

École Nationale du Génie Rural
des Eaux et des Forêts (ENGREF)
Laboratoire GRESE

Université du Québec
INRS-Eau

**LA MODÉLISATION STOCHASTIQUE DES ÉTIAGES ET DE LEURS DURÉES
EN VUE DE L'ANALYSE DU RISQUE**

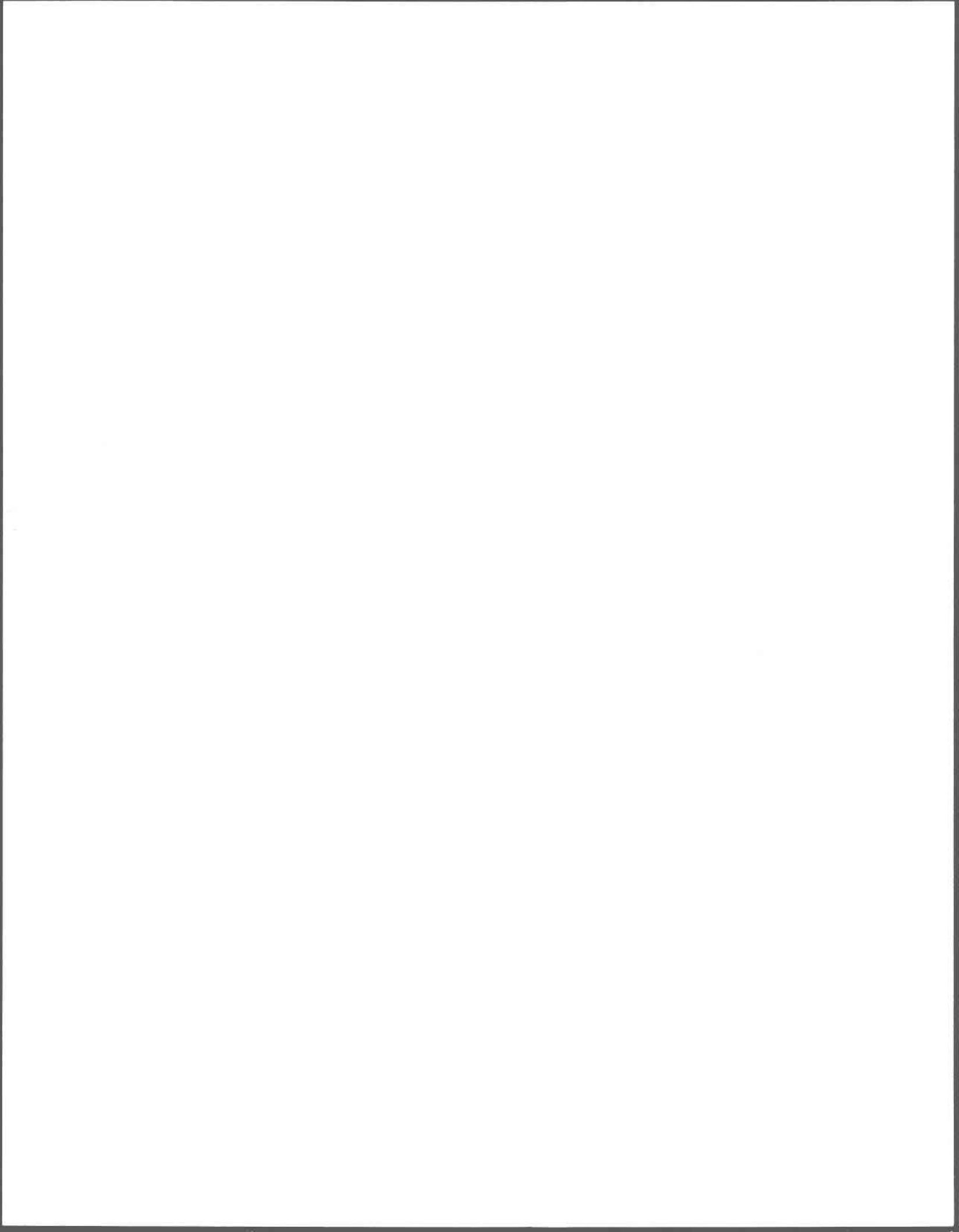
Par
Irène Abi-Zeid
(M. Sc. Mathématiques)

Thèse
présentée pour l'obtention
du grade Philosophiae Doctor (Ph. D.) en Sciences de l'Eau
et celui de Docteur de l'ENGREF en Statistiques Appliquées aux Sciences de l'Eau

Jury d'évaluation

Président du jury et examinateur externe	Christian ONOF Département du Génie Civil Imperial College of Science technology and medicine
Examineur externe	Philippe BOIS Laboratoire LTHE ENSHMG
Examineur externe	Christian GENEST Département de Mathématiques et de Statistique Université Laval
Examineur interne	Jacques BERNIER INRS-Eau Université du Québec
Directeur en cotutelle	Eric PARENT Laboratoire GRESE ENGREF
Directeur en cotutelle	Bernard BOBÉE INRS-Eau Université du Québec

Décembre, 1997



REMERCIEMENTS

Je remercie vivement le professeur Bernard Bobée de l'INRS-Eau, titulaire de la chaire en Hydrologie Statistique - Hydro Québec, d'avoir accepté de diriger cette thèse. Ses conseils et sa confiance tout au long de ce travail m'ont permis de persévérer. Je remercie également le professeur Éric Parent, directeur du laboratoire GRESE à l'ENGREF, d'avoir accepté de diriger cette thèse en cotutelle à l'ENGREF, et de m'avoir accueillie dans son laboratoire pour un stage d'un an où j'ai pu, grâce à nos nombreuses discussions, progresser dans mon travail.

Je remercie les professeurs Philippe Bois du laboratoire d'étude des transferts en hydrologie et environnement de L'ENSHMG, Christian Onof du département de génie civil du *Imperial College of Science, Technology and Medicine* qui a agi à titre de président du jury, et Christian Genest du département de mathématiques et de statistique de l'université Laval, d'avoir bien voulu participer au jury.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur Bernier, professeur invité à l'INRS-Eau et codirecteur de cette thèse, pour son intérêt et son enthousiasme. Il a grandement contribué à faire avancer ce travail par ses judicieux conseils et ses suggestions.

Les commentaires de tous les membres du jury furent très pertinents et très appréciés, et je les en remercie.

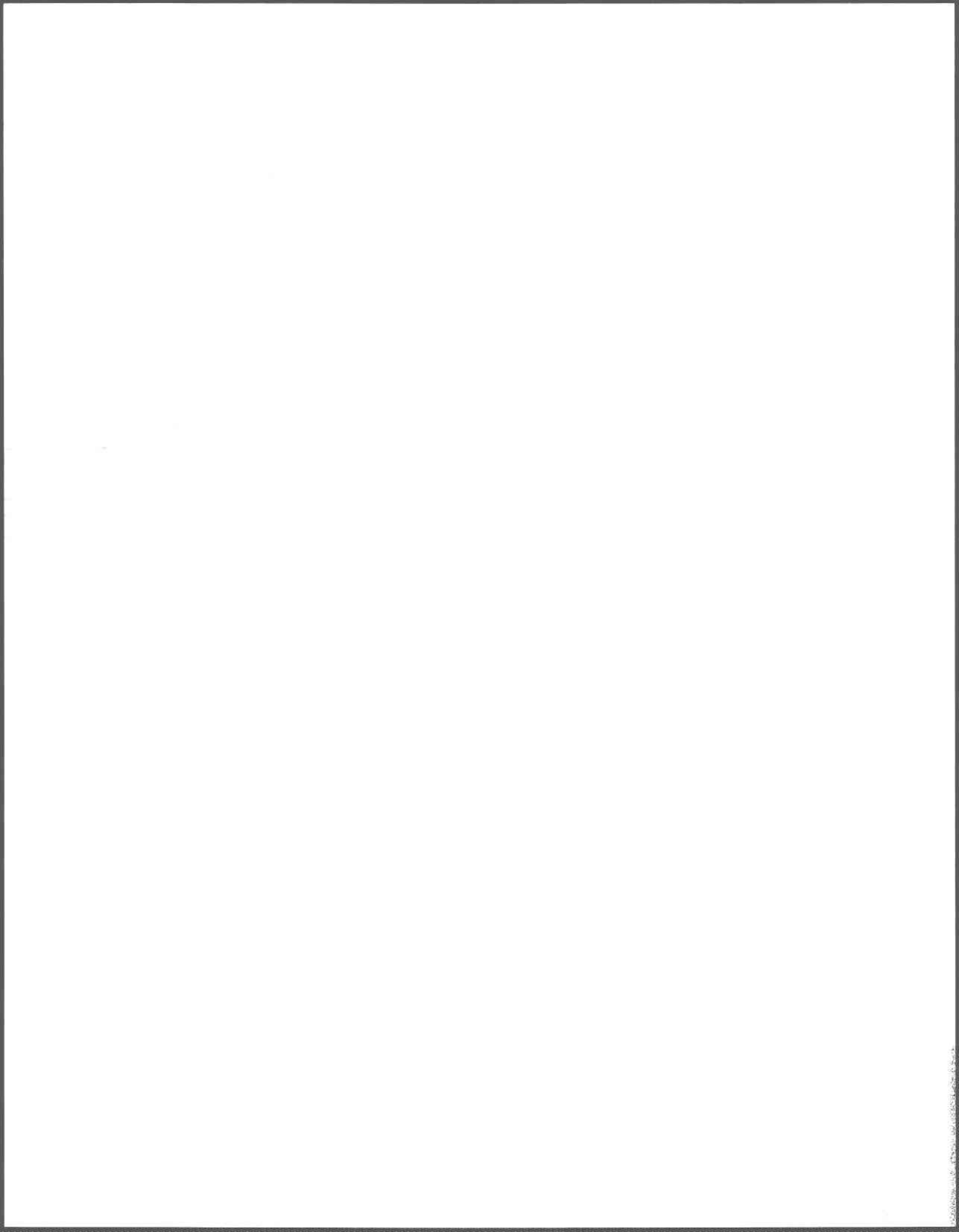
Je désire remercier Dr Paul Pilon d'Environnement Canada de m'avoir fourni les données que j'ai traitées dans ce travail.

Je remercie mes parents de m'avoir appris par l'exemple, l'optimisme, le courage et la persévérance.

Finalement, je suis infiniment reconnaissante envers mon mari Luc Lamontagne, qui m'a encouragée et soutenue tout au long de cette thèse, et sans qui ce travail n'aurait pas été possible. Merci aussi à Mathieu, qui est arrivé un peu plus tard dans le processus, mais qui m'a inspirée et m'a donné la volonté d'aller jusqu'au bout.

Québec, décembre 1997

Le financement de cette thèse a été assuré par FCAR, et par l'INRS-Eau. Le stage à l'ENGREF a été financé en partie par le gouvernement français.



RÉSUMÉ

Les objectifs de ce travail intitulé "La modélisation stochastique des étiages et de leurs durées en vue de l'analyse du risque" sont les suivants:

- la modélisation, selon l'approche des processus ponctuels non stationnaires, des occurrences et des durées des surplus et des étiages;
- la construction et l'évaluation de ces modèles sur différentes rivières; et
- la définition et la quantification d'indices de risque basés sur les durées d'étiage.

Ce document comprend 9 chapitres. Après l'introduction du chapitre 1, nous effectuons au chapitre 2 une revue bibliographique exhaustive des travaux reliés à la modélisation des étiages. Au chapitre 3, nous résumons les éléments de la théorie des processus ponctuels nécessaires à notre recherche. Les processus ponctuels retenus sont le processus de Poisson non homogène (PNH), le processus de renouvellement non homogène (RNH), le processus de Poisson non homogène conditionnel (PNHC), et le processus autoexcité (AE).

Nous développons au chapitre 4 une méthode d'estimation bayésienne semi-paramétrique de la fonction d'intensité d'un processus de Poisson non homogène. Nous comparons cette méthode avec la méthode paramétrique du maximum de vraisemblance (MV) sur des données simulées ainsi que sur des données de précipitations observées sur la station française de Bar-sur-Seine. La méthode bayésienne donne des résultats comparables à la méthode du MV sans avoir à spécifier a priori la forme paramétrée de la fonction d'intensité.

Au chapitre 5, nous développons une méthodologie pour la modélisation des séries alternées de surplus et d'étiage. Cette méthodologie est suffisamment générale pour s'appliquer à toute série alternée de deux états. Plus particulièrement, nous proposons des modèles basés sur les PNHC qui incorporent les précipitations et les températures journalières dans la formulation des fonctions d'intensité.

Au chapitre 6, nous construisons, appliquons, et évaluons les processus non stationnaires de PNH, RNH et PNHC sur 10 rivières canadiennes et une rivière française¹. Les étiages sont définis à partir de deux seuils correspondant aux 10^{ème} et 25^{ème} quantiles, c'est-à-dire les

¹ Nous utilisons les données journalières des rivières suivantes: Pigeon, Magnetawan Nord, Black, Missinaibi, et Turtle en Ontario, Upper Humber à Terre Neuve, Harricana au Québec, Bow et Athabasca en Alberta, Sprague au Manitoba, et Bar-sur-Seine en France. Les débits moyens journaliers de ces rivières, de superficie entre 321 km² et 74600 km², varient entre 1.6 m³/s et 442 m³/s.

débats dépassés 90% et 75% du temps respectivement. Nous constatons que les modèles simples de PNH, RNH, et PNHC sont adéquats pour modéliser les occurrences de surplus et d'étiage dans la plupart des cas.

Au chapitre 7, Nous avons développé pour les PNH, RNH et PNHC les indices de risque suivants: $I_1(x,u)$, la probabilité qu'un étiage qui a débuté à l'instant u dure plus de x jours; $I_2(x,u)$, la probabilité qu'un étiage qui a débuté à l'instant u se termine étant donné qu'il a déjà duré x jours; $I_3(y,u)$, la probabilité d'entrer en étiage sur l'intervalle $(u,u+y)$ étant donné qu'on est entré en surplus à l'instant u ; $I_4(z,u)$, la probabilité d'entrer à nouveau en étiage sur $(u, u+z)$ étant donné qu'on est entré en étiage à l'instant u ; et $I_5(x,u)$, la probabilité d'être en étiage au temps $t=x+u$ étant donné que le dernier étiage a débuté à l'instant u . Nous avons quantifié ces indices pour des données réelles afin d'illustrer leur applicabilité. Les résultats présentés au chapitre 7 sont plutôt de nature exploratoire.

Nous concluons au chapitre 8 en résumant les motivations de ce travail, les objectifs, la démarche suivie, les résultats obtenus, les contributions ainsi que des avenues de recherche pour des travaux futurs.

TABLE DES MATIÈRES

1. INTRODUCTION	1
1.1 Problématique de recherche	1
1.1.1 La modélisation statistique des étiages	1
1.1.2 L'analyse du risque	2
1.2 Objectifs de recherche	3
1.3 Plan de la thèse	4
2. REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	7
2.1 La sécheresse	7
2.1.1 Une définition méthodologique de la sécheresse	11
2.2 Les étiages	12
2.3 La modélisation des sécheresses hydrologiques et des étiages	13
2.3.1 L'analyse fréquentielle des faibles débits.....	14
2.3.2 L'analyse des durées et les processus stochastiques	18
2.4 Les indicateurs de sécheresse	29
2.5 Les indicateurs d'étiage.....	31
2.6 Le risque et l'incertitude	33
2.6.1 Les définitions de l'incertitude	34
2.6.2 Les définitions du risque	35
2.7 L'analyse du risque	36
2.7.1 La modélisation de l'incertitude	37
2.7.2 La quantification du risque	38
2.8 En résumé.....	43
3. LES PROCESSUS PONCTUELS.....	45
3.1 Définitions générales.....	45
3.2 Définitions de quelques processus ponctuels.....	50
3.2.1 Le processus de Poisson homogène	51
3.2.2 Le processus de Poisson non homogène	52
3.2.3 Le processus de renouvellement homogène.....	52
3.2.4 Le processus de Poisson doublement stochastique	53
3.2.5 Le processus autoexcité	53
3.3 La stationnarité des processus ponctuels.....	57
3.3.1 L'homogénéisation d'un processus ponctuel non homogène	58

3.3.2 L'homogénéisation du processus de Poisson non homogène	58
3.4 L'analyse des séries d'événements	60
3.4.1 L'analyse des tendances et de la périodicité	61
3.4.2 L'indépendance des intervalles - Tests de renouvellement.....	66
3.4.3 Tests du processus de Poisson	68
4. L'ESTIMATION BAYÉSIENNE DE L'INTENSITÉ D'UN PROCESSUS DE POISSON NON HOMOGÈNE	71
4.1 Le principe de superposition	71
4.2 L'estimation bayésienne de l'intensité d'un PNH.....	72
4.2.1 Les hypothèses	73
4.2.2 La méthodologie et l'algorithme d'estimation.....	75
4.2.3 Quantification de l'incertitude sur l'intensité estimée par la méthode BSP	81
4.3 Méthode du maximum de vraisemblance	82
4.3.1 Quantification de l'incertitude sur l'intensité estimée par la méthode du MV.....	83
4.4 Applications	83
4.4.1 Méthode BSP appliquée à un processus simulé.....	84
4.4.2 Comparaison de la méthode du MV et la méthode BSP, $\bar{\mu}$ inconnue, pour les précipitations sur Bar-sur-Seine.....	87
4.5 Discussion	89
4.5.1 Processus simulé	89
4.5.2 Processus de précipitations (Bar-sur-Seine)	90
4.5.3 Conclusions.....	90
5. MÉTHODOLOGIE DE CONSTRUCTION ET D'ÉVALUATION DES MODÈLES D'OCCURRENCES	91
5.1 La définition des événements.....	92
5.2 La définition du processus alterné	93
5.2.1 Le processus de Poisson non homogène (PNH)	96
5.2.2 Le processus de renouvellement non homogène (RNH)	97
5.2.3 Le processus de Poisson non homogène conditionnel (PNHC)	99
5.3 Estimation	101
5.3.1 Le processus de Poisson non homogène (PNH)	101
5.3.2 Le processus de renouvellement non homogène (RNH)	104
5.3.3 Le processus de Poisson non homogène conditionnel (PNHC)	105
5.3.4 Les variances des paramètres des fonctions d'intensité des PNH et RNH	106

5.3.5 Les variances des paramètres des fonctions d'intensité du PNHC.....	106
5.4 Vérification de l'adéquation des modèles.....	107
5.4.1 L'homogénéisation du processus observé	107
5.4.2 L'application de tests graphiques	108
5.4.3 L'application de tests statistiques.....	108
5.4.4 Simulation	112
5.4.5 Analyse de sensibilité.....	112
6. APPLICATIONS ET RÉSULTATS	115
6.1 Présentation des données.....	115
6.2 Estimation de $\lambda^i(t)$ (PNH, RNH).....	118
6.3 Vérification de l'adéquation des modèles (PNH, RNH).....	121
6.3.1 Les étiages: résultats du PNH	122
6.3.2 Les surplus: résultats du PNH.....	131
6.3.3 Vérification de l'adéquation du RNH.....	135
6.3.4 Les étiages: résultats du RNH.....	135
6.3.5 Les surplus: résultats du RNH	136
6.4 Résumé des résultats du PNH et du RNH.....	137
6.5 Vérification de l'adéquation du PNHC.....	137
6.5.1 Les étiages: résultats du PNHC.....	138
6.5.2 Les surplus: résultats du PNHC	138
6.6 Analyse de sensibilité et simulation.....	144
6.7 Conclusions	151
7. QUANTIFICATION DU RISQUE	153
7.1 La loi des durées d'étiage, $I_1(x,u)$	155
7.2 La probabilité qu'un étiage se termine, $I_2(x,u)$	158
7.3 La probabilité d'entrer en étiage, $I_3(y,u)$	161
7.4 La probabilité d'un nouvel étiage, $I_4(z,u)$	164
7.4.1 La densité des intervalles entre les débuts d'étiages	165
7.5 La probabilité d'être en étiage, $I_5(x,u)$	169
7.6 Conclusions	172
8. CONCLUSION	175

8.1 Motivation	175
8.2 Objectifs	175
8.3 Démarche	176
8.4 Résumé des résultats	178
8.5 Contributions.....	179
8.6 Travaux futurs	180
9. BIBLIOGRAPHIE	183
10. ANNEXE 1: ESTIMATION BAYÉSIENNE DE L'INTENSITÉ D'UN PNH.....	191
10.1 La matrice de variance-covariance V.....	191
10.2 L'estimation par la méthode MV des paramètres λ , k , et θ	194
11. ANNEXE 2: LES LOIS CITÉES DANS LE TEXTE.....	203
12. ANNEXE 3: LES VARIANCES DES PARAMÈTRES DES PNH ET RNH.....	207
13. ANNEXE 4: ALGORITHMES DE SIMULATION.....	221
14. ANNEXE 5: MODÈLES DE $\rho^1(t;H_t)$ POUR LE PNHC	225
15. ANNEXE 6: LES VARIANCES DES PARAMÈTRES DU PNHC	227
16. ANNEXE 7: LES DÉBITS MOYENS MENSUELS.....	235
17. ANNEXE 8: LES FONCTIONS ESTIMÉES $\lambda^i(t)$	241
18. ANNEXE 9: RÉSULTATS À $\alpha=.01$	265

19. ANNEXE 10: LES COURBES DÉBITS-DURÉES	273
--	-----

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1: La définition des variables décrivant la sécheresse	9
Figure 2.2: Définition de Y_t à partir de l'offre et de la demande.....	10
Figure 2.3: Classification des événements hydrologiques (adaptée de Dracup <i>et al.</i> , 1980a).....	12
Figure 2.4: Exemple d'une courbe débit-durée	18
Figure 2.5: La définition de X_t à partir de Y_t	20
Figure 2.6: Schéma d'un processus ponctuel	25
Figure 2.7: Définition du processus ponctuel alterné de surplus et d'étiage	26
Figure 2.8: Indicateur d'étiage à débit fixé (Miquel et Phien Bou Pha, 1978)	32
Figure 2.9: Analyse du risque (adaptée de Rowe, 1988).....	37
Figure 2.10: Illustration des concepts liés à la sécheresse régionale (Correia <i>et al.</i> 1991)	41
Figure 3.1: La réalisation d'un processus stochastique ponctuel.....	45
Figure 3.2: La définition des intervalles dans un processus stochastique ponctuel.....	46
Figure 3.3: Le nombre d'événements dans une union d'intervalles.....	46
Figure 3.4: Le lien entre le nombre d'événements et les intervalles	47
Figure 3.5: Une fonction d'intensité typique (adaptée de Snyder, 1975)	48
Figure 3.6: Illustration des variables liées à la probabilité de survie.....	49
Figure 3.7: Un exemple d'une réalisation d'un processus ponctuel (adaptée de Snyder, 1975).....	50
Figure 3.8: Schéma illustrant les relations entre certains processus ponctuels.....	54
Figure 3.9: Un processus débutant à un temps arbitraire ou à un événement arbitraire	57
Figure 3.10: La définition de la fonction $\tau^{-1}(t)$ (adaptée de North, 1981).....	59
Figure 3.11: L'homogénéisation d'un PNH (adaptée de North, 1981).....	60
Figure 3.12: Les précipitations sur Bar-sur-Seine, 1951-1955	61
Figure 3.13: Le graphique cumulatif des précipitations sur Bar-sur-Seine	62
Figure 3.14: La fonction de survie logarithmique.....	62
Figure 3.15: Le taux moyen journalier d'occurrence de précipitation, $\tau=30$	63
Figure 3.16: Le spectre des précipitations sur Bar-sur-Seine	64
Figure 4.1: La superposition de processus	72
Figure 4.2: L'algorithme d'estimation BSP de la fonction d'intensité d'un PNH	80
Figure 4.3: La fonction d'intensité réelle.....	84