

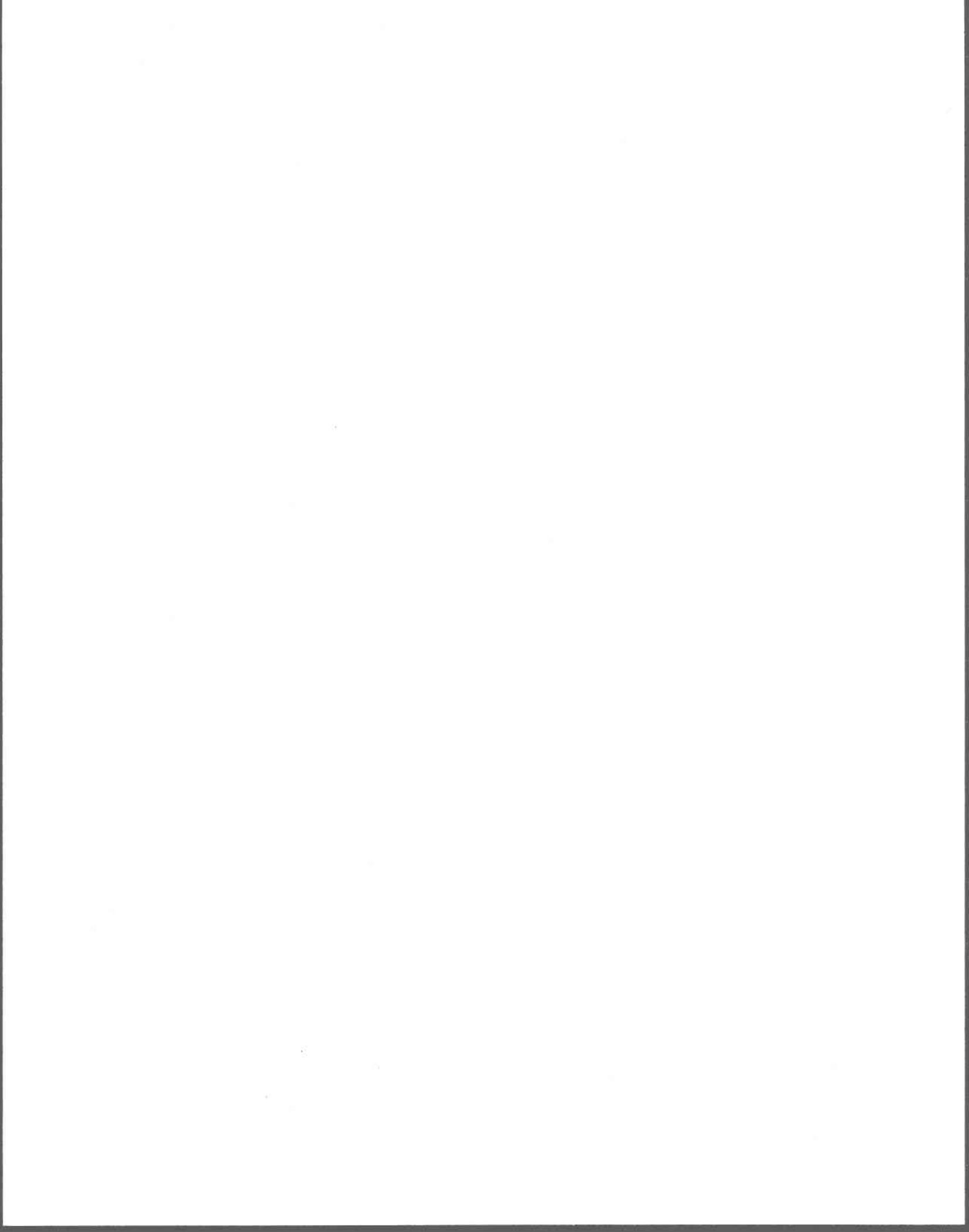
Université du Québec  
Institut National de la Recherche Scientifique, INRS-Eau

**MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS EN CHARGE**

Par  
Nabil El abboudi  
Licence ès sciences (Informatique-Mathématique)

Mémoire  
Présenté pour l'obtention  
du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)

Juin 2000

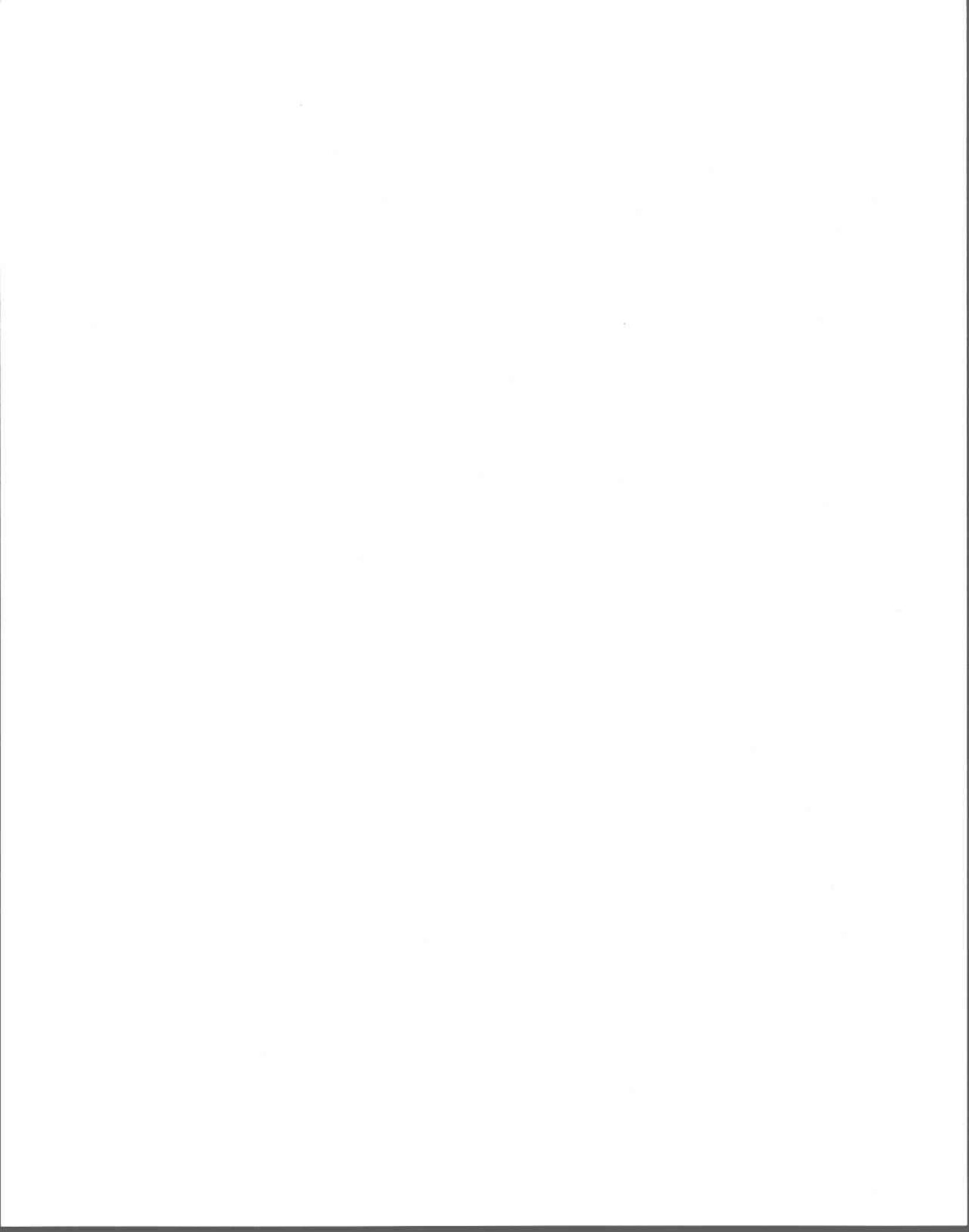


## **REMERCIEMENTS**

Je tiens à remercier principalement mon directeur de Maîtrise, monsieur Jean-Pierre Villeneuve, de m'avoir permis de réaliser ma maîtrise à l'INRS-Eau. Son soutien financier tout le long de mes études et son encouragement m'ont beaucoup aidé à la réalisation de mon travail.

J'adresse grandement mes remerciements à monsieur Alain Mailhot pour sa qualité remarquable d'encadrement, pour sa grande disponibilité tout le long de mes études et pour sa grande contribution à ce travail. Je tiens à remercier Sophie Duchesne, étudiante au doctorat avec monsieur Jean-Pierre Villeneuve, pour sa grande présence et sa grande contribution à ce travail. Je remercie monsieur Bernard Bobée, professeur à l'INRS-Eau, pour le temps qu'il a consacré à la correction de ce mémoire. Je remercie également monsieur Nassir El-Jabi, professeur à l'université de Moncton, pour le temps qu'il a consacré à la correction de ce mémoire. Je remercie tous les membres de l'équipe de monsieur Jean-Pierre Villeneuve pour leur accueil.

Je remercie aussi tous les membres de ma famille pour leur soutien et leur confiance, plus particulièrement mon cousin Abdel-majide.



## RÉSUMÉ

La modélisation des écoulements dans les réseaux d'égouts a pour rôle principal la simulation du comportement hydraulique de ces systèmes. Dans notre cas, la modélisation sert à mieux gérer les déversements en temps de pluie afin de minimiser le volume d'eau rejeté dans les milieux naturels. Dans cette optique, un modèle de gestion des déversements en temps de pluie a été conçu, le modèle **SWIFT**. Celui-ci a été développé pour contrôler les ouvrages de régulation des déversements des eaux usées de la **Communauté Urbaine de Québec (C.U.Q)**. Parmi les modules hydrauliques qui le composent, on trouve entre autres, le modèle Muskingum et le modèle piston. Le premier est un modèle qui simule l'écoulement à surface libre. Quant au deuxième, il n'est utilisé que pour les conduites en charge. Par conséquent, le modèle ne tient pas compte des transitions entre les régimes d'écoulement à surface libre et en charge.

L'objectif de ce mémoire est, premièrement, de présenter et d'expliquer les principes hydrauliques ainsi que les algorithmes mathématiques utilisés pour construire un modèle simple de simulation des écoulements en charge puis, deuxièmement, d'essayer de le valider à travers un ensemble de tests, où les résultats obtenus sont comparés à ceux du modèle SWMM. Ce modèle devrait être en mesure de simuler les écoulements à surface libre, les écoulements en charge et la transition entre ces deux régimes d'écoulement. Enfin, ce modèle devrait être capable d'effectuer la simulation des écoulements dans un contexte de contrôle en temps réel.

Les résultats de ces tests montrent tout d'abord, que les cas de validation se divisent en deux catégories. La première est constituée de cas de pentes fortes et la deuxième de cas de pentes moyennes et faibles. Pour la première catégorie, les résultats des deux modèles sont similaires. Donc, l'hypothèse de l'écoulement uniforme dans une conduite semble valide dans ces cas. Pour la deuxième catégorie, on constate qu'il y a une différence entre les résultats obtenus par le modèle développé et SWMM. Cette différence vient du fait que le modèle considère l'écoulement uniforme et néglige par la suite l'effet des pertes de charge. Par ailleurs, la condition limite est considérée en amont de la conduite en aval du réseau et l'effet du refoulement n'est pris en considération que lorsque la conduite est en charge. Pour pallier ce problème, le nombre de Froude est utilisé pour décrire et classifier le type d'écoulement à surface libre. Celui-ci exprime le rapport entre les forces d'inertie et celles de gravité. Ce travail montre donc qu'il est nécessaire pour les cas de pente faible de tenir compte de la condition limite à l'aval du réseau.



# TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	III
RÉSUMÉ .....	V
LISTE DES FIGURES .....	XIII
LISTE DES TABLEAUX .....	XVII
<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>

## **1. REVUE DE LITTÉRATURE** .....

<b>1.1 RÉSEAUX D'ASSAINISSEMENT</b> .....	<b>5</b>
1.1.1 DÉFINITION .....	5
1.1.2 STRUCTURE D'UN RÉSEAU D'ASSAINISSEMENT.....	6
1.1.3 PROBLÉMATIQUE DES DÉVERSEMENTS ET LEURS IMPACTS .....	7
1.1.4 TYPES DE SOLUTION .....	8
1.1.5 CONTRÔLE PRÉDICTIF INTÉGRÉ .....	9
<b>1.2 MODÈLE SWIFT</b> .....	<b>10</b>
1.2.1 DESCRIPTION DE LA STRUCTURE DU MODÈLE SWIFT .....	11
1.2.1.1 Module de ruissellement .....	11
1.2.1.2 Module hydraulique .....	12
1.2.1.3 Module d'optimisation.....	12
<b>1.3 DESCRIPTION GÉNÉRALE DES ÉCOULEMENTS DANS LES RÉSEAUX D'ASSAINISSEMENT</b> .....	<b>13</b>
1.3.1 DÉFINITION .....	13
1.3.2 CARACTÉRISTIQUES DE LA PROPAGATION DES HYDROGRAMMES À SURFACE LIBRE .....	14

<b>1.4</b>	<b>ÉQUATIONS FONDAMENTALES DES ÉCOULEMENTS .....</b>	<b>15</b>
1.4.1	ORIGINE DE L'ÉQUATION DYNAMIQUE DE L'ÉCOULEMENT [MOTIEE 1996] .....	16
1.4.1.1	Première hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique .....	19
1.4.1.2	Deuxième hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique .....	20
1.4.1.3	Troisième hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique .....	20
1.4.1.4	Quatrième hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique.....	21
1.4.2	RÉGIMES D'ÉCOULEMENT .....	22
1.4.3	ÉQUATION DE CONTINUITÉ.....	22
1.4.4	CONCLUSION .....	24
<b>1.5</b>	<b>MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS DANS LES RÉSEAUX D'ASSAINISSEMENT .....</b>	<b>25</b>
1.5.1	MODÈLES DE SIMULATION DES ÉCOULEMENTS DANS LES RÉSEAUX D'ASSAINISSEMENT .....	25
1.5.2	MODÈLES EXISTANTS.....	26
1.5.2.1	Le Modèle Muskingum .....	26
1.5.2.2	Le modèle de la fente de Preissmann .....	28
1.5.2.3	Le Modèle PIBS .....	30
1.5.2.4	Le Modèle S.E.R.A.I.L. ....	33
1.5.2.5	Le Modèle SURKNET .....	36
1.5.2.5.1	Écoulement à surface libre.....	38
1.5.2.5.2	Écoulement en charge.....	39
1.5.2.6	Le Module EXTRAN du Modèle SWMM .....	40
<b>2.</b>	<b>MÉTHODOLOGIE .....</b>	<b>45</b>
<b>2.1</b>	<b>DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE SIMPLE DE MISE EN CHARGE.....</b>	<b>45</b>
2.1.1	STRUCTURE GLOBALE DU MODÈLE .....	46
2.1.2	ÉCOULEMENT À SURFACE LIBRE : MODÈLE MUSKINGUM .....	48
2.1.2.1	Équations de base .....	49
2.1.2.2	Résolution Algorithmique .....	50

2.1.3	ÉCOULEMENT EN CHARGE ET CONDUITES INFLUENCÉES .....	51
2.1.3.1	Équations de base .....	51
2.1.3.1.1	Relation entre la hauteur d'eau piézométrique et le débit .....	51
2.1.3.1.2	Conservation des volumes.....	53
2.1.3.2	Conduites influencées .....	54
2.1.3.3	Cas d'un réseau simple.....	55
2.1.3.3.1	Système d'équations.....	56
2.1.3.3.2	Résolution algorithmique .....	59
2.1.3.4	Situations de plusieurs mise en charge.....	63
2.1.3.4.1	Cas de deux conduites en charge en série .....	63
2.1.3.4.2	Cas de deux conduites en charge séparées par des conduites influencées non pleines.....	66
2.1.3.4.3	Cas de deux conduites en charge séparées par des conduites influencées pleines.....	68

### **3. APPLICATION ET RÉSULTATS 71**

---

<b>3.1</b>	<b>RÉSEAU HYPOTHÉTIQUE .....</b>	<b>71</b>
<b>3.2</b>	<b>FORME DES HYDROGRAMMES UTILISÉS POUR VALIDER LE MODÈLE .....</b>	<b>73</b>
<b>3.3</b>	<b>ÉCOULEMENT EN CHARGE .....</b>	<b>74</b>
3.3.1	CONFIRMATION DU CHOIX DU PARAMÈTRE DE DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DE CONTINUITÉ.....	74
3.3.2	APPLICATION DU MODÈLE DE MISE EN CHARGE SUR LE RÉSEAU HYPOTHÉTIQUE....	76
3.3.2.1	Premier cas : Débits .....	76
3.3.2.2	Troisième cas : Débits.....	80
3.3.2.3	Discussion des résultats des débits.....	83
3.3.2.4	Premier cas : Hauteurs .....	83
3.3.2.5	Troisième cas : Hauteurs.....	87
3.3.2.6	Discussion des résultats pour les hauteurs .....	90

3.3.2.7	Vérification de la conservation des volumes.....	91
<b>3.4</b>	<b>CAS DE PENTE FAIBLE.....</b>	<b>93</b>
3.4.1	DÉBIT.....	94
3.4.2	HAUTEUR.....	94
<b>3.5</b>	<b>LIMITE D'APPLICABILITÉ DE L'ÉCOULEMENT UNIFORME DANS UNE CONDUITE.....</b>	<b>96</b>
<b>4.</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>99</b>

<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>103</b>
---------------------------	------------

**ANNEXE A : DÉVELOPPEMENT DE QUELQUES FONCTIONS DU MODÈLE  
QUI CALCULENT LES CARACTÉRISTIQUES D'UNE CONDUITE.109**

1.1	ANGLE D'ÉCOULEMENT.....	109
1.2	HAUTEUR CORRESPONDANT À L'ANGLE $\omega = \pi/3$ .....	110
1.3	FONCTION AIRE-VOLUME.....	111
1.4	FONCTION VOLUME-HAUTEUR.....	111
1.5	FONCTION HAUTEUR-DÉBIT.....	112
1.6	CALCUL DU DÉBIT MAXIMUM.....	114

**ANNEXE B : HYDROGRAMMES POUR VALIDER LE MODÈLE 117**

1.1	PREMIER CAS.....	117
1.2	DEUXIÈME CAS.....	118
1.3	TROISIÈME CAS.....	118
1.4	QUATRIÈME CAS.....	119
1.5	CINQUIÈME CAS.....	119

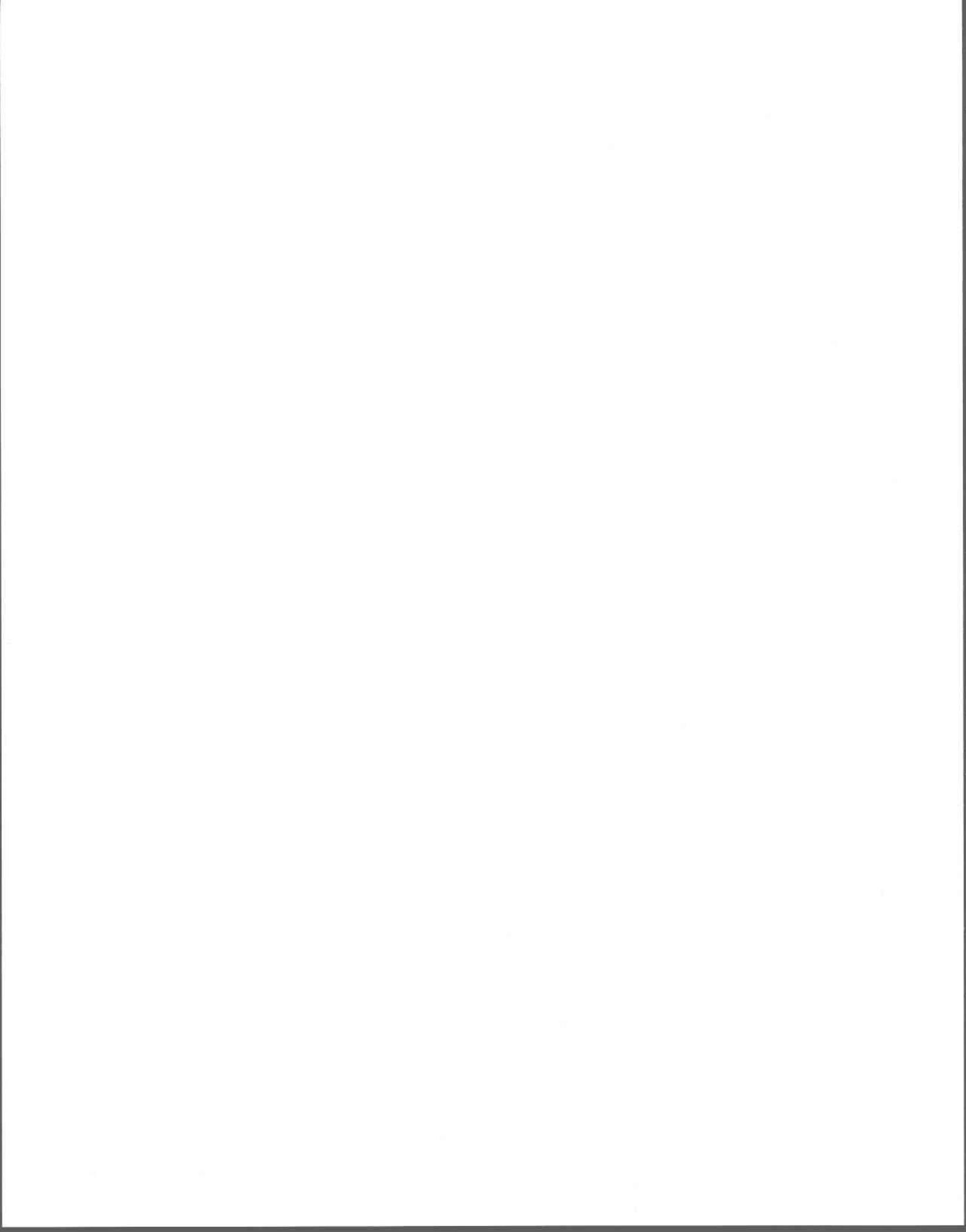
**ANNEXE C : RÉSULTATS DES CAS 2, 4 ET 5** **121**

---

<b>1.1</b>	<b>DEUXIÈME CAS : DÉBITS.....</b>	<b>121</b>
<b>2.2</b>	<b>QUATRIÈME CAS : DÉBITS .....</b>	<b>124</b>
<b>2.3</b>	<b>CINQUIÈME CAS : DÉBITS .....</b>	<b>126</b>
<b>2.4</b>	<b>DEUXIÈME CAS : HAUTEURS.....</b>	<b>128</b>
<b>2.5</b>	<b>QUATRIÈME CAS : HAUTEURS .....</b>	<b>131</b>
<b>2.6</b>	<b>CINQUIÈME CAS : HAUTEURS .....</b>	<b>133</b>

**ANNEXE D : LISTE DES SYMBOLES** **137**

---

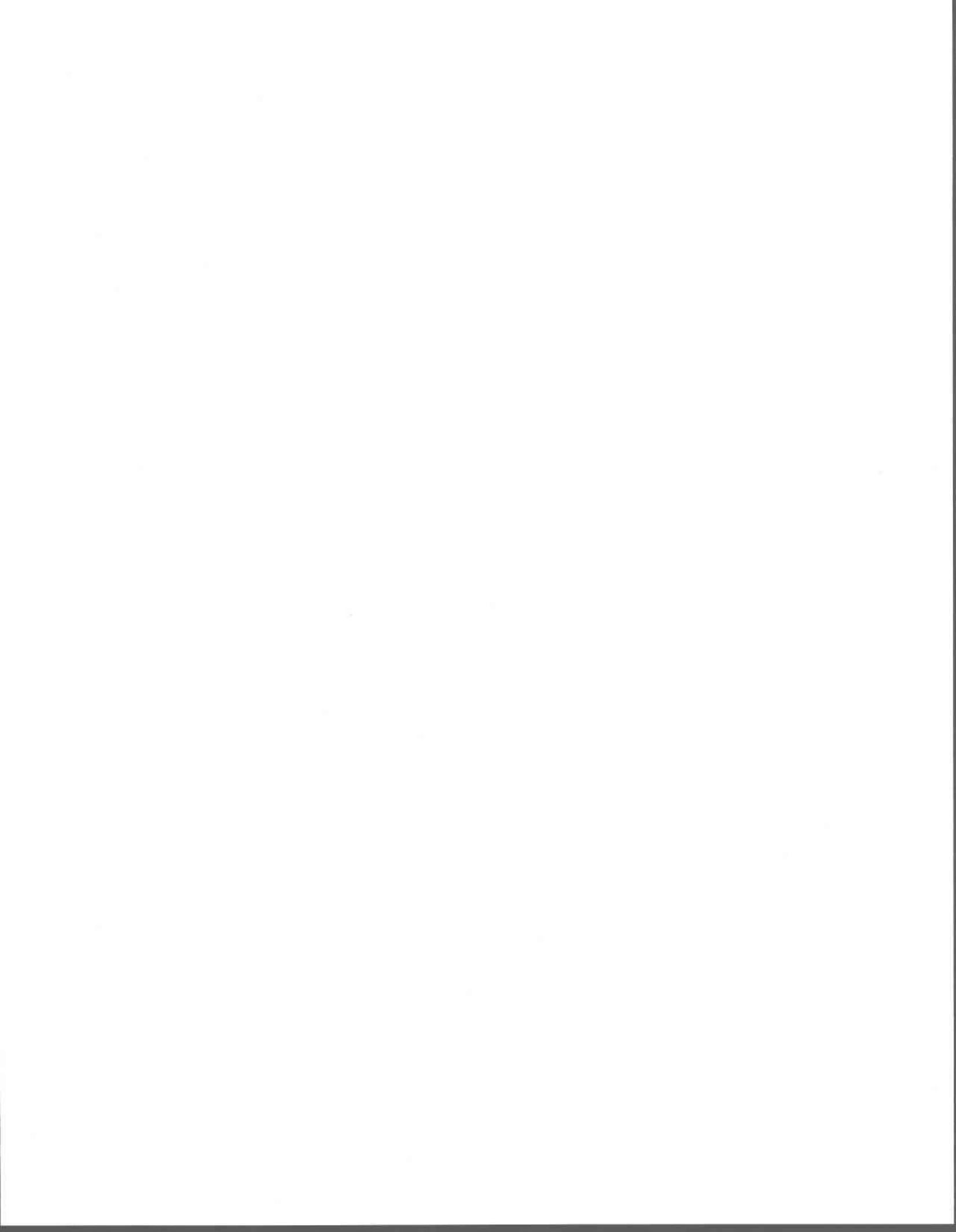


## LISTE DES FIGURES

FIGURE 1.1 : STRUCTURE D'UN RÉSEAU D'ASSAINISSEMENT.....	6
FIGURE 1.2 : DÉCALAGE ET LAMINAGE ENTRE L'HYDROGRAMME D'ENTRÉE ET CELUI DE SORTIE.....	14
FIGURE 1.3 : COMPOSANTES DE L'ÉNERGIE ENTRE L'AMONT ET L'AVAL D'UNE CONDUITE (ADAPTÉ DE LENCASTRE [1996]).....	18
FIGURE 1.4 : VARIATION DU VOLUME ENTRE DEUX PAS DE TEMPS DE CALCUL DANS UNE CONDUITE.....	23
FIGURE 1.5 : PROPAGATION D'UN HYDROGRAMME PAR MUSKINGUM (ADAPTÉ DE..... [VILLENEUVE <i>ET AL.</i> 1996B]).....	27
FIGURE 1.6 : PRÉSENTATION DE LA FENTE FICTIVE DE PREISSMANN (ADAPTÉ DE [MOTIEE 1996]) .....	29
FIGURE 1.7 : ALGORITHME DES ÉCOULEMENTS À SURFACE LIBRE.....	38
FIGURE 2.1 : STRUCTURE GLOBALE DU MODÈLE DE SIMULATION D'ÉCOULEMENT .....	47
FIGURE 2.2 : DESCRIPTION DE LA TRANSITION ENTRE L'ÉCOULEMENT À SURFACE LIBRE ET EN CHARGE DANS UNE CONDUITE CIRCULAIRE (ADAPTÉ DE LENCASTRE [1996]) ...	48
FIGURE 2.3 : DIFFÉRENCE DE CHARGE ENTRE L'AMONT ET L'AVAL D'UNE CONDUITE EN CHARGE.....	53
FIGURE 2.4 : REMONTÉE D'EAU ET ZONE INFLUENCÉE SUITE À UNE MISE EN CHARGE .....	55
FIGURE 2.5 : INTERPRÉTATION DE CERTAINES COMPOSANTES DÉTERMINANT LA SITUATION.. DES CONDUITES INFLUENCÉES ET DE LA CONDUITE EN CHARGE.....	56
FIGURE 2.6 : CAS DE DEUX CONDUITES EN CHARGE EN SÉRIE AVEC UNE ZONE INFLUENCÉE ..	63
FIGURE 2.7 : CAS DE DEUX CONDUITES EN CHARGE SÉPARÉES PAR DES CONDUITES NON PLEINES .....	66
FIGURE 2.8 : CAS DE DEUX CONDUITES EN CHARGE SÉPARÉES PAR DES CONDUITES PLEINES .	68
FIGURE 3.1 : RÉSEAU HYPOTHÉTIQUE UTILISÉ POUR VALIDER LE MODÈLE .....	72
FIGURE 3.2 : HYDROGRAMMES D'ENTRÉES AUX POINTS D'ENTRÉE DU RÉSEAU HYPOTHÉTIQUE .....	73

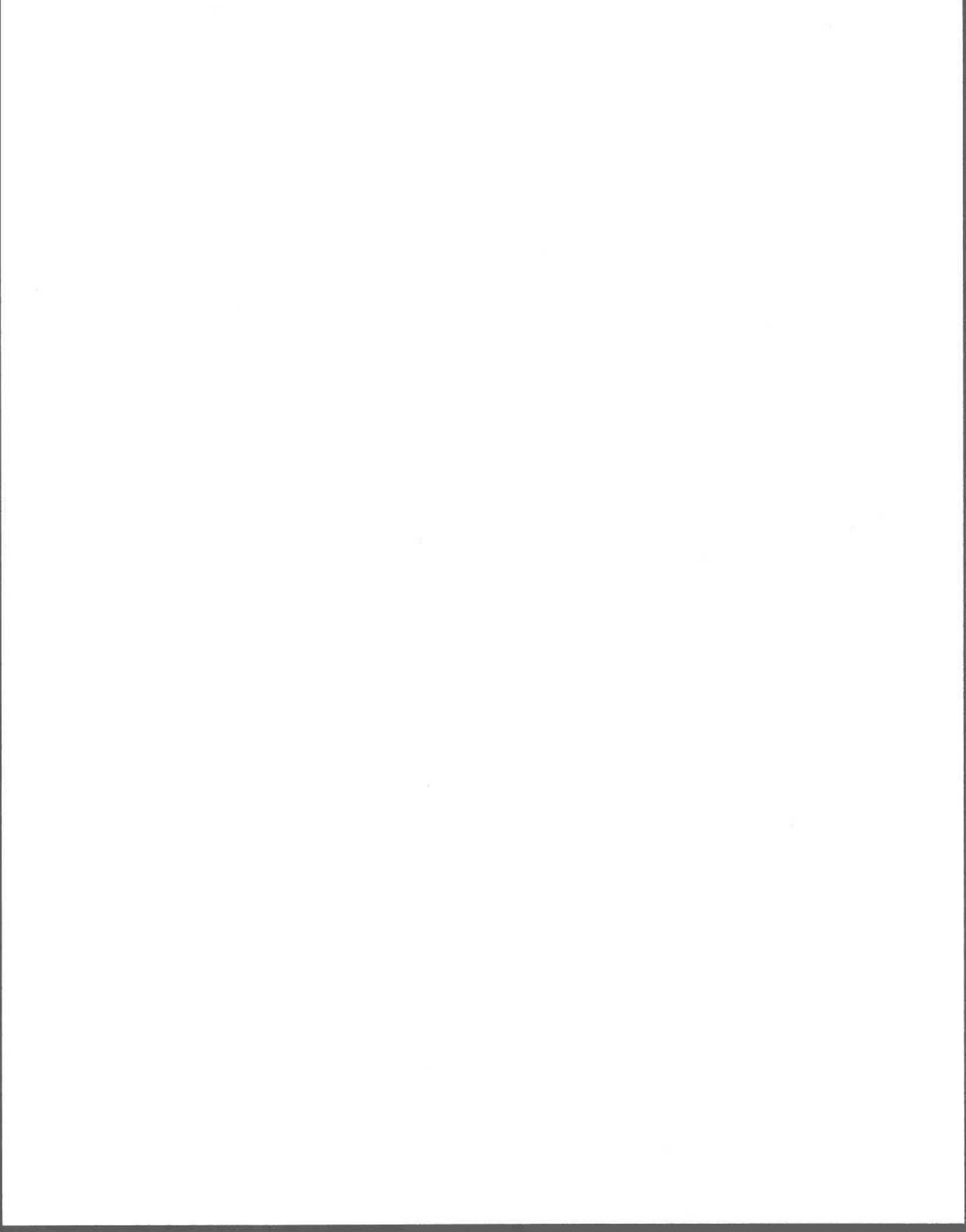
FIGURE 3.3 : CONFIRMATION DU CHOIX DU PARAMÈTRE DE DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DE CONTINUITÉ .....	75
FIGURE 3.4 : HYDROGRAMMES DES CONDUITES. (A) CONDUITE 9 (B) CONDUITE 8 .....	77
FIGURE 3.5 : HYDROGRAMMES DES CONDUITES. (A) CONDUITE 7 (B) CONDUITE 6 .....	78
FIGURE 3.6 : HYDROGRAMMES DE LA CONDUITE 9.....	80
FIGURE 3.7 : HYDROGRAMMES DES CONDUITES. (A) CONDUITE 8 (B) CONDUITE 7 .....	81
FIGURE 3.8 : HYDROGRAMMES DE LA CONDUITE 6.....	82
FIGURE 3.9 : HAUTEURS EN AVAL DES CONDUITES (A) CONDUITE 9 (B) HAUTEUR PIÉZOMÉTRIQUE, CONDUITE 8 .....	84
FIGURE 3.10 : HAUTEURS PIÉZOMÉTRIQUES EN AVAL DES CONDUITES. (A) CONDUITE 7 (B) CONDUITE 6 .....	85
FIGURE 3.11 : HAUTEUR AMONT DE LA CONDUITE 6 .....	86
FIGURE 3.12 : HAUTEURS EN AVAL DES CONDUITES. (A) CONDUITE 9 (B) HAUTEUR PIÉZOMÉTRIQUE, CONDUITE 8(B) .....	88
FIGURE 3.13: HAUTEURS EN AVAL DES CONDUITES. (A) HAUTEUR PIÉZOMÉTRIQUE, CONDUITE 7 (B) CONDUITE 6 .....	88
FIGURE 3.14 : HAUTEURS EN AVAL DE LA CONDUITES 5.....	89
FIGURE 3.15 : HYDROGRAMMES D'ENTRÉES .....	93
FIGURE 3.16 : DÉBIT EN AVAL DU RÉSEAU .....	94
FIGURE 3.17 : HAUTEUR EN AVAL DU RÉSEAU .....	95
FIGURE A.1 : ANGLE D'ÉCOULEMENT DANS UNE CONDUITE CIRCULAIRE .....	109
FIGURE A.2 : HAUTEUR D'EAU EN FONCTION DU DÉBIT À PARTIR DE L'ÉQUATION DE MANNING ET DE LA RELATION DE RÉGRESSION.....	113
FIGURE B.1 : HYDROGRAMMES $Q_1$ ET $Q_2$ INJECTÉS RESPECTIVEMENT EN AMONT ET EN AVAL DU RÉSEAU HYPOTHÉTIQUE POUR LE PREMIER CAS .....	117
FIGURE B.2 : HYDROGRAMMES $Q_1$ ET $Q_2$ INJECTÉS RESPECTIVEMENT EN AMONT ET EN AVAL DU RÉSEAU HYPOTHÉTIQUE POUR LE DEUXIÈME CAS .....	118
FIGURE B.3 : HYDROGRAMMES $Q_1$ ET $Q_2$ INJECTÉS RESPECTIVEMENT EN AMONT ET EN AVAL DU RÉSEAU HYPOTHÉTIQUE POUR LE TROISIÈME CAS.....	118

FIGURE B.4 : HYDROGRAMMES $Q_1$ ET $Q_2$ INJECTÉS RESPECTIVEMENT EN AMONT ET.....	119
EN AVAL DU RÉSEAU HYPOTHÉTIQUE POUR LE QUATRIÈME CAS.....	119
FIGURE B.5 : HYDROGRAMMES $Q_1$ ET $Q_2$ INJECTÉS RESPECTIVEMENT EN AMONT ET.....	119
EN AVAL DU RÉSEAU HYPOTHÉTIQUE POUR LE CINQUIÈME CAS.....	119
FIGURE C.1 : HYDROGRAMMES DE LA CONDUITE 9 .....	121
FIGURE C.2 : HYDROGRAMMES DES CONDUITES. (A) CONDUITE 8 (B) CONDUITE 7 .....	122
FIGURE C.3 : HYDROGRAMMES DES CONDUITES. (A) CONDUITE 6 (B) CONDUITE 5 .....	123
FIGURE C.4 : HYDROGRAMMES DES CONDUITES. (A) CONDUITE 9 (B) CONDUITE 8 .....	124
FIGURE C.5 : HYDROGRAMMES DE LA CONDUITE 7 .....	125
FIGURE C.6 : HYDROGRAMMES DES CONDUITES. (A) CONDUITE 9 (B) CONDUITE 8 .....	126
FIGURE C.7 : HYDROGRAMMES DE LA CONDUITE 7 .....	127
FIGURE C.8 : HAUTEURS EN AVAL DES CONDUITES. (A) CONDUITE 9 (B) HAUTEUR PIÉZOMÉTRIQUE, CONDUITE 8.....	128
FIGURE C.9 : HAUTEURS EN AVAL DES CONDUITES. (A) HAUTEUR PIÉZOMÉTRIQUE CONDUITE 7 (B) CONDUITE 6 .....	129
FIGURE C.10 : HAUTEURS EN AVAL DE LA CONDUITE 5 .....	130
FIGURE C.11 : HAUTEURS EN AVAL DES CONDUITES. (A)CONDUITE 9 (B)HAUTEUR PIÉZOMÉTRIQUE, CONDUITE 8.....	131
FIGURE C.12 : HAUTEURS EN AVAL DES CONDUITES. (A) HAUTEUR PIÉZOMÉTRIQUE CONDUITE 7 (B) CONDUITE 6 .....	132
FIGURE C.13 : HAUTEURS EN AVAL DES CONDUITES. (A)CONDUITE 9 (B)HAUTEUR PIÉZOMÉTRIQUE, CONDUITE 8.....	133
FIGURE C.14 : HAUTEURS EN AVAL DES CONDUITES. (A) HAUTEUR PIÉZOMÉTRIQUE, CONDUITE 7 (B) CONDUITE 6 .....	134



## **LISTE DES TABLEAUX**

TABLEAU 3.1 : CARACTÉRISTIQUES DES CONDUITES POUR LES CINQ CAS DE VALIDATION .....	72
TABLEAU 3.2 : VOLUME D'ENTRÉE ET DE SORTIE DES DEUX MODÈLES POUR LES CINQ CAS DE VALIDATION .....	91
TABLEAU 3.3 : ERREUR DE CONSERVATION DES VOLUMES COMMISE PAR LES DEUX MODÈLES .....	92



## INTRODUCTION

---

Les réseaux d'égouts sanitaires ont comme fonction le cheminement et l'évacuation des eaux usées d'origines domestique, industrielle ou autre, depuis une zone d'agglomération de population vers l'usine de traitement. Une fois traitées, ces eaux sont acheminées vers un milieu naturel, celui-ci pouvant être un fleuve, une rivière ou la mer.

Le développement de zones urbaines et industrielles, accompagné des problèmes de dégradation de la qualité de l'eau dans les milieux naturels, ont conduit à la mise en place des installations de traitement des eaux usées. Celles-ci servent à épurer les eaux collectées par les réseaux d'assainissement avant de les retourner aux milieux naturels.

Cependant, les usines d'épuration ne sont pas en mesure de traiter des débits importants, notamment dans le cas des réseaux unitaires en temps de pluie. Cette limitation du débit traité par les usines de traitement a pour cause la capacité de transport limitée des conduites du réseau d'égouts qui alimentent la station d'épuration et le coût élevé de ces installations. Or, certains événements pluvieux peuvent produire des débits assez importants, qui peuvent atteindre jusqu'à cent fois le débit maximum de temps sec. Pour ces événements donc, les débits acheminés étant trop importants, plusieurs déversements au milieu récepteur sont effectués. Ces eaux, n'ayant pas été traitées, entraînent une dégradation de la qualité des eaux du milieu récepteur. Plusieurs solutions existent pour atténuer l'impact des déversements. On cite dans ce cadre le contrôle en temps réel des réseaux d'égouts. Cette approche cherche en général à réduire les déversements en visant une utilisation optimale de la capacité de transport et d'emménagement des conduites.

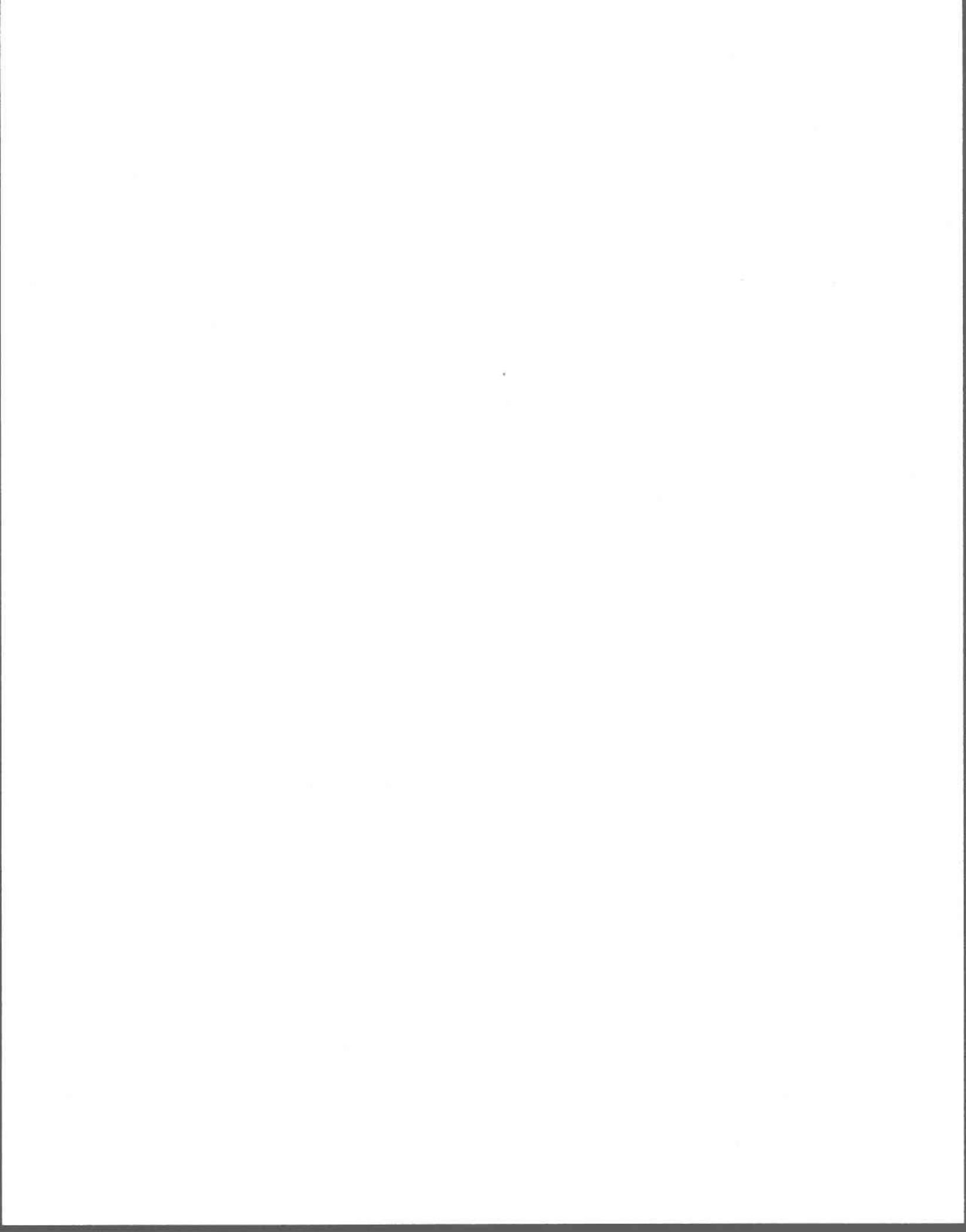
Dans cette optique, un modèle de gestion des déversements en temps de pluie a été développé à l'INRS-Eau par l'équipe du professeur Jean-Pierre Villeneuve. Le modèle **SWIFT** (Storm-Water Integrated Fast Transport) a été développé dans le cadre d'un projet

de contrôle des ouvrages des déversements des eaux usées de la **Communauté Urbaine de Québec (C.U.Q)**. Celui-ci a pour objectif principal la gestion des ouvrages de régularisation des réseaux d'assainissement, afin de minimiser le volume d'eau déversé. Ce modèle intègre deux modèles hydrauliques de simulation des écoulements en conduite. Le premier, le modèle Muskingum, qui simule la propagation des débits à surface libre et le second, le modèle piston, n'est utilisé que pour les conduites en charge. Ce dernier modèle ne permet pas de simuler la transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge. Par conséquent, seules les parties de réseau toujours en charge peuvent dès lors être simulées par ce modèle. À cause de cette limitation, les mises en charges sont évitées en leurs imposant une pénalité très importante. Ainsi, dans sa forme actuelle, le modèle préférera augmenter les déversements plutôt que de créer des mises en charge dans le réseau. L'intégration à **SWIFT** d'un modèle des écoulements en charge de transition permettrait d'éliminer cette contrainte.

L'objectif de ce mémoire est de présenter et d'expliquer les principes et les outils ainsi que les algorithmes mathématiques, hydrauliques et structurels utilisés pour construire un modèle simple de simulation des écoulements dans un premier temps. Dans un deuxième temps, nous tenterons de justifier théoriquement sa validité et de démontrer expérimentalement ses performances à travers un ensemble de tests. Ce modèle devrait être en mesure de simuler les écoulements à surface libre, les écoulements en charge et la transition entre ces deux régimes d'écoulement dans les conduites du réseau d'égouts. Il devrait aussi gérer les situations de mise en charge en utilisant la capacité maximale des conduites. Enfin, ce modèle devrait être capable d'effectuer la simulation des écoulements dans un contexte de contrôle en temps réel.

Nous commencerons d'abord dans le premier chapitre par une présentation générale des différents modèles et méthodes connus et utilisables pour comprendre le comportement des écoulements dans les réseaux d'égouts. Ensuite, nous présenterons dans le deuxième chapitre, le modèle développé et son fonctionnement selon le régime d'écoulement. Dans le

troisième chapitre, nous allons tester la validité du modèle par une série de simulations d'écoulement sur un réseau hypothétique. Les caractéristiques de ce réseau (pente, diamètre, longueur) utilisé seront différentes selon les cas afin de déterminer les limites du modèle. Enfin les résultats obtenus par le modèle développé sont comparés avec ceux du modèle SWMM. Ce dernier est un modèle mathématique bien connu dans la littérature. Il permet la simulation quantitative et qualitative des écoulements. Ce modèle englobe tout les aspects de l'hydrologie urbaine.



# 1. REVUE DE LITTERATURE

---

Nous allons présenter dans le chapitre suivant, tout d'abord, la définition et la structure des réseaux d'assainissement, la problématique des déversements et les solutions proposées par le modèle **SWIFT**. Ensuite, nous décrirons en détail les équations mathématiques et hydrauliques qui régissent les écoulements dans une conduite de réseau d'assainissement. Enfin, nous présenterons quelques modèles de simulation des écoulements en charge connus dans la littérature.

## 1.1 Réseaux d'assainissement

### 1.1.1 Définition

Les réseaux d'assainissement ont pour fonction principale d'acheminer des eaux de pluies et des eaux d'origine domestique vers une usine de traitement ou un milieu récepteur (fleuve, mer, rivière, etc.).

On distingue trois types de réseaux. Le premier est connu sous le nom de réseau unitaire, le deuxième sous le nom de réseau pseudo-séparatif et le troisième sous le nom de réseau séparatif. Selon les cas, ces réseaux acheminent séparément ou non les eaux de pluie et les eaux sanitaires. L'idée de mettre en place des réseaux séparatifs vient du fait que ces derniers peuvent pallier les problèmes de capacité de traitement des stations d'épuration, en acheminant vers ces installations seulement les eaux usées, considérées plus contaminées que les eaux de pluie.

### 1.1.2 Structure d'un réseau d'assainissement

Dans un réseau d'assainissement unitaire, les collecteurs (conduites d'égout) permettent de recueillir les eaux de pluie des surfaces de captage ainsi que les eaux d'origine domestique. Ensuite, les eaux de ces collecteurs sont dirigées vers les stations de traitement des eaux usées par l'intermédiaire des intercepteurs avant d'être évacuées dans les cours d'eau, comme illustré à la figure 1.1. Ces intercepteurs sont connectés à des ouvrages de régulation à leurs jonctions avec les collecteurs. Les ouvrages de régulation ont pour rôle l'acheminement de l'excédent des eaux des collecteurs vers le milieu naturel. On parle alors de déversement.

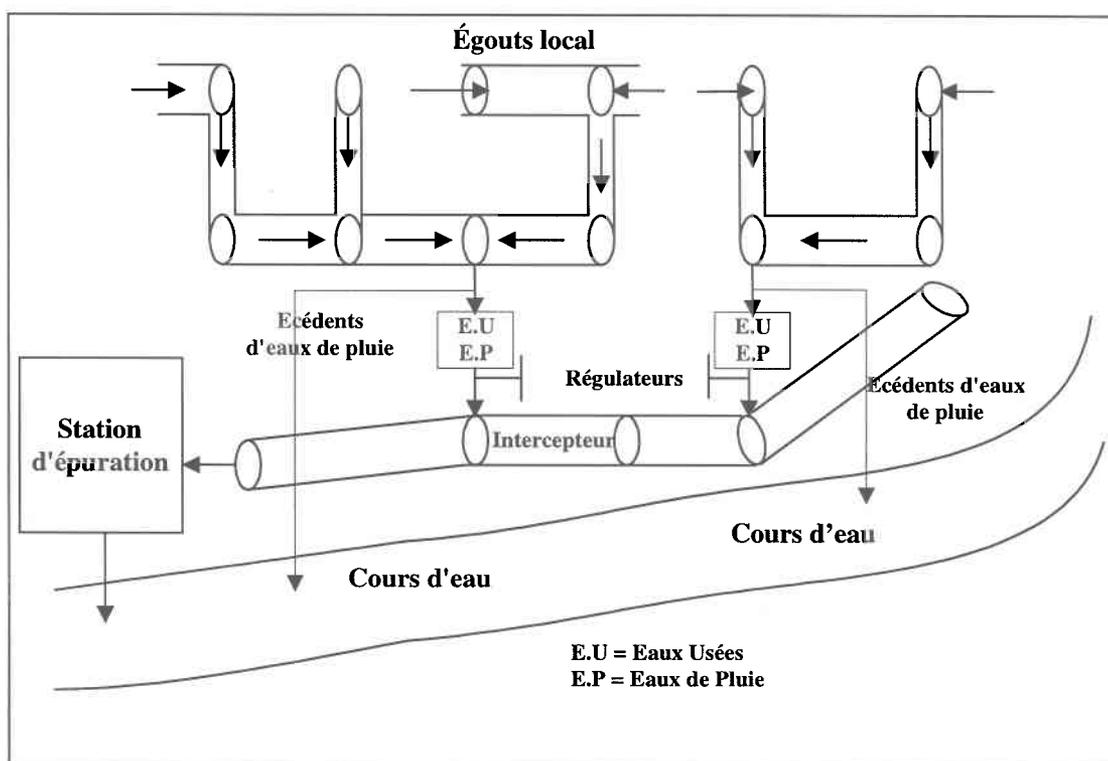


Figure 1.1 : Structure d'un réseau d'assainissement

### 1.1.3 Problématique des déversements et leurs impacts

La plupart des réseaux d'assainissement desservant les zones urbaines sont des réseaux unitaires [Villeneuve *et al.* 1992]. On cite ici l'exemple de Québec où 80% de la population sont raccordées à des égouts unitaires. Les intercepteurs d'un réseau unitaire sont généralement dimensionnés de façon à véhiculer un débit équivalent entre deux et quatre fois le débit moyen de temps sec [Moffa 1990]. Souvent, cette limitation est liée à la capacité de traitement des usines. Or, certains événements pluvieux peuvent atteindre jusqu'à 100 fois le débit moyen de temps sec [Villeneuve *et al.* 1992]. Alors, plusieurs déversements sont effectués vers le milieu naturel.

La majorité des zones urbaines qui possèdent un système d'égouts combiné sont inévitablement exposées aux problèmes de déversement en temps de pluie. À Québec, il se produit en moyenne un déversement à tous les cinq jours durant la période estivale, comprise entre le 15 mai et le 15 septembre [Lavallée *et al.* 1984]. Ces déversements d'eaux usées provoquent une dégradation quasi-continue du milieu récepteur.

Autrefois, on croyait que les eaux de pluie avaient un certain pouvoir de dilution sur les eaux usées domestiques dans les réseaux unitaires. Or, des études ont démontré que la fréquence des déversements et la qualité des eaux diluées en période de pluie contribuent autant à la contamination des cours d'eau que les déversements d'eaux usées non diluées [Lavallée *et al.* 1984].

Les déversements causent une contamination à court terme et à long terme du milieu récepteur. La contamination à court terme se manifeste par une variation rapide de la qualité du milieu récepteur. Alors que la contamination à long terme se caractérise par une accumulation de sédiments contaminés en amont et en aval des points de déversements [Lavallée *et al.* 1984].

#### 1.1.4 Types de solution

Grâce à la prise de conscience des impacts néfastes causés par les déversements des réseaux unitaires en temps de pluie, plusieurs techniques et stratégies de contrôle des déversements ont été développées. Il existe trois types de mesures de contrôle de la qualité des eaux déversées en milieu récepteur [Stahre 1986]. Ces mesures peuvent être structurales, non structurales ou semi-structurales.

Les mesures structurales requièrent la construction de nouveaux ouvrages de contrôle dans le réseau, comme des réservoirs de rétention permettant d'augmenter la capacité de stockage des eaux de déversements lors d'événements pluvieux, pour ensuite les retourner vers l'usine de traitement lorsque la capacité de l'intercepteur le permet, cette solution a été retenue pour la gestion des débordements dans la rivière Saint Charles. Ce type de solution s'avère intéressant, en revanche sa réalisation est souvent très coûteuse.

Les mesures non structurales visent une gestion optimale des ouvrages de traitement et d'interception d'une part et d'autre part, une sensibilisation de la part des autorités municipales. On cite, par exemple, l'entretien permanent des réseaux d'égouts existants, le remplacement des sections étroites ou défectueuses des intercepteurs afin de diminuer les déversements, le contrôle des déchets dans les rues et les parcs, le nettoyage des rues, etc.

Les mesures semi-structurales représentent une combinaison des mesures structurales et non structurales, afin d'offrir un meilleur rapport coût-efficacité [Villeneuve *et al.* 1992]. Cette approche permet d'adopter une stratégie de contrôle automatique en temps réel des déversements, pour minimiser les impacts des rejets sur le milieu naturel, sans modification importante de la structure actuelle du réseau. Cette solution demande l'utilisation de régulateurs dynamiques, dans le but d'assurer un contrôle optimal des déversements.

On distingue deux types de stratégies qui permettent un contrôle automatique des réseaux d'égouts. Le contrôle réactif local (CRL) et le contrôle prédictif intégré (CPI) [Mailhot *et*

---

*al.* 1999]. Le contrôle réactif local est une stratégie qui permet de déverser ou non les eaux usées selon la capacité de l'intercepteur en aval du régulateur, sans tenir compte des structures de régulation voisines. Ce type de stratégie ne considère que l'état actuel du réseau.

### **1.1.5 Contrôle prédictif intégré**

Le contrôle prédictif intégré permet de déterminer un plan d'action en considérant l'ensemble des structures de régulation, de rétention et de transport. Contrairement au CRL, ce plan d'action dépend non seulement de l'état actuel du réseau, mais aussi de son état futur.

Cette approche permet d'opérer simultanément les différents régulateurs d'un intercepteur en répartissant de façon optimale les volumes de déversements à chaque régulateur. Le contrôle de la répartition des volumes déversés dépend de la capacité que possède cette approche à prédire l'état futur du réseau. L'utilisation de cette prédiction permet alors de tenir compte de la propagation des débits à travers le réseau. Par conséquent, le système peut choisir à un moment donné d'augmenter les déversements à un régulateur amont où la qualité des eaux est actuellement meilleure, afin de diminuer les rejets à un régulateur aval présentant une qualité d'eaux usées plus dégradée. Le contrôle prédictif intégré permet donc de déterminer des objectifs environnementaux plus précis comme la minimisation de la charge totale déversée ou encore la minimisation des impacts des déversements sur le milieu récepteur [Mailhot *et al.* 1999].

## 1.2 Modèle SWIFT

Face à la problématique de déversement rencontrée à la **Communauté Urbaine de Québec** et pour une bonne gestion de ses réseaux d'assainissement en temps de pluie, le modèle **SWIFT** (Storm Water Integrated Fast Transport) a été développé à l'INRS-Eau par l'équipe du professeur Jean-Pierre Villeneuve. Celui-ci permet le contrôle en temps réel des ouvrages de régularisation du réseau en déterminant pendant le déroulement d'une pluie l'ouverture des vannes de ces régulateurs, afin d'utiliser au maximum les capacités de stockage et de transport des conduites, tout en respectant la capacité de traitement de l'usine.

Le modèle SWIFT permet de simuler les principaux phénomènes associés à l'acheminement et à l'écoulement de l'eau en milieu urbain (ruissellement de l'eau de pluie et écoulement en conduite du réseau). Ces phénomènes font intervenir des concepts d'hydraulique et d'hydrologie liés à la dynamique des écoulements des eaux en milieu urbain.

L'application du modèle SWIFT en intégrant la stratégie de contrôle prédictif intégré sur le réseau **Ouest de la Communauté Urbaine de Québec** a démontrée une réduction variant de 30% à 100% des volumes des eaux usées déversées et une réduction de la fréquence des déversements variant de 54% à 73% selon les sites de déversements [Mailhot *et al.* 1999].

Pour de plus amples informations concernant le fonctionnement du modèle SWIFT, le lecteur est invité à consulter deux ouvrages décrivant le logiciel SWIFT en détail : le guide de l'utilisateur [Villeneuve *et al.* 1996a] et le manuel de référence du modèle [Villeneuve *et al.* 1996b].

## 1.2.1 Description de la structure du modèle SWIFT

Le modèle **SWIFT** fonctionne sous deux modes distincts : simulation et optimisation. Le premier permet de simuler le ruissellement des eaux de pluie et l'écoulement dans les conduites du réseau. Le deuxième permet de déterminer les ouvertures optimales de vannes permettant d'obtenir la capacité optimale de stockage dans le réseau. Trois modules composent le modèle **SWIFT**. Soient les modules de ruissellement, d'hydraulique et d'optimisation

### 1.2.1.1 Module de ruissellement

Le ruissellement de l'eau de pluie en milieu urbain se fait généralement sur les surfaces imperméables ou sur les surfaces saturées. En temps de pluie, l'eau s'accumule sur les surfaces de drainage urbain, atteint par la suite une hauteur d'eau de rétention puis s'écoule vers les réseaux d'assainissement.

Le modèle de ruissellement est un modèle conceptuel qui génère les hydrogrammes à l'exutoire de chaque sous-bassin versant à partir des hyétogrammes des pluies. Ceci se fait en calculant la hauteur d'eau sur les surfaces de drainage. Ces surfaces sont assimilées à des canaux de section uniforme. Par la suite le débit est calculé à partir du produit de l'aire de la section d'écoulement par la vitesse d'écoulement. La vitesse d'écoulement est obtenue à partir de l'équation de Manning.

Une fois parvenu au réseau, le débit provenant du ruissellement des eaux de pluie est additionné au débit sanitaire. Celui-ci est calculé en considérant une valeur horaire moyenne du débit sanitaire. La somme de ces deux débits formera un hydrogramme qui sera propagé dans le réseau d'assainissement, conduite par conduite jusqu'à l'exutoire.

### 1.2.1.2 Module hydraulique

Ce modèle permet de simuler la propagation de l'hydrogramme en conduite. Ce modèle est composé de deux sous-modèles : le modèle Muskingum et le modèle piston. Le modèle Muskingum est l'un des modèles hydrauliques les plus connus dans la gamme des modèles simplifiés provenant des équations de Barré de Saint-Venant. Celui-ci permet de simuler, sous certaines conditions, les écoulements à surface libre. On détaillera davantage le fonctionnement de ce dernier dans le paragraphe 1.5.2.1. Le modèle d'écoulement piston est un modèle très simple permettant de simuler les écoulements en charge. Celui-ci, n'est toutefois utilisé que pour les conduites toujours en charge.

Le modèle hydraulique de SWIFT ne permet donc pas de simuler la transition d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge dans une conduite du réseau d'assainissement, et vice versa, ce qui en limite l'utilisation de manière optimale.

### 1.2.1.3 Module d'optimisation

Le modèle SWIFT est développé dans le but de minimiser les volumes déversés tout en respectant certaines contraintes. Pour cela le modèle simule l'écoulement dans le réseau selon les différentes valeurs d'ouvertures des ouvrages de contrôle et détermine par la suite les ouvertures des ouvrages qui permettent de maximiser l'utilisation des conduites tout en respectant la capacité de l'usine de traitement des eaux. Le modèle utilise une fonction objective et un algorithme d'optimisation qui minimise les volumes déversés aux régulateurs tout en tenant compte des contraintes suivantes :

- Eviter autant que possible les mises en charge des conduites
- Favoriser les solutions pour lesquelles, d'un pas à l'autre, les variations des valeurs des ouvertures des régulateurs sont les plus faibles

## 1.3 Description générale des écoulements dans les réseaux d'assainissement

### 1.3.1 Définition

En général, l'étude des écoulements dans une conduite d'un réseau d'assainissement considère que ces écoulements sont unidimensionnels et fonction du temps. On peut diviser ces écoulements en deux régimes d'écoulement, selon qu'ils soient permanents ou non permanents. L'écoulement permanent est caractérisé par le fait que la vitesse d'écoulement ou le débit ne dépendent pas du temps [Chow, 1959], [Henderson, 1966]. On a pour ce type d'écoulement :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \quad (1.1)$$

avec :

Q : Débit

t : temps

v : vitesse

On parle d'écoulement non permanent et non uniforme, lorsque :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \neq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial Q}{\partial x} \neq 0 \quad (1.2)$$

avec :

x : position

Souvent l'étude des écoulements dans les réseaux d'assainissement considère que les pertes dues à l'accélération ont peu d'importance [Chow, 1959].

### 1.3.2 Caractéristiques de la propagation des hydrogrammes à surface libre

Dans un réseau d'assainissement, lorsque l'écoulement est à surface libre, la propagation de l'hydrogramme d'écoulement en aval du réseau est caractérisée par deux phénomènes [Ponce, 1981] : le décalage de l'hydrogramme et le laminage de l'hydrogramme. Le décalage correspond au temps mis par l'hydrogramme pour parcourir une ou plusieurs conduites (Figure 1.2). Le laminage est un phénomène physique lié à la déformation de l'hydrogramme de l'amont vers l'aval (figure 1.2). Cette déformation se traduit par une atténuation du pic de l'hydrogramme à la sortie, celle-ci se produisant suite à une dissipation de l'énergie causée par les frottements avec les parois des conduites du réseau d'assainissement. Généralement cette dissipation est liée à la rugosité des conduites. Toutefois, certains modèles généralement basés sur une discrétisation de l'équation de continuité utilisent un terme de nature numérique pour reproduire le laminage de l'hydrogramme de sortie. On peut citer à ce titre le modèle Muskingum [Cunge 1969].

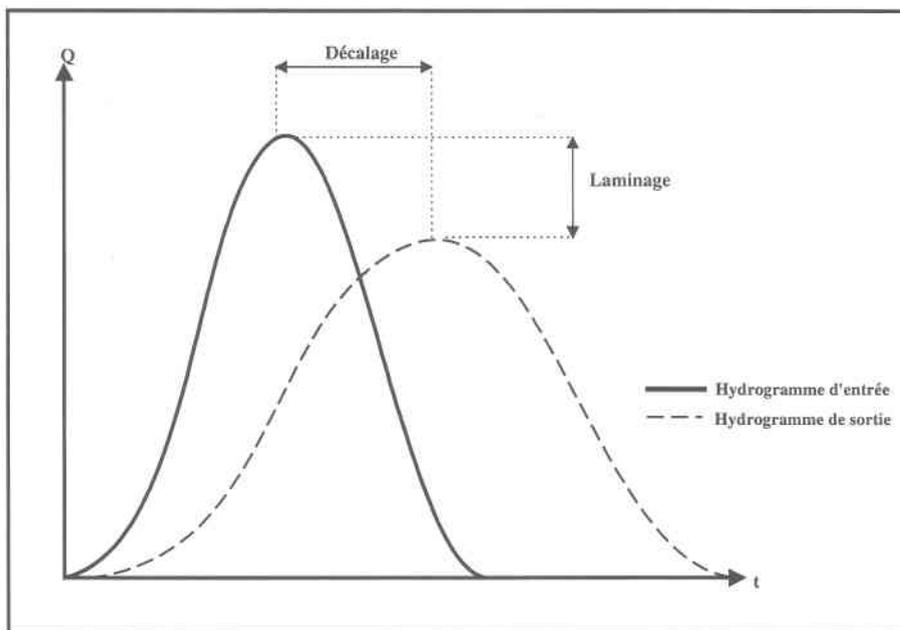


Figure 1.2 : Décalage et laminage entre l'hydrogramme d'entrée et celui de sortie

## 1.4 Équations fondamentales des écoulements

En général, les modèles de simulation des écoulements dans une conduite des réseaux d'assainissement sont basés sur les équations fondamentales des écoulements, dites équations de Barré de Saint-Venant [Chow, 1959], qui s'écrivent sous la forme suivante :

Équation dynamique (conservation de l'énergie)

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = I - J \quad (1.3)$$

Équation de continuité

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1.4)$$

où :

A : Section mouillée de la conduite

g : Accélération gravitationnelle

H : Hauteur d'eau

I : Pente de la conduite

J : Pente d'énergie

Q : Débit dans la conduite

v : Vitesse d'écoulement

### 1.4.1 Origine de l'équation dynamique de l'écoulement [Motiee 1996]

La loi fondamentale de la dynamique s'écrit comme suit :

$$\mathbf{F} = \mathbf{m} \mathbf{a} \quad (1.5)$$

où :

$$\mathbf{a} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{g}} \quad (1.6)$$

avec :

F : Force due à l'accélération de l'écoulement

m : Masse

P : Poids

Cette force exerce un travail :

$$\mathbf{E} = \mathbf{m} \mathbf{a} \Delta \mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{g}} \Delta \mathbf{x} \quad (1.7)$$

avec :

$\Delta \mathbf{x}$  : Déplacement.

Ainsi, en divisant le travail E par le terme P, on retrouve la perte d'énergie provenant de l'accélération qu'on notera  $h_a$ , d'où :

$$h_a = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \Delta x \quad (1.8)$$

$$h_f = J \Delta x - h_a \quad (1.9)$$

J : Pente de l'énergie (figure 1.3).

$h_f$  représente les pertes d'énergie dues aux frottements avec les parois des conduites lors de l'écoulement. On sait que la perte totale d'énergie ( $h_t$ ) dans une conduite s'exprime de la façon suivante :

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{h}_f + \mathbf{h}_a \quad (1.10)$$

Selon la loi de conservation de l'énergie de Bernoulli, entre deux points d'une conduite (figure 1.3), on peut écrire :

$$\mathbf{H}_u + \mathbf{Z}_u + \frac{\mathbf{v}_1^2}{2\mathbf{g}} = \mathbf{H}_a + \mathbf{Z}_a + \frac{\mathbf{v}_2^2}{2\mathbf{g}} + \mathbf{H}_t \quad (1.11)$$

D'où, en remplaçant les équations (1.8), (1.9) et (1.10) dans l'équation (1.11) on obtient :

$$\Delta \left( \mathbf{H} + \mathbf{Z} + \frac{\mathbf{v}^2}{2\mathbf{g}} \right) = - \left( \mathbf{J} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{g}} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{t}} \right) \Delta \mathbf{x} \quad (1.12)$$

Le signe négatif du terme de droite de l'équation (1.12) représente les pertes d'énergie entre l'amont et l'aval d'une conduite. Ces pertes sont fonctions des frottements et de l'accélération d'écoulement (figure 1.3).

À partir de l'équation (1.12), on divise par  $\Delta x$  et on prend la limite quand  $\Delta x \rightarrow 0$  :

$$\partial \mathbf{H} + \partial \mathbf{Z} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{g}} \partial \mathbf{v}^2 + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{g}} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{t}} \partial \mathbf{x} = -\mathbf{J} \partial \mathbf{x} \quad (1.13)$$

or :

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_d - Z_u}{\Delta x} = -I \quad (1.14)$$

Où I est la pente de la conduite (figure 1.3)

On obtient donc l'équation dynamique :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g (I - J) \quad (1.15)$$

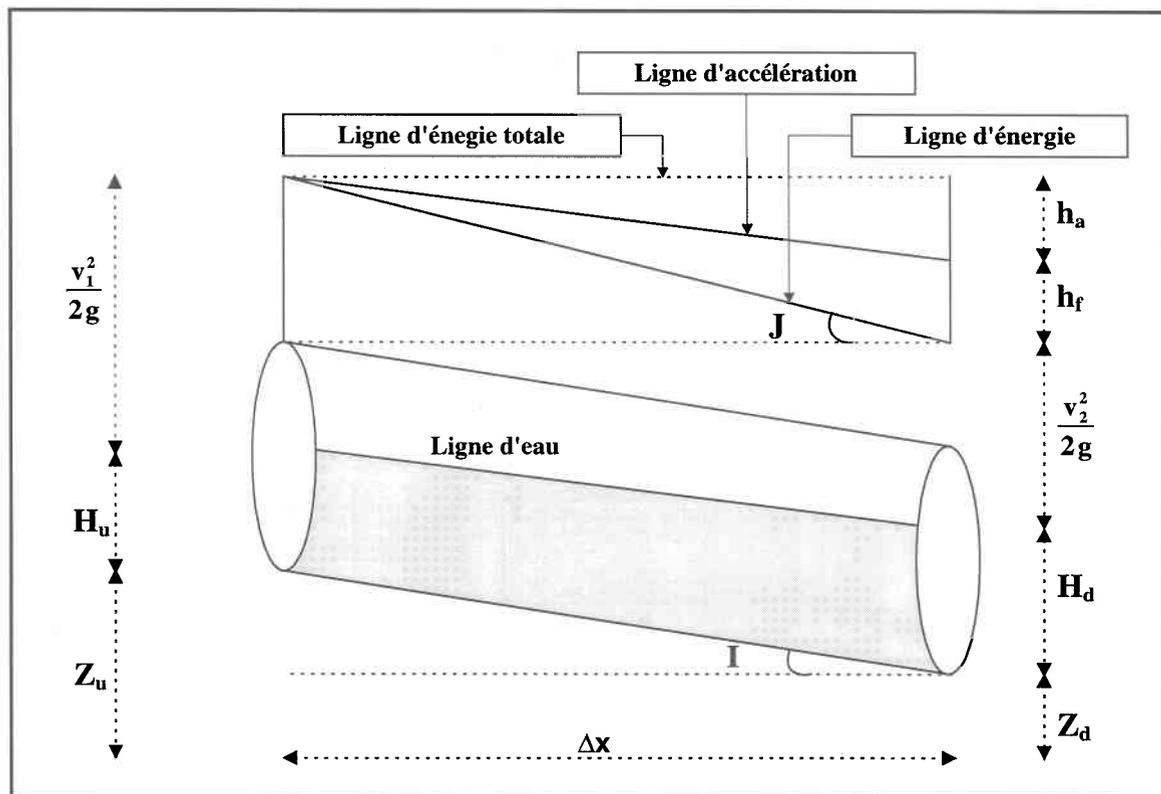


Figure 1.3 : Composantes de l'énergie entre l'amont et l'aval d'une conduite (adapté de Lencastre [1996])

L'application de l'équation dynamique telle quelle, avec une discrétisation sur le temps et l'espace, dans le système de Barré Saint-Venant permet de bien reproduire les écoulements généralement rencontrés. En revanche, l'inconvénient de cette utilisation réside dans la quantité d'informations requises pour accomplir les calculs, ainsi que le temps nécessaire pour effectuer une simulation d'un réseau réel [Yen, 1978]. Dans un second temps, plus le modèle est complet, plus les risques d'instabilité numérique sont grands [Yen, 1993]. C'est dans cette optique que plusieurs travaux ont été effectués afin de simplifier l'équation dynamique.

#### 1.4.1.1 Première hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique

La première hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique, consiste à considérer que le terme d'accélération est négligeable. Autrement dit, cette simplification suppose que  $\frac{\partial v}{\partial t}$  est petit devant les autres termes de l'équation, ce qui mène à la forme simplifiée suivante de l'équation dynamique :

$$v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g(I - J) \quad (1.16)$$

qu'on peut traduire sous une forme discrétisée, entre l'amont et l'aval d'une conduite, par l'équation suivante :

$$H_a + \frac{v_2^2}{2g} = H_u + \frac{v_1^2}{2g} - I \Delta x - J \Delta x \quad (1.17)$$

#### 1.4.1.2 Deuxième hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique

La deuxième hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique consiste à considérer que les termes liés à l'accélération et aux forces de frottements sont négligeables (c'est à dire  $J=0$ ). Ce qui mène à la forme simplifiée suivante de l'équation dynamique :

$$v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g I \quad (1.18)$$

qu'on peut traduire sous une forme discrétisée, entre l'amont et l'aval d'une conduite, par l'équation suivante :

$$H_a + \frac{v_a^2}{2g} = H_u + \frac{v_u^2}{2g} - I \Delta x \quad (1.19)$$

#### 1.4.1.3 Troisième hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique

L'application de l'équation de la conservation de l'énergie avec la simplification du terme d'accélération et celui de l'énergie cinétique est basé sur les travaux effectués par Hayami [1969].

L'utilité de ce modèle réside dans le fait qu'il est capable de bien reproduire le comportement des écoulements non uniformes, principalement lorsqu'il s'agit de situation d'influence aval. Pour cette simplification l'équation dynamique du système de Barré de Saint-Venant se réduit à la forme suivante :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = I - J \quad (1.20)$$

qu'on peut traduire sous une forme discrétisée, entre l'amont et l'aval d'une conduite, par l'équation suivante :

$$\mathbf{H}_d = \mathbf{H}_u + \mathbf{I} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{J} \Delta \mathbf{x} \quad (1.21)$$

#### 1.4.1.4 Quatrième hypothèse simplificatrice de l'équation dynamique

La simplification du terme de la pression dans l'équation 1.20, permet d'obtenir une équation d'ordre un. Celle-ci correspond à l'équation de l'onde cinématique [Lighthill et Whithman, 1955]. L'utilisation de cette équation et celle de la conservation de masse permet de former un modèle capable de représenter un régime uniforme et permanent dans une conduite. Il est considéré comme un des modèles les plus simplifiés parmi tous ceux qui dérivent du système de Barré de Saint-Venant, mais il n'offre pas la possibilité de simuler les variations de l'écoulement lorsqu'il y a influence aval. Ainsi l'équation dynamique sans terme d'inertie et de pression prend la forme suivante :

$$\mathbf{I} = \mathbf{J} \quad (1.22)$$

qu'on peut traduire sous une forme discrétisée, entre l'amont et l'aval d'une conduite, par l'équation suivante :

$$\mathbf{H}_d = \mathbf{H}_u \quad (1.23)$$

Ces différentes simplifications de l'équation complète de la conservation de l'énergie correspondent à différents régimes d'approximations du système d'équations de Barré de Saint-Venant.

### 1.4.2 Régimes d'écoulement

À partir de l'équation dynamique de l'écoulement (équation 1.3), on peut déduire les différents régimes d'écoulements susceptibles d'être rencontrés dans une conduite d'un réseau d'assainissement [Motiee 1996].

$J = I$  cette équation traduit le régime permanent uniforme

$J = I - \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{1}{g} v \frac{\partial v}{\partial x}$  cette équation traduit le régime permanent non uniforme

$J = I - \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{1}{g} v \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$  cette équation traduit le régime non permanent non uniforme

### 1.4.3 Équation de continuité

L'équation de continuité (équation 1.4), qu'on appelle aussi équation du bilan de masse, nous permet d'assurer la conservation de la masse ou du volume, entre ce qui sort et ce qui entre dans un tronçon du système, durant un pas de temps de calcul, comme le montre la figure 1.4. Cependant, pour pouvoir utiliser l'équation de continuité, celle-ci étant une équation différentielle de premier ordre, il est nécessaire de recourir à une forme discrétisée de cette dernière. Il y a plusieurs façons de la discrétiser en fonction du temps [Chow 1959]. Ainsi, la forme standard de discrétisation est la suivante :

$$\frac{V_s(t) - V_s(t - \Delta t)}{\Delta t} = \alpha Q_e(t) + (1 - \alpha) Q_e(t - \Delta t) - \alpha Q_s(t) - (1 - \alpha) Q_s(t - \Delta t) \quad (1.24)$$

avec :  $0 \leq \alpha \leq 1$

La valeur  $\alpha = 1/2$  semble intuitivement la meilleure. L'équation (1.24) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\frac{Q_e(t) + Q_e(t-\Delta t)}{2} - \frac{Q_s(t) + Q_s(t-\Delta t)}{2} = \frac{V_s(t) - V_s(t-\Delta t)}{\Delta t} \quad (1.25)$$

Blanpain [1988] a cependant démontré que ce schéma n'est pas stable. Des tests ont montré que la valeur de  $\alpha$  doit être strictement supérieure à 0.5 et que les résultats sont peu sensibles aux valeurs de  $\alpha$  comprises entre 0.5 et 1, ce que nous allons vérifier au chapitre des résultats. Ainsi la valeur retenue pour  $\alpha$  sera  $\alpha = 1$ . Par conséquent, l'équation de continuité prend la forme simple suivante :

$$Q_e(t+\Delta t) - Q_s(t+\Delta t) = \frac{V_s(t+\Delta t) - V_s(t)}{\Delta t} \quad (1.26)$$

Cette équation permet d'obtenir la variation du volume dans une conduite, entre deux pas de temps consécutif en fonction des débits entrant et sortant (figure 1.4).

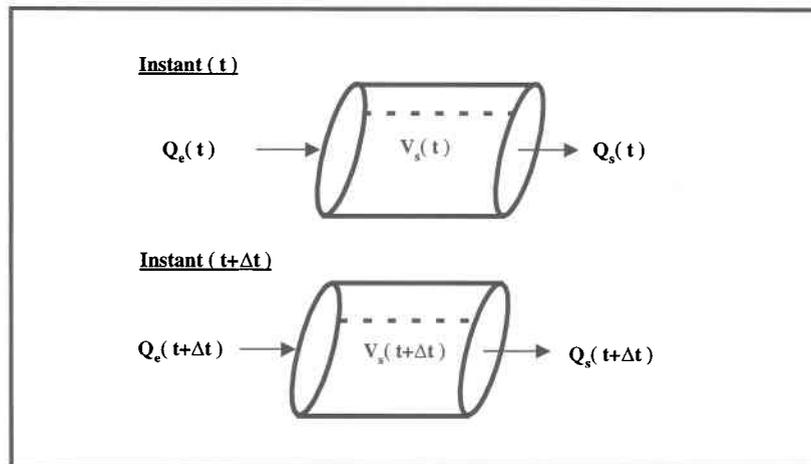


Figure 1.4 : Variation du volume entre deux pas de temps de calcul dans une conduite

### 1.4.4 Conclusion

L'application de ces équations pour la modélisation des écoulements permet de formuler différentes approximations sur les termes de l'énergie. Ces équations représentent de façon déterministe les écoulements dans les réseaux d'assainissement. L'équation de continuité permet de schématiser la conservation des volumes, alors que l'équation dynamique permet de schématiser la conservation de l'énergie. Ces équations sont appliquées en utilisant divers outils mathématiques comme la résolution des équations aux dérivées partielles avec une discrétisation dans le temps et l'espace, sous réserve d'un certain nombre de contraintes telles que :

- Les pertes par frottement des écoulements non permanents sont assimilées aux pertes de charge
- Les pentes des conduites du réseau sont assez faibles pour pouvoir faire la simplification sur la pente :  $\sin(I) \approx I$  (I : la pente de la conduite)
- La vitesse est considérée uniforme sur une section mouillée et égale à la vitesse moyenne
- L'écoulement est considéré comme étant unidimensionnel

## **1.5 Modélisation des écoulements dans les réseaux d'assainissement**

La modélisation des écoulements dans les réseaux d'assainissement a pour objectif principal de fournir une représentation simple qui se rapproche le plus possible de l'écoulement réel. Cette représentation met en jeu tous les paramètres et les facteurs qui régissent ce phénomène sous ces différentes situations. Par ailleurs, la modélisation a profité du développement extraordinaire du support informatique.

Yen [1993] a déjà mentionné dans son article que l'utilisation d'un modèle sophistiqué qui utilise des équations de Barré de Saint-Venant n'est pas toujours nécessaire. Dans plusieurs cas, les problèmes de modélisation posés par les réseaux de drainage urbains peuvent être résolus avec des modèles plus simples ce qui est souhaitable dans un contexte d'optimisation en temps réel.

### **1.5.1 Modèles de simulation des écoulements dans les réseaux d'assainissement**

Les modèles de simulation des écoulements dans les réseaux d'assainissement existants dans la littérature se divisent en deux catégories. Les modèles complets et les modèles simplifiés.

Les modèles complets sont issus de la théorie de l'hydrodynamique. Un des prototypes de ces modèles est constitué par les équations complètes de Barré de Saint-Venant. Ces modèles permettent de décrire sur une base physique les écoulements dans les réseaux d'assainissement. Toutefois, leurs principaux inconvénients sont la grande quantité de données qu'ils nécessitent et les problèmes d'instabilité numérique que la résolution peut engendrer [Yen 1978].

Les modèles simplifiés sont généralement basés sur l'équation de continuité sous sa forme discrète. Ces modèles considèrent que les effets dynamiques de l'écoulement sont négligeables. Ces modèles sont souvent utilisés à cause de leur simplicité de résolution. On peut citer comme exemple le modèle Muskingum. Ce modèle est simple à mettre en œuvre, il sert à la modélisation de plusieurs systèmes comme les réseaux d'assainissement, les rivières, etc. Ces modèles n'exigent pas beaucoup de données. Toutefois les résultats qu'ils fournissent peuvent être proches de ceux des modèles complets, excepté pour les situations d'écoulement particulières qu'il est important d'identifier.

## **1.5.2 Modèles existants**

Dans ce paragraphe nous allons présenter certains des modèles existants dans la littérature. Nous allons d'abord parler du modèle d'écoulement à surface libre utilisé par SWIFT, le modèle Muskingum. Ensuite, nous allons présenter quelques modèles utilisés pour l'écoulement en charge.

### **1.5.2.1 Le Modèle Muskingum**

Les écoulements à surface libre sont relativement simples à modéliser par rapport aux écoulements lors de situations de mise en charge en différents points du réseau. Un des modèles les plus connus capable de reproduire d'une manière satisfaisante un tel type d'écoulement est le modèle Muskingum. Ce dernier permet de modéliser le transfert des débits de l'amont à l'aval des réseaux d'assainissement, tout en représentant de façon pertinente le laminage et le décalage entre les hydrogrammes d'entrée et de sortie (figure 1.5).

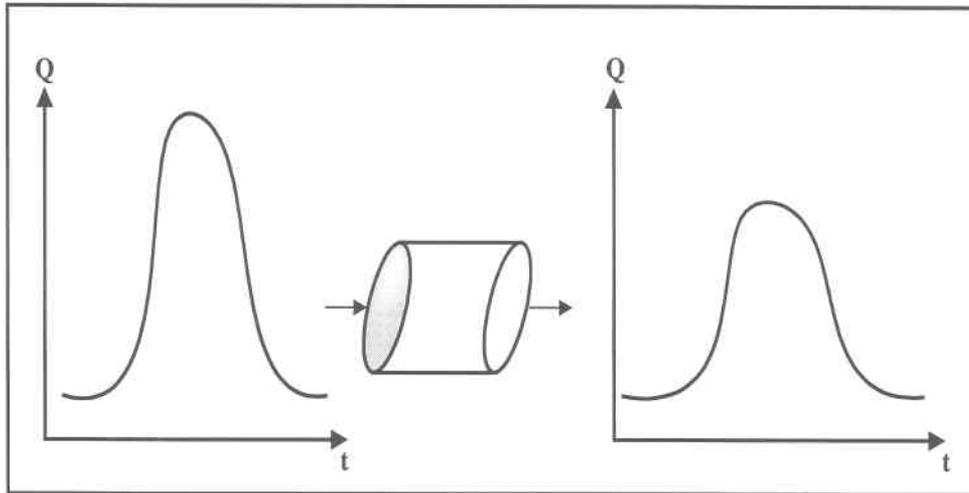


Figure 1.5 : Propagation d'un hydrogramme par Muskingum (adapté de [Villeneuve *et al.* 1996b])

Ce type de modèle permet d'établir une relation simple entre les débits entrant et sortant entre deux pas de temps. Il nécessite le calage de deux paramètres  $\alpha$  et  $K$ . Le premier paramètre  $\alpha$  est lié au temps de propagation de l'onde d'écoulement dans la conduite et il est fonction des caractéristiques suivantes de la conduite :

- Pente de la conduite
- Longueur de la conduite
- Hauteur d'eau dans la conduite

Le deuxième paramètre est lié au laminage de l'hydrogramme et détermine une pondération entre le débit entrant au pas de temps suivant et celui sortant au pas de temps précédent.

Il existe plusieurs façons de démontrer l'origine de l'équation de Muskingum [Villeneuve *et al.* 1996b]. Ces méthodes dérivent toutes de l'équation de l'onde cinématique et aboutissent toutes à l'expression suivante :

$$Q_s(t+\Delta t) = C_1 Q_e(t) + C_2 Q_e(t+\Delta t) + C_3 Q_s(t) \quad (1.27)$$

les paramètres  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , s'expriment comme suit :

$$C_1 = \frac{(2 K \alpha + \Delta t)}{[\Delta t + 2 K (1 - \alpha)]} \quad (1.28)$$

$$C_2 = \frac{(\Delta t - 2 K \alpha)}{[\Delta t + 2 K (1 - \alpha)]} \quad (1.29)$$

$$C_3 = \frac{(2 K (1 - \alpha) - \Delta t)}{[\Delta t + 2 K (1 - \alpha)]} \quad (1.30)$$

Avec :  $\alpha$  : Paramètre de pondération du laminage,  $K$ : Paramètre caractérisant le temps de propagation de l'onde d'écoulement dans la conduite

La somme de ces trois coefficients  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  satisfait l'expression :

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1 \quad (1.31)$$

Cette relation est nécessaire afin d'assurer la conservation du volume entre l'hydrogramme d'entrée et de sortie.

### 1.5.2.2 Le modèle de la fente de Preissmann

Le principe de la fente de Preissmann [Preissmann, 1971] consiste à considérer une fente fictive de très faible largeur au-dessus de chacune des conduites du réseau d'assainissement, comme montré à la figure 1.6, afin de pouvoir intégrer le cas des écoulements en charge aux équations de Barré de Saint-Venant. On sait bien que les équations fondamentales des écoulements correspondent à un écoulement à surface libre; par ailleurs, on peut traiter les écoulements en charge comme étant des écoulements à surface libre [Cunge et Wegner 1964] en supposant que les conduites sont ouvertes et reliées à l'atmosphère par cette fente fictive. La fente fictive jouera le rôle d'un piézomètre. Ainsi, on pourra tenir compte des

variations des hauteurs piézométriques, en aval et en amont de chaque conduite à chaque pas de temps.

L'application de la fente fictive de Preissmann permet de garder les mêmes équations que cela soit pour des écoulements à surface libre ou bien en charge. Par conséquent, la transaction entre les deux types d'écoulement se fait implicitement. Cependant, le choix de l'épaisseur de la fente de Preissmann est très important, car des problèmes de conservation de masse ou d'instabilités numériques peuvent se produire si elle est trop grande ou trop petite par rapport au diamètre de la conduite.

Ce principe est utilisé dans plusieurs modèles de simulation des écoulements que cela soit à surface libre ou en charge. On peut citer comme exemple le modèle SWMM [Huber *et al.* 1988].

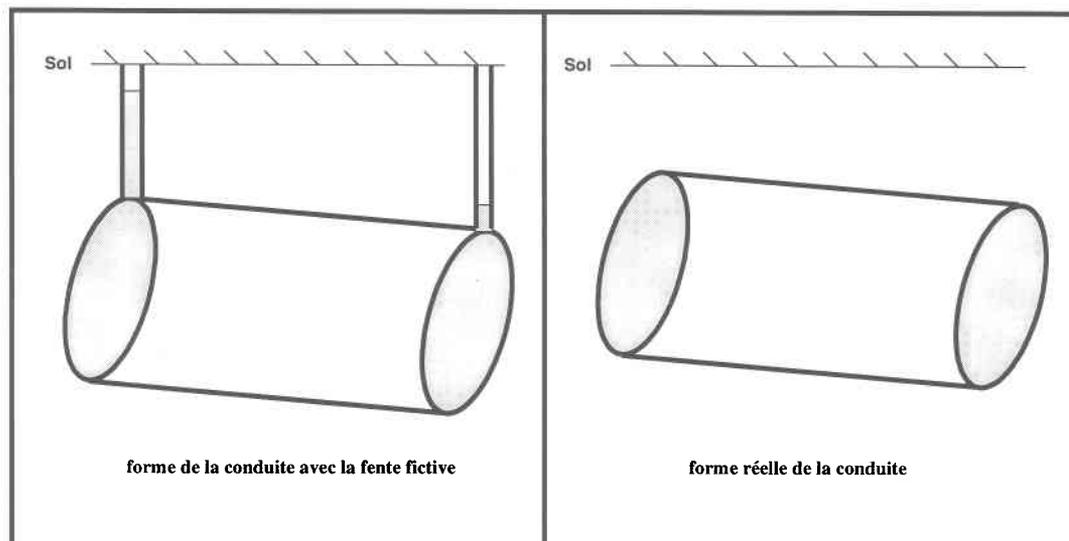


Figure 1.6 : Présentation de la fente fictive de Preissmann (adapté de [Motiee 1996])

### 1.5.2.3 Le Modèle PIBS

Le modèle PIBS [Chiang et Bedient, 1986] est un modèle de simulation des écoulements que ceux-ci soient à surface libre ou en charge. Celui-ci a été conçu pour répondre aux limitations du modèle ILLUDAS [Terstriep et Stall 1974] afin de simuler une grande diversité de situations d'écoulements. Le principal avantage de l'utilisation du modèle ILLUDAS réside dans le fait que les données du système d'égouts requises pour effectuer des simulations sont simples. Toutefois, il existe trois limitations majeures à l'utilisation de ce modèle à savoir :

- ILLUDAS calcule les débits en se basant uniquement sur les concepts des écoulements à surface libre, ainsi aucune mise en charge dans le système n'est permise
- ILLUDAS calcule les débits de l'amont vers l'aval et par conséquent, aucun effet du refoulement n'est considéré
- Le débit maximum de la conduite est calculé en utilisant la formule de Manning. Le débit entrant dans une conduite qui dépasse sa capacité est emmagasiné dans sa jonction, puis il est retourné à la conduite aussitôt que sa capacité le permet

Afin de prendre en considération tous les effets de la mise en charge, le modèle PIBS a été développé tout en gardant le modèle d'origine ILLUDAS comme modèle de calcul des débits lorsque les influences aval ne sont pas présentes. Par la suite, à partir de ces débits le modèle PIBS complète les calculs par un algorithme qui comporte essentiellement les étapes suivantes:

#### 1<sup>er</sup> étape

Le modèle ILLUDAS calcule, dans un premier temps, le débit à chaque jonction du réseau. Ce calcul s'effectue de l'amont vers l'aval, pour chaque pas temps de calcul et sans tenir compte des mises en charge.

2<sup>ème</sup> étape

À partir des débits calculés à l'étape 1 par ILLUDAS et des conditions limites à l'exutoire du réseau, les hauteurs piézométriques sont calculées à chaque jonction du réseau pour un pas de temps, de l'aval vers l'amont, en utilisant la formule de Hazen-Williams, qui tient compte des effets des pertes de charges et qui s'écrit comme suit :

$$H_f = \frac{4.727 Q^{1.852} L}{B^{1.852} D^{4.8704}} \quad (1.32)$$

avec :

- B : Coefficient de friction de la conduite, (adimensionnel)
- D : Diamètre de la conduite (pi)
- H<sub>f</sub> : Pertes de charges (pi)
- L : Longueur de la conduite (pi)
- Q : Débit dans la conduite (pi<sup>3</sup>/sec)

3<sup>ème</sup> étape

À partir des débits calculés à l'étape 1, des hauteurs initiales calculées à l'étape 2, des conditions limites et des équations 1.33 et 1.34 (pour l'origine des équations 1.33 et 1.34 voir [Chiang et Bedient, 1986]) qui lient débit et hauteur, le modèle détermine les hauteurs et les débits en appliquant le processus itératif de Gauss-Siedel jusqu'à atteindre la précision désirée. Les équations 1.33 et 1.34 sont obtenues à partir de la méthode de la théorie linéaire [Issacs et Mills 1980] et s'écrivent de la façon suivante :

$$H_j^{n+1} = \frac{\sum_i K_{ij}^n H_i^{n+1} + Q_j^e}{\sum_i K_{ij}^n} \quad (1.33)$$

$$Q_{ij}^{n+1} = 0.5 \left[ \frac{B^{1.852} D_{ij}^{4.8704}}{4.727 L_{ij} Q_{ij}^n} \left( H_i^{n+1} - H_j^{n+1} \right) + Q_{ij}^n \right] \quad (1.34)$$

avec :

$$K_{ij} = \frac{B^{1.852} D_{ij}^{4.8704}}{4.727 L_{ij} |Q_{ij}^n|^{0.852}} \quad (1.35)$$

$i, j$  : Indices des jonctions amont et aval respectivement d'une conduite

$n$  : Numéro de l'itération

$Q_j^e$  : Débit entrant au nœud  $j$  ( $\text{m}^3/\text{sec}$ )

Pour accélérer la convergence de la solution, le modèle utilise la méthode trapézoïdale prédiction-corrrection appliquée entre deux itérations successives  $n$  et  $n+1$ .

#### 1.5.2.4 Le Modèle S.E.R.A.I.L.

Le modèle S.E.R.A.I.L. [Chocat *et al.* 1983] a été développé pour simuler le fonctionnement d'un réseau soumis à une pluie. Il comprend un module de propagation en conduite qui se compose d'un sous-module de propagation des débits de l'amont vers l'aval (valide pour les écoulements à surface libre) ainsi qu'un sous-module pour les mises en charge. Ce dernier repose sur l'équation de conservation de l'énergie sous sa forme simplifiée (équation 1.36) et suppose que la variation de vitesse entre deux conduites successives est négligeable, ce qui se traduit par l'équation de la conservation d'énergie de Bernoulli:

$$H_u = H_d + (Z_u - Z_d) + H_f \quad (1.36)$$

Avec :

$$H_f = f \left( \frac{v^2}{2g} \right) \left( \frac{L}{D_h} \right) \quad \text{équation de Darcy-Weisbach} \quad (1.37)$$

- $D_h$  : Diamètre hydraulique
- $f$  : Coefficient de perte de charge qu'on peut calculer à partir de la formule de Colebrook
- $g$  : Accélération gravitationnelle
- $H_u$  : Hauteur piézométrique en amont de la conduite
- $H_d$  : Hauteur piézométrique en aval de la conduite
- $H_f$  : Pertes de charge entre l'amont et l'aval de la conduite
- $L$  : Longueur de la conduite
- $v$  : Vitesse moyenne dans la conduite
- $Z_u$  : Élévation du radier à l'amont de la conduite
- $Z_d$  : Élévation du radier à l'aval de la conduite

La formule de Colebrook pour un écoulement turbulent s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left( \frac{k}{D} + \frac{9.35}{R_e \sqrt{f}} \right) \quad (1.38)$$

Avec :

k : Hauteur moyenne des aspérités (m)

D : Diamètre de la conduite (m)

R<sub>e</sub> : Nombre de Reynolds (adimensionnel)

Le système S.E.R.A.I.L utilise deux modules de simulation des écoulements. Le premier propage les débits de l'amont vers l'aval. Le second effectue un calcul de l'aval vers l'amont afin de tenir compte des influences aval, causées par l'ensemble des conduites en charge. L'algorithme de résolution se résume en quatre étapes qu'on peut décrire comme suit :

#### 1<sup>er</sup> étape

Le modèle S.E.R.A.I.L. propage le débit à surface libre de l'amont vers l'aval, sans tenir compte des conditions de surcharge.

#### 2<sup>ème</sup> étape

Quant le programme rencontre une situation de mise en charge pour une conduite, lors de la propagation du débit de l'amont vers l'aval, le modèle remonte en amont de cette conduite pour aller chercher l'ensemble des conduites qui peuvent être influencées par cette mise en charge.

3<sup>ème</sup> étape

Pour l'ensemble des conduites influencées par la mise en charge, repérées à l'étape 2, le modèle recalcule les nouvelles hauteurs piézométriques de l'aval vers l'amont, en fonction des valeurs des débits calculées auparavant par le modèle de propagation des débits à surface libre.

4<sup>ème</sup> étape

À partir des nouvelles hauteurs calculées pour les conduites de la partie influencée à l'étape trois, le modèle recalcule de nouveau les valeurs des débits et des volumes, pour l'ensemble des conduites de la partie influencée, à l'aide des deux équations :

$$Q_s(t + \Delta t) = Q_e(t) + \frac{V_s(t) - V_s(t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (1.39)$$

$$V_s(t) = A_t L + A_r h_r \quad (1.40)$$

Avec :

- $A_r$  : Section transversale du regard
- $A_t$  : Section transversale de la conduite
- $L$  : Longueur de la conduite
- $Q_e$  : Débit entrant dans la conduite
- $Q_s$  : Débit sortant de la conduite
- $V_s$  : Volume stocké dans la conduite et son regard amont

Les étapes trois et quatre sont répétées jusqu'à atteindre une solution d'équilibre.

### 1.5.2.5 Le Modèle SURKNET

Le modèle SURKNET [Pansic et Yen 1981] simule de façon approximative l'écoulement dans les réseaux d'assainissement, que celui-ci soit à surface libre ou en charge. D'après Yen et Pansic [1980], l'équation qui résume le bilan de l'énergie des écoulements non uniformes, non permanents, pour une conduite en charge s'écrit sous la forme suivante :

$$H_u - K_u - \frac{v^2}{2g} - L \left( H_f + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \right) = H_d + K_d \frac{v^2}{2g} \quad (1.41)$$

Avec :

$H_u$  : Hauteur piézométrique dans la jonction amont de la conduite

$H_d$  : Hauteur piézométrique dans la jonction aval de la conduite

$H_f$  : Coefficient de perte de charge entre l'amont et l'aval de la conduite

$K_u$  : Coefficient de perte à l'entrée de la conduite

$K_d$  : Coefficient de perte à la sortie de la conduite

$L$  : Longueur de la conduite

$v$  : Vitesse moyenne dans la conduite

D'autre part, l'équation qui donne le débit en fonction de la vitesse s'écrit :

$$Q = A_t V \quad (1.42)$$

Avec :

$A_t$  la section transversale pour une conduite circulaire pleine

La combinaison des deux équations (1.41) et (1.42), en utilisant la formule de Manning pour une conduite pleine et en négligeant le terme d'accélération, permet d'obtenir l'équation suivante :

$$K^2 Q^2 = H_u - H_d \quad (1.43)$$

où le terme  $K^2$  s'exprime comme suit :

$$K^2 = \left( K_u + K_d + \frac{5.72 \text{ g n}^2 \text{ L}}{D^{4/3}} \right) \frac{8}{g \pi^2 D^4} \quad (1.44)$$

L'équation de continuité est exprimée de la façon suivante :

$$Q_e - Q_s = \frac{dV_s}{dt} \quad (1.45)$$

Avec :

$Q_e$  : Débit entrant au temps  $t$

$Q_s$  : Débit sortant au temps  $t$

$\frac{dV_s}{dt}$  : Variation temporelle du volume dans la conduite

Pour estimer le volume d'eau  $V_s$  emmagasiné, Tholin et Keifer [1960] ont proposé une approximation basée sur une intégration de la formule de Manning :

$$V_s = 0.143 \text{ n}^{3/5} \text{ I}^{3/10} \Delta L [\omega D]^{2/5} \left[ Q_e^{3/5} + 5 Q_s^{3/5} \right] \quad (1.46)$$

Avec :

$I$  : Pente de la conduite

$n$  : Coefficient de Manning

$V_s$  : Volume dans la conduite

$\omega$  : Angle d'écoulement (voir annexe A)

(Les unités sont en système international)

Le modèle SURKNET simule les écoulements à surface libre en se basant sur les équations 1.45 et 1.46. Pour les écoulements en charge, il utilise les équations 1.42 et 1.43.

### 1.5.2.5.1 Écoulement à surface libre

Pour l'écoulement à surface libre, le modèle utilise l'équation 1.45 sous sa forme discrétisée :

$$\frac{Q_{e1} + Q_{e2}}{2} + \frac{Q_{s1} + Q_{s2}}{2} = \frac{V_{s2} + V_{s1}}{2} \Delta t \quad (1.47)$$

Les deux inconnues de cette équation sont  $Q_{s2}$  et  $V_{s2}$ . L'algorithme de calcul est présenté à la figure 1.7.

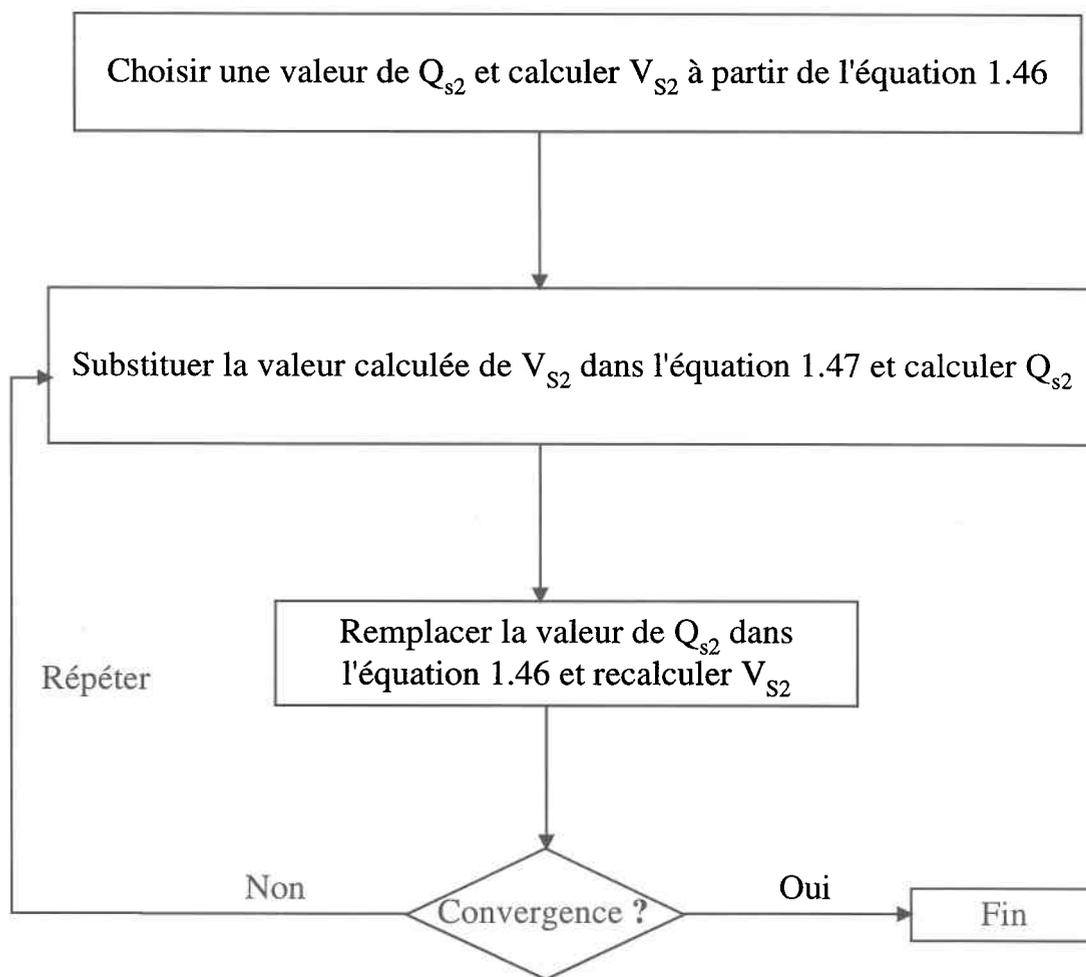


Figure 1.7 : Algorithme des écoulements à surface libre

### 1.5.2.5.2 Écoulement en charge

Pour ce type d'écoulement, le modèle utilise une équation simplifiée qui correspond à l'équation de l'onde cinématique des écoulements à surface libre, obtenue à partir du couplage de l'équation de continuité (équation 1.47) et de l'équation de type Manning pour une conduite pleine (équation 2.5).

$$\begin{aligned} & K^2 Q_s^2(t+\Delta t) + \frac{\Delta t}{2A} Q_s(t+\Delta t) - \\ & \left[ \frac{\Delta t}{2A} \left( \sum Q_e(t) + \sum Q_s(t+\Delta t) - Q(t) \right) + H_u(t) - H_d(t+\Delta t) \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.48)$$

avec :

$$K^2 = \frac{4^{\frac{10}{3}} n^2 L}{\pi^2 D^3} \quad (1.49)$$

A : Section transversale de la fente fictive

D : Diamètre de la conduite

$H_u$  : Hauteur piézométrique en amont de la conduite

$H_d$  : Hauteur piézométrique en aval de la conduite

n : Coefficient de friction de Manning

$Q(t)$  : Débit sortant de la conduite au pas de temps t

$Q_e(t)$  : Débit entrant dans la conduite au pas de temps t

$\Delta t$  : Pas de temps de calcul

À partir de l'équation (1.48), on voit clairement que le débit sortant de la conduite en charge et la hauteur aval de cette dernière sont liés. Cependant, pour que le modèle SURKNET puisse effectuer un calcul en cascade de l'amont vers l'aval, dans le but de

réaliser les calculs de façon compatible au modèle d'écoulement à surface libre, il suppose que les hauteurs d'eau en aval du tronçon sont les mêmes aux temps  $t$  et  $t+\Delta t$ . Cela revient à :

$$H_d(t + \Delta t) = H_d(t) \quad (1.50)$$

Les conséquences de cette supposition peuvent être sévères sous certaines conditions défavorables [Pansic et Yen 1981]. Le modèle suppose aussi que, lorsque la ligne d'eau atteint le diamètre de la conduite, l'eau emmagasinée dans les jonctions des conduites regagne le système au retour à surface libre sans aucune perte. Ainsi, considérant ces hypothèses, l'équation (1.48) peut être facilement résolue comme une équation du second degré avec une seule variable  $Q_s$ .

#### 1.5.2.6 Le Module EXTRAN du Modèle SWMM

Le modèle SWMM [Huber *et al.* 1988] est un modèle largement utilisé pour simuler les écoulements des réseaux d'égout. Ce modèle fait appel au module EXTRAN [Roesner *et al.* 1983 et Roesner et Shubinski 1982] pour simuler l'écoulement en conduite lors de situations particulières, comme par exemple, les écoulements en charge ou la présence de pompes dans le réseau. La formulation mathématique d'EXTRAN est basée sur une discrétisation des équations complètes de Barré de Saint-Venant. Ainsi, l'équation de conservation de l'énergie est discrétisée de la façon suivante :

$$Q(t + \Delta t) = \frac{Q(t) + 2 v \Delta A + v^2 \frac{A_d - A_u}{L} \Delta t - g A \frac{H_d - H_u}{L} \Delta t}{1 + \left( k \Delta t + \frac{\Delta t}{D_n^{4/3}} \right) |v|} \quad (1.51)$$

Avec :

- $A$  : Aire d'écoulement moyen au pas de temps  $t$   
 $A_u$  : Aire de la section d'écoulement amont au pas temps  $t$   
 $A_d$  : Aire de la section d'écoulement aval au pas de temps  $t$   
 $D_h$  : Rayon hydraulique moyen au pas de temps  $t$   
 $g$  : Accélération gravitationnelle  
 $H_u$  : Hauteur piézométrique amont au pas temps  $t$   
 $H_d$  : Hauteur piézométrique aval au pas temps  $t$   
 $k$  : Constante égale à  $g n^2$   
 $n$  : Coefficient de friction de Manning  
 $Q(t+\Delta t)$  : Débit dans la conduite au pas de temps  $t+\Delta t$   
 $v$  : Vitesse moyenne au pas de temps  $t$   
 $|v|$  : Valeur absolue de la vitesse moyenne au pas de temps  $t$   
 $\Delta t$  : Pas de temps de calcul

La deuxième équation du système de Barré de Saint-Venant, l'équation de continuité, est discrétisée de la façon suivante :

$$H_d(t + \Delta t) = H_d(t) - \sum_t Q(t) \frac{[1 - K(t)] L}{\Delta t A(t)} \quad (1.52)$$

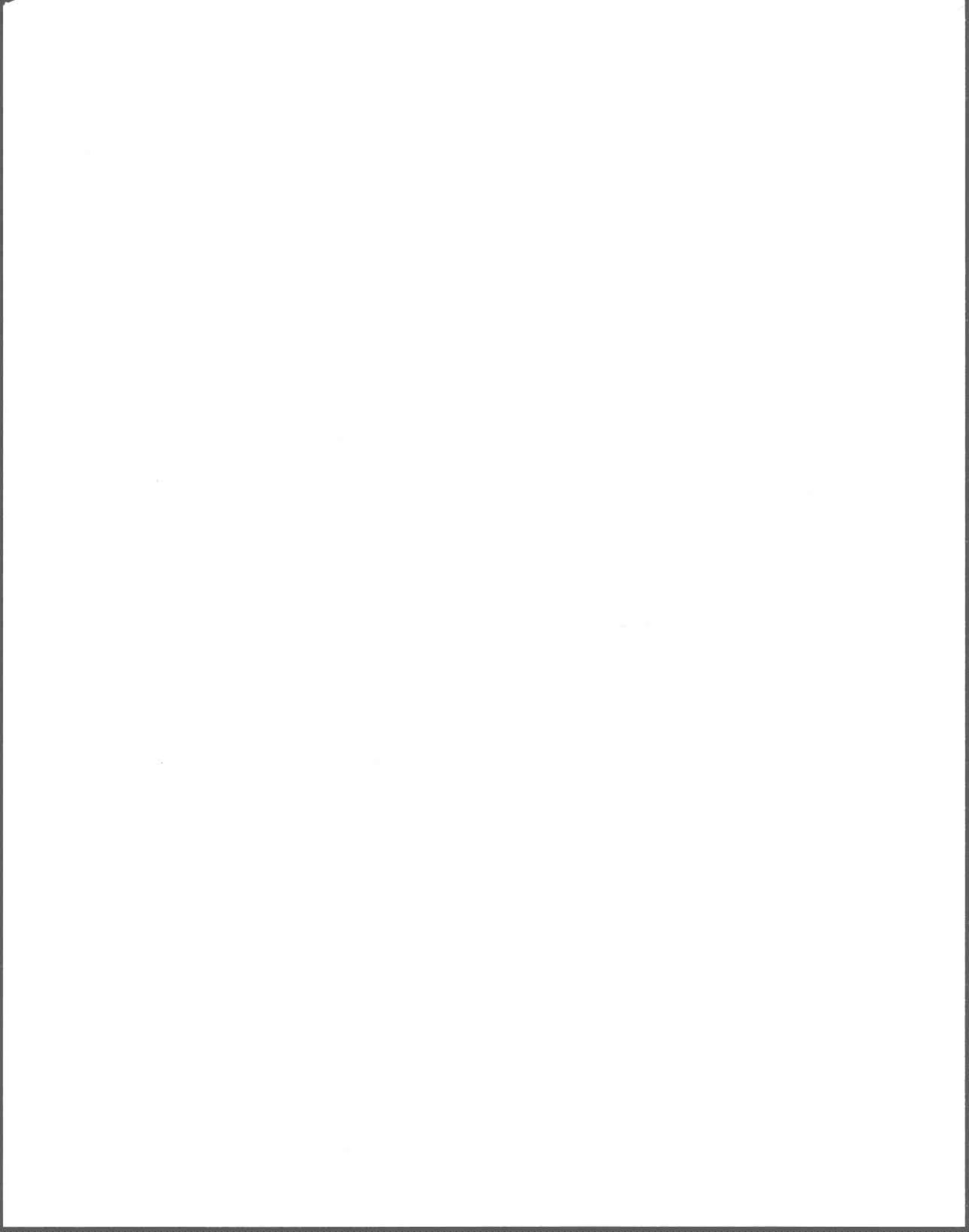
Avec :

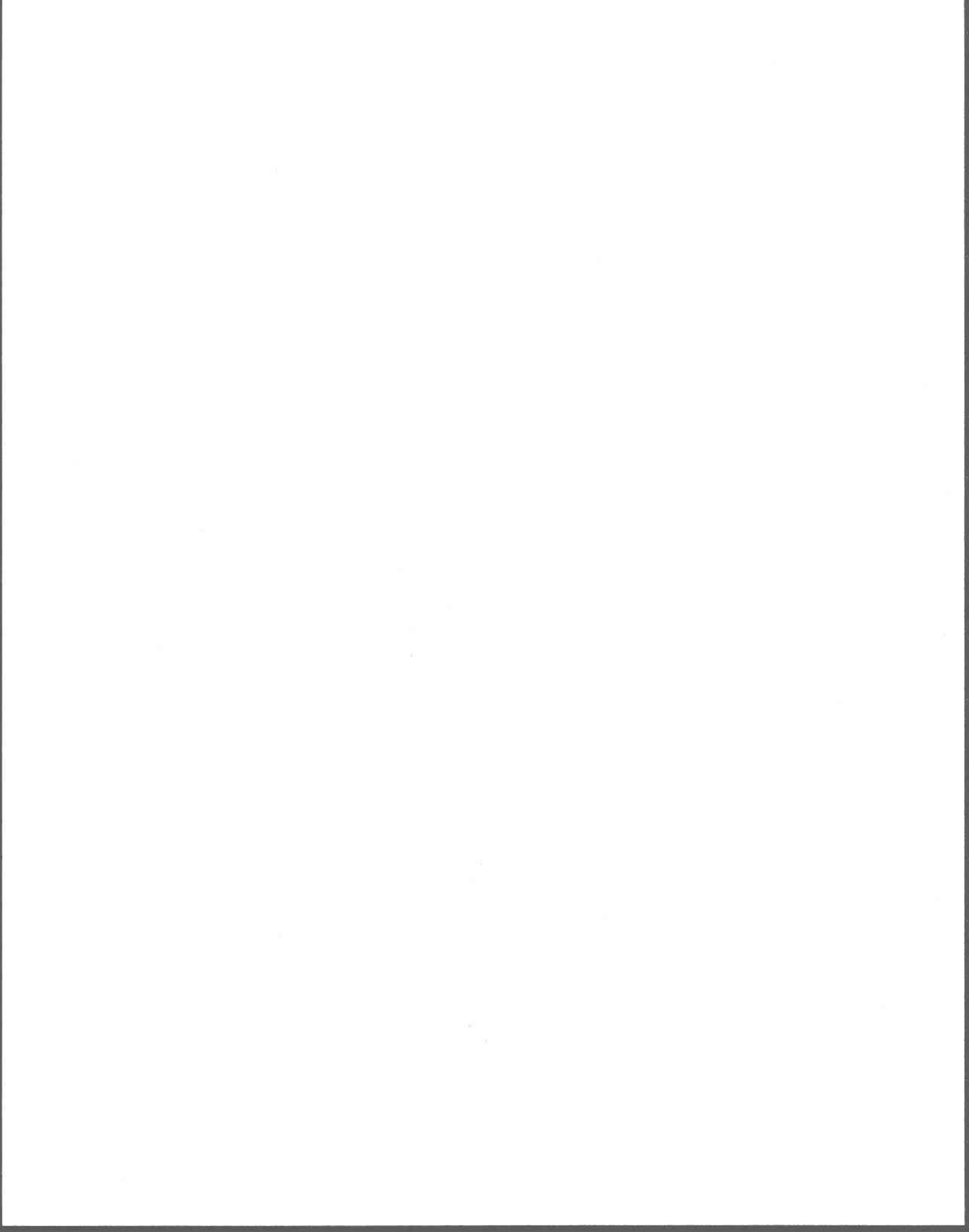
La somme  $\sum_t$  porte sur les débits entrant en amont de la conduite au pas de temps  $t$

$$K(t) = -\Delta t \frac{gn^2}{R^{4/3}} |\bar{V}| \quad (1.53)$$

- $H_d(t)$  : Hauteur piézométrique aval au pas temps  $t$   
 $H_d(t+\Delta t)$  : Hauteur piézométrique aval au pas temps  $t+\Delta t$

Puisqu'il est basé sur les équations complètes de Barré de Saint-Venant, le module EXTRAN du modèle SWMM fournit une bonne approximation des écoulements dans les réseaux d'assainissement. En revanche, sa résolution exige un pas de temps de calcul très court, afin de pallier les instabilités numériques et de vérifier la loi de conservation des volumes. Ceci mène souvent à des temps de calcul importants lors de la simulation d'un réseau réel.





## 2. MÉTHODOLOGIE

---

Nous décrirons premièrement dans le présent chapitre la structure algorithmique du modèle développé et son fonctionnement selon le régime d'écoulement pour un cas simple. Ensuite, nous présenterons le système d'équations pour des cas plus généraux.

### 2.1 Développement d'un modèle simple de mise en charge

Dans cette section, nous allons décrire le fonctionnement d'un modèle de mise en charge selon le mode d'écoulement susceptible d'être rencontré dans une conduite. Ainsi, le modèle simule les conduites d'un réseau de l'amont vers l'aval à chaque pas de temps. Le modèle simule l'écoulement dans une conduite sur la base du débit qui y entre à chaque pas de temps de calcul. Ce débit est la somme de celui qui provient de la conduite en amont et de celui qui provient de sa jonction amont liée à un regard. Dans le cas où la jonction amont d'une conduite ne serait pas reliée à un regard, le débit y entrant provient uniquement de la conduite en amont. Par ailleurs, le modèle détermine le type d'écoulement selon que le débit qui entre est supérieur ou inférieur au débit maximal de la conduite. S'il s'agit d'un écoulement en charge le modèle appelle le module de simulation des mises en charge, s'il s'agit d'un écoulement à surface libre, le modèle appelle le module de simulation des écoulements à surface libre.

### **2.1.1 Structure globale du modèle**

Le modèle permet de simuler le cas d'un seul point de mise en charge avec une partie influencée par cette mise en charge. Quand le débit qui arrive à ce point est inférieur à son débit maximum on utilise le modèle Muskingum. Quand le débit qui arrive à ce point est supérieur au débit maximum de la conduite, le modèle vérifie si cette conduite est pleine ou pas. Si elle n'est pas pleine, le modèle remplit la conduite en maintenant la ligne d'eau parallèle au fond de la conduite. Pour calculer les débits et les hauteurs, on utilise le modèle Muskingum. Si la ligne d'eau atteint le diamètre, le modèle considère la conduite en charge. À ce moment, le module de mise en charge (M.E.C). (voir figure 2.1) établit un bilan de masse entre la conduite en charge et l'ensemble des conduites influencées. À partir de ce bilan, le module détermine s'il s'agit d'une remontée de l'eau ou d'un éventuel retour à surface libre. Selon le cas, le module procède au refoulement ou à la vidange comme le montre la figure 2.1.

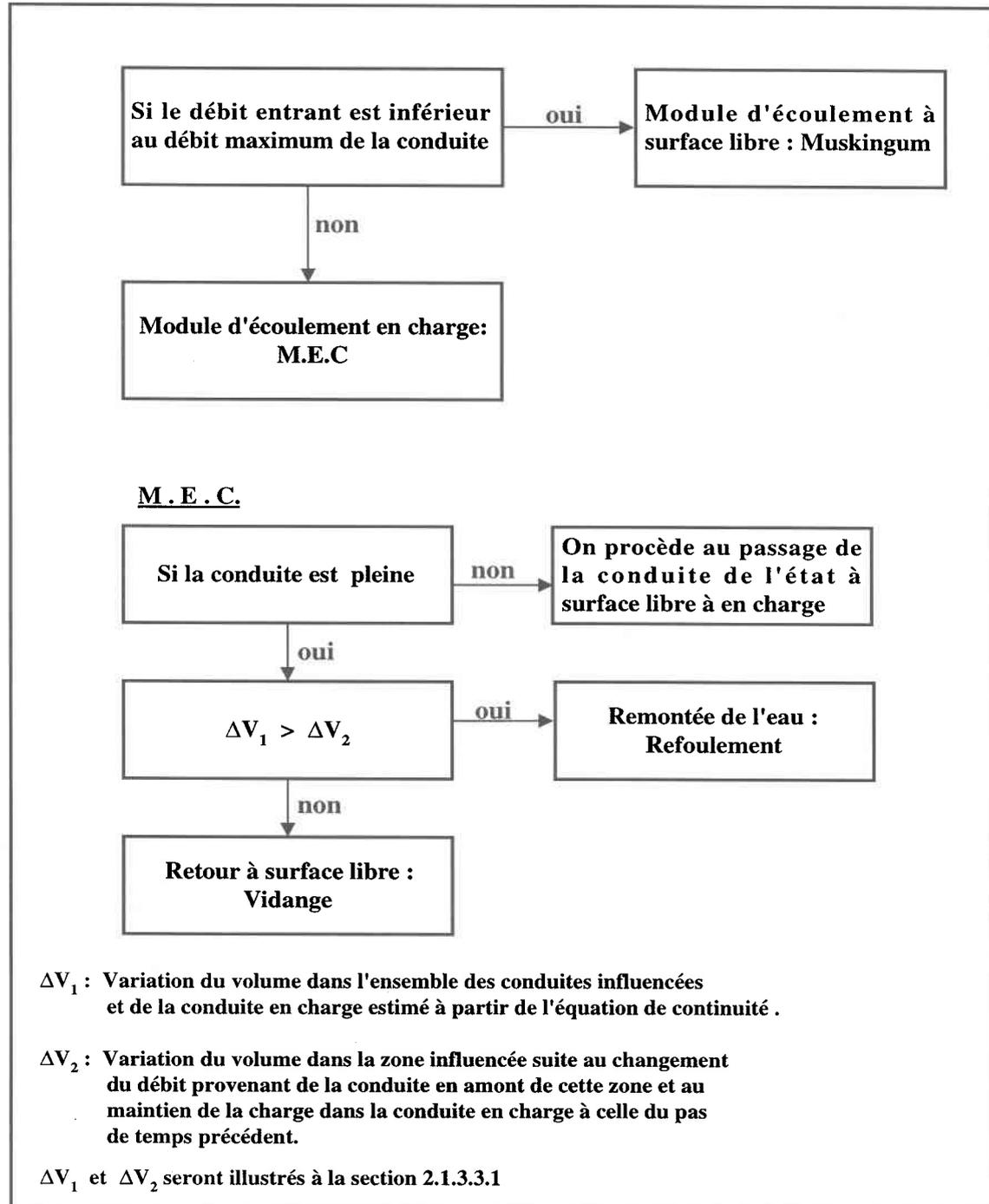


Figure 2.1 : Structure globale du modèle de simulation d'écoulement

### 2.1.2 Écoulement à surface libre : Modèle Muskingum

On parle d'écoulement à surface libre dans une conduite circulaire lorsque la hauteur d'eau dans celle-ci est inférieure à 95% de son diamètre (voir figure 2.2). En effet, le débit est une fonction croissante de la hauteur jusqu'au moment où la hauteur atteint 95% du diamètre de la conduite. Cette hauteur correspond au débit maximum de la conduite lorsque non pleine (voir figure 2.2). Dans la littérature, plusieurs auteurs ont traité ce genre d'écoulement [Villeneuve *et al.* 1996b]. Souvent la modélisation de ce type d'écoulement se fait par des équations qui font abstraction des termes d'énergie cinétique, puisque ces termes ont peu d'importance dans ce cas. Ainsi, l'idée principale de l'étude des écoulements à surface libre dans un réseau d'assainissement se situe au niveau de la simulation de la propagation de l'écoulement conduite par conduite. Dans ce cas, il est possible d'effectuer la simulation en cascade de l'amont vers l'aval du réseau.

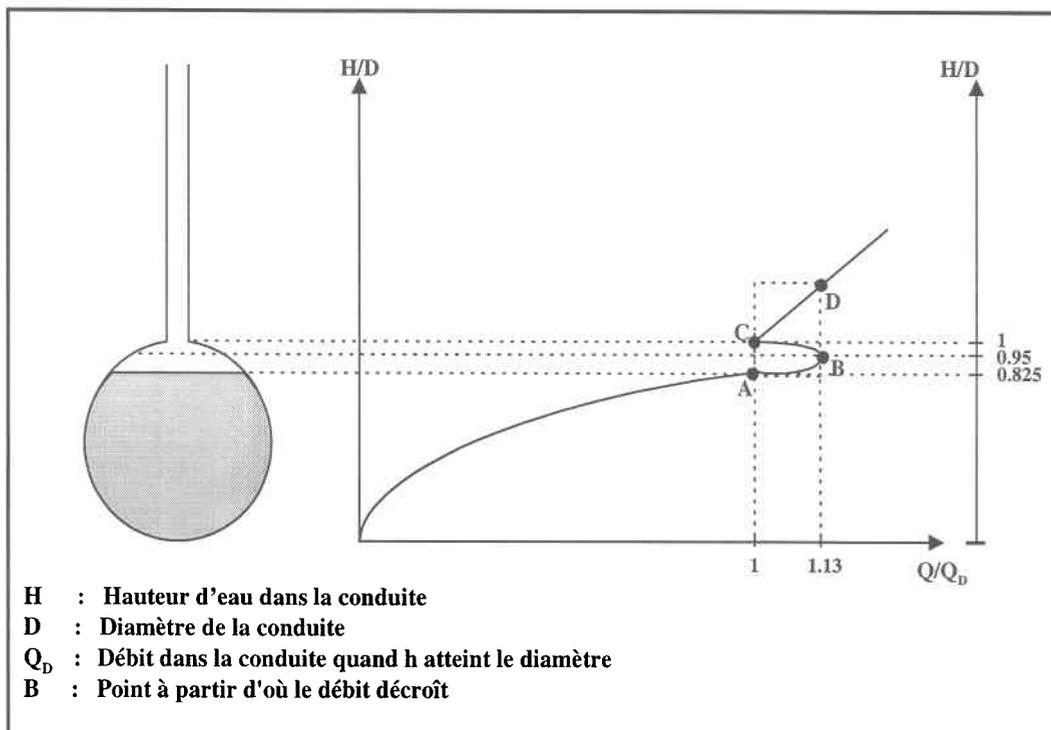


Figure 2.2 : Description de la transition entre l'écoulement à surface libre et en charge dans une conduite circulaire (adapté de Lencastre [1996])

### 2.1.2.1 Équations de base

Le modèle retenu pour simuler les écoulements à surface libre est le modèle Muskingum (cf. 1.5.2.1). La simulation des écoulements à surface libre par ce modèle est basée sur l'équation 1.27. Les paramètres  $K$  et  $\alpha$  sont déterminés comme suit : le paramètre  $\alpha$  est fixé au moment du calage du modèle [Villeneuve *et al.* 1996b], alors que le paramètre  $K$  est calculé par :

$$K = \frac{\Delta x}{C} \quad (2.1)$$

avec :

$C$  : Célérité de l'onde d'écoulement

$\Delta x$  : Pas d'espace, représentant généralement la longueur de la conduite

La célérité de l'onde d'écoulement est déduite de l'équation de Manning. Sa dérivation est décrite en détail dans le manuel de référence du modèle SWIFT [Villeneuve *et al.* 1996b].

Elle s'exprime sous la forme suivante :

$$C = \frac{\sqrt{I}}{3n} \left[ \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\sin 2\omega}{2\omega} \right) \right]^{2/3} \left[ 5 - 2 \frac{2\omega - \sin 2\omega}{4\omega \sin^2 \omega} \right]$$

(2.2)

avec :

$I$  : Pente de la conduite

$D$  : Diamètre de la conduite

$\omega$  : Angle d'écoulement (voir annexe A)

Le modèle SWIFT suppose un niveau d'eau moyen constant et uniforme correspondant à

$\omega = \pi/3$ , soit une hauteur d'eau égale à  $\frac{2-\sqrt{3}}{4} D$  (voir annexe A). On néglige donc l'effet

des variations de hauteur d'eau sur la célérité. En remplaçant cette valeur de  $\omega$  dans l'équation 2.2, on obtient :

$$C = \frac{0.4 \sqrt{I} D^{2/3}}{n} \quad (2.3)$$

On introduit par la suite au dénominateur de l'équation 2.3, le paramètre de calage  $C_{nman}$  afin de tenir compte de possibles corrections à la célérité. D'où :

$$C = \frac{0.4 \sqrt{I} D^{2/3}}{n C_{nman}} \quad (2.4)$$

$C_{nman}$  : Paramètre de calage

L'utilisation de cette formule permet de rendre le calcul plus simple et plus rapide.

### 2.1.2.2 Résolution Algorithmique

L'algorithme est appliqué à chaque pas de temps pour chaque conduite de l'amont vers l'aval du réseau.

- On calcule le débit entrant dans la conduite
- On calcule le débit sortant de la conduite à partir de l'équation 1.27
- On calcule la hauteur d'eau en fonction du débit sortant à l'aide d'une relation de régression entre le débit et la hauteur. Cette relation est basée sur l'équation de Manning. Cette hauteur d'eau sera supposée la même dans toute la conduite
- A partir de la hauteur d'eau, on calcule la section mouillée de la conduite
- On calcule le volume stocké dans la conduite, à partir de la section mouillée multipliée par la longueur de la conduite

Les fonctions qui permettent le calcul des caractéristiques des écoulements, telles que la hauteur d'eau dans une conduite, le volume stocké dans une conduite ou la section mouillée sont décrites en détail à l'annexe A.

### **2.1.3 Écoulement en charge et conduites influencées**

Une conduite en charge ne peut pas être simulée de la même façon qu'en écoulement à surface libre. Lorsqu'il s'agit d'une situation de mise en charge dans une conduite, il y a présence d'une zone influencée située en amont où les eaux seront refoulées. Le comportement de l'écoulement dans la partie influencée est étroitement lié à l'évolution de la hauteur de la ligne d'eau en amont de la conduite en charge. Ceci mène à un calcul itératif dans l'ensemble des conduites influencées et de la conduite en charge, dans le but de chercher le point d'équilibre. Par conséquent, dans un réseau où apparaissent des situations de mise en charge, on ne peut effectuer un simple calcul en cascade de l'amont vers l'aval.

#### **2.1.3.1 Équations de base**

Souvent, les équations utilisées pour la modélisation des écoulements en charge dans un réseau d'égouts sont basées sur le système d'équations de Barré de Saint-Venant. Dans notre cas, le système d'équations utilisé est basé sur une relation de type Manning pour une conduite pleine ainsi que sur une forme implicite de l'équation de continuité (équation de conservation des volumes).

##### **2.1.3.1.1 Relation entre la hauteur d'eau piézométrique et le débit**

Une conduite est considérée en charge lorsque la ligne piézométrique d'eau dans cette conduite atteint ou dépasse 95% de son diamètre (voir figure 2.3). Cette montée de la ligne d'eau est liée à l'augmentation du débit entrant dans la conduite. Ainsi, une conduite entre en charge quand le débit qui y arrive à un pas de temps est supérieur à son débit maximum (pour le débit maximum voir figure 2.2).

Un des problèmes souvent rencontré lors de la simulation des écoulements en charge dans une conduite d'un réseau d'assainissement se situe au niveau du passage de l'état à surface libre à l'état en charge. La figure 2.2 montre qu'il n'existe pas une relation strictement croissante entre le débit et la hauteur lors de la transition entre l'écoulement à surface libre et l'écoulement en charge. Elle montre aussi que le débit décroît entre les deux points BC. Ensuite, le débit devient une fonction croissante de la hauteur piézométrique. Afin de simplifier, on procède souvent à une forme d'interpolation entre les deux points A et D. Dans notre cas, le débit dans une conduite pleine ( $h > D$ ) est calculé à partir de la hauteur d'eau en utilisant une équation de type Manning pour une conduite pleine de la forme :

$$Q_s = \sqrt{\frac{\Delta H}{K^2}} \quad (2.5)$$

où  $K^2$  est donné par l'équation 1.49

Avec :

D : Diamètre de la conduite

L : Longueur de la conduite

n : Coefficient de friction de Manning

$Q_s$  : Débit sortant de la conduite

$\Delta H$  : Différence de charge entre l'amont et l'aval de la conduite en charge

(voir figure 2.3)

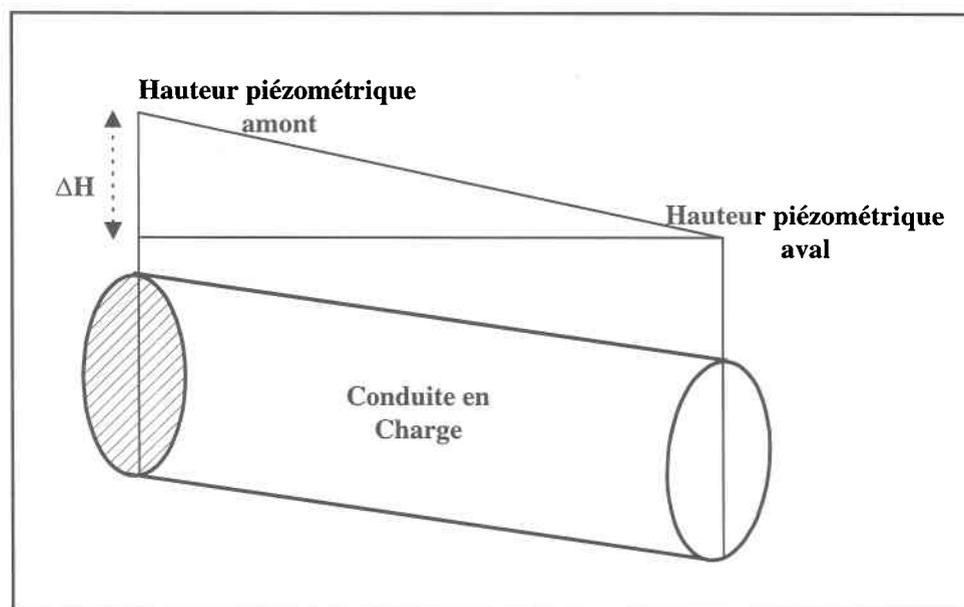


Figure 2.3 : Différence de charge entre l'amont et l'aval d'une conduite en charge

Pour la partie variant entre A et C, c'est-à-dire quand le débit qui arrive en amont d'une conduite étant à surface libre est supérieur à son débit maximum, le modèle remplit cette dernière en gardant la ligne d'eau parallèle au fond de la conduite.

#### **2.1.3.1.2 Conservation des volumes**

Pour vérifier la conservation du volume entre le débit entrant et sortant dans une conduite durant un pas de temps de calcul, on utilise l'équation de continuité sous sa forme implicite (équation 1.26).

### 2.1.3.2 Conduites influencées

On parle de conduites influencées lorsqu'il s'agit d'une remontée de la ligne d'eau de l'aval vers l'amont. Souvent, cette remontée de l'eau provient d'une augmentation du débit entrant dans une ou plusieurs conduites. Lorsque le débit entrant en amont d'une conduite est supérieur à sa capacité à surface libre, on constate un refoulement de l'eau dans les conduites en amont de celle-ci. L'influence que subit une conduite peut être partielle comme elle peut être totale. On parle d'une influence totale d'une conduite lorsque la ligne de remontée d'eau dépasse la ligne d'eau à surface libre en amont (voir figure 2.4). On parle d'une conduite partiellement influencée lorsque la remontée de l'eau n'atteint pas la ligne d'eau à surface libre en amont (voir figure 2.4).

Pour une conduite influencée deux situations sont possibles : le refoulement et la vidange. Le refoulement se produit suite à une augmentation du débit dans la conduite en charge, accompagnée d'une augmentation de la ligne piézométrique en amont de celle-ci. Cette augmentation de la ligne d'eau entraîne une augmentation du volume dans la zone influencée et une diminution du débit circulant dans ces conduites. Ceci survient à cause de la propagation d'une onde de crue de l'aval vers l'amont. En revanche, la vidange est caractérisée par un arrêt de refoulement de l'eau dans les conduites influencées. La ligne piézométrique diminue contrairement au refoulement et entraîne une diminution du volume d'eau emmagasiné dans les conduites influencées. Ce volume d'eau sera éventuellement acheminé vers l'aval.

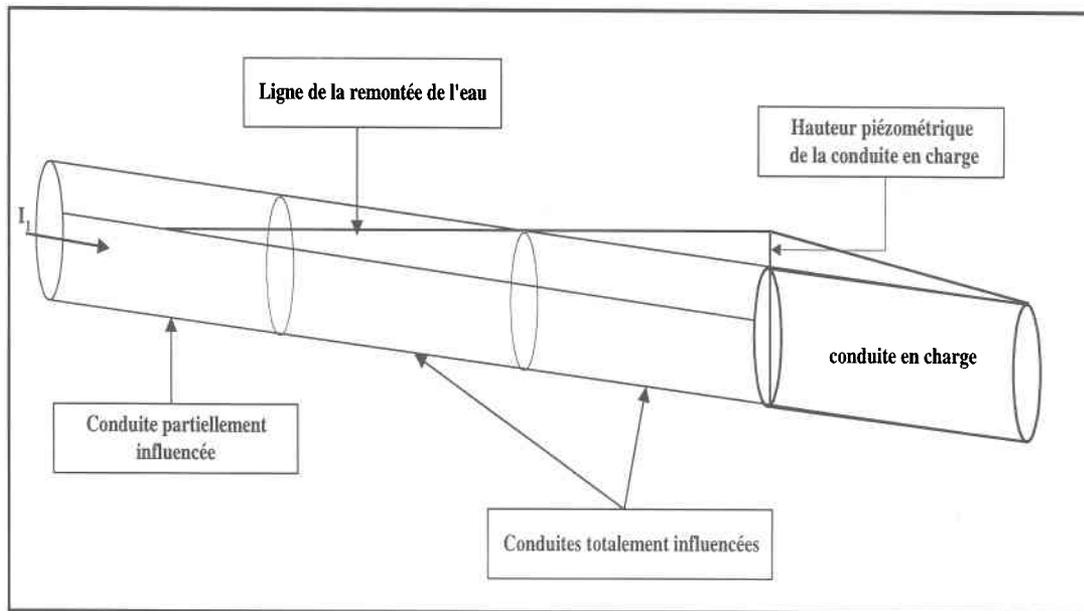


Figure 2.4 : Remontée d'eau et zone influencée suite à une mise en charge

### 2.1.3.3 Cas d'un réseau simple

Dans ce paragraphe, nous allons considérer et étudier le cas d'un réseau linéaire simple, avec une seule conduite en charge et un ensemble de conduites influencées. Pour un tel réseau, nous allons établir le système d'équations permettant de décrire le comportement de l'écoulement en charge. Ensuite, à partir de ce système d'équations nous allons définir la résolution algorithmique.

### 2.1.3.3.1 Système d'équations

Pour une conduite en charge et un ensemble de conduites influencées on a la situation suivante entre deux pas de temps :

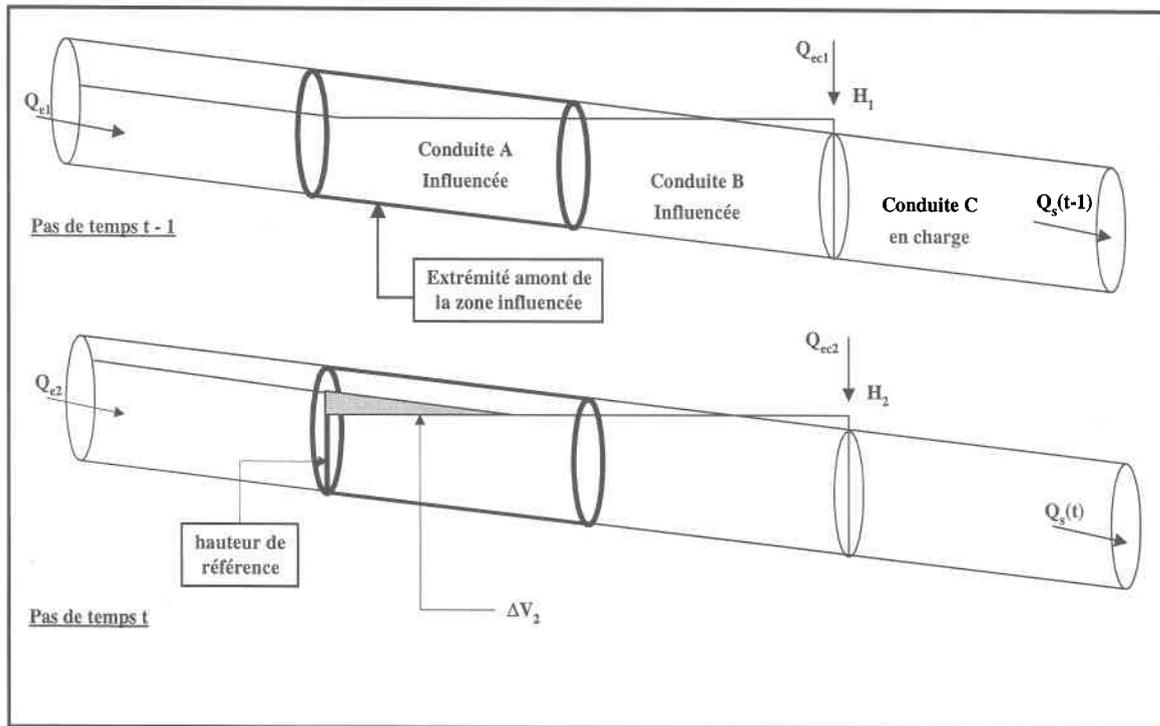


Figure 2.5 : Interprétation de certaines composantes déterminant la situation des conduites influencées et de la conduite en charge

La conduite C est en charge, alors que les conduites A et B sont influencées (voir figure 2.5). Au pas de temps  $t-1$ , on doit satisfaire la relation suivante (équation 2.5):

$$Q_s(t-1) = \frac{\sqrt{\Delta H_1}}{K} \quad (2.6)$$

$K$  : Constante dépendant des caractéristiques de la conduite C (équation 1.49)

$\Delta H_1$  désigne la différence de hauteur piézométrique pour la conduite C en charge au temps t-1. Le volume contenu dans les conduites A, B et C au temps t-1 est  $V_1$ . Par ailleurs, puisque la conduite C est en charge du même coup on considère le cas où elle est pleine. Au temps t, on doit satisfaire l'équation de conservation des volumes (équation 1.26) pour les conduites A, B et C ( $V_2$  est le volume dans les conduites A, B et C au temps t) :

$$Q_{e2} + Q_{ec2} - Q_s(t) = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} \quad (2.7)$$

$I_2$  : Débit amont de la zone influencée au pas de temps t

$I_{c2}$  : Débit amont de la conduite en charge au pas de temps t

De plus, on doit satisfaire l'équation liant la différence de hauteur d'eau amont-aval  $\Delta H_2$  et le débit sortant pour la conduite C au pas de temps t, soit :

$$Q_s(t) = \frac{\sqrt{\Delta H_2}}{K} \quad (2.8)$$

On substitue l'équation 2.8 dans l'équation 2.7 et on a :

$$Q_{e2} + Q_{ec2} - \frac{\sqrt{\Delta H_2}}{K} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} \quad (2.9)$$

Afin de déterminer si nous sommes en situation de refoulement ou de vidange on suppose d'abord qu'au temps t seul  $Q_{e2}$  est modifié et que  $\Delta H_2 = \Delta H_1$ . Le volume d'eau dans les conduites A et B sera modifié suite au changement de la hauteur à surface libre en amont de celle-ci. On calcule cette variation d'eau effective de la façon suivante :

$$\Delta V_2 = V_2' - V_1 \quad (2.10)$$

$\Delta V_2$  : Voir figure 2.5

$V_2'$  : Volume dans les conduites A et C au temps t suite à la modification du débit  $Q_{e2}$  et au maintien de la hauteur d'eau à  $\Delta H_1$

Ensuite, en considérant le membre gauche de l'équation 2.9 et en remplaçant la variation du volume  $V_2 - V_1$  par  $\Delta V_1$ , on peut également calculer :

$$\Delta V_1 = \Delta t \left( Q_{e2} + Q_{ec2} - \frac{\sqrt{\Delta H_1}}{K} \right) \quad (2.11)$$

d'après l'équation 2.6 on a :

$$\Delta V_1 = \Delta t \left( Q_{e2} + Q_{ec2} - Q_s(t-1) \right) \quad (2.12)$$

Les variables  $Q_{e2}$ ,  $Q_{ec2}$ ,  $Q_s(t-1)$  sont indiquées sur la figure 2.5.

La comparaison des deux valeurs  $\Delta V_1$  et  $\Delta V_2$  permet de déterminer si on est en situation de refoulement ou de vidange.

### **2.1.3.3.2 Résolution algorithmique**

L'algorithme est composé de deux fonctions (voir figure 2.1). La première s'appelle fonction refoulement. Elle permet de décrire la remontée de l'eau à partir de la conduite en charge vers les conduites en amont. La deuxième s'appelle fonction vidange. Cette fonction traite le retour à surface libre de la conduite en charge, ainsi que le retour à surface libre de l'ensemble des conduites influencées.

L'algorithme n'est appliqué que dans le cas où il y a mise en charge ou au cas où le débit entrant dans une conduite à surface libre est supérieur à son débit maximum.

L'algorithme vérifie s'il y a une zone influencée en amont de la conduite en charge. S'il n'y en a pas, l'algorithme procède au passage de la conduite de l'état à surface libre à l'état en charge. Dans le cas contraire, l'algorithme évalue si on est en situation de refoulement ou de vidange. L'évaluation s'effectue en calculant la variation du volume d'eau effective  $\Delta V_2$  par l'équation 2.10, suite à la modification du débit amont  $Q_{e2}$  de la zone influencée et au maintien de la hauteur d'eau dans la conduite en charge à celle du pas de temps précédent (voir figure 2.5). Le volume  $\Delta V_2$  correspond à la zone noircie à la figure 2.5. Ensuite, l'algorithme calcule la variation du volume  $\Delta V_1$  à partir de l'équation 2.12 en supposant que la hauteur amont dans la conduite en charge est inchangée et en tenant compte du débit  $Q_{ec2}$  entrant en amont de la conduite en charge.

Deux situations se présentent lorsque les deux valeurs  $\Delta V_1$  et  $\Delta V_2$  sont comparées (voir figure 2.1):

- 1)  $\Delta V_1 > \Delta V_2$
- 2)  $\Delta V_1 < \Delta V_2$

Dans le premier cas, il s'agit d'un refoulement. Le module appelle la fonction refoulement. Alors que dans le deuxième cas, il s'agit de la vidange. Le module appelle la fonction vidange.

### a) Passage d'une conduite de l'état à surface libre à en charge

Pour évaluer si le débit entrant est en mesure de remplir ou non une conduite, on suppose premièrement que le débit dans cette conduite est égal au débit maximum. Ensuite, on calcule la variation du volume  $\Delta V_3$  à l'aide de l'équation de conservation des volumes (équation 1.26). Pendant un pas de temps ce volume correspond à la variation de volume qu'on obtiendrait dans la conduite en charge et sa partie influencée si le débit sortant de la conduite en charge est  $Q_{\max}$ :

$$\Delta V_3 = \Delta t \left( Q_{e2} + Q_{ec2} - Q_{\max} \right) \quad (2.13)$$

$Q_{\max}$  : Débit maximum dans la conduite en charge.

On calcule ensuite le volume  $\Delta V_4$  qui serait nécessaire pour remplir la conduite selon l'état actuel. Deux cas se présentent. Si  $\Delta V_3$  est supérieur à  $\Delta V_4$ , cela signifie que le débit entrant est en mesure de remplir la conduite et d'entraîner une remontée de l'eau à son amont. Alors que si  $\Delta V_3$  est inférieur à  $\Delta V_4$ , cela veut dire que le débit entrant n'est pas suffisant pour la remplir et générer un refoulement. Ainsi, l'algorithme du passage de la conduite de l'état à surface libre à en charge se déroule comme suit :

Si  $\Delta V_3 > \Delta V_4$  :

1. On remplit la conduite
2. On amène les hauteurs amont et aval au diamètre
3. Volume de la conduite = volume de la conduite pleine
4. On passe à la partie de l'algorithme qui traite la remontée de l'eau vers les conduites en amont pour calculer le volume qui nous reste à refouler

Si  $\Delta V_3 < \Delta V_4$  :

1. On augmente la hauteur amont de la conduite d'une valeur  $\Delta h$
2. On calcule le débit à partir de cette nouvelle hauteur amont de la conduite, en utilisant la relation entre la hauteur et le débit (voir annexe A)
3. On calcule la variation du volume  $\Delta V_5$  ajouté dans la conduite suite à l'augmentation de la hauteur amont
4. On calcule  $\Delta V_3$  à l'aide de l'équation 2.13 en remplaçant la valeur du débit maximum par celle du débit calculé à l'étape 2

On répète les étapes **1-2-3-4** tant et aussi longtemps que  $\Delta V_3 > \Delta V_5$ . En effet, lorsque  $\Delta V_3$  diminue  $\Delta V_5$  augmente, ce qui entraîne l'existence et l'unicité d'une solution d'équilibre.

#### **b) Remontée de la ligne d'eau : Fonction-Refoulement**

Cette partie de l'algorithme traite le refoulement. Celle-ci consiste à :

1. Augmenter la hauteur amont de la conduite en charge d'une valeur  $\Delta h$
2. Déterminer la zone influencée, puis calculer les hauteurs amont et aval de chacune des conduites influencées
3. Calculer le volume emmagasiné dans chaque conduite de cette zone, à partir des nouvelles hauteurs amont et aval
4. Calculer le volume  $\Delta V_1$  à partir de la hauteur d'eau dans la conduite en charge, à l'aide de l'équation 2.12
5. Calculer le volume  $\Delta V_2$ , c'est-à-dire la variation de volume entre (t-1) et t dans la zone influencée suite à l'augmentation de la hauteur amont à l'étape 1

On répète les étapes **1-2-3-4-5**, tant et aussi longtemps que  $\Delta V_1 > \Delta V_2$ . En effet, lorsque  $\Delta V_1$  diminue  $\Delta V_2$  augmente, ce qui entraîne l'existence et l'unicité d'une solution d'équilibre.

Ensuite, on calcule le débit dans la conduite en charge (équation 2.5). Enfin, on calcule le débit dans les conduites de la zone influencée en utilisant l'équation de conservation des volumes (équation 1.26).

### c) Retour à surface libre : Fonction-Vidange

Cette partie de l'algorithme traite la vidange. Celle-ci consiste à :

1. Diminuer la hauteur amont de la conduite en charge d'une valeur  $\Delta h$
2. Déterminer la zone influencée, puis calculer les hauteurs amont aval de chacune des conduites influencées
3. Calculer le volume soustrait pour chaque conduite de la zone influencée, suite à la baisse de la ligne d'eau
4. Calculer le volume  $\Delta V_1$  à partir de la hauteur d'eau dans la conduite en charge, à l'aide de l'équation 2.12
5. Calculer le volume  $\Delta V_2$ , c'est-à-dire la variation de volume entre (t-1) et t dans la zone influencée suite à la diminution de la hauteur amont à l'étape 1

On répète les étapes **1-2-3-4-5**, tant et aussi longtemps que  $\Delta V_2 > \Delta V_1$ . En effet, lorsque  $\Delta V_2$  diminue,  $\Delta V_1$  augmente, ce qui entraîne l'existence et l'unicité d'une solution d'équilibre.

Ensuite, on calcule le débit dans la conduite en charge (équation 2.5), puis on calcule le débit dans les conduites de la zone influencée en utilisant l'équation de conservation des volumes (équation 1.26).

### 2.1.3.4 Situations de plusieurs mise en charge

Dans un réseau d'assainissement réel, toutes sortes de situations d'écoulement sont susceptibles d'être rencontrées. Par conséquent, on peut avoir plusieurs points de mise en charge dans le même réseau. Ces points de mise en charge peuvent être en série, comme ils peuvent être séparés par des conduites influencées ou non. Il est donc nécessaire d'établir une stratégie générale pour tenir compte de ces situations. Dans cette section, nous allons établir les équations permettant de prendre en considération les situations plus générales.

#### 2.1.3.4.1 Cas de deux conduites en charge en série

Comme le montre la figure 2.6, ce cas permet de traiter la situation de deux conduites en charge consécutives. Le système d'équations développé dans ce cas peut être généralisé au cas de plusieurs conduites en charges consécutives. Cette situation est possible, par exemple, dans le cas d'un intercepteur où viennent se déverser les eaux de deux collecteurs.

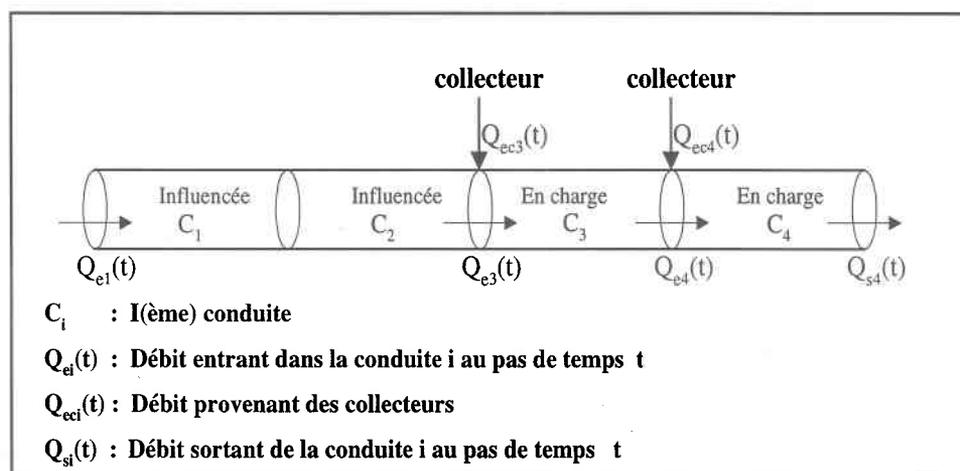


Figure 2.6 : Cas de deux conduites en charge en série avec une zone influencée

**a) Passage d'une conduite de l'a)Système d'équations**

Entre les deux pas de temps de calcul (t-1) et t, la conservation de volume dans les deux conduites C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub> se traduit de la façon suivante en utilisant l'équation de continuité (équation 1.26):

$$Q_{e1}(t) - Q_{e3}(t) = \frac{V_{12}(t) - V_{12}(t-1)}{\Delta t} \quad (2.14)$$

où, V<sub>12</sub>(t) : Volume total dans les conduites C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub> au pas de temps t, V<sub>12</sub>(t-1) : Volume total dans les conduites C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub> au pas de temps (t-1)

Le débit entrant dans la conduite C<sub>4</sub>, d'après l'équation 2.5, s'écrit comme suit :

$$Q_{e4}(t) = \frac{\sqrt{\Delta H_3(t)}}{K_3} \quad (2.15)$$

où, ΔH<sub>3</sub>(t) : Différence de hauteur piézométrique entre l'amont et l'aval de la conduite C<sub>3</sub> au temps t

On suppose que les conduites C<sub>3</sub> et C<sub>4</sub> sont pleines. La conservation du volume pour les conduites C<sub>3</sub> et C<sub>4</sub> s'écrit comme suit :

$$Q_{e3}(t) + Q_{ec3}(t) - Q_{e4}(t) = 0 \quad (2.16)$$

$$Q_{e4}(t) + Q_{ec4}(t) - Q_{s4}(t) = 0 \quad (2.17)$$

L'équation 2.5 appliquée pour la conduite C<sub>4</sub> s'écrit :

$$Q_{s4}(t) = \frac{\sqrt{\Delta H_4(t)}}{K_4} \quad (2.18)$$

En associant les deux équations (2.17) et (2.18) on obtient :

$$Q_{e4}(t) = \frac{\sqrt{\Delta H_4(t)}}{K_4} - Q_{ec4}(t) \quad (2.19)$$

Enfin en combinant (2.16) et (2.19), on obtient :

$$Q_{e3}(t) = \frac{\sqrt{\Delta H_4(t)}}{K_4} - Q_{ec3}(t) - Q_{ec4}(t) \quad (2.20)$$

De plus en combinant (2.15) et (2.19), on obtient :

$$\frac{\sqrt{\Delta H_3(t)}}{K_3} = \frac{\sqrt{\Delta H_4(t)}}{K_4} - Q_{ec4}(t) \quad (2.21)$$

En fixant  $\Delta H_4(t)$ , on détermine  $\Delta H_3(t)$  à partir de l'équation 2.21 et  $Q_{e3}(t)$  à partir de l'équation 2.20. Il nous reste à satisfaire l'équation 2.14, puisque le volume  $V_{12}(t)$  dans l'ensemble des conduites influencées de la figure 2.6 dépend de la différence de hauteur piézométrique des conduites  $C_3$  et  $C_4$ . Pour cela, on maintient la hauteur  $\Delta H_4(t) = \Delta H_4(t-1)$ , puis on calcule  $\Delta H_3(t)$  et  $Q_{e3}(t)$  à l'aide des équations 2.17 et 2.20. Par la suite, on estime le membre gauche de l'équation 2.14.

Le volume  $V_{12}(t)$  sera différent de  $V_{12}(t-1)$  puisque  $Q_{e1}(t)$  sera différent de  $Q_{e1}(t-1)$ , de ce fait il y aura variation de la hauteur à surface libre pour la conduite  $C_1$ . À l'aide de ce volume  $V_{12}(t)$  on calcule le membre gauche de l'équation 2.14. Deux situations se présentent :

- 1) Le membre de droite est supérieur au membre de gauche
- 2) Le membre de droite est inférieur au membre de gauche

Dans le premier cas, il y aura refoulement, on est amené à augmenter la charge de la conduite  $C_4$ , afin d'augmenter le terme  $\Delta H_4(t+1)$ . Dans le second cas, il y aura vidange et on est amené à baisser la charge de la conduite  $C_4$ , afin de baisser le terme  $\Delta H_4(t+1)$ . Donc dans les deux cas, on est amené à baisser ou à augmenter la charge de la conduite  $C_4$  dans le but de chercher le point d'équilibre à chaque pas de temps.

#### 2.1.3.4.2 Cas de deux conduites en charge séparées par des conduites influencées non pleines

Ce cas est présenté à la figure 2.7.

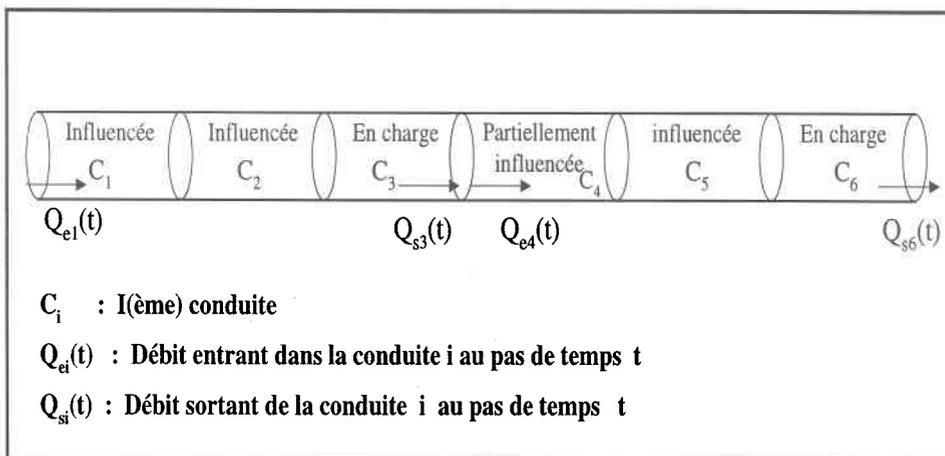


Figure 2.7 : Cas de deux conduites en charge séparées par des conduites non pleines

#### a) Système d'équations

La situation de deux conduites en charge séparées par un ensemble de conduites partiellement influencées est semblable au cas d'une seule conduite en charge avec une zone de conduites influencées. De ce fait, le traitement de cette situation peut se faire de manière séparée pour l'ensemble des conduites  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ , ainsi que pour l'ensemble des

conduites  $C_4$ ,  $C_5$  et  $C_6$ . Par ailleurs, on considère l'ensemble des conduites  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ , comme étant le cas d'une conduite en charge avec refoulement ou retour à surface libre. L'équation utilisée s'écrit :

$$Q_{e1}(t) - \frac{\sqrt{\Delta H_3(t)}}{K_3} = \frac{V_{12}(t) - V_{12}(t-1)}{\Delta t} \quad (2.22)$$

De la même façon que pour le cas d'un réseau simple (paragraphe 2.1.3.3.1), la stratégie consiste à calculer la variation du volume d'eau dans les conduites  $C_1$  et  $C_2$ , suite à la variation du débit  $Q_{e1}(t)$  et au maintien de la hauteur d'eau de la conduite en charge  $C_3$  au pas de temps précédent. Ensuite, on calcule la variation du volume à partir de l'équation de continuité, en supposant que la hauteur amont dans la conduite en charge est inchangée par rapport à celle du pas de temps précédent. Deux situations se présentent, le refoulement ou le retour à surface libre. Dans les deux cas, on augmente ou on baisse la hauteur amont de la conduite en charge tant et aussi longtemps qu'on n'a pas obtenu la solution d'équilibre.

Pour l'ensemble des conduites  $C_4$ ,  $C_5$  et  $C_6$ , le même processus sera appliqué que pour les conduites  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ . Ainsi on a l'équation :

$$Q_{e4}(t) - \frac{\sqrt{\Delta H_6(t)}}{K_6} = \frac{V_{45}(t) - V_{45}(t-1)}{\Delta t} \quad (2.23)$$

Le débit  $Q_{e4}(t)$  est calculé à partir de  $Q_{s3}(t)$ . Celui-là est fixé par la solution obtenue après l'application du processus sur l'ensemble des conduites  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ .

L'algorithme appliqué pour l'ensemble des conduites (de même caractéristiques)  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $C_4$ ,  $C_5$  et  $C_6$  demeure valide tant que les conduites  $C_4$  et  $C_5$  restent non pleines.

### 2.1.3.4.3 Cas de deux conduites en charge séparées par des conduites influencées pleines

Comme le montre le schéma ci-dessous, ce cas permet de traiter la situation de deux conduites en charge séparées par des conduites influencées pleines.

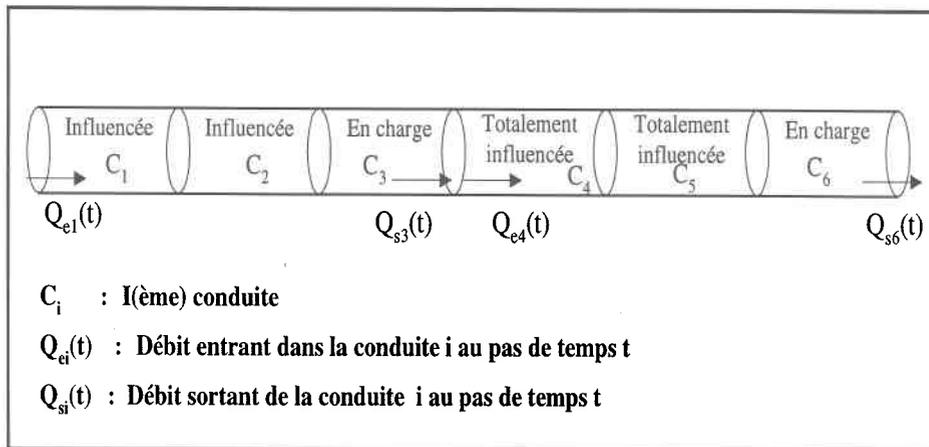
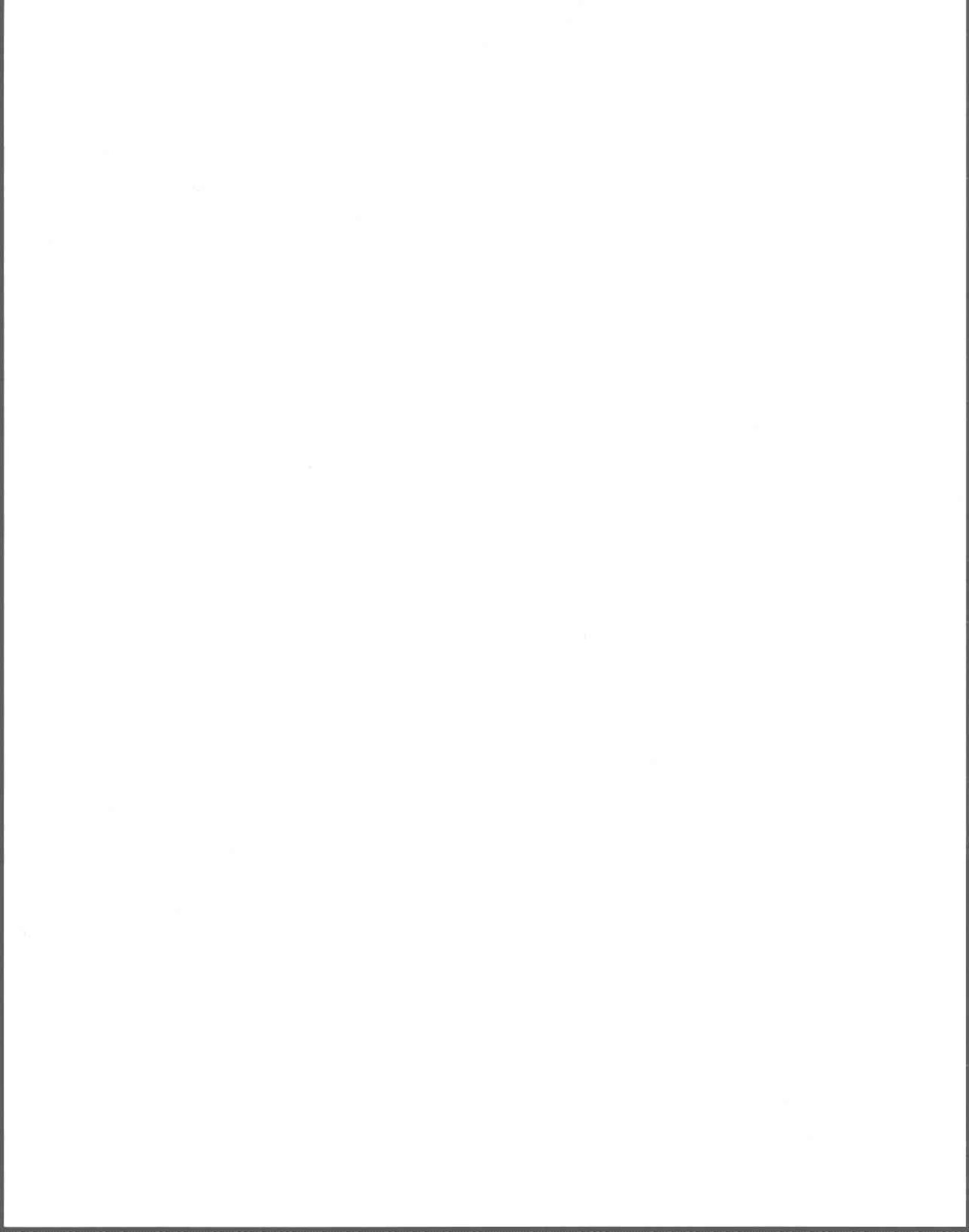
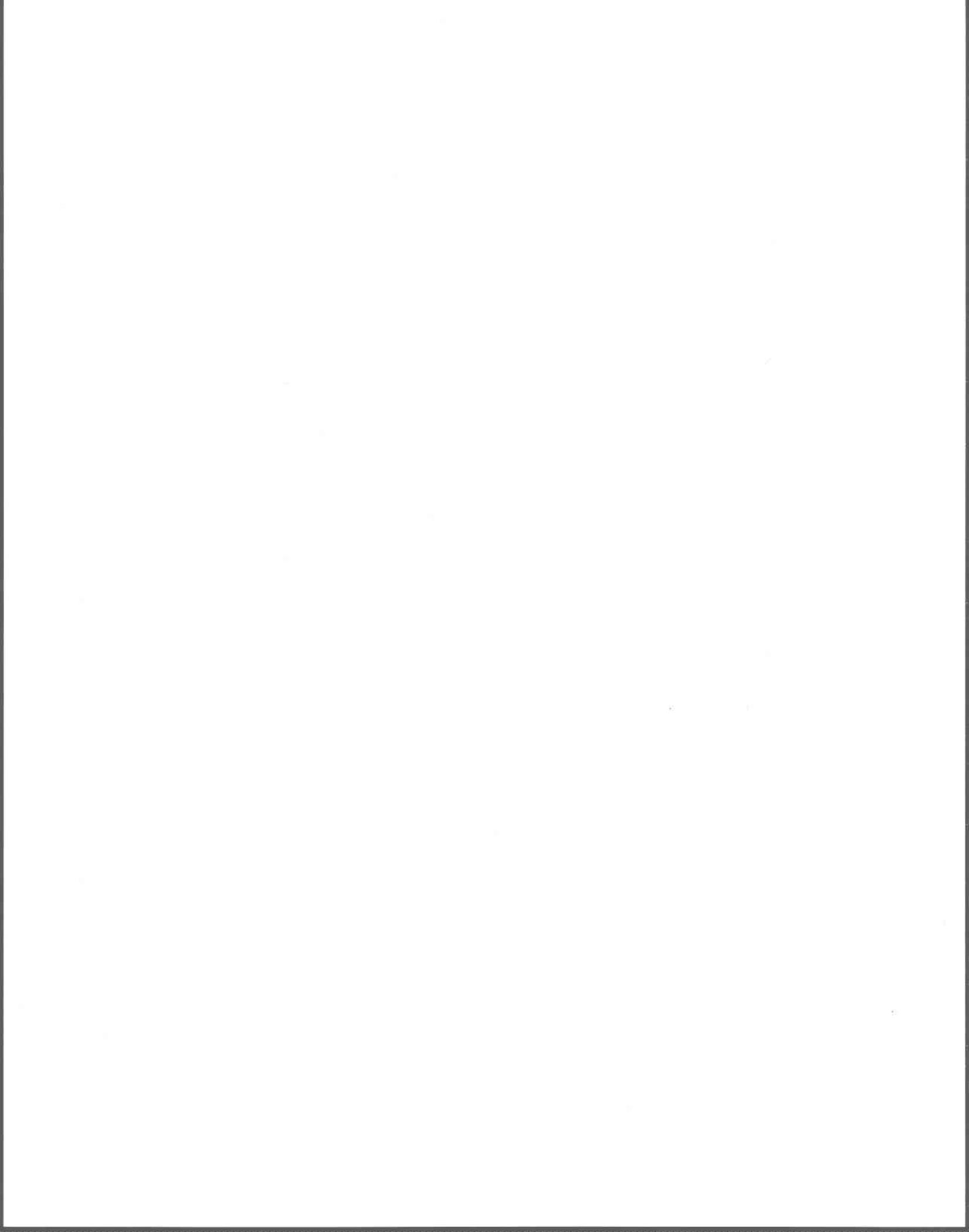


Figure 2.8 : Cas de deux conduites en charge séparées par des conduites pleines

Dans ce cas, on considère l'ensemble des conduites  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  et  $C_6$ . On applique le traitement pour une conduite en charge avec un ensemble de conduites influencées comme auparavant. Les conduites  $C_6$  et  $C_3$  seront considérées en charge, le reste des conduites seront considérées influencées. Pour ces conduites influencées, on applique l'équation de continuité pour calculer le débit.





### **3. APPLICATION ET RÉSULTATS**

---

Dans ce chapitre nous décrivons le réseau hypothétique, ces caractéristiques et les hydrogrammes utilisés pour la validation du modèle développé. Le réseau a été établi sur la base de caractéristiques de réseaux réels (réseau Marigot : ville de Laval, réseau de la CUQ). Dans un premier temps, nous discutons du choix du paramètre de discrétisation de l'équation de continuité utilisée dans le système d'équations du modèle développé. Ensuite, nous présentons l'ensemble des résultats des débits et des hauteurs d'eau de l'application du modèle développé sur le réseau hypothétique. Ces résultats nommés PROGRAM sur tous les graphiques seront comparés à ceux du modèle SWMM. Finalement et sur la base de l'ensemble des résultats obtenus nous discutons des performances du modèle développé et de sa limite d'applicabilité.

#### **3.1 Réseau hypothétique**

Le réseau utilisé pour vérifier la validité du modèle d'écoulement en charge se compose de neuf conduites et de deux points d'entrée. Ce réseau est illustré de façon schématique à la figure 3.1. Toutes les conduites possèdent les mêmes caractéristiques, pente, longueur et diamètre. Le coefficient de friction de Manning pour toutes les conduites est fixé à 0.013. Cinq cas qui correspondent à différentes caractéristiques du réseau ont été considérés (voir tableau 3.1).

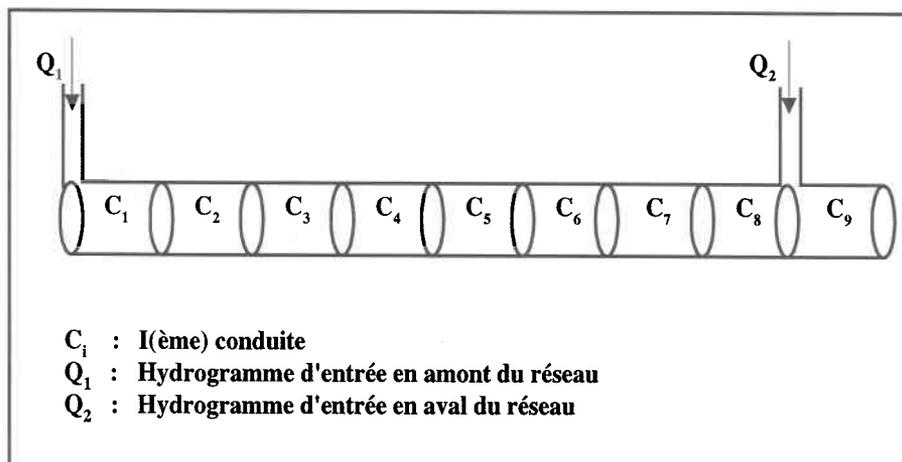


Figure 3.1 : Réseau hypothétique utilisé pour valider le modèle

	Diamètre (m)	Longueur(m)	Pente	Débit Max.(m <sup>3</sup> /s)	$\Delta E$ (m)
<b>1<sup>(er)</sup> cas</b>	1	250	0,04	5,16	10
<b>2<sup>(ème)</sup> cas</b>	1	100	0,005	1,82	0,5
<b>3<sup>(ème)</sup> cas</b>	1	200	0,005	1,82	1
<b>4<sup>(ème)</sup> cas</b>	0,61	100	0,09	2,07	9
<b>5<sup>(ème)</sup> cas</b>	0,61	200	0,09	2,07	18
<b>6<sup>(ème)</sup> cas</b>	2,286	100	0,0006	5,73	0.006

Tableau 3.1 : Caractéristiques des conduites pour les cinq cas de validation

$\Delta E$  : Différence entre l'élévation amont et aval d'une conduite, Elévation amont : Elévation amont de la conduite amont du réseau

Les caractéristiques des six cas de validation (tableau 3.1) ont été choisies afin de tenir compte de la majorité des situations réelles et pour pouvoir déterminer les limites du modèle. Souvent, le facteur  $\Delta E$  est le plus déterminant dans l'étude des écoulements [Chiang et Bedient, 1986]. Ce facteur dépend de la pente et de la longueur de la conduite. Pour le sixième cas, ce facteur est assez petit pour être considéré comme un cas de faible pente et par ailleurs un cas limite pour le modèle proposé (voir paragraphe 3.4).

Dans notre cas, les caractéristiques de chaque cas d'étude sont choisies de façon à avoir des valeurs fortes, moyennes et faibles de la valeur  $\Delta E$ . ces valeurs ont été en se basant sur l'exemple du réseau de Marigot de la ville de Laval, où les valeurs varient entre 0,001 et 0,0008 pour la pente, 200m et 600m pour la longueur.

### 3.2 Forme des hydrogrammes utilisés pour valider le modèle (PROGRAM)

Pour valider le modèle d'écoulement en charge, deux hydrogrammes fictifs ont été utilisés respectivement en amont et en aval du réseau. Ceci a été effectué pour chacun des cinq cas considérés. Le premier hydrogramme  $Q_1$  est constant durant toute la durée de simulation comme illustré à la figure 3.2. Ce débit ne conduit pas à une mise en charge des conduites. Ce débit représente selon le cas entre 16% et 19% du débit maximum des conduites. Quant au deuxième hydrogramme  $Q_2$ , il est de forme triangulaire tel que montré à la figure 3.2. Celui-ci conduit à une mise en charge de la conduite la plus en aval et par la suite conduit à une remontée de l'eau vers l'amont.

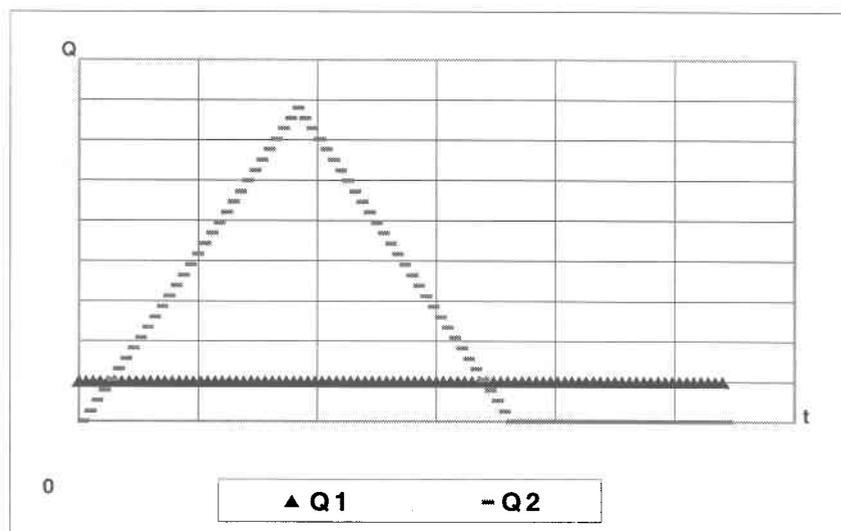


Figure 3.2 : Hydrogrammes d'entrées aux points d'entrée du réseau hypothétique

### 3.3 Écoulement en charge

Dans la section qui suit, nous présentons les résultats d'une série de tests effectués sur le modèle d'écoulement en charge appliqué à un réseau hypothétique. Dans un premier temps, nous allons discuter du choix du paramètre de discrétisation de l'équation de continuité. Dans un second temps, nous présentons les résultats de l'application du modèle de mise en charge (PROGRAM) sur cinq cas différents du réseau hypothétique. Les caractéristiques du réseau pour ces cinq cas sont présentées au tableau 3.1. Par la suite, nous présentons les résultats des débits et des hauteurs dans les différentes conduites du réseau. Pour les conduites non influencées où l'écoulement demeure à surface libre, on suppose que les débits ainsi que les hauteurs dans les conduites sont similaires aux résultats donnés par le modèle SWMM, compte tenu des résultats obtenus au paragraphe précédent.

#### 3.3.1 Confirmation du choix du paramètre de discrétisation de l'équation de continuité

L'utilisation de l'équation de continuité nécessite le choix du paramètre  $\alpha$  (équation 1.24) définissant le schéma de discrétisation [Blanpain 1988]. Le schéma  $\alpha = 1/2$  semble intuitivement le meilleur. Or, des tests effectués sur le réseau hypothétique ont montré que ce schéma n'est pas stable. Cependant, les résultats obtenus sont peu sensibles à la valeur de  $\alpha$  et ne manifestent pas d'instabilité numérique si celle-ci respecte l'inégalité  $0.5 < \alpha \leq 1$ .

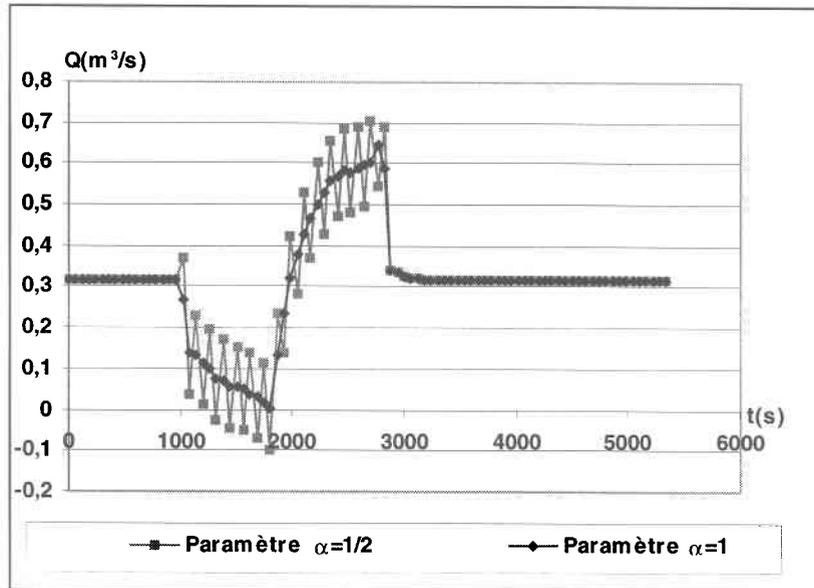


Figure 3.3 : Confirmation du choix du paramètre de discrétisation de l'équation de continuité

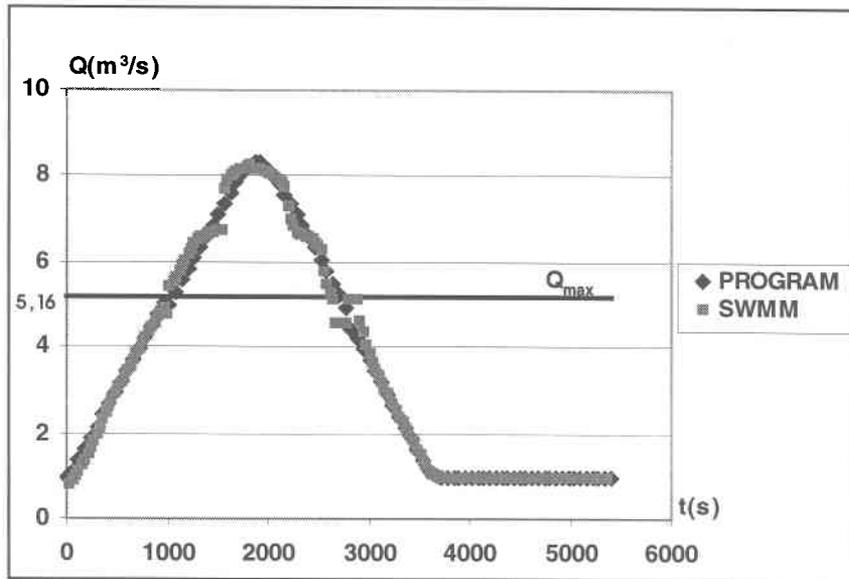
À la figure 3.3, on peut voir clairement que le résultats obtenu en appliquant le schéma  $\alpha = 1/2$  est instable par rapport à celui obtenu après avoir appliqué le schéma  $\alpha = 1$ . Par conséquent, la valeur retenue est  $\alpha = 1$  et l'équation de continuité utilisée est l'équation 1.26.

### **3.3.2 Application du modèle de mise en charge sur le réseau hypothétique**

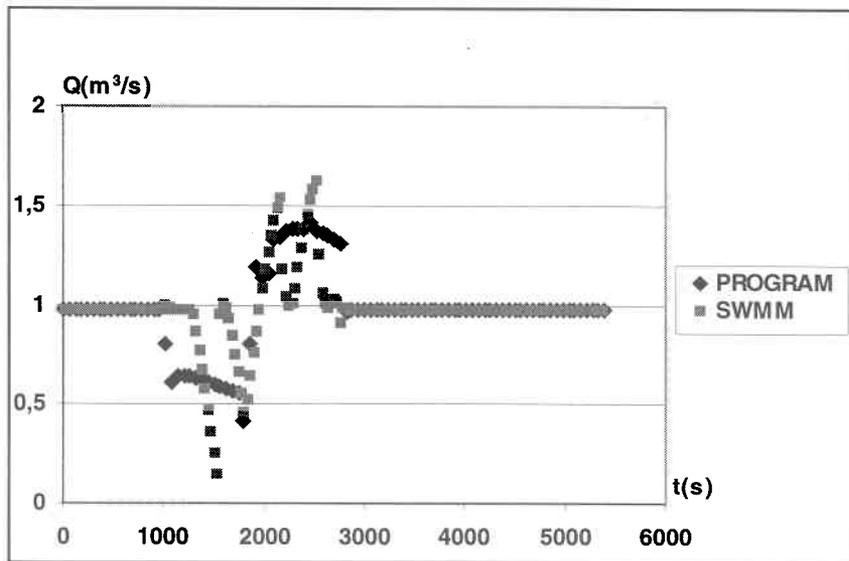
Dans cette section, nous présentons les résultats des deux cas 1 et 3 des simulations effectuées sur le réseau hypothétique. Sur toutes les figures, le titre des hydrogrammes des débits et des hauteurs obtenus par le modèle proposé sont nommés PROGRAM, ceux obtenus par le modèle SWMM sont nommé SWMM. Les résultats des autres cas sont présentés en annexe C. Ces résultats vont porter seulement sur la conduite en charge ainsi que sur les conduites influencées. Les résultats de SWMM sont obtenus en utilisant un pas de temps de calcul de 1 seconde pour tous les cas. Quant au pas de temps de calcul utilisé par le modèle, il est de 60 secondes.

#### **3.3.2.1 Premier cas : Débits**

Les graphiques des figures 3.4 et 3.5 présentent les résultats des débits pour le premier cas considéré. Ces débits correspondent aux débits à la sortie, respectivement des conduites 9, 8, 7 et 6 (voir figure 3.1) pour les résultats donnés par le modèle. Contrairement aux résultats de SWMM, les débits correspondent aux débits au milieu de ces conduites. Pour les conduites 1 à 5, l'écoulement reste à surface libre et les résultats sont similaires à ceux de SWMM.

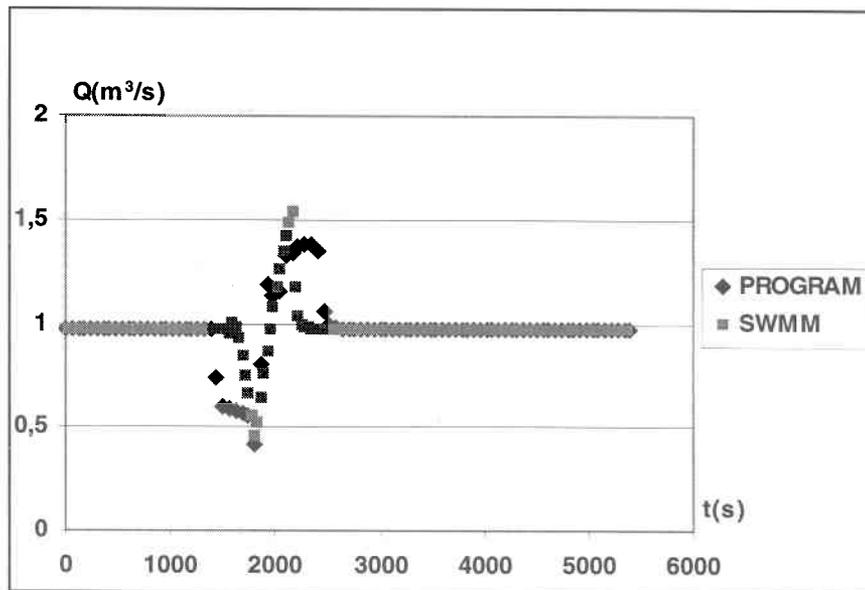


(a)

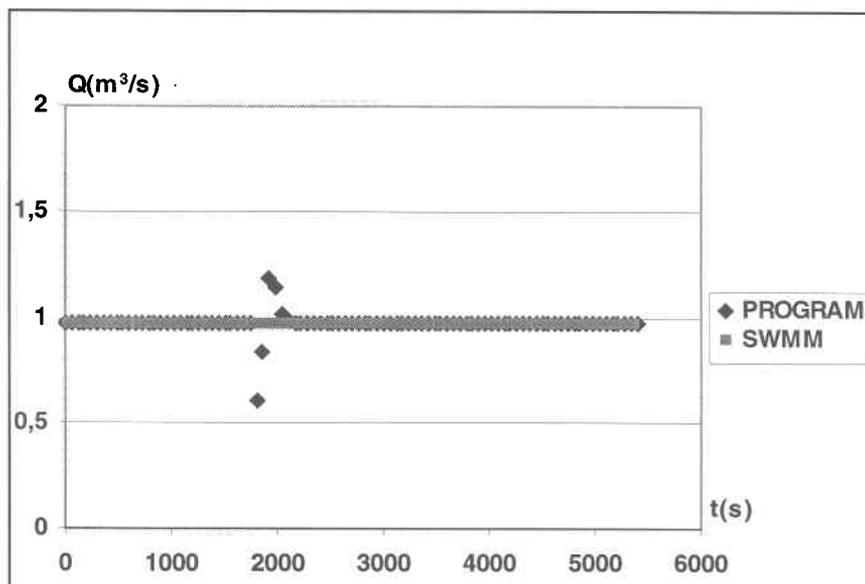


(b)

Figure 3.4 : Hydrographes des conduites. (a) conduite 9 (b) conduite 8



(a)



(b)

Figure 3.5 : Hydrogrammes des conduites. (a) conduite 7 (b) conduite 6

Tout d'abord on constate que le modèle reproduit de façon satisfaisante le débit à l'exutoire du réseau. Le graphique 3.4 (a) nous montre par ailleurs que cette conduite (9) subit une mise en charge et un retour à surface libre. Sur ce graphique on voit que le débit simulé par SWMM décroît ensuite s'accroît au niveau du passage de l'état à surface libre à l'état en charge et vice versa. En effet, d'après la figure 2.2 on constate que lors de la transition entre les deux régimes d'écoulement le débit reproduit le même phénomène, lorsque la hauteur continue à augmenter d'un pas de temps à autre. Or, avec le modèle développé le débit simulé continue à croître ou à décroître selon la transition. Ceci est dû au fait que le modèle développé considère une interpolation linéaire de la relation hauteur-débit lors du passage d'un écoulement à surface libre à un écoulement en charge.

Les résultats des débits du graphique 3.4 (b) montrent dans un premier temps, que le débit simulé par SWMM pour la conduite 8 fluctue. Ces fluctuations surgissent tant et aussi longtemps que cette conduite est influencée par la mise en charge de la conduite 9. Des travaux ultérieurs suggèrent que ces fluctuations proviennent de l'approximation utilisée par SWMM pour estimer les volumes en conduite. On remarque aussi qu'il y a un décalage entre les deux hydrogrammes au niveau de l'influence aval. Ceci, signifie que l'influence aval débute plutôt et se termine plus tard pour le modèle développé que pour SWMM. En effet, SWMM simule le débit au milieu de la conduite et par conséquent, tant que l'influence aval ne dépasse pas le milieu de la conduite, SWMM reproduit le débit à surface libre. En revanche, le modèle développé simule le débit en aval de chaque conduite et tient compte de l'influence aval d'une conduite aussitôt que le ligne de la remontée d'eau atteint son aval.

Pour les hydrogrammes de la conduite 7 (graphique 3.5 (a)), les résultats de SWMM et du modèle sont décalés au niveau de la simulation de l'influence aval. Ceci, s'explique par le fait que le modèle SWMM ne tient compte de l'influence aval que lorsque celle-ci atteint le milieu de la conduite.

Le résultat du débit dans la conduite 6 (graphique 3.5 (b)) donné par SWMM montre que l'influence n'atteint pas le milieu de la conduite et par la suite reste à surface libre tout le long de la simulation.

### 3.3.2.2 Troisième cas : Débits

Les quatre graphiques des figures 3.6, 3.7(a), 3.7(b) et 3.8 présentent les hydrogrammes pour le troisième cas pour les conduites 9, 8, 7 et 6 respectivement.

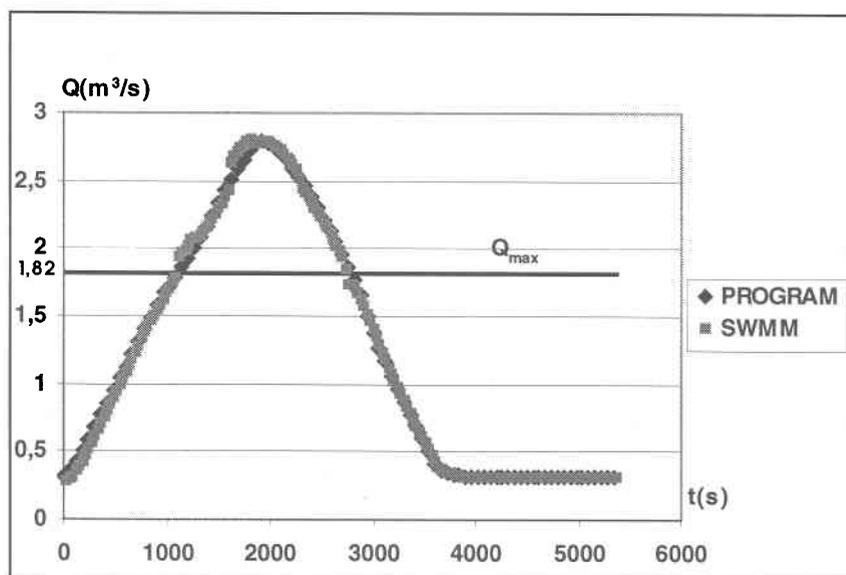
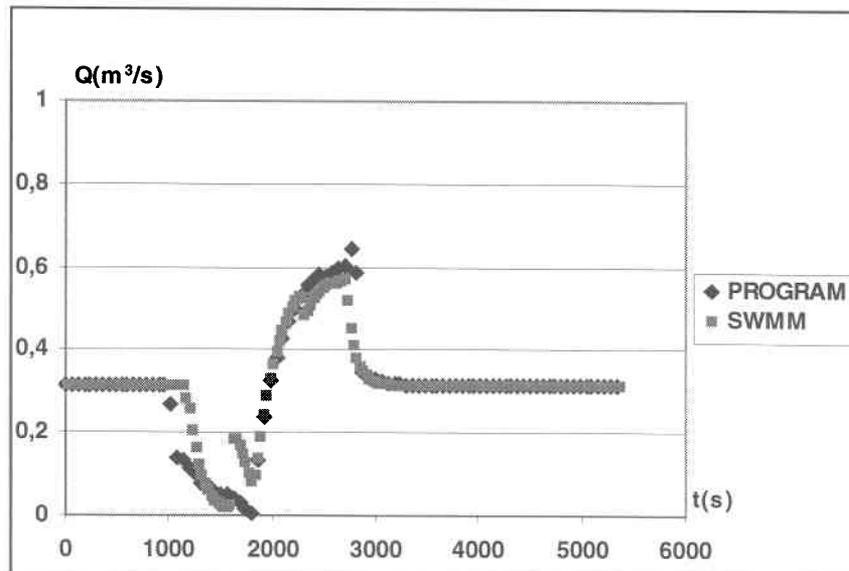
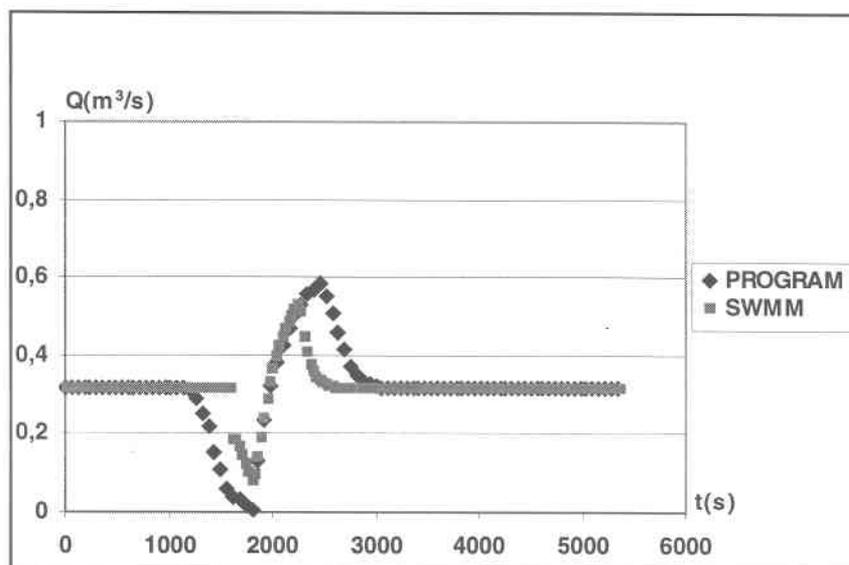


Figure 3.6 : Hydrogrammes de la conduite 9



(a)



(b)

Figure 3.7 : Hydrogrammes des conduites. (a) conduite 8 (b) conduite 7

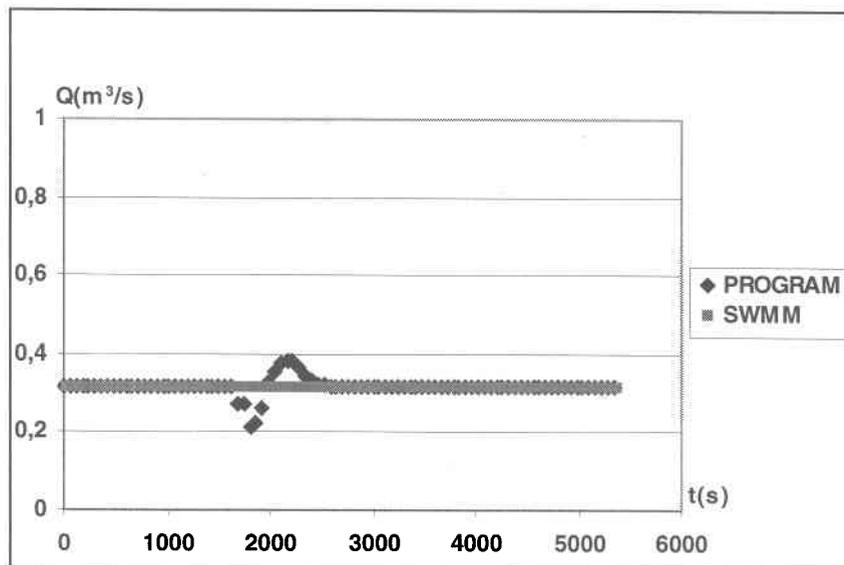


Figure 3.8 : Hydrogrammes de la conduite 6

De même que pour le premier cas, on constate un très bon accord entre les débits à l'exutoire du réseau donnés par les deux modèles (figure 3.6). La conduite en aval entre en charge et effectue un retour à surface libre. Encore une fois, on remarque que le débit simulé par SWMM en aval de la conduite 9 est empreint de petites instabilités apparaissant lors du passage de l'état à surface libre à en charge et réciproquement.

D'après les hydrogrammes des deux conduites 8 et 7 (graphique 3.7 (a) et 3.7(b)), on constate que l'influence des deux conduites dure plus longtemps pour le modèle que pour SWMM. Ceci, vient du fait que SWMM calcule le débit au milieu de chaque conduite, alors que le modèle calcule le débit en aval de chaque conduite.

D'après le débit dans la conduite 6 (figure 3.8) donné par SWMM on déduit que l'influence n'atteint pas le milieu de la conduite et par conséquent la conduite reste à surface libre durant toute de la simulation.

### 3.3.2.3 Discussion des résultats des débits

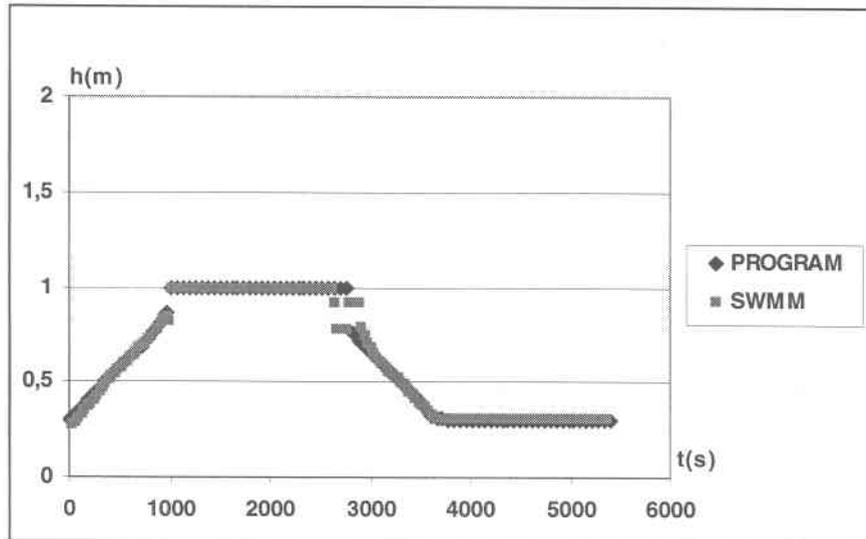
On remarque que pour les deux cas de validation le modèle développé et SWMM reproduisent le débit en aval du réseau de façon satisfaisante. Nonobstant le calcul du débit qui se fait au milieu de la conduite par SWMM, il n'y a pas de décalage entre les deux hydrogrammes donnés par les deux modèles dans la conduite en aval.

Pour SWMM, on constate que l'hydrogramme en aval fluctue durant le passage de l'état à surface libre à l'état en charge et inversement. Ceci peut être expliqué par la relation hauteur-débit utilisée par ce modèle (figure 2.2).

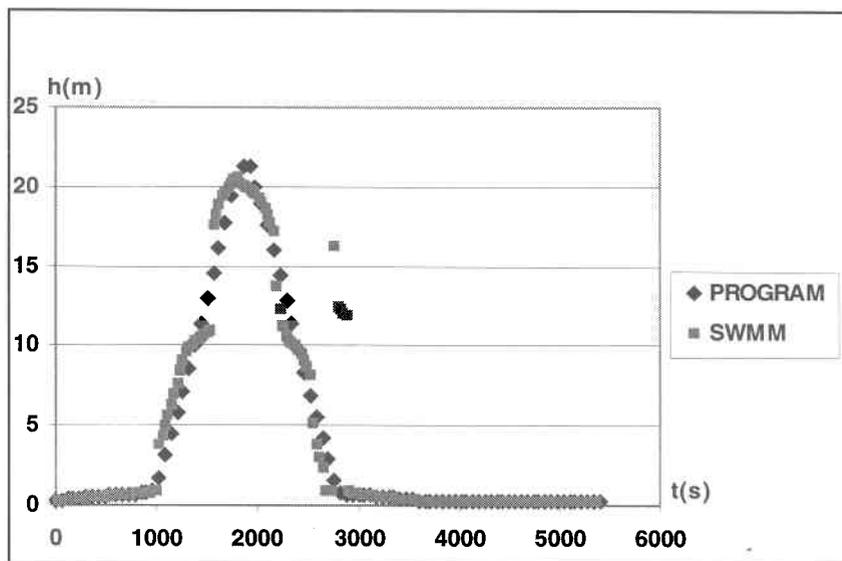
Pour les conduites qui subissent une influence aval, on constate que l'influence reproduite par le modèle commence avant et se termine après celle reproduite par SWMM. Ceci vient du fait que SWMM estime les débits au milieu des conduites. Ainsi, les conduites où l'influence ne dépasse pas le milieu de la conduite resteront pour SWMM des conduites ne subissant pas l'influence aval.

### 3.3.2.4 Premier cas : Hauteurs

Les graphiques des figures 3.9, 3.10 et 3.11 présentent les résultats des hauteurs pour le premier cas considéré. Ces hauteurs correspondent aux hauteurs en aval respectivement des conduites 9, 8, 7 et 6 pour les deux modèles. Pour les conduites de 1 à 5, l'écoulement est à surface libre et les résultats des hauteurs sont identiques à ceux de SWMM.

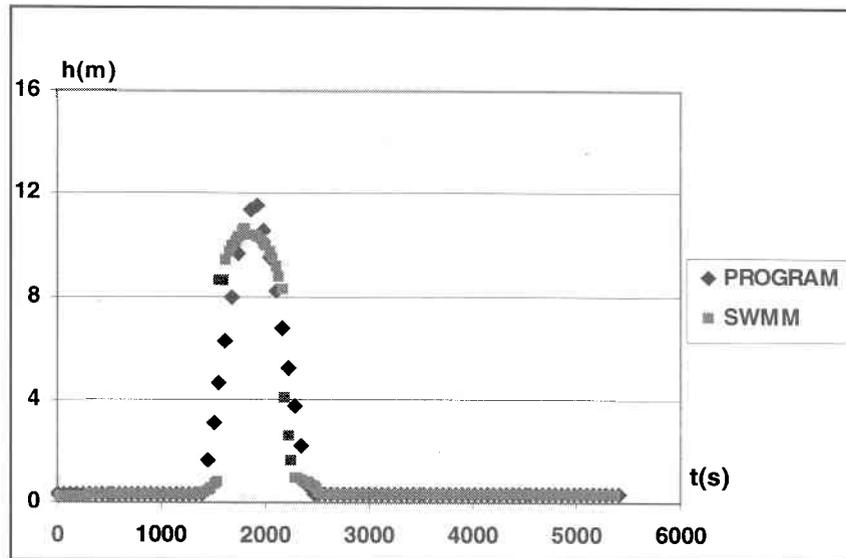


(a)

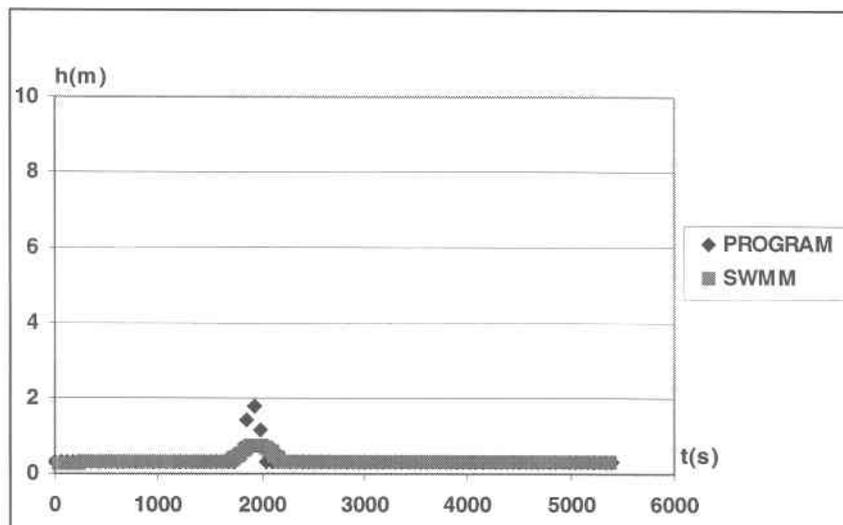


(b)

Figure 3.9 : Hauteurs en aval des conduites (a) conduite 9 (b) hauteur piézométrique, conduite 8



(a)



(b)

Figure 3.10 : Hauteurs piézométriques en aval des conduites. (a) conduite 7 (b) conduite 6

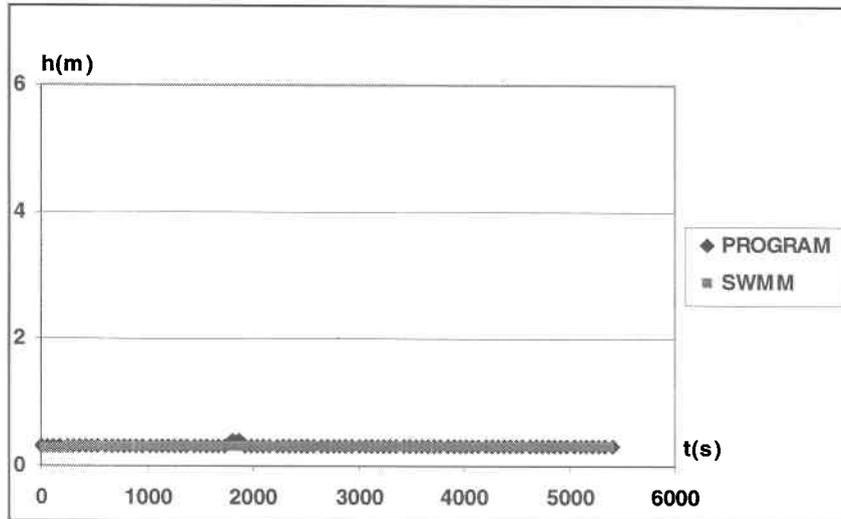


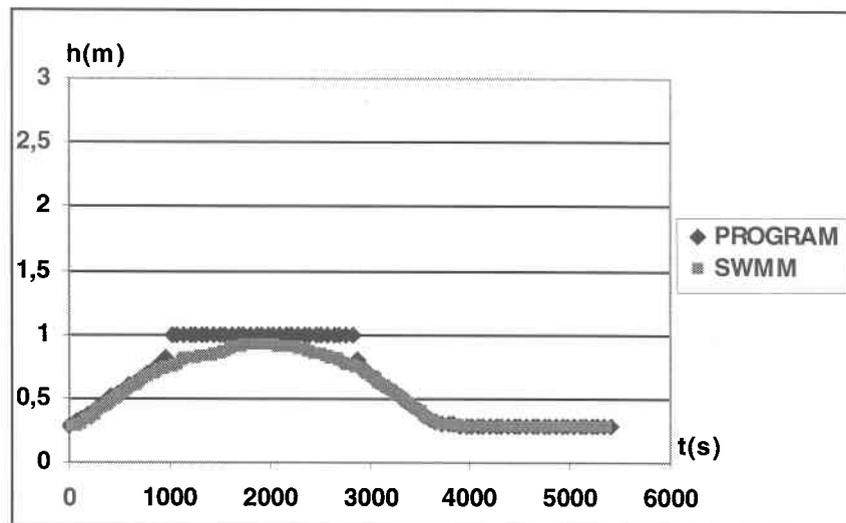
Figure 3.11 : Hauteur amont de la conduite 6

On remarque que les résultats des hauteurs données respectivement par le modèle et SWMM sont similaires pour toutes les conduites incluant les conduites qui sont en amont de la conduite en charge. Pour la conduite 6, on note que la hauteur de la ligne d'eau donnée par le modèle est légèrement supérieure par rapport à celle donnée par SWMM.

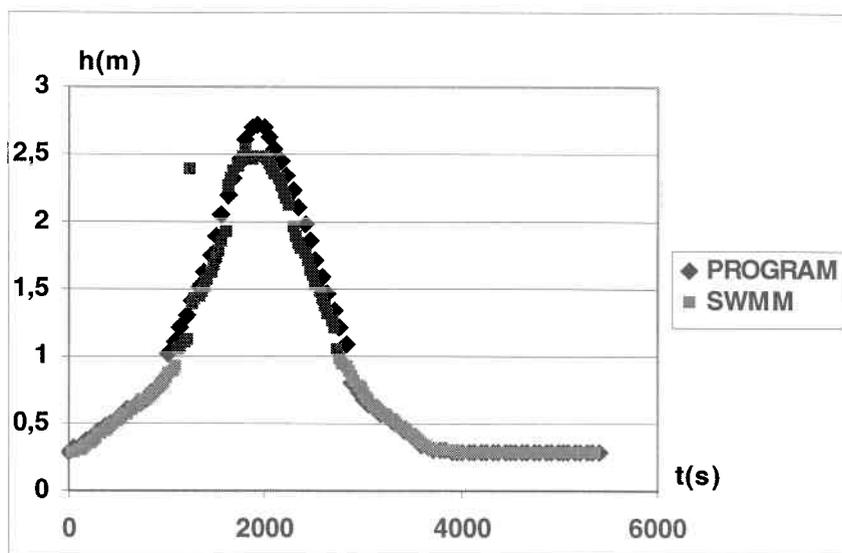
Ce cas, contrairement aux cas 2 et 3, correspond à un cas de pente forte (Voir tableau 3.1). D'après les graphiques 3.9 (a) et 3.9 (b), la ligne d'eau reste parallèle au fond de la conduite en charge tant qu'elle n'est pas pleine. Par conséquent, lorsque le débit dans cette conduite est supérieur au débit maximum, elle devient pleine. Ce résultat est également obtenu par SWMM pour la conduite 9. On remarque aussi que la ligne d'eau dans la conduite atteint le diamètre aussitôt que son débit est supérieur à son débit lorsque pleine. Ce point sera discuté en détail à la section 3.4.

### 3.3.2.5 Troisième cas : Hauteurs

Les quatre graphiques des figures 3.12, 3.13 et 3.14 présentent les hauteurs en aval des conduites correspondant au troisième cas du réseau hypothétique, respectivement des conduites 9, 8, 7 et 6 (figure 3.1).

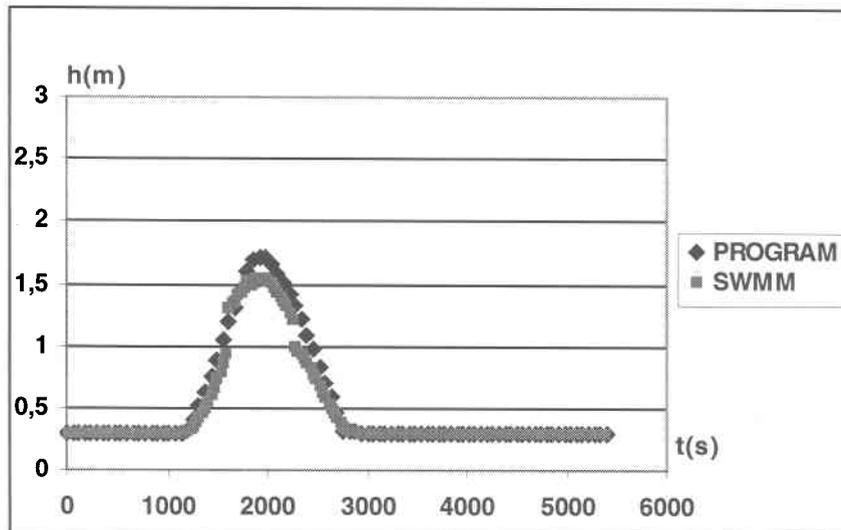


(a)

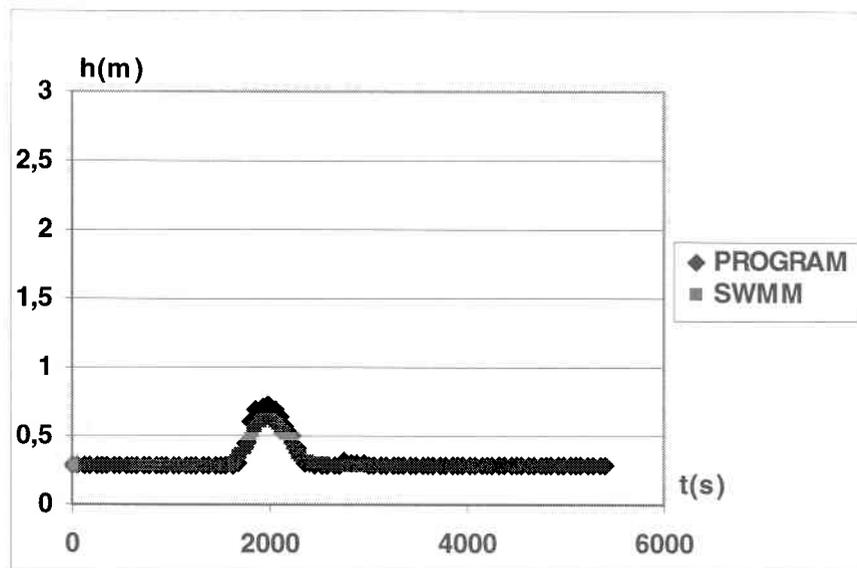


(b)

Figure 3.12 : Hauteurs en aval des conduites. (a) conduite 9 (b) hauteur piézométrique, conduite 8



(a)



(b)

Figure 3.13: Hauteurs en aval des conduites. (a) hauteur piézométrique, conduite 7 (b) conduite 6

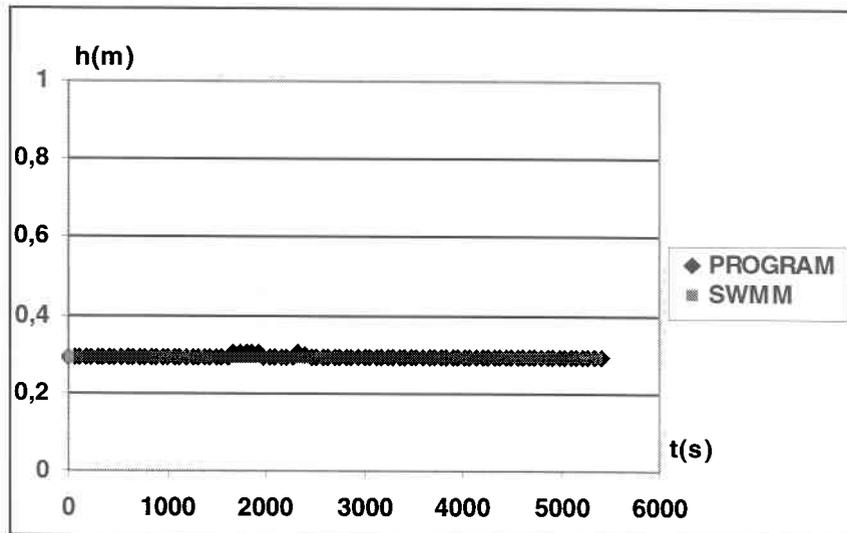


Figure 3.14 : Hauteurs en aval de la conduites 5

Ce troisième cas de validation nous montre que la hauteur en aval de la conduite 9 donné par SWMM n'atteint pas le diamètre lorsque le débit sortant est supérieur à son débit lorsqu'elle est pleine (figure 3.12 a). Selon ce résultat, SWMM considère que l'écoulement dans la conduite 9 est non uniforme et que la hauteur amont est supérieure à la hauteur aval. Ainsi, la vitesse moyenne d'écoulement est inférieure à la vitesse critique et l'écoulement est dit fluvial ou lent (voir section 3.4).

Toutefois, le modèle développé ne tient pas compte de la condition limite en aval du réseau. Ainsi, le calcul de la hauteur se fait à partir de l'amont de la conduite en charge, c'est ce qui explique les écarts obtenus en ce qui concerne les hauteurs.

### 3.3.2.6 Discussion des résultats pour les hauteurs

D'après les résultats obtenus pour les hauteurs donnés par le modèle développé et le modèle SWMM, on distingue deux catégories de réseaux. La première est constituée du deuxième cas et du troisième cas d'application (pentes moyennes). La deuxième est constituée du premier, quatrième et cinquième cas d'application (pentes fortes).

Pour la première catégorie on constate que la hauteur en aval du réseau donnée par SWMM, dans les deux cas, n'atteint pas le diamètre lorsque le débit sortant de cette conduite est supérieur à son débit lorsque pleine. Pour ces deux cas, la pente est considérée moyenne (voir tableau 3.1). Cependant, lorsque le débit circulant dans la conduite 9 augmente, la ligne d'eau ne demeure pas parallèle au fond de la conduite. Ainsi, la hauteur n'atteint pas le diamètre lorsque le débit sortant est supérieur à son débit lorsque pleine. D'après ces résultats, l'écoulement est considéré non uniforme, la vitesse moyenne d'écoulement est inférieure à la vitesse critique et l'écoulement est dit fluvial (voir section 3.4). De ce fait, dans ces deux cas de validation on ne peut pas négliger l'effet des termes d'énergie cinétique et de frottement (voir figure 1.3). Ces deux cas semblent correspondre à une limite du modèle. Nous vérifierons ceci en simulant un cas de pente encore plus faible à la section 3.4 (0.0006).

Pour la deuxième catégorie on remarque que les résultats obtenus par les deux modèles sont similaires. Ces cas sont considérés comme étant des cas de pente forte. L'évolution de la ligne d'eau en aval est analogue pour les deux modèles. Lorsque le débit s'accroît, la hauteur en aval demeure parallèle au fond. Ceci peut s'expliquer par la forte pente de la conduite. En effet, la pente est assez grande pour que la pente d'énergie soit égale à celle de la conduite et pour que les termes d'énergie cinétiques soient négligeables (voir figure 1.3). Par ailleurs, le régime peut être considéré comme permanent uniforme dans chaque conduite à surface libre et par conséquent, le refoulement ne se fait qu'au moment où le débit s'approche du débit maximum.

### 3.3.2.7 Vérification de la conservation des volumes

Pour vérifier la conservation des volumes obtenus par le modèle on calcule le volume total à l'entrée et à la sortie du réseau obtenu pour SWMM et le modèle, ceci pour les cinq cas de validation (tableau 3.2). Ensuite, à l'aide de l'équation 3.1 on calcule l'erreur du volume total à la sortie par rapport à celui d'entrée. Le tableau 3.3 montre l'erreur en pourcentage pour les deux modèles.

$$\text{Pourcentage} = \frac{|V_{\text{tot-obtenu}} - V_{\text{tot-entrée}}|}{V_{\text{tot-entrée}}} \cdot 100 \quad (3.1)$$

	Volume d'entrée (m <sup>3</sup> )	Volume à la sortie donné par SWMM (m <sup>3</sup> )	Volume à la sortie donné par Modèle (m <sup>3</sup> )
<b>1(er) cas</b>	19363	19286	19316
<b>2(ème) cas</b>	6633	6599	6675
<b>3(ème) cas</b>	6633	6583	6611
<b>4(ème) cas</b>	6949	6930	6936
<b>5(ème) cas</b>	6949	6906	6933

Tableau 3.2 : Volume d'entrée et de sortie des deux modèles pour les cinq cas de validation

	<b>Erreur SWMM (%)</b>	<b>Erreur Modèle (%)</b>
<b>1(er) cas</b>	0,40	0,24
<b>2(ème) cas</b>	0,51	0,63
<b>3(ème) cas</b>	0,75	0,33
<b>4(ème) cas</b>	0,27	0,19
<b>5(ème) cas</b>	0,62	0,23

Tableau 3.3 : Erreur de conservation des volumes commise par les deux modèles

D'après les résultats du tableau 3.3, on constate que pour l'ensemble des cas de validation l'erreur est assez petite pour les deux modèles. Sur la base de ces résultats, on peut conclure que SWMM ainsi que le modèle proposé conservent les volumes à la sortie du réseau.

### 3.4 Cas de pente faible

Pour l'application du modèle sur un cas de pente faible, on a considéré un réseau linéaire constitué de 18 conduites de même caractéristiques et de deux intrants. Le premier intrant est situé en amont du réseau, tandis que le deuxième intrant est situé en amont de la conduite aval du réseau (Figure 3.1). Les caractéristiques des conduites sont : Pente = 0.0006, Diamètre = 2.286 m, Longueur = 100 m,  $Q_{\max} = 5.73 \text{ m}^3/\text{s}$ . Deux hydrogrammes ont été utilisés (voir figure 3.15).

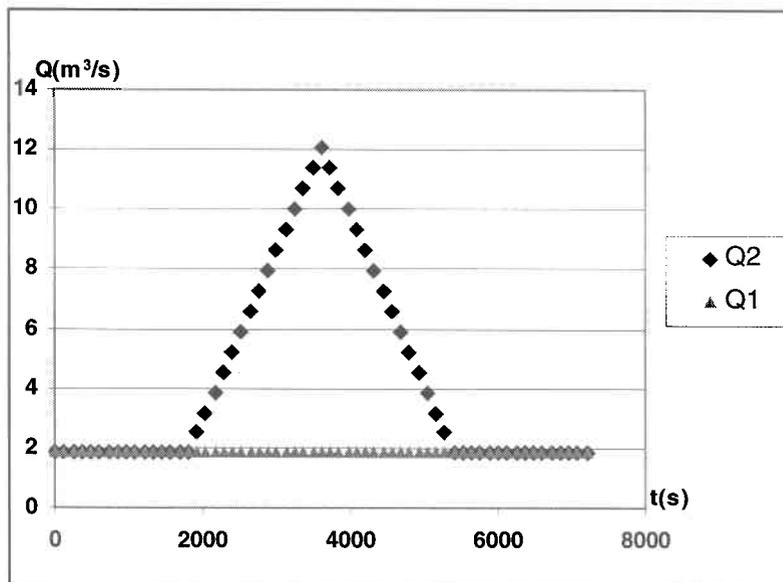


Figure 3.15 : Hydrogrammes d'entrées

### 3.4.1 Débit

La figure 3.16 montre le résultat du débit en aval du réseau utilisé pour le cas de faible pente. Sur cette figure, on constate que l'hydrogramme donné par SWMM est plus laminé et décalé par rapport à celui donné par le programme. Cet écart est dû au fait que le modèle développé considère l'écoulement comme étant uniforme et néglige par ailleurs l'effet des forces d'inertie.

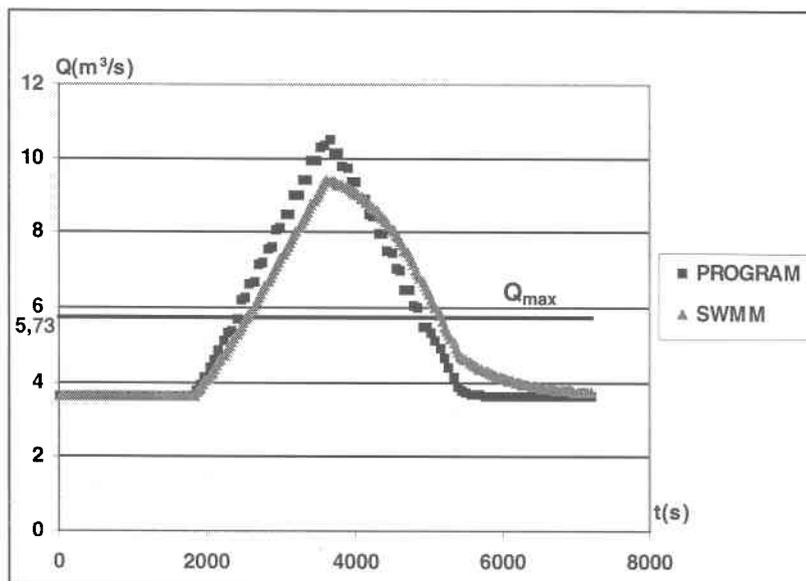


Figure 3.16 : Débit en aval du réseau

### 3.4.2 Hauteur

La figure 3.17 présente le résultat de la hauteur en aval du réseau obtenu par le modèle et par SWMM. On remarque que la hauteur d'eau en aval donnée par SWMM n'atteint plus le diamètre de la conduite (conduite aval du réseau) même si le débit dépasse son débit maximum étant à surface libre, tandis que la hauteur simulée par le modèle demeure parallèle au fond et atteint le diamètre aussitôt que le débit atteint celui correspondant à sa capacité étant pleine. Ce résultat explique le décalage et le laminage de l'hydrogramme en

aval donné SWMM par rapport au modèle (voir figure 3.16). En effet, la pente est assez faible pour que les variations d'énergie cinétique soient assez importantes et pour que les hauteurs d'eau en aval et en amont soient différentes.

En conclusion, dans ce cas, la vitesse moyenne d'écoulement est inférieure à la vitesse critique (voir section 3.5). Par conséquent, on ne peut pas négliger l'effet des termes d'énergie cinétique dans un cas de pente faible.

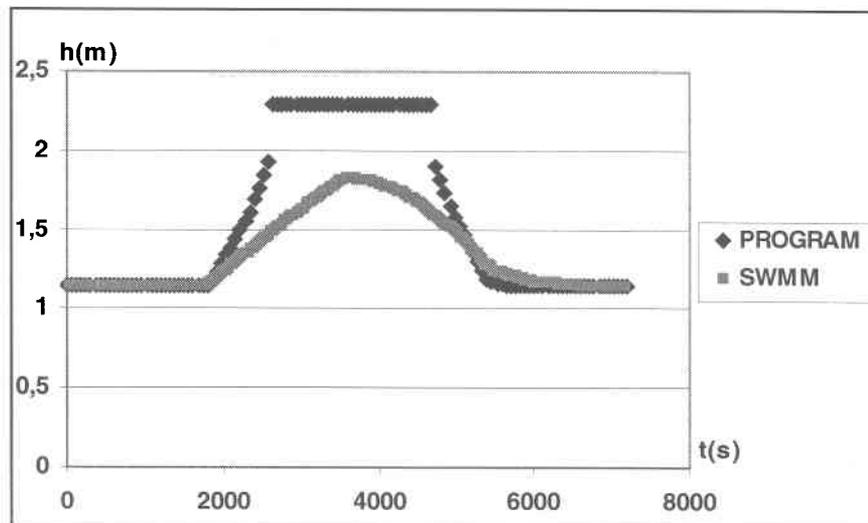


Figure 3.17 : Hauteur en aval du réseau

### 3.5 Limite d'applicabilité de l'écoulement uniforme dans une conduite

Cette section permet de montrer jusqu'à quel point on peut utiliser l'hypothèse de l'uniformité d'un écoulement dans une conduite. L'écoulement à surface libre dans une conduite varie selon la variation de la hauteur le long de cette conduite. L'écoulement est graduellement varié si le changement de la hauteur est graduel et rapidement varié si le changement de la hauteur est rapide [Zipparo et Hasen 1993]. Le nombre de Froude (équation 3.4) est utilisé pour décrire et classifier le type d'écoulement à surface libre. Celui-ci exprime le rapport entre les forces d'inertie et celles de gravité [Zipparo et Hasen 1993].

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \cdot H}} \quad (3.4)$$

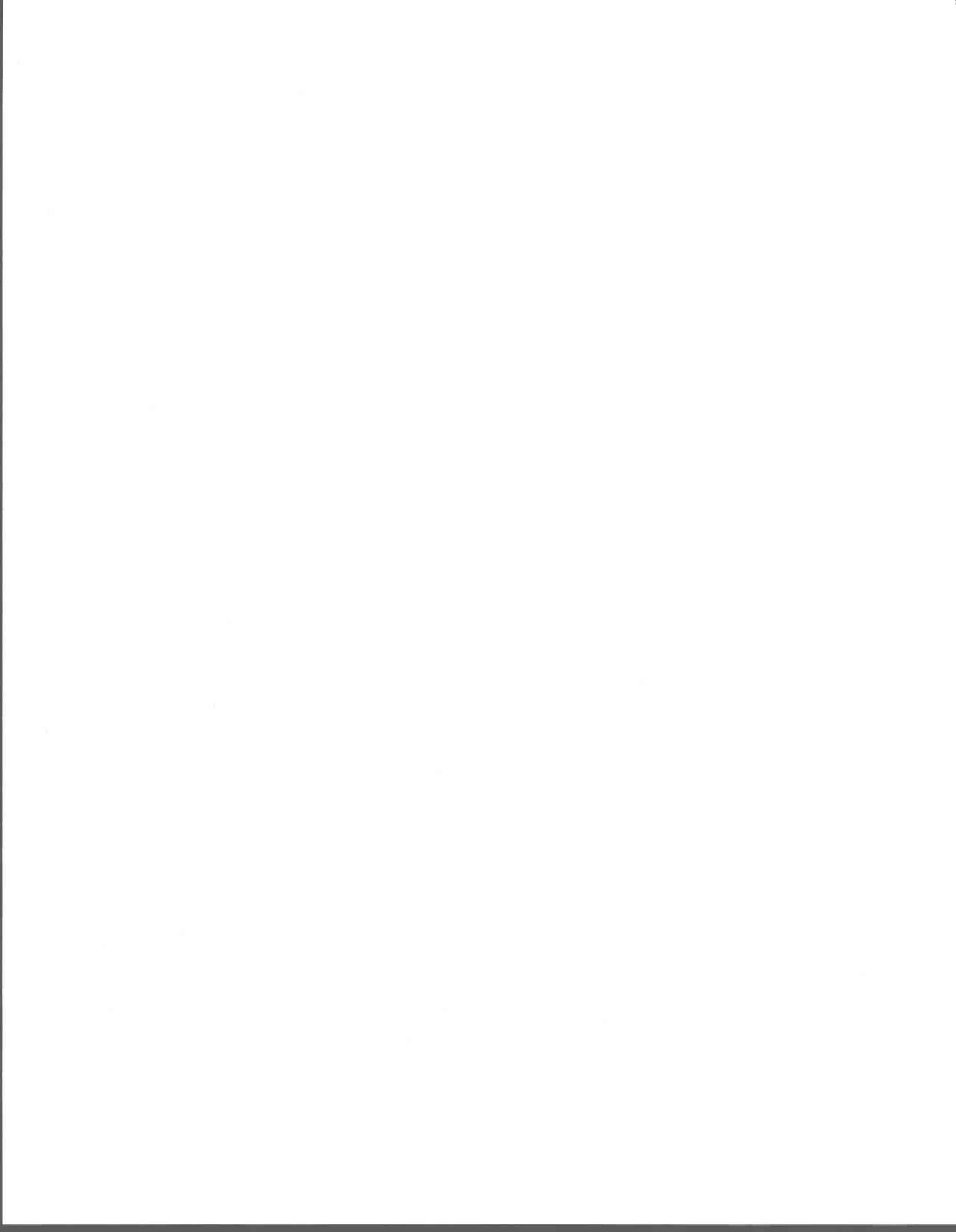
H : hauteur moyenne d'écoulement

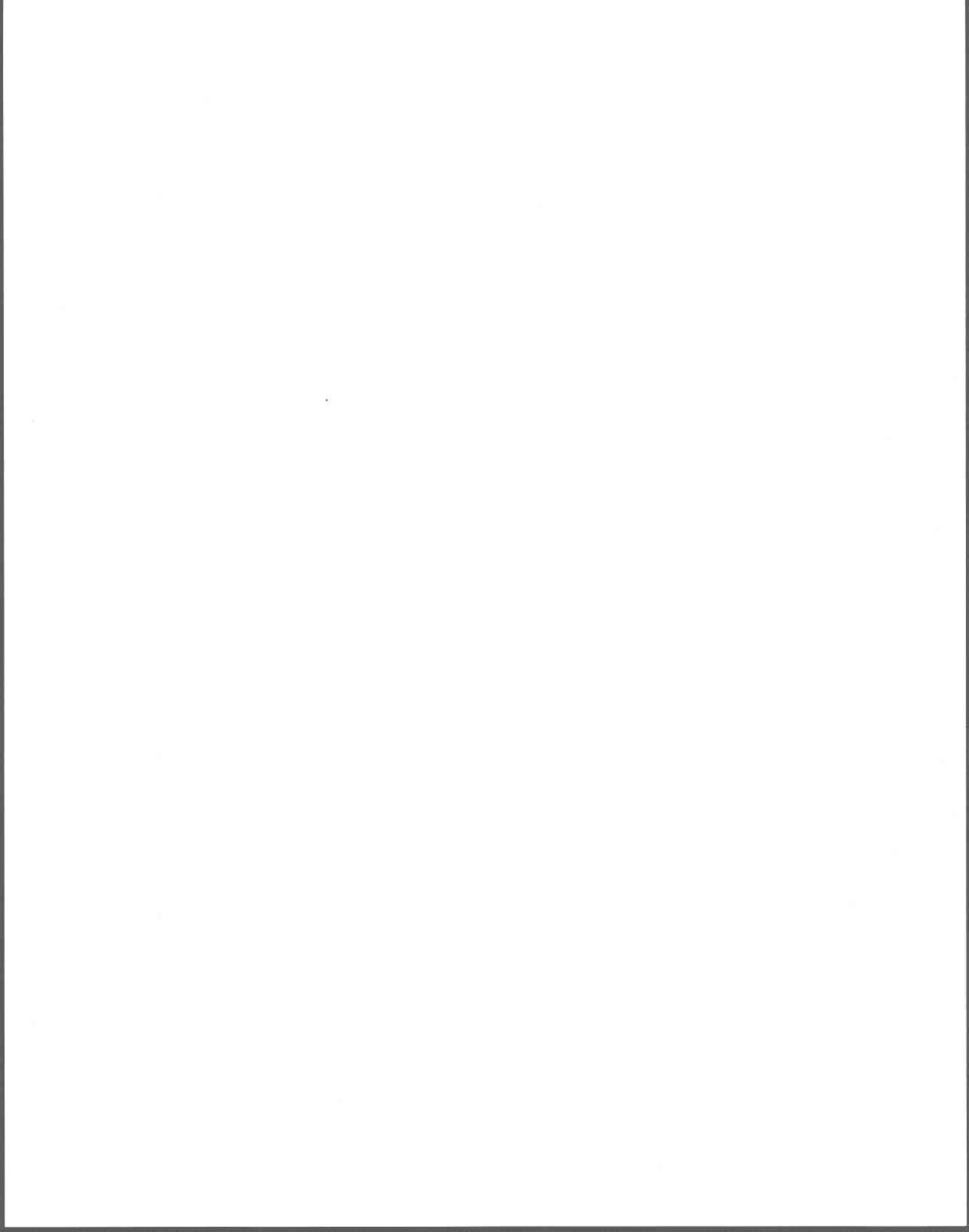
v : vitesse moyenne d'écoulement

La célérité des petites ondes est :

$$v_c = \sqrt{g \cdot H} \quad (3.5)$$

Cette vitesse est appelée aussi vitesse critique et constitue une condition limite pour l'écoulement à surface libre. Si la vitesse d'écoulement dépasse la valeur  $v_c$ , c'est-à-dire si le nombre de Froude est supérieur à 1, l'écoulement est dit rapide ou torrentiel. Dans ce cas, les forces de gravité dominent et il n'y a pas d'influence aval. Si la vitesse d'écoulement est inférieure à  $v_c$ , c'est-à-dire si le nombre de Froude est inférieur à 1, l'écoulement est dit lent ou fluvial. Dans ce cas, les forces d'inertie dominent et les conditions en aval du réseau influencent sur l'écoulement. Si la vitesse moyenne est égale à la vitesse critique, soit  $F=1$ , le régime est dit critique.





## 4. CONCLUSION

---

La modélisation des écoulements dans les réseaux d'égouts a pour rôle principal la simulation du comportement hydraulique de ces réseaux. Dans ce cadre, un modèle de gestion des déversements en temps de pluie a été conçu à l'**INRS-Eau**, le modèle **SWIFT**. Dans sa version actuelle, **SWIFT** ne peut simuler l'écoulement que pour des conduites à surface libre ou pour des conduites toujours en charges. Le modèle ne tient pas compte des transitions entre ces deux régimes d'écoulement, d'où la nécessité d'intégrer un module capable de simuler les deux modes d'écoulements et la transition de l'un à l'autre.

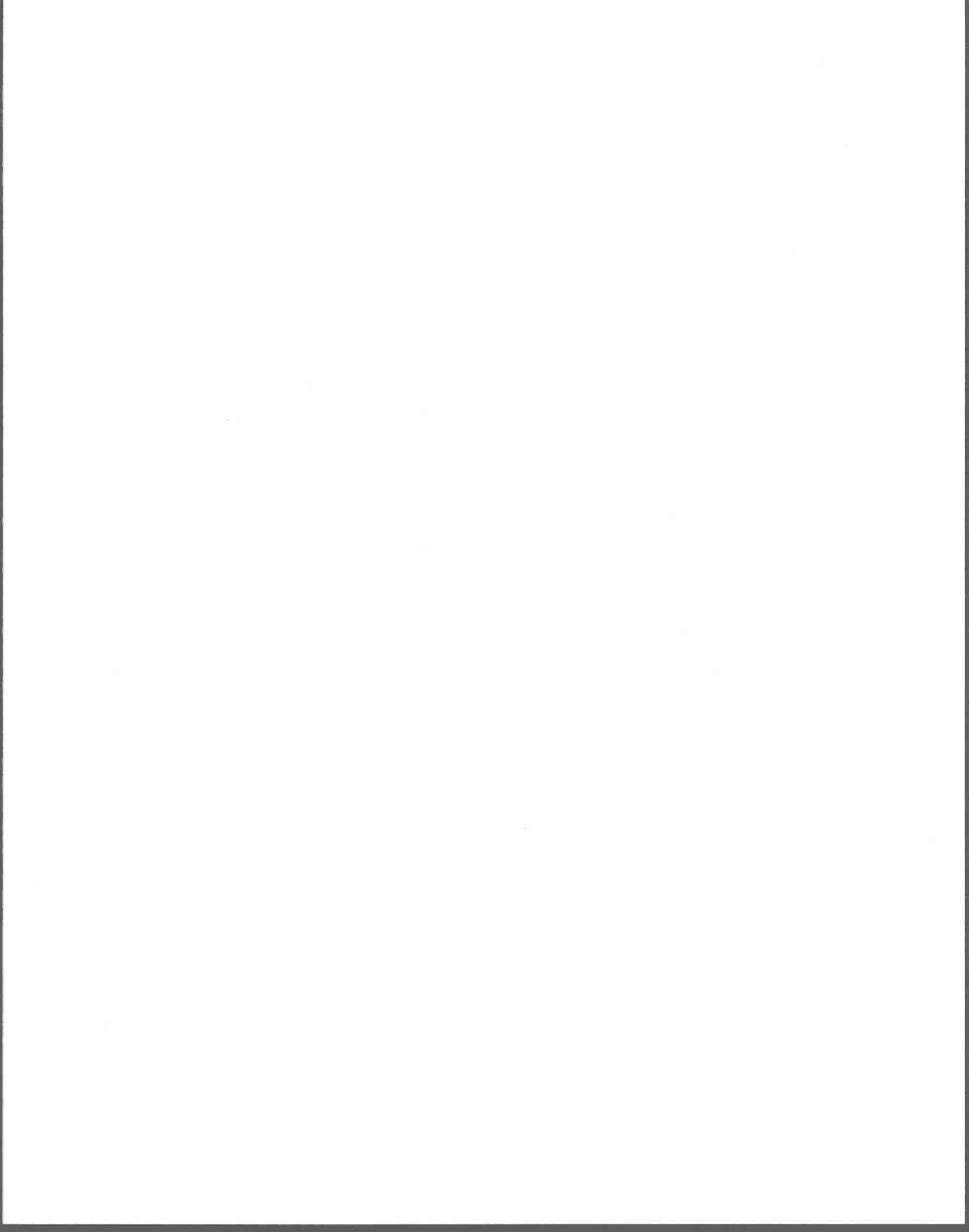
L'objectif principal de ce travail était de développer un modèle simple capable de simuler les modes d'écoulement susceptibles d'être rencontrés dans une conduite d'un réseau d'égouts. Dans un premier temps, nous avons développé les algorithmes mathématiques utilisés pour construire un tel modèle. Dans un second temps, nous avons procédé à sa vérification à travers une série de tests. Les résultats obtenus par le modèle développé ont été comparés à ceux du module **EXTRAN** de **SWMM**. Ensuite, nous avons essayé de déterminer la limite de validité du modèle à partir des déductions tirées des comparaisons avec **SWMM**.

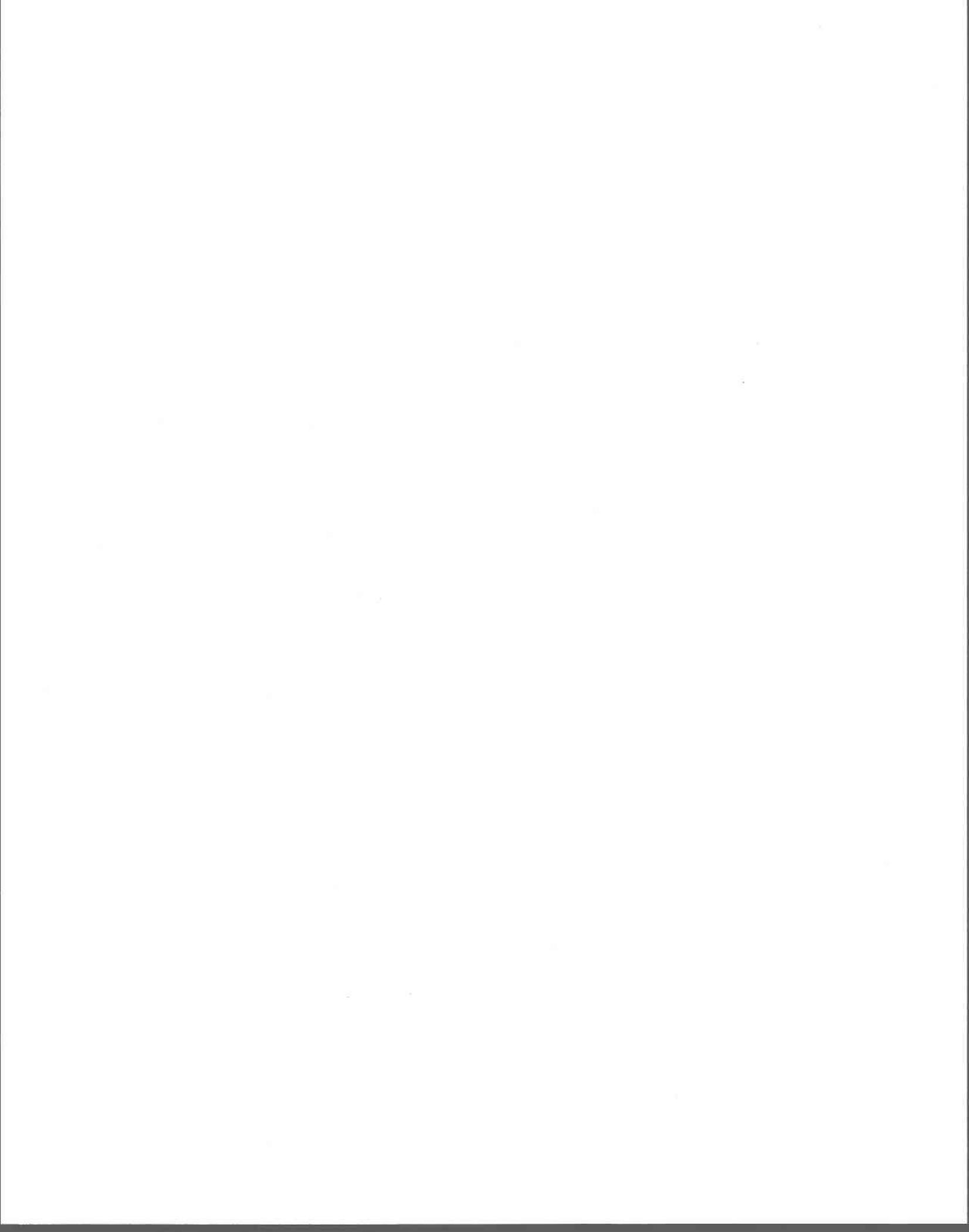
Le modèle développé a été testé sur un réseau hypothétique de neuf conduites, afin de valider le module de mise en charge et le passage d'un état à surface libre à en charge. Ces résultats montrent qu'il existe deux cas de figure. Le premier se distingue par de fortes pentes des conduites. Alors, les résultats des deux modèles sont semblables et la principale différence se situant en amont de la partie influencée, où le modèle proposé refoule plus loin que le modèle **SWMM**. En effet, pour cette première catégorie les simplifications considérées au niveau du modèle n'influencent pas trop les résultats des simulations. Le deuxième cas se caractérise par une pente moyenne à faible. Pour cette dernière catégorie, on voit qu'il y a une légère différence au niveau des résultats de la conduite en aval. En

effet, les résultats du modèle proposé montrent que la hauteur en aval du réseau reste parallèle au fond de la conduite et qu'elle atteint le diamètre une fois que le débit entrant est supérieur au débit lorsqu'elle est pleine. Alors qu'avec les résultats de SWMM, on voit que la hauteur en aval n'atteint pas le diamètre de la conduite même si le débit entrant dépasse sa capacité lorsqu'elle est pleine. Cette différence au niveau des résultats obtenus par les deux modèles tient principalement au fait que le modèle développé considère que l'écoulement est uniforme et que les pertes d'énergie cinétique sont négligeables. Ceci se concrétise plus avec les résultats du cas de pente faible présenté à la section 3.4 et démontre clairement la limite de notre modèle.

Sur un même ordinateur, on constate que le temps de calcul requis par SWMM est supérieur à celui requis par le modèle développé. En effet, le modèle SWMM met approximativement entre 3 et 5 minutes pour accomplir le calcul pour chacun des cas de validation. Quant au modèle développé, il met entre 20 à 30 secondes pour effectuer les simulations des cas de validation.

Finalement, il serait intéressant de reprendre le modèle de façon à pouvoir prendre en considération les cas de pente faible en incluant les termes d'énergie cinétique et de frottement, d'une part et d'autre part, en débutant le refoulement aussitôt que la hauteur amont de la conduite en charge est supérieure à la hauteur aval de la conduite en amont de la conduite en charge.





## BIBLIOGRAPHIE

---

Blanpain, O. (1988). Modélisation des écoulements en réseau d'assainissement. Lyon, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. Laboratoire Méthodes, Mémoire du DEA, 72 pages.

Chiang, C. Y et P. B. Bedient (1986). PIBS model for surcharged pipe flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 112(3) : 181-192.

Chocat, B., S. Barraud et S. Thibault (1983). Présentation du modèle de propagation en conduite du système S.E.R.A.I.L. Dans : *Colloque de modélisation des eaux pluviales*, pp. 47-63. Montréal, 8-9 septembre : École Polytechnique de Montréal et U.S. EPA.

Chow, V. T. (1959). Open channel hydraulics. New York (Éd.) McGraw-Hill, 680 pages.

Capodaglio, A. G. (1994). Transfer function modelling of urban drainage systems, and potential uses in real-time control applications. *Water Science and Technology*, 29(1-2) : 409-417.

Cunge, J. A. et M. Wegner (1964). Intégration numérique des équations d'écoulement de Barré de Saint-Venant par un schéma implicite de différences finies. *La Houille Blanche*, 1964(1) : 33-39.

Cunge, J. A. (1969). Au sujet d'une méthode de calcul de propagation des crues (Méthode Muskingum). *Journal of Hydraulic Research/Journal de Recherche Hydraulique*, 7(2) : 205-230.

- Hayami, S. (1969). On the subject of flood propagation computation method (Muskingum method). *Journal of hydraulic research*, Vol.1. p.243-248.
- Henderson, F. M. (1966). Open channel flow. New York (Éd.) McMillan, 520 pages.
- Huber, W. C. , R. E. Dickinson et T. O. Barnwell Jr. (1988). *Storm Water Management Model, Version 4 : User's Manual*. Athens, Georgia : U. S. Environmental Protection Agency, 569 p.
- Issacs, L. T. et K. Mills(1980). Linear theory method for pipe network analyses. *J. Hydr. Div., ASCE*, 106(7), 1191-1201.
- Lavallée, P., P. Lessard et J. P. Villeneuve (1984). Water quality variations in running waters due to combined sewer overflowing. Evaluation of negative influence. Dans : *Proceedings of the third International Conference on Urban Storm Drainage*, P. Balmer, P. A. Malmqvist et A. Sjöberg (Eds). Göteborg, 4-8 juin, pp. 761-769 (Suède). Chalmers University of Technology.
- Lencastre, A. (1996). *Hydraulique générale et appliquée*. Paris (Éd.), Eyrolles, 633 pages.
- Lighthill, M. J., G. B. Whithman. (1955). On Kinematic waves, I. flood movement in long rivers. Dans : *Proceedings of royal society of london*. Vol. A229, pp. 281-316.
- Mailhot, A., A. Bilodeau, C. Blanchette, C. Marcoux, P. Lavallée et J.P. Villeneuve. (1999). *Le Modèle SWFIT : Contrôle en temps réel des débordements des réseaux combinés*. Dans : *New Applications in Modeling Urban Water Systems*. Monograph 7 in the series, James, W. (Éd.), Publié par CHI, Guelph, Canada, pp. 271-282.
- Moffa, P.E. (1990). *The Combined Sewer Overflow Problem : An Overview*. Dans : *Control and Treatment of Combined-Sewer Overflow*, P.E. Moffa (Éd.). Environmental series, Van Nostrand Reinhold, New-York, pp.1-21.

- 
- Motiee, H., B. Chocat et O. Blanpain (1996). A storage model for the simulation of the hydraulic behaviour of drainage networks. Dans : *7th International conference on urban storm drainage*, pp. 641-646. Hannover, (Germany).
- Motiee, H. (1996). Un modèle pour la simulation des réseaux d'assainissement fondé sur le concept de stockage. Lyon, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. Laboratoire Méthodes, Thèse DO, 270 pages.
- Pansic, N. et B.C Yen (1981). Kinetic-wave modeling of storm sewers with surcharge. Dans : *Urban Stormwater Quality, Management, and Planning. Proceedings of the Second International Conference on Urban Storm Drainage*, B. C. Yen (Ed), pp. 193-199. Urbana, (Illinois), 14-19 juin. Littleton : Water Resources Publication.
- Ponce, M. (1981). Properties of numerical solution. Dans : *Proceedings of the international symposium on unsteady flow in open channel*, paper 2, Colorado State University, non paginé
- Preissman, A. (1971). Modèle pour le calcul de la propagation des crues. *La Houille Blanche*, No3-219-223.
- Roesner, L. A. et R. P. Shubinski (1982). Improved dynamic flow routing model for storm drainage systems. Dans : *Urban Stormwater Quality, Management, and Planning. Proceedings of the Second International Conference on Urban Storm drainage*, Urbana, (Illinois), 14-19 juin, B. C. Yen (Ed.) pp. 164-173. Littleton : Water Ressources Publication.
- Roesner, L. A., R. P. Shubinski et J. A. Aldrich (1983). *Stormwater Management Model User's Manual Version III. Addendum I EXTRAN*. Cincinnati, Ohio : U. S. Environmental Agency, 228 p.

Stahre, P. (1986). *Structural Measures for Runoff Quality Management*. Urban Runoff Pollution, NATO ASI Series, Springer-Verlag, pp. 701-712.

Terstriep, M. L. et J. B. Stall (1974). *The Illinois Urban Drainage Area Simulator, ILLUDAS*, Illinois State Water Survey.

Tholin, A. L. et C. J. Keifer (1960). Hydrology of urban runoff. ASCE, 125 : 1308-1379.

Villeneuve, J. P. , C. Marcoux, J. F. Cyr, P. Lavallée, I. Abi-Zeid et J. Benoît (1992). La gestion dynamique des eaux de débordement de réseaux unitaires sur le territoire de la Communauté urbaine de Québec. *Sciences et techniques de l'eau*, 26(3) : 229-237.

Villeneuve J. P., C. Blanchette, A. Mailhot, G. Genest, D. Fillion, S. Duchesne, N. Gravel et E. Marceau (1996a). *Contrôle de l'opération des ouvrages d'interception de la CUQ. Modèle SWIFT- Guide de l'utilisateur*. Québec : INRS-Eau, 216 p.

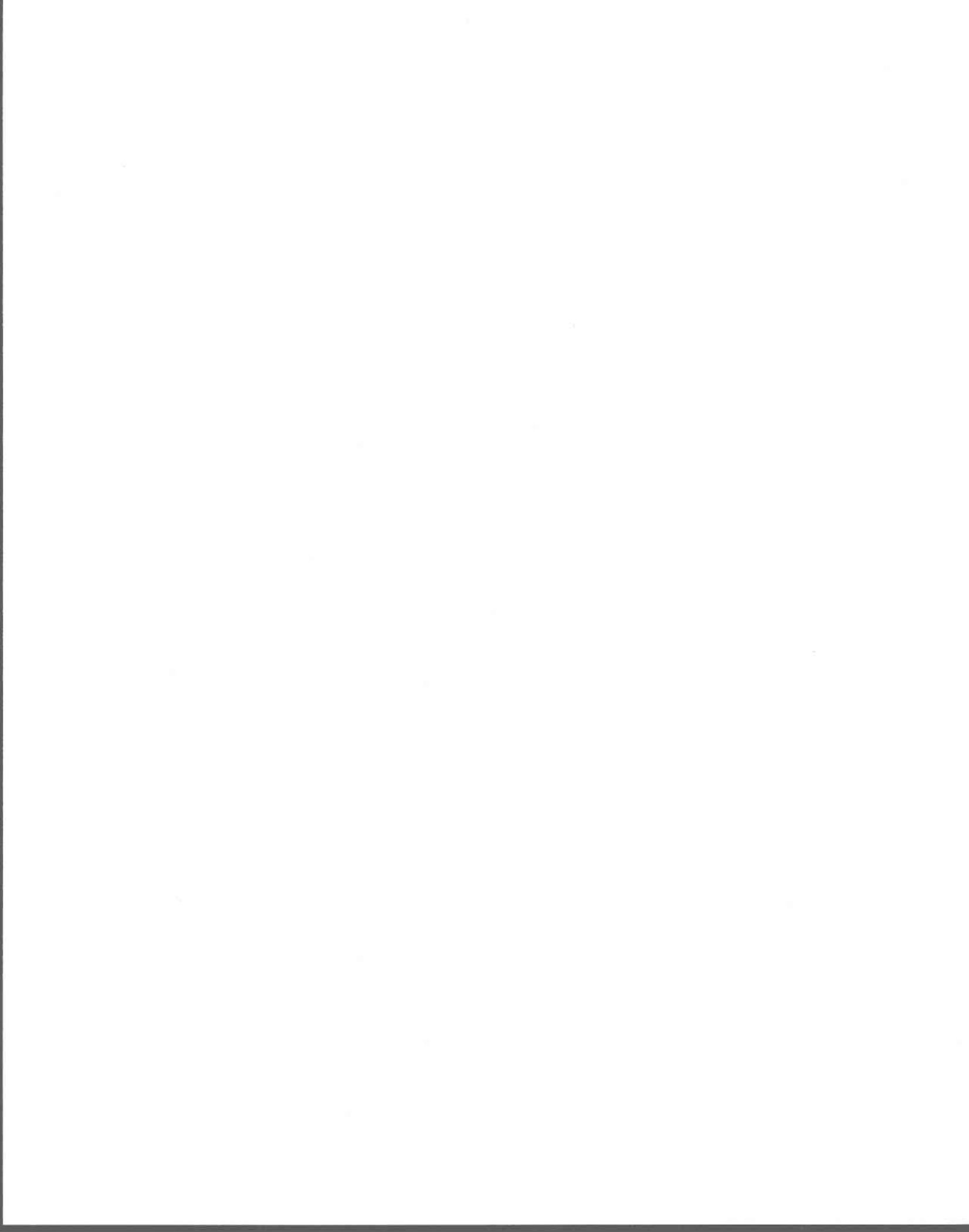
Villeneuve J. P., G. Genest, A. Mailhot et C. Blanchette (1996b). *Contrôle de l'opération des ouvrages d'intercepteur de la CUQ. Modèle SWIFT – Manuel de référence*. Québec : INRS-Eau, 82 p.

Yen, B. C. et N. Pansic (1980). Surcharge of sewer systems. Research report 149, Water resources center, Université de Illinois, Urbana, Illinois, U.S.A, March.

Yen, B. C. (1978). Hydraulic instabilities of storm sewer flows. Dans : *Proceedings of International Conference on Urban Storm Drainage*, P. P Helliwel (Ed), pp. 282-293 London (England), University of Southampton. Pentech Press.

Yen, B. C. (1993). Is hydraulics over-used or under-used in storm drainage ? Dans :  
*Proceedings of International Conference on Urban Storm Drainage*, pp. 1-24,  
Canada, Ontario, Niagara falls

Zipparo, V. J. et H. Hasen. (1993). Davis' handbook of applied Hydraulics. U.S.A (Éd.),  
McGraw-Hill.



# ANNEXE A : DÉVELOPPEMENT DE QUELQUES FONCTIONS DU MODÈLE QUI CALCULENT LES CARACTÉRISTIQUES D'UNE CONDUITE

---

Cette annexe contient le détail de quelques fonctions du modèle de simulation des écoulements en charge et à surface libre.

## 1.1 Angle d'écoulement

La figure A.1 montre l'angle d'écoulement  $\omega$  par rapport à la ligne d'eau à surface libre dans une conduite circulaire.

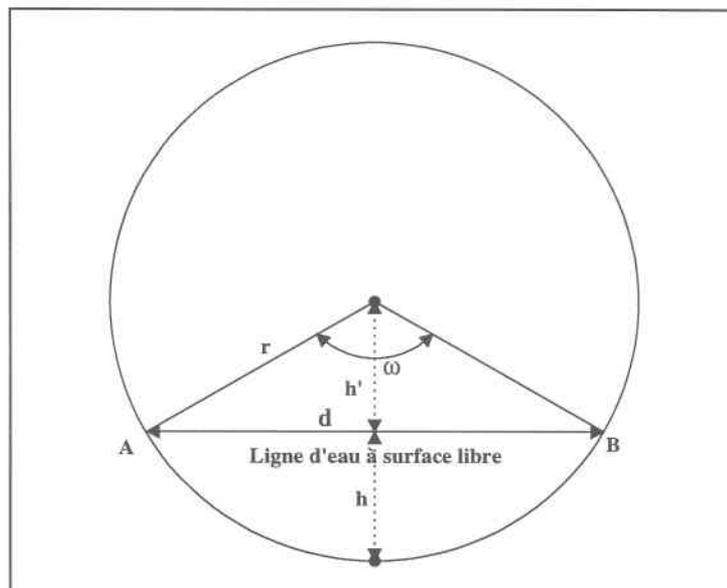


Figure A.1 : Angle d'écoulement dans une conduite circulaire

## 1.2 Hauteur correspondant à l'angle $\omega = \pi/3$

Dans cette section nous calculons la hauteur d'écoulement  $h$  (voir figure A.1) qui correspond à l'angle  $\omega = \pi/3$  considéré par le modèle SWIFT pour l'écoulement à surface libre.

Les variables utilisées au développement ci-dessus sont montrées à la figure A.1.

On a d'après la figure A.1 :

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h'^2 = r^2 \quad (\text{A.1})$$

$d$  = Distance AB,  $r$  = Rayon,  $h'$  = Distance entre le centre du cercle et la ligne d'eau.

Pour  $\omega = \pi/3$  on a :

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{d/2}{r} = \frac{d}{2r} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{On a aussi : } \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{(A.2) et (A.3) implique : } \quad \mathbf{d = r} \quad (\text{A.4})$$

$$\text{Remplaçant (A.4) dans (A.1) : } \quad \left(\frac{r}{2}\right)^2 + h'^2 = r^2 \quad (\text{A.5})$$

$$\text{D'où : } \quad \mathbf{h' = \frac{\sqrt{3}}{4} D} \quad (\text{A.6})$$

$$\text{On a : } \quad \mathbf{h + h' = r = \frac{D}{2}} \quad (\text{A.7})$$

$$\text{Combinant (A.6) et (A.7) : } \quad \mathbf{h = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} D} \quad (\text{A.8})$$

Donc, pour  $\omega = \pi/3$  correspond une hauteur d'eau égale à  $\frac{2 - \sqrt{3}}{4} D$ .

### 1.3 Fonction Aire-Volume

Cette fonction calcule l'aire d'écoulement dans une conduite à partir de la hauteur d'eau. Elle est basée sur les relations géométriques suivantes :

$$\omega = 2 \cdot \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot H}{D}\right) \quad (\text{A.9})$$

$$A = \frac{D^2}{8} \cdot [\omega - \sin(\omega)] \quad (\text{A.10})$$

$\omega$  = angle d'écoulement, H = hauteur de la ligne d'eau dans la conduite, D = diamètre de la conduite, A = aire d'écoulement dans la conduite.

### 1.4 Fonction Volume-Hauteur

Cette fonction calcule le volume d'eau dans une conduite à partir de la hauteur d'eau. Elle est basée sur les relations géométriques suivantes :

$$\omega = 2 \cdot \arccos\left(1 - \frac{2 \cdot H}{D}\right) \quad (\text{A.11})$$

$$V_s = A \cdot L \quad (\text{A.12})$$

A est donnée par l'équation A.10

## 1.5 Fonction Hauteur-Débit

Cette fonction calcule la hauteur d'eau à partir du débit, en utilisant une relation de régression (équations A.14, A.15, A.16, A.17) de l'équation de Manning (équation A.19).

On considère la variable var :

$$\text{var} = \frac{Q_s \cdot n}{D^{8/3} I^{1/2}} \quad (\text{A.13})$$

$Q_s$  : Débit sortant de la conduite,  $n$  : Coefficient de manning,  $I$  : Pente de la conduite

1) si  $0 < \text{var} \leq 0.265$

$$H = D \cdot (-0.0036 + 1.03 \cdot \text{var} + 0.727 \cdot \text{var}^{0.399}) \quad (\text{A.14})$$

2) si  $0.265 < \text{var} < 0.33$

$$H = D \cdot (-0.0207 + 2.714 \cdot \text{var} - 0.396 \cdot \text{var}^{18.8}) \quad (\text{A.15})$$

3) si  $0.33 \leq \text{var} < 0.3353$

$$H = D \cdot (-2.529 + 10.322 \cdot \text{var} - 0.396 \cdot \text{var}^{18.8}) \quad (\text{A.16})$$

4) si  $\text{var} \geq 0.3353$

$$H = 0.938 \cdot D \quad (\text{A.17})$$

Par conséquent, si la hauteur à partir de l'équation de Manning est calculée à l'aide de l'équation A.18.

$$H = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{\omega}{2}\right) \right) \quad (\text{A.18})$$

$\omega$  est calculée à partir de Manning (équations A.19, A.20, A.10), en utilisant une méthode numérique (Méthode de Newton Raphson) :

$$Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} I^{1/2} \quad (\text{A.19})$$

A est donnée par l'équation A.10,  $D_h$  est le rayon hydraulique calculé comme suit :

$$D_h = \frac{D (\omega - \sin(\omega))}{4 \omega} \quad (\text{A.20})$$

La figure A.1 montre la hauteur d'eau calculée à l'aide la relation de régression et celle calculée à partir de l'équation de Manning.

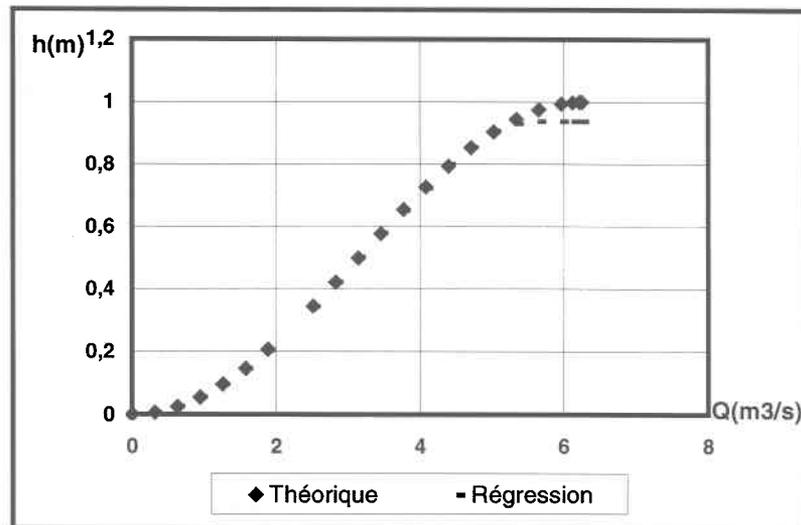
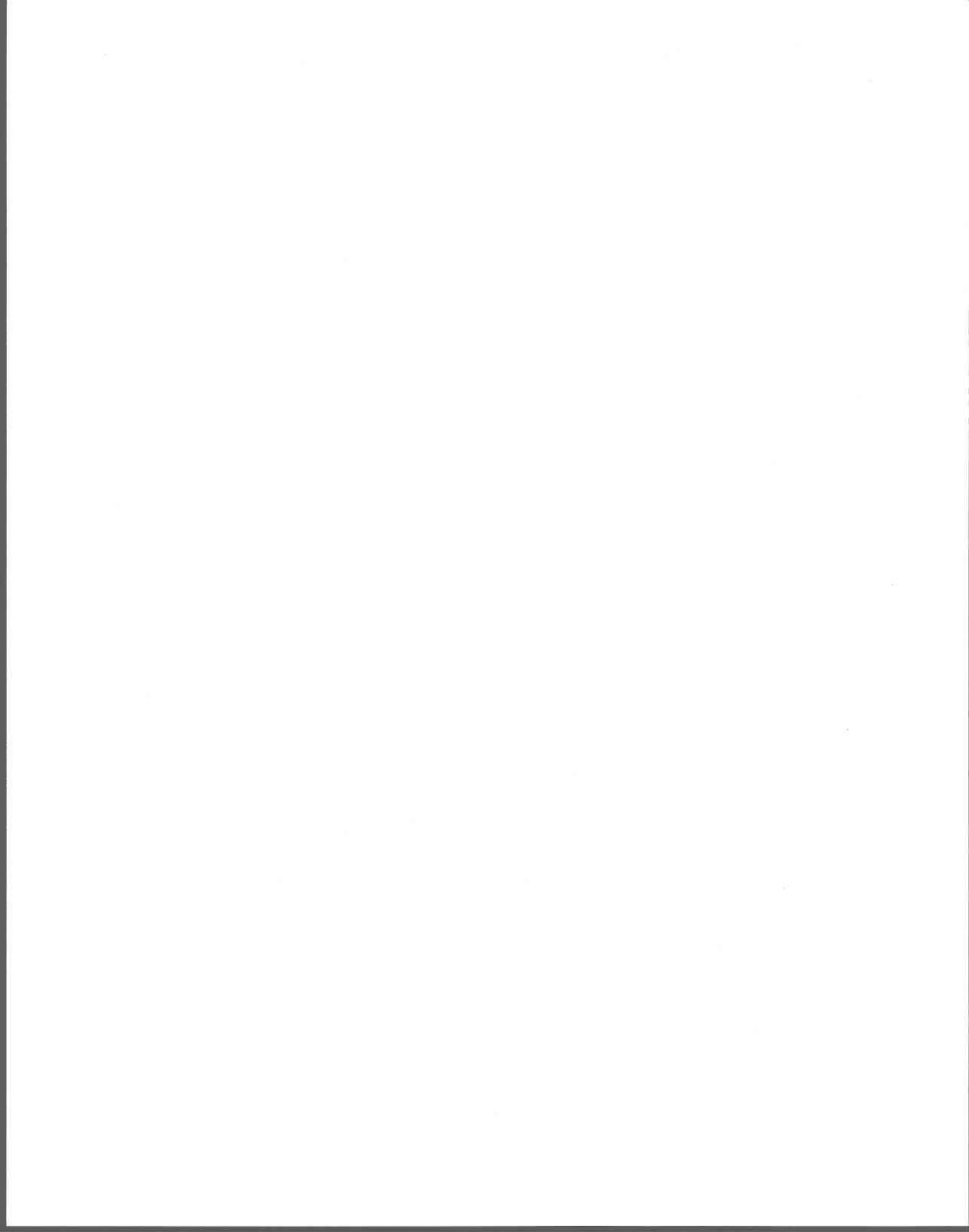


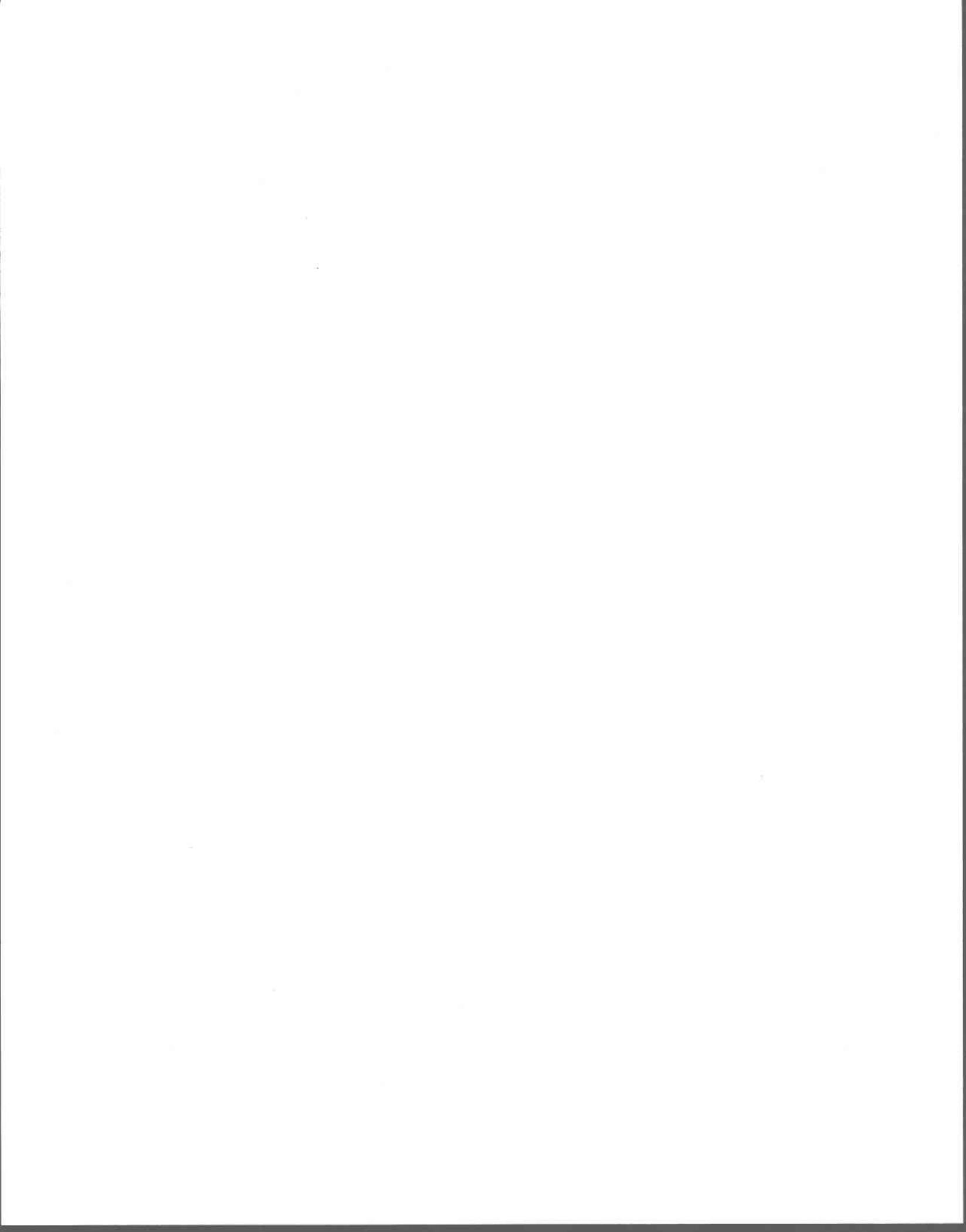
Figure A.2 : Hauteur d'eau en fonction du débit à partir de l'équation de Manning et de la relation de régression

## 1.6 Calcul du débit maximum

Le débit maximum dans une conduite circulaire est calculé comme suit :

- 1) Calculer l'angle  $\omega$  correspondant à la hauteur  $H = 0.95D$  (voir figure 2.3) :  $\omega = 5.38$  (radian)
- 2) Calculer l'aire d'écoulement  $A$  (équation A.10)
- 3) Calculer le rayon hydraulique  $D_h$  (équation A.20)
- 4) Calculer le débit maximum à partir de l'équation A.19





# ANNEXE B : HYDROGRAMMES POUR VALIDER LE MODÈLE

---

Dans cette annexe on présente l'ensemble des hydrogrammes utilisés pour valider le modèle. Pour chaque cas on aura deux hydrogrammes fictifs. Le premier  $Q_1$  est constant tout le long de la simulation, on l'injecte en amont du réseau hypothétique. Le second  $Q_2$  est sous forme triangulaire, on l'injecte en aval du réseau hypothétique. Pour les cinq cas du réseau hypothétique, ces hydrogrammes sont illustrés par les graphes ci-dessous :

## 1.1 Premier cas

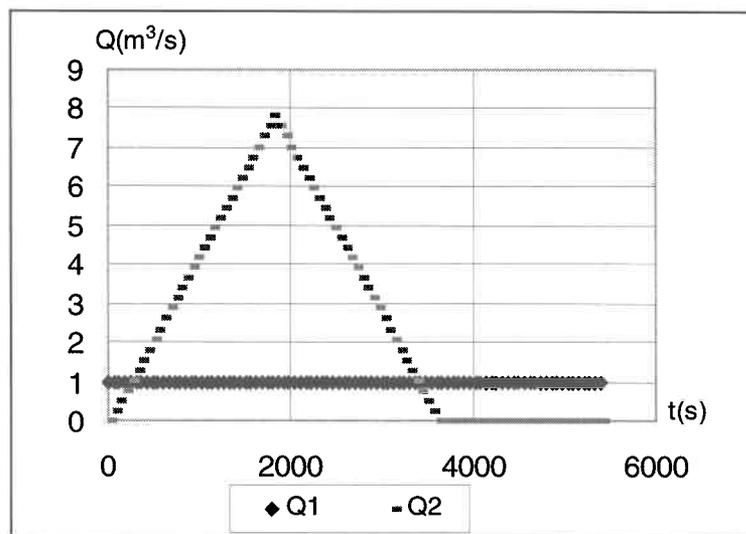


Figure B.1 : Hydrogrammes  $Q_1$  et  $Q_2$  injectés respectivement en amont et en aval du réseau hypothétique pour le premier cas

## 1.2 Deuxième cas

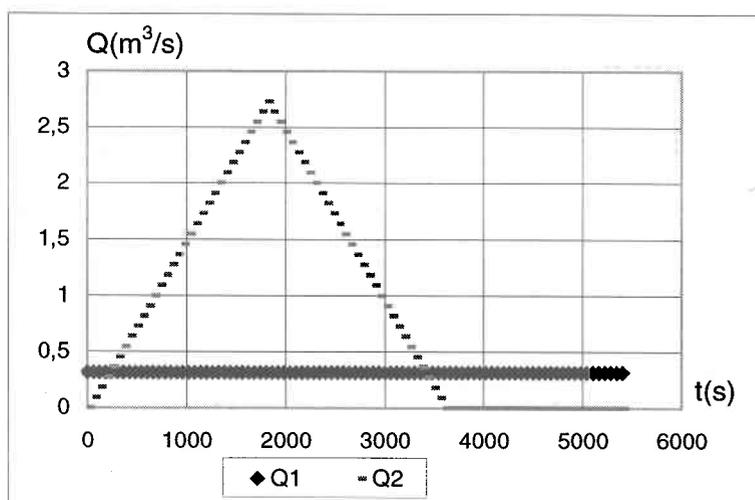


Figure B.2 : Hydrogrammes  $Q_1$  et  $Q_2$  injectés respectivement en amont et en aval du réseau hypothétique pour le deuxième cas

## 1.3 Troisième cas

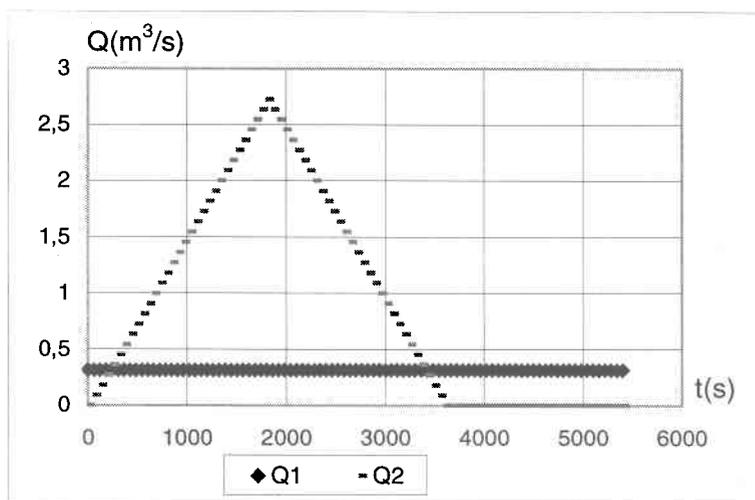


Figure B.3 : Hydrogrammes  $Q_1$  et  $Q_2$  injectés respectivement en amont et en aval du réseau hypothétique pour le troisième cas

## 1.4 Quatrième cas

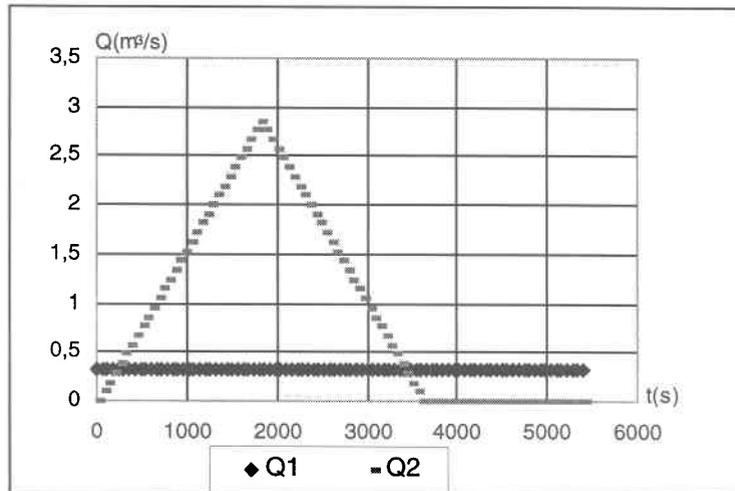


Figure B.4 : Hydrogrammes  $Q_1$  et  $Q_2$  injectés respectivement en amont et en aval du réseau hypothétique pour le quatrième cas

## 1.5 Cinquième cas

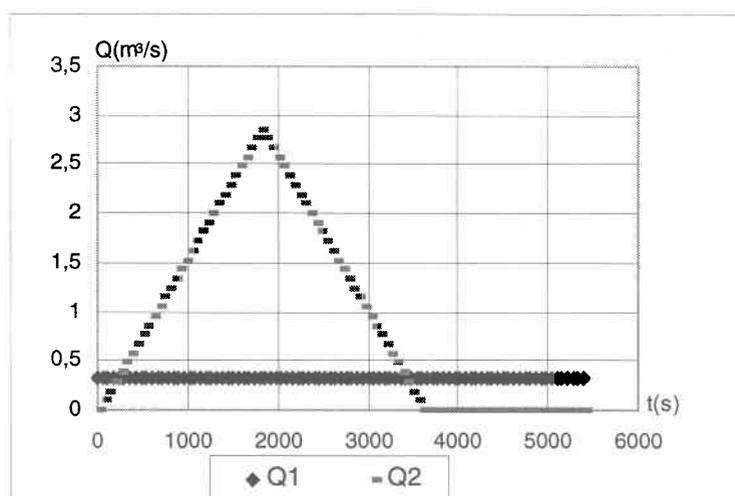
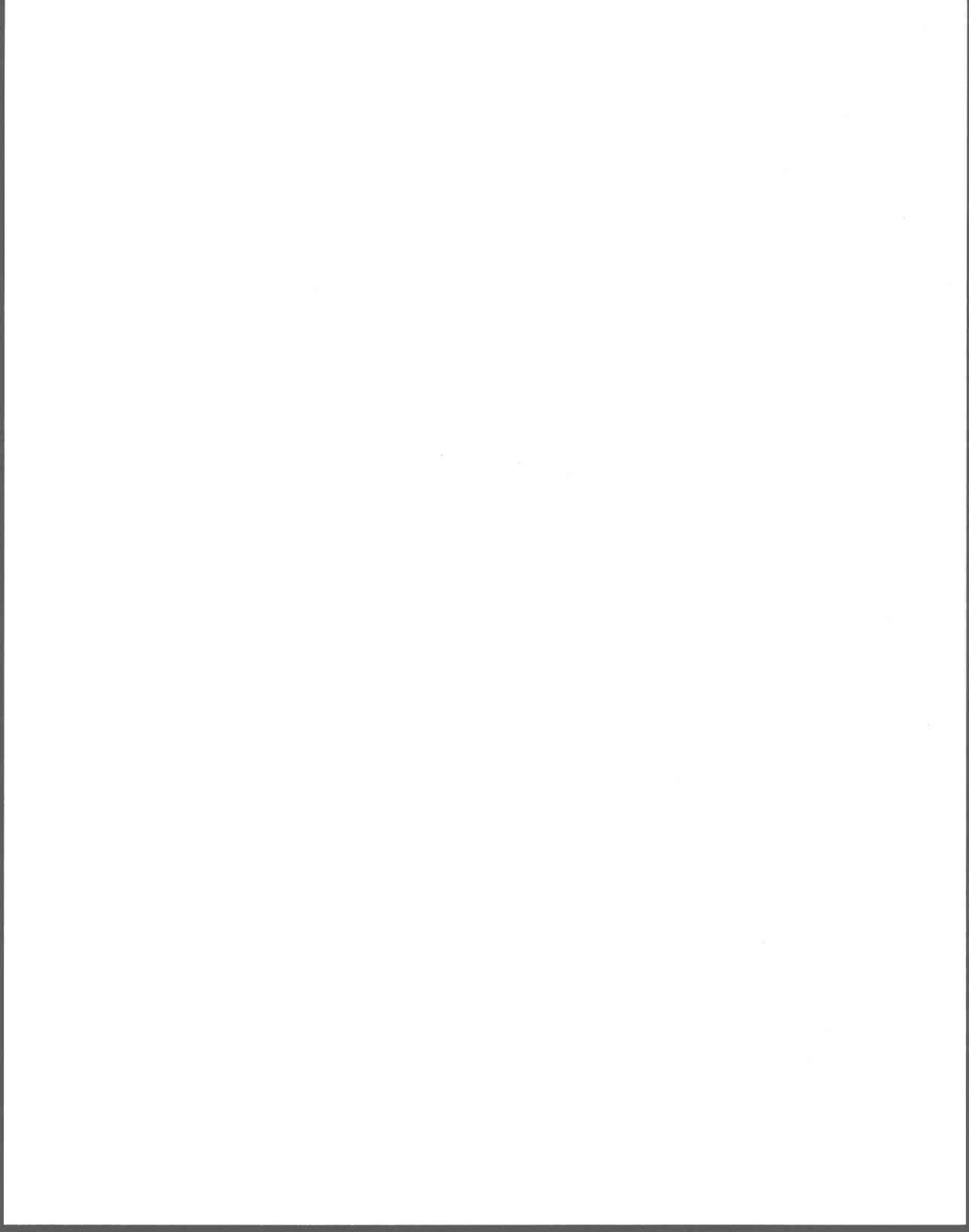


Figure B.5 : Hydrogrammes  $Q_1$  et  $Q_2$  injectés respectivement en amont et en aval du réseau hypothétique pour le cinquième cas



## ANNEXE C : RÉSULTATS DES CAS 2, 4 ET 5

---

Dans cette annexe nous présentons les résultats des débits et des hauteurs d'eau pour les cas 2, 4 et 5. Tel que mentionné précédemment, le cas 2 est analogue au cas 3, les cas 4 et 5 sont analogues au cas 1.

### 1.1 Deuxième cas : Débits

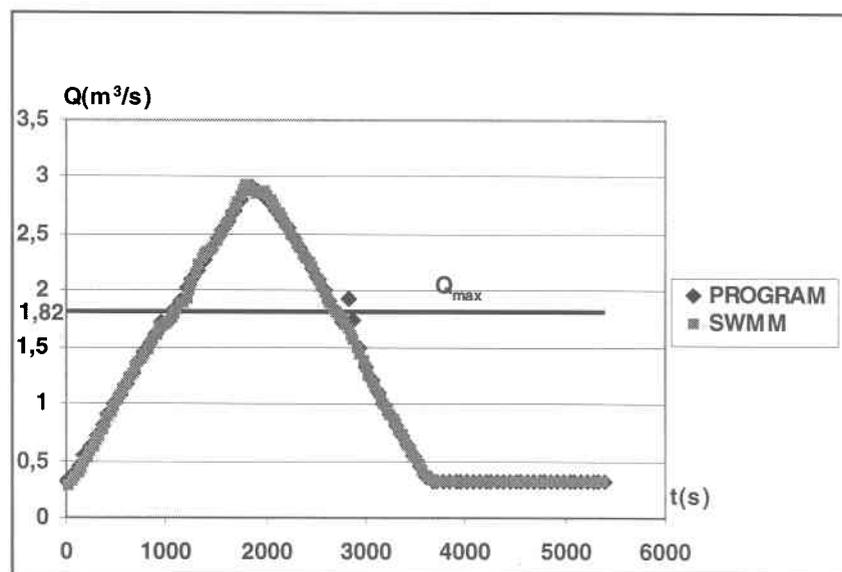
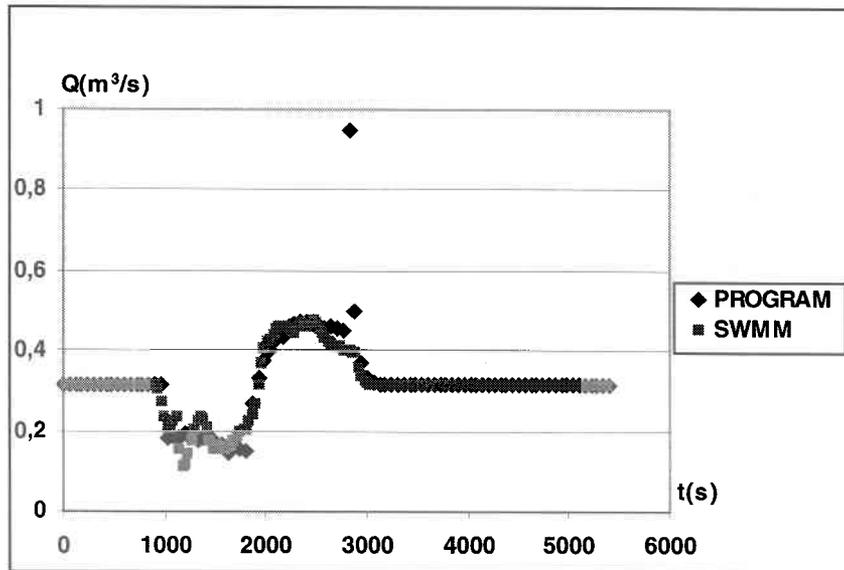
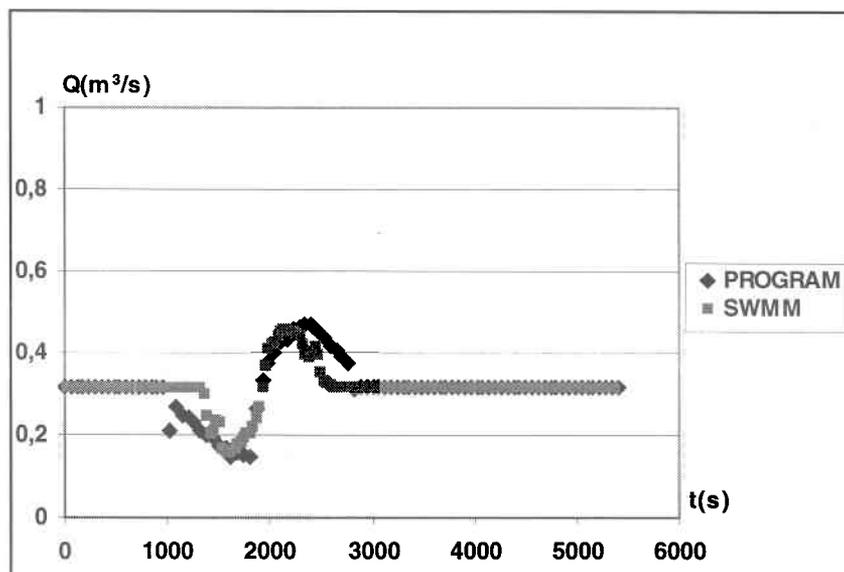


Figure C.1 : Hydrogrammes de la conduite 9

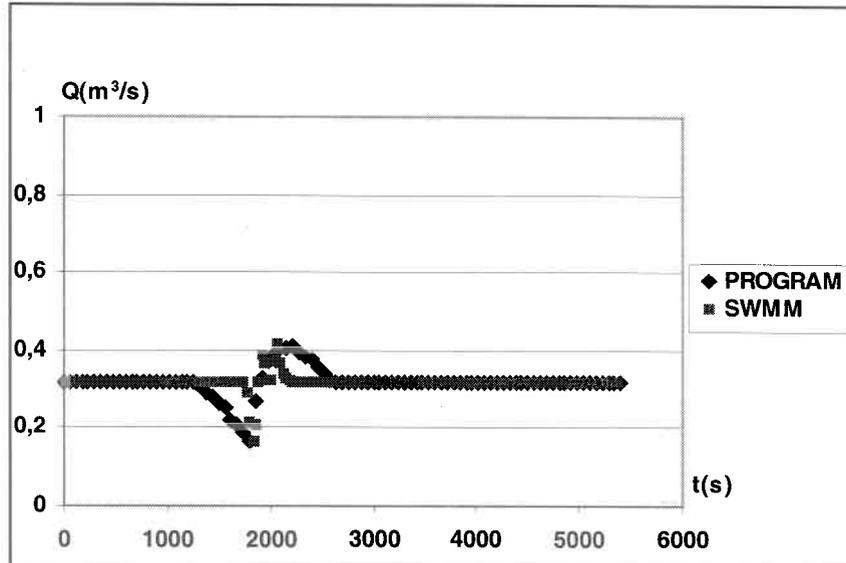


(a)

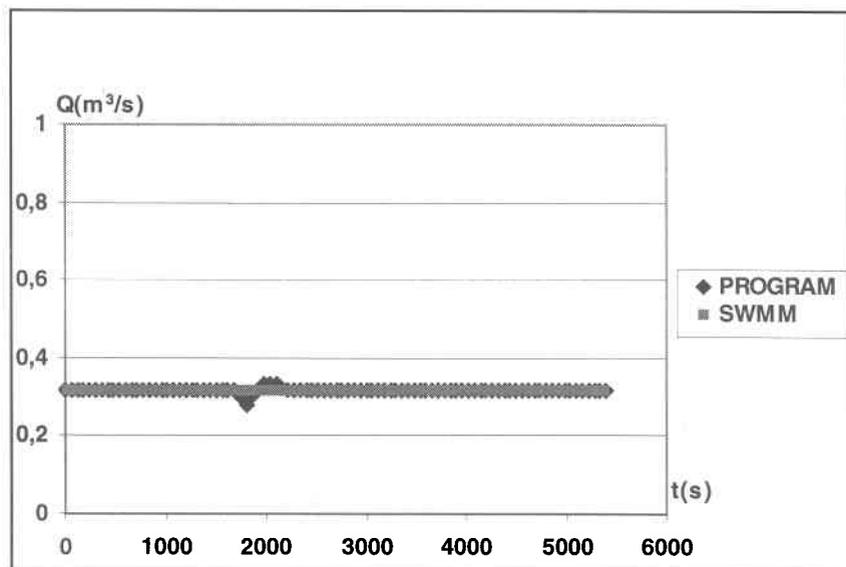


(b)

Figure C.2 : Hydrographes des conduites. (a) conduite 8 (b) conduite 7



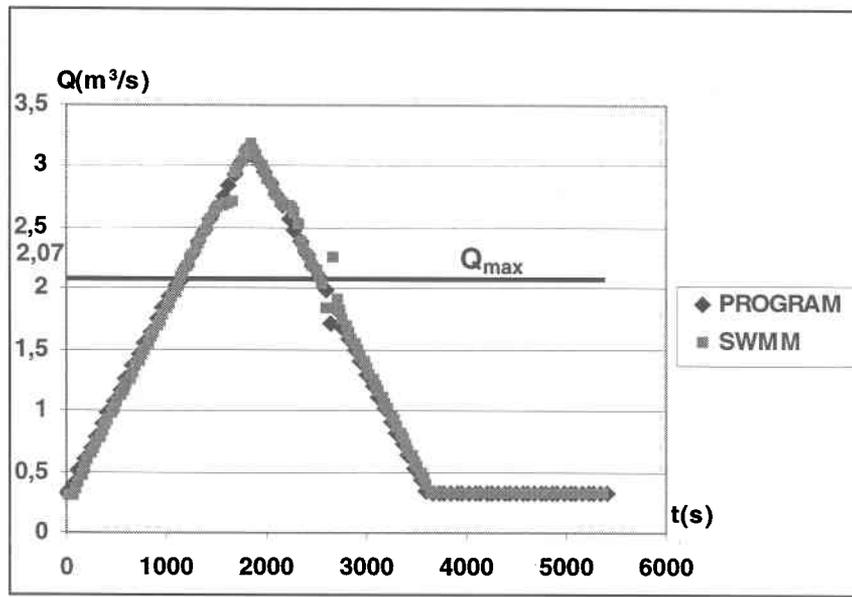
(a)



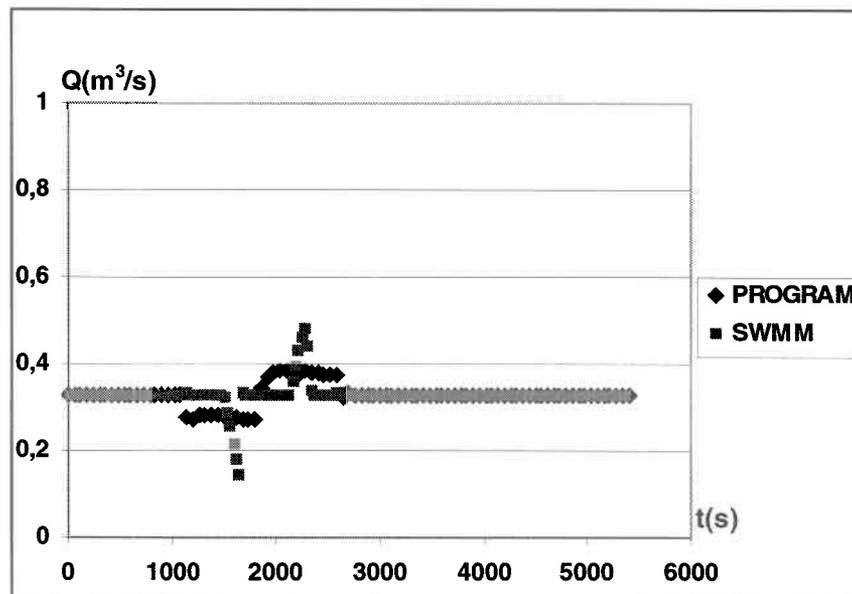
(b)

Figure C.3 : Hydrogrammes des conduites. (a) conduite 6 (b) conduite 5

## 2.2 Quatrième cas : Débits



(a)



(b)

Figure C.4 : Hydrogrammes des conduites. (a) conduite 9 (b) conduite 8

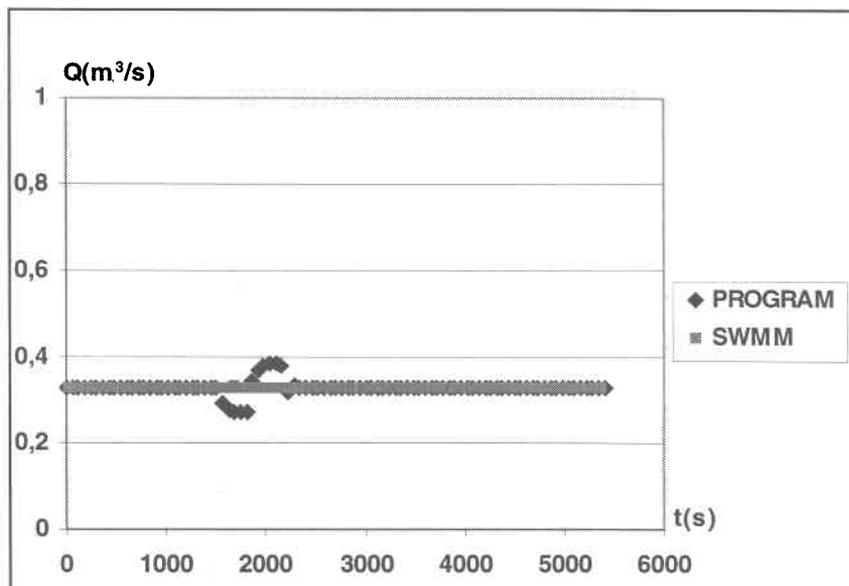
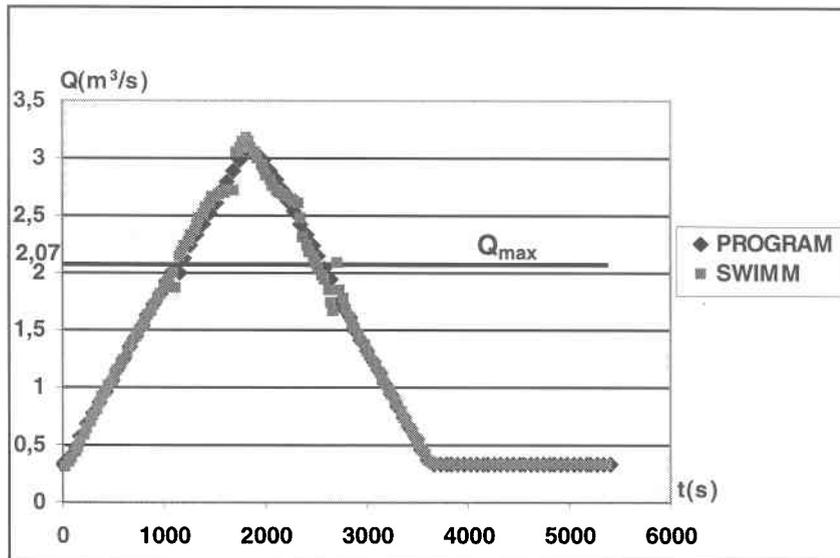
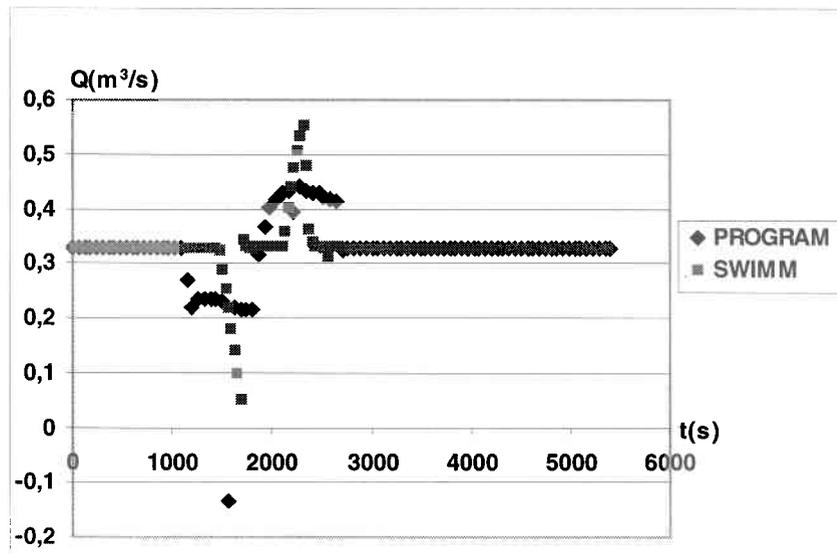


Figure C.5 : Hydrogrammes de la conduite 7

## 2.3 Cinquième cas : Débits



(a)



(b)

Figure C.6 : Hydrogrammes des conduites. (a) conduite 9 (b) conduite 8

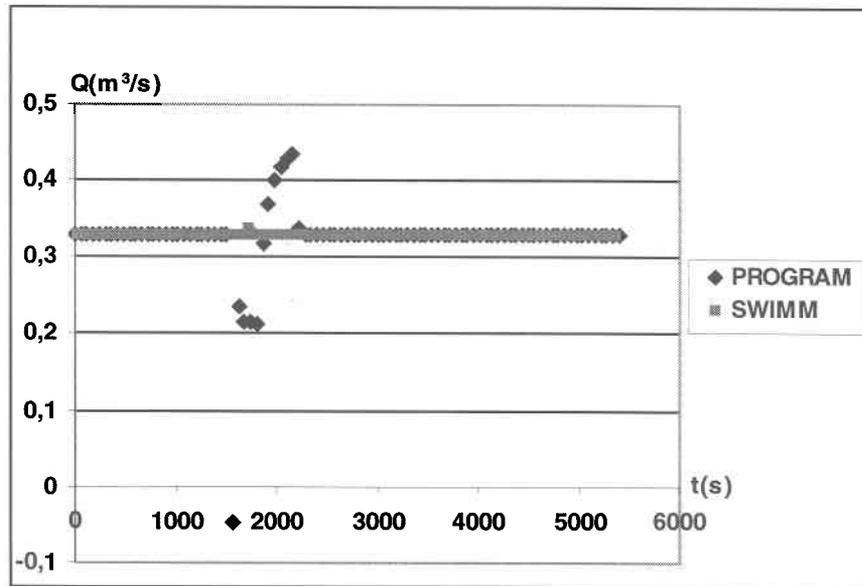
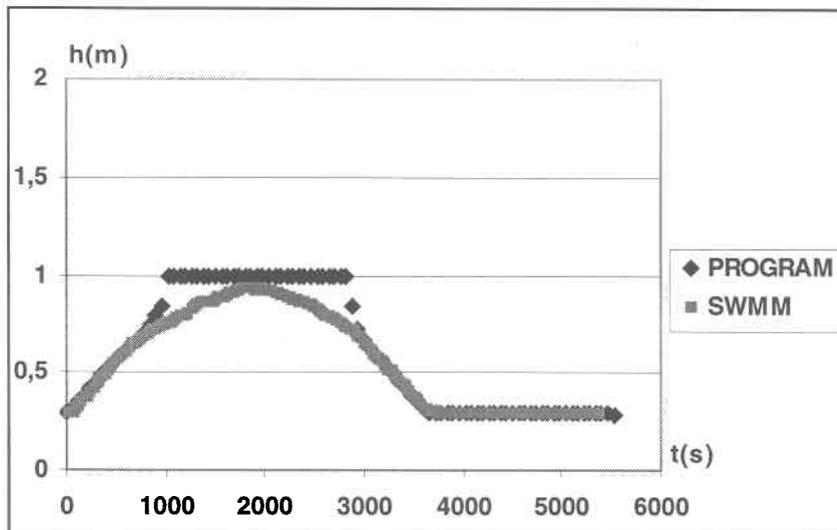
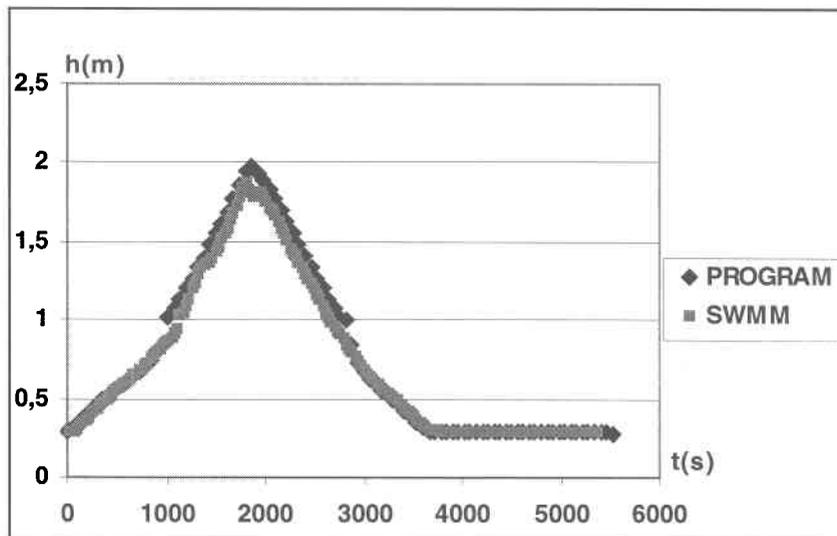


Figure C.7 : Hydrogrammes de la conduite 7

## 2.4 Deuxième cas : Hauteurs

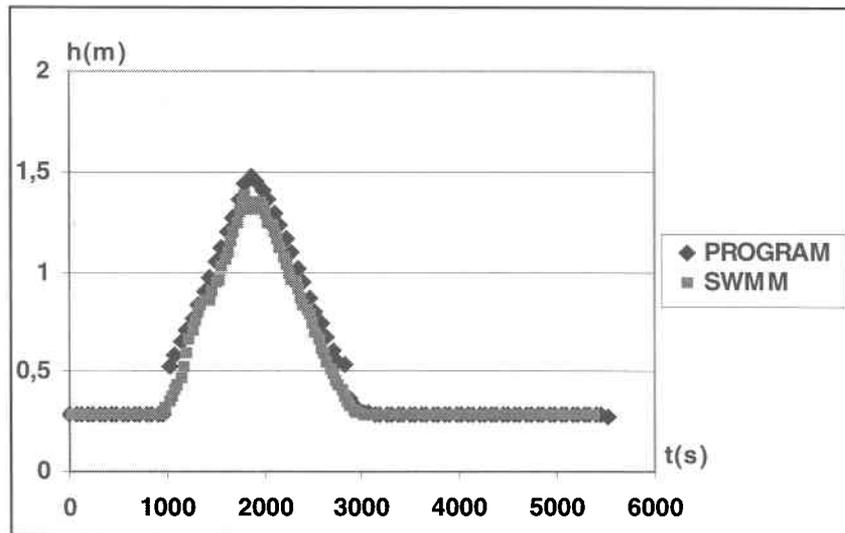


(a)

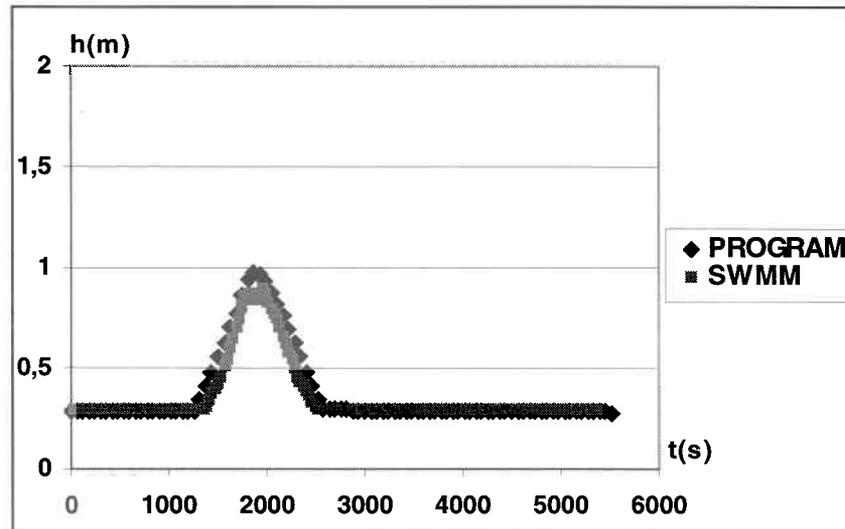


(b)

Figure C.8 : Hauteurs en aval des conduites. (a) conduite 9 (b) hauteur piézométrique, conduite 8



(a)



(b)

Figure C.9 : Hauteurs en aval des conduites. (a) hauteur piézométrique conduite 7 (b) conduite 6

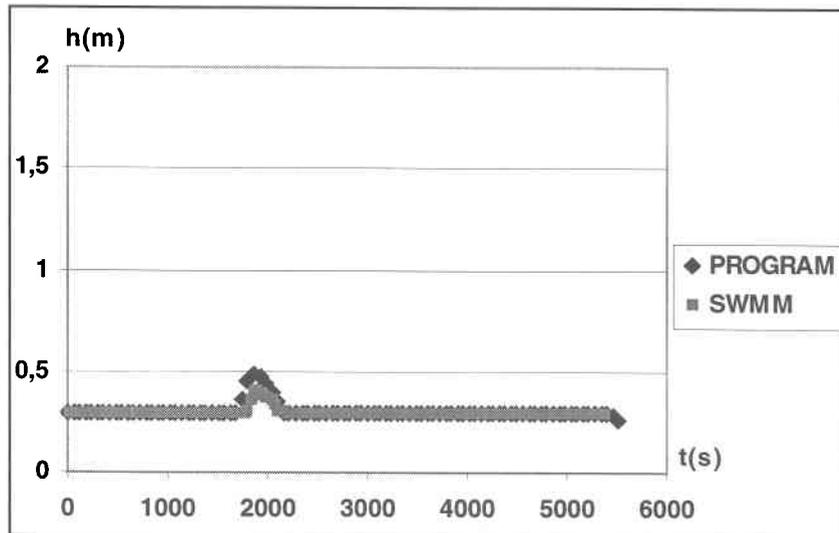
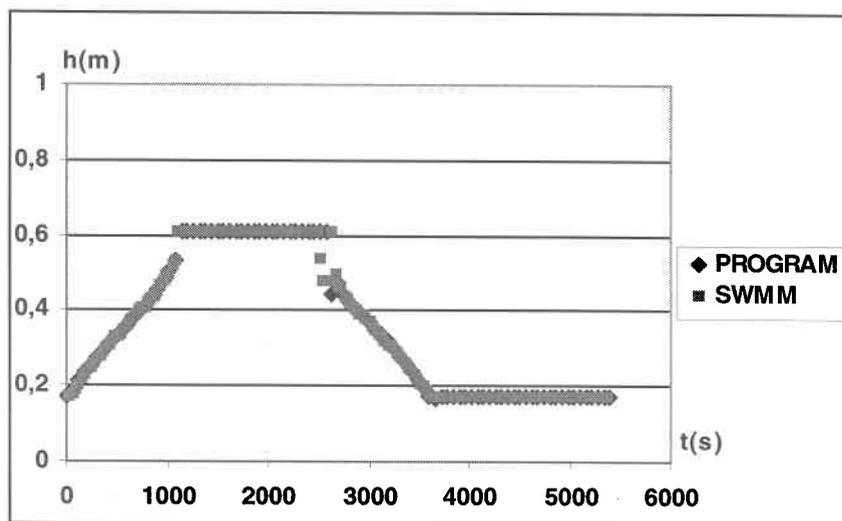
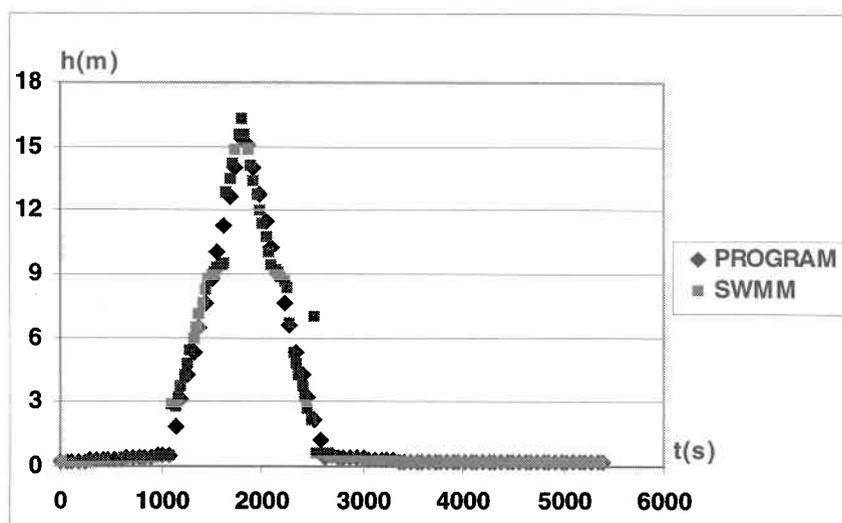


Figure C.10 : Hauteurs en aval de la conduite 5

## 2.5 Quatrième cas : Hauteurs

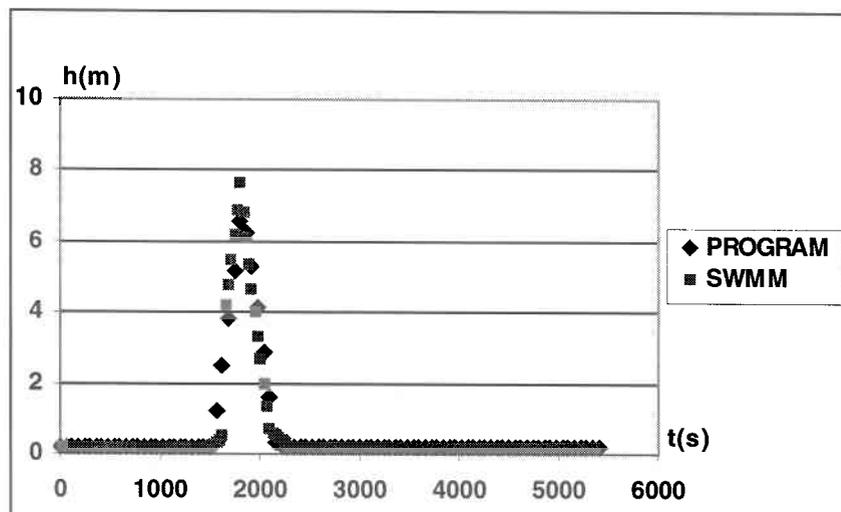


(a)

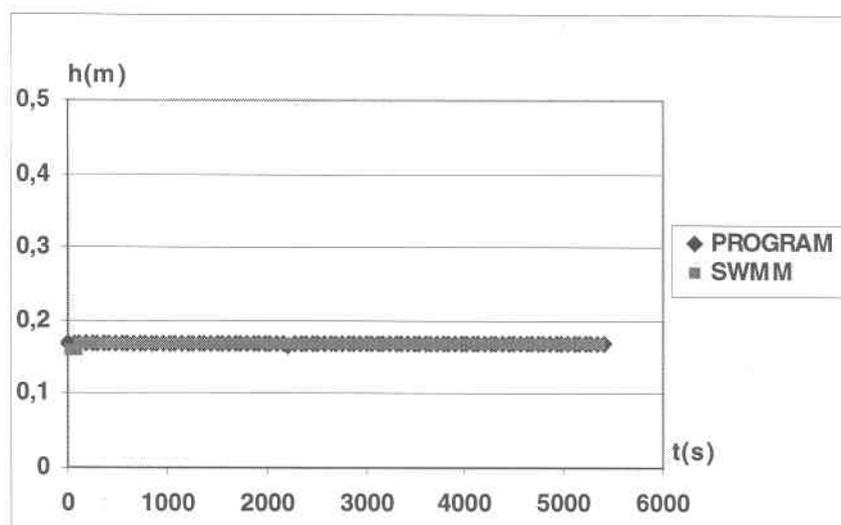


(b)

Figure C.11 : Hauteurs en aval des conduites. (a)conduite 9 (b)hauteur piézométrique, conduite 8



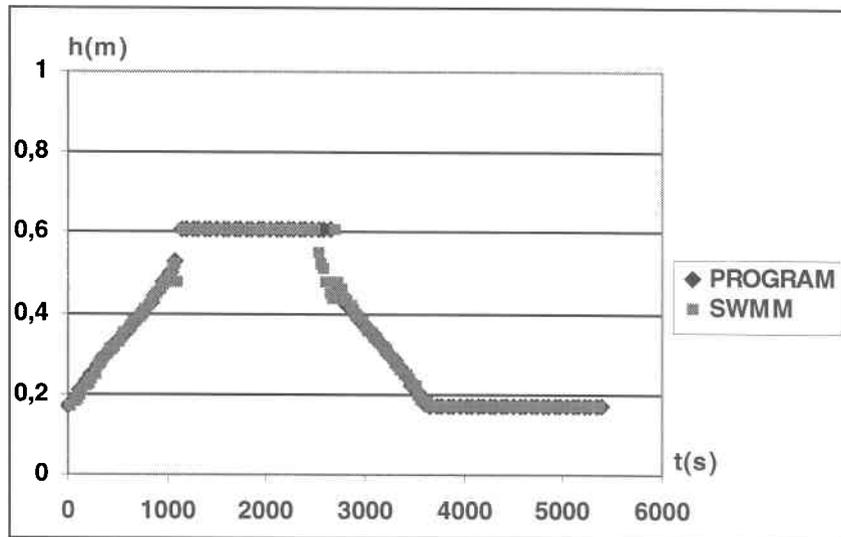
(a)



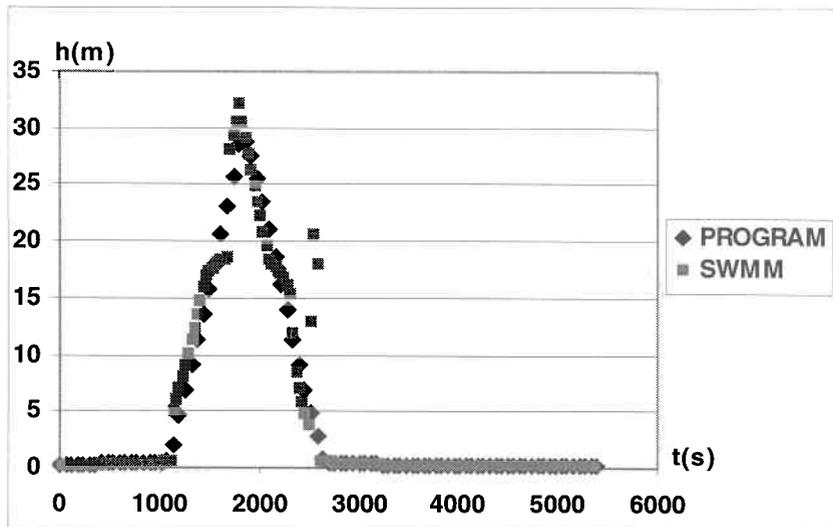
(b)

Figure C.12 : Hauteurs en aval des conduites. (a) hauteur piézométrique conduite 7 (b) conduite 6

## 2.6 Cinquième cas : Hauteurs

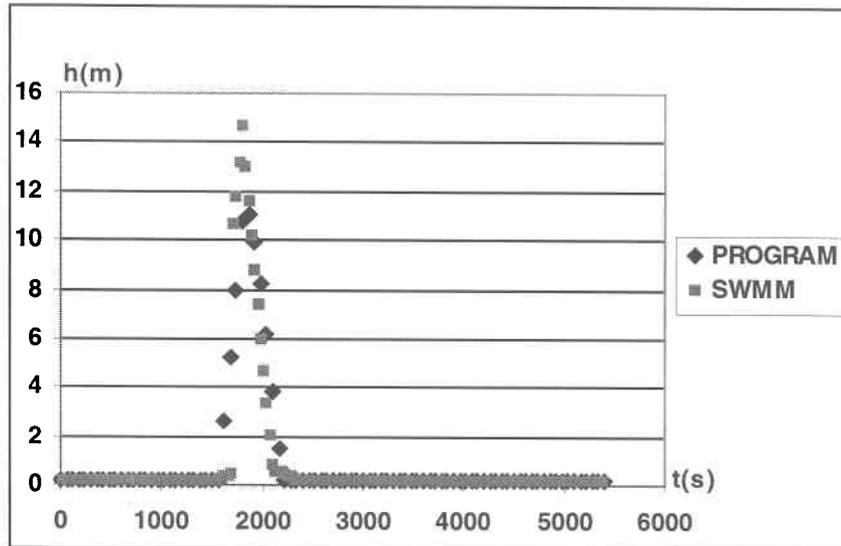


(a)

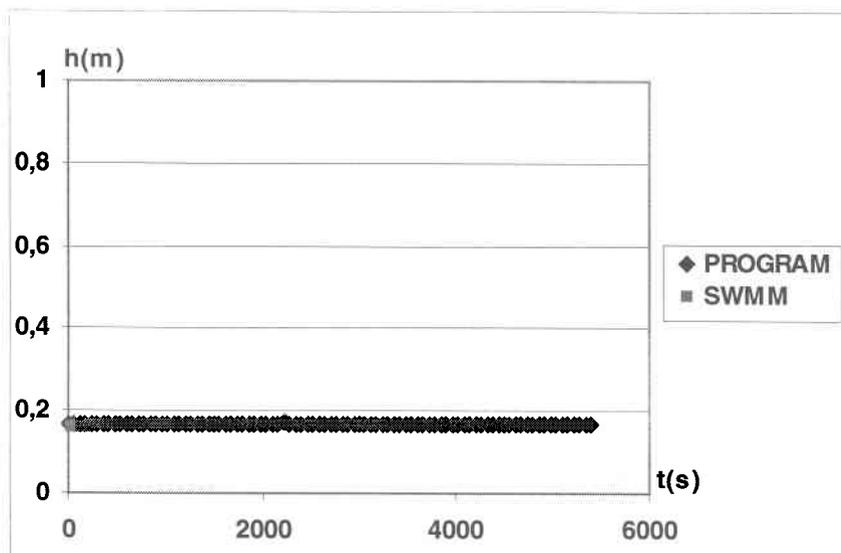


(b)

Figure C.13 : Hauteurs en aval des conduites. (a)conduite 9 (b)hauteur piézométrique, conduite 8

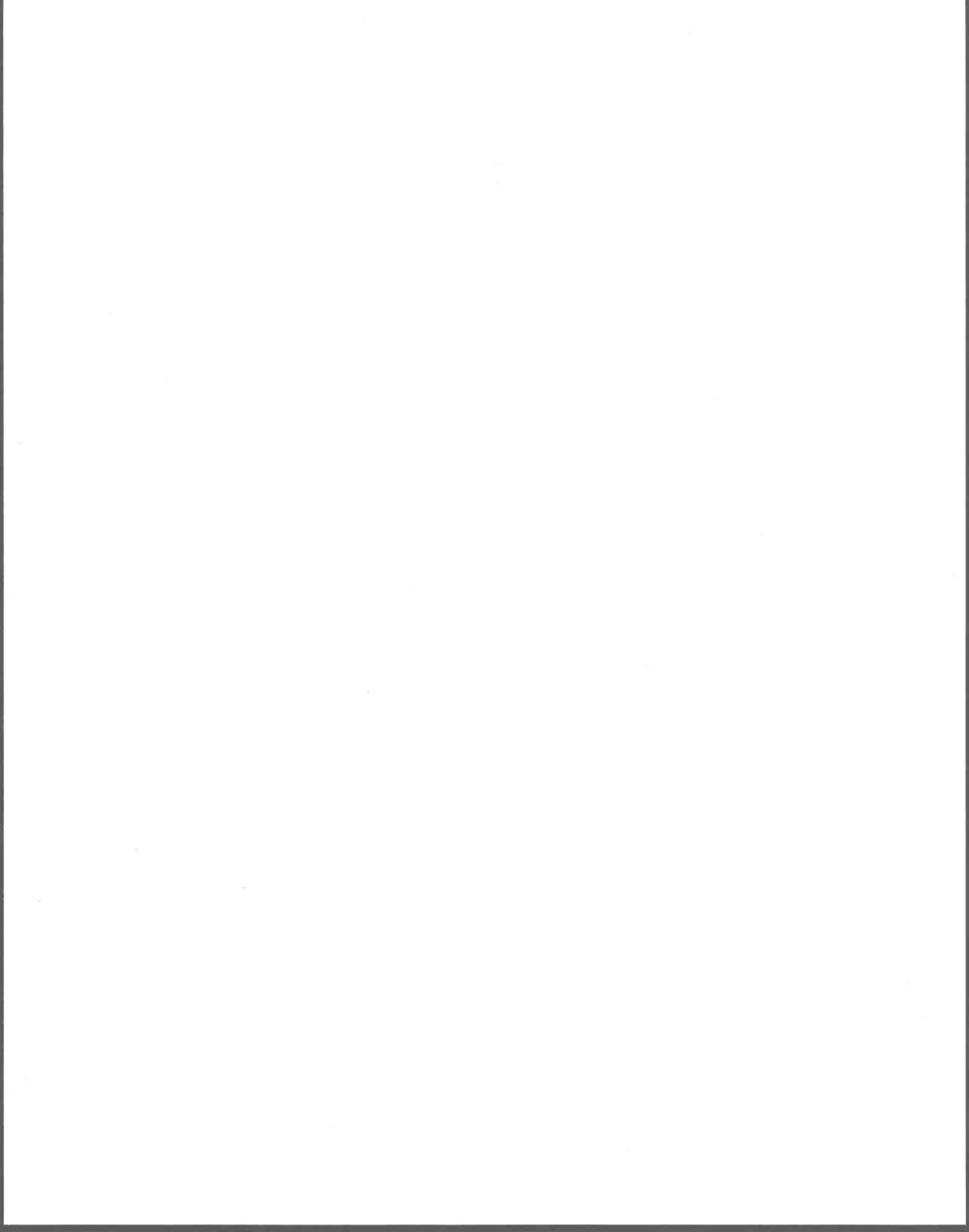


(a)



(b)

Figure C.14 : Hauteurs en aval des conduites. (a) hauteur piézométrique, conduite 7 (b) conduite 6





## ANNEXE D : LISTE DES SYMBOLES

---

- A : Section mouillée de la conduite
- $A_u$  : Aire d'écoulement amont
- $A_d$  : Aire d'écoulement aval
- $A_r$  : Section transversale de la fente fictive ou du regard
- $A_t$  : Section transversale de la conduite
- B : Coefficient de friction de la conduite
- C : Célérité de l'onde d'écoulement
- $D_h$  : Diamètre hydraulique
- D : Diamètre de la conduite
- f : Coefficient de perte de charge, calculé à partir de la formule de Colebrook
- F : Force d'accélération
- g : Accélération gravitationnelle
- H : Hauteur moyenne d'écoulement
- $H_u$  : Hauteur piézométrique en amont de la conduite
- $H_d$  : Hauteur piézométrique en aval de la conduite
- $H_f$  : Pertes de charge entre l'amont et l'aval d'une conduite
- $\Delta H$  : Différence de charge entre l'amont et l'aval d'une conduite en charge
- i : Pente de la conduite
- $I_2$  : Débit amont de la zone influencée
- $I_{c2}$  : Débit en amont de la conduite en charge
- J : Pente d'énergie
- k : Hauteur moyenne des aspérités
- $K_u$  : Coefficient de perte à l'entrée de la conduite
- $K_d$  : Coefficient de perte à la sortie de la conduite
- L : Longueur de la conduite
- m : Masse

- n : Coefficient de Manning
- P : Poids
- $R_e$  : Nombre de Reynolds
- Q : Débit dans la conduite
- $Q_e$  : Débit entrant dans la conduite
- $Q_s$  : Débit sortant d'une la conduite
- t : Temps
- $\Delta t$  : Pas de temps
- x : Position
- $\Delta x$  : Déplacement
- v : Vitesse moyenne d'écoulement
- $V_s$  : Volume stocké dans la conduite
- $Z_u$  : Élévation du radier à l'amont de la conduite
- $Z_d$  : Élévation du radier à l'aval de la conduite