

Université du Québec  
Institut National de la Recherche Scientifique  
Énergie, Matériaux et Télécommunications

# Analyse et amélioration de la combinaison AMC-HARQ

Par

**Redouane Sassioui**

Mémoire présentée pour l'obtention du grade  
Maître ès sciences (M.Sc.) en télécommunications

## Jury d'évaluation

Président du jury	Jean-Charles Grégoire, INRS-EMT, Montréal, Canada
Examineur externe	Messaoud Ahmed Ouameur, Nutaq Inc, Québec, Canada
Directeur de recherche	Leszek Szczeciński, INRS-EMT, Montréal, Canada
Codirecteur de recherche	Long Le, INRS-EMT, Montréal, Canada
Codirecteur de recherche	Mustapha Benjillali, INPT, Rabat, Maroc



## Résumé

Pour améliorer le débit dans les réseaux mobiles, les techniques de l'adaptation du codage et de la modulation (AMC) ainsi que de HARQ ("Hybrid Automatic Repeat reQuest") sont souvent utilisées. AMC permet de tirer profit de la variabilité des canaux mobiles en ajustant le codage et la modulation afin d'optimiser le débit reçu par l'utilisateur. D'autre part, HARQ est un mécanisme qui permet la retransmission des données perdues ou mal reçues par l'utilisateur. Il combine les principes de la retransmission ARQ et celui du codage canal permettant d'assurer la fiabilité des transmissions.

AMC et HARQ sont adoptés par les standards de la communication sans fil modernes (ex. LTE) et l'étude de la combinaison de ces deux mécanismes reçoit une attention croissante dans la littérature. La majorité des travaux qui traitent ce sujet considèrent une contrainte sur la probabilité de coupure au niveau de la couche physique. Dans ces cas, l'utilisation du protocole HARQ permet d'augmenter les taux de transmission tout en gardant une faible probabilité de coupure, ce qui mène à l'augmentation du débit utile du système.

Dans ce mémoire, nous sommes intéressés également à la combinaison de AMC et HARQ dans le contexte où aucune contrainte sur la probabilité de coupure n'est imposée. En effet, nous supposons que le protocole ARQ persistant est présent à la couche liaison de données (LLC) de sorte que les pertes dues à l'imperfection de la couche physique sont nulles. Cette supposition nous libère de toutes les considérations liées au niveau de la fiabilité de la couche physique, permettant ainsi de nous concentrer sur la relation entre AMC et HARQ.

Premièrement, nous montrons que l'utilisation du protocole HARQ avec AMC peut affecter le système de façon négative en termes du débit utile et de la capacité effective. Ensuite, nous proposons plusieurs stratégies pour faire face à ce problème. D'abord, nous adaptons les paramètres de AMC en

tenant compte de l'existence du protocole HARQ. Ensuite, nous proposons d'adapter le protocole HARQ à l'existence de AMC. Une nouvelle stratégie est ensuite présentée, qui consiste à adapter le protocole HARQ à l'état du décodage envoyé par le récepteur. Enfin nous proposons une transmission dite multi-paquets qui nous permet d'augmenter davantage le débit utile. Nous présentons également l'analyse de la combinaison AMC-HARQ dans le contexte des systèmes à plusieurs usagers. Dans ce cas, HARQ peut bénéficier de la diversité pour améliorer le débit utile du système. Tous les résultats théoriques sont illustrés par plusieurs exemples numériques.

---

Étudiant

---

Directeur de recherche

## Remerciements

*Au terme de ce travail, j'exprime ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à l'accomplissement de ce travail.*

*Je tiens tout d'abord à adresser mes remerciements à M. Jean-Charles Grégoire et à M. Messaoud Ahmed Ouameur d'avoir accepté de faire partie du jury d'évaluation.*

*Je tiens à coeur à exprimer ma grande gratitude à mon directeur de recherche, M. Leszek Szczeciński, pour avoir fait le suivi de mon projet de recherche depuis sa définition jusqu'à son accomplissement final et aussi pour ses conseils, ses directives précieuses et surtout sa patience et sa disponibilité. Ses questions pertinentes étaient toujours un déclencheur de plus de curiosité et d'approfondissement.*

*Mes remerciements s'adressent également à mes codirecteurs de recherche, M. Mustapha Benjillali et M. Long Le pour le soutien qu'ils n'ont cessé de me prodiguer tout le long de cette période.*

*Un spécial hommage est rendu à tous les professeurs de l'INRS-EMT et au personnel de soutien du centre. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma sincère reconnaissance et de ma profonde gratitude.*

# Liste des acronymes

- **ACK** Acknowledgement
- **AMC** Adaptative Modulation and Coding
- **ARQ** Automatic Repeat reQuest
- **CRC** Cyclique Redundancy Check
- **CSI** Channel State Information
- **FEC** Forward Error Correction
- **FSMC** Finite-State Markov Chain
- **HARQ** Hybrid Automatic Repeat reQuest
- **IR-HARQ** Incremental Redundancy HARQ
- **MDP** Markov Decision Process
- **NACK** Negative Acknowledgement
- **PF** Proportional Fairness
- **QoS** Quality of Service
- **RR** Round Robin

- **RR-HARQ** Repetition Redundancy HARQ
- **SNR** Signal-to-Noise Ratio
- **WEP** Word-error probability

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>12</b>
1.1	Objectifs . . . . .	13
1.1.1	Objectif général . . . . .	13
1.1.2	Objectifs spécifiques . . . . .	13
1.2	Positionnement du problème . . . . .	13
1.3	Contributions . . . . .	14
1.4	Structure du document . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Modèle et notions de base</b>	<b>16</b>
2.1	Principe de AMC . . . . .	16
2.2	Principe du protocole HARQ . . . . .	16
2.2.1	HARQ type I . . . . .	17
2.2.2	HARQ-RR . . . . .	17
2.2.3	HARQ-IR . . . . .	17
2.3	Modèle du système . . . . .	18
2.3.1	La couche de liaison de données (LLC) . . . . .	18
2.3.2	La couche physique (PHY) . . . . .	19
2.3.3	Modèle du canal et du décodage . . . . .	21
2.4	Métriques utilisées . . . . .	23
2.4.1	Débit utile . . . . .	23
2.4.2	Capacité effective . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Analyse de la combinaison AMC-HARQ</b>	<b>25</b>
3.1	Débit utile . . . . .	25
3.1.1	Débit utile de AMC . . . . .	25
3.1.2	Débit utile de AMC combinée avec HARQ . . . . .	26
3.1.3	Analyse de la combinaison AMC-HARQ . . . . .	27
3.2	Capacité effective . . . . .	30



3.2.1	Capacité effective de AMC . . . . .	30
3.2.2	Capacité effective de la combinaison AMC-HARQ . . . . .	31
3.2.3	Analyse de la combinaison AMC-HARQ . . . . .	33
3.3	Conclusion . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Amélioration de la combinaison AMC-HARQ</b>	<b>37</b>
4.1	Adapter les paramètres de AMC à HARQ . . . . .	37
4.2	Adapter le protocole HARQ à la variabilité du canal . . . . .	40
4.3	Adapter le protocole HARQ à l'état du décodage . . . . .	45
4.4	Transmission à plusieurs paquets . . . . .	52
4.5	Analyse de la combinaison AMC-HARQ dans les systèmes de plusieurs usagers . . . . .	58
4.6	Conclusion . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>65</b>

# Table des figures

2.1	Le modèle de la transmission sans HARQ . . . . .	19
2.2	Le modèle de transmission avec HARQ . . . . .	20
2.3	Le modèle de transmission dans les blocs non consécutifs. . . . .	23
3.1	$\eta_{\text{AMC}}$ et $\eta_{\text{HARQ,max}}$ en fonction de $\overline{\text{snr}}$ . . . . .	30
3.2	Diagramme des états de $\text{HARQ}_{\text{max}}$ où $L = 2$ . . . . .	33
3.3	Capacité effective de AMC . . . . .	35
3.4	Capacité effective de AMC et $\text{HARQ}_{\text{max}}$ . . . . .	36
4.1	$\eta_{\text{AMC}}$ , $\eta_{\text{RR-HARQ}}$ et $\eta_{\text{HARQ,max}}$ avec les bornes optimales et sous-optimales . . . . .	41
4.2	$\eta_{\text{AMC}}$ et $\eta_{\text{IR-HARQ}}$ en fonction de $\overline{\text{snr}}$ . . . . .	43
4.3	$\gamma_1$ , $\gamma_2$ , $\gamma_3$ et $\gamma_4$ en fonction de $\overline{\text{snr}}$ . . . . .	44
4.4	$\eta_{\text{AMC}}$ et $\eta_{\text{HARQ}}$ avec RR-HARQ . . . . .	45
4.5	Les bornes optimales pour AMC et RR-HARQ . . . . .	46
4.6	$\eta_{\text{AMC}}$ et $\eta_{\text{HARQ}}$ avec RR-HARQ quand les bornes optimales sont utilisées . . . . .	47
4.7	$\eta_{\text{AMC}}$ et $\eta_{\text{HARQ}}$ avec RR-HARQ en utilisant les bornes optimales . . . . .	48
4.8	Les bornes optimales de AMC et RR-HARQ . . . . .	49
4.9	$\eta_{\text{AMC}}$ et le débit utile de IR-HARQ et RR-HARQ en utilisant la politique optimale et la politique $\hat{\pi}$ . La modulation Gaussienne est utilisée . . . . .	53
4.10	$\eta_{\text{AMC}}$ et le débit utile de IR-HARQ et RR-HARQ en utilisant la politique optimale et la politique $\hat{\pi}$ . La modulation 16QAM est utilisée . . . . .	54
4.11	Les actions optimales de RR-HARQ aux états $s = (1, I, R_2)$ avec la modulation Gaussienne . . . . .	55
4.12	Les actions optimales de IR-HARQ aux états $s = (1, I, R_2)$ avec la modulation Gaussienne . . . . .	56

4.13	$\eta_{\text{AMC}}, \eta_{\text{IR-HARQ}}$ avec la transmission à plusieurs paquets et la capacité ergodique $\overline{C}$ . La modulation 16QAM est utilisée . . .	57
4.14	Le débit moyen obtenu en utilisant les stratégies RR et PF pour IR-HARQ et AMC avec $\overline{\text{snr}}_1 = -5$ . . . . .	61
4.15	Le débit moyen obtenu en utilisant les stratégies RR et PF pour IR-HARQ et AMC avec $\overline{\text{snr}}_1 = 10$ . . . . .	62
4.16	$\log(\eta_1) + \log(\eta_2)$ en utilisant RR et PF pour IR-HARQ et AMC avec a) $\overline{\text{snr}}_1 = -5$ . . . . .	63
4.17	$\log(\eta_1) + \log(\eta_2)$ en utilisant RR et PF pour IR-HARQ et AMC avec $\overline{\text{snr}}_1 = 10$ . . . . .	64
5.1	WEP obtenu en utilisant Turbo code avec 5 itérations et l'approximation (5.1) pour $R \in \{0.75, 1.5, 2.25, 3, 3.75\}$ . . . . .	68

# Chapitre 1

## Introduction

L'adaptation du codage et de la modulation (AMC) est l'une des méthodes les plus utilisées pour profiter de la nature variable des canaux mobiles [1] et [2]. Elle consiste à adapter le codage et la modulation afin d'exploiter la variation de la "qualité" du canal. En effet, quand le canal est suffisamment bon, on utilise un taux global plus grand et quand le canal est mauvais, un taux global plus faible est utilisé.

Le protocole ARQ [3], est une méthode qui permet l'amélioration de la fiabilité des communications. Il est fondé sur la retransmission des paquets perdus ou mal reçus. Si une erreur est détectée lors du décodage, le récepteur rejette le paquet et envoie un message NACK à l'émetteur pour demander une retransmission du paquet. Si le décodage a réussi, un message ACK est envoyé à l'émetteur.

La combinaison de ARQ et du code FEC donne le protocole HARQ [4]. HARQ utilise la combinaison des retransmissions pour améliorer le décodage. Dans RR-HARQ [5] et [6], l'émetteur envoie la même version du paquet en réagissant à l'arrivée d'un message NACK. Tandis que dans IR-HARQ [7], l'émetteur retransmet une nouvelle forme redondante du paquet, ce qui améliore davantage le décodage.

## 1.1 Objectifs

### 1.1.1 Objectif général

Dans ce travail, nous allons analyser l'effet de combiner AMC et HARQ sur le débit utile ainsi que sur la capacité effective et nous allons proposer des stratégies afin d'améliorer cette combinaison.

### 1.1.2 Objectifs spécifiques

En particulier, nous allons répondre aux questions suivantes :

1. Est-ce que l'utilisation de AMC et HARQ fournit un gain en terme du débit utile et en terme de la capacité effective ?
2. Est-ce que l'optimisation des paramètres de AMC qui prend en compte le protocole HARQ permet d'améliorer le débit utile de la combinaison AMC-HARQ ?
3. Est-ce que l'optimisation du protocole HARQ afin de prendre en compte la variabilité du canal permet d'améliorer le débit utile de la combinaison AMC-HARQ ?
4. Quelles sont les stratégies permettant d'augmenter le débit autre que l'optimisation des paramètres de AMC et de HARQ ?
5. Est-ce que l'utilisation de AMC et HARQ fournit un gain en terme du débit utile dans les systèmes à plusieurs usagers ?

## 1.2 Positionnement du problème

Généralement, l'étude de la combinaison AMC-HARQ se fait en utilisant une contrainte définie en terme de la probabilité de coupure au niveau de la couche physique. En adoptant cette approche, l'utilisation du protocole HARQ devient bénéfique parce qu'elle permet d'augmenter les taux de transmission tout en gardant la probabilité de coupure faible, ce qui mène à l'augmentation du débit utile du système. Par exemple, [8] a présenté une analyse de la combinaison de ARQ et AMC pour maximiser le débit utile du système en fixant une borne supérieure sur la probabilité de coupure au niveau de la couche physique. La même approche est utilisée dans [9] afin d'étudier l'effet de la combinaison AMC-HARQ sur la file d'attente. Dans

la même perspective, [10], [11] et [12] se penchent sur la maximisation du débit utile en combinant AMC et HARQ en fixant une borne supérieure sur la probabilité de coupure. D'autre part, [13] se penche sur le problème de maximisation de la capacité effective en combinant AMC et ARQ, et [14] a présenté une sélection optimale du codage et de la modulation, en supposant que le canal reste constant au long de toutes les retransmissions.

Motivés par ces travaux, nous nous intéressons également à la combinaison de HARQ et AMC dans le contexte où aucune contrainte sur la probabilité de coupure au niveau de la couche physique n'est imposée. En effet, en supposant que le protocole ARQ persistant est présent dans la couche liaison de données LLC, nous pouvons garantir qu'il n'y aura aucune perte due à l'imperfection de la couche physique. Cette supposition peut être justifiée par l'utilisation des applications qui ne tolèrent pas les pertes telle la transmission des fichiers. Elle nous permettra également de nous concentrer sur l'effet d'avoir HARQ superposé à AMC dans la couche physique.

### 1.3 Contributions

Les principales contributions de ce mémoire sont :

- En ayant le protocole ARQ persistant sur la couche LLC, nous trouvons de façon optimale les bornes des intervalles qui définissent la quantification de l'état du canal. Ainsi, nous démontrons que les bornes des intervalles proposés dans [8] ne sont pas optimales même dans le cas où une contrainte sur la probabilité de coupure serait imposée au niveau de la couche physique.
- Nous montrons que, dans le régime des grands SNRs, le fait d'avoir HARQ superposé à AMC affecte négativement le débit utile du système. Pour prouver ce résultat, on va se baser sur une borne supérieure du protocole HARQ appelée  $\text{HARQ}_{\max}$ .
- Nous calculons les bornes des intervalles optimales pour la combinaison AMC-HARQ et l'on montre que, même avec l'optimisation, avoir HARQ superposé à AMC affecte négativement le débit utile du système.
- Nous calculons la capacité effective du AMC, de la combinaison AMC-HARQ et de la combinaison AMC- $\text{HARQ}_{\max}$ . Nous montrons que HARQ superposé à AMC affecte négativement la capacité effective du système.

- Nous proposons plusieurs stratégies dans le but d'améliorer le débit utile du système ayant HARQ superposé à AMC comparé à celui qui exploite AMC seulement.
- Nous proposons une analyse de la combinaison AMC-HARQ dans le contexte des systèmes à plusieurs usagers où HARQ peut bénéficier de la diversité pour améliorer le débit utile.

## 1.4 Structure du document

Le mémoire est organisé comme suit : le chapitre 2 est consacré aux définitions des notions générales utilisées tout au long de ce mémoire et à la présentation du modèle du système. L'analyse de l'impact de HARQ sur le débit utile et sur la capacité effective est présentée dans le chapitre 3. Dans le chapitre 4, nous présentons l'analyse du contexte des systèmes à plusieurs usagers ainsi que les différentes stratégies pour améliorer le débit utile des systèmes ayant HARQ. Nous terminons par une conclusion générale dans le dernier chapitre.

# Chapitre 2

## Modèle et notions de base

Dans ce chapitre nous introduirons les notions générales utilisées dans ce mémoire à savoir celles de AMC et de HARQ. Ensuite, nous définissons le modèle du système adopté et ses caractéristiques. Enfin, nous présentons les métriques utilisées pour évaluer les performances du système.

### 2.1 Principe de AMC

L'adaptation de la modulation et du codage (AMC) est l'une des techniques les plus utilisées pour améliorer le débit utile des systèmes de communication sans fil. Elle est adoptée par les nouveaux standards de communication (ex. WiMAX et LTE). AMC consiste à choisir les codes correcteurs et les modulations en fonction de la qualité du canal, permettant ainsi de tirer profit de la variabilité des canaux mobiles. Pour son fonctionnement, AMC a besoin de connaître l'information sur la qualité du canal, connue sous le nom de "Channel State Information" (CSI), mesurée par le récepteur. Typiquement, CSI est représenté par le rapport signal sur bruit (SNR). Le récepteur estime CSI puis il transmet à l'émetteur la version discretisée de CSI afin de définir la modulation et le codage convenables pour la transmission des données.

### 2.2 Principe du protocole HARQ

Afin d'assurer la fiabilité des transmissions, le protocole HARQ est utilisé, et qui consiste en une retransmission des données perdues ou mal reçues



par l'utilisateur. Il combine les principes de la retransmission ARQ et de la correction des erreurs FEC. Après chaque transmission, le récepteur essaye de décoder le paquet transmis. Si le décodage réussit, un acquittement positif (ACK) est envoyé à l'émetteur, sinon un acquittement négatif (NACK) est envoyé pour demander la retransmission du paquet. Dépendamment du type de HARQ utilisé, l'émetteur réagit différemment à la réception d'un message NACK. Typiquement, ce processus continuera jusqu'à la réception du paquet avec succès. Si le protocole HARQ ne permet qu'un nombre fini des retransmissions, on parle de HARQ tronqué. Dans ce qui suit, nous allons présenter les trois types du protocole HARQ, leurs caractéristiques et leurs modes de fonctionnement.

### **2.2.1 HARQ type I**

Dans le mécanisme HARQ type I deux codes sont utilisés : un pour détecter les erreurs et un pour les corriger. On génère d'abord les bits de redondance cycliques (CRC), puis on les ajoute aux données. Ensuite, le paquet résultant est codé par un code FEC. A la réception du paquet, si le nombre d'erreurs dépasse la capacité de la correction du code FEC, le récepteur rejette le paquet et demande une retransmission. L'émetteur retransmet un paquet identique à celui qui est rejeté. Cette opération est répétée jusqu'à ce que le paquet soit reçu correctement ou le nombre maximal des retransmissions est atteint.

### **2.2.2 HARQ-RR**

Ce type de protocole HARQ est basé sur le même principe que HARQ type I à savoir l'utilisation des deux codes CRC et FEC. Sauf que, contrairement à HARQ type I, HARQ-RR combine les paquets de toutes les transmissions pour améliorer la probabilité du décodage. En effet, si le récepteur ne peut pas décoder le paquet correctement, il le garde dans la file d'attente puis il demande une retransmission du même paquet. Une fois le nouveau paquet est reçu, le récepteur combine les deux versions pour améliorer le décodage.

### **2.2.3 HARQ-IR**

Similaire à HARQ-RR, HARQ-IR utilise la combinaison de plusieurs transmissions pour améliorer la probabilité du décodage. En effet, si un mes-

sage NACK est reçu, l'émetteur transmet un nouveau paquet différent de la version précédente et qui contient une redondance additionnelle du paquet. La combinaison de plusieurs redondances engendre un mot de code avec une capacité de correction plus grande, ce qui rend HARQ-IR la variante la plus sophistiquée et la plus puissante des trois.

## 2.3 Modèle du système

### 2.3.1 La couche de liaison de données (LLC)

Nous considérons les modèles de la transmission présentés dans Figure. 2.1 et Figure. 2.2. Dans cette section, nous nous concentrons sur le modèle de la couche LLC qui est commun pour les deux figures. Les bits pris de la file d'attente de l'émetteur sont regroupés en un paquet  $\mathbf{b}_\ell$  puis envoyés au récepteur à travers la couche PHY. Le récepteur vérifie l'intégrité des données et renvoie un acquittement indiquant le succès (message ACK) ou l'échec (message NACK) du décodage. Au cas où le message ACK serait reçu, le paquet  $\mathbf{b}_\ell$  est écarté de la file d'attente de l'émetteur et un nouveau paquet  $\mathbf{b}_{\ell+1}$  est formé des nouveaux bits. Le nouveau paquet passe ensuite à la couche physique. Le nombre de bits dans chaque paquet peut être différent parce qu'il dépend du taux de la transmission choisi par la couche physique. Dans le cas où un message NACK serait reçu, dépendamment du taux choisi, le nouveau paquet  $\mathbf{b}_{\ell+1}$ , qui inclut le paquet  $\mathbf{b}_\ell$  ou une partie de  $\mathbf{b}_\ell$  est transmis au récepteur. Nous soulignons que la couche LLC est toujours inconsciente de ce qui se passe dans la couche physique.

Nous considérons que l'acquittement qui contient les messages ACK/NACK est sans erreurs. Nous supposons aussi qu'un ARQ persistant est présent sur la couche LLC, donc nous pouvons supposer qu'il n'y a aucune perte de données indépendamment du niveau de la fiabilité de la couche physique. Cette supposition est justifiée par les applications qui exigent une forte contrainte sur la qualité de service comme les applications de "video streaming". Ceci nous permet de nous concentrer sur la relation entre AMC et HARQ sans prendre en considération les contraintes de la probabilité de pertes dans la couche physique.

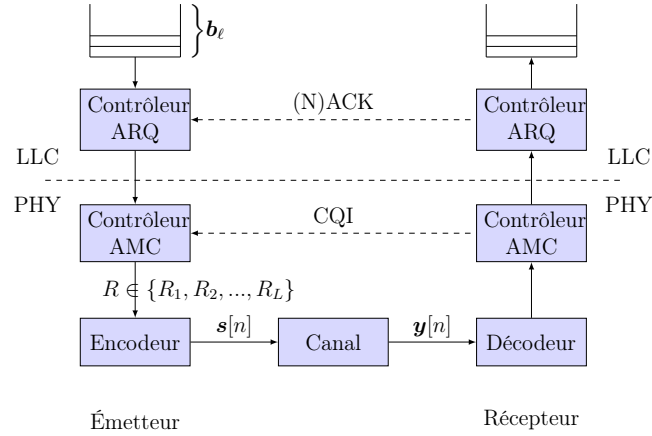


FIGURE 2.1 – Le modèle de la transmission sans HARQ

### 2.3.2 La couche physique (PHY)

#### AMC

Dans Figure. 2.1, nous présentons le cas où HARQ n'est pas présent dans la couche physique. La couche PHY accepte le paquet  $\mathbf{b}_\ell$ , elle l'encode en un seul mot de code  $\mathbf{x}_{\ell,1}$  composé de  $N_s$  symboles, puis elle le transmet dans un bloc  $\mathbf{s}[n]$  de durée  $T$  avec un taux de transmission  $R$ . Chaque bloc donc contient  $RN_s$  bits d'information.

Nous supposons que le taux  $R$ , utilisé dans chaque bloc appartient à l'ensemble des  $L$  taux disponibles dans la couche physique ( $R_1 < R_2 < \dots < R_L$ ). Pour déterminer le taux à utiliser, l'émetteur utilise l'indicateur de la qualité du canal CQI,  $\hat{\mathbf{s}} \in \{\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_L\}$ , envoyé par le récepteur. À cause de la discrétisation des taux de transmission, CQI est une discrétisation de l'état du canal estimé par le récepteur. Ceci correspond au fonctionnement de AMC qui consiste à choisir un taux de transmission  $R_l = R(\mathbf{s}_l)$  pour chaque état de CQI, c.à.d., il y a une bijection entre CQI et le taux à utiliser. Dans notre travail, nous allons considérer CQI comme la discrétisation de l'SNR. Si un paquet est reçu avec des erreurs,  $\mathbf{y}[n]$  est écarté de la mémoire du récepteur et le contrôleur ARQ dans le récepteur envoie un message NACK pour demander la retransmission du paquet. Avec un ARQ persistant, cette opération continuera jusqu'à la réception correcte du paquet.

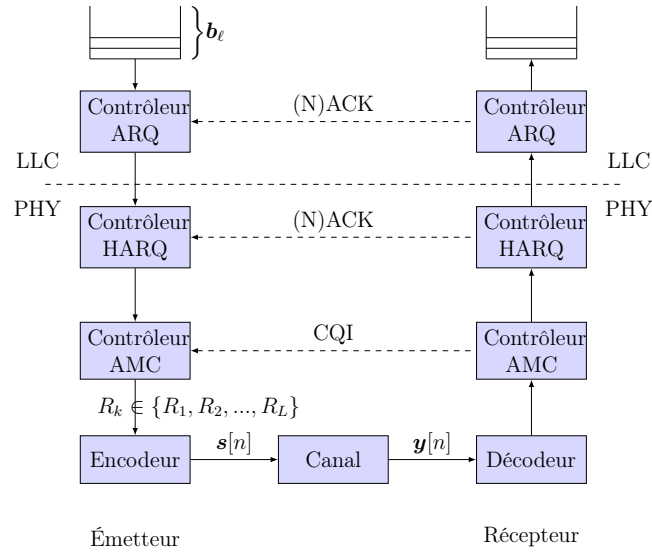


FIGURE 2.2 – Le modèle de transmission avec HARQ

### AMC et HARQ

Retransmettre le même paquet et écarter le précédent reçu avec les erreurs n'est peut-être pas la solution optimale, donc, pour améliorer la fiabilité de la couche physique, on a introduit le protocole HARQ qui est devenu une norme dans les standards de communication modernes. Figure. 2.2 présente le modèle du système où HARQ est présent. On suppose que le nombre maximal de transmissions pour HARQ est  $K$ . La différence entre le modèle de Figure. 2.1 et celui de Figure. 2.2 est la suivante : il y a une possibilité des retransmissions au niveau de la couche physique, c.à.d., si le contrôleur HARQ détecte une erreur dans le paquet reçu, il envoie un message NACK à l'émetteur pour demander la retransmission du paquet. Cela continuera jusqu'à la réception du paquet avec succès ou le nombre maximal des transmissions est atteint. Si un message NACK est reçu et le nombre des transmissions déjà faites est inférieur à  $K$ , l'émetteur utilise le même taux utilisé dans les transmissions précédentes, c.à.d., l'émetteur utilise tous les  $N_s$  symboles pour retransmettre le paquet indépendamment de l'état du canal.

### 2.3.3 Modèle du canal et du décodage

Dans ce travail, nous adoptons le modèle d'évanouissement par bloc "block-fading", c.à.d. que le canal ne varie pas pendant la durée  $T$  et varie indépendamment d'un bloc à l'autre. Après la transmission du bloc  $\mathbf{s}[n]$ , l'émetteur attend l'envoi de l'acquittement par le récepteur. Nous supposons que l'évanouissement suit la distribution de Rayleigh où le SNR à chaque bloc est une variable aléatoire qui suit la distribution :

$$p_{\text{SNR}}(\text{snr}) = \frac{1}{\overline{\text{snr}}} \exp\left(-\frac{1}{\overline{\text{snr}}}\text{snr}\right), \quad (2.1)$$

avec  $\overline{\text{snr}}$  est le SNR moyen. Les taux  $R_1, \dots, R_L$  sont fixes. On peut influencer les performances du système par un choix judicieux des bornes des intervalles  $\gamma_l, l = 2, \dots, L$  qui correspondent à la quantification du CQI. Ces bornes vont déterminer les états du canal  $\mathbf{s}_l = (\gamma_l, \gamma_{l+1})$  et leur distribution; avec  $\gamma_1 = 0, \gamma_{L+1} = \infty$ . Les états aléatoires  $\mathbf{CS} \in \{\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_L\}$  ont la distribution  $\Pr\{\mathbf{CS} = \mathbf{s}_l\} = p_l$  invariante; ils sont indépendants d'un bloc à un autre. La transmission dans l'état du canal  $\mathbf{CS} = \mathbf{s}_l$  peut être erronée et l'on peut exprimer la probabilité d'erreur comme :

$$\Pr\{\text{Error}|\mathbf{CS} = \mathbf{s}_l\} = f_{\text{PHY},l}, \quad (2.2)$$

où l'indice "PHY" dans  $f_{\text{PHY},l}$  indique que les erreurs sont dues à l'imperfection de la couche physique PHY sans prendre en considération la possibilité des retransmissions. Nous supposons que le SNR du canal est estimé par le récepteur ( $\hat{\text{SNR}}$ ) puis quantifié et envoyé à l'émetteur qui va l'utiliser pour déterminer le taux de transmission convenable  $R(\hat{\text{SNR}})$ . Au moment de la transmission, la probabilité d'erreur dépend du taux choisi et de la valeur actuelle du SNR. Dénnotant par  $\text{WEP}_l$  la probabilité d'erreur sur le mot de code en utilisant le taux  $R_l$ , on peut exprimer la probabilité d'erreur sur la couche PHY par état comme suit :

$$p_l f_{\text{PHY},l} = \mathbb{E}_{\hat{\text{SNR}}} \left[ \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}} [\mathbb{I}[\hat{\text{SNR}} \in (\gamma_l, \gamma_{l+1})] \text{WEP}_l(\text{SNR})] \right] \quad (2.3)$$

$$= \mathbb{E}_{\hat{\text{SNR}}} \left[ \mathbb{I}[\hat{\text{SNR}} \in (\gamma_l, \gamma_{l+1})] \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}} [\text{WEP}_l(\text{SNR})] \right] \quad (2.4)$$

$$= \int_{\gamma_l}^{\gamma_{l+1}} p_{\hat{\text{SNR}}}(x) \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=x} [\text{WEP}_l(\text{SNR})] dx, \quad (2.5)$$

avec

$$\mathbb{I}[\hat{\text{SNR}} \in (\gamma_l, \gamma_{l+1})] = \begin{cases} 1 & \text{si } \hat{\text{SNR}} \in (\gamma_l, \gamma_{l+1}), \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (2.6)$$

et nous avons également

$$p_l = \int_{\gamma_l}^{\gamma_{l+1}} p_{\hat{\text{SNR}}}(x) dx. \quad (2.7)$$

L'expression  $\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l}[\text{WEP}_l(\text{SNR})]$  peut représenter deux effets : le premier est relié au fait que le SNR du canal mesuré par le récepteur,  $\hat{\text{SNR}}$ , est différent du SNR actuel de la transmission comme montré sur Figure. 2.3, le deuxième effet est relié au fait que la probabilité d'erreur dans le décodage n'est pas nulle à cause de l'utilisation des codes pratiques. En général, il n'y a pas de modèle qui précise comment modéliser ces deux effets, mais nous allons utiliser des approximations qui nous aident à voir comment ces deux effets affectent les performances. Pour le décodage imparfait, nous utilisons l'approximation de la probabilité d'erreur sur le mot de code WEP en utilisant le taux  $R_L$  [8, 15] :

$$\text{WEP}_l(\text{snr}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \text{snr} < \text{snr}_{\text{th},l} \\ \exp[-\tilde{g}(\text{snr}/\text{snr}_{\text{th},l} - 1)] & \text{si } \text{snr} \geq \text{snr}_{\text{th},l} \end{cases} \quad (2.8)$$

$$= \begin{cases} 1 & \text{si } \text{snr} < \text{snr}_{\text{th},l} \\ \exp[-g_l(\text{snr} - \text{snr}_{\text{th},l})] & \text{si } \text{snr} \geq \text{snr}_{\text{th},l} \end{cases}, \quad (2.9)$$

avec  $g_l$  est une constante,  $\text{snr}_{\text{th},l} = 2^{R_l} - 1$  et  $\tilde{g} = g_l \text{snr}_{\text{th},l}$  est supposé constant (Plus de détails dans Annexe A). Tout au long de ce rapport, quand nous parlons de décodage imparfait nous prenons  $\tilde{g} < \infty$  et quand nous parlons de décodage parfait nous prenons  $\tilde{g} \triangleq \infty$ . Concernant le CSI imparfait, c.à.d., le SNR mesuré est différent du SNR actuel et nous supposons que  $\hat{\text{SNR}}$  et  $\text{SNR}$  sont corrélés. La corrélation est exprimée en terme de la probabilité conditionnelle comme suit, [16] :

$$p_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}}(x|y) = \frac{1}{(1-\delta)\overline{\text{snr}}} I_0 \left( \frac{2\sqrt{\delta xy}}{(1-\delta)\overline{\text{snr}}} \right) \exp \left( -\frac{\delta y + x}{(1-\delta)\overline{\text{snr}}} \right), \quad (2.10)$$

où  $I_0$  est la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro et de premier type,  $\delta$  est le facteur de la corrélation donné par :

$$\delta = J_0^2(2\pi f_D \tau), \quad (2.11)$$

où  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre zéro et de premier type et  $f_D$  représente la fréquence de Doppler.

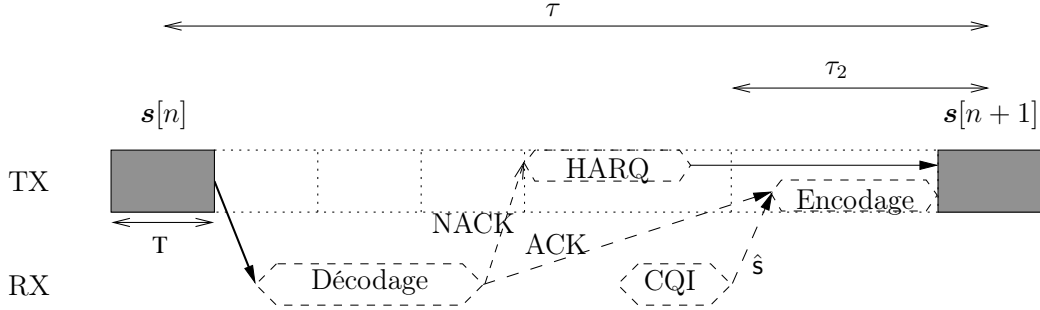


FIGURE 2.3 – Le modèle de transmission dans les blocs non consécutifs, le temps du décodage et de l’encodage est supposé plus grand que le temps de la transmission  $T$ . Nous supposons que  $f_D\tau$  est très large de sorte que les états du canal au temps  $n$  et  $n+1$  sont indépendants et  $f_D\tau_2$  est suffisamment faible de sorte que le CQI envoyé par le récepteur peut être utilisé pour l’encodage.

## 2.4 Métriques utilisées

Pour donner une vue complète sur les performances d’un système, nous allons utiliser les deux métriques suivantes :

- Le débit utile.
- La capacité effective.

### 2.4.1 Débit utile

Le débit utile “*throughput*” est la métrique la plus valorisée pour décrire les performances d’un système. Il mesure le nombre de bits d’information que l’on peut transmettre par unité de temps. La formule générale du débit est donnée par :

$$\eta = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[r(n)], \quad (2.12)$$

où  $r(n)$  est le processus stochastique qui modélise la “récompense” à la  $n$ -ème transmission. Pour chaque valeur de  $n$ , en supposant que le taux de la

transmission soit  $R$ , la variable aléatoire  $r(n)$  peut prendre deux valeurs :

$$r(n) = \begin{cases} R, & \text{si le paquet est décodé correctement} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}. \quad (2.13)$$

L'expression dans l'équation (2.12) peut être simplifiée par le théorème Renewal-Reward [17] comme suit :

$$\eta = \frac{\mathbb{E}[\mathcal{R}]}{\mathbb{E}[\mathcal{D}]}, \quad (2.14)$$

avec  $\mathcal{D} \in \{1, 2, \dots, K\}$  la variable aléatoire modélisant le nombre des transmissions nécessaires pour terminer un cycle.  $\mathcal{R}$  est la variable aléatoire modélisant la récompense durant les  $\mathcal{T}$  tentatives. Dans ce travail, on va se baser sur les deux expressions (2.12) et (2.14).

## 2.4.2 Capacité effective

En plus du débit utile, le délai représente une métrique très importante dans la caractérisation des performances d'un système. Il est difficile de caractériser le délai d'un système qui utilise HARQ puisqu'on a besoin de prendre en compte et l'état du processus HARQ (nombre des retransmissions) et le trafic arrivant. Pour éviter cette difficulté, nous utilisons la notion de la capacité effective définie par :

$$C_{\text{eff}} \triangleq -\frac{1}{\theta} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \log \mathbb{E} \left[ \exp \left( -\theta \sum_{t=1}^T R[n] \right) \right], \quad (2.15)$$

l'espérance est prise par rapport à l'état du canal,  $N_s R[t]$  est le nombre de bits correctement reçus et retirés de la file d'attente dans le temps  $t$ . La capacité effective est interprétée comme le taux d'arrivée maximum pour que l'émetteur garantisse une contrainte sur la qualité de service spécifiée par  $\theta$ .  $\theta$  est lié à la distribution de la longueur de la file d'attente  $M_{\text{buffer}}$  comme suit :

$$\Pr \{M_{\text{buffer}} > x\} \leq \exp(-\theta x). \quad (2.16)$$

Quand  $\theta$  devient grand, la contrainte sur la probabilité du débordement devient plus stricte [18, Theorem 1].



# Chapitre 3

## Analyse de la combinaison AMC-HARQ

Nous allons présenter l'analyse de la combinaison AMC-HARQ. Nous allons calculer le débit utile pour AMC et pour HARQ et nous allons montrer que la présence de HARQ affecte de façon négative le débit utile ainsi que la capacité effective.

### 3.1 Débit utile

#### 3.1.1 Débit utile de AMC

Le débit utile de AMC est défini par :

$$\begin{aligned}\eta_{\text{AMC}} &= \sum_{l=1}^L R_l \cdot (1 - f_{\text{PHY},l}) p_l \\ &= \sum_{l=1}^L R_l \int_{\gamma_l}^{\gamma_{l+1}} p_{\hat{\text{SNR}}}(x) \left(1 - \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=x}[\text{WEP}_l(\text{SNR})]\right) dx, \quad (3.1)\end{aligned}$$

Notre objectif est de déterminer les bornes des intervalles qui définissent la quantification de l'information sur le canal afin de maximiser le débit utile. Après la dérivation de (3.1) par rapport à  $\gamma_l$ , nous aboutissons à la condition KKT suivante :

$$R_l \cdot \left(1 - \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l}[\text{WEP}_l(\text{SNR})]\right) = R_{l-1} \cdot \left(1 - \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l}[\text{WEP}_{l-1}(\text{SNR})]\right), \quad (3.2)$$

que nous interprétons comme suit : dans la limite,  $\gamma_l$ , optimale, le débit utile instantané reçu en utilisant le taux  $R_l$  est égal au débit utile instantané reçu en utilisant le taux  $R_{l-1}$ . Puisque  $\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l}[\text{WEP}_{l-1}(\text{SNR})]$  est la probabilité d'erreur en utilisant le taux  $R_{l-1}$  et sachant que le SNR mesuré est  $\gamma_l$ , nous pouvons la considérer presque nulle en utilisant l'hypothèse que  $\gamma_l$  et  $\gamma_{l-1}$  sont suffisamment séparés. Par conséquent, en utilisant (3.2), nous arrivons à la relation suivante :

$$\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l}[\text{WEP}_l(\text{SNR})] = 1 - \frac{R_{l-1}}{R_l}, \quad l = 2, \dots, L. \quad (3.3)$$

Quand le SNR mesuré et l'actuel sont égaux, nous pouvons conclure à partir de la relation (3.3) que les limites des intervalles qui maximisent le débit utile sont définies par :

$$\text{WEP}_l(\gamma_l) \approx 1 - \frac{R_{l-1}}{R_l}, \quad l = 2, \dots, L. \quad (3.4)$$

Ce résultat était proposé aussi dans [19], mais pas comme un résultat d'une optimisation, il prouve que les limites dérivées dans [8] ne sont pas nécessairement optimales même dans le contexte où une contrainte sur la probabilité d'erreur doit être respectée :  $\text{WEP}_l(\gamma_l) = \text{WEP}_{\text{target}}$ . Une autre remarque qui semble importante aussi est que la relation (3.4) ne dépend pas de la distribution de l'SNR.

### 3.1.2 Débit utile de AMC combinée avec HARQ

L'utilisation du protocole HARQ signifie que les paquets reçus avec des erreurs sont retransmis jusqu'à ce qu'ils soient correctement reçus où le nombre des transmissions permis est atteint. Le débit utile d'un tel système est défini par :

$$\eta_{\text{HARQ}} = \frac{\sum_{l=1}^L R_l (1 - f_{K,l}) p_l}{1 + \sum_{l=1}^L \bar{T}_{K,l} f_{\text{PHY},l} p_l}, \quad (3.5)$$

$K$  est le nombre de transmissions permis,  $f_{K,l}$  est la probabilité d'erreur après la  $K$ ème transmission sachant que la première transmission était faite avec le taux  $R_l$  et  $\bar{T}_{K,l}$  est le nombre moyen de retransmissions sachant qu'un message NACK est reçu après la première transmission faite avec le taux

$R_l$  ( plus des détails dans Annexe C ). Puisque  $\bar{T}_{K,l} \geq 1$  et  $f_{K,l} \leq 1$ , nous pouvons borner  $\eta_{\text{HARQ}}$  par  $\eta_{\text{HARQ,max}}$  défini par :

$$\begin{aligned} \eta_{\text{HARQ,max}} &\triangleq \frac{\sum_{l=1}^L R_l p_l}{1 + \sum_{l=1}^L f_{\text{PHY},l} p_l} \\ &= \frac{\sum_{l=1}^L R_l p_l}{1 + \bar{f}_{\text{PHY}}} = \frac{\sum_{l=1}^L R_l (1 - \bar{f}_{\text{PHY}}) p_l}{1 - (\bar{f}_{\text{PHY}})^2}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

$\bar{f}_{\text{PHY}} \triangleq \sum_{l=1}^L f_{\text{PHY},l} p_l$  est la probabilité d'erreur moyenne sur la couche physique PHY. Nous pouvons l'interpréter comme la probabilité moyenne de retransmettre un paquet.

### 3.1.3 Analyse de la combinaison AMC-HARQ

En utilisant (3.1) et (3.6), nous pouvons dériver les conditions pour que  $\eta_{\text{HARQ,max}}$  dépasse  $\eta_{\text{AMC}}$  :

$$\begin{aligned} &\eta_{\text{HARQ,max}} > \eta_{\text{AMC}} \\ \Leftrightarrow &\frac{\sum_{l=1}^L R_l p_l}{1 + \bar{f}_{\text{PHY}}} > \sum_{l=1}^L R_l (1 - f_{\text{PHY},l}) p_l \\ \Leftrightarrow &\frac{\sum_{l=1}^L R_l f_{\text{PHY},l} p_l}{\bar{f}_{\text{PHY}}} > \frac{\sum_{l=1}^L R_l p_l}{1 + \bar{f}_{\text{PHY}}} \\ \Leftrightarrow &\sum_{l=1}^L R_l \frac{f_{\text{PHY},l} p_l}{\bar{f}_{\text{PHY}}} > \frac{\sum_{l=1}^L R_l p_l}{1 + \bar{f}_{\text{PHY}}}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

Nous allons répondre à la question posée dans [20] : la combinaison de AMC et HARQ est utile seulement si le canal n'est pas fiable.

**Proposition 1.** — Pour la région des faibles SNRs moyens,  $\bar{\text{snr}}s$ , on a :

$$\eta_{\text{HARQ,max}} > \eta_{\text{AMC}}. \quad (3.8)$$

— Pour la région des forts SNRs moyens,  $\bar{\text{snr}}s$ , on a :

$$\eta_{\text{HARQ,max}} < \eta_{\text{AMC}}. \quad (3.9)$$

**Preuve 1.** Pour la région des faibles SNRs moyens,  $\overline{\text{snr}}$ s, on peut supposer que toutes les valeurs de  $f_{PHY,l}$  sont relativement grandes et que  $p_1 \rightarrow 1$ . Donc, les termes dans (3.7) peuvent être approchés par :

$$\sum_{l=1}^L R_l \frac{f_{PHY,l} p_l}{\overline{f}_{PHY}} \approx R_1, \quad (3.10)$$

et

$$\frac{\sum_{l=1}^L R_l p_l}{1 + \overline{f}_{PHY}} \approx \frac{R_1}{1 + f_{PHY,1}}. \quad (3.11)$$

Par conséquent, nous pouvons conclure que la relation (3.7) est vérifiée dans les faibles  $\overline{\text{snr}}$  quand  $\overline{f}_{PHY}$  est relativement grande.

Pour la région des forts SNRs moyen,  $\overline{\text{snr}}$ s, où toutes les valeurs de  $f_{PHY,l}$  sont faibles, c.à.d.,  $\overline{f}_{PHY} \rightarrow 0$ , et  $p_L \rightarrow 1$ , nous allons démontrer que  $\eta_{AMC}$  dépasse  $\eta_{HARQ,\max}$ . Dans ces conditions, le terme à droite dans (3.7) converge vers  $R_L$ . Donc, il est suffisant de montrer que le terme à gauche dans (3.7) converge vers une limite inférieure à  $R_L$ . Pour simplifier la preuve, nous pouvons supposer que le SNR mesuré et actuel sont égaux c.à.d.,  $\text{SNR} = \widehat{\text{SNR}}$ , et le modèle du canal est Rayleigh. Les probabilités d'erreur sont données par :

$$f_{PHY,l} p_l = \frac{1}{\overline{\text{snr}}} \int_{\gamma_l}^{\gamma_{l+1}} \text{WEP}_l(x) \exp(-x/\overline{\text{snr}}) dx \quad (3.12)$$

$$= \frac{\text{WEP}(\gamma_l)}{\overline{\text{snr}}} \int_{\gamma_l}^{\gamma_{l+1}} \exp(-g_l \cdot (x - \gamma_l)) \times \exp(-x/\overline{\text{snr}}) dx \quad (3.13)$$

$$= \frac{\text{WEP}(\gamma_l) \exp(g_l \gamma_l)}{g_l \overline{\text{snr}} + 1} \cdot \left( \exp(-(g_l + 1/\overline{\text{snr}})\gamma_l) - \exp(-(g_l + 1/\overline{\text{snr}})\gamma_{l+1}) \right), \quad (3.14)$$

et

$$p_1 f_{PHY,1} = \frac{1 - \exp(-\gamma_2/\overline{\text{snr}}) + \exp(g_1 \text{snr}_{th,1})}{g_1 \overline{\text{snr}} + 1} \left( \exp(-(g_1 + 1/\overline{\text{snr}})\text{snr}_{th,1}) - \exp(-(g_1 + 1/\overline{\text{snr}})\gamma_2) \right). \quad (3.15)$$

avec

$$p_l = \frac{1}{\overline{\text{snr}}} \int_{\gamma_l}^{\gamma_{l+1}} \exp(-x/\overline{\text{snr}}) dx \quad (3.16)$$

$$= \exp(-\gamma_l/\overline{\text{snr}}) - \exp(-\gamma_{l+1}/\overline{\text{snr}}), \quad (3.17)$$

et

$$p_1 = 1 - \exp(-\gamma_2/\overline{\text{snr}}), \quad (3.18)$$

Quand  $\overline{\text{snr}}$  devient grand, pour tous  $k$  et  $l$ , le rapport  $\frac{f_{PHY,i} p_l}{f_{PHY,k} p_k}$  converge vers une constante positive nommée  $x_{l,k}$  et donnée par :

$$x_{l,k} = \frac{g_k \text{WEP}(\gamma_l)}{g_l \text{WEP}(\gamma_k)} \frac{1 - e^{-g_l(\gamma_l - \gamma_{l+1})}}{1 - e^{-g_k(\gamma_k - \gamma_{k+1})}} \quad (3.19)$$

$$\approx \frac{g_k \text{WEP}(\gamma_l)}{g_l \text{WEP}(\gamma_k)}. \quad (3.20)$$

Par conséquent, dans les grands  $\overline{\text{snr}}$ s, le terme à gauche de (3.7) peut être écrit comme :

$$\sum_{l=1}^L R_l \frac{f_{PHY,i} p_l}{\bar{f}_{PHY}} \approx \sum_{l=1}^L R_l \frac{x_{l,L}}{\sum_{l=1}^L x_{l,L}} < R_L, \quad (3.21)$$

ce que signifie que  $\eta_{AMC}$  dépasse  $\eta_{HARQ,\max}$  dans les grands  $\overline{\text{snr}}$ s.

Nous soulignons ici que  $\eta_{HARQ,\max}$  représente une borne supérieure pour HARQ indépendamment du schéma utilisé, donc la conclusion prise est valide pour tous les schémas de HARQ.

**Exemple 1** (Décodage imparfait, CSI parfait). Dans le but de souligner l'impact de  $\bar{f}_{PHY}$  sur le débit utile, nous montrons dans Figure. 3.1  $\eta_{AMC}$  et  $\eta_{HARQ,\max}$  en fonction du  $\overline{\text{snr}}$ . Les valeurs numériques sont prises comme suit :  $L = 5$ ,  $\tilde{g} = 4$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$  et les limites des intervalles sont prises suivant la relation (3.3). Les résultats dans Figure. 3.1 confirment les résultats théoriques : L'avantage de HARQ est clair dans les faibles  $\overline{\text{snr}}$  où  $\bar{f}_{PHY}$  est relativement grande, tandis qu'aux grands  $\overline{\text{snr}}$ s AMC devient supérieure à HARQ. Dans cet exemple, pour  $\overline{\text{snr}} < 5\text{dB}$  il est avantageux d'utiliser HARQ et après 5dB AMC devient plus avantageux. Ces résultats nous amènent à mettre en question l'utilisation du protocole HARQ.

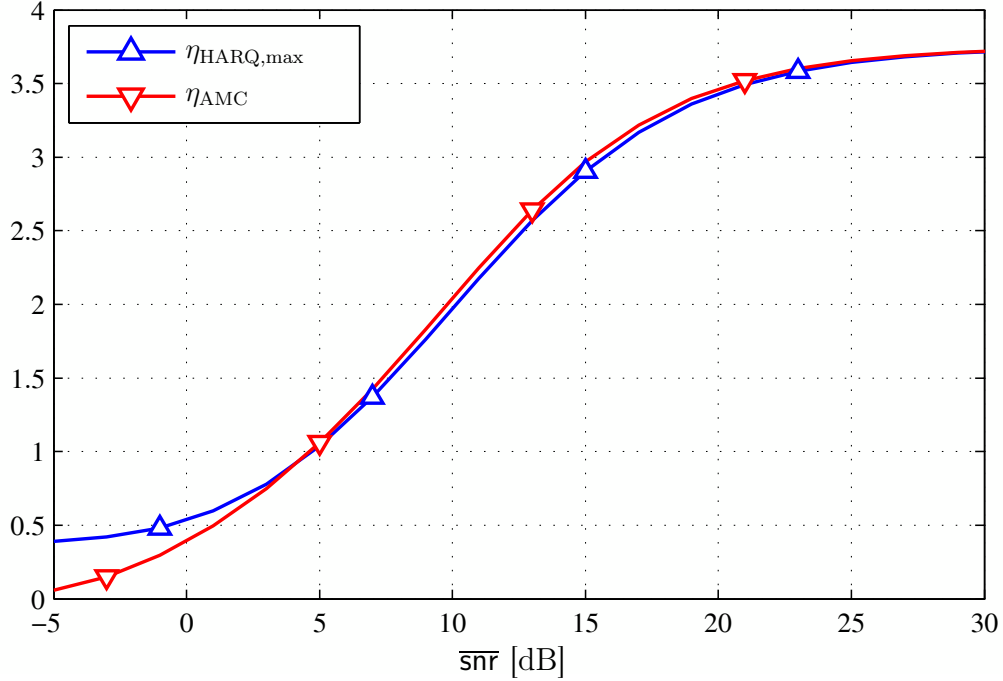


FIGURE 3.1 –  $\eta_{\text{AMC}}$  et  $\eta_{\text{HARQ,max}}$  en fonction de  $\overline{\text{snr}}$  avec  $L = 5$ ,  $\tilde{g} = 4$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

## 3.2 Capacité effective

### 3.2.1 Capacité effective de AMC

Dans le cas particulier où les  $R_l$ s sont indépendants, (2.15) devient :

$$C_{\text{eff}} = -\frac{1}{\theta} \log \mathbb{E}_{\text{CS}} [\exp(-\theta R(\text{CS}))] \quad (3.22)$$

$$= -\frac{1}{\theta} \log \left[ \sum_{l=1}^L p_l f_{\text{PHY},l} e^{(-\theta \cdot 0)} + p_l (1 - f_{\text{PHY},l}) e^{(-\theta R_l)} \right] \quad (3.23)$$

$$= -\frac{1}{\theta} \log \left[ \bar{f}_{\text{PHY}} + \sum_{l=1}^L p_l (1 - f_{\text{PHY},l}) e^{(-\theta R_l)} \right], \quad (3.24)$$

avec  $\mathbb{E}_{\text{CS}}$  est l'espérance par rapport à l'état du canal,  $R(\text{CS})$  est le tau choisi et qui dépend de l'état du canal. **Remarque** : Pour  $L = 1$ , nous obtenons :

$$C_{\text{eff}} = -\frac{1}{\theta} \log \left[ f_{\text{PHY},1} + (1 - f_{\text{PHY},1})e^{(-\theta R_1)} \right]. \quad (3.25)$$

Notre but est de trouver les bornes des intervalles  $\gamma_l$  pour maximiser  $C_{\text{eff}}$ . Après la dérivation de  $C_{\text{eff}}$  par rapport à  $\gamma_l$  nous obtenons la condition KKT suivante :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [\text{WEP}_l(\text{SNR})] (1 - e^{-\theta R_l}) + e^{-\theta R_l} = \\ \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [\text{WEP}_{l-1}(\text{SNR})] (1 - e^{-\theta R_{l-1}}) + e^{-\theta R_{l-1}}, \end{aligned} \quad (3.26)$$

En supposant  $\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [\text{WEP}_{l-1}(\text{SNR})] \approx 0$ , nous arrivons à la relation suivante :

$$\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [\text{WEP}_l(\text{SNR})] = \frac{e^{-\theta R_{l-1}} - e^{-\theta R_l}}{1 - e^{-\theta R_l}}, \quad (3.27)$$

pour  $\theta \rightarrow 0$  la relation (3.27) devient (3.3).

### 3.2.2 Capacité effective de la combinaison AMC-HARQ

Pour trouver la capacité effective de la combinaison AMC avec HARQ tronqué, nous allons utiliser le résultat développé dans [21], qui donne la capacité effective de tout système qui peut se modéliser comme une chaîne de Markov finie (FSMC). La capacité effective d'un tel système est donnée par :

$$C_{\text{eff}} = -\frac{1}{\theta} \log (\rho \{ M \phi(\theta) \}), \quad (3.28)$$

$M$  est la matrice de transition du système,  $\phi(\theta) = \text{diag} \{ e^{-\mu_0 \theta}, e^{-\mu_1 \theta}, \dots, e^{-\mu_N \theta} \}$ ,  $\mu_n$  est le service du mode  $n$  que nous pouvons interpréter dans le cas de HARQ comme la récompense reçue en entrant dans ou en sortant de l'état  $n$ .  $\rho$  est le rayon spectral de la matrice qui est le maximum des valeurs absolues des valeurs propres de cette matrice. Pour utiliser ce résultat, nous devons modéliser la combinaison de AMC avec HARQ tronqué comme une FSMC. On dénote par  $S[n]$  l'état du système dans le temps  $n$ .  $S[n]$  peut être décrit par un triplet  $S[n] = \{l, k, p\}$ , où  $l$  est l'indice de l'intervalle de l'état du

canal où la première transmission est faite,  $k$  est le nombre des transmissions déjà faites,  $p = 1$  si un message ACK est reçu ou  $p = 2$  si un message NACK est reçu. La dimension de l'espace des états est donnée par :  $L \times K \times 2$  où  $L$  est le nombre d'intervalles,  $K$  est le nombre maximal de transmissions permis pour HARQ. Nous pouvons maintenant décrire la FSMC : dans le temps  $n$  le système était dans l'état  $s = \{l, k, p\}$  et dans le temps  $n + 1$  le système se déplace vers l'état  $s' = \{l', k', p'\}$  avec la probabilité de transition :

$$\Pr(S[n + 1] = s' | S[n] = s) = \begin{cases} p_{\nu'}(1 - f_{\text{PHY},\nu'}) & \text{si } (p, p', k') = (1, 1, 1) \\ p_{\nu'} f_{\text{PHY},\nu'} & \text{si } (p, p', k') = (1, 2, 1) \\ 1 - \frac{f_{k',\nu'}}{f_{k,l}} & \text{si } (p, p', k', l') = (2, 1, k + 1, l) \\ p_{\nu'}(1 - f_{\text{PHY},\nu'}) & \text{si } (p, p', k', k) = (2, 1, 1.K) \\ p_{\nu'} f_{\text{PHY},\nu'} & \text{si } (p, p', k', k) = (2, 2, 1.K) \\ \frac{f_{k',\nu'}}{f_{k,l}} & \text{si } (p, p', k', l') = (2, 2, k + 1, l) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (3.29)$$

avec  $f_{k,l}$  est la probabilité d'échouer après la  $k$ ième transmission en utilisant le tau  $R_l$ . Ensuite, le système reçoit la récompense  $\mu[s']$  donnée par :

$$\mu[s'] = \begin{cases} R_{\nu'} & \text{si } p' = 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.30)$$

Donc, pour obtenir la capacité effective de la combinaison AMC-HARQ, nous pouvons utiliser une méthode numérique pour trouver le rayon spectral  $\rho\{M\phi(\theta)\}$ .

Pour HARQ<sub>max</sub> le modèle est simple car le décodage réussira au maximum après 2 transmissions. Dans ce cas, nous pouvons décrire l'état  $S[n]$  où  $S[n] = \{l, k\}$ .  $l$  est l'indice de l'intervalle de l'état du canal où la première transmission est faite et  $k$  est le nombre de transmissions déjà faites. En fait,  $k$  peut prendre deux valeurs 1 ou 2. Nous soulignons que le système reçoit toujours la récompense  $R_l$  quand il quitte l'état  $S[n] = \{l, 1\}$  car si la première transmission n'a pas réussi, la deuxième réussira toujours. Donc, nous pouvons décrire  $\mu[s]$  comme suit :

$$\mu[s] = \begin{cases} R_l & \text{si } k = 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (3.31)$$



where  $s = \{l, k\}$ . Par exemple, nous montrons dans Figure. 3.2 le diagramme des états de  $\text{HARQ}_{\max}$  puis nous donnons les matrices  $M$  et  $\phi(\theta)$  correspondantes.

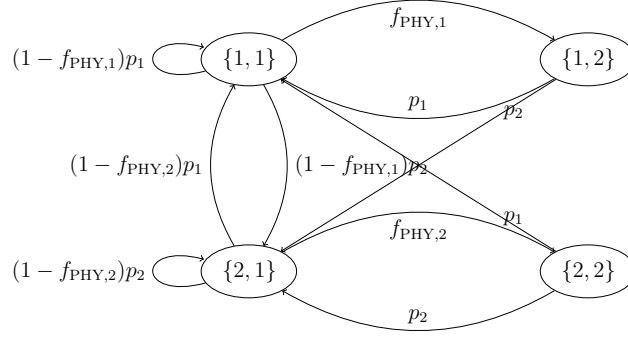


FIGURE 3.2 – Diagramme des états de  $\text{HARQ}_{\max}$  où  $L = 2$

$$M = \begin{pmatrix} (1 - f_{\text{PHY},1})p_1 & f_{\text{PHY},1} & (1 - f_{\text{PHY},1})p_2 & 0 \\ p_1 & 0 & p_2 & 0 \\ (1 - f_{\text{PHY},2})p_1 & 0 & (1 - f_{\text{PHY},2})p_2 & f_{\text{PHY},2} \\ p_1 & 0 & p_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$\phi(\theta) = \begin{pmatrix} e^{-R_1\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-R_2\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Donc, pour obtenir la capacité effective de la combinaison AMC- $\text{HARQ}_{\max}$ , nous pouvons utiliser une méthode numérique pour trouver le rayon spectral  $\rho\{M\phi(\theta)\}$ .

### 3.2.3 Analyse de la combinaison AMC-HARQ

L'objectif de cette section est d'analyser l'utilité de la combinaison AMC-HARQ en utilisant la capacité effective comme métrique. Nous allons présenter un exemple numérique où la présence de  $\text{HARQ}_{\max}$  affecte de façon négative la capacité effective du système.

**Exemple 2** (Décodage imparfait, CSI parfait). *Dans cet exemple nous prenons les valeurs numériques :  $L = 5$ ,  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$  et  $\tilde{g} = 4$ . Dans Figure. 3.3, nous montrons la capacité effective de AMC avec différentes valeurs de  $\theta$ . Nous montrons aussi la comparaison entre la capacité effective avec les bornes des intervalles optimales trouvées par la relation (3.27) et la capacité effective avec les bornes sous-optimales en supposant  $\theta = 0$  et qui maximisent le débit utile c.à.d., les bornes trouvées par (3.4). Comme prévu, en augmentant  $\theta$  la contrainte devient plus en plus stricte, ce qui mène à une dégradation dans la capacité effective. Par contre, la différence entre la capacité effective avec les bornes optimales et sous-optimales est négligeable surtout quand  $\theta$  est faible. Par conséquent, nous allons utiliser les bornes sous-optimales dans la comparaison entre AMC seule et AMC combinée avec HARQ<sub>max</sub> présentée dans Figure. 3.4.*

*Nous remarquons dans Figure. 3.4 que plus  $\theta$  devient grand plus le gain de AMC seule comparé à AMC avec HARQ<sub>max</sub> devient plus significatif. Par exemple pour  $\theta = 1$ , le gain de AMC est autour de 5 dB. Ce qui montre que l'utilisation de HARQ cause une dégradation de la capacité effective du système qui utilise AMC.*

### 3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la présence du protocole HARQ sur la couche physique dans un système qui utilise AMC peut causer une dégradation du débit utile et de la capacité effective du système. À travers les exemples numériques, nous avons constaté que le débit utile et la capacité effective du AMC dépassent celles de HARQ dans le régime où le SNR moyen est relativement grand.

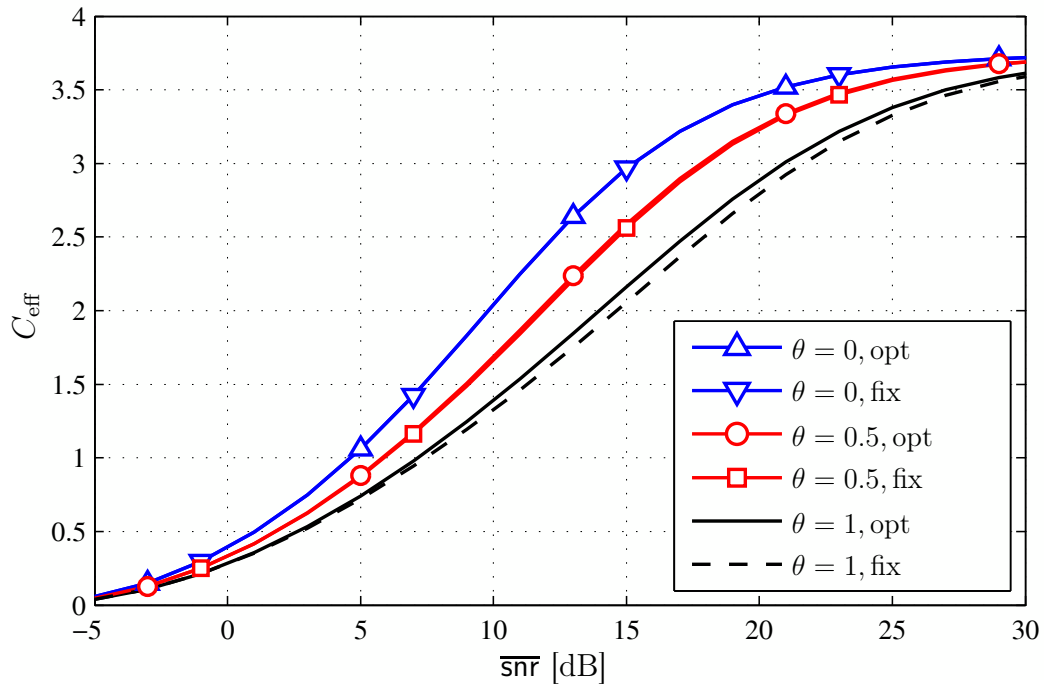


FIGURE 3.3 – Capacité effective de AMC avec les intervalles optimaux et sous-optimaux où  $\tilde{g} = 4$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

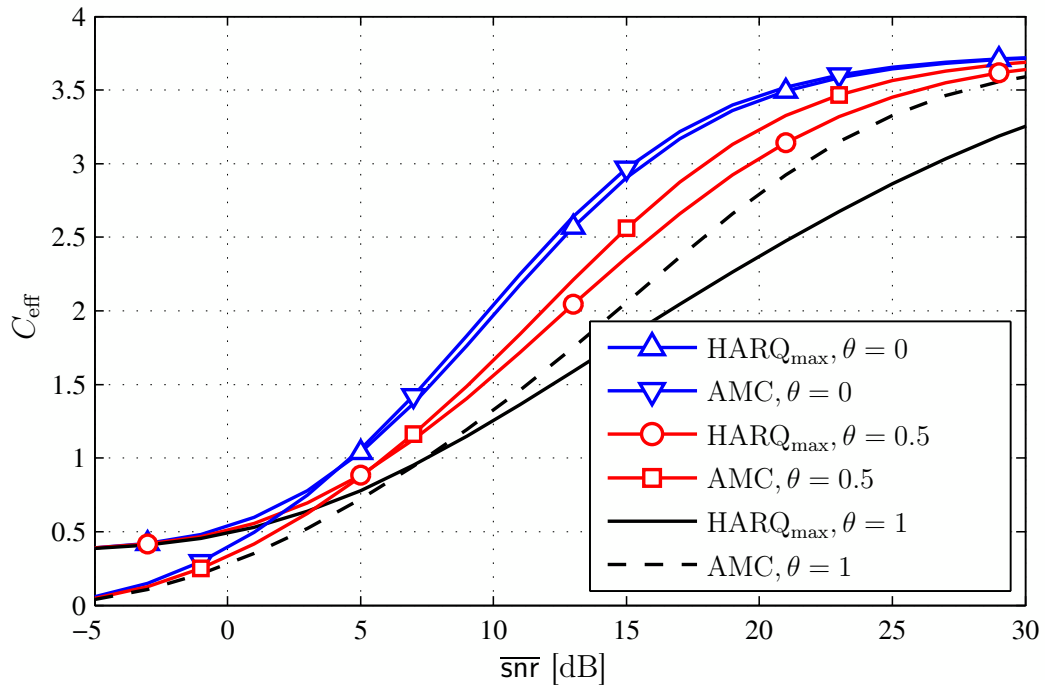


FIGURE 3.4 – Capacité effective de AMC et HARQ<sub>max</sub> où  $\tilde{g} = 4$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

# Chapitre 4

## Amélioration de la combinaison AMC-HARQ

L'objectif de ce chapitre est de comprendre la cause de la dégradation des performances qui apparaît quand on combine HARQ et AMC et de proposer des modifications pour éviter ce problème et améliorer cette combinaison. Premièrement, nous allons adapter les paramètres de AMC à HARQ, c.à.d. que nous allons essayer de trouver les bornes des intervalles qui maximisent le débit utile du système avec la présence de HARQ. Ensuite, nous allons essayer de modifier le protocole HARQ afin qu'il tienne en compte la variabilité du canal. Ensuite, nous allons essayer de modifier HARQ afin qu'il tienne en compte l'état du décodage. nous allons proposer aussi d'améliorer HARQ en utilisant la transmission à plusieurs paquets. Enfin, nous allons ouvrir une autre perspective qui consiste à analyser la combinaison de AMC avec HARQ dans le contexte des systèmes de plusieurs usagers.

### 4.1 Adapter les paramètres de AMC à HARQ

Pour comprendre la dégradation des performances quand on combine AMC et HARQ (Figure. 3.1), nous allons adapter les bornes des intervalles de sorte qu'elles prennent en compte la présence du HARQ. Dans cette section le but est de trouver les bornes optimales qui maximisent le débit utile du système quand HARQ est présent. Nous supposons que HARQ persistant est utilisé, c.à.d., le paquet est retransmis jusqu'à qu'il soit correctement reçu.

Par conséquent, (3.5) devient :

$$\eta_{\text{HARQ}} = \frac{\sum_{l=1}^L R_l p_l}{1 + \sum_{l=1}^L \bar{T}_l f_{\text{PHY},l} p_l}, \quad (4.1)$$

avec

$$p_l = \int_{\gamma_l}^{\gamma_{l+1}} p_{\text{SNR}}(x) dx, \quad (4.2)$$

et

$$\bar{T}_l f_{\text{PHY},l} p_l = \mathbb{E}_{\text{SNR}} \left[ \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}} \left[ \mathbb{I}[\hat{\text{SNR}} \in (\gamma_l, \gamma_{l+1})] T_l(\text{SNR}) \right] \right] \quad (4.3)$$

$$= \mathbb{E}_{\text{SNR}} \left[ \mathbb{I}[\hat{\text{SNR}} \in (\gamma_l, \gamma_{l+1})] \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}} [T_l(\text{SNR})] \right] \quad (4.4)$$

$$= \int_{\gamma_l}^{\gamma_{l+1}} p_{\text{SNR}}(x) \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=x} [T_l(\text{SNR})] dx, \quad (4.5)$$

où  $T_l(\text{SNR})$  signifie le nombre moyen de retransmissions sachant que la première transmission est faite en,  $\text{SNR}$ , avec le taux  $R_l$ . Notre objectif est de résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\max_{\{\gamma_l\}_{l=2}^L} \eta_{\text{HARQ}} \quad \text{s.à} \quad \gamma_1 \leq \gamma_2 \leq \dots \leq \gamma_L \leq \gamma_{L+1}, \quad (4.6)$$

avec  $\gamma_1 = 0$  et  $\gamma_{L+1} = \infty$ . Puisque la fonction objective contient les variables  $\{\gamma\}_{k=2}^L$  dans le dénominateur et le numérateur, il est difficile de résoudre le problème directement en utilisant les conditions KKT.

Pour résoudre le problème (4.6), nous considérons le problème d'optimisation sous la forme :

$$\eta_{\text{max}} \triangleq \max_x \frac{N(x)}{D(x)}, \quad (4.7)$$

et nous supposons que son domaine de définition est non vide. on dénote par  $\hat{x}$  sa solution donnée par :

$$\hat{x} \triangleq \operatorname{argmax}_x \frac{N(x)}{D(x)}, \quad (4.8)$$

donc,

$$\eta_{max} = \frac{N(\hat{x})}{D(\hat{x})}. \quad (4.9)$$

En définissant  $\mathcal{L}$  comme suit :

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = N(x) - \lambda D(x), \quad (4.10)$$

nous obtenons un nouveau problème d'optimisation :

$$x_\lambda = \underset{x}{\operatorname{argmax}} \mathcal{L}(x, \lambda), \quad (4.11)$$

Alors nous avons le théorème suivant :

**Théorème 1.**

$$\mathcal{L}(x_\lambda, \lambda) > 0 \Leftrightarrow \lambda < \eta_{max} \quad (4.12)$$

$$\mathcal{L}(x_\lambda, \lambda) < 0 \Leftrightarrow \lambda > \eta_{max} \quad (4.13)$$

$$\mathcal{L}(x_\lambda, \lambda) = 0 \Leftrightarrow \lambda = \eta_{max}. \quad (4.14)$$

**Preuve 2.** Voir *Annexe B*.

Pour éviter toute confusion, nous soulignons que la fonction  $\mathcal{L}$  n'est pas la fonction duale de la fonction originale dans (4.6). Nous ne sommes pas en train de résoudre le problème dual qui exige la convexité pour garantir l'équivalence. Pour résoudre (4.7), il suffit de trouver  $\lambda_{max}$  tel que  $\mathcal{L}(x_{\lambda_{max}}, \lambda_{max}) = 0$ . nous pouvons trouver facilement  $\lambda_{max}$  en utilisant une méthode de bisection par rapport à  $\lambda$ .

Alors, pour résoudre (4.6), nous définissons la fonction  $\mathcal{L}$  comme suit :

$$\mathcal{L}(\{\gamma_l\}_{l=1}^L, \lambda) = \sum_{l=1}^L R_l p_l - \lambda \left( 1 + \sum_{l=1}^L \bar{T}_l f_{\text{PHY}, l} p_l \right), \quad (4.15)$$

et le nouveau problème d'optimisation est donné par :

$$\max_{\{\gamma_l\}_{l=2}^L} \mathcal{L}(\{\gamma\}_1^L, \lambda) \quad \text{s.à} \quad \gamma_1 \leq \gamma_2 \leq \dots \leq \gamma_L \leq \gamma_{L+1}, \quad (4.16)$$

Après la dérivation de  $\mathcal{L}(\{\gamma\}_1^L, \lambda)$  par rapport à  $\gamma_l$  nous obtenons les conditions KKT suivantes :  $\forall l = 2 \dots L$

$$(R_{l-1} - R_l) - \lambda (\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [T_{l-1}(\text{SNR})] - \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [T_l(\text{SNR})]) = 0, \quad (4.17)$$

Nous soulignons ici que les conditions (4.17) sont suffisantes pour l'optimalité de la solution car ils sont dérivées directement des conditions KKT. Donc pour trouver la solution optimale, nous cherchons toutes les solutions qui satisfont les conditions (4.17), c.à.d, nous parcourons toutes les possibilités de la contrainte à (4.16). Parmi ces solutions, la solution optimale est celle qui maximise la fonction objectif (4.16). Dans Annexe D, nous présentons la méthode utilisée pour calculer les termes  $\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [T_l(\text{SNR})]$ .

**Exemple 3** (Décodage imparfait, CSI parfait). *Dans cet exemple nous prenons  $L = 5$ ,  $\tilde{g} = 4$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ . Les bornes dans (4.17) sont trouvées en supposant que RR-HARQ est utilisé. La Figure. 4.1 montre  $\eta_{\text{HARQ},\text{max}}$  et  $\eta_{\text{RR-HARQ}}$  évalués avec les bornes trouvées par (4.17) ( $\eta_{\text{HARQ},\text{max},\text{opt}}$  et  $\eta_{\text{RR-HARQ}}$ ) et  $\eta_{\text{HARQ},\text{max}}$  évalué avec les bornes trouvées par (3.3) ( $\eta_{\text{HARQ},\text{max},\text{fix}}$ ),  $\eta_{\text{AMC}}$  évalué avec les bornes trouvées par (3.3). Les résultats dans Figure. 4.1 répondent clairement à la question de l'optimalité des bornes utilisées dans Figure. 3.1. L'optimalité des bornes n'a pas une grande influence sur le débit de HARQ<sub>max</sub> puisque les deux courbes sont pratiquement les mêmes. Alors la conclusion prise dans Figure. 3.1 reste valide : AMC surpasse HARQ dans les grands  $\overline{\text{snr}}$ s.*

## 4.2 Adapter le protocole HARQ à la variabilité du canal

Les résultats observés dans les exemples précédents sont dus au fait de persister à retransmettre les paquets NACKés si le canal permet l'usage d'un taux plus grand que le taux utilisé dans les retransmissions. En effet, si la première transmission est faite en utilisant un taux faible, car le canal était mauvais, l'émetteur doit maintenir le même taux dans les retransmissions même si le canal devient bon. Pour éviter ce problème, nous essayons dans cette partie de modifier le protocole HARQ afin de tenir en compte de la variabilité du canal. Nous introduirons un nouveau paramètre  $\gamma_0$  et un nouvel



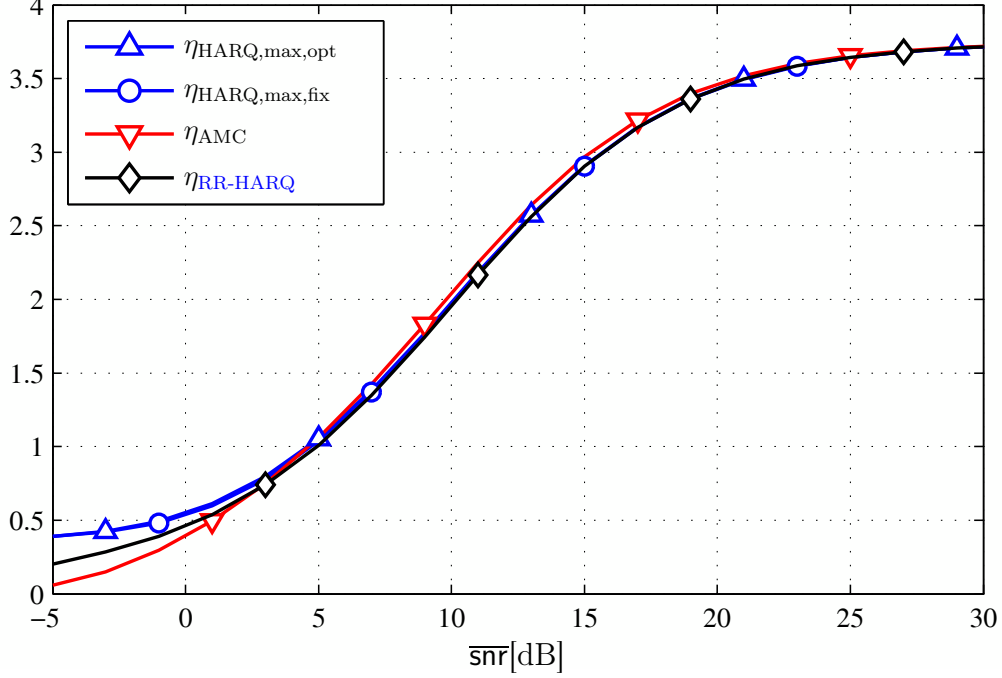


FIGURE 4.1 –  $\eta_{\text{AMC}}$ ,  $\eta_{\text{RR-HARQ}}$  et  $\eta_{\text{HARQ,max}}$  avec les bornes optimales et sous-optimales en fonctions de  $\overline{\text{snr}}$ .  $L = 5$ ,  $\tilde{g} = 4$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

intervalle  $\{\gamma_0, \gamma_1\}$  de sorte que si le SNR de la première transmission appartient à cet intervalle HARQ arrête les retransmissions même s'il reçoit un message NACK. Nous fixons  $\gamma_0$  à 0 et nous optimisons le paramètre  $\gamma_1$  par exemple si  $\gamma_1 = \gamma_0 = 0$  on est dans le cas de HARQ classique discuté dans la section 4.1.

Nous utilisons HARQ persistant. Alors (3.5) devient :

$$\eta_{\text{HARQ}} = \frac{R_1(1 - f_{\text{PHY},0})p_0 + \sum_{l=1}^L R_l p_l}{1 + \sum_{l=1}^L \bar{T}_l f_{\text{PHY},l} p_l}, \quad (4.18)$$

Notre objectif est de résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\max_{\{\gamma_l\}_{l=1}^L} \eta_{\text{HARQ}} \quad \text{s.à} \quad \gamma_0 \leq \gamma_1 \leq \gamma_2 \leq \dots \leq \gamma_L \leq \gamma_{L+1}, \quad (4.19)$$

avec  $\gamma_0 = 0$  et  $\gamma_{L+1} = \infty$ . Comme déjà fait dans la section 4.1, nous définissons la fonction  $L$  comme suit :

$$\mathcal{L}(\{\gamma\}_1^L, \lambda) = R_1(1 - f_{\text{PHY},0})p_0 + \sum_{l=1}^L R_l p_l - \lambda \cdot (1 + \sum_{l=1}^L \bar{T}_l f_{\text{PHY},l} p_l), \quad (4.20)$$

le nouveau problème d'optimisation est donné par :

$$\max_{\{\gamma\}_1^L} \mathcal{L}(\{\gamma\}_1^L, \lambda) \quad \text{s.à} \quad \gamma_0 \leq \gamma_1 \leq \gamma_2 \leq \dots \leq \gamma_L \leq \gamma_{L+1} \quad (4.21)$$

Après dérivation de  $\mathcal{L}(\{\gamma\}_1^L, \lambda)$  par rapport à  $\gamma_l$ , nous obtenons les conditions KKT suivantes :  $\forall l = 2 \dots L$

$$(R_{l-1} - R_l) - \lambda (\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [T_{l-1}(\text{SNR})] - \mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [T_l(\text{SNR})]) = 0, \quad (4.22)$$

et pour  $l = 1$ ,

$$-R_1 (\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_1} [\text{WEP}_1(\text{SNR})]) + \lambda (\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_1} [T_1(\text{SNR})]) = 0. \quad (4.23)$$

On remarque que les équations pour  $l = 2 \dots L$  sont les mêmes que celles de la section 4.1. La seule différence est l'équation pour  $l = 1$ . Alors, nous allons utiliser la même méthode utilisée dans la section 4.1 pour trouver la solution optimale. Dans tous les exemples donnés dans cette section nous allons prendre  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ . Pour le décodage imparfait nous allons prendre  $\tilde{g} = 4$  et pour le CSI imparfait, nous allons prendre  $f_D \tau = 0.1$  ou  $f_D \tau = 0.01$ .

**Exemple 4** (Décodage parfait, CSI parfait).  $\eta_{\text{AMC}}$  et  $\eta_{\text{HARQ}}$  en fonction de  $\overline{\text{snr}}$  sont présentés dans Figure. 4.2 où IR-HARQ est utilisé.

Après l'optimisation, Figure. 4.2 montre que le débit utile de HARQ est amélioré dans les grands  $\overline{\text{snr}}$  mais il ne dépasse pas celui de AMC. En effet,  $\eta_{\text{HARQ}}$  dépasse AMC seulement au-dessous de 5 dB. Ce résultat peut être expliqués par Figure. 4.2 où nous montrons les bornes optimales  $\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5\}$  en fonction de  $\overline{\text{snr}}$ . Au-dessous de 5 dB toutes les bornes sont égales à zéro ce que signifie que HARQ conventionnel avec taux fixe  $R = R_5$  est utilisé. Pour  $\overline{\text{snr}} > 5$  dB, les bornes sont égales aux bornes de AMC sauf  $\gamma_1$  qui est égal à  $\text{snr}_{\text{th},1}$  pour éviter les retransmissions dans les faibles SNR. Cela signifie que HARQ évite les retransmissions dans les grands  $\overline{\text{snr}}$ .

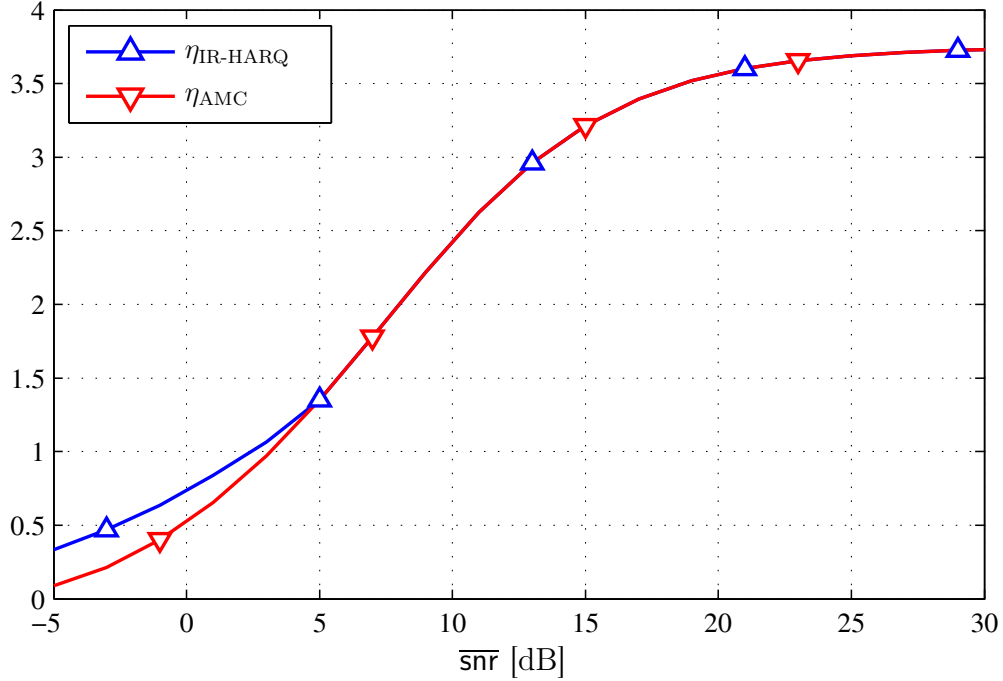


FIGURE 4.2 –  $\eta_{\text{AMC}}$  et  $\eta_{\text{IR-HARQ}}$  en fonction de  $\overline{\text{snr}}$  avec  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

**Exemple 5** (Décodage parfait, CSI imparfait). *Nous montrons dans Figure. 4.4  $\eta_{\text{AMC}}$  et  $\eta_{\text{HARQ}}$  avec RR-HARQ et  $f_{D\tau} = 0.1, 0.11$ . Les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus dans les exemples précédents : les retransmissions sont bénéfiques seulement dans les faibles  $\overline{\text{snr}}$ s. Pour les deux cas,  $f_{D\tau} = 0.1$  et  $f_{D\tau} = 0.01$ , HARQ dépasse AMC dans les faibles  $\overline{\text{snr}}$ s, tandis que dans les grands  $\overline{\text{snr}}$ s,  $\eta_{\text{AMC}}$  et  $\eta_{\text{HARQ}}$  sont pratiquement les mêmes. Dans Figure. 4.5, nous montrons  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  et  $\gamma_5$  en fonction de  $\overline{\text{snr}}$  pour les deux stratégies (AMC and HARQ). Dans les grands  $\overline{\text{snr}}$ s AMC et HARQ transmettent avec le plus grand taux de la couche physique, tandis que dans les faibles  $\overline{\text{snr}}$  les deux stratégies font confiance à l'observation et transmettent avec un taux adapté à l'observation. Dans Figure. 4.6, nous fixons  $f_{D\tau} = 0.01$  et nous voulons savoir le gain obtenu avec les bornes optimales pour les stratégies AMC et HARQ. Nous comparons  $\eta_{\text{AMC}}$  et  $\eta_{\text{HARQ}}$  avec les bornes optimales ( $\eta_{\text{HARQ,opt}}, \eta_{\text{AMC,opt}}$ ) et les bornes sous optimales en suppo-*

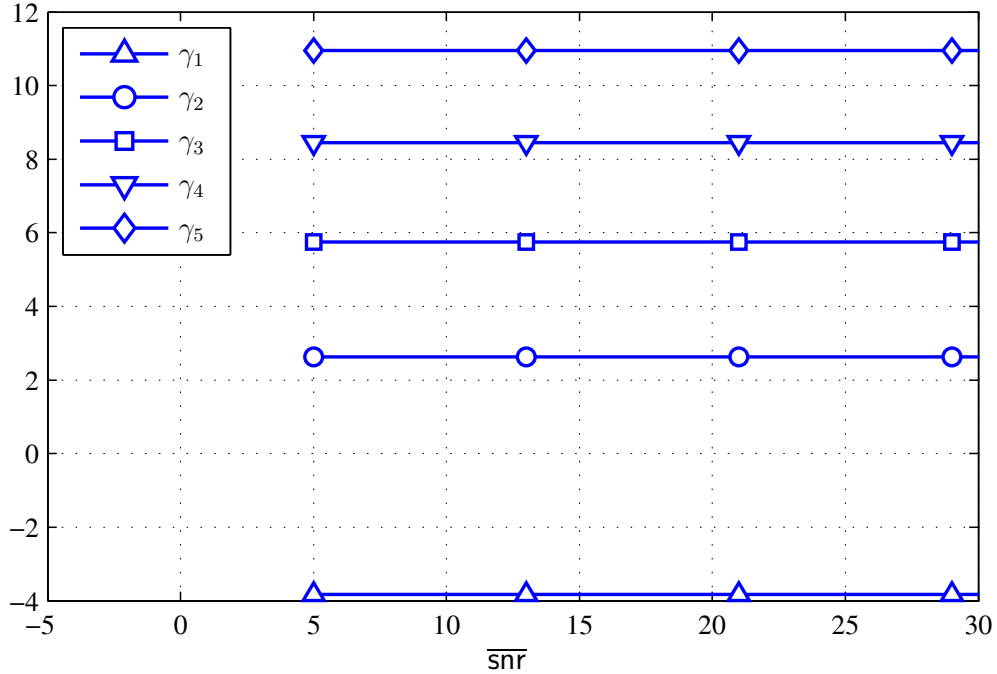


FIGURE 4.3 –  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  et  $\gamma_4$  en fonction de  $\overline{\text{snr}}$  avec  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

sant que le CSI est parfait ( $\eta_{\text{HARQ},\text{fix}}$ ,  $\eta_{\text{AMC},\text{fix}}$ ). Nous observons qu'il n'y a pas une grande différence entre les courbes des bornes optimales et celles des bornes sous optimales, par conséquent, il sera légitime de fixer les bornes des intervalles sur les bornes sous optimales.

**Exemple 6** (Décodage imparfait, CSI parfait). Dans Figure. 4.7 nous comparons  $\eta_{\text{HARQ}}$  et  $\eta_{\text{AMC}}$  quand les bornes sont optimales ( $\eta_{\text{HARQ},\text{opt}}$  et  $\eta_{\text{AMC},\text{opt}}$ ) et quand les bornes sont prises en supposant que le décodage est parfait ( $\eta_{\text{HARQ},\text{fix}}$  et  $\eta_{\text{AMC},\text{fix}}$ ). Nous supposons que RR-HARQ est utilisé. Les résultats sont similaires à ceux des exemples précédents : les retransmissions sont bénéfiques seulement dans les faibles  $\overline{\text{snr}}$ s. Le gain obtenu en utilisant les bornes optimales est clair dans cet exemple. Dans Figure. 4.5, nous montrons  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ ,  $\gamma_4$  et  $\gamma_5$  en fonction de  $\overline{\text{snr}}$  pour AMC et HARQ. Nous observons que HARQ devient plus conservateur dans les grands  $\overline{\text{snr}}$ s car il essaye d'éviter les retransmissions c'est pourquoi les bornes de HARQ dépassent les

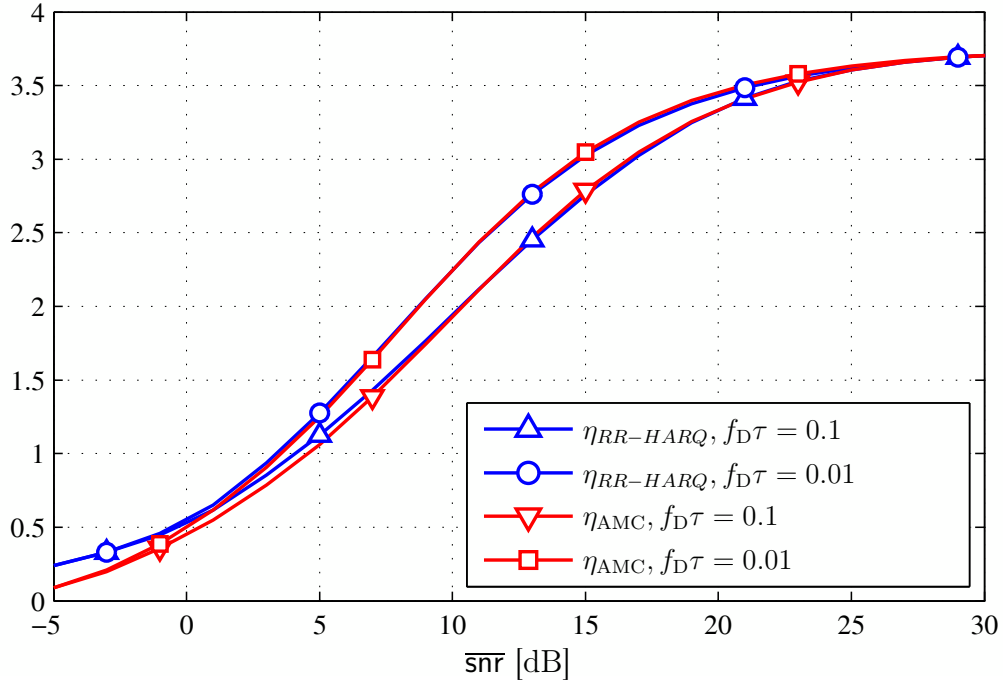


FIGURE 4.4 –  $\eta_{AMC}$  et  $\eta_{HARQ}$  avec RR-HARQ,  $f_D\tau = 0.1$  et  $f_D\tau = 0.01$ .  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

bornes de AMC. Tandis qu'aux faibles  $\overline{\text{snr}}$ s HARQ devient plus agressif puisqu'il tolère plus d'erreurs, c'est pourquoi les bornes de AMC dépassent celles de HARQ.

### 4.3 Adapter le protocole HARQ à l'état du décodage

Les résultats des sections précédentes montrent que l'adaptation du PHY au protocole HARQ ou l'adaptation de HARQ au PHY n'améliore pas le débit utile de HARQ par rapport à AMC. Dans cette section, nous allons essayer d'adapter HARQ à l'état du décodage au récepteur. L'idée est de permettre à l'émetteur d'arrêter les retransmissions et transmettre un nouveau paquet avec un nouveau taux en fonction de l'état du décodage du paquet et de la

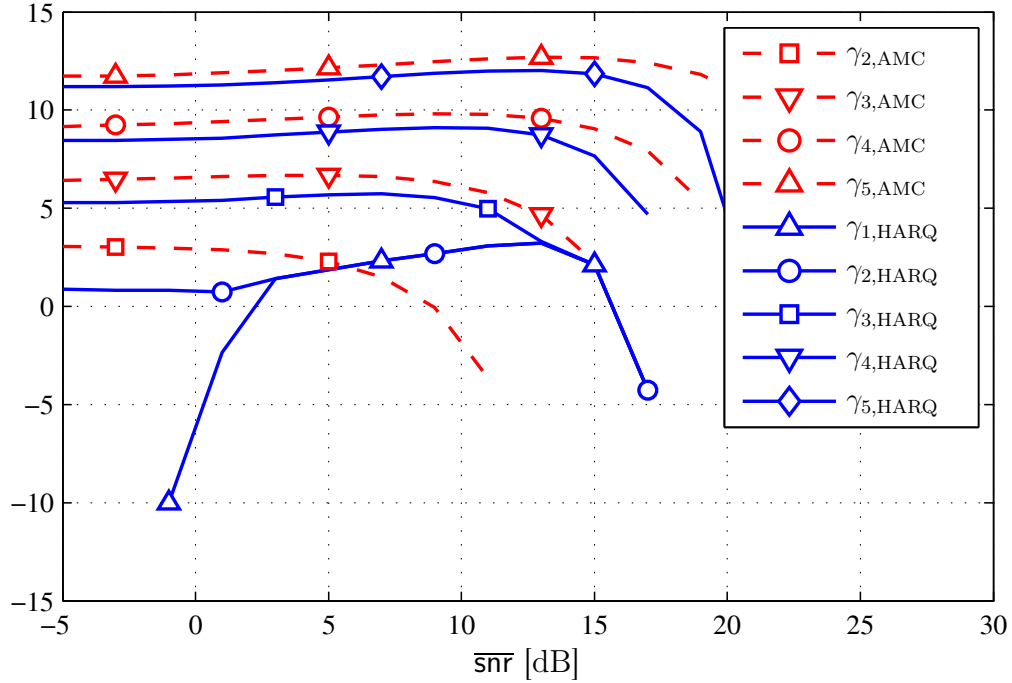


FIGURE 4.5 – Les bornes optimales pour AMC et RR-HARQ avec  $f_D\tau = 0.01$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

qualité du canal. Dans le temps  $n$ , au lieu d'envoyer un message de retour composé d'un bit (ACK/NACK), le récepteur envoie l'information mutuelle accumulée et normalisée  $I[n]$ , définie par :

$$I[n] \triangleq \frac{1}{R} \sum_{t=0}^{k-1} C(\text{snr}(n - k + t + 1)), \quad (4.24)$$

avec  $t$  représente le temps,  $k$  est le nombre des transmissions déjà faites,  $R$  est le taux de transmission et  $C(\text{snr})$  est l'information mutuelle. Dans les résultats numériques, nous allons considérer les deux modulations : Gaussienne et 16QAM. Dans le cas de la modulation Gaussienne  $C(\text{snr})$  est donnée par :

$$C(\text{snr}) \triangleq \log_2(1 + \text{snr}). \quad (4.25)$$

Nous supposons que le récepteur envoie à l'émetteur un message de retour qui contient  $I[n]$  et  $l[n]$  où  $l[n]$  représente l'indice de l'état du canal mesuré

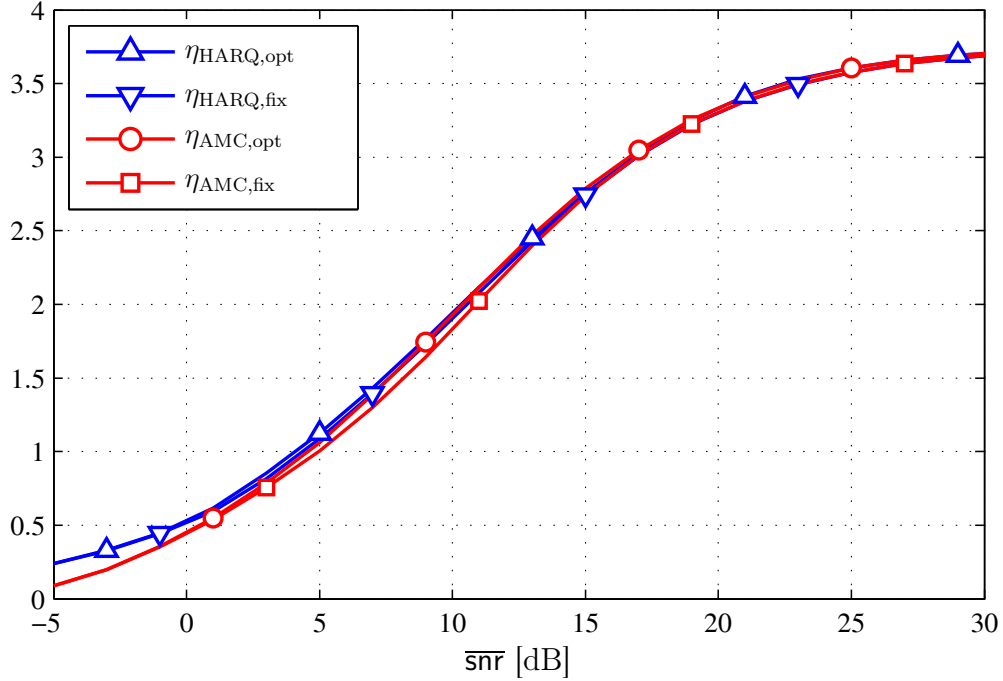


FIGURE 4.6 –  $\eta_{\text{AMC}}$  et  $\eta_{\text{HARQ}}$  avec RR-HARQ quand les bornes optimales sont utilisées . Nous fixons  $f_D\tau = 0.1$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

par le récepteur, c.à.d.,  $s_l$ .

Dans le temps  $n$ , en se basant sur  $I[n]$  et  $l[n]$  et  $R[n - 1]$  ( le taux de la transmission précédente), l'émetteur décide de retransmettre le paquet avec le taux  $R[n - 1]$  s'il n'est pas correctement reçu ou bien d'arrêter les retransmissions et transmettre un nouveau paquet avec un nouveau taux. On dénote par  $s[n]$  l'état du système dans le temps  $n$ .  $s[n]$  est décrit par les trois paramètres  $I[n]$  et  $l[n]$  et  $R[n - 1]$ , donc  $s[n] \triangleq (l[n], I[n], R[n - 1])$ . En se basant sur  $s[n]$ , l'émetteur prend l'action  $a[n]$ . L'action peut-être : retransmettre le même paquet avec le taux de la transmission précédente  $a[n] = (\text{RE}, -)$  ou bien transmettre un nouveau paquet avec un nouveau taux  $a[n] = (\text{NT}, R[n])$  avec  $R[n] \in \{R_1, \dots, R_L\}$ . On dénote par  $\mathcal{S}$  l'espace des états et par  $\mathcal{A}$  l'espace des actions. Une *politique*  $\pi$  est définie comme une bijection entre  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{A}$ , c.à.d.,  $\pi : \mathcal{S} \mapsto \mathcal{A}$ . Elle définit l'action  $\pi(s)$  que

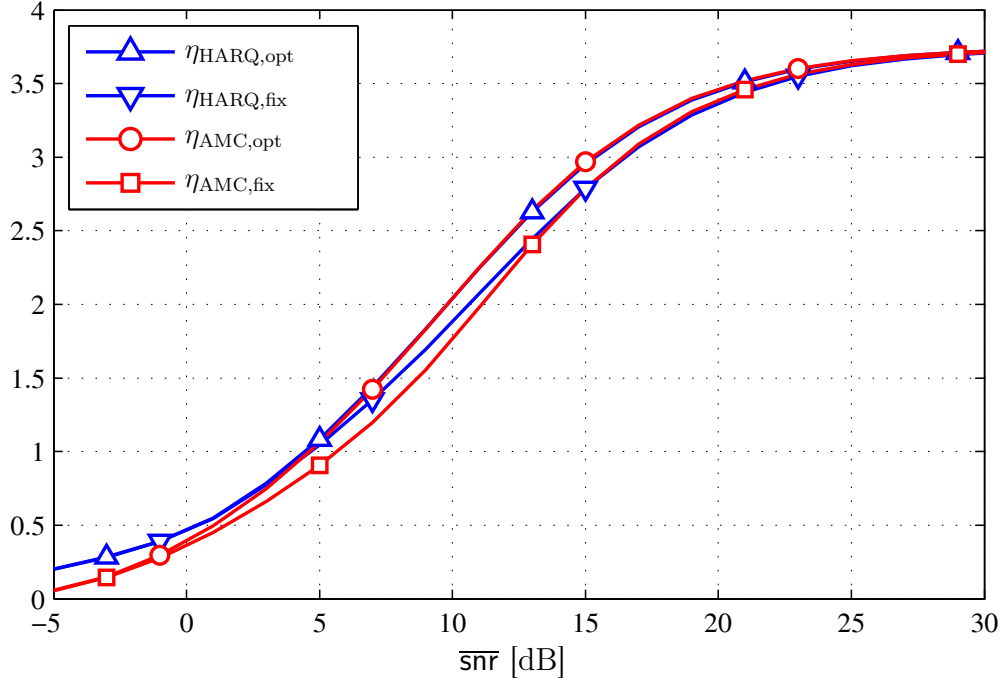


FIGURE 4.7 –  $\eta_{\text{AMC}}$  et  $\eta_{\text{HARQ}}$  avec RR-HARQ en utilisant les bornes optimales et en fonction de  $\overline{\text{snr}}$ .  $L = 5$ ,  $\tilde{g} = 4$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

le contrôleur HARQ doit choisir en étant dans l'état  $s$ . Notre objectif donc est de trouver la politique optimale qui maximise le débit utile du système défini par :

$$\eta(\pi) \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbb{E} [r(s[n], \pi(s[n]))], \quad (4.26)$$

l'espérance est prise par rapport à la variable aléatoire  $s[n+1]$  et  $r(s[n], \pi(s[n]))$  est la récompense moyenne obtenue en utilisant l'action  $\pi(s[n])$ . Donc notre objectif est de résoudre le problème suivant :

$$\eta_{\max} \triangleq \max_{\pi \in \Pi} \eta(\pi), \quad (4.27)$$



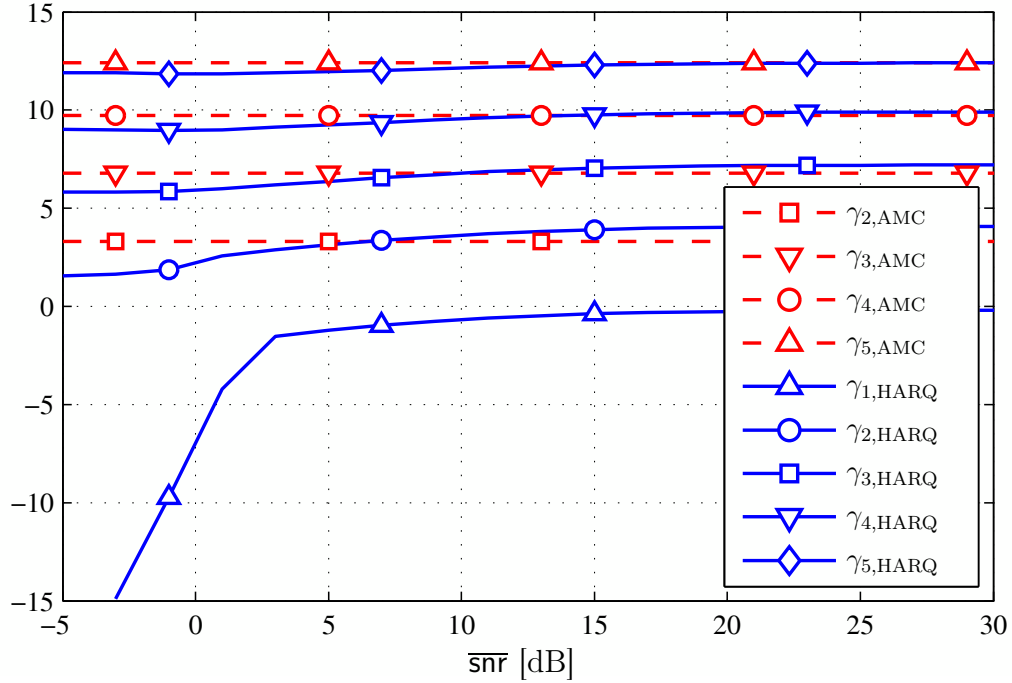


FIGURE 4.8 – Les bornes optimales de AMC et RR-HARQ avec  $\tilde{g} = 4$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

avec

$$\eta(\pi) \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[r(s[n], \pi(s[n]))], \quad (4.28)$$

$\Pi$  est l'ensemble des politiques possibles. Le modèle ci-dessus peut être décrit comme un processus de décision Markovien (MDP, Markov Decision Process). Dans le temps  $n$  le système se trouve à l'état  $s_1 = (l_1, I_1, R_1)$  prend l'action  $a_1$  et va vers l'état  $s_2 = (l_2, I_2, R_2)$  dans le temps  $n + 1$  avec la probabilité de transition :

$$p_{s_1, s_2}(a_1) = Pr(s[n + 1] = s_2 | s[n] = s_1, a[n] = a_1), \quad (4.29)$$

et reçoit la récompense  $r(s_1, a_1, s_2)$ . Quand nous supposons le décodage par-

fait,  $r(s_1, a_1, s_2)$  est donnée par :

$$r(s_1, a_1, s_2) = \begin{cases} R_1, & \text{si } I_2 \geq 1 \text{ et } (a_1, R_2) = ((\text{RE}, -), R_1) \\ R_2, & \text{si } I_2 \geq 1 \text{ et } a_1 = (\text{NT}, R_2) \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}, \quad (4.30)$$

Pour résoudre (4.27), nous allons utiliser le MDP multi-chaines [22] avec l'algorithme décrit ci-dessous. Tous les détails de la procédure de résolution du problème peuvent être trouvés dans [22, Ch 4].

**Algorithme d'optimisation : Iteration de la Politique** Cet algorithme est utilisé afin de calculer la politique et la récompense optimales [22]. Il opère d'une manière itérative et sa convergence est assurée. Initialement on choisit une politique  $\pi_k \in \Pi$  (le choix de celle-ci n'est pas soumis à aucune contrainte), et on procède en deux étapes :

- **L'évaluation de la politique** : dans cette étape nous résolvons le système d'équations suivant :

$$J_{\mu^k} = P_{\mu^k} J_{\mu^k} \quad (4.31)$$

$$J_{\mu^k} + h_{\mu^k} = g_{\mu^k} + P_{\mu^k} h_{\mu^k} \quad (4.32)$$

$$h_{\mu^k} + v_{\mu^k} = P_{\mu^k} v_{\mu^k}, \quad (4.33)$$

où  $\mu^k$  est la politique à évaluer dans l'itération  $k$ ,  $(J_{\mu^k}, h_{\mu^k}, v_{\mu^k})$  sont les vecteurs à déterminer,  $P_{\mu^k}$  est la matrice de transition en utilisant  $\mu^k$  et  $g_{\mu^k}$  est le vecteur des récompenses moyennes en utilisant  $\mu^k$ .

- **L'amélioration de la politique** : une fois les vecteurs  $(J_{\mu^k}, h_{\mu^k}, v_{\mu^k})$  sont déterminés, nous procédons à l'amélioration de la politique  $\mu^k$  en trouvant la politique  $\mu^{k+1}$  qui sera évaluée à la prochaine itération.  $\mu^{k+1}$  est déterminée comme suit :

Si

$$\min_{\mu} P_{\mu} J_{\mu^k} \neq J_{\mu^k}, \quad (4.34)$$

on prend  $\mu^{k+1}$  qui vérifie

$$P_{\mu^{k+1}} J_{\mu^k} = \min_{\mu} P_{\mu} J_{\mu^k}, \quad (4.35)$$

on prend  $\mu^{k+1}$  qui vérifie

$$P_{\mu^{k+1}} J_{\mu^k} = \min_{\mu} P_{\mu} J_{\mu^k} \quad \text{et} \quad T_{\mu^{k+1}} h_{\mu^k} = \min_{\mu \in M} T_{\mu} h_{\mu^k}, \quad (4.36)$$

où  $M$  est l'ensemble des politiques qui vérifient

$$\min_{\mu} P_{\mu} J_{\mu^k} \neq J_{\mu^k}, \quad (4.37)$$

et l'opérateur  $T$  est défini par :

$$T_{\mu} h = g_{\mu} + P_{\mu} h. \quad (4.38)$$

L'algorithme s'arrête une fois que :

$$\begin{cases} h^{k+1} & = h^k \\ J^{k+1} & = J^k \end{cases},$$

et  $\mu^k$  est la solution optimale.

En plus de trouver la solution optimale, nous proposons une politique heuristique nommée  $\hat{\pi}$  et donnée par :

$$\hat{\pi}(s = \{l, I, R\}) = \begin{cases} \{\text{RE}, -\}, & \text{si } R \geq R_l \\ \{\text{NT}, R_l\}, & \text{si } R < R_l \end{cases}, \quad (4.39)$$

L'utilité de la politique  $\hat{\pi}$  est qu'elle n'exige pas la connaissance de l'information mutuelle accumulée et donc elle réduit le nombre de bits dans le message de retour. Elle permet aussi à l'émetteur d'arrêter les retransmissions quand le canal permet d'utiliser un taux plus grand.

**Exemple 7** (Décodage parfait, CSI imparfait). *Dans cet exemple nous prenons  $L = 5$ ,  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$  et  $f_{D\tau} = 0.1$ . Les bornes des intervalles sont données par :*

$$\begin{cases} \gamma_1 = 0 \\ \gamma_l = \text{snr}_{th,l} \quad \text{pour } l = 2 \dots L \end{cases}. \quad (4.40)$$

*Premièrement, nous trouvons la politique optimale qui maximise le débit pour RR-HARQ et IR-HARQ en résolvant (4.27). Ensuite, nous trouvons le débit utile pour RR-HARQ et IR-HARQ en utilisant la politique  $\hat{\pi}$ .*

Sur Figure. 4.9 et Figure. 4.10, nous comparons  $\eta_{amc}$  et le débit utile pour RR-HARQ et IR-HARQ en utilisant la politique optimale ( $\eta_{IR-HARQ,opt}$  et  $\eta_{RR-HARQ,opt}$ ) et en utilisant la politique  $\hat{\pi}$  ( $\eta_{RR-HARQ,\hat{\pi}}$  et  $\eta_{IR-HARQ,\hat{\pi}}$ ). Dans Figure. 4.9 les résultats sont obtenus en utilisant la modulation Gaussienne tandis que dans Figure. 4.10 la modulation 16 QAM est utilisée. Pour les deux schémas RR-HARQ et IR-HARQ, le débit utile est amélioré par rapport à AMC soit en utilisant la politique optimale ou la politique  $\hat{\pi}$ . La différence entre la politique optimale et  $\hat{\pi}$  est claire avec IR-HARQ, ce qui n'est pas le cas avec RR-HARQ puisque  $\eta_{RR-HARQ,opt}$  et  $\eta_{RR-HARQ,\hat{\pi}}$  sont pratiquement les mêmes.

Sur Figure. 4.11 et 4.12, nous montrons les actions optimales prises par l'émetteur quand le système est dans l'état  $s = (1, I, R_l)$  pour RR-HARQ et IR-HARQ respectivement. Les actions optimales sont présentées en fonction de l'information mutuelle  $I$ . Sur Figure. 4.11, l'émetteur choisit de retransmettre un nouveau paquet avec le taux  $R_1$  tant que l'information mutuelle n'est pas suffisante pour décoder le paquet, par exemple l'émetteur prend l'action  $(NT, R_1)$  quand  $s = (1, I, R_3)$  tant que l'information mutuelle  $I < 0.4$ . Par contre, pour IR-HARQ sur 4.12, l'émetteur retransmet le paquet toujours quand  $I > 0$  sauf pour l'état  $s = (1, I, R_1)$  où l'émetteur transmet un nouveau paquet avec  $R_2$  tant que  $I < 0.2$ .

## 4.4 Transmission à plusieurs paquets

Pour améliorer la combinaison AMC-HARQ, nous pouvons utiliser la transmission à plusieurs paquets dans laquelle l'émetteur se permet de partager les ressources entre les paquets NACKés et des nouveaux paquets. Dans [23], les auteurs montrent que cette stratégie améliore d'une façon significative le débit utile de IR-HARQ quand aucune information sur le canal n'est présente au moment de la transmission. Dans cette section, nous essayons d'analyser l'utilisation de cette technique pour améliorer la combinaison AMC-HARQ.

Tout en restant général, nous pouvons supposer que tous les taux sont proportionnels à  $R_1$ , c.à.d.,  $\forall k = 1 \dots L_{\max} R_k = n_k R_1$  avec  $n_k$  est un nombre entier. Nous supposons que la taille des paquets est fixe, elle est donnée par :  $N_b = R_1 N_s$ . Avec ce modèle, transmettre un paquet avec le taux  $R_k$  signifie que le paquet occupe une fraction de temps égale à  $\frac{1}{n_k}$ . Le nombre maximal de

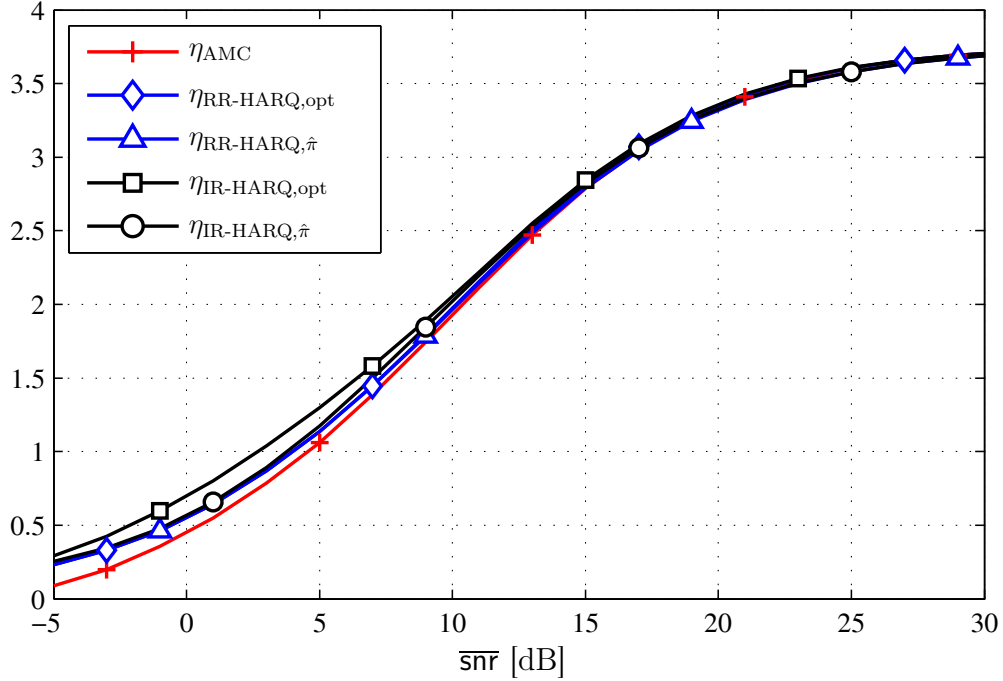


FIGURE 4.9 –  $\eta_{\text{AMC}}$  et le débit utile de IR-HARQ et RR-HARQ en utilisant la politique optimale et la politique  $\hat{\pi}$ . La modulation Gaussienne est utilisée et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

paquets qui peuvent être transmis dans un bloc est égal à  $n_{\text{max}} = \frac{R_{L_{\text{max}}}}{R_l}$ . Donc pour adapter les transmissions aux conditions du canal nous allons varier le nombre de paquets transmis pendant chaque bloc du temps. À chaque mode de transmission, nous allons utiliser une modulation d'ordre  $m_l$  et un codage de taux  $r_l$  pour avoir un taux global  $R_l = m_l r_l$ . Pour éviter d'avoir la probabilité d'échec de la première transmission égale à 1, c.à.d.,  $f_{\text{PHY},l} = 1$ ,  $R_l$  doit être inférieur à l'ordre de la modulation utilisée, c.à.d.,  $r_l < 1$ . Donc, pour AMC l'émetteur ne peut pas utiliser un taux plus grand que l'ordre de la modulation, tandis qu'avec IR-HARQ nous pouvons utiliser un taux qui dépasse l'ordre de la modulation dans les retransmissions puisque le taux global vu par le récepteur décroît en fonction du nombre de transmissions utilisées.

Dans cette section, nous supposons que AMC peut utiliser un ensemble

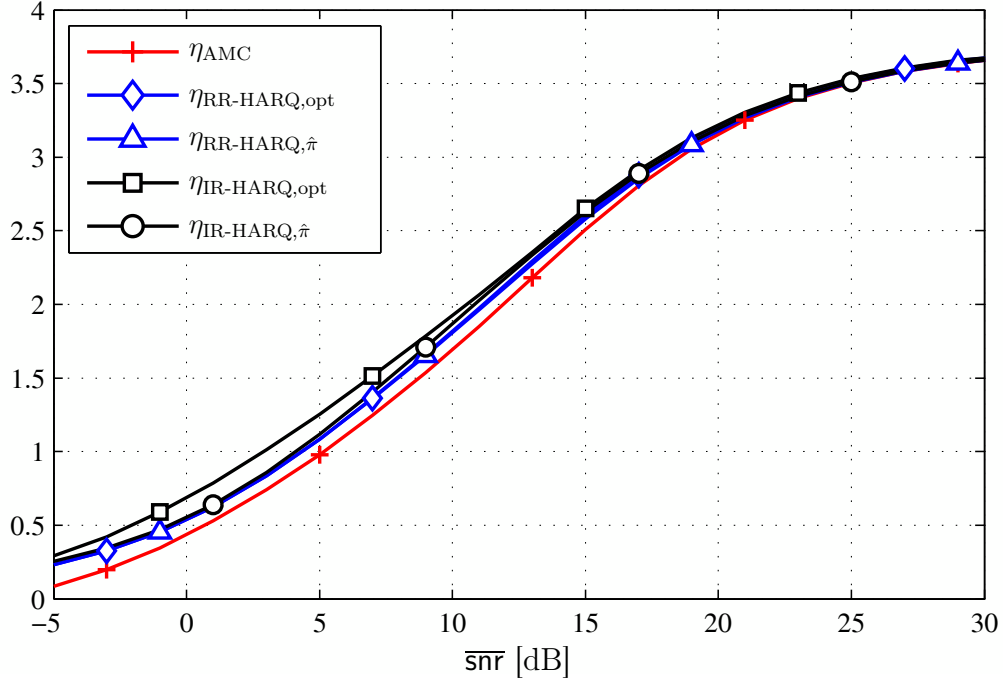


FIGURE 4.10 –  $\eta_{\text{AMC}}$  et le débit utile de IR-HARQ et RR-HARQ en utilisant la politique optimale et la politique  $\hat{\pi}$ . La modulation 16QAM est utilisée et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

de taux  $R_1 < R_2 < \dots < R_L$  pour les transmissions. Le même ensemble de taux peut être utilisé pour la première transmission de HARQ sauf que, pour les retransmissions, il peut utiliser un ensemble de grands taux  $R_{L+1} < \dots < R_{L_{\max}}$ . Supposons par exemple que  $N$  paquet sont NACKés pendant le bloc  $n - 1$ , chaque paquet  $k$  a sa propre information mutuelle accumulée et normalisée nommée  $I_k$ . On dénote par  $\rho_k$  la fraction du temps allouée par l'émetteur pour retransmettre le paquet  $k$ , c.à.d., il sera retransmis en utilisant le taux  $\frac{R_1}{\rho_k}$ . Le débit utile instantané relié au paquet  $k$ , et que le récepteur va recevoir, est donné par :

$$\eta_k = R_1(1 - f_k), \quad (4.41)$$

où  $f_k$  est la probabilité de l'échec, en supposant un décodage parfait et que

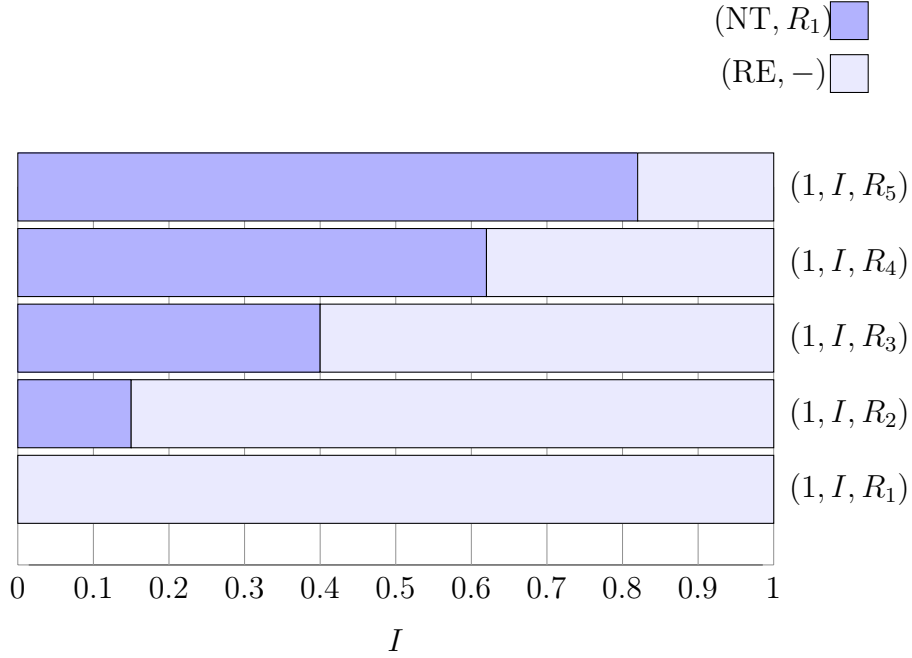


FIGURE 4.11 – Les actions optimales de RR-HARQ aux états  $s = (1, I, R_2)$  avec la modulation Gaussienne et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

IR-HARQ est utilisé,  $f_k$  est donnée par :

$$f_k = \Pr(I_k + \rho_k C(\text{snr})/R_1 < 1). \quad (4.42)$$

Si la retransmission a échoué, le récepteur met à jour  $I_k$  comme suit :

$$I_k \leftarrow I_k + \rho_k C(\text{snr})/R_1. \quad (4.43)$$

Le débit instantané global pour tous les paquets est donné par :

$$\eta = \sum_{k=1}^N R_1(1 - f_k) + \sum_{k=N+1}^{n_{\max}} R_1(1 - f_k), \quad (4.44)$$

la première somme correspond aux paquets NACKés et la deuxième somme correspond aux nouveaux paquets transmis pour la première fois. Pour chaque

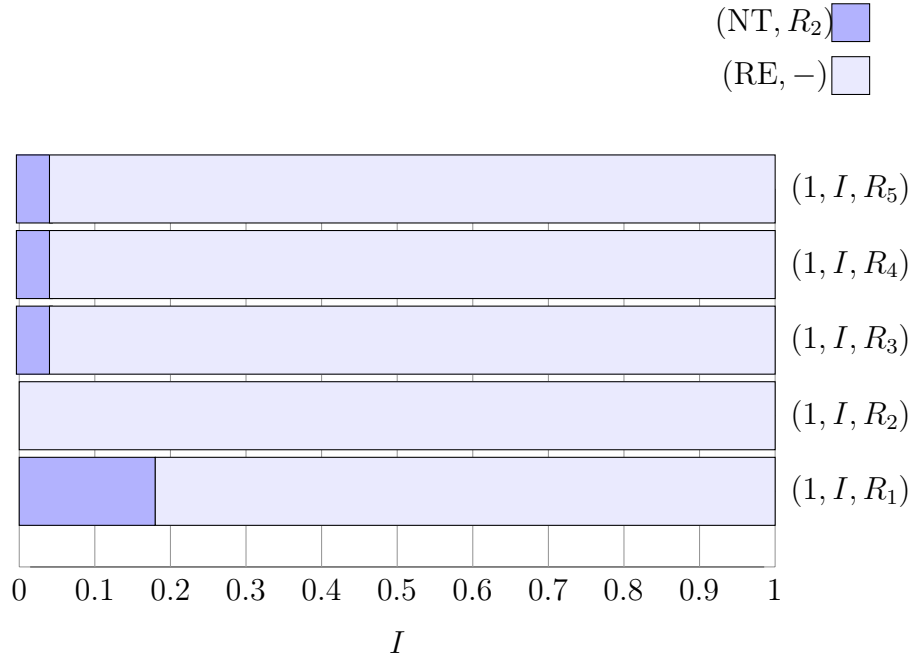


FIGURE 4.12 – Les actions optimales de IR-HARQ aux états  $s = (1, I, R_2)$  avec la modulation Gaussienne et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

bloc, le récepteur trouve les fractions de temps données à chaque paquet en maximisant  $\eta$ . Puis il envoie l'indice de chaque fraction à l'émetteur qui va les utiliser dans la prochaine transmission. Donc le problème de maximisation est donné par :

$$\max_{\{\rho\}_{k=1}^{n_{\max}}} \eta \quad \text{s.à} \quad \sum_{k=1}^{n_{\max}} \rho_k \leq 1. \quad (4.45)$$

Pour résoudre (4.45), nous parcourons toutes les valeurs de  $\rho_k$  possibles. Le cardinal de l'ensemble des taux disponibles à PHY est souvent faible, donc le nombre des valeurs de  $\rho_k$  possibles est aussi faible ce qui rend la recherche exhaustive peu complexe.

**Exemple 8** (Décodage parfait, CSI imparfait). *Dans cet exemple, nous supposons que la modulation 16 QAM est utilisée, ce qui signifie que les*



taux utilisés pour la première transmission par AMC et HARQ doivent être inférieurs à 4. Nous prenons  $L_{max} = 8$  et  $L = 5$ . Les taux utilisés sont  $\{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5\} = \{0.75, 1.5, 2.25, 3, 3.75\}$  et  $\{R_6, R_7, R_8\} = \{4.5, 5.25, 6\}$ . À l'égard de CSI imparfait, nous prenons  $f_D\tau = 0.1$ .

En utilisation la simulation Monte-Carlo, nous montrons sur la Figure. 4.13 la comparaison entre le débit obtenu en utilisant IR-HARQ et AMC avec la transmission à plusieurs paquets décrite ci-dessus. Le débit utile de IR-HARQ s'est amélioré significativement par rapport à AMC. Ceci est du aux caractéristiques de IR-HARQ et à la flexibilité de la transmission à plusieurs paquets qui permet de s'adapter aux conditions du canal .

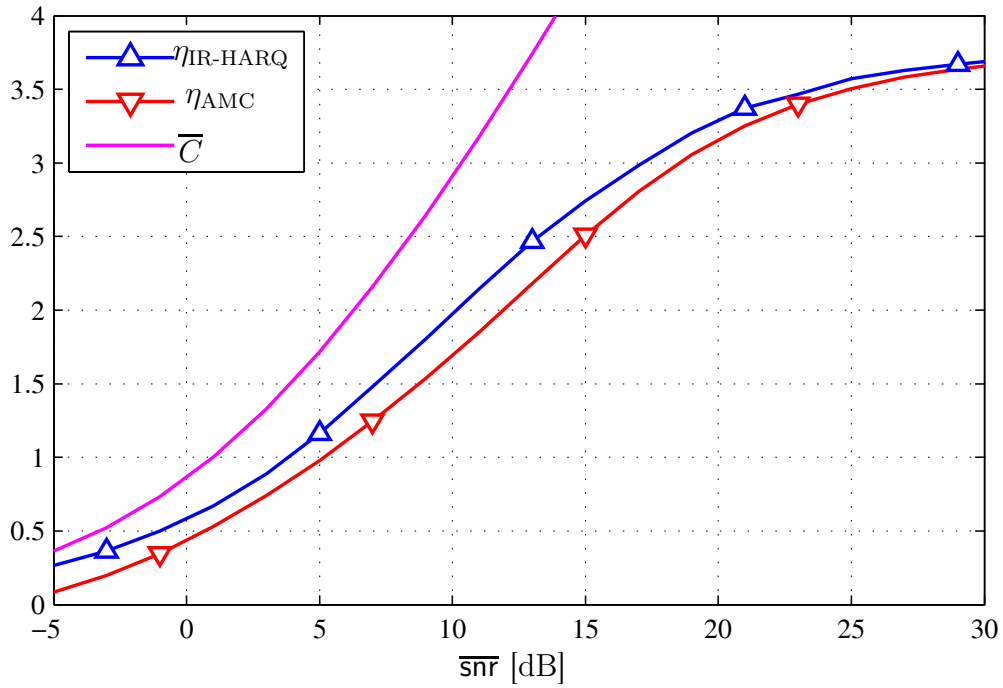


FIGURE 4.13 –  $\eta_{\text{AMC}}$ ,  $\eta_{\text{IR-HARQ}}$  avec la transmission à plusieurs paquets et la capacité ergodique  $\overline{C}$ . La modulation 16QAM est utilisée et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75, R_6 = 4.5, R_7 = 5.25, R_8 = 6\}$ .

## 4.5 Analyse de la combinaison AMC-HARQ dans les systèmes de plusieurs usagers

Dans cette section, nous essayons d'analyser la combinaison AMC-HARQ dans le contexte de plusieurs usagers. Nous considérons ici le scénario où une station de base (BS) est présente pour servir  $N$  usagers dans une cellule. Un seul usager doit être servi dans chaque bloc. Nous supposons aussi qu'au début de chaque bloc, chaque usager doit envoyer à la station de base l'information sur son canal.

Le débit total du système et l'équité entre les usagers sont deux critères contradictoires dans les systèmes de plusieurs usagers. Tout algorithme de partage des ressources entre les usagers doit prendre en considération ces deux critères. Parmi les algorithmes les plus utilisés, on trouve "Round Robin" (RR) et "Proportional Fairness" (PF) [24]. Dans l'algorithme RR les ressources sont partagées équitablement entre les usagers, c.à.d., chaque usager est servi périodiquement. Dans l'approche PF, l'objectif est de maximiser la somme des fonctions logarithmiques d'utilité de débit de chaque usager. Dans les systèmes qui n'utilisent pas HARQ, la solution optimale de l'approche PF est de prendre, à chaque bloc, l'usager qui maximise le rapport entre le débit instantané, que chaque usager peut recevoir dans le bloc courant, sur le débit moyen reçu dans le passé. Donc l'émetteur choisit l'usager qui vérifie :

$$u^* = \operatorname{argmax}_u \frac{\eta_u}{R_{\text{avr},u}}, \quad (4.46)$$

où  $R_{\text{avr},u}$  est le débit moyen reçu par l'usager  $u$  dans les blocs du temps passés et  $\eta_u$  représente le débit instantané atteignable par l'usager  $u$ , il est donné par :

$$\eta_u = R_u(1 - f_u), \quad (4.47)$$

où  $R_u$  est le taux choisi par l'émetteur pour transmettre à l'usager  $u$  et  $f_u$  est la probabilité d'erreur qui dépend de  $R_u$ . Dans le cas du décodage parfait,  $f_u$  est donné par :

$$f_u = \Pr(C_u(\text{snr}) < R_u) \quad (4.48)$$

Par contre, pour les systèmes qui utilisent HARQ, la solution présentée ci-dessus n'est pas optimale parce qu'elle ne prend pas en considération la possibilité des retransmissions. En effet, à cause de la difficulté de trouver le

débit moyen de chaque usager obtenu en utilisant une politique de partage des ressources, la solution optimale est difficile à traiter. Pour faire face à ce problème, nous proposons une politique sous-optimale qui est proposée aussi dans [25]. Nous allons supposer qu'au lieu d'envoyer un acquittement composé d'un seul bit (message ACK/NACK), chaque usager servi dans le dernier bloc de temps doit envoyer à la station de base son information mutuelle accumulée et normalisée par le taux utilisé, nommée  $I_u$ . L'émetteur utilise cette information pour calculer le débit instantané atteignable par chaque usager. Puisque la probabilité d'erreur diminue en fonction de l'information mutuelle accumulée, l'émetteur prend en considération la possibilité des re-transmissions pour choisir l'usager qui va être servi dans le bloc courant. Le critère de sélection de l'usager reste le même :

$$u^* = \operatorname{argmax}_u \frac{\eta_u}{R_{\text{avr},u}}, \quad (4.49)$$

sauf que  $\eta_u$  n'est pas le même parce qu'il prend en compte l'information mutuelle accumulée  $I_u$  :

$$\eta_u = R_u(1 - f_u(I_u)), \quad (4.50)$$

$f_u(I_u)$  est la probabilité d'erreur qui diminue en fonction de  $I_u$ . Dans le cas du décodage parfait et IR-HARQ, elle est donnée par :

$$f_u = \Pr(I_u + C_u(\text{snr})/R_u < 1) \quad (4.51)$$

**Exemple 9** (Décodage parfait, CSI imparfait). *On suppose qu'il y a deux usagers dans le système qui ont leurs SNRs moyens respectivement,  $\overline{\text{snr}}_1$  et  $\overline{\text{snr}}_2$ . Nous prenons  $f_{DT} = 0.1$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ . Figure. 4.15 présente le débit moyen par usager,  $\eta_1$  et  $\eta_2$ , en utilisant les stratégies PF et RR.*

*Nous faisons les observations suivantes :*

- *Le débit moyen de IR-HARQ avec PF est amélioré pour les deux usagers par rapport au débit moyen de AMC.*
- *Le gain devient important quand la différence de  $\overline{\text{snr}}_1$  et  $\overline{\text{snr}}_2$  est significative.  $\eta_2$  avec IR-HARQ et PF peut être amélioré de plus de 25% comparé à  $\eta_2$  avec AMC et PF.*
- *Avec la stratégie RR le résultat obtenu est similaire au cas du système point à point. Le débit moyen obtenu en utilisant IR-HARQ et AMC sont pratiquement les mêmes quand  $\overline{\text{snr}}_2$  devient grand. Cela est*

du au fait que l'émetteur partage le temps entre les usagers périodiquement sans prendre en considération la qualité du canal et donc le débit moyen reçu par chaque usager est le débit moyen qu'il va recevoir dans le système point à point, divisé par le nombre des usagers.

L'objectif de la stratégie PF est de maximiser la somme des fonctions logarithmiques d'utilité, c'est pour ça nous présentons dans Figure. 4.17 la somme  $\log(\eta_1) + \log(\eta_2)$  pour PF et RR et nous obtenons les résultats suivants :

- Avec l'algorithme PF, IR-HARQ est meilleur comparativement à AMC et la différence devient significative quand  $\overline{\text{snr}}_1$  et  $\overline{\text{snr}}_2$  sont très différents.
- AMC avec PF est toujours mieux comparé à AMC avec RR. Cela est du au fait que la solution de AMC avec PF est optimale dans le sens de la maximisation de la somme des fonctions de l'utilité.
- IR-HARQ avec PF n'est pas toujours mieux que IR-HARQ avec RR. Par exemple quand  $\overline{\text{snr}}_1 = -5$  et  $\overline{\text{snr}}_2 = 25$ , IR-HARQ avec RR est mieux comparé à IR-HARQ avec PF. Cela est du au fait que la solution proposée n'est pas optimale.

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la combinaison de AMC avec HARQ peut être améliorée en matière de débit utile par l'utilisation de plusieurs stratégies tel que l'adaptation du HARQ à AMC et à l'état du décodage, et l'utilisation du protocole HARQ adaptatif. Ensuite, nous avons montré que HARQ peut utiliser la diversité qui existe dans les systèmes de plusieurs usagers pour améliorer son débit utile. Ces résultats sont illustrés par plusieurs exemples numériques.

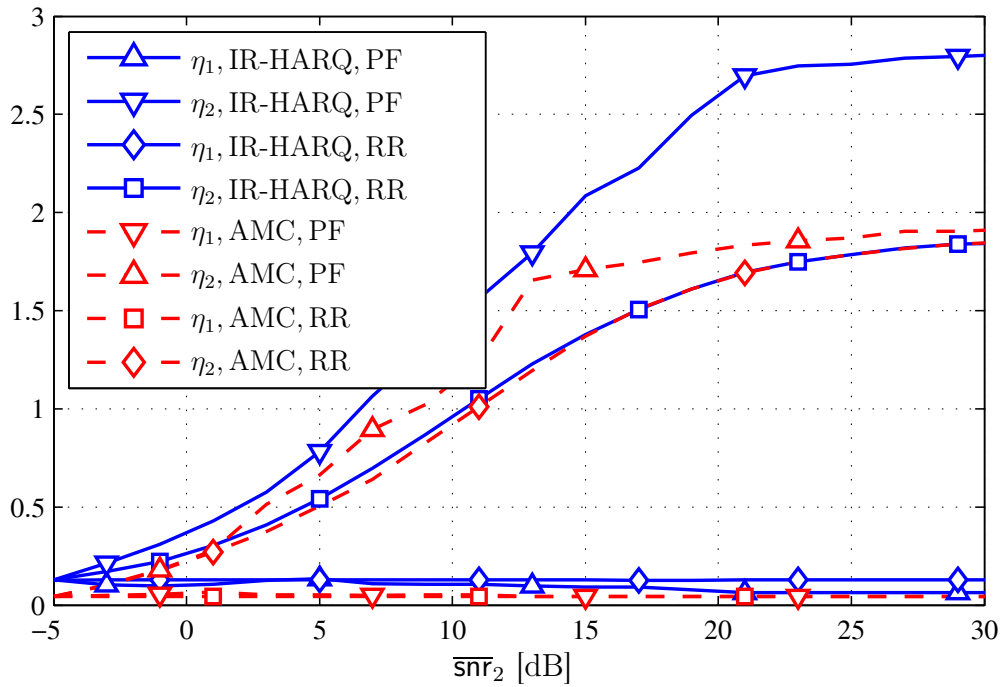


FIGURE 4.14 – Le débit moyen obtenu en utilisant les stratégies RR et PF pour IR-HARQ et AMC avec  $\overline{\text{snr}}_1 = -5$ . nous prenons  $f_D\tau = 0.1$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

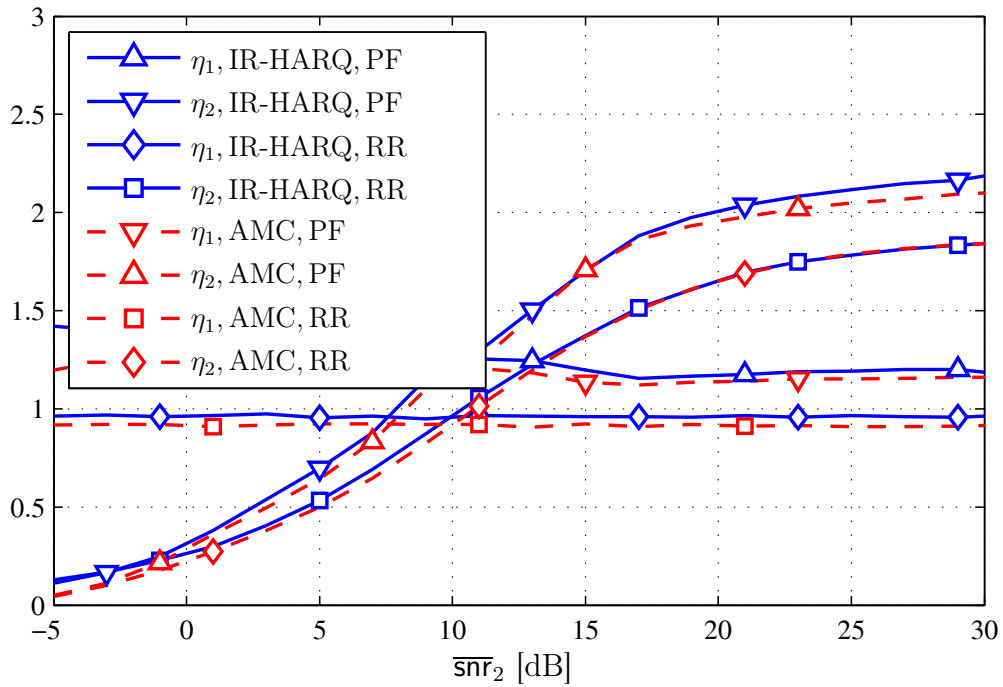


FIGURE 4.15 – Le débit moyen obtenu en utilisant les stratégies RR et PF pour IR-HARQ et AMC avec  $\overline{\text{snr}}_1 = 10$ . nous prenons  $f_D\tau = 0.1$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

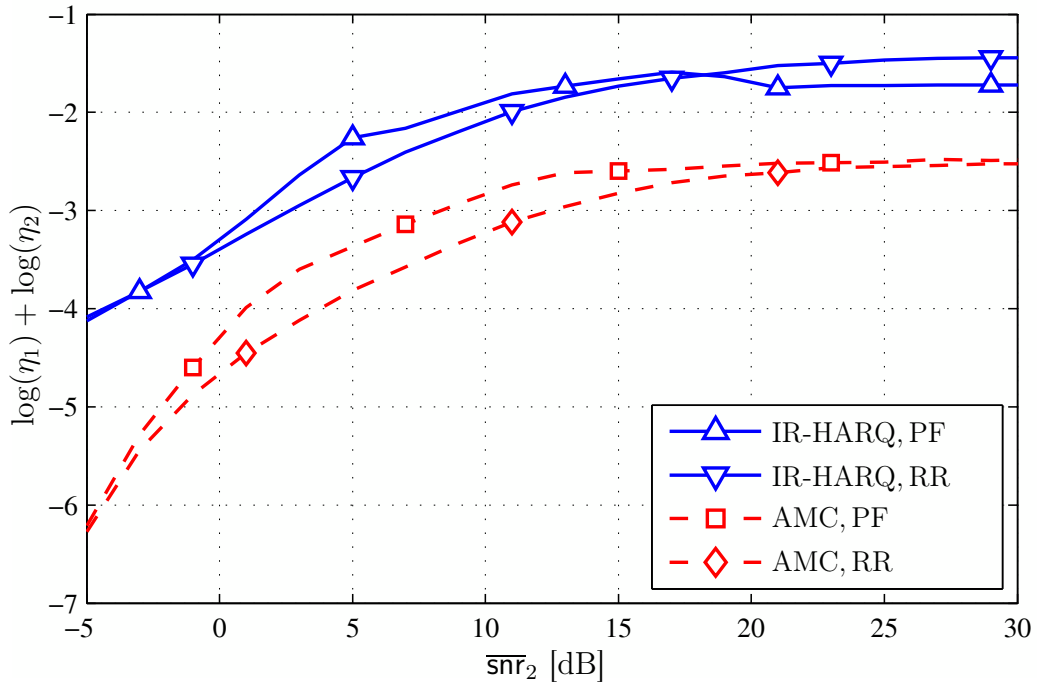


FIGURE 4.16 –  $\log(\eta_1) + \log(\eta_2)$  en utilisant RR et PF pour IR-HARQ et AMC avec  $\overline{\text{snr}}_1 = -5$ . Nous prenons  $f_D\tau = 0.1$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .

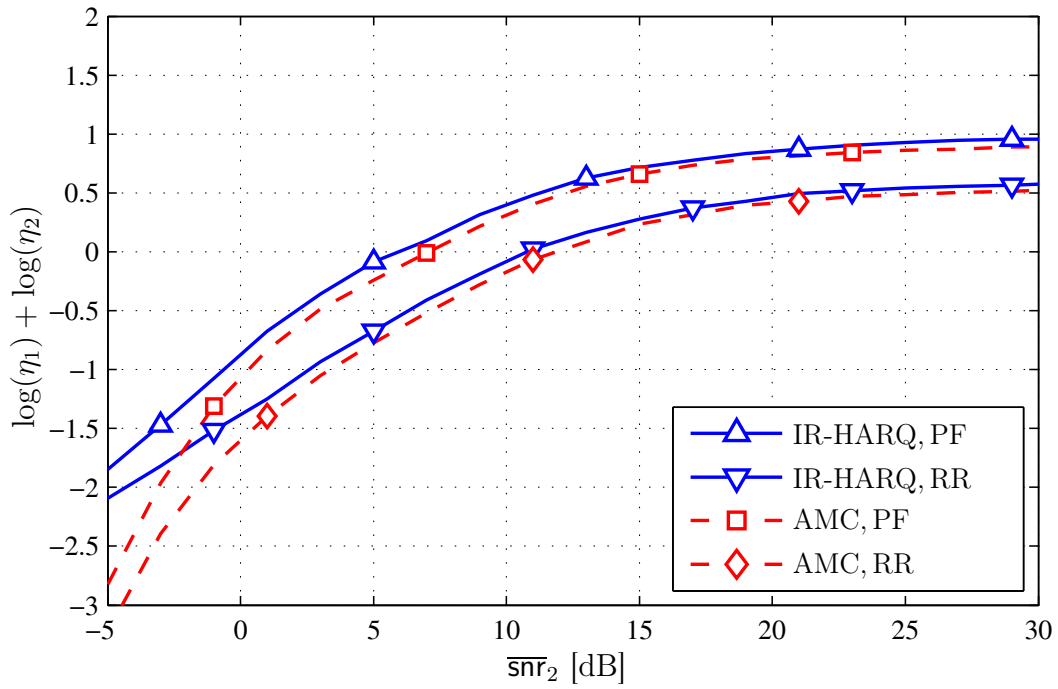


FIGURE 4.17 –  $\log(\eta_1) + \log(\eta_2)$  en utilisant RR et PF pour IR-HARQ et AMC avec  $\overline{\text{snr}}_1 = 10$ . Nous prenons  $f_D\tau = 0.1$ ,  $L = 5$  et  $\{R_1 = 0.75, R_2 = 1.5, R_3 = 2.25, R_4 = 3, R_5 = 3.75\}$ .



# Chapitre 5

## Conclusion

Dans ce travail, nous avons remis en question l'utilisation du protocole HARQ sur la couche physique pour améliorer la fiabilité de la communication. Nous nous sommes intéressés aux systèmes qui utilisent AMC pour profiter de la variation de l'état du canal afin d'améliorer le débit utile.

Dans un premier temps, nous avons introduit toutes les notions nécessaires pour la compréhension de ce document. Ainsi, nous avons défini le modèle du système sur lequel notre travail se base. En effet, en considérant la présence du protocole ARQ persistant dans la couche LLC, notre travail devient un cas très différent des travaux déjà faits dans ce contexte, car nous ne sommes pas obligés de prendre en considération aucune contrainte sur la probabilité de coupure. Ensuite, les métriques utilisées pour évaluer les performances ont été définies, à savoir le débit utile et la capacité effective.

Notre réflexion sur l'utilité de la combinaison AMC-HARQ nous a amené à poser plusieurs questions tel que détaillé en Section 1.1.2. On peut dorénavant fournir des réponses.

1. Est-ce que l'utilisation de AMC et HARQ fournit un gain en terme du débit utile et en terme de la capacité effective ?

Nous avons montré que la présence du protocole HARQ peut affecter négativement les performances du système en terme des deux métriques, débit utile et capacité effective.

2. Est-ce que l'optimisation des paramètres de AMC qui tient en compte le protocole HARQ permet d'améliorer le débit utile de la combinaison AMC-HARQ ?

Nous avons optimisé les paramètres de AMC afin de tenir en compte

du protocole HARQ, mais les résultats montrent que cette optimisation n'améliore pas le débit utile du système.

3. Est-ce que l'optimisation du protocole HARQ afin de tenir en compte la variabilité du canal permet d'améliorer le débit utile de la combinaison AMC-HARQ?

Nous avons optimisé le protocole HARQ afin de tenir en compte la variabilité du canal. Les résultats numériques montrent que le débit utile est amélioré mais il ne dépasse pas celui de AMC.

4. Quelles sont les stratégies permettant d'augmenter le débit autre que l'optimisation des paramètres de AMC et de HARQ?

Comme réponse à cette question, nous avons utilisé deux stratégies. La première stratégie consiste à adapter le protocole HARQ à l'état du décodage, elle a permis d'améliorer le débit utile du système. La deuxième consiste à utiliser le protocole HARQ adaptatif dit multi-paquets, les résultats numériques montrent que nous avons pu améliorer significativement le débit utile du système en adoptant cette stratégie.

5. Est-ce que l'utilisation de AMC et HARQ fournit un gain en terme du débit utile dans les systèmes à plusieurs usagers?

Nous avons présenté une analyse de la combinaison AMC-HARQ dans le contexte des systèmes à plusieurs usagers. Les exemples numériques montrent que HARQ peut bénéficier de la diversité pour devenir plus efficace que AMC en matière de débit utile.

Plusieurs aspects peuvent être explorés pour étendre ce travail. Plus de travail sur les systèmes à plusieurs usagers s'avère très important. Puisqu'avec la politique sous-optimale de partage du temps entre les usagers nous avons trouvé des résultats importants, une étude sur la politique optimale nous semble très intéressante. Notre étude est basée sur les deux métriques, le débit utile et la capacité effective, étendre ce travail pour les autres métriques comme le délai et l'efficacité énergétique peut nous donner une vue plus générale du problème.

# Annexe

## Annexe A

### Définition de WEP dans (2.8)

À propos de la probabilité d'erreur sur le mot de code "WEP", comme déjà fait dans [8, 15], nous proposons d'utiliser l'approximation suivante :

$$\text{WEP}(\text{snr}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \text{snr} < \text{snr}_{\text{th}} \\ \exp[-g(\text{snr} - \text{snr}_{\text{th}})] & \text{si } \text{snr} \geq \text{snr}_{\text{th}} \end{cases}, \quad (5.1)$$

Comment choisir  $g$  ?

Pour modéliser la force de l'encodage, nous pouvons fixer une faible valeur de WEP,  $\epsilon$ , qui doit être atteinte à  $\tilde{\text{snr}} = b\text{snr}_{\text{th}}$  avec  $10 \log_{10}(b)$  est la compensation en [dB] dont on a besoin pour arriver à  $\text{WEP}(\tilde{\text{snr}}) = \epsilon$ . Par exemple si  $b = 1.36$  nous avons besoin de 1dB pour atteindre  $\epsilon$ .

Donc,

$$\text{WEP}(\tilde{\text{snr}}) = \epsilon, \quad (5.2)$$

ce qui implique que

$$\tilde{g} \triangleq g = \frac{-\log(\epsilon)}{b - 1}, \quad (5.3)$$

Donc (5.1) peut-être écrit sous la forme :

$$\text{WEP}(\text{snr}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \text{snr} < \text{snr}_{\text{th}} \\ \exp[-\tilde{g}(\frac{\text{snr}}{\text{snr}_{\text{th}}} - 1)] & \text{si } \text{snr} \geq \text{snr}_{\text{th}}. \end{cases} \quad (5.4)$$

Les valeurs numériques données dans [15, Table I], pour MCS1, MCS2, etc. donnent les valeurs de  $\tilde{g}$  : 5.6, 4.5, 4.2, 4.0, 3.55. Prendre  $\tilde{g} = 4$  peut être une bonne approximation. Quand  $\tilde{g} \rightarrow \infty$ , ce cas représente le décodage parfait.

Pour vérifier la validité de l'approximation (5.1), nous comparons sur Figure. 5.1 le WEP obtenu en utilisant le Turbo code avec 5 itérations et le WEP obtenu en utilisant l'approximation (5.1). Les 5 courbes pour chaque cas correspondent à l'utilisation des 5 taux  $\{0.75, 1.5, 2.25, 3, 3.75\}$ . Les paramètres  $\text{snr}_{\text{th}}$  et  $\tilde{g}$  sont obtenus en utilisant les ajustements par moindres carrés des courbes (least-square fitting).

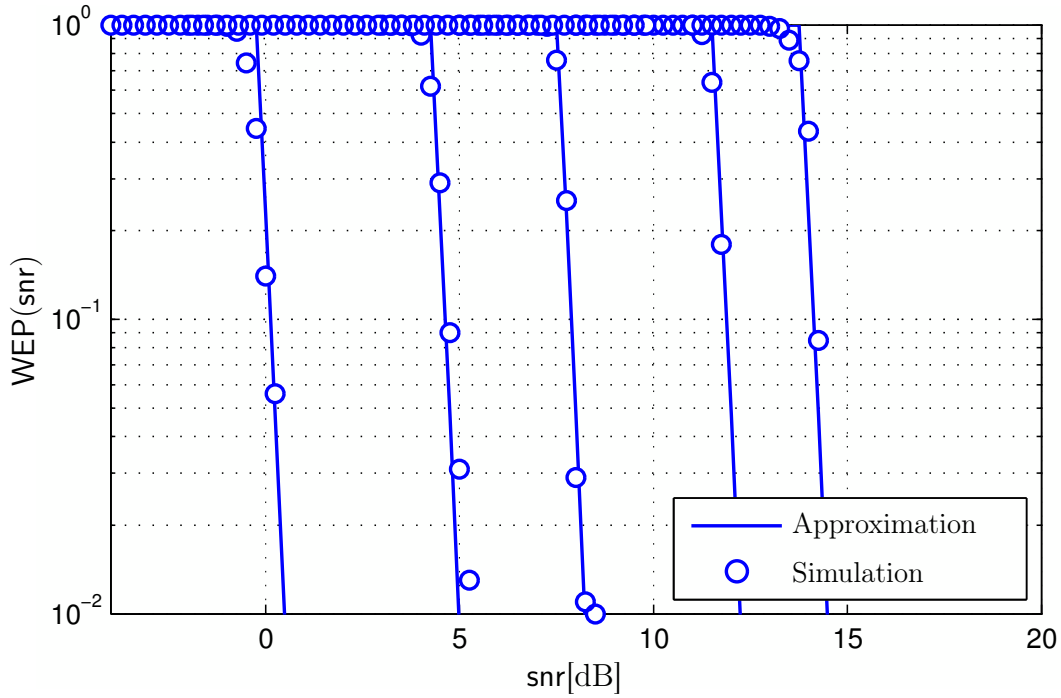


FIGURE 5.1 – WEP obtenu en utilisant Turbo code avec 5 itérations et l'approximation (5.1) pour  $R \in \{0.75, 1.5, 2.25, 3, 3.75\}$ .

## Annexe B

### Preuve du Théorème 1

La première équivalence est prouvée comme suit : pour  $\lambda < \eta_{\max}$ , il existe un  $x$  tel que :

$$\lambda < \frac{N(x)}{D(x)}, \quad (5.5)$$

par exemple, il est vrai pour  $x = \hat{x}$ . Donc, on peut trouver  $x$  tel que  $L(x, \lambda) > 0$ , après la maximisation on obtient  $L(x_\lambda, \lambda) > 0$ . Si  $L(x_\lambda, \lambda) > 0$  on a :

$$\lambda < \frac{N(x_\lambda)}{D(x_\lambda)} \leq \eta_{\max} \quad (5.6)$$

ce qui prouve la première équivalence.

la seconde équivalence est prouvée comme suit : puisque  $\forall x \frac{N(x)}{D(x)} < \eta_{\max}$ , donc si  $\lambda > \eta_{\max}$  alors

$$\forall x \quad L(x, \lambda) < 0 \quad (5.7)$$

ce qui montre que  $L(x_\lambda, \lambda) < 0$ .

si  $L(x_\lambda, \lambda) < 0$  alors  $L(\hat{x}, \lambda) < 0$  ce qui implique que :

$$\lambda > \frac{N(\hat{x})}{D(\hat{x})} = \eta_{\max} \quad (5.8)$$

ce qui prouve la seconde équivalence. Une fois, la première et la deuxième équivalence sont prouvées, la troisième équivalence est évidente.

## Annexe C

### Le débit de HARQ dans (3.5)

Le débit utile de HARQ est défini comme suit :

$$\eta_{\text{HARQ}} = \frac{E(R)}{E(T)}, \quad (5.9)$$

avec  $E(R)$  représente le nombre moyen des bits correctement reçus et  $E(T)$  est le nombre moyen de transmissions par paquet, ils sont donnés par :

$$E(R) = \sum_{l=1}^L R_l (1 - f_{K,l}) p_l \quad (5.10)$$

$$E(T) = \sum_{l=1}^L E(T_l) p_l, \quad (5.11)$$

avec  $E(T_l)$  est le nombre moyen des transmissions sachant que la première transmission est faite à CS =  $s_l$ . En utilisant les résultats de [17]  $E(T_l)$  est donnée par :

$$E(T_l) = \sum_{k=0}^{K-1} f_{k,l} = 1 + \sum_{k=1}^{K-1} f_{k,l}, \quad (5.12)$$

$f_{k,l}$  est la probabilité de l'erreur après la  $k$ ème transmission. Donc  $E(T)$  peut-être écrit comme :

$$E(T) = \sum_{l=1}^L (1 + \sum_{k=1}^{K-1} f_{k,l}) p_l \quad (5.13)$$

$$= 1 + \sum_{l=1}^L p_l \sum_{k=1}^{K-1} f_{k,l}, \quad (5.14)$$

on peut interpréter  $\sum_{k=1}^{K-1} f_{k,l}$  comme le nombre des retransmissions sachant que la première transmission est faite à CS =  $s_l$ . Soit  $\bar{T}_{K,l}$  le nombre moyen des retransmissions sachant qu'un message NACK est reçu après la première transmission. On a :

$$\bar{T}_{K,l} f_{\text{PHY},l} = \sum_{k=1}^{K-1} f_{k,l}. \quad (5.15)$$

Donc

$$E(T) = 1 + \sum_{l=1}^L \bar{T}_{K,l} f_{\text{PHY},l} P_l, \quad (5.16)$$

et

$$\eta_{\text{HARQ}} = \frac{\sum_{l=1}^L R_l (1 - f_{K,l}) p_l}{1 + \sum_{l=1}^L \bar{T}_{K,l} f_{\text{PHY},l} p_l}, \quad (5.17)$$

## Annexe D

### Calcul de $\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [T_l(\text{SNR})]$

Pour obtenir  $\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l} [T_l(\text{SNR})]$  il suffit de savoir comment calculer  $T_l(\text{SNR})$ . Une fois le calcul est fait, on peut utiliser une intégration numérique pour évaluer l'espérance  $\mathbb{E}_{\text{SNR}|\hat{\text{SNR}}=\gamma_l}$ .

$T_l(\text{SNR})$  est le nombre moyen de retransmissions sachant que la première transmission est faite à SNR avec le taux  $R_l$ . Premièrement, nous supposons que le décodage est parfait, on dénote par  $z_k$  la variable aléatoire  $\text{SNR}_k$  si RR-HARQ est utilisé et  $C(\text{SNR}_k)$  si IR-HARQ est utilisé avec  $k$  dénote le nombre de la transmission.  $\theta$  est la borne de décodage qui dépend du type de HARQ utilisé. La probabilité d'échouer dans la  $k$ ème transmission ( $k \geq 1$ ) est donnée par :

$$f_k(\text{SNR}) = \Pr\left(\sum_{u=1}^k z_u < \theta\right) \quad (5.18)$$

$$= \Pr\left(\sum_{u=2}^k z_u < \theta - z_1\right), \quad (5.19)$$

En utilisant le résultat de [17], on peut montrer que :

$$T_l(\text{SNR}) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(\text{SNR}). \quad (5.20)$$

Si  $z_1 \geq \theta$  on a  $f_k(\text{SNR}) = 0$ , ce qui signifie que le paquet est correctement reçu dès la première transmission. Si  $z_1 < \theta$ , ce qui signifie que le paquet est reçu avec des erreurs, on a  $f_1 = 1$  et l'on peut interpréter  $f_k$  ( $k \geq 2$ ) comme la probabilité d'échouer après la  $(k-1)$ ème transmission avec la borne du décodage égale à  $\theta' = \theta - z_1$ . Donc :

$$T_l(\text{SNR}) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(\text{SNR}) \quad (5.21)$$

$$= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} f'_k(\text{SNR}), \quad (5.22)$$



avec pour  $k \geq 2$

$$f'_k(\text{SNR}) = f_{k+1}(\text{SNR}). \quad (5.23)$$

Donc, en utilisant le résultat de [26] et l'interprétation de  $f'_k$ , on trouve :

$$T_l(\text{SNR}) = \int_0^{\theta'} L^{-1}\left(\frac{1}{1-F(s)}\right)(z)dz, \quad (5.24)$$

avec  $F$  est la transformée de Laplace de la distribution de  $\text{SNR}$ ,  $L^{-1}$  est la transformée de Laplace inverse (plus de détails dans [26]). Donc on résume les résultats comme suit :

$$T_l(\text{SNR}) = \begin{cases} 0 & \text{si } z_1 \geq \theta \\ \int_0^{\theta'} L^{-1}\left(\frac{1}{1-F(s)}\right)(z)dz & \text{si } z_1 < \theta. \end{cases} \quad (5.25)$$

Pour RR-HARQ,  $T_l(\text{SNR})$  est donnée en forme exacte :

$$T_l(\text{SNR}) = \begin{cases} 0 & \text{si } z_1 \geq \theta \\ 1 + \frac{\theta'}{\text{SNR}} & \text{si } z_1 < \theta. \end{cases} \quad (5.26)$$

Cependant, pour IR-HARQ, on utilise l'intégration numérique pour obtenir  $T_l(\text{SNR})$ .

Supposant maintenant que le décodage est imparfait. WEP est définie dans Annexe A. Avec ce modèle, la probabilité d'échouer après la  $k$ ème transmission ( $k \geq 1$ ) est donnée par :

$$f_k(\text{SNR}) = \int_0^\infty p_{\text{SNR}_1} * \dots * p_{\text{SNR}_k}(z_k) \text{WEP}_l(z_k) dz_k, \quad (5.27)$$

avec  $p_{\text{SNR}_k}$  est la distribution de la variable aléatoire  $\text{SNR}_k$ , et  $*$  est l'opérateur de convolution. Dans ce modèle on va utiliser RR-HARQ seulement, car avec IR-HARQ on a besoin de savoir WEP en fonction de l'information mutuelle accumulée ce qui rend l'utilisation IR-HARQ difficile. Pour RR-HARQ,  $z_k$  est la somme des réalisations de  $\text{SNR}$  pendant les transmissions, donc, on peut trouver le WEP en fonction de  $z_k$ .

On a  $z_1 = \text{SNR}$  est donnée, donc  $p_{\text{SNR}_1}(z) = \delta(z - \text{SNR})$ , cependant, pour  $k \geq 2$ , les  $p_{\text{SNR}_k}$  sont identiques (distribution Rayleigh). donc :

$$p_{\text{SNR}_1} * \dots * p_{\text{SNR}_k}(z) = p_{\text{SNR}_2}^{(k-1)}(z - \text{SNR}), \quad (5.28)$$

avec  $p_{\text{SNR}_2}^{(k-1)}(z)$  et la  $(k-1)$ ème convolution de  $p_{\text{SNR}_2}$ . donc :

$$T_l(\text{SNR}) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(\text{SNR}) \quad (5.29)$$

$$= \sum_{k=2}^{\infty} \int_0^{\infty} p_{\text{SNR}_2}^{(k-1)}(z_k - \text{SNR}) \text{WEP}_l(z_k) dz_k + \int_0^{\infty} \delta(z_1 - \text{SNR}) \text{WEP}_l(z_1) dz_1 \quad (5.30)$$

$$= \int_0^{\infty} (\delta(z) + \sum_{k=1}^{\infty} p_{\text{SNR}_2}^{(k)}(z)) \text{WEP}_l(z + \text{SNR}) dz \quad (5.31)$$

$$= \int_0^{\infty} (\delta(z) + \sum_{k=1}^{\infty} p_{\text{SNR}_2}^{(k)}(z)) \text{WEP}_l(z + \text{SNR}) dz \quad (5.32)$$

$$= \int_0^{\infty} \left( \sum_{k=0}^{\infty} p_{\text{SNR}_2}^{(k)}(z) \right) \text{WEP}_l(z + \text{SNR}) dz \quad (5.33)$$

$$= \int_0^{\infty} L^{-1}\left(\frac{1}{1 - F(s)}\right)(z) \text{WEP}_l(z + \text{SNR}) dz. \quad (5.34)$$

Après l'intégration, on trouve les résultats ci-dessous :

$$T_l(\text{SNR}) = \quad (5.35)$$

$$\begin{cases} 1 + \frac{\text{snr}_{\text{th}} - \text{SNR}}{\text{snr}} + \frac{1}{g_l \text{snr}} & \text{si } \text{SNR} < \text{snr}_{\text{th}} \\ \left(1 + \frac{1}{g_l \text{snr}}\right) \exp(-g_l(\text{SNR} - \text{snr}_{\text{th}})) & \text{si } \text{SNR} \geq \text{snr}_{\text{th}} \end{cases} \quad (5.36)$$

# Bibliographie

- [1] M.-S. Alouini and A. J. Goldsmith, “Adaptive modulation over Nakagami fading channels,” *Kluwer Journal on Wireless Communications*, vol. 13, no. 1-2, pp. 119–143, May 2000.
- [2] D. Goeckel, “Adaptive coding for time-varying channels using outdated fading estimates,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 6, pp. 844–855, Jun 1999.
- [3] S. Lin and J. D. J. Costello, *Error Control Coding*, 2nd ed. Upper Saddle River, New Jersey 07458, USA : Prentice-Hall, Inc., 2003.
- [4] L. Shu, J. D. J. Costello, and M. Miller, “Automatic-repeat-request error-control schemes,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 22, no. 12, pp. 5–17, Dec. 1984.
- [5] G. Benelli, “An ARQ scheme with memory and soft error detectors,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 33, no. 3, pp. 285–288, Mar. 1985.
- [6] D. Chase, “Code combining- a maximum-likelihood decoding approach for combining an arbitrary number of noisy packets,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 33, no. 5, pp. 385–393, May 1985.
- [7] J. Hagenauer, “Rate-compatible punctured convolutional codes (RCPC codes) and their applications,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, no. 4, pp. 389–400, Apr. 1988.
- [8] Q. Liu, S. Zhou, and G. B. Giannakis, “Cross-layer combining of adaptive modulation and coding with truncated ARQ over wireless links,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 5, pp. 1746–1755, Sep. 2004.
- [9] X. Wang, Q. Liu, and G. Giannakis, “Analyzing and optimizing adaptive modulation coding jointly with ARQ for QoS-guaranteed traffic,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 2, pp. 710–720, Mar. 2007.

- [10] J. Ramis and G. Femenias, "Cross-layer design of adaptive multirate wireless networks using truncated HARQ," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 60, no. 3, pp. 944–954, Mar. 2011.
- [11] S. H. Park, J. W. Kim, and C. Kang, "Design of adaptive modulation and coding scheme for truncated HARQ," in *Wireless Pervasive Computing, 2007. ISWPC '07. 2nd International Symposium on*, Feb. 2007.
- [12] P. Zhang, Y. Miao, and Y. Zhao, "Cross-layer design of AMC and truncated HARQ using dynamic switching thresholds," in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC'13)*, Apr. 2013, pp. 906–911.
- [13] G. Femenias, J. Ramis, and L. Carrasco, "Using two-dimensional Markov models and the effective-capacity approach for cross-layer design in AMC/ARQ-based wireless networks," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 58, no. 8, pp. 4193–4203, Oct. 2009.
- [14] D. Kim, B. C. Jung, H. Lee, D. K. Sung, and H. Yoon, "Optimal modulation and coding scheme selection in cellular networks with hybrid-ARQ error control," *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, vol. 7, no. 12, pp. 5195–5201, December 2008.
- [15] X. Lagrange, "Throughput of HARQ protocols on a block fading channel," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 14, no. 3, pp. 257–259, Mar. 2010.
- [16] Y. Hu and A. Ribeiro, "Optimal wireless communications with imperfect channel state information," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 61, no. 11, pp. 2751–2766, Jun. 2013.
- [17] G. Caire and D. Tuninetti, "The throughput of hybrid-ARQ protocols for the Gaussian collision channel," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 5, pp. 1971–1988, Jul. 2001.
- [18] L. Liu and J.-F. Chamberland, "On the effective capacities of multiple-antenna Gaussian channels," *IEEE International Symposium on Inf. Theory (ISIT 2008)*, pp. 2583–2587, July 2008.
- [19] L. Le, E. Hossain, and M. Zorzi, "Queueing analysis for GBN and SR ARQ protocols under dynamic radio link adaptation with non-zero feedback delay," *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, vol. 6, no. 9, pp. 3418–3428, Sept. 2007.
- [20] P. Wu and N. Jindal, "Coding versus ARQ in fading channels : How reliable should the PHY be?" *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, vol. 59, no. 12, pp. 3363–3374, Dec. 2011.

- [21] J. Tang and X. Zhang, “Quality-of-service driven power and rate adaptation over wireless links,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 8, pp. 3058–3068, Aug. 2007.
- [22] D. P. Bertsekas, *Dynamic Programming and Optimal Control*, 3rd ed. Athena Scientific, 2005, vol. 2.
- [23] A. El Hamss, L. Szczecinski, and P. Piantanida, “Increasing the throughput of HARQ via multi-packet transmission,” in *IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM '14)*, Dec. 2014, pp. 1485–1491.
- [24] F. P. Kelly, “Charging and rate control for elastic traffic (corrected version),” *European Trans. on Telecommun.*, vol. 8, no. 1, pp. 33–37, Jan. 1997.
- [25] H. Zheng and H. Viswanathan, “Optimizing the ARQ performance in downlink packet data systems with scheduling,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 2, pp. 495–506, Mar. 2005.
- [26] P. Larsson, L. Rasmussen, and M. Skoglund, “Throughput analysis of ARQ schemes in Gaussian block fading channels,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 62, no. 7, pp. 2569–2588, Jul. 2014.