503	0,7431	-0,2937	-0,2891	-0,3013
	0,0849	0,0446	0,0699	0,1128	0,0594	0,0939
871	0,8762	0,8762	0,8742	-0,1366	-0,1332	-0,1364
	0,0834	0,0416	0,0559	0,0950	0,0475	0,0639
867	0,8894	0,8894	0,8876	-0,1218	-0,1184	-0,1213
	0,0846	0,0422	0,0566	0,0949	0,0474	0,0637
782	0,9087	0,9087	0,9069	-0,1003	-0,0969	-0,0998
	0,0876	0,0438	0,0580	0,0962	0,0482	0,0639
737	0,9671	0,9671	0,9650	-0,0383	-0,0347	-0,0377
	0,0955	0,0478	0,0622	0,0986	0,0494	0,0644
245	1,2101	1,2101	1,2032	0,1839	0,1889	0,1816
	0,1410	0,0720	0,1000	0,1161	0,0594	0,0829
237	1,3036	1,3036	1,2973	0,2584	0,2634	0,2571
	0,1514	0,0767	0,1024	0,1158	0,0588	0,0788
128	1,2891	1,2891	1,2858	0,2471	0,2522	0,2484
	0,1509	0,0755	0,0987	0,1166	0,0585	0,0766
53	1,3622	1,3622	1,3592	0,3022	0,3074	0,3040
	0,1608	0,0803	0,1045	0,1176	0,0589	0,0768
35	1,4988	1,4988	1,4951	0,3976	0,4029	0,3992
	0,1789	0,0893	0,1153	0,1189	0,0595	0,0770
26	1,5177	1,5177	1,5147	0,4102	0,4155	0,4123
	0,1800	0,0897	0,1150	0,1182	0,0590	0,0758
14	1,5070	1,5070	1,5033	0,4033	0,4084	0,4048
	0,1772	0,0886	0,1146	0,1172	0,0587	0,0761

[a] Valeur moyenne

[b] Écart-type

Tableau I.8 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour l'azote total.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	1,1721[a]	1,1721	1,1727	0,1558	0,1581	0,1582
	0,0910[b]	0,0446	0,0552	0,0775	0,0380	0,0471
906	0,9994	0,9994	0,9987	-0,0057	-0,0019	-0,0035
	0,1010	0,0499	0,0669	0,1008	0,0499	0,0669
871	0,9705	0,9705	0,9695	-0,0337	-0,0309	-0,0325
	0,0846	0,0421	0,0546	0,0871	0,0434	0,0563
867	0,9447	0,9447	0,9438	-0,0613	-0,0579	-0,0597
	0,0896	0,0445	0,0575	0,0946	0,0470	0,0609
782	0,9994	0,9994	0,9985	-0,0054	-0,0018	-0,0034
	0,0974	0,0482	0,0613	0,0973	0,0482	0,0614
737	1,0706	1,0706	1,0696	0,0634	0,0670	0,0654
	0,1060	0,0529	0,0659	0,0988	0,0494	0,0615
245	1,3935	1,3935	1,3919	0,3252	0,3302	0,3280
	0,1610	0,0799	0,1026	0,1151	0,0573	0,0736
237	1,5228	1,5228	1,5210	0,4147	0,4191	0,4170
	0,1653	0,0821	0,1048	0,1082	0,0539	0,0688
128	1,4159	1,4159	1,4142	0,3410	0,3461	0,3439
	0,1645	0,0817	0,1036	0,1158	0,0577	0,0732
53	1,5421	1,5421	1,5403	0,4264	0,4314	0,4293
	0,1799	0,0893	0,1127	0,1163	0,0578	0,0731
35	1,5186	1,5186	1,5164	0,4108	0,4160	0,4136
	0,1805	0,0899	0,1133	0,1184	0,0591	0,0746
26	1,5315	1,5315	1,5293	0,4193	0,4245	0,4221
	0,1808	0,0900	0,1130	0,1176	0,0587	0,0738
14	1,5736	1,5736	1,5715	0,4468	0,4517	0,4495
	0,1808	0,0901	0,1129	0,1145	0,0572	0,0717

[a] Valeur moyenne
[b] Écart-type

Tableau I.9 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour le phosphore organique.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	0,0318[a]	0,0318	0,0320	-3,4724	-3,5140	-3,4489
	0,0069[b]	0,0118	0,0040	0,2147	0,3595	0,1230
906	0,0010	0,0010	0,0011	-7,1076	-9,3564	-6,9075
	0,0007	0,0116	0,0005	0,6377	2,2145	0,4379
871	0,0075	0,0075	0,0075	-4,8915	-5,4995	-4,8913
	0,0001	0,0116	0,0001	0,0175	1,1029	0,0100
867	0,0012	0,0012	0,0012	-6,7732	-9,0117	-6,7314
	0,0003	0,0116	0,0002	0,2875	2,1353	0,1732
782	0,0041	0,0041	0,0042	-5,5772	-6,6196	-5,5081
	0,0016	0,0116	0,0010	0,3710	1,4908	0,2288
737	0,0015	0,0015	0,0016	-6,5286	-8,5288	-6,4847
	0,0005	0,0117	0,0003	0,2939	2,0216	0,1780
245	0,0008	0,0008	0,0009	-7,2790	-9,7964	-7,1202
	0,0005	0,0116	0,0004	0,5570	2,3119	0,3870
237	0,0083	0,0083	0,0083	-4,8024	-5,3469	-4,7962
	0,0008	0,0117	0,0005	0,1019	1,0485	0,0601
128	0,0025	0,0025	0,0026	-6,0230	-7,5195	-5,9736
	0,0008	0,0117	0,0005	0,3125	1,7580	0,1896
53	0,0040	0,0040	0,0040	-5,5731	-6,6627	-5,5300
	0,0012	0,0116	0,0007	0,2922	1,5048	0,1761
35	0,0000	0,0000	0,0000	-13,5338	-21,602	-13,274
	0,0000	0,0117	0,0000	1,0067	4,1412	1,1085
26	0,0000	0,0000	0,0000	-17,8948	-30,192	-18,5045
	0,0000	0,0117	0,0000	1,0703	5,0734	2,0914
14	0,0008	0,0008	0,0008	-7,1758	-9,7972	-7,1200
	0,0003	0,0117	0,0002	0,3256	2,3128	0,2023

[a] Valeur moyenne

[b] Écart-type

Tableau I.10 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour le phosphore soluble.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	0,0772[a]	0,0772	0,0770	-2,5678	-2,5732	-2,5675
	0,0088[b]	0,0120	0,0063	0,1137	0,1542	0,0813
906	0,1025	0,1025	0,1023	-2,2834	-2,2851	-2,2833
	0,0106	0,0122	0,0082	0,1036	0,1191	0,0802
871	0,1391	0,1391	0,1388	-1,9790	-1,9771	-1,9789
	0,0156	0,0130	0,0131	0,1115	0,0930	0,0942
867	0,1492	0,1492	0,1489	-1,9089	-1,9064	-1,9089
	0,0169	0,0133	0,0143	0,1131	0,0887	0,0957
782	0,2009	0,2009	0,2005	-1,6118	-1,6075	-1,6120
	0,0238	0,0146	0,0201	0,1178	0,0726	0,0999
737	0,2300	0,2300	0,2295	-1,4774	-1,4722	-1,4771
	0,0285	0,0160	0,0239	0,1235	0,0694	0,1038
245	0,2692	0,2692	0,2687	-1,3199	-1,3144	-1,3198
	0,0335	0,0177	0,0282	0,1239	0,0657	0,1046
237	0,2763	0,2763	0,2758	-1,2940	-1,2884	-1,2938
	0,0347	0,0182	0,0291	0,1249	0,0656	0,1053
128	0,2917	0,2917	0,2912	-1,2402	-1,2341	-1,2398
	0,0378	0,0194	0,0317	0,1292	0,0665	0,1085
53	0,3214	0,3214	0,3208	-1,1436	-1,1372	-1,1431
	0,0423	0,0214	0,0353	0,1309	0,0664	0,1097
35	0,3451	0,3451	0,3444	-1,0730	-1,0663	-1,0722
	0,0464	0,0233	0,0385	0,1338	0,0674	0,1115
26	0,3605	0,3605	0,3598	-1,0295	-1,0227	-1,0287
	0,0491	0,0246	0,0407	0,1356	0,0681	0,1127
14	0,3621	0,3621	0,3613	-1,0251	-1,0182	-1,0243
	0,0494	0,0247	0,0409	0,1358	0,0682	0,1129

[a] Valeur moyenne
[b] Écart-type

Tableau I.11 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour le phosphore total.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	0,1090[a]	0,1090	0,1090	-2,2201	-2,2227	-2,2179
	0,0091[b]	0,0120	0,0058	0,0829	0,1099	0,0535
906	0,1035	0,1035	0,1034	-2,2736	-2,2752	-2,2724
	0,0107	0,0122	0,0081	0,1031	0,1178	0,0786
871	0,1466	0,1466	0,1463	-1,9257	-1,9240	-1,9258
	0,0156	0,0130	0,0131	0,1059	0,0882	0,0893
867	0,1504	0,1504	0,1501	-1,9008	-1,8984	-1,9007
	0,0169	0,0133	0,0142	0,1123	0,0880	0,0946
782	0,2050	0,2050	0,2047	-1,5916	-1,5874	-1,5911
	0,0238	0,0147	0,0199	0,1157	0,0714	0,0970
737	0,2315	0,2315	0,2311	-1,4707	-1,4655	-1,4702
	0,0285	0,0160	0,0238	0,1228	0,0691	0,1029
245	0,2700	0,2700	0,2695	-1,3169	-1,3114	-1,3165
	0,0335	0,0176	0,0281	0,1235	0,0653	0,1039
237	0,2846	0,2846	0,2840	-1,2642	-1,2588	-1,2639
	0,0347	0,0181	0,0290	0,1214	0,0637	0,1019
128	0,2943	0,2943	0,2937	-1,2314	-1,2254	-1,2308
	0,0379	0,0194	0,0316	0,1282	0,0659	0,1072
53	0,3254	0,3254	0,3248	-1,1311	-1,1249	-1,1304
	0,0423	0,0214	0,0352	0,1294	0,0656	0,1079
35	0,3451	0,3451	0,3444	-1,0730	-1,0663	-1,0722
	0,0464	0,0233	0,0385	0,1338	0,0674	0,1115
26	0,3605	0,3605	0,3598	-1,0295	-1,0227	-1,0287
	0,0491	0,0246	0,0407	0,1356	0,0681	0,1127
14	0,3629	0,3629	0,3622	-1,0229	-1,0160	-1,0220
	0,0494	0,0247	0,0409	0,1355	0,0680	0,1125

[a] Valeur moyenne

[b] Écart-type

Tableau I.12 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour les coliformes fécaux.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	63,589[a]	63,589	64,187	4,1341	4,1477	4,1538
	12,305[b]	6,1804	8,2126	0,1917	0,0970	0,1266
906	9,4153	9,4153	10,205	2,1086	2,1972	2,2460
	5,2139	2,8941	4,4067	0,5172	0,3005	0,3893
871	14,840	14,840	18,168	2,5364	2,6202	2,7643
	9,1438	6,0614	25,300	0,5673	0,3928	0,4681
867	5,3732	5,3732	7,3207	1,4366	1,5492	1,7498
	4,2711	2,9562	23,635	0,6998	0,5142	0,6082
782	4,0673	4,0673	4,4468	1,3605	1,3909	1,4145
	1,2110	0,6365	21,109	0,2914	0,1555	0,2296
737	2,0308	2,0308	2,2955	0,6796	0,7005	0,7168
	0,4950	0,2566	19,856	0,2402	0,1258	0,1891
245	1,4436	1,4436	2,2926	0,1557	0,2596	0,4378
	1,0472	0,7072	36,535	0,6502	0,4638	0,5898
237	2,7734	2,7734	3,3133	1,0078	1,0156	1,0581
	0,4374	0,2641	35,298	0,1568	0,0950	0,1836
128	10,782	10,782	13,925	2,1533	2,2730	2,4198
	8,1182	5,2096	58,150	0,6702	0,4581	0,5632
53	8,7322	8,7322	9,5068	2,1411	2,1600	2,1747
	2,0133	1,0393	53,753	0,2276	0,1186	0,1801
35	0,1409	0,1409	0,7675	-2,2951	-2,1152	-1,9469
	0,1378	0,0851	52,760	0,8191	0,5579	0,7514
26	0,0144	0,0144	0,6030	-4,7486	-5,3725	-4,2245
	0,0192	0,0425	52,637	1,0104	1,5062	1,0623
14	1840,6	1840,6	1866,5	7,4923	7,5111	7,5193
	421,48	214,55	306,84	0,2261	0,1162	0,1573

[a] Valeur moyenne
[b] Écart-type

Tableau I.13 Premier et second moments pour les distributions normale et lognormale, estimés à l'aide des méthodes « *MVFOSM, MVSOUA et MC* » pour la biomasse algale.

Numéro de tronçon	Distribution normale			Distribution lognormale		
	Méthode			Méthode		
	MVFOSM	*MVSOUA*	*SMC*	*MVFOSM*	*MVSOUA*	*SMC*
950	0,2450[a]	0,2450	0,2682	-1,5756	-1,4689	-1,4069
	0,1555[b]	0,0894	0,1199	0,5817	0,3537	0,4266
906	0,0009	0,0009	0,0021	-7,6626	-9,5956	-9,1497
	0,0014	0,0114	0,0426	1,1202	2,2629	2,4486
871	0,0612	0,0612	0,0615	-2,7950	-2,8121	-2,8649
	0,0025	0,0117	0,0249	0,0407	0,1895	0,3892
867	0,0031	0,0031	0,0036	-5,9542	-7,1310	-7,5198
	0,0020	0,0115	0,0241	0,5915	1,6442	1,9507
782	0,0014	0,0014	0,0019	-6,9013	-8,6875	-8,5644
	0,0014	0,0116	0,0197	0,8159	2,0587	2,1549
737	0,0015	0,0015	0,0019	-6,7095	-8,5047	-8,4293
	0,0012	0,0116	0,0168	0,6805	2,0133	2,0855
245	0,0007	0,0007	0,0011	-7,6101	-10,123	-9,6234
	0,0006	0,0116	0,0175	0,8023	2,3810	2,3617
237	0,0647	0,0647	0,0656	-2,7608	-2,7563	-2,7652
	0,0138	0,0123	0,0193	0,2116	0,1889	0,2876
128	0,0054	0,0054	0,0062	-5,3943	-6,0596	-6,0584
	0,0036	0,0115	0,0150	0,6030	1,3016	1,3908
53	0,0169	0,0169	0,0185	-4,2413	-4,2692	-4,3046
	0,0103	0,0114	0,0173	0,5638	0,6113	0,7918
35	0,0000	0,0000	0,0001	-16,5310	-26,844	-13,498
	0,0000	0,0117	0,0152	1,3288	4,7320	3,0514
26	0,0000	0,0000	0,0001	-20,7233	-36,994	-13,539
	0,0000	0,0117	0,0152	0,0000	5,7045	3,0578
14	0,0029	0,0029	0,0033	-6,0200	-7,2532	-7,2456
	0,0019	0,0116	0,0153	0,5996	1,6811	1,7580

[a] Valeur moyenne

[b] Écart-type

16.0 ANNEXE J : Histogramme des variables simulées avec n = 50 000 simulations

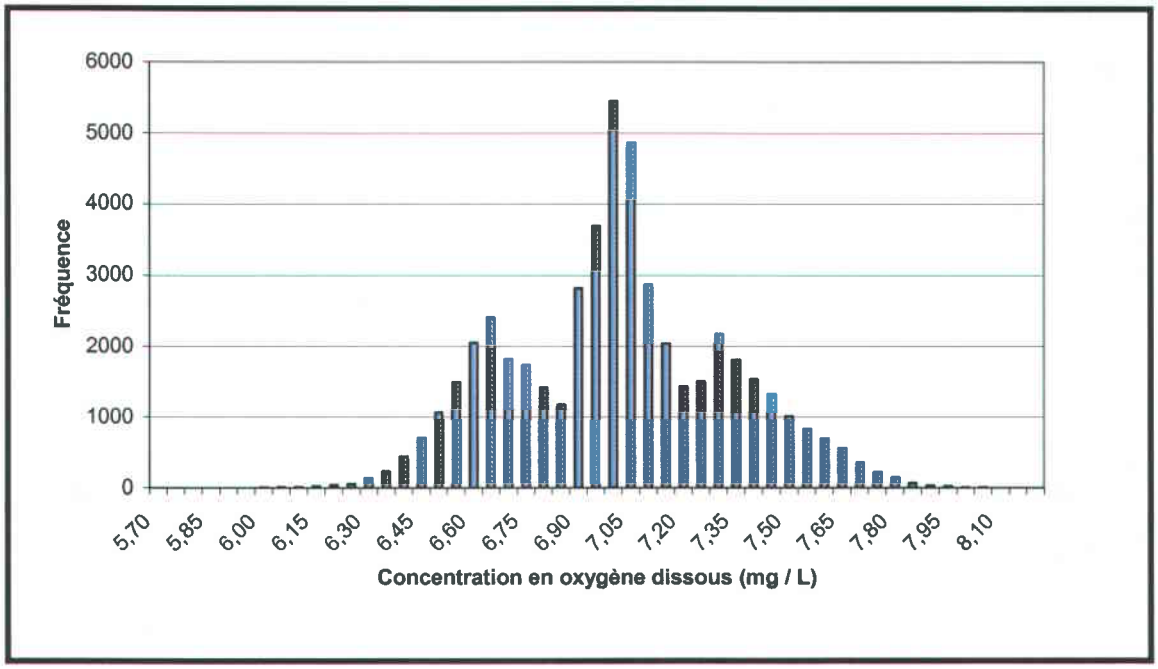

Figure J. 1 Histogramme de la concentration en l'oxygène dissous au tronçon 950

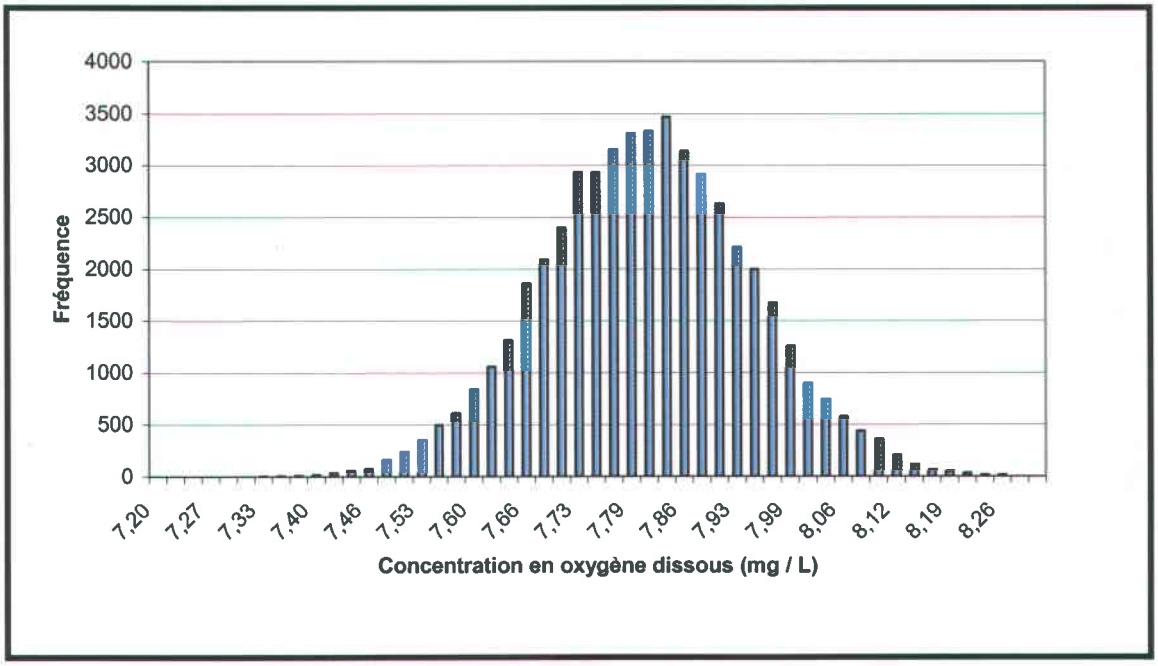

Figure J. 2 Histogramme de la concentration en oxygène dissous au tronçon 14

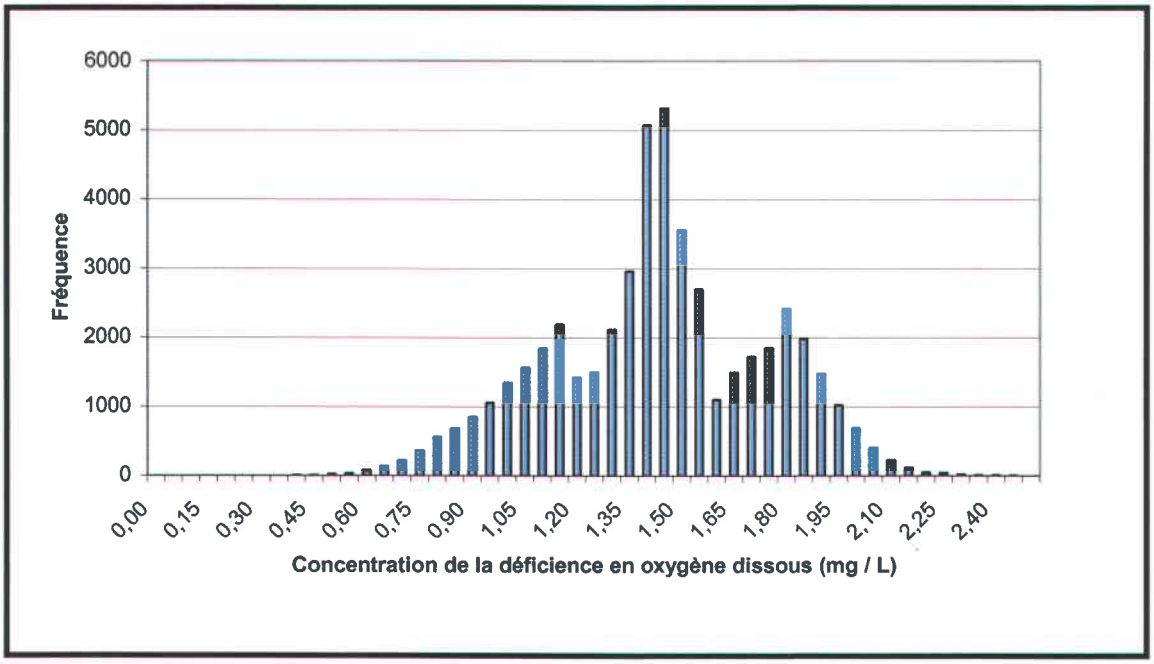

Figure J. 3 Histogramme de la déficience en oxygène dissous au tronçon 950

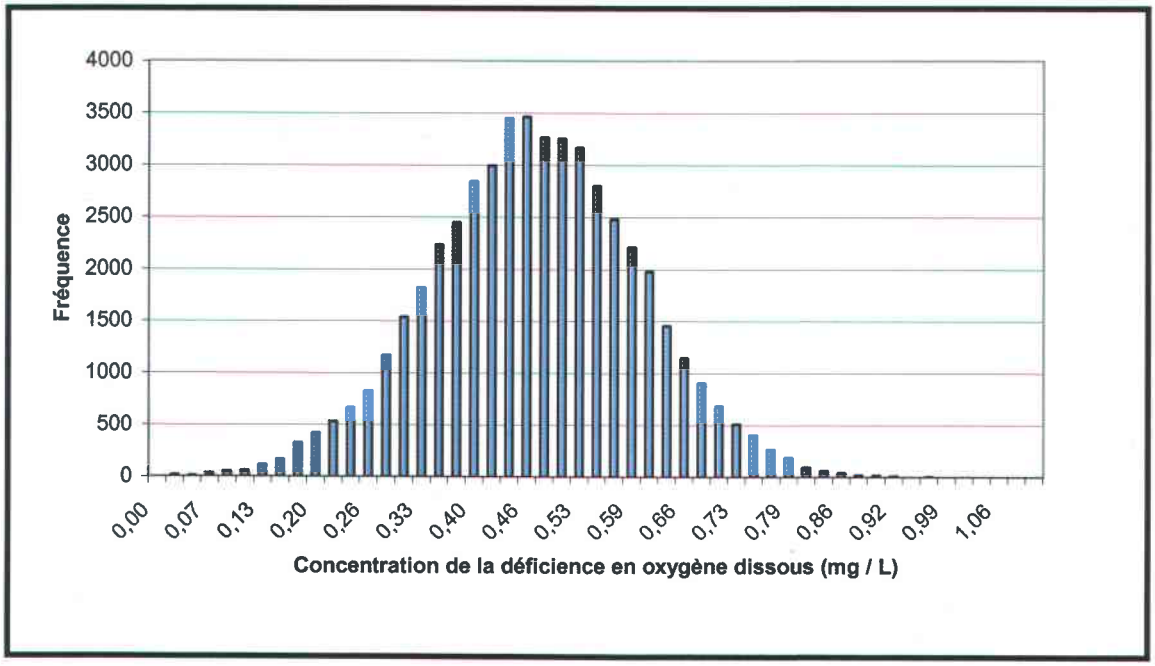

Figure J. 4 Histogramme de la déficience en oxygène dissous au tronçon 14

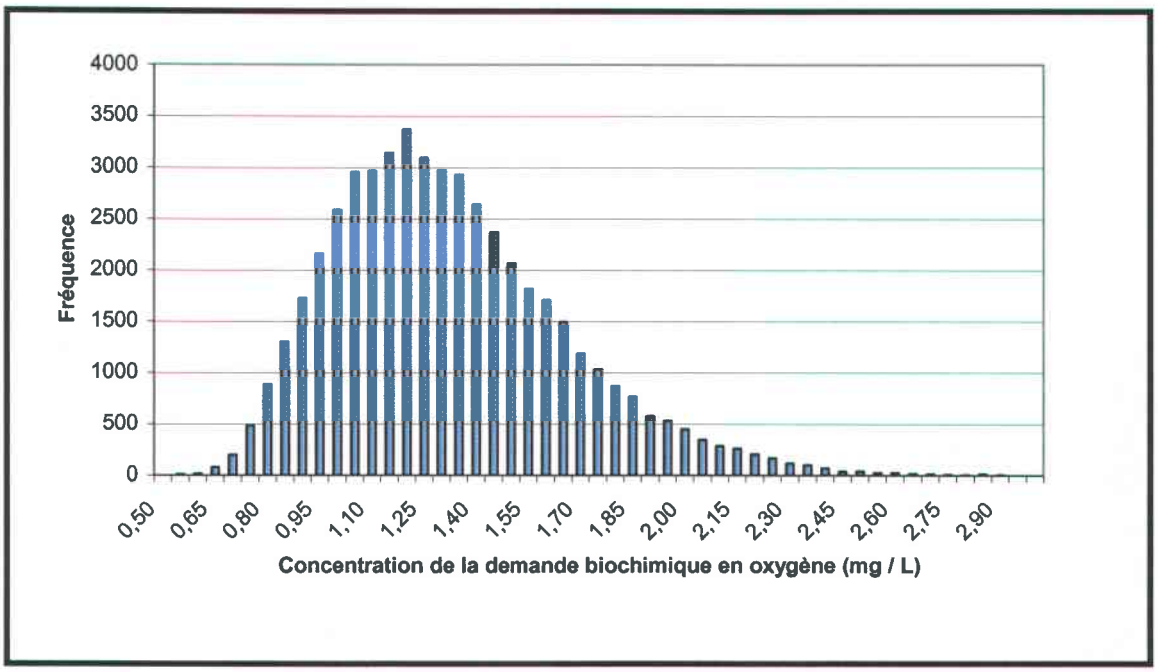

Figure J. 5 Histogramme de la demande biochimique en oxygène (DBO_5) au tronçon 950

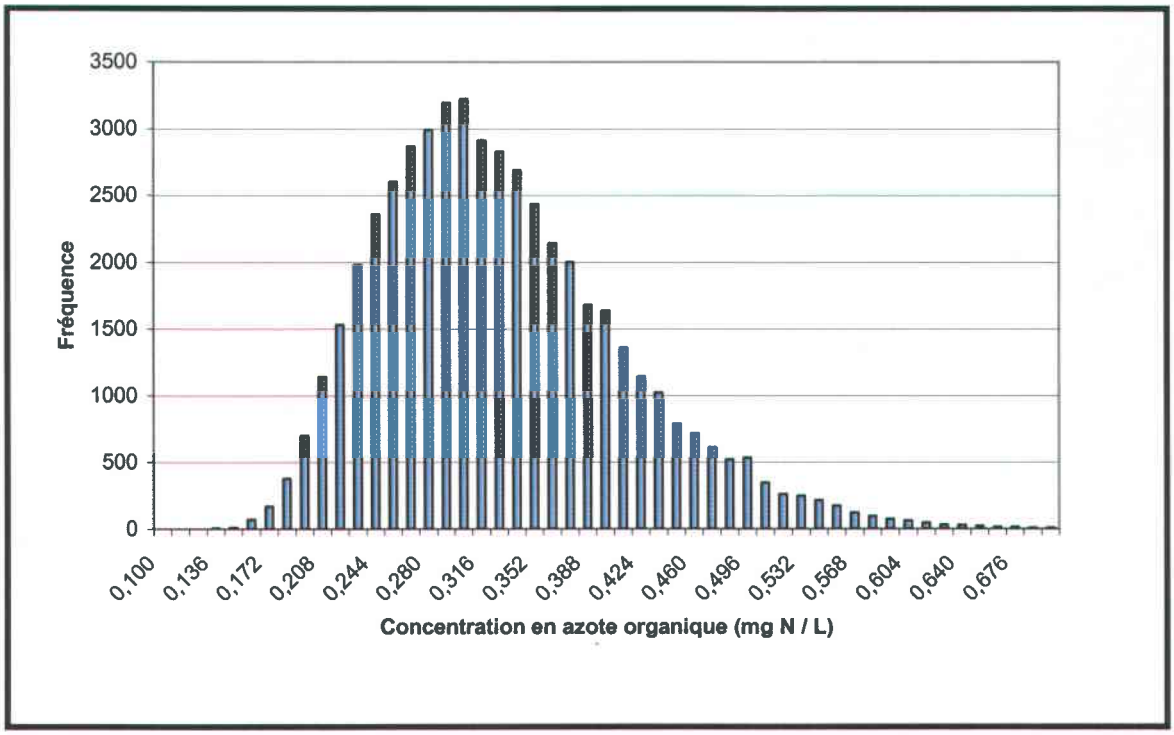

Figure J. 6 Histogramme de la concentration en azote organique au tronçon 950

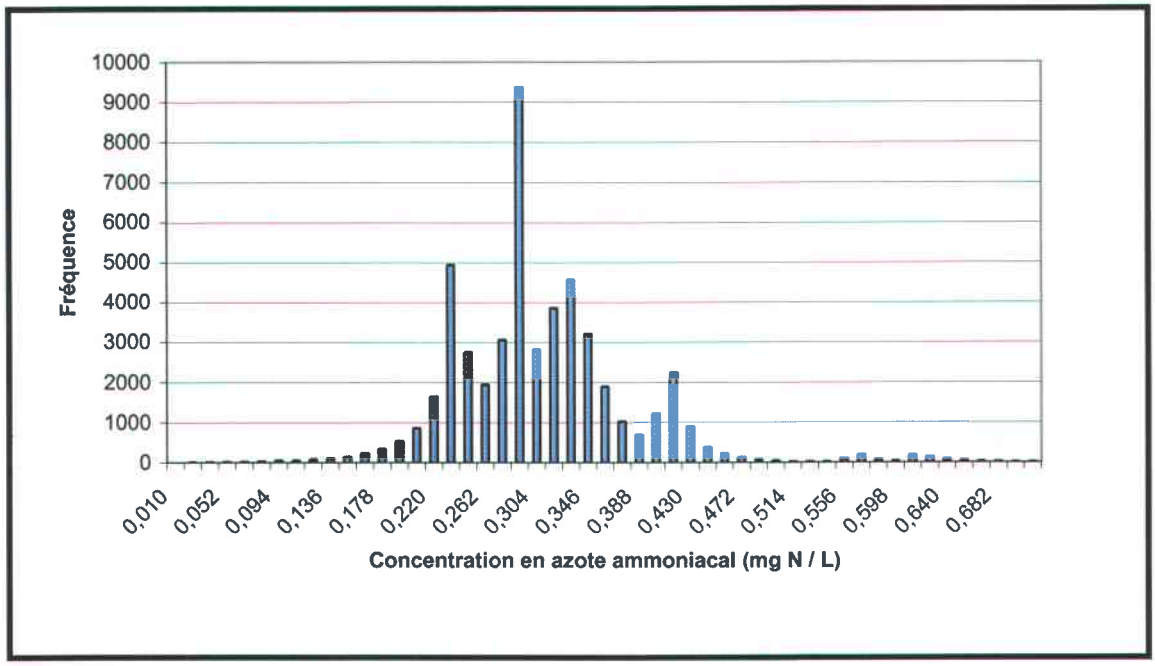

Figure J. 7 Histogramme de la concentration en azote ammoniacal au tronçon 950

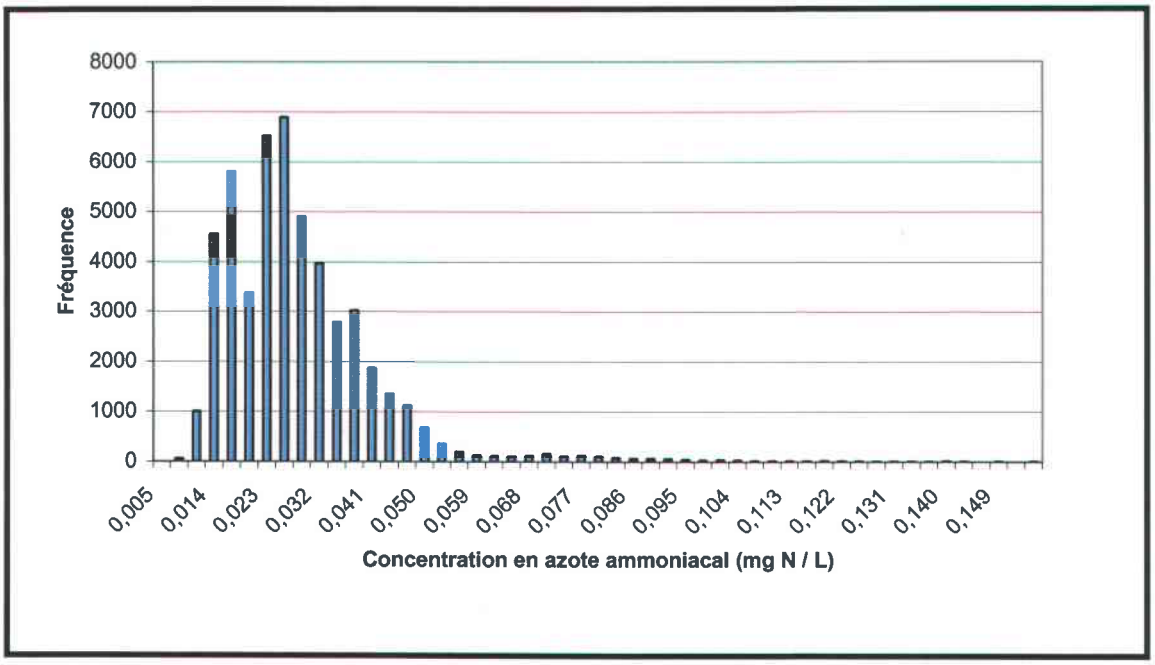

Figure J. 8 Histogramme de la concentration en azote ammoniacal au tronçon 14

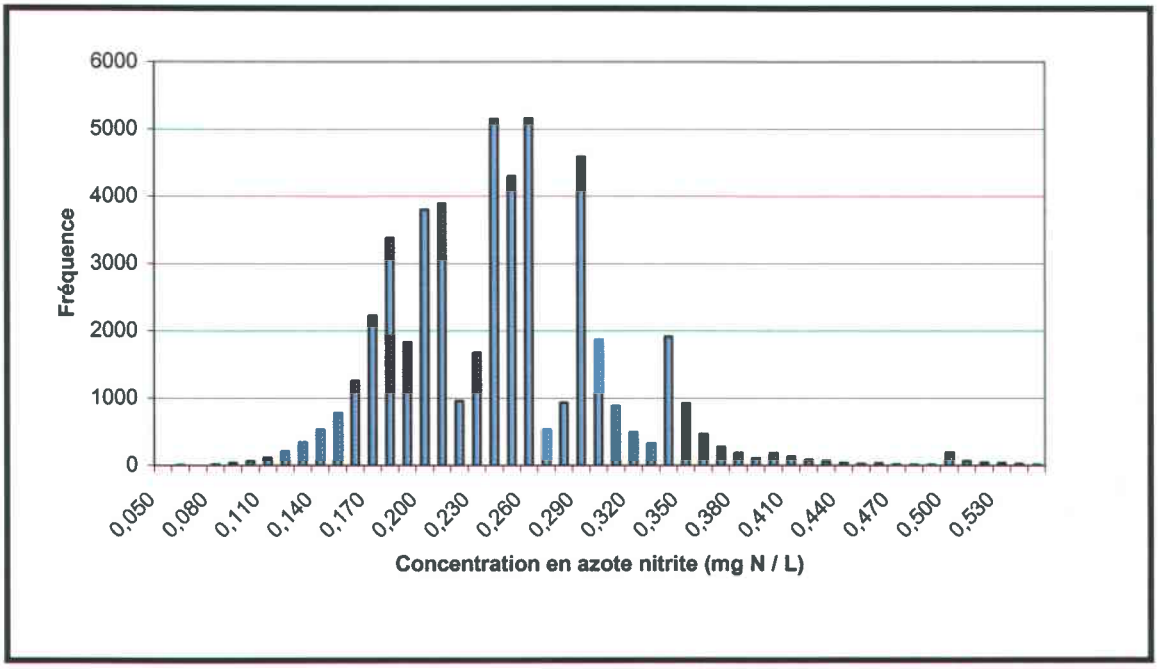

Figure J. 9 Histogramme de la concentration en azote nitrite au tronçon 950

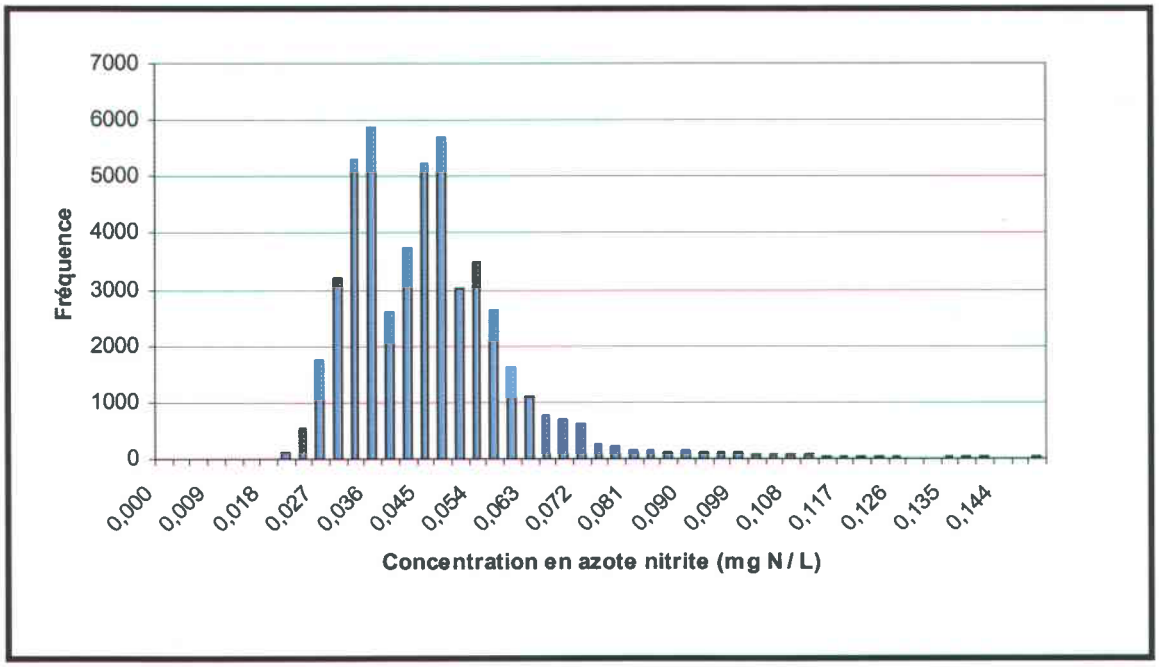

Figure J. 10 Histogramme de la concentration en azote nitrite au tronçon 14

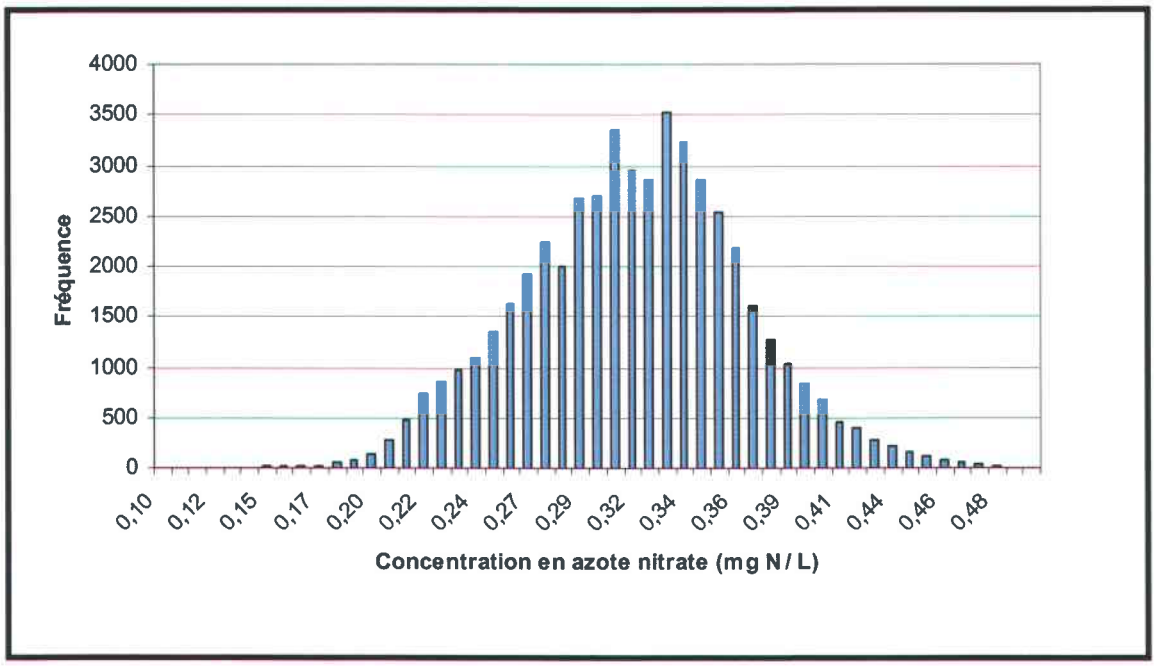

Figure J. 11 Histogramme de la concentration en azote nitrate au tronçon 950

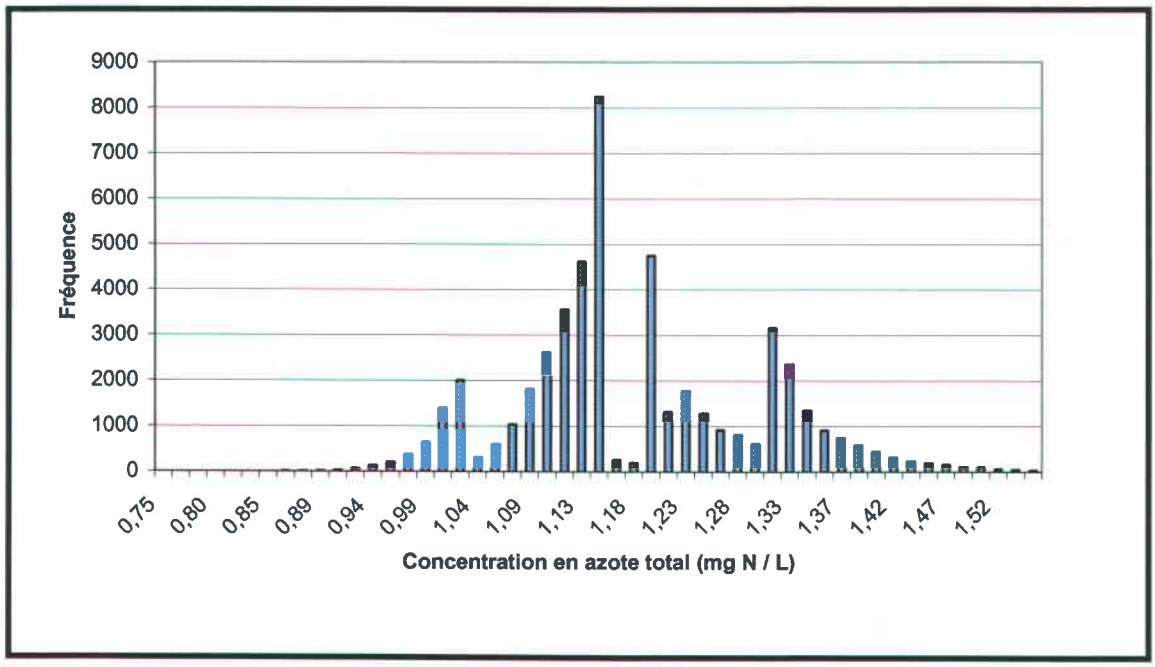

Figure J. 12 Histogramme de la concentration en azote total au tronçon 950

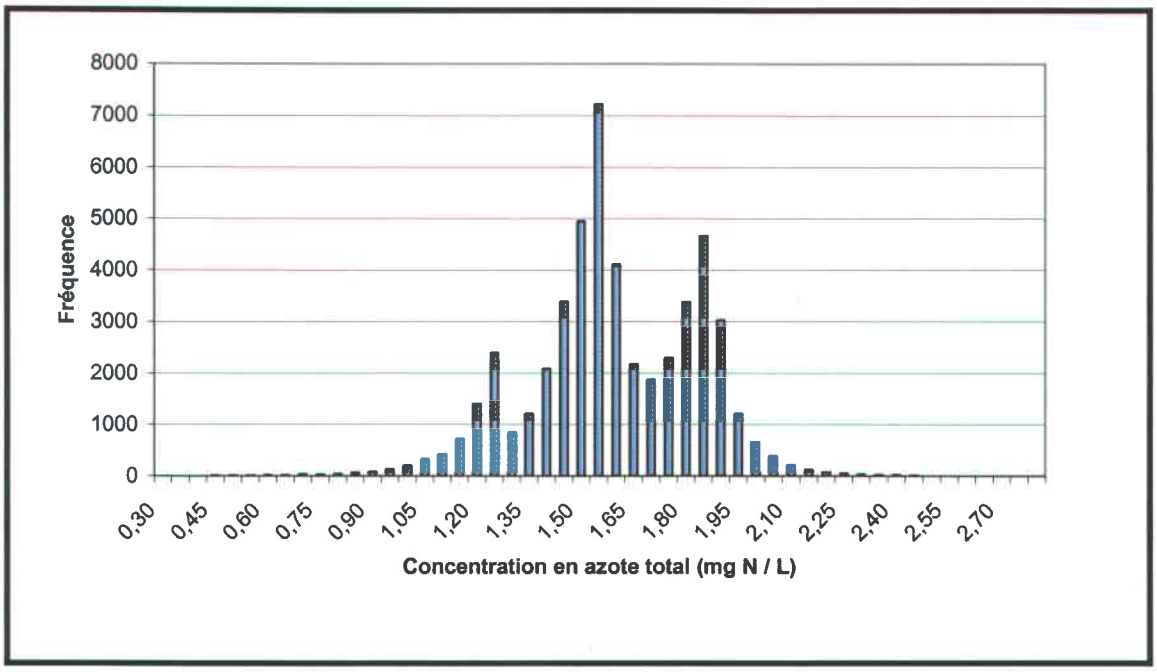

Figure J. 13 Histogramme de la concentration en azote total au tronçon 14

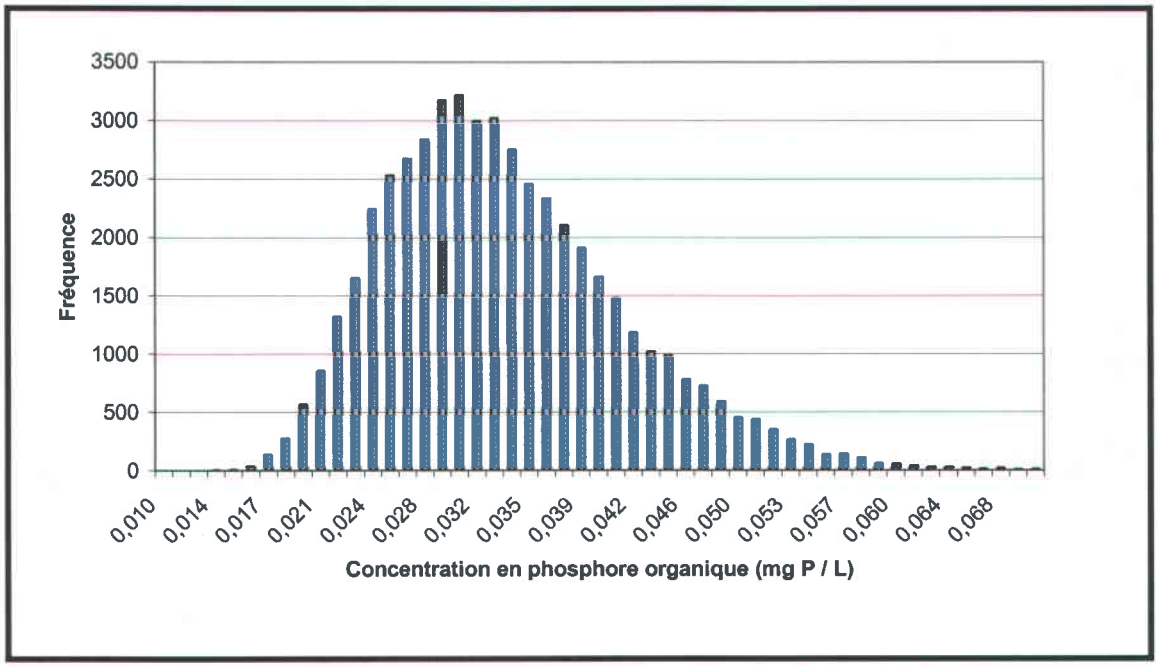

Figure J. 14 Histogramme de la concentration en phosphore organique au tronçon 950

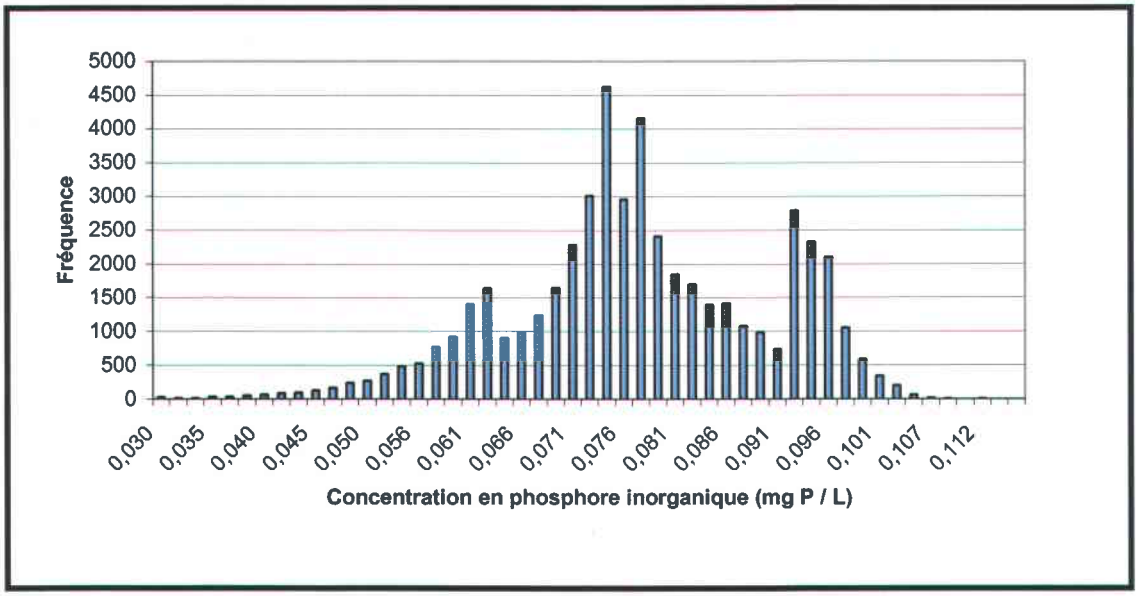

Figure J. 15 Histogramme de la concentration en phosphore dissous au tronçon 950

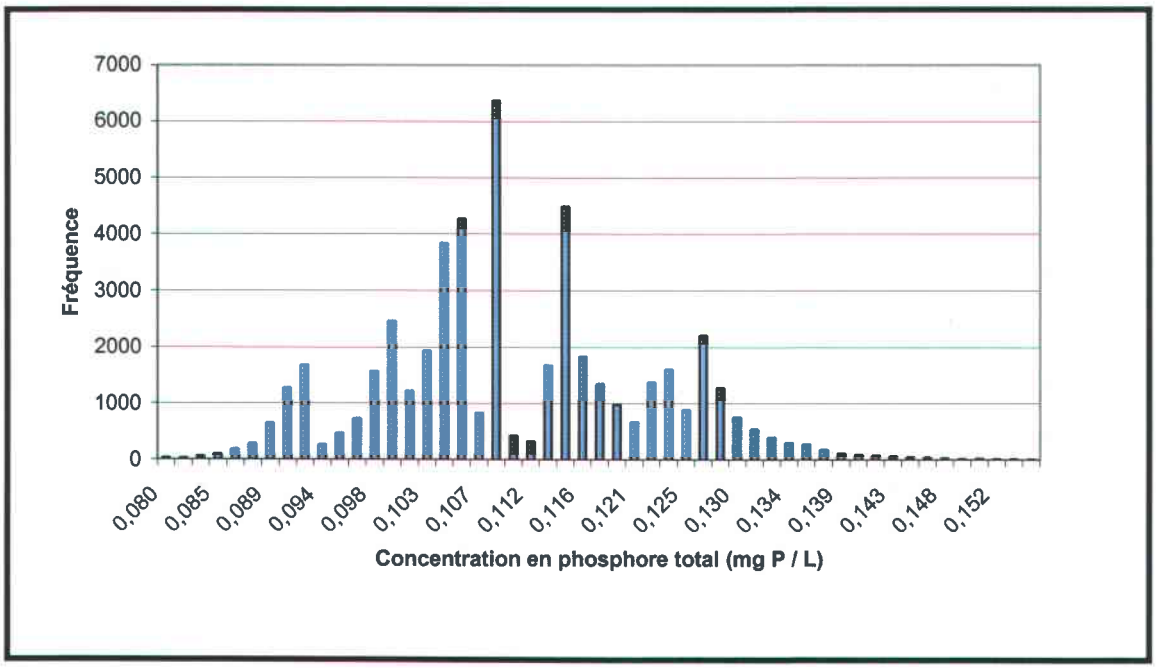

Figure J. 16 Histogramme de la concentration en phosphore total au tronçon 950

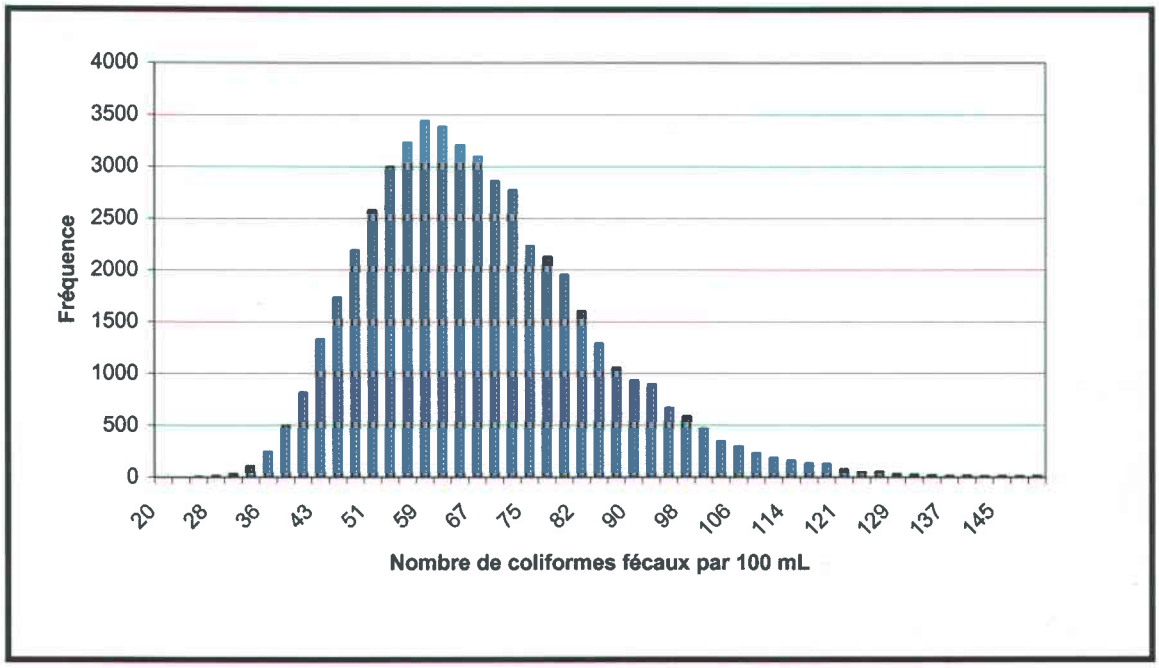

Figure J. 17 Histogramme du nombre de coliformes fécaux / 100 ml au tronçon 950

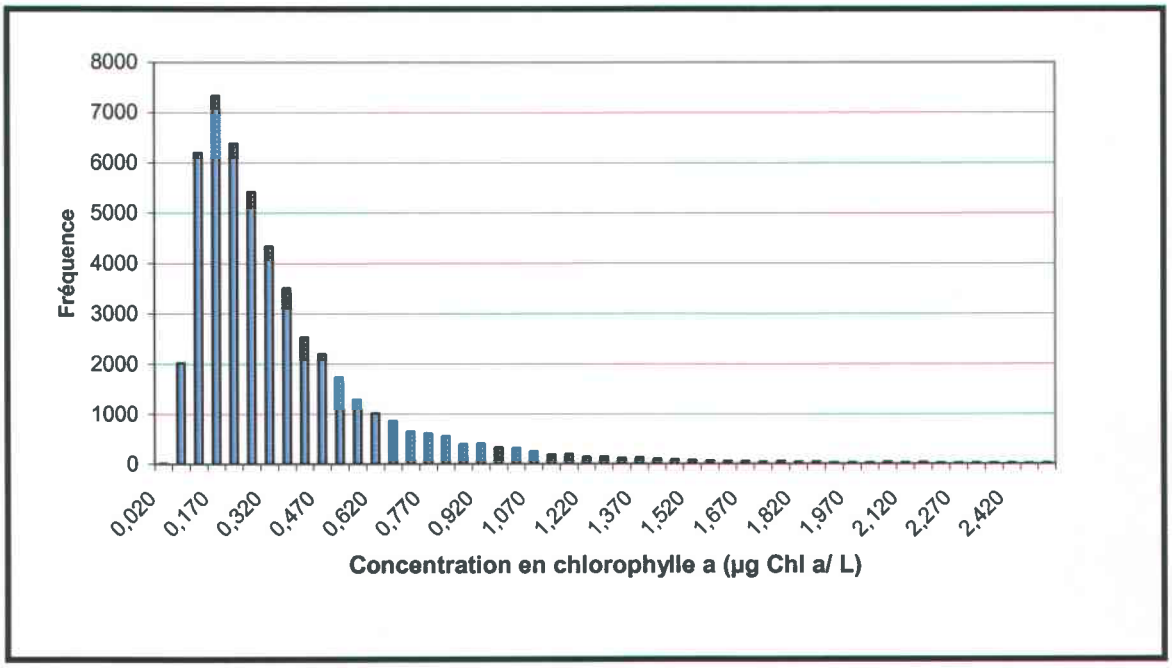

Figure J. 18 Histogramme de la concentration en chlorophylle a au tronçon 950

17.0 ANNEXE K : Histogramme des coefficients de sensibilité pour la variable simulée du nombre de coliformes fécaux / 100 mL (K5) (n = 500 simulations)

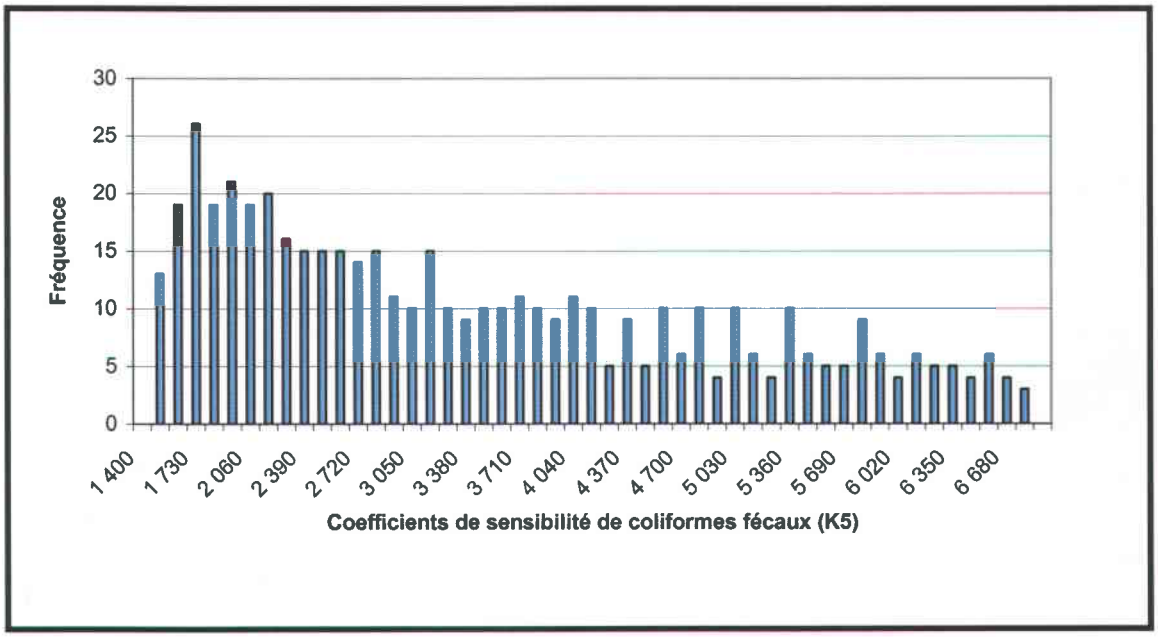

Figure K. 1 Histogramme des coefficients de sensibilité (nombre de coliformes fécaux / 100 ml en fonction de la variation de K5) au tronçon 950

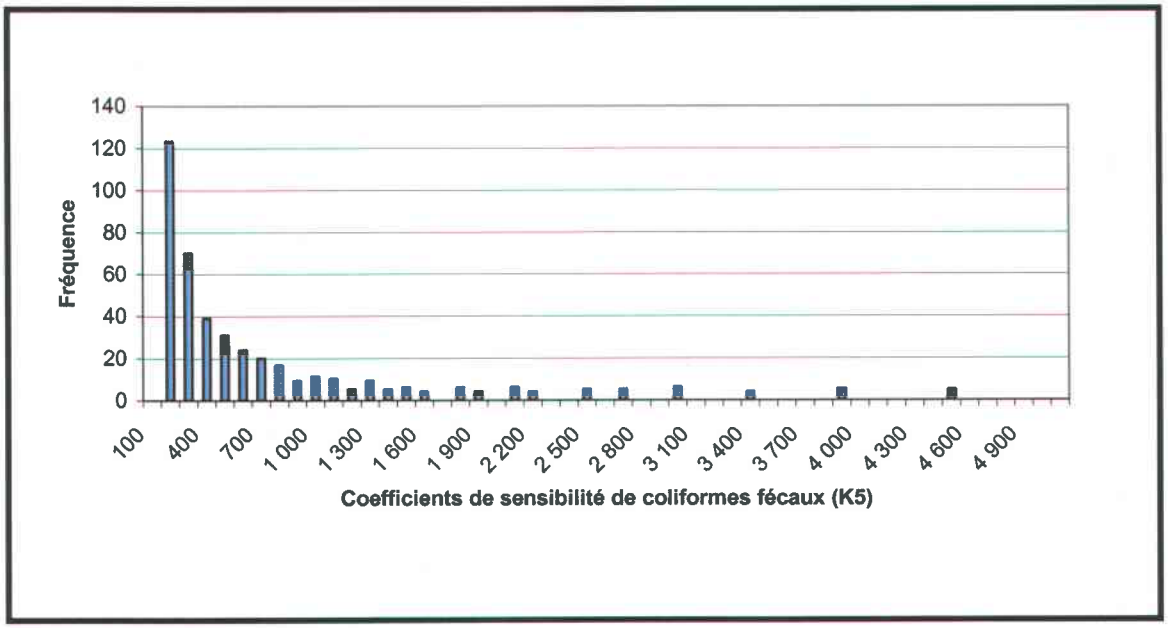

Figure K. 2 Histogramme des coefficients de sensibilité (nombre de coliformes fécaux / 100 ml en fonction de la variation de K5) au tronçon 14

18.0 RÉFÉRENCES

Ang, H-S.A. et W. H. Tang (1990). *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Volume II: Decision, Risk and Reliability.* New York. John Wiley and Sons inc. 562 p.

Arnold, J.G., et J.R. Williams (1995). *SWAT – Soil and Water Assessment Tool Users Manual, Revised 03/29/95.* Texas, Texas Agricultural Experiment Station, Blackland Research Center Temple, 105 p.

Beck, M.B. (1987). Water Quality Modeling : A Review of the Analysis of Uncertainty. *Water Resources Research*, 23(8): 1393-1442.

Beven J. Keith, 2000. *Rainfall-Runof Modelling: The primer.* John Wiley & Sons Ltd. Baffin Lane, Chichester, West Sussex PO19 1UD, England. 372 p.

Bowie L. G. 1985. *Rate, constants and kinetics formulations in surface water quality modeling.* Second Edition. EPA-600/3-85/040. Environmental research laboratory, office of research and development, U.S. Environmental Protection Agency, Athens, Geogia 30613.

Brown, L.C. et T.O. Barnwell Jr. (1987). *The Enhanced Stream Water Quality Models QUAL2 and QUAL2E-UNCAS:* Documentation and User Manual. Athens, Georgia, U.S. Environmental Protection Agency, 189 p.

Chapra S.C., 1997. *Surface Water-Quality Modeling.* McGraw Hill companies inc., 844p.

Chen, C. W., J. Herr, L. Ziemelis, R.A. Goldstein et L. Olmsted (1999). Decision support system for total maximum daily load. *Journal of Environmental Engineering*, 25(7): 653-659.

Comité mixte des normes de l'eau potable (1974). *Normes et objectifs pour l'eau potable au Canada*. Ottawa : Ministère de la Santé nationale et du Bien-être social.

Crosetto, M., S. Tarantola, et A. Saltelli, 2000. Sensitivity and uncertainty analysis in spatial modelling based on GIS. *Agriculture Ecosystem & Environment.* Vol. 81, 71-79.

DeGasperi, C. (1995). *Steady-State Model Refinement Component: QUAL2E-UNCAS Dissolved Oxygen Model, Calibration and Verification.* Willamette River Basin Water Quality Study, Phase II. Tetra Tech Inc. 15400 NE 90 TH, suite 100, Redmond, Washington 98052-3521.

Fiessler, B., H.-J. Neumann et R. Rackwitz (1979). Quadratic limit states in structural reliability. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE,* 105 (EM4), 661-676.

Fortin, J.-P., R. Moussa, C. Bocquillon et J.-P. Villeneuve (1995). HYDROTEL, un modèle hydrologique distribué pouvant bénéficier des données fournies par la télédétection et les systèmes d'information géographique. *Rev. Sci. Eau,* 8 : 97-124.

Francos A., FJ Elorza, F. Bouraoui, et L. Galbiati, 2003. Sensitivity analysis of distributed environmental simulation models : understanding the model behaviour in hydrological studies at the catchment scale. *Reliability Engineering and System Safety,* Vol. 79, 205-218.

Griensven A.V., A. Francos et W. Bauwens, 2002. Sensitivity analysis and auto-calibration of an integral dynamic model for river water quality. *Water Sciences and Technology,* Vol 45, No. 9, 325-332.

Han K.-Y., S.-H. Kim, et D.-H. Bae, 2001. Stochastic Water Quality Analysis using reliability method. *Journal of the American Water Resources Association.*, AWRA, Vol. 37, no 3, 695-708.

Hann, C.T., B. Allred, D.E. Strom, G.J. Sabbagh et S. Prabhy (1995). Statistical procedure for evaluation hydrological / water quality models. *Transactions of the ASAE*, 38(3): 725-733.

Harr, E.M. (1987). *Reliability-based design in civil engineering.* McGraw-Hill, New-York. 291 p.

Harr, M.E. (1989). Probability estimates for multivariate analyses. *Applied Mathematical Modelling*, 13: 313-318.

Hébert, S. (1996). *Développement d'un indice général de la qualité de l'eau pour les rivières du Québec.* Direction des écosystèmes aquatiques, ministère de l'Environnement et de la Faune du Québec, EN970102, QE-108, 20 p. + 4 annexes.

Hornberger, M.G. et R.C. Spear (1980). Eutrophication in peel inlet-II. Identification of critical uncertainties via generalized sensitivity analysis. *Water Research*, 14: 43-49.

Hornberger, M.G. et R.C. Spear (1981). An approach to the preliminary analysis of environmental systems. *Journal of Environmental Management*, 12: 7-18.

Imhof J.P., 1961. Computing the distribution of quadratic forms in normal variables. *Biometrika*, 48(3 et 4) 419-426.

Kreyszig E. (1999). *Advanced Engineering Mathematics.* John Wiley and Sons inc., p 370 – 399.

Lahlou, M., S.H. Shoudhury, Y. Wu, K. Baldwin et D.K. Boynton 1995. *QUAL2E Windows Interface User's Guide.* EPA/823/B/95/003. Standards and applied science division, Office of Sciences and Technology, Office of Water, United States Environmental Protection Agency. 401 M. Street, SW Washington, DC 20460.

Law, M. A. et D.W. Kelton (1991). *Simulation modeling and analysis*, Second edition. McGraw-Hill. 759 p.

Mailhot, A., A.N. Rousseau, S. Massicotte, J. Dupont et J.-P. Villeneuve 1997. A watershed-based system for the integrated management of surface water quality: the GIBSI System. *Water sciences and technologies.* Vol 36 no 5 pp 381-387

Mailhot, A. et J.-P. Villeneuve (2003). Mean Value Second-Order Uncertainty Analysis Method : Application to Water Quality Modelling. *Advances in Water Resources,* vol. 26, p. 491-499.

Manache G. et C. S. Melching, 2004. Sensitivity analysis of a Water-Quality Model using Latin Hypercube Sampling. *Journal of Water Resources Planning and Management.* Vol. 130, No. 3, 232-242.

Mathcad Professional (2001). *Mathcad Professional version 2001i.* Mathsoft Engineering and Education inc.,101 Main Street, Cambridge, MA 02142, USA.

McKay M.D. (1988). Sensitivity and uncertainty analysis using a statistical sample of input values. Dans : *Uncertainty Analysis*, Y. Ronen (Éd.), p 145-186, Boca Raton, Florida, CRC Press.

McKay, M.D., R.J. Beckman et W.J. Conover (1979). A comparison of three methods of selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics* vol. 21, 239-245.

Melching, S.C. et S. Anmangandla (1992). Improved First-Order uncertainty method for water quality modeling. *Journal of Environmental Engineering*, 118(5): 791-805.

Melching, S.C. (1992). An improved first order reliability approach for assessing uncertainties in hydrological modeling. *Journal of Hydrology*, 132: 157-177.

Melching, S.C. (1995). Reliability estimation. *Computer models of watershed hydrology*, Edited by C. Singh et P. Vijay. Highlands Ranch CO : Water Resources Publications, p 69 -118.

Melching S.C. et G.C. Yoon (1996). Key sources of uncertainty in QUAL2E model of Passaic River. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 122(2): 105-113.

Morris, M.D. (1991). Factorial sampling plan for preliminary computational experiments. *Technometrics,* **33**, 161-174.

Mulla, J.D. et M.T. Addiscott (1999). Validation approaches for Field-, Bassin-, and Regional-Scale Water Quality Models. *Geophysical Monograph*, 108: 63-78.

Reckhow, H.K., J.T. Clements et R.C. Dodd (1990). Statistical evaluation of mechanistic Water-Quality Models. *Journal of Environmental Engineering*, 116(March/April): 250-268.

Renard, K.G., G.R. Foster, G.A. Weesies, D.K. McCool, et D.C. Yoder. (1997). *Predicting Soil Erosion by Water : A guide to conservation planning with the Revised Universal Soil Loss Equation (RUSLE)*, Agricultural Handbook 703, U.S. Department of Agriculture, Agricultural Research Service, Washington D.C., 404 p.

Robert, C., O. Banton, P. Lafrance et J.-P. Villeneuve (1992). Analyse de sensibilité paramétrique d'un modèle simulant le transport de pesticides dans le sol. *Revue des sciences de l'eau*, 5: 197-210.

Rose A. K., E.P. Smith, R.H. Gardner, A.L. Brenkert et S.M. Bartell, 1991. Parameter sensitivities, Onte Carlo Filtering, and Model Forecasting under Uncertainty. *Journal of Forecasting,* Vol. 10, 117-133.

Rosenblueth, E. (1981). Two-point estimates in probabilities. *Applied Mathematical Modelling*, 5: 329-335.

Saltelli A, K. Chan et M.E. Scott, 2000. *Sensitivity Analysis*. John Wiley and Sons Ltd. Baffins Lane, Chichester, West Sussex, PO19 1UD, England. 475p.

Shinozuka, M. et H. Itagaki (March,1983). Basic analysis of structural safety. *J. of Structural Division, ASCE*, Vol. no 3, 109, 721 – 740.

Simoneau M., L. Pelletier, et N. Martel, 1996. *Le bassin de la rivière Chaudière : l'état de l'écosystème aquatique.* Ministère de l'Environnement et de la Faune, Direction des écosystèmes aquatiques, Québec, Envirodoq, EN980022, 373 p

SPSS, 15 Nov 2001. SPSS for Windows ver. 11.0.1, *graduate pack*. SPSS INC. 233 South Wacker Drive, 11 th floor, Chicago, IL 60606-6412.

Steel R.G.D et J.H. Torrie (1980). *Principles and procedures of statistics: a biometrical approach, second edition,* McGraw-Hill inc. pp 546-547.

Tabakhnick, G.B., et S.L. Fidell (1989). *Using Multivariate Statistics, second edition.* Harper Collins Publishers inc.10 East 53d Street, New York, NY 10022, 123-191.

Turcotte R., A. N. Rousseau, J.-P. Fortin, et J.-P. Villeneuve, 2003. A process-oriented, multiple-objective calibration strategy accounting for model structure Dans : Duan, Q.,H.V. Gupta, S. Sorooshian, A.N. Rousseau et R. Turcotte, 2002. *Calibration of Watershed models.* Water Science and Application 6. American Geophysical Union. Washington D.C. 153-163.

USEPA, (1991). *BASINS 2.0 Fact Sheet : A Powerful Tool for Managing Watersheds.* EPA-823-F-99-001. United States Environmental Protection Agency, Office of Science and Technology, Washington, D.C. 20460.

Vandenberghe V., A.V. Griensven et W. Bauwens, 2001. Sensitivity analysis and calibration of the parameters of ESWAT : application to the River Dender. *Water Sciences and Technology,* Vol 43, No. 7, 295-301.

Villeneuve J.-P., C. Blanchette, M. Duchemin, J.-F. Gagnon, A. Mailhot, A. N. Rousseau, M. Roux, J.-F. Tremblay et R. Turcotte (1998a). *Rapport final du projet GIBSI: Gestion Intégrée des Bassins versants à l'aide d'un Système Informatisé Mars 1998 : tome 1.* INRS-Eau, 371 p. (Rapport de recherche, no 462)

Villeneuve J.-P., C. Blanchette, M. Duchemin, A. Mailhot, A.N. Rousseau, M. Roux, S. Trépanier et R. Turcotte (1998b). *Document relatif aux commentaires du Comité de suivi du projet GIBSI.* Institut national de la recherche scientifique, INRS-Eau, 56 p. (Rapport de recherche, n° 462 Add1).

Whittemore, R.C. (1998). The BASINS model. *Water Environement & Technology*, 10(12): 57-61.

Yen, G.C., S.T. Cheng et C.S. Melching (1986). First order reliability analysis. Dans : *Stochastic and Risk Analysis in Hydraulic Engineering*. B.C. Yen (ed.), p. 1-36. Littleton, Colorado, Water Resources Publications.

Yen, K.-C. et Y.-K Tung (1993). Uncertainty and sensitivity analyses of Pit-Migration model. *Journal of Hydraulic Engineering* , ASCE, 119(2): 262-283.