

Université du Québec
Institut national de la recherche scientifique
Centre Eau Terre Environnement

LOCALISATION DES ÉPICENTRES DES MUNITIONS NON EXPLOSÉES DANS LES EXERCICES DE TIRS

Par

Issam BAKARI

Mémoire présenté pour l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M.Sc.)
en sciences de la terre

Jury d'évaluation

Président de jury	Pierre-Simon Ross	INRS-ETE
Examineur externe	Stéphane Rondenay	Université de Bergen
Examineur interne	Christian Dupuis	Université Laval
Directeur de recherche	Bernard Giroux	INRS-ETE

Résumé

Les munitions non explosées (UXO) dans les champs de tir entraînent une multitude de risques pour l'environnement, le corps militaire et l'activité humaine surtout après l'abandon du secteur. Pour un retrait sécuritaire et rapide des UXO, une approche a été proposée par Anderson *et al.* (2006) et détaillé par VanDeMark *et al.* (2013) qui consiste à détecter, classifier et localiser les munitions non explosées en se basant sur le monitoring par microsismique passive. Dans ce mémoire, on s'intéresse en particulier au problème de localisation, mais on traite également des autres aspects de façon plus sommaire.

La méthode de localisation proposée repose sur l'inversion des temps d'arrivée des ondes sismiques enregistrées par des capteurs enterrés autour du secteur. La détermination des temps d'arrivée se fait suite à une classification des événements (détonation complète, détonation partielle ou absence de détonation (bruit)) reposant sur la signature acoustique et sismique de l'impact des munitions. Le pointé automatique des événements est basé sur des algorithmes de détection microsismique. Au cœur de ce travail, l'algorithme de localisation repose sur l'approche d'inversion conjointe hypocentre-vitesse de Block (1991) appliquée aux ondes de surface dans un maillage triangulaire. Avec des données synthétiques, les résultats obtenus montrent que l'approche est applicable; il est possible de localiser les épicentres des UXO avec une précision qui peut atteindre 1 à 2 m sous une condition de bruit faible (3%). Sous un fort bruit (15%) l'incertitude de la localisation augmente de manière significative et l'erreur de localisation atteint des centaines de mètre. Toutefois, l'erreur sur la position des sources dépend toujours de la couverture rai-station et de la précision du modèle de vitesse initial estimé par les tirs de calibration.

Le présent travail de maîtrise fait partie d'un projet mené avec recherche et développement pour la défense Canada. Dans le cadre de ce projet, un levé de calibration du modèle de vitesse a été effectué dans la zone d'impact Liri sur la base militaire de Valcartier en Mai 2015 par l'explosion des charges de C4 dans des positions connues. Le programme de localisation a été testé sur les données sismiques de cet essai de tirs de calibration. Les résultats montrent une incertitude moyenne de 32 m sur les épicentres avec une erreur moyenne de 4 ms sur le temps d'origine des explosions, cette incertitude peut s'améliorer en raffinant le modèle de vitesse au fur et à mesure des tirs réel. Ainsi, les données acoustiques pourraient être utilisées conjointement aux données sismiques pour localiser les épicentres des munitions partiellement explosées. Cependant la méthode proposée reste non validée jusqu'à la réalisation d'un essai de tir comportant des munitions inertes pour estimer la détectabilité des UXO.

Mots-clés : inversion, monitoring, sismique passive, détection des UXO, localisation des épicentres, temps d'arrivée, phase sismique.

Abstract

Unexploded ordnances (UXO) in training ranges present significant risks to the environment and to human activity after the abandonment of training fields. It was recently proposed by Anderson *et al.* (2006) and detailed by VanDeMark *et al.* (2013) to detect and locate the occurrence of OXU's during firing exercise through passive microseismic monitoring, to allow their rapid removal. In this thesis, the location problem is addressed and the detection problem is briefly treated.

The proposed method is based on the inversion of seismic wave arrival times recorded by seismic sensors buried around the range. Arrival times are detected following a classification of events (high-order, low-order, noisy event) based on the seismic and acoustic signatures of impact munition. Events are picked automatically based on microseismic detection algorithms. The location algorithm is based on the approach of joint hypocenter-velocity inversion of Block (1991) applied to surface waves in a triangular mesh. Results obtained with synthetic data show that the approach is applicable; it is possible to locate the epicenters of UXOs with an accuracy of up to 1 to 2 m in low noise conditions (3%). However, under strong noise (15%) the uncertainty of the location increases significantly and location error reaches hundreds of meters. This notwithstanding, error of location depends on the ray-station coverage within the grid and accuracy of the initial velocity model depend upon the number of calibration shot.

This thesis is part of an ongoing project with Defence Research and Development Canada. Within this project, a survey was conducted on the Valcartier military base to calibrate the velocity model on the Liri range by explosion of C4 charges at known locations. Inversion of real seismic data recorded by a passive monitoring system during calibration shots yields a mean location uncertainty of 32 meters and 4 ms mean error on origin time of explosion. This uncertainty can be improved by updating the velocity model each real shooting test. The results show that the acoustic data could be used jointly with the seismic data to improve location accuracy of partially detonated UXO. However the applicability of the method remains to be proved at the UXO detectability has yet to be demonstrated by the completion of a survey with dummy munitions.

Keywords: inversion, monitoring, passive seismic, UXO's detection, epicenter localization, arrival time, seismic phase.

Remerciements

Je désire exprimer ma gratitude aux personnes qui d'une façon ou de l'autre m'ont aidé et encouragé durant mes travaux de recherche.

Particulièrement, je remercie mon directeur de recherche, le professeur Bernard Giroux pour l'aide et le soutien qu'il a manifesté à mon égard durant ma maîtrise.

Également, j'exprime ma gratitude envers les membres du jury, Christian Dupuis et Stéphane Rondenay, pour avoir accepté d'évaluer ce mémoire.

Une partie substantielle des travaux effectués dans le cadre de cette maîtrise a pu être réalisée grâce à un financement du Ministère de la défense et les forces armées canadiennes (contrat W7701-82245/001 /QCL) et grâce à la collaboration précieuse du Dr Sonia Thiboutot du Centre de recherches de Valcartier, Recherche et développement pour la défense Canada, et du Major Jules Vaillancourt, Officier de liaison - Armée, Centre de recherches de Valcartier, Recherche et développement pour la Défense Canada.

J'aimerais remercier tous les membres du club de lecture, toujours disponibles, que ce soit pour donner un coup de main ou répondre à des questions.

Je voudrai exprimer ma profonde gratitude envers mes parents, mes frères, mes sœurs et mes amis.

Table des matières

Résumé.....	i
Abstract.....	iii
Remerciements.....	v
Table des matières.....	vii
Liste des tableaux.....	ix
Liste des figures.....	xi
Liste des abréviations.....	xv
1. Introduction.....	1
1.1 Contexte général.....	1
1.2 Contexte spécifique.....	2
1.3 Plan du mémoire.....	4
2. Revue de littérature.....	5
2.1 Les techniques de détection des évènements.....	5
2.1.1 La technique STALTA.....	5
2.1.2 La technique ATA/BTA/DTA.....	8
2.1.3 La technique d'analyse vectorielle.....	10
2.2 Les algorithmes de pointé des premiers arrivées.....	11
2.2.1 Algorithme des rapports d'énergie modifié MER.....	12
2.2.2 Algorithme modifié de la méthode de Coppens MCM.....	13
2.2.3 Le critère d'information d'Akaike (AIC).....	14
2.3 Le choix d'une méthode efficace de détection et de pointé.....	15
2.4 Principales approches de localisation des évènements.....	17
2.4.1 Inversion conjointe épiceutre-vitesse.....	17
2.4.2 La tomographie différence double.....	20
2.4.3 Technique de migration : Semblance.....	22
2.5 Discussion.....	23
3. Algorithme de localisation des munitions non explosées.....	25
3.1 Algorithme de tracé de rai.....	25

3.1.1	La méthode des graphes.....	26
3.2	Les dérivées partielles du temps de trajet	26
3.2.1	Les dérivées partielles de vitesse.....	27
3.2.2	Les dérivées partielles du temps d'arrivé par rapport à l'hypocentre	29
3.3	Les contraintes de régularisation.....	30
3.3.1	La contrainte de lissage	30
3.3.2	La contrainte des pénalités sur les nœuds	32
3.4	Discussion.....	34
4.	Validation de l'algorithme	35
4.1	Présentation et cadre géographique du projet.....	35
4.2	Le système de monitoring par microsismique passive.....	36
4.3	Création des données synthétiques	39
4.4	Localisation des épacentres synthétiques	39
4.4.1	Calcul du modèle de vitesse initial	40
4.4.2	Estimation du modèle de vitesse.....	42
4.4.3	Relocalisation des épacentres synthétiques.....	44
4.5	Discussion.....	52
5.	Détection et localisation des épacentres des munitions non explosées	55
5.1	La discrimination entre munition explosée et non explosée.....	55
5.2	Analyse de bruit ambiant et qualité du signal	57
5.3	Analyse des données des tirs de calibration (Mai 2015).....	62
5.4	Classification des types d'arrivées	63
5.4.1	Détection des arrivées sismiques.....	64
5.4.2	Détection des arrivées acoustiques (sonores).....	66
5.5	Localisation des épacentres : Inversion des arrivées sismiques	67
5.5.1	Le pointé des arrivées sismiques	67
5.5.2	Estimation du modèle de vitesse.....	68
5.5.3	Relocalisation des épacentres des tirs de calibration	69
5.6	Discussion.....	72
6.	Conclusion et recommandation	73
7.	Références bibliographiques	77
8.	Annexe.....	83

Liste des tableaux

Tableau 1 : Temps de calcul et erreur de détection des méthodes appliquées.....	16
Tableau 3 : Les noms des stations et leurs capteurs.....	38
Tableau 4 : Les temps d'arrivées pointés pour l'onde P.	67
Tableau 5 : Les valeurs de correction statique pour chaque capteur.....	69
Tableau 6 : Comparaison entre l'incertitude réelle et calculée (les axes de l'ellipsoïde de confiance 95%) pour les tirs de calibration.	71

Liste des figures

Figure 2.1. La technique STA/LTA appliquée sur un signal de longueur 1600 échantillons ; $F_s=1000$ Hz, $STA=30$ ms, $LTA=300$ ms, $CR=2$	6
Figure 2.2. Processus de détection d'évènement en utilisant les critères de seuil dynamique. (a) trace à trois composantes. (b) Les spectrogrammes et leurs spectres de fréquence-amplitude (courbes rouges) (tiré de Akram 2014).	8
Figure 2.3. c) Les profils d'amplitude des pics de fréquences. (d) Sommation et lissage de la courbe (c). (e) la fonction de référence S. (f) les résultats de détection, où le STA / LTA en noir et la courbe de seuil dynamique est en rouge (tiré de Akram 2014).	8
Figure 2.4. La technique ATA/BTA/DTA appliquée sur un signal de longueur 1600 échantillons ; $F_s=1000$ Hz, $BTA=ATA=DTA=50$ ms.	10
Figure 2.5. Exemple d'évènement détecté par la technique PEV.	11
Figure 2.6. Exemple d'évènement détecté par la technique MER.	13
Figure 2.7. Exemple d'évènement pointé par la technique MCM $nl=T$, $\beta=0.2$	14
Figure 2.8. Exemple d'évènement pointé par la technique AIC.	15
Figure 2.9. Application des différentes techniques de détection sur un signal qui contient 6 évènements avec un rapport signal/bruit supérieur à 5.	16
Figure 3.1. Illustration de la différence entre les nœuds primaires (rouge) et secondaires (vert).	25
Figure 3.2. la vitesse dans le nœud est calculée par interpolation linéaire avec les nœuds qui compose le cube dans le cas d'une grille régulière 3D.	27
Figure 3.3. La dérivée partielle du temps de trajet par rapport à la vitesse dans les nœuds.	28
Figure 3.4. Cosinus directeurs de l'épicentre.	30
Figure 3.5. un nœud central entouré par un cinq nœuds participants au calcul du gradient de vitesse.	31
Figure 3.6. Organigramme de l'algorithme de détection et localisation des UXO.	33
Figure 4.1. Localisation du secteur d'étude.	36
Figure 4.2. Le système de monitoring par microsismique passive pour détecter, classifier et localiser les munitions non explosées (UXO) en temps réel dans le champ de tir de Valcartier (Impact Liri).	37
Figure 4.3. Configuration triangulaire des trois stations autour de la zone d'impact.	37

Figure 4.4. Positions des capteurs (triaxial en jaune et uni-axial en rose) autour de chaque station.....	38
Figure 4.5. Le modèle de vitesse synthétique (une zone à faible vitesse à l'intérieur du secteur qui augmente progressivement vers l'extérieur) et les positions des tirs de calibration.....	39
Figure 4.6. Représentation du trajet de rai le long d'une surface a maillage rectangulaire irrégulière.....	40
Figure 4.7. Comparaison entre le modèle de vitesse synthétique (rouge) et le modèle obtenu par inversion (en bleu).....	43
Figure 4.8. Modèle de vitesse obtenue après l'inversion. RMSE=0.0015 s.....	44
Figure 4.9. Représentation des épacentres (selon l'ordre de 1 à 20) calculés (en rouge) et observés (en bleu) après l'inversion (3% de bruit), l'épicentre de départ (cercle noir) est au centre du secteur.....	45
Figure 4.10. Distance entre les hypocentres calculés et réels (3 à 5% bruit) (en rouge) et la somme des résidus correspondant à chaque évènement (en bleu).....	46
Figure 4.11. Différence entre temps d'origine calculé et observé.....	46
Figure 4.12. Incertitude réelle et calculée (axe long de l'ellipse) dans le cas de 3% bruit.....	48
Figure 4.13. Représentation des hypocentres (selon l'ordre de 1 à 20) calculés (en rouge) et observés (en bleu) après l'inversion (jusqu' à 8% de bruit), l'hypocentre de départ (cercle noir) est au centre du secteur.....	49
Figure 4.14. Distance entre les hypocentres calculé et réels (8 % bruit) (en rouge) et la somme des résidus correspond à chaque évènement (en bleu).....	49
Figure 4.15. Représentation de l'incertitude (ellipsoïde de confiance en rouge) sur chaque position calculée (en bleu) avec les positions réelles (en noir) dans le cas de 8% de bruit.....	50
Figure 4.16. Distance entre les hypocentres calculés et réels (15% bruit) (en bleu) et la somme des résidus correspond à chaque évènement (en vert).....	50
Figure 4.17. Position choisie de la station 4 STN- 4.....	51
Figure 4.18. Comparaison entre l'erreur de localisation dans le cas de 4 stations (rouge) et 3 stations (bleu).....	52
Figure 4.19. Comparaison entre l'erreur de localisation pour une grille fine (bleu) et grossière (rouge).....	52

Figure 5.1. Les signatures sismiques (Pg) et acoustiques (Ai) enregistrées des tirs d'obus (inertes et mortes) pour différents calibres (105mm, 81mm et 60mm) (VanDeMark et al., 2009).	56
Figure 5.2. Positions des tirs de calibration (13-05-2015) ordonnées (de 1 à 10) selon le temps d'explosion, les positions 3 et 8 sont très proches.	57
Figure 5.3. Spectres d'amplitude calculés aux six géophones de la Station 1 : le spectre médian (rouge), et les 5 ^e et 95 ^e percentiles (bleu et noir) calculés sur les séries temporelles de 60 secondes acquises le 31 octobre 2014.....	58
Figure 5.4. Spectres d'amplitude calculés aux 6 géophones de la Station 2 : le spectre médian (rouge), et les 5 ^e et 95 ^e percentiles (bleu et noir) calculés sur les séries temporelles de 60 secondes acquises le 31 octobre 2014.....	59
Figure 5.5. Spectres d'amplitude calculés aux 6 géophones de la Station 3 : le spectre médian (rouge), et les 5 ^e et 95 ^e percentiles (bleu et noir) calculés sur les séries temporelles de 60 secondes acquises le 31 octobre 2014.....	60
Figure 5.6. La transformée de Stockwell de la phase sismique pour le tir de calibration #7 (12 blocs) au niveau de la station 1.	61
Figure 5.7. La transformée de Stockwell de la phase acoustique pour le tir de calibration #7 (12 blocs) au niveau de la station 1.	62
Figure 5.8. Distance entre les points de tirs de calibration et les capteurs (selon l'ordre).	62
Figure 5.9. Comparaison entre le signal enregistré lors d'une explosion de 4 blocs de C4 et 12 blocs, l'amplitude dans les deux signaux est normalisée par l'amplitude maximale du signal de 12 blocs.....	63
Figure 5.10. La phase sismique en fonction de la distance source-capteur pour les trois stations sismiques au cours de l'essai de calibration (Mai 2015).....	64
Figure 5.11. Variation de l'amplitude de l'onde P en fonction de la distance source capteur pour les tirs de 12 blocs.....	65
Figure 5.12. La vitesse apparente pour chaque tir (#1 à #10).....	66
Figure 5.13. Modèle de vitesse sismique de l'onde P directe obtenu à partir des tirs de calibration (RMSE=3.6 ms).	69
Figure 5.14. La variation du résidu en fonction des itérations pour les 10 évènements.	70
Figure 5.15. Localisation des épicentres des tirs de calibration en se basant sur le modèle de vitesse estimé. Les épicentres réels (bleu) et calculés (rouge).	71

Liste des abréviations

STA/LTA: Short time averaging/Long time averaging.

AIC : Akaike information criterion (critère d'information d'Akaike).

S/N : Signal/Noise (signal / bruit).

MER : Modified energy ratio (rapport d'énergie modifié)

ER : Energy ratio (rapport d'énergie).

UXO : Unexploded ordnance munition (munition non explosée).

λ : lagrangienne (facteur d'ajustement).

ds : longueur des segments qui composent un rai.

R_i : résidus.

M_i : Matrice des dérivées de vitesse.

H_i : matrice des dérivées de l'épicentre.

V_{min} : Vitesse minimale.

V_{max} : Vitesse maximale.

1. Introduction

1.1 Contexte général

Le monitoring par microsismique passive a connu un grand essor avec le développement de la récupération assistée du pétrole et de la fracturation hydraulique. Contrairement à la sismique active, où les positions et les caractéristiques des sources sont connues d'avance et qui tend à rendre une image du champ de propagation des ondes élastiques, la sismique passive suppose un milieu de propagation connu pour localiser et caractériser les sources microsismique (Bardainne *et al.*, 2010). Depuis sa création dans les années 1970 et sa commercialisation vers 2000, le monitoring par microsismique passive s'est révélé être un outil performant pour la modélisation des réservoirs pétroliers. Bien que son utilisation récente la plus commune ait été la cartographie des micro-fractures créées par le processus de fracturation hydrauliques pour stimuler un réservoir d'hydrocarbures, la sismique passive est également utilisé pour la surveillance des réservoirs géothermiques, lors de forage et de l'injection de fluides de production, et de nombreux autres processus dans le pétrole et le gaz et l'exploitation minière (Warpinski, 2009). Le principal objectif d'une telle surveillance est de détecter et d'analyser les événements microsismiques, généralement caractérisés par un moment sismique très faible correspondant à une magnitude de zéro ou moins (Eisner *et al.*, 2011). D'un point de vue pratique, on distingue deux techniques de surveillance microsismique, la première en profondeur (downhole) qui consiste à déployer des capteurs à haute sensibilité dans des forages à proximité de la source sismique pour détecter la microsismicité avec un rapport signal-bruit suffisant pour déterminer la position de la source (Maxwell *et al.*, 2010). La deuxième technique de surveillance est le monitoring de surface où les capteurs sont déployés à la surface ou à faible profondeur, selon une configuration bien déterminée (rectangle, cercle autour du secteur d'étude). Le niveau de bruit ambiant dans le monitoring en forage est toujours inférieur à celui du monitoring de surface selon un facteur de 10 (Eisner *et al.*, 2011). Cependant, le monitoring de surface a reçu une grande attention grâce au moindre coût par rapport à la monitoring de forage et à la meilleure couverture spatiale réalisée par les capteurs (Forghani-Arani *et al.*, 2011).

La plupart des techniques utilisées pour analyser les données microsismiques sont dérivés de la sismologie (Verdon, 2012). En fait, l'objectif des techniques citées précédemment est la localisation des sources de la sismicité enregistrée par les capteurs en se référant sur des algorithmes automatiques basés sur la modélisation numérique du problème physique. Le choix de l'approche dépend du type de monitoring (surface ou de profondeur) ainsi que la qualité du signal, de la configuration des capteurs, du niveau du bruit ambiant et de plusieurs autres facteurs. Généralement on distingue trois types d'approche pour la localisation des événements (Maxwell *et al.*, 2010), la première est dite technique d'hodographe et consiste à déterminer la source à partir d'une seule station à trois composantes en se basant sur la direction de l'onde détectée ainsi que la différence de temps entre l'onde P et S. La deuxième technique est appelée inversion, basé sur l'ajustement des temps d'arrivées des ondes sismiques créées par des sources (événements) selon un modèle de vitesse donné. La dernière méthode, dite de semblance, est une approche de migration basée sur le degré de corrélation entre les signaux enregistrés pendant une période spécifique (Tchebotareva *et al.*, 2000). Le choix d'une approche dépend toujours du problème posé, mais des facteurs comme les coûts des équipements et le temps nécessaire pour atteindre des solutions dictent aussi ce choix.

Le problème de localisation des munitions non explosées dans le sous-sol a été résolu depuis longtemps par différentes techniques de détection comprenant l'électromagnétisme et la magnétométrie. Cette détection doit cependant se faire à posteriori, et non en exercice de tir. Du point de vue géophysique, la résolution de ce type de problème par la sismique passive est très récent vu le nombre limité de projets dans le monde, mais apparaît réalisable tant que l'approche est similaire au problème de localisation des sources microsismique dans la fracturation hydraulique. Nous présentons dans ce mémoire une approche pour résoudre le problème de la localisation et de la classification des UXO par la sismique passive. Dans la suite, on va détailler la problématique et présenter la solution et leurs limites.

1.2 Contexte spécifique

Les munitions non explosées représentent un risque pour l'environnement, le corps militaire et l'être humain surtout dans le cas des sites d'entraînement où les UXO

peuvent être abondants. Un retrait rapide et sécuritaire de ces UXO est hautement souhaitable pour s'affranchir de ces risques, et une méthode de détection et localisation en temps réel des obus non explosés dans les champs de tir permettrait d'atteindre cet objectif. L'emploi d'une méthode de monitoring des UXO basée sur l'écoute microsismique présente plusieurs attraits, mais demande à ce que les modèles et outils existants soient adaptés au problème. Il est à noter qu'à la fin des années 2000, le département américain de la défense a initié un programme de recherche en ce sens (Anderson *et al.*, 2006, VanDeMark *et al.*, 2009, VanDeMark *et al.*, 2013). Le monitoring par microsismique passive pour localiser les épacentres des munitions non explosés comporte trois étapes : l'écoute ou enregistrement du signal, la détection des événements (d'après la signature des UXO observée dans le signal) et la localisation des positions d'impact (épacentres). La première étape consiste à enregistrer l'activité sismique de façon permanente par des capteurs enterrés sur le site selon une configuration bien déterminée. La détection des événements est l'étape la plus importante vu les problèmes rencontrés au cours de l'analyse des signaux recueillis et surtout l'effet du bruit sismique ambiant qui contamine le signal d'intérêt. Dans les zones à forte activité sismique, il peut être préférable de travailler avec les arrivées de l'onde de surface, plus énergétique, plutôt que les ondes P et S (VanDeMark *et al.*, 2013). Finalement, la localisation des sources comporte aussi des défis car elle est fonction de la vitesse de propagation des ondes dans le sol, ce qui n'est pas connue a priori.

Une façon de localiser les sources est de déterminer conjointement cette localisation et la vitesse des ondes dans le sol. Pour améliorer la précision de la localisation, il est important de calibrer le modèle de vitesse par des tirs de calibration dont les positions et les caractéristiques sont connues d'avance. Ensuite, un essai de tirs avec des munitions inertes est nécessaire pour déterminer le niveau de détectabilité des munitions non explosés. Il est à noter que la détectabilité des munitions non explosés n'est pas étudiée dans le présent travail car un essai de tir avec des UXO n'a pas pu être réalisé au moment de la rédaction de ce mémoire.

L'approche d'inversion consiste à minimiser par moindres carrés la différence entre les temps d'arrivée observés et les temps d'arrivée calculés de l'onde sismique, créée par l'impact des UXO sur le sol, à partir d'un modèle de vitesse initial. L'idée est de changer itérativement les paramètres du modèle de vitesse et les hypocentres de départ pour

que la différence entre les nouveaux temps d'arrivée calculés et les temps d'arrivées observés au niveau des stations soit la plus faible.

1.3 Plan du mémoire

Le mémoire est réparti en six parties. Outre l'introduction du cadre général et spécifique du présent travail, on retrouve un chapitre de revue de littérature sur les différentes techniques de détection microsismique et les approches de localisation des événements qui peuvent être appliquées dans notre projet. Le troisième chapitre détaille l'algorithme développé dans ce document et présente les modifications apportées. Par la suite, le quatrième chapitre présente une validation de l'algorithme développé par des données synthétiques. Le cinquième chapitre explique les résultats obtenus avec les données réelles. Enfin, le dernier chapitre conclue en recommandant des suggestions pour dépasser les obstacles rencontrés dans le présent travail.

2. Revue de littérature

Nous présentons dans ce chapitre les techniques de détection et les approches de localisation des évènements microsismiques les plus importantes décrites dans la littérature du monitoring par microsismique passive. Concernant la détection, un évènement microsismiques est qualifié de valide si l'arrivée pointée correspond vraiment à un type d'onde élastique parmi les plus utilisées dans la sismologie (P, S, Rg), ce qui peut s'avérer difficile à réaliser si le bruit ambiant est élevé. Par ailleurs, toute erreur dans le pointé des temps d'arrivées associées aux évènements microsismiques peut être amplifiée dans les calculs de localisation des hypocentres (Moriya *et al.*, 1994), et le pointé automatique des temps d'arrivée des évènements détectés s'avère une tâche délicate. Dans le présent travail plusieurs algorithmes ont été codés dans le langage de programmation Matlab pour en évaluer la performance.

2.1 Les techniques de détection des évènements

Les algorithmes automatiques de détection des évènements microsismiques ont été examinés régulièrement par plusieurs auteurs par le passé. Cependant, certaines études méthodologiques ont été menées de façon plus détaillée par le groupe de CREWES (Munro, 2006) ainsi que par d'autres auteurs (Akram, 2014, Chen *et al.*, 2005, Coppens, 1985, Han, 2010, Sabbione *et al.*, 2010, Wong *et al.*, 2009).

2.1.1 La technique STA/LTA

La méthode la plus utilisée pour la détection des évènements microsismiques consiste à balayer tout le signal enregistré par deux fenêtres temporelles, courte (STA) et longue (LTA), simultanément tout en calculant le rapport d'énergie entre les deux. Pour chaque pas d'échantillonnage on calcule ce ratio et on le compare avec une valeur prédéfinie (critère de détection) qui dépend des propriétés du signal enregistré, de la durée des évènements et de leurs amplitudes. Le choix de la longueur des fenêtres ainsi que du critère de détection exige une bonne connaissance des propriétés des évènements microsismiques visés (amplitude, fréquence, durée). Les deux fenêtres temporelles sont définies par les équations suivantes:

$$STA = \frac{1}{ns} \sum_{i=ns}^i CF \quad (2.1)$$

$$LTA = \frac{1}{nl} \sum_{i=nl}^i CF \quad (2.2)$$

où ns et nl sont respectivement les nombres d'échantillons des fenêtres STA et LTA et CF représente la fonction caractéristique qui peut être la valeur absolue (Trnkoczy, 2002) ou l'énergie (Wong *et al.*, 2009).

Le rapport STA/LTA dépasse le critère prédéfini lorsque l'énergie calculée dans la fenêtre courte (STA) est supérieure à l'énergie de la fenêtre longue (LTA), alors un évènement sera détecté. Généralement la fenêtre courte est sensible à l'augmentation de l'amplitude du signal (arrivée d'évènement) alors que la fenêtre longue donne une idée sur le niveau du bruit ambiant (Trnkoczy, 2002). La longueur de la fenêtre STA est choisie pour être deux à trois fois la période dominante de l'arrivée sismique, alors que la fenêtre LTA est de cinq à dix fois plus longue (Han, 2010). La Figure 2.1 montre un exemple de détection d'un évènement par la technique STA/LTA où la longueur de LTA est dix fois celle de STA.

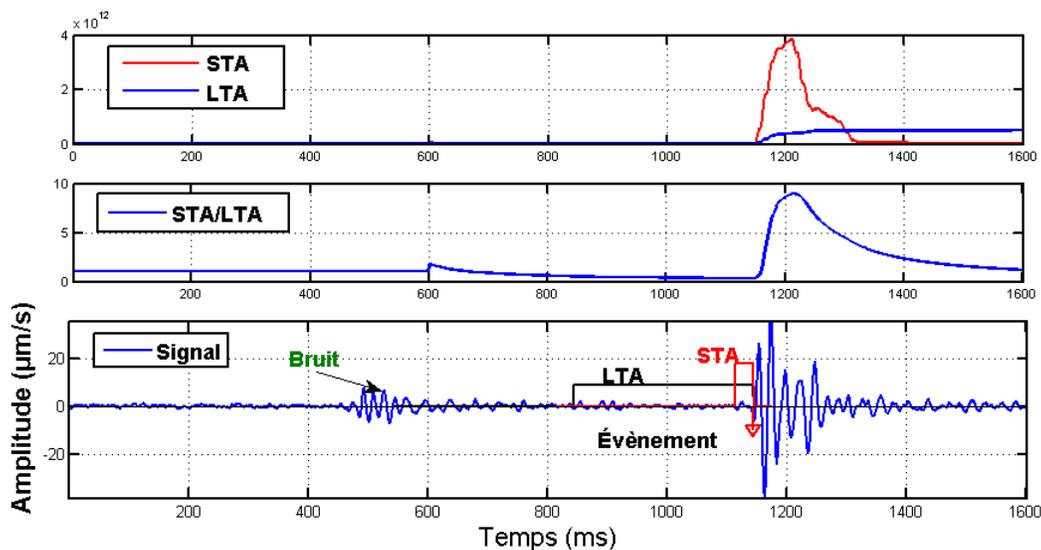


Figure 2.1. La technique STA/LTA appliquée sur un signal de longueur 1600 échantillons ; Fs=1000 Hz, STA=30 ms, LTA=300 ms, CR=2.

Parmi les avantages de la technique STA /LTA on retrouve la non détection des arrivées parasites caractérisées par un signal à forte amplitude de durée plus longue qu'un évènement microsismique. Par contre dans le cas de bruit à haute amplitude mais de courte durée, la technique STA/LTA s'avère incapable de le discriminer; c'est pour cela qu'il faut choisir soigneusement les durées des fenêtres et le critère de détection. Par ailleurs, les conditions de détection peuvent être changées si le niveau de bruit ambiant change et cela permet de ne pas détecter les faux évènements.

Le choix de critère de détection

Le choix d'un critère fixe optimal peut être insuffisant pour détecter correctement les évènements valides, étant donné que le rapport S/N des données microsismiques dépend de l'amplitude de la microsismicité générée, de la distance capteur-source et aussi de l'existence d'une source de bruit inconnue. Par conséquent, l'utilisation d'un seuil fixe peut entraîner des détections de « faux » évènements (Akram, 2014). Parmi les inconvénients d'un critère de détection fixe on note la non détection des évènements dont le rapport S/N est faible car le rapport d'énergie calculé de ces évènements est inférieur au critère de détection. Pour s'affranchir de ce problème, un critère de détection dynamique qui tient en compte les propriétés instantanées du signal est souhaitable. Xiantai *et al.* (2011) ont proposé un critère de détection dynamique basé sur le niveau du bruit ambiant et le rapport S/N de la phase détectée.

Selon la méthode proposée par Akram (2014), une courbe d'évaluation ou de référence du niveau de bruit doit être calculée, et modulée par la grandeur du seuil en question. Les étapes de calcul de la courbe du critère de détection sont :

- Calculer le spectrogramme du signal (Figure 2.2 (b)).
- Faire une sommation le long de l'axe des temps pour obtenir une courbe de l'amplitude en fonction des fréquences (Courbe rouge de la Figure 2.2 (b)).
- Déterminer le pic de fréquence pour chaque composante (E, W et Z du signal Figure 2.2 (a)).
- Déterminer le profil d'amplitude qui correspond au pic pour chaque composante (Figure 2.3 (c)).
- Appliquer une sommation des profils d'amplitude pour les composantes et appliquer un filtre de moyenne mobile dont la fenêtre est égale au double de la période dominante du signal pour obtenir la courbe de référence (Figure 2.3 (d)).

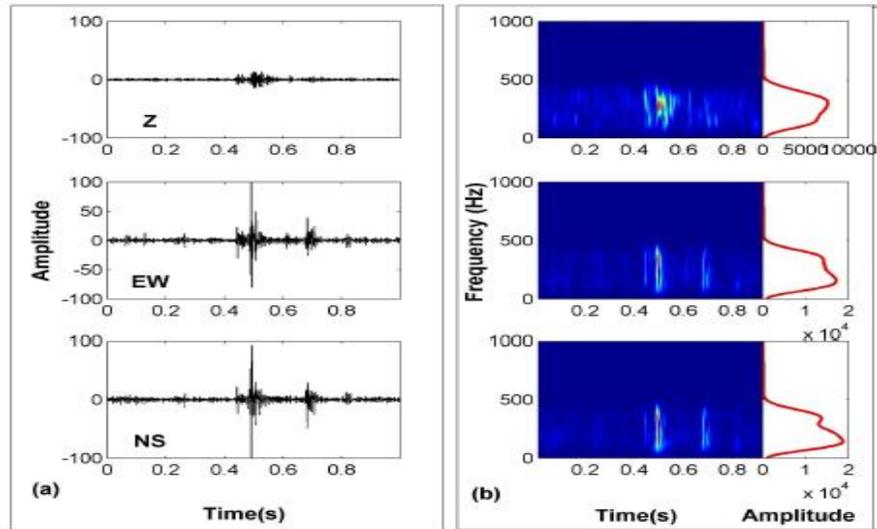


Figure 2.2. Processus de détection d'événement en utilisant les critères de seuil dynamique. (a) trace à trois composantes. (b) Les spectrogrammes et leurs spectres de fréquence-amplitude (courbes rouges) (tiré de Akram 2014).

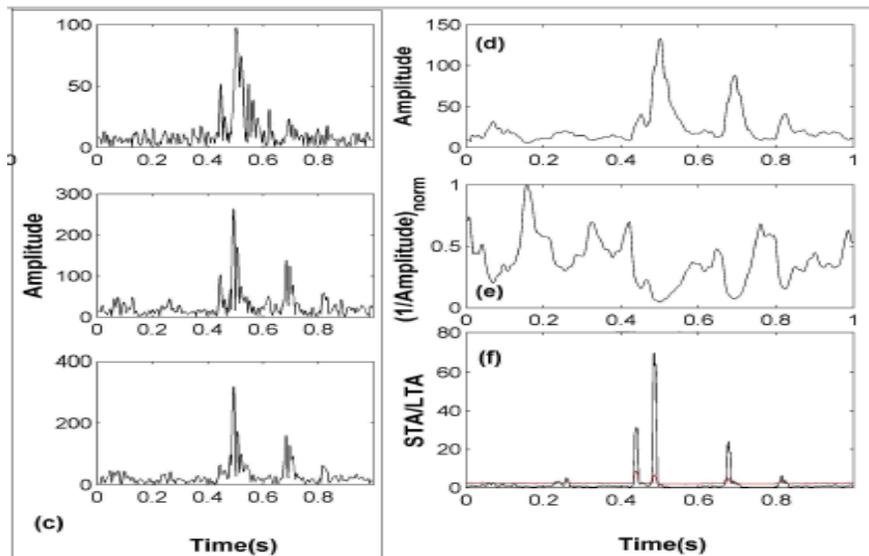


Figure 2.3. (c) Les profils d'amplitude des pics de fréquences. (d) Somme et lissage de la courbe (c). (e) la fonction de référence S. (f) les résultats de détection, où le STA / LTA en noir et la courbe de seuil dynamique est en rouge (tiré de Akram 2014).

2.1.2 La technique ATA/BTA/DTA

La technique ATA/BTA/DAT est une version modifiée de la technique STA/LTA et consiste à mesurer la moyenne du rapport signal / bruit sur une durée de temps avant (BTA), après (ATA) et après un délai plus long (DTA) d'un point de temps instantané

(Chen *et al.*, 2005). Les moyennes des amplitudes absolues dans les trois fenêtres de temps BTA, ATA et DTA sont définies par les équations suivantes :

$$\mathbf{BTA}(t) = \sum_{i=1}^m \frac{|u(t-i)|}{m} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{ATA}(t) = \sum_{j=1}^n \frac{|u(t+j)|}{n} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{DTA}(t) = \sum_{k=1}^q \frac{|u(t+k+d)|}{q} \quad (2.5)$$

$U(t)$ représente l'amplitude du signal au point t , alors que m , q et n sont les longueurs des fenêtres ATA, BTA et DTA et d est le délai temporel choisit pour DTA.

Ensuite deux termes sont calculés à partir de ces 3 rapports :

$$\mathbf{R}_2 = \frac{\mathbf{ATA}(t)}{\mathbf{BTA}(t)} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{R}_3 = \frac{\mathbf{DTA}(t)}{\mathbf{BTA}(t)} \quad (2.7)$$

R_2 et R_3 sont utilisés pour discriminer entre une forte amplitude de faible durée (évènement) et une forte amplitude de longue durée (bruit). Le critère de discrimination \mathbf{CR} est généralement estimé en mesurant la moyenne et l'écart type du rapport S/N juste dans la fenêtre BTA (Chen *et al.*, 2005) selon l'expression suivante :

$$\mathbf{CR}(t) = \mathbf{E}(t-p) + \alpha * \sigma(t-p) \quad (2.8)$$

avec \mathbf{E} l'enveloppe du signal, \mathbf{p} le nombre d'échantillons décalés et α le coefficient d'ajustement. Généralement α prend la valeur de 3. Notons que \mathbf{CR} est le critère de détection associé au signal alors que \mathbf{H}_2 et \mathbf{H}_3 sont respectivement les critères de détection associés à \mathbf{R}_2 et \mathbf{R}_3 . \mathbf{H}_2 et \mathbf{H}_3 sont des constantes estimées en se basant sur le niveau du rapport signal/bruit.

Si le critère de détection \mathbf{CR} est atteint en un point t , le terme \mathbf{R}_2 permet de différentier entre un évènement à haute amplitude de longue durée et un bruit à haute amplitude de faible durée. En effet lorsqu'un évènement valide survient, \mathbf{R}_2 dépasse la valeur prédéfinie \mathbf{H}_2 . Par contre dans le cas où le bruit est à haute amplitude et de durée

comparable à l'évènement, R_2 perd sa capacité de distinguer entre évènement et bruit de longue durée car le critère de détection H_2 est déjà atteint mais par du bruit et non pas par un évènement. Dans ce cas le terme R_3 devient inférieur à H_3 ce qui indique la présence de bruit à haute amplitude et à longue durée. C'est de cette manière qu'on peut se débarrasser des faux évènements causés par les hautes amplitudes de durée longue.

La Figure 2.4 présente le détail de la technique ATA/BTA/DTA où on observe la variation des deux courbes R_2 et R_3 . On remarque qu'à 430 ms R_2 dépasse H_3 alors que R_3 est encore sous H_3 .

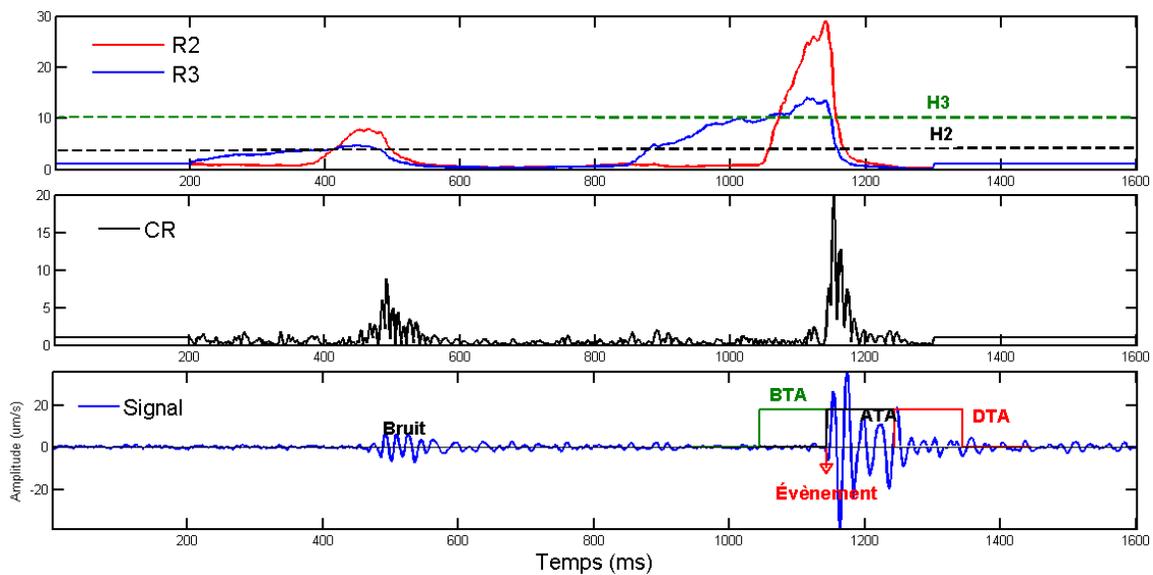


Figure 2.4. La technique ATA/BTA/DTA appliquée sur un signal de longueur 1600 échantillons ; $F_s=1000$ Hz, $BTA=ATA=DTA=50$ ms.

2.1.3 La technique d'analyse vectorielle

Cette technique est largement appliquée en sismique réflexion pour réduire les effets de bruit et les ondes ascendantes et descendantes sur les profils sismiques verticaux en puits (VSP) (Freire *et al.*, 1988) et l'analyse des horizons sismiques (Sabeti *et al.*, 2007). Diehl et son équipe (Diehl *et al.*, 2009) ont appliqué cette technique pour détecter les premières arrivées des ondes S. Cette approche repose sur la décomposition en valeur singulière (SVD) d'une trace sismique à 3 composantes (X, Y, Z).

Les trois traces sismiques d'un capteur triaxial [N E W] s'organisent dans une matrice \mathbf{M} de dimension $[\text{N} \times 3]$ où N est le nombre d'échantillons. Par factorisation SVD on peut écrire M sous la forme suivante :

$$\mathbf{M} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T,$$

où U et V sont les matrices contenant les vecteurs propres de M, S est la matrice des valeurs singulières de M et T désigne l'opérateur transposé. Sachant que les valeurs singulières de S sont égales à la racine carrée positive des valeurs propres de la matrice de covariance $\mathbf{M}\mathbf{M}^T$. L'idée est de calculer pour chaque fenêtre le long du signal une valeur appelée PEV qui correspond à la racine carrée de la plus grande valeur singulière de S. On définit un seuil de détection pour la courbe PEV obtenue.

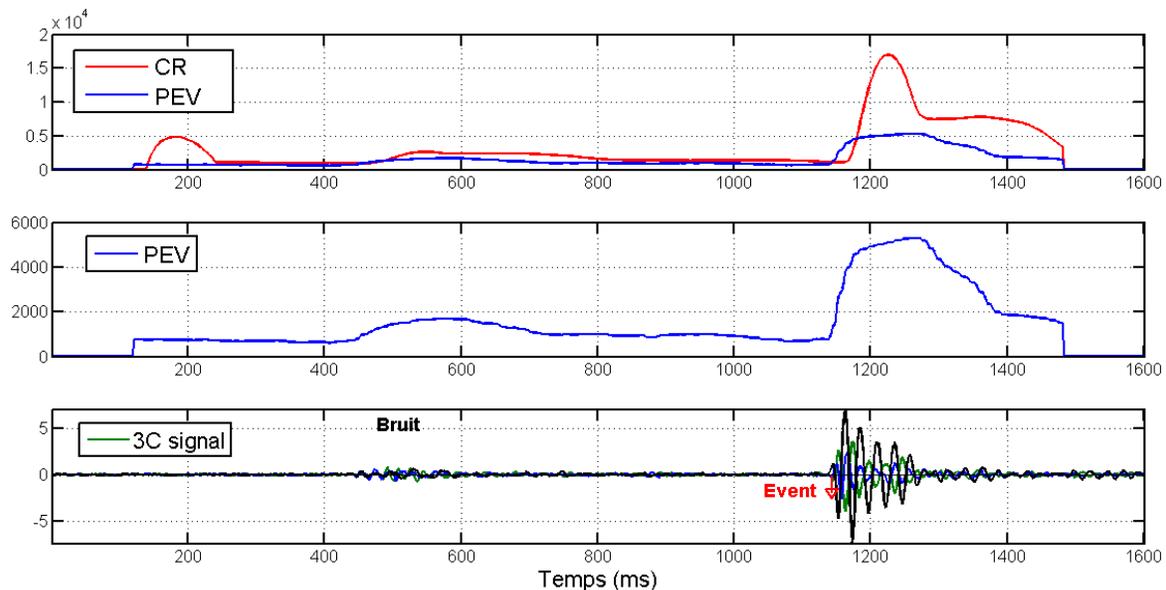


Figure 2.5. Exemple d'évènement détecté par la technique PEV.

Nous présentons toutes ces techniques pour choisir laquelle est la plus efficace avec notre signal surtout en cas de niveau de bruit ambiant élevé.

2.2 Les algorithmes de pointé des premiers arrivées

Chaque évènement est caractérisé par un temps d'arrivée pour chaque type de phase, généralement la première arrivée correspond à l'onde P ensuite l'onde S et finalement les ondes de surface. La présence de ces types d'arrivées dans un signal dépend de l'emplacement du capteur (en profondeur ou en surface) et de leur distance par rapport

à la source. La précision du pointé de ces arrivées a une grande influence sur la précision de la localisation des sources. Une fois que l'évènement est détecté au sein du signal, on passe à pointer les arrivées des phases manuellement ou automatiquement à l'aide d'algorithmes de pointé. Il existe une vaste gamme d'algorithmes de pointé, allant d'un type très simple basé sur un seuil d'amplitude à ceux très sophistiqués basés sur des méthodes adaptatives (Sharma *et al.*, 2010).

Parmi les algorithmes les plus connus et appliqués dans le monitoring microsismique, on trouve les algorithmes MER, MCM et AIC.

2.2.1 Algorithme des rapports d'énergie modifié MER

Cette méthode a été proposée par Han (2010) sous la forme d'une version particulière de l'algorithme STA/LTA et consiste à calculer le rapport d'énergie de deux fenêtres égales (avant et arrière). Le rapport d'énergie est :

$$ER_i = \frac{\sum_{i-L}^{i+L} u_i^2}{\sum_{i-L}^i u_i^2} \quad (2.9)$$

avec u l'amplitude du signal et L la longueur de la fenêtre temporelle. Ensuite un terme d'énergie modifié est calculé de la façon suivante :

$$er_i = (ER_i * |u_i|)^3 \quad (2.10)$$

Lorsque ce produit dépasse un seuil prédéfini, un temps d'arrivée est enregistré. D'après Han (2010), le produit de l'équation $er_i = (ER_i * |u_i|)^3$ (2.10) est mis au cube pour avoir une version de convolution qui donne le maximum de sensibilité sur le signal. La largeur de la fenêtre doit être deux à trois fois la période dominante du signal. La Figure 2.6 montre un exemple où la largeur de la fenêtre appliquée est 30 ms.

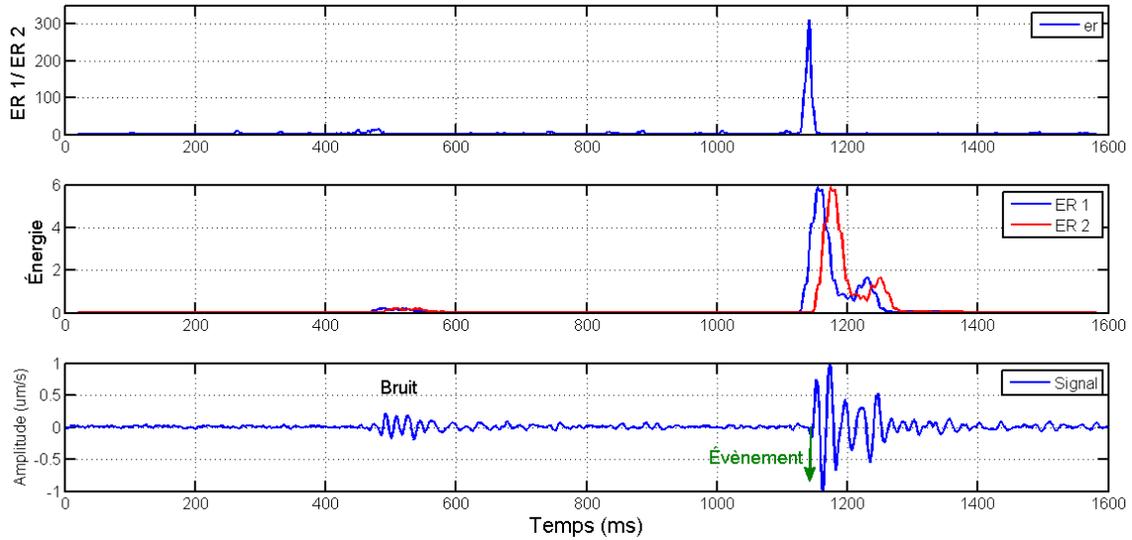


Figure 2.6. Exemple d'évènement détecté par la technique MER.

2.2.2 Algorithme modifié de la méthode de Coppens MCM

Proposée par Sabbione *et al.* (2010) sous la forme d'une version modifiée de l'algorithmes de détection de Coppens (1985), l'approche est basée sur les rapports d'énergie de deux fenêtres temporelles. Cette méthode diffère de la précédente par la largeur des fenêtres. Le but de la méthode est de distinguer le signal du bruit incohérent en se basant sur la différence d'énergie calculé dans les deux fenêtres (Sabbione *et al.*, 2010). Le rapport d'énergie se présente comme suit :

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{i}) = \sum_{t=\mathbf{i}-n_1+1}^{\mathbf{i}} \mathbf{u}^2(\mathbf{t}) \quad (2.11)$$

où n_1 est la largeur de la première fenêtre et $u(t)$ l'amplitude du signal.

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{i}) = \sum_{t=1}^{\mathbf{i}} \mathbf{u}^2(\mathbf{t}) \quad (2.12)$$

On remarque que la longueur de la deuxième fenêtre augmente en fonction du temps. Ensuite le rapport d'énergie est :

$$\text{MCM}(i) = \frac{E_1(i)}{E_2(i) + \beta} \quad (2.13)$$

où β est une constante de stabilisation qui permet de réduire les fluctuations rapides des valeurs $\text{MCM}(i)$ qui pourraient conduire à une fausse détection, surtout quand le bruit est très faible (Sabbione *et al.*, 2010). La largeur nl est très critique, et Sabbione *et al.* (2010) recommandent des valeurs de 0.2 pour β et la période dominante T du signal pour nl .

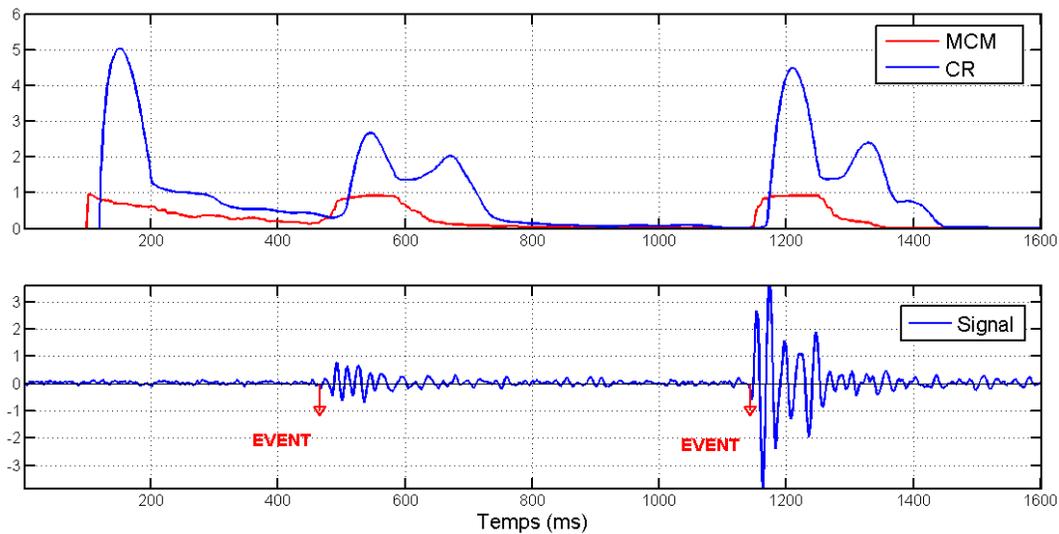


Figure 2.7. Exemple d'évènement pointé par la technique MCM $nl=T$, $\beta=0.2$.

2.2.3 Le critère d'information d'Akaike (AIC)

Cette technique mesure la qualité d'un modèle statistique, basée sur l'idée que la non stationnarité des signaux microsismiques peut être estimée en divisant une série temporelle non stationnaire en des petits segments localement stationnaires chacun modélisé comme un processus autorégressif (Leonard, 2000). Les deux intervalles avant et après le temps de l'arrivée de l'évènement sont supposés provenir de deux processus stationnaires différents (Sleeman *et al.*, 1999).

L'ordre et la valeur des coefficients du modèle autorégressif changent lorsque la caractéristique du segment en cours de sismogramme est différente du précédent. Par exemple, le bruit sismique typique est modélisé par un processus autorégressif d'ordre relativement faible, alors que les signaux microsismiques nécessitent généralement un

processus autorégressif d'ordre plus élevé (Leonard *et al.*, 1999). Le critère d'information d'Akaike s'écrit sous la forme suivante :

$$AIC(k) = k * \log(\text{Var}(x(1, k))) + (n - k - 1) * \log(\text{Var}(x(k + 1, n))) \quad (2.14)$$

avec x le séismogramme, k l'échantillon, et n le nombre d'échantillon du séismogramme.

L'AIC détecte le minimum global qui déclenche un évènement. Pour cette raison, il est nécessaire de choisir une fenêtre temporelle qui ne comprend que le segment de sismogramme d'intérêt. La Figure 2.8 montre que cette technique a pointé trois évènements dont un seul est vrai et les autres sont soit du bruit ou un minimum local. En raison de cet inconvénient, nous proposons d'appliquer l'AIC que dans la partie du signal ou nous sommes certains qu'elle correspond à un évènement (généralement détecté par d'autres techniques)

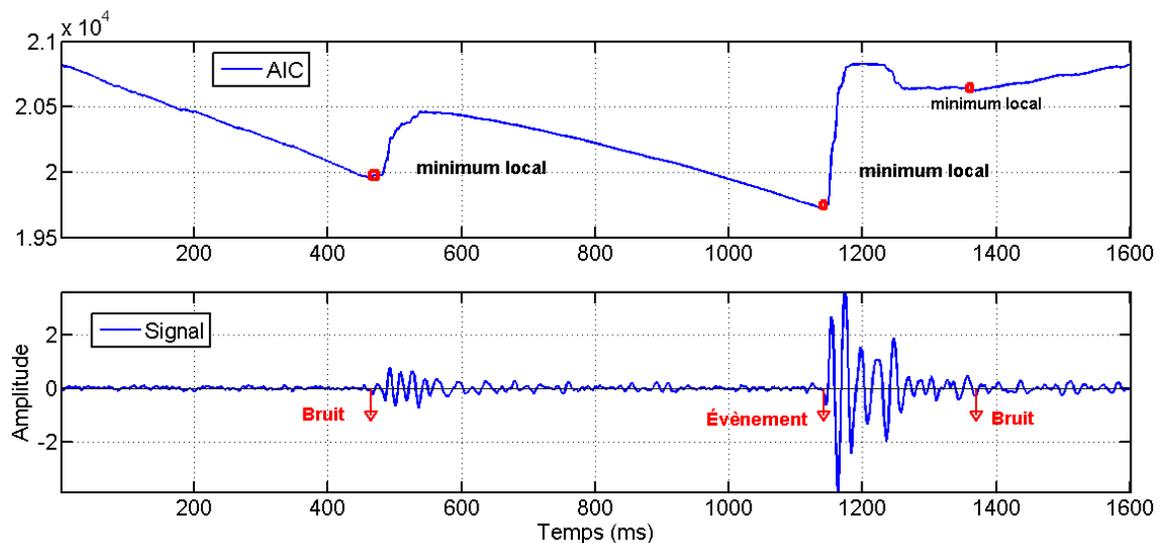


Figure 2.8. Exemple d'évènement pointé par la technique AIC.

2.3 Le choix d'une méthode efficace de détection et de pointé

Afin de réduire l'erreur de détection des temps d'arrivées il est important de choisir convenablement la méthode de détection. Cependant, le choix dépend fortement des propriétés du signal recueilli. Nous avons choisi de tester toutes les méthodes citées précédemment sur une partie de notre signal dont le niveau de bruit ambiant varie d'un capteur à un autre, tout comme les amplitudes des évènements.

La Figure 2.9 montre six évènements qui ont été détectés et pointés manuellement et par les méthodes automatiques. Seulement les méthodes MER et ATA-BTA ont détecté correctement ces six évènements. Les autres méthodes ont soit raté un évènement, soit ajouté des faux évènements. Le pointé par la méthode MER est assuré par la technique AIC tandis que les autres selon le critère de détection associées, c'est-à-dire quand le rapport des énergies de chaque méthode dépasse le seuil CR associé. On constate que la méthode MER est la plus robuste parmi toutes les méthodes citées : une meilleure précision est atteinte d'une part, et elle est efficace en temps de calcul d'autre part (Tableau 1).

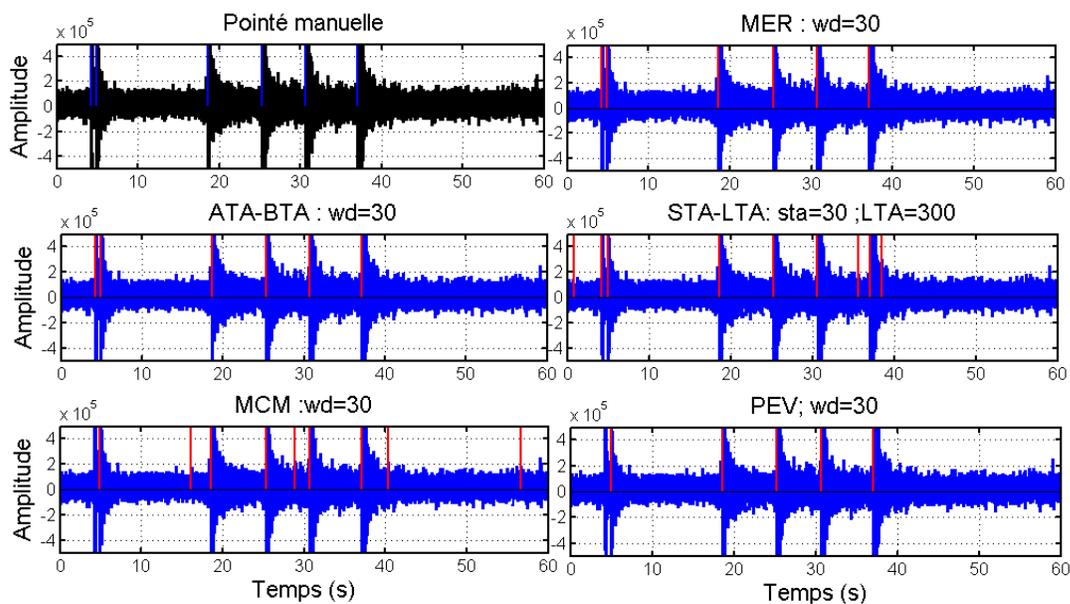


Figure 2.9. Application des différentes techniques de détection sur un signal qui contient 6 évènements avec un rapport signal/bruit supérieur à 5.

Tableau 1 : Temps de calcul et erreur de détection des méthodes appliquées

Méthode	Temps de calcul (s)	Erreur de pointé (ms)
MER	1.052	0.66
ATA/BTA/DTA	1.970	1.33
STA/LTA	1.117	13,3
MCM	10.90	2.6
PEV	8.280	4,6

2.4 Principales approches de localisation des évènements

La plupart des méthodes de localisation des hypocentres des évènements microsismiques exigent les temps d'arrivées des ondes P et S (Xuan *et al.*, 2010). Cependant, d'autres méthodes dites de migration fonctionnent juste avec les signaux enregistrés sans les temps d'arrivées des phases, mais requièrent un modèle de vitesse. On présente dans le texte qui suit trois méthodes de localisation et une discussion sur leurs avantages et inconvénients respectifs.

2.4.1 Inversion conjointe épicode-vitesse

L'inversion conjointe hypocentre-vitesse a été utilisée notamment par Pavlis *et al.* (1980), (Block, 1991) et Giroux (2001). Le but de l'inversion est de minimiser par moindres carrés la différence entre les temps d'arrivées observés et les temps d'arrivée calculés à partir d'un modèle de vitesse initial. Le problème est non linéaire car la localisation des hypocentres dépend du modèle de vitesse, et vice versa. On peut procéder en linéarisant le problème, et l'idée est alors de changer itérativement les paramètres du modèle de vitesse et les hypocentres de départ pour que les nouveaux temps d'arrivée calculés soient égaux au temps d'arrivées observés aux stations. On part d'un modèle initial de vitesse dont les valeurs sont définies au niveau des nœuds qui construisent le modèle numérique de la surface de terrain. On définit n le nombre des nœuds de notre maillage et m le nombre de stations d'enregistrement avec i le nombre d'évènement microsismiques.

Soit r_i le vecteur résidu qui désigne la différence entre le temps d'arrivée calculé et observé pour les m stations pour un évènement i . On peut exprimer cet écart sous la forme suivante :

$$r_i = \text{temps}_{\text{obs}} - \text{temps}_{\text{cal}} \quad (2.15)$$

$$\text{temps}_{\text{calculé } m} = t_0 + tt_{(\text{temps de trajet entre la source-recepteur})} \quad (2.16)$$

où t_0 est le temps d'origine de l'évènement.

Le résidu r_i est dû à certains paramètres qui peuvent influencer directement ou indirectement le temps de trajet. Selon Block (1991) ces paramètres sont l'hypocentre de l'évènement, le modèle de vitesse et la correction statique au niveau des stations d'enregistrement. Les corrections statiques sont des délais temporels à rajouter au

temps calculé pour compenser différentes erreurs à la station (mort terrain, élévation, ...).

Pour un évènement dont les coordonnées de l'hypocentre sont (t_0, x, y, z) on peut écrire le résidu sous forme d'une équation linéaire associée aux différents paramètres du problème, telle que

$$\mathbf{r}_i = \Delta_{t_0} + \frac{\partial t}{\partial x} \Delta_x + \frac{\partial t}{\partial y} \Delta_y + \frac{\partial t}{\partial z} \Delta_z + \sum_{j=1}^n \frac{\partial t}{\partial V_j} V_j + \Delta_{sc} \quad (2.17)$$

avec t le temps de trajet, V_j la vitesse au nœud j et Δ_{sc} les corrections statiques.

Pour un nombre d'évènement enregistré par plusieurs stations, on peut regrouper l'équation précédente pour toutes les observations sous une forme matricielle selon l'expression suivante :

$$\mathbf{H}_i \Delta \mathbf{h}_i + \mathbf{M}_i \Delta \mathbf{m} = \mathbf{r}_i \quad (2.18)$$

où \mathbf{H} est la matrice des hypocentres, \mathbf{M} est la matrice des dérivées partielles des temps de trajet, Δh est la correction sur l'hypocentre et Δm la correction sur le modèle de vitesse (voir Annexe 1 pour plus de détails). On part d'un modèle initial homogène puis itérativement on modifie légèrement le vecteur champ vitesse tout en minimisant les résidus entre les temps d'arrivées observés au niveau des stations de mesures et celles calculées par notre algorithme. À une certaine itération, le terme de correction sera très faible car le résidu est faible, et le modèle obtenu correspond à notre modèle de vitesse final. Block (1991) a résolu le système en associant des pénalités sur les nœuds pour garder les valeurs des vitesses au nœuds au sein d'une fourchette bien déterminée, cette modification est appelée contrainte de pénalités sur les nœuds.

Pour un nombre d'évènements supérieur à quatre, il existe une matrice \mathbf{T}_i telle que $\mathbf{T}_i^T \mathbf{H} = \mathbf{0}$. \mathbf{T}_i est obtenue par décomposition SVD de la matrice \mathbf{H} (voir annexe pour plus de détails), soit

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T$$

où \mathbf{U} est une matrice carrée de dimension [nombre des stations x nombre des stations].

Soit \mathbf{U}_1 la matrice formée par les quatre premières colonnes de \mathbf{U} et \mathbf{U}_2 la matrice formée par le reste des colonnes, c'est-à-dire de la cinquième colonne vers la fin des colonnes de \mathbf{U} (Block, 1991), i.e.

$$\mathbf{U} = [\mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2].$$

Les deux matrices \mathbf{U}_1 et \mathbf{U}_2 sont orthogonales, et donc $\mathbf{U}_2^T \mathbf{U}_1 = \mathbf{0}$ et $\mathbf{U}_2^T \mathbf{H} = \mathbf{0}$, En multipliant l'équation 2.18 par \mathbf{U}_2^T on obtient :

$$\mathbf{U}_2^T \mathbf{H}_i \Delta \mathbf{h}_i + \mathbf{U}_2^T \mathbf{M}_i \Delta \mathbf{m} = \mathbf{U}_2^T \mathbf{r}_i$$

Or $\mathbf{U}_2^T \mathbf{H} = \mathbf{0}$ alors $\mathbf{U}_2^T \mathbf{H}_i \Delta \mathbf{h}_i = \mathbf{0}$ et on obtient:

$$\mathbf{U}_2^T \mathbf{M}_i \Delta \mathbf{m} = \mathbf{U}_2^T \mathbf{r}_i$$

Soit $\mathbf{M}'_i = \mathbf{U}_2^T \mathbf{M}_i$ et $\mathbf{r}'_i = \mathbf{U}_2^T \mathbf{r}_i$, nous obtenons à la fin l'expression suivante :

$$\mathbf{M}'_i \Delta \mathbf{m} = \mathbf{r}'_i$$

La matrice \mathbf{M}'_i est calculée pour chaque évènement puis regroupée dans une seule matrice pour tous les évènements. De la même façon le vecteur résidus \mathbf{r}'_i est calculé pour chaque évènement et regroupé en un seul vecteur. Cette opération est dite « séparation de paramètre » et permet de trouver le vecteur $\Delta \mathbf{m}$ dans une première étape puis $\Delta \mathbf{h}_i$ dans l'étape suivante.

La solution par moindres carrés est donnée par Block (1991) et consiste à minimiser :

Résidus des temps d'arrivées + dérivées spatiales des vitesses + pénalités associées + correction des stations

$$(\mathbf{M}' \Delta \mathbf{m} - \mathbf{r}')^T (\mathbf{M}' \Delta \mathbf{m} - \mathbf{r}') + \lambda (\mathbf{c} + \mathbf{K}' \Delta \mathbf{m})^T (\mathbf{c} + \mathbf{K}' \Delta \mathbf{m}) + \gamma (\mathbf{p} + \partial \mathbf{P}' \Delta \mathbf{m})^T (\mathbf{p} + \partial \mathbf{P}' \Delta \mathbf{m}) + (\mathbf{u}'^T \Delta \mathbf{m} + \mathbf{s})^T (\mathbf{u}'^T \Delta \mathbf{m} + \mathbf{s}) \quad (2.19)$$

où \mathbf{K} est la matrice de régularisation, \mathbf{c} est le vecteur des dérivées des vitesses aux nœuds, \mathbf{p} est la matrice des pénalités, $\partial \mathbf{P}$ est la matrice des dérivées des pénalités, \mathbf{u} est la matrice des corrections statiques et \mathbf{s} est la somme des corrections statiques. Le vecteur de correction du champ de vitesse est exprimé par :

$$\Delta \mathbf{m} = (\mathbf{M}'^T \mathbf{M}' + \lambda \mathbf{K}'^T \mathbf{K}' + \gamma \partial \mathbf{P}'^T \partial \mathbf{P}' + \mathbf{u}' \mathbf{u}'^T)^{-1} (\mathbf{M}'^T \mathbf{r}' - \lambda \mathbf{K}'^T \mathbf{c} - \gamma \partial \mathbf{P}'^T \mathbf{p} - \mathbf{u}' \mathbf{s}) \quad (2.20)$$

Une fois que notre modèle est estimé, on passe à localiser les hypocentres. La localisation repose sur l'inversion d'une matrice de dérivées des hypocentres par le vecteur résidu à partir de l'hypocentre de départ. La somme des résidus au carrés est :

$$\mathbf{RMSE} = (\mathbf{H}_i \Delta \mathbf{h}_i - \mathbf{r}_i)^T (\mathbf{H}_i \Delta \mathbf{h}_i - \mathbf{r}_i) \quad (2.21)$$

Le vecteur de correction de l'hypocentre est alors

$$\Delta \mathbf{h} = (\mathbf{H}_i^T \mathbf{H}_i)^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{r}_i \quad (2.22)$$

2.4.2 La tomographie différence double

La tomographie différence double a été proposée par Waldhauser *et al.* (2000) pour localiser les hypocentres des séismes. Par la suite, cette technique a été améliorée par Zhang *et al.* (2006) dans le but de modéliser les structures interne de la terre par l'estimation du modèle de vitesse et l'imagerie des zones de subduction et les structures des volcans (Zhang *et al.*, 2006). La tomographie différence double a aussi été appliquée pour modéliser les réservoirs de stockage de CO₂ par la localisation des sources des évènements créés lors de l'injection et l'estimation du modèle de vitesse de la zone de stockage (Zhou *et al.*, 2010).

La relation sur laquelle est basée la méthode est d'exprimer l'*i*^e temps d'arrivée d'une phase sismique à un *k*^e capteur lors d'un séisme sous une forme intégrale selon la théorie des rais :

$$\mathbf{T}_k^i = \tau^i + \int_i^k \mu \, ds \quad (2.23)$$

où τ^i est le temps d'origine de l'évènement *i*, μ est la lenteur (slowness) et *s* représente le trajet suivi. Comme la relation entre le temps d'origine et le temps d'arrivée est non linéaire, une série de Taylor est appliquée pour linéariser l'équation précédente (Zhang *et al.*, 2006). On peut écrire une équation linéaire qui relie le résidu r_k^i entre les temps d'arrivée observés et calculés par tracé de rai, telle que

$$r_k^i = \frac{\partial T_k^i}{\partial x^i} \Delta x_i + \frac{\partial T_k^i}{\partial y^i} \Delta y_i + \frac{\partial T_k^i}{\partial z^i} \Delta z_i + \Delta \tau_i + \sum_{m=1}^{M_{ik}} \sum_{n=1}^N w_{mn} \Delta u_n \Delta s_m \quad (2.24)$$

La différence des résidus entre deux évènements 1 et 2 calculé pour la même station k est :

$$r_k^1 - r_k^2 = \frac{\partial T_k^1}{\partial x^1} \Delta x_1 + \frac{\partial T_k^1}{\partial y^1} \Delta y_1 + \frac{\partial T_k^1}{\partial z^1} \Delta z_1 + \Delta \tau_1 + \sum_{m=1}^{M_{1k}} \sum_{n=1}^N w_{mn} \Delta u_n \Delta s_m - \frac{\partial T_k^2}{\partial x^2} \Delta x_2 + \frac{\partial T_k^2}{\partial y^2} \Delta y_2 + \frac{\partial T_k^2}{\partial z^2} \Delta z_2 - \Delta \tau_2 + \sum_{m=1}^{M_{2k}} \sum_{n=1}^N w_{mn} \Delta u_n \Delta s_m \quad (2.25)$$

où $r_k^1 - r_k^2$ est appelée la différence double D_d . On peut par ailleurs écrire cette différence sous une autre forme:

$$D_d = r_k^1 - r_k^2 = (T_k^1 - T_k^2)^{obs} - (T_k^1 - T_k^2)^{cal} \quad (2.26)$$

On suppose maintenant un nombre d'évènement $p=1, \dots, P$ avec N_p temps d'arrivées pour chaque évènement. Le terme résidus peut s'écrire pour chaque évènement p sous la forme suivante :

$$A_p \Delta X_p + C_p \Delta M_p + S_p = \Delta T_p \quad (2.27)$$

avec A la matrice des dérivées partielles des coordonnées et temps origine de l'évènement (voir Annexe 1). ΔX_p est le vecteur de perturbation des coordonnées et temps d'origine. C_p est la matrice des dérivées partielle des paramètres du modèle. ΔM_p est le vecteur de perturbation de la lenteur et ΔT_p est le vecteur résidu des temps d'arrivées pour l'évènement et S_p est le vecteur de correction statique.

On peut rassembler cette équation dans le système linéaire suivant

$$A \Delta X + C \Delta M + S = \Delta T \quad (2.28)$$

On peut écrire $S = B s_0$ pour toutes les sources avec B est une matrice d'identité de dimension k et s_0 la constante de correction statique pour chaque station. Le nombre total des arrivées N est égale au nombre de capteurs K multiplié par le nombre de source P (voir annexe 1 pour plus de détails).

Pour calculer toutes les doubles différences possibles on peut multiplier l'équation précédente par un opérateur de différence Q_{DD} . Supposant deux évènements et une station, on a une seule différence double, alors

$$r_k^1 - r_k^2 = \mathbf{Q}_{DD} \mathbf{A} \Delta \mathbf{X} + \mathbf{Q}_{DD} \mathbf{C} \Delta \mathbf{M} + \mathbf{Q}_{DD} \mathbf{S} = \mathbf{Q}_{DD} \Delta \mathbf{T} \quad (2.29)$$

Pour une seule différence, $(\Delta \mathbf{T}_2 - \Delta \mathbf{T}_1)$ prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} (\Delta \mathbf{T}_2 - \Delta \mathbf{T}_1) &= [\mathbf{1} - \mathbf{1}] \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}_1 \\ \Delta \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} + [\mathbf{1} - \mathbf{1}] \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{m}_1 \\ \Delta \mathbf{m}_2 \end{bmatrix} + [\mathbf{1} - \mathbf{1}] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{1} - \mathbf{1}] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{T}_1 \\ \Delta \mathbf{T}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.30)$$

avec $\mathbf{Q}_{DD} = [\mathbf{1} - \mathbf{1}]$.

Pour tous les temps d'arrivées des \mathbf{m} évènements enregistrés aux \mathbf{K} stations, \mathbf{Q}_{DD} a la dimension $[\mathbf{K} * \mathbf{m} * (\mathbf{m}-1)/2 \quad \mathbf{K} * \mathbf{m}]$. Pour une même station, \mathbf{S}_2 est égal à \mathbf{S}_1 car la correction statique est constante pour une même station, ce qui fait que le dernier terme de droite disparaît et qu'on obtient

$$\mathbf{Q}_{DD} [\mathbf{A} \ \mathbf{C}] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X} \\ \Delta \mathbf{M} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_{DD} \Delta \mathbf{T} \quad (2.31)$$

La solution est donnée par l'expression suivante:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X} \\ \Delta \mathbf{M} \end{bmatrix} = (\mathbf{Q}_{DD} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{Q}_{DD} \Delta \mathbf{T} \quad (2.32)$$

2.4.3 Technique de migration : Semblance

La technique de semblance a été appliquée surtout pour imager la structure interne de la croûte terrestre et les volcans ainsi pour localiser les sources hydrothermales dans les zones d'activité sismique élevée (Kugaenko *et al.*, 2005). La semblance a aussi été appliquée avec succès pour localiser les sources des évènements microsismiques (Chambers *et al.*, 2010), localiser les sources hydrothermales et l'imagerie des micro-fractures.

Cette méthode repose sur la mesure du degré de cohérence entre les traces enregistrées à chaque géophone. Le calcul de semblance a l'avantage qu'il n'exige pas le pointé des temps d'arrivée, ce qui le rend idéal pour l'analyse de grands ensembles de données à faible rapport signal sur bruit. Cependant, cette technique exige la connaissance a priori du modèle de vitesse pour calculer le temps de trajet depuis la source vers le capteur. On peut exprimer la semblance pour une source inconnue dans le temps et dans l'espace détectée par un nombre N de capteur sous la forme suivante :

$$S(\mathbf{r}_s, \tau) = \frac{[\sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i(\mathbf{t} = \mathbf{T}_i(\mathbf{r}_s) + \tau)]^2}{N \sum_{i=1}^N [\mathbf{u}_i(\mathbf{t} = \mathbf{T}_i(\mathbf{r}_s) + \tau)]^2} \quad (2.33)$$

où $u(t)$ représente le signal enregistré dans le capteur i , $T_i(x)$ est le temps de trajet de l'onde P depuis la source jusqu'au récepteur, $r(s)$ est la position de la source, le paramètre τ est le temps d'origine et r_s la position dans l'espace où la semblance est évaluée. Le principe est de calculer le paramètre semblance pour chaque source potentiel le long d'un intervalle bien déterminé pour obtenir un cube 3D variant dans le temps. Ensuite un facteur lissage est appliqué (pour chaque position la semblance maximale est choisie) pour réduire la quatrième dimension (le temps).

2.5 Discussion

Parmi les algorithmes de localisation présentés plus haut, seule l'approche par inversion conjointe semble adaptée à notre problème car elle permet de travailler avec un seul type d'arrivée et d'ajuster le modèle de vitesse tout en tenant compte facilement de la topographie. À l'inverse, l'approche de tomographie différence double fonctionne avec des différences doubles entre les temps d'arrivées aux capteurs, ce qui nécessite un nombre important de capteur ainsi qu'un espacement raisonnable pour maintenir une différence acceptable pour résoudre le système des doublets. Toutefois, ce n'est pas évident que ces caractéristiques soient atteignables pour notre cas. Par ailleurs, VanDeMark et coll. (2013) proposent d'utiliser les ondes de surface plutôt que les ondes P et/ou S pour localiser les évènements car les ondes de surface ont généralement beaucoup d'énergie et sont plus faciles à identifier que les ondes P et S.

3. Algorithme de localisation des munitions non explosées

L'approche choisie, i.e. l'inversion conjointe de Block (1991), repose sur l'inversion des temps d'arrivée des ondes P et S dans un milieu 3D. Cependant notre problématique est particulière en ce que les sources sont nécessairement à la surface et que la topographie peut avoir un effet important, en particulier si on choisit d'inverser les temps d'arrivée des ondes de surface, comme le proposent VanDeMark *et al.* (2013). Des modifications à l'approche choisie de Block (1991) et Giroux (2001) sont alors nécessaires. Pour ce travail, on a choisi de modéliser le tracé de rai sur un maillage irrégulier composé de triangles. Les modifications à l'algorithme d'inversion touchent la routine de tracé de rai, la contrainte de régularisation et le calcul des dérivées partielles des temps de trajet.

3.1 Algorithme de tracé de rai

L'algorithme de tracé de rai pour l'onde de surface dans un maillage triangulaire découpe la trajectoire du rai en un nombre bien déterminé de « petits » segments de longueurs différentes mis bout-à-bouts depuis la source jusqu'au récepteur. Les deux nœuds qui délimitent le petit segment peuvent être des nœuds principaux du maillage triangulaire ou des nœuds secondaires (Figure 3.1), mais dans tous les cas les nœuds qui décomposent le trajet sont localisés seulement sur les côtés des triangles du maillage.

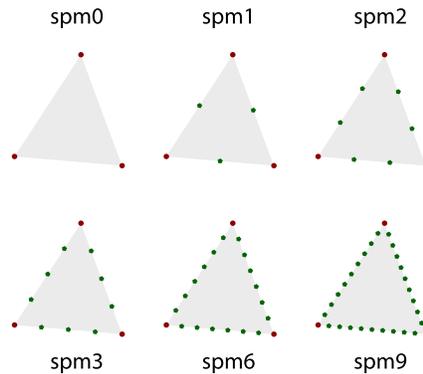


Figure 3.1. Illustration de la différence entre les nœuds primaires (rouge) et secondaires (vert).

3.1.1 La méthode des graphes

Le calcul du trajet le plus court (shortest path) est ici basé sur la méthode des graphes dans laquelle les graphes (les segments entre les nœuds) sont estimés par les valeurs de vitesse localisées aux nœuds (primaires et secondaires) qui construisent le maillage. La méthode fonctionne avec une source définie dans le maillage ainsi qu'un récepteur. Après la construction des graphes, tous les nœuds sont initialisés à un temps infini, sauf le nœud source à qui est attribué sa valeur de temps zéro (Giroux *et al.*, 2013). Par la suite une file d'attente (vecteur dont les éléments sont ordonnés selon un critère donné) de priorité (priority queue) est alors créée (Cormen *et al.*, 2001, Giroux *et al.*, 2013). La plus haute priorité est attribuée au nœud ayant le plus faible temps de trajet

Le temps de trajet est calculé pour tous les nœuds connectés au nœud source, les valeurs de temps de trajet à ces nœuds sont mises à jour, le nœud parent est réglé sur le nœud source, ensuite tous les nœuds sont poussés dans la file d'attente. Par la suite, le nœud de priorité la plus élevée est sorti de la file d'attente et le temps de trajet est calculé à tous les nœuds qui lui sont connectés, sauf le nœud parent. Une mise à jour s'effectue sur le temps de trajet et les nœuds qui ne sont pas déjà dans la file d'attente sont poussés dedans. Ce processus est répété jusqu'à ce que la file d'attente soit vide (Giroux *et al.*, 2013).

L'avantage de cette méthode est sa stabilité ainsi que le fait qu'elle fonctionne avec n'importe quel type de milieu anisotrope (Giroux *et al.*, 2012, Giroux *et al.*, 2013).

Dans notre problème d'inversion on utilise un maillage triangulaire de la surface topographique plutôt que un maillage cubique dans un milieu 3D. Deux modifications majeures sont apportées à certains paramètres touchant les matrices des dérivées partielles de vitesse et des dérivées des temps de trajet par rapport à l'hypocentre.

3.2 Les dérivées partielles du temps de trajet

Pour procéder à l'inversion, il est requis de calculer les dérivées partielles du temps de trajet. À partir du code de tracé de rai, on connaît les coordonnées des nœuds (le parcours entre source et capteur) du rai modélisé qui sont localisés sur les côtés (nœuds principaux ou secondaires) des triangles du maillage.

3.2.1 Les dérivées partielles de vitesse

Le temps de trajet d'un rai sismique entre une source et un récepteur, le long d'une trajectoire s , est défini par l'intégrale suivante :

$$t = \int_{\text{source}}^{\text{recepteur}} \frac{1}{V(x)} ds \quad (3.1)$$

A partir de l'équation précédente, on trouve (Dahlen *et al.*, 1998) :

$$\frac{\partial t}{\partial v} = \int_{\text{source}}^{\text{recepteur}} -\frac{1}{V(x)^2} ds \quad (3.2)$$

Pour une grille régulière 3D, la dérivée partielle du temps de parcours par rapport à la vitesse du j^{e} nœud dérivée par Block (1994) s'écrit

$$\frac{\partial t}{\partial v_j} = \sum_{l=1}^n \frac{-1}{V(x_l, y_l, z_l)^2} \frac{\partial V(x_l, y_l, z_l)}{\partial v_j} \Delta s \quad (3.3)$$

avec $V(x_l, y_l, z_l)$ la vitesse au milieu du segment Δs .

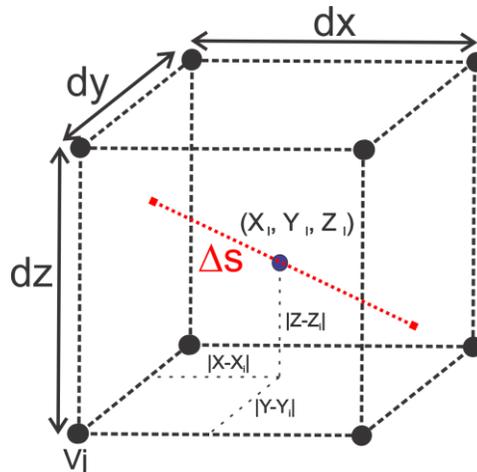


Figure 3.2. la vitesse dans le nœud est calculée par interpolation linéaire avec les nœuds qui compose le cube dans le cas d'une grille régulière 3D.

La situation est plus compliquée pour un maillage triangulaire car la routine de tracé de rai fonctionne avec des nœuds secondaires définis sur les côtés. Soit M le point milieu du II existe deux positions probables des nœuds qui forment le trajet de rai, soit en coïncidence avec un nœud principale ou sur un côté du triangle.

Pour calculer $\frac{\partial V(x_1, y_1, z_1)}{\partial v_j}$ on a besoin de savoir la position du point M, le milieu de Δs de coordonnées (x_1, y_1, z_1) , pour localiser les nœuds de pondération impliqués dans la dérivée de vitesse.

D'après la Figure 3.3 le point M (milieu de Δs) occupe deux positions probables, soit :

- Le point M est sur un côté de triangle (1^e cas), alors $\frac{\partial V(x_1, y_1, z_1)}{\partial v_j}$ est non nulle pour seulement les quatre nœuds qui entourent (x_1, y_1, z_1) et qui forme les deux triangles dont le coté qui contient M est commun.
- Le point M est à l'intérieur d'un triangle (2^e cas), alors $\frac{\partial V(x_1, y_1, z_1)}{\partial v_j}$ est non nulle pour seulement les trois nœuds qui entourent (x_1, y_1, z_1) et qui forment le triangle en question.

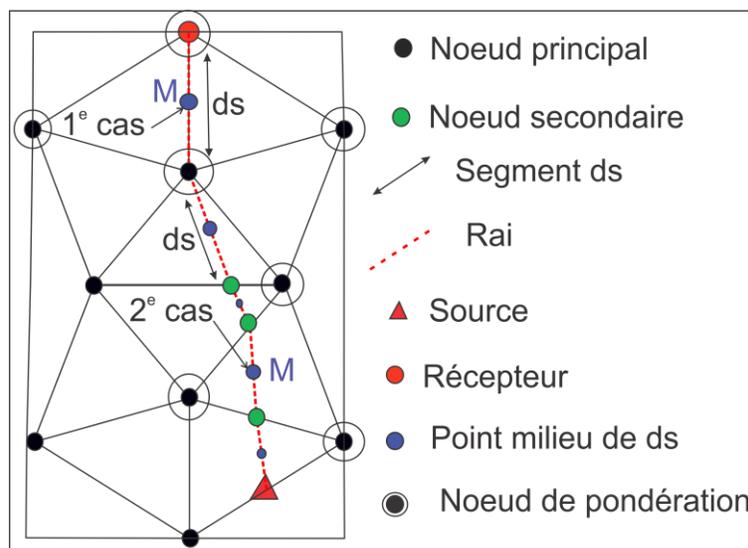


Figure 3.3. La dérivée partielle du temps de trajet par rapport à la vitesse dans les nœuds.

Dans un maillage triangulaire, la dérivée $\frac{\partial V(x_1, y_1, z_1)}{\partial v_j}$ pour les nœuds de pondération dans les deux cas expliqués dans la Figure 3.3 s'écrit :

$$\frac{\partial V(x_1, y_1, z_1)}{\partial v_j} = \frac{1/d_{(M,j)}}{\sum_1^{nn} d_{nn}} \quad (3.4)$$

Avec $d_{(M,j)}$ la distance entre le point M au centre du segment et le nœud de pondération j. L'expression de la dérivée du temps par rapport à la vitesse au nœud j de la grille devient :

$$\frac{\partial t}{\partial v_j} = \sum_1^n \frac{-1}{V(x_1, y_1, z_1)^2} \frac{1/d_{(M,j)}}{\sum_1^{nn} d_{nn}} \Delta s_1 \quad (3.5)$$

3.2.2 Les dérivées partielles du temps d'arrivé par rapport à l'hypocentre

Thurber (1981) a montré que la dérivée partielle du temps d'arrivée par rapport aux coordonnées de l'hypocentre est:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{-1}{V(x_0, y_0, z_0)} \frac{dx}{ds} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{-1}{V(x_0, y_0, z_0)} \frac{dy}{ds} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{-1}{V(x_0, y_0, z_0)} \frac{dz}{ds} \quad (3.8)$$

où $\frac{dx}{ds}$, $\frac{dy}{ds}$ et $\frac{dz}{ds}$ sont les cosinus directeurs du trajet du rai et $V(x_0, y_0, z_0)$ est la vitesse à l'hypocentre. Dans notre cas, la profondeur de la source est égale a zéro car on travaille à la surface du secteur, alors on parle de cosinus directeurs de l'épicentre.

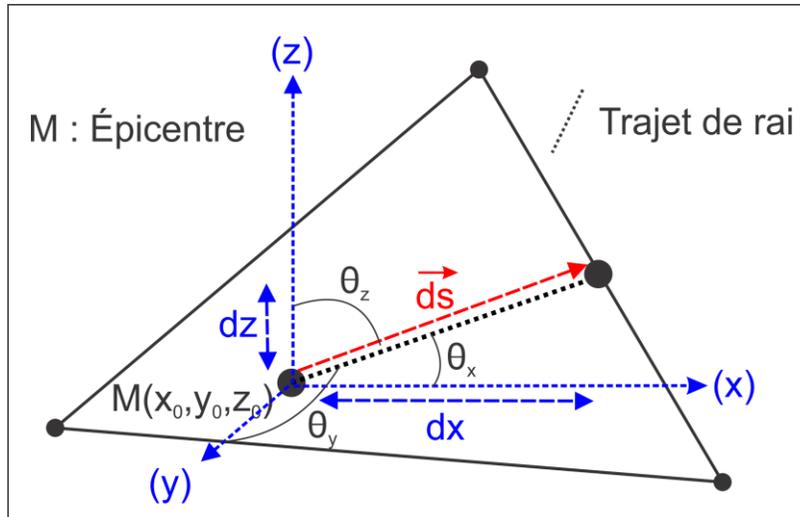


Figure 3.4. Cosinus directeurs de l'épicentre

Soit $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ les angles du vecteur \vec{ds} par rapport au trois axes (x, y, z) du plan, alors les cosinus de ces angles $(\cos \theta_x, \cos \theta_y, \cos \theta_z)$ sont appelés les cosinus directeurs du vecteur \vec{ds} .

3.3 Les contraintes de régularisation

La première contrainte appliquée a pour but de s'assurer que l'inversion est stable, ce qui est fait en s'assurant que la variation spatiale de vitesse soit lisse. La deuxième contrainte est appliquée pour restreindre les valeurs de vitesses à l'intérieur d'un intervalle donné dans notre maillage.

3.3.1 La contrainte de lissage

Pour ce faire, on incorpore à l'inversion un terme de minimisation du gradient de vitesse. Ce terme de dérivée est pondéré par un facteur lagrangien λ dans l'équation à minimiser; en ajustant λ on peut augmenter ou réduire l'importance de cette contrainte par rapport aux autres termes de l'équation.

On doit chercher une expression pour le gradient de vitesse dans chaque nœud du maillage afin de traduire mathématiquement cette contrainte.

Partons de la représentation linéaire d'une variable V définie à un nœud quelconque (x_0, y_0, z_0) de la grille entouré par certain nombre de nœuds. Dans un maillage triangulaire chaque nœud est entouré par un nombre déterminé M d'autres nœuds selon la variation spatiale de la surface topographique.

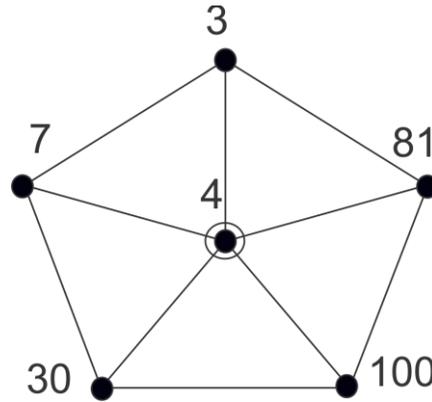


Figure 3.5. un nœud central entouré par un cinq nœuds participants au calcul du gradient de vitesse.

On peut utiliser ces M nœuds de vitesse respective (V_1, \dots, V_M) pour évaluer le gradient de vitesse dans le nœud central (Figure 3.5) de vitesse V_0 en construisant un système linéaire $Ax = b$. Une solution par moindres-carrés permet de résoudre ce système, soit :

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b.$$

Dans notre cas, le système est construit de la façon suivante :

$$A = \begin{bmatrix} x_3 - x_4 & y_3 - y_4 & z_3 - z_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{100} - x_4 & y_{100} - y_4 & z_{100} - z_4 \end{bmatrix} \text{ et } b = \begin{bmatrix} v_3 - v_4 \\ \vdots \\ v_{100} - v_4 \end{bmatrix}$$

L'algorithme d'inversion repose sur l'utilisation d'une matrice de régularisation K qui permet de calculer les dérivées dans tous les nœuds de la grille. Soit le vecteur V contenant les vitesses à tous les nœuds du maillage, le produit KV doit donner le vecteur C qui contient les dérivées aux nœuds. Pour construire la matrice K , il faut décomposer le vecteur b en deux vecteurs b' et b_0 de même dimension pour simplifier le calcul matriciel, c'est à dire

$$b' = \begin{bmatrix} v_3 \\ \vdots \\ v_{100} \end{bmatrix} \text{ et } b_0 = \begin{bmatrix} v_4 \\ \vdots \\ v_4 \end{bmatrix}$$

Posons $A' = (A^T A)^{-1} A^T$, où la dimension de A' est $[3 \times M]$ et chaque colonne contient les trois dérivées pour chaque nœud de M , ce qui fait que

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}'\mathbf{b}' - \mathbf{A}'\mathbf{b}_0$$

La matrice \mathbf{K} peut donc se construire en assignant les valeurs des lignes de \mathbf{A}' aux indices correspondant aux nœuds M , et en assignant -1 fois la somme des valeurs des lignes de \mathbf{A}' à l'indice correspondant au nœud central.

3.3.2 La contrainte des pénalités sur les nœuds

Pour garder la variation de vitesse dans une fourchette (V_{min} et V_{max}) prédéfinie, nous appliquons une contrainte de pénalité sur les nœuds. En effet, une pénalité linéaire, $P(v)$ de pente p_v , est calculée pour chaque nœud en fonction de la vitesse. La pénalité est donc égale à zéro pour tous les nœuds où la vitesse est à l'intérieur de la fourchette prédéfinie. Au début du programme, la matrice des pénalités sur les nœuds est initialisée par des zéros car la vitesse introduite est déjà à l'intérieur de la fourchette donnée. Après chaque itération on vérifie les valeurs obtenues selon la condition suivante :

$$\begin{cases} P(v) = p_v(V_{min} - V) & \text{si } V < V_{min} \\ P(v) = p_v(V - V_{max}) & \text{si } V > V_{max} \end{cases}$$

Ensuite on met à jour notre matrice en assignant à chaque nœud leur vitesse corrigée.

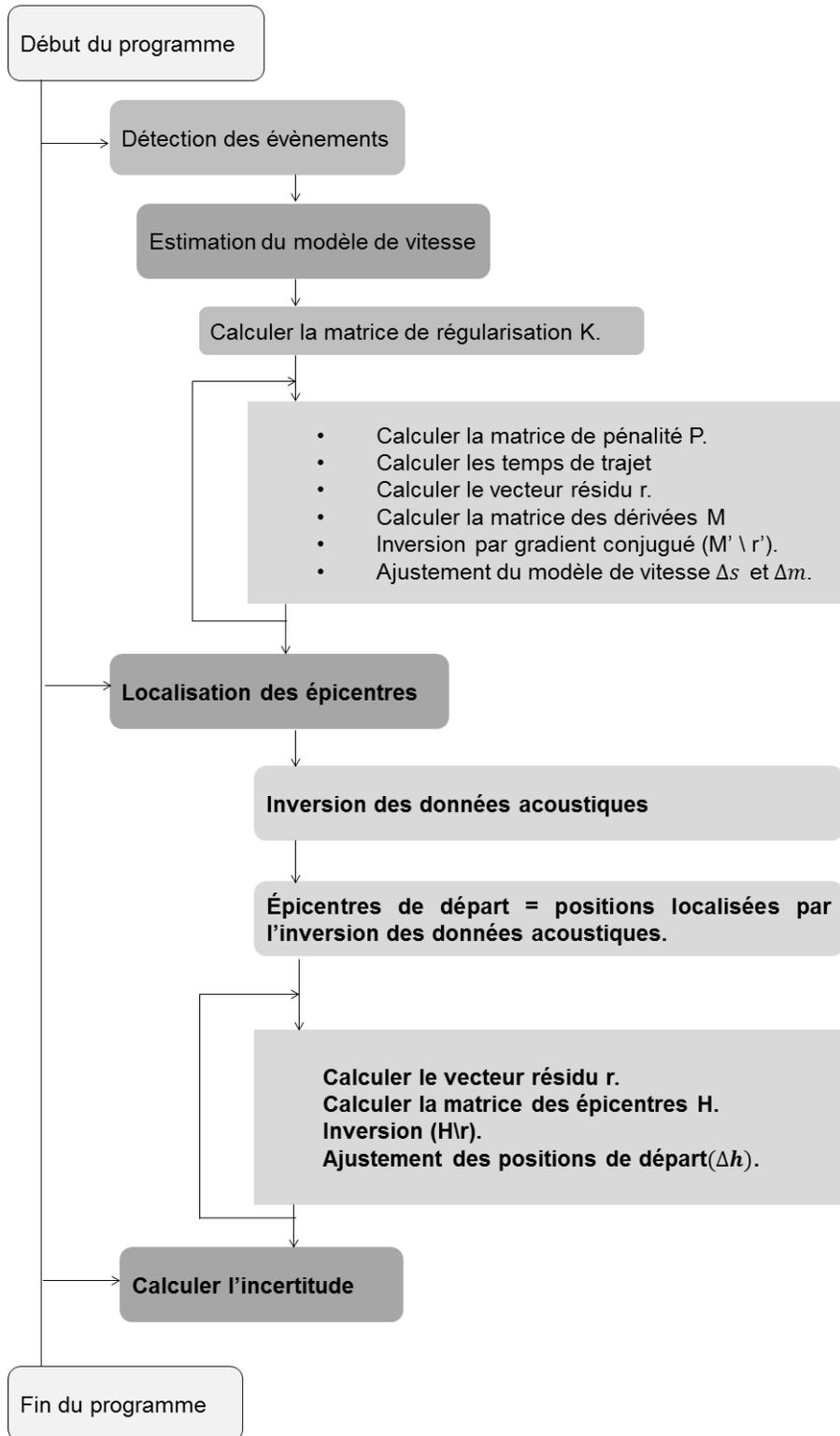


Figure 3.6. Organigramme de l'algorithme de détection et localisation des UXO.

3.4 Discussion

Nous avons présenté dans ce chapitre les détails de l'approche appliquée dans l'inversion épicentre-vitesse pour localiser les événements (point d'impact des munitions non explosés) ainsi que les modifications apportées à l'algorithme (Figure 3.6). Les contraintes appliquées dans notre problème ont pour but de stabiliser le système non linéaire tout en donnant une solution non unique mais acceptable. Dans notre cas on peut agir sur cette solution par des facteurs de régularisation (lagrangiens λ et γ) qui permettent d'amplifier ou affaiblir l'effet de la régularisation du système en se rapprochant toujours d'un modèle réel. Il est important de noter que les valeurs introduites des facteurs λ et γ) peuvent varier selon les résultats obtenus après les tirs de calibration.

4. Validation de l'algorithme

L'algorithme d'inversion modifié est validé en utilisant un jeu de données synthétiques créées par l'algorithme de tracé de rai de Giroux *et al.* (2013) dans le cas 2D. L'incertitude de localisation des hypocentres dans le monitoring microsismique est due aux erreurs des pointés des temps d'arrivées, le modèle de vitesse, la géométrie source-récepteur et les limites des algorithmes de traitement (Maxwell, 2009, Warpinski, 2009). L'estimation du modèle de vitesse par des tirs de calibrage dont les positions des sources sont connues est devenu une partie essentielle de la surveillance microsismique (Bardainne *et al.*, 2010). En effet dans le problème de localisation des événements microsismique, le but est d'obtenir une position à faible incertitude qui correspond à la moindre erreur entre le modèle calculé et le model réel. Dans la validation qui suit, des données de calibrage synthétiques seront générées, en plus des données correspondant aux événements à relocaliser.

4.1 Présentation et cadre géographique du projet

Le secteur d'étude est situé sur la base militaire de Valcartier à environ 40 km au nord-ouest de la ville de Québec. La zone d'étude est localisée dans la province géologique de Grenville qui représente une ceinture de roches métamorphiques contenant de grands massifs de roches intrusives. La variation topographique du secteur d'étude est soupçonnée d'avoir un impact non négligeable sur la localisation des points d'impacts des munitions non explosées en surface. À l'exception d'une zone plus marécageuse à l'intérieur de la zone d'impact plus proche de la station STN-3, les dépôts meubles en surface sont en général de faible épaisseur, ce qui est susceptible de générer des signaux sismiques de plus forte amplitude, le mort-terrain ayant pour effet d'atténuer les ondes sismiques.

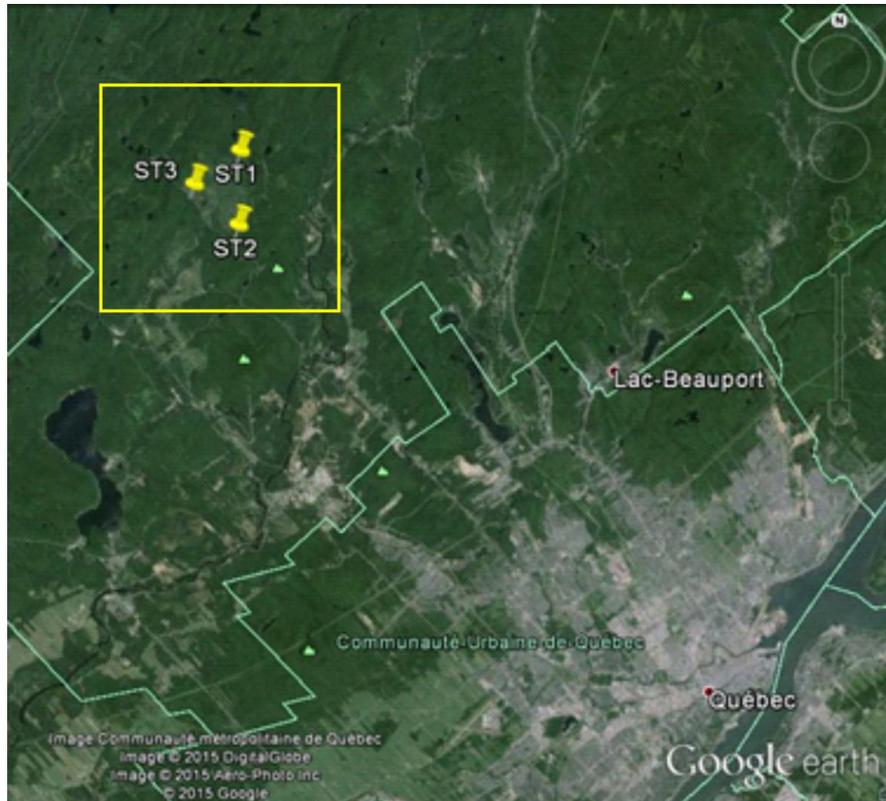


Figure 4.1. Localisation du secteur d'étude.

4.2 Le système de monitoring par microsismique passive

Afin de détecter et localiser les munitions non explosées, un système de surveillance de la sismicité a été installé dans le secteur (Figure 4.1). Le système microsismique comporte les équipements suivants :

- 3 stations Paladin (24-bit, 6 canaux, 120 dB, échantillonnage jusqu'à 20kHz, alimentation AC/DC, GPS avec antenne et batterie interne de 8 heure, chaque station est connectée à un géophone triaxial et trois géophones uni axiaux.
- 9 géophones uni axiaux de type G1-1.1-1.0 15 Hz.
- 3 géophones triaxiaux de type G3-1.1-2.0 15 HZ.
- 1 logiciel HSS Standard – traitement et visualisation de base.
- 1 HNAS – système d'acquisition réseau Hypérion.

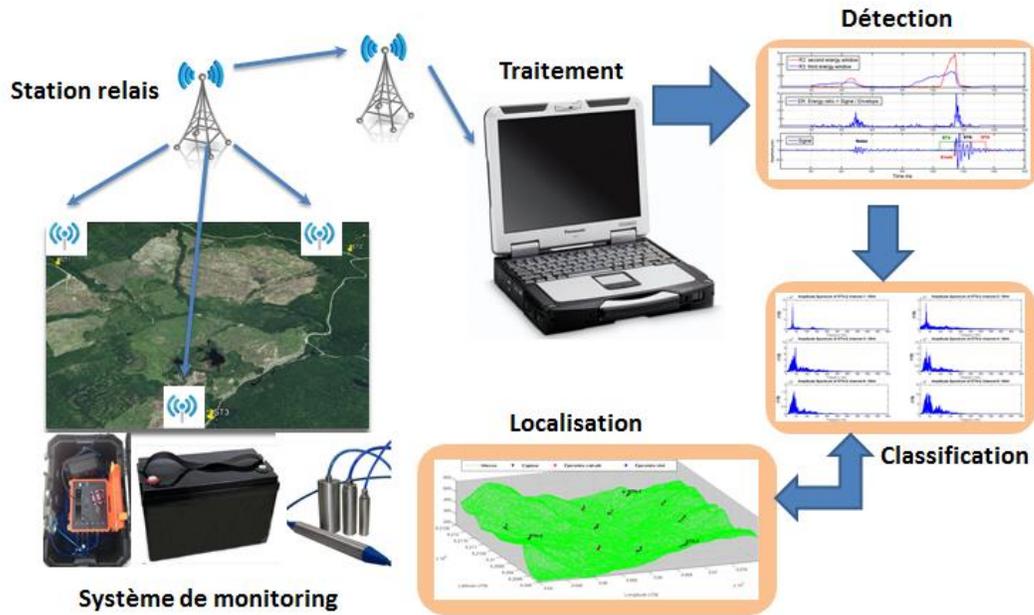


Figure 4.2. Le système de monitoring par microsismique passive pour détecter, classifier et localiser les munitions non explosées (UXO) en temps réel dans le champ de tir de Valcartier (Impact Liri).

L'alimentation du système est assurée par des panneaux solaires. L'acquisition du signal est en mode continu. Suite à l'analyse du signal enregistré à l'automne nous avons diminué la fréquence d'échantillonnage de 1000 Hz à 500 Hz.

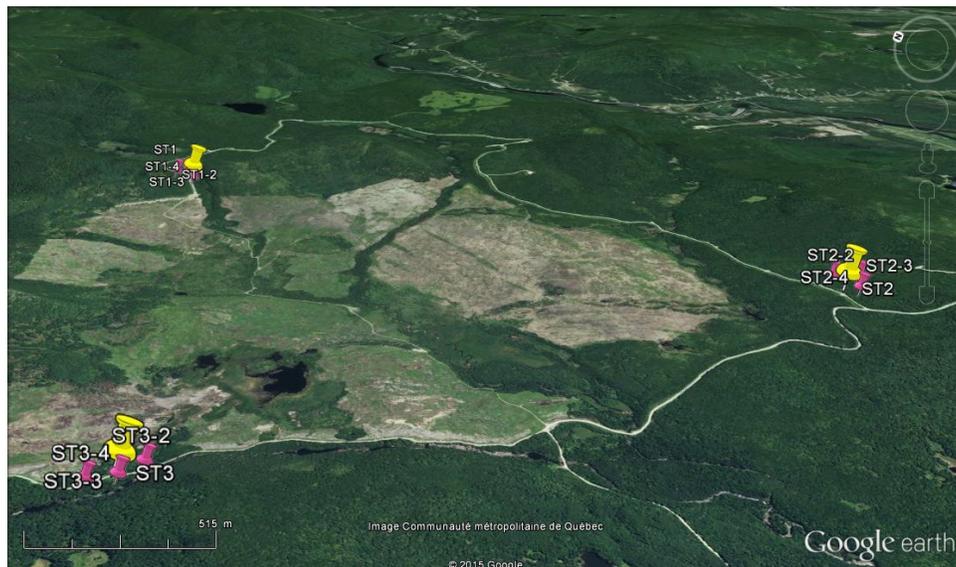


Figure 4.3. Configuration triangulaire des trois stations autour de la zone d'impact.

Ce système ait été déployé à l'automne 2012 en installant les stations sismiques. À l'automne 2014, des tours de communication ont été érigées à chacune des stations pour installer des bornes Wi-Fi qui permettront de créer un réseau pour télécharger les données à un ordinateur sans devoir accéder physiquement aux stations. Au moment de rédiger ce mémoire, ce système n'était cependant pas encore opérationnel, et les données étaient sauvegardées sur des clés USB.

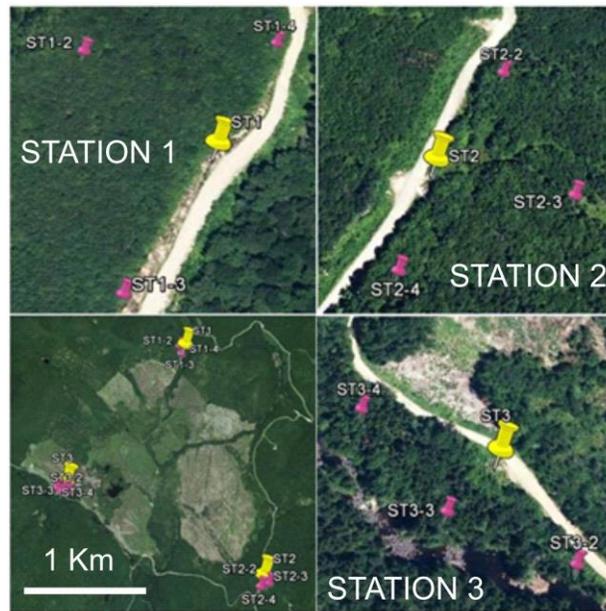


Figure 4.4. Positions des capteurs (triaxial en jaune et uni-axial en rose) autour de chaque station.

Des sonomètres ont été installés à la fin du mois d'Aout 2014 pour discriminer la signature acoustique des détonations. Chaque sonomètre, synchronisé avec un GPS, permet d'enregistrer le signal sous le format de série temporelle sur un disque externe.

Tableau 2 : Les noms des stations et leurs capteurs.

Stations	STN-1	STN-2	STN-3
Capteur 3C	ST1-1	ST2-1	ST3-1
Capteurs uni-axiaux	ST1-2 (Nord), ST1-3 (Ouest), ST1-4 (Est)	ST2-2 (Nord), ST2-3 (Est), ST2-4 (Sud)	ST3-2 (Est), ST3-3 (Sud), ST3-4 (Ouest)

4.3 Création des données synthétiques

Afin de tester l'efficacité de l'algorithme détaillé précédemment nous avons choisi de faire un essai sur des données synthétiques tout en ajoutant une quantité de bruit de façon modérée (3%, 8% et 15 %) sur les temps d'arrivées calculés. Les données synthétiques sont les temps d'arrivée des ondes de surfaces générés par notre routine de tracé de rai sur la grille de notre secteur d'étude et suivant la même configuration de capteurs. Nous avons choisi un modèle de vitesse avec une zone à faible vitesse au milieu du secteur (Figure 4.5). Les positions des épicentres sont choisies de façon aléatoire mais dans la zone limitée par les capteurs (champs de tir). Par l'intermédiaire de la routine de tracé de rai, on calcule les temps de trajet de l'onde de surface depuis les épicentres vers les capteurs selon le modèle de vitesse choisi.

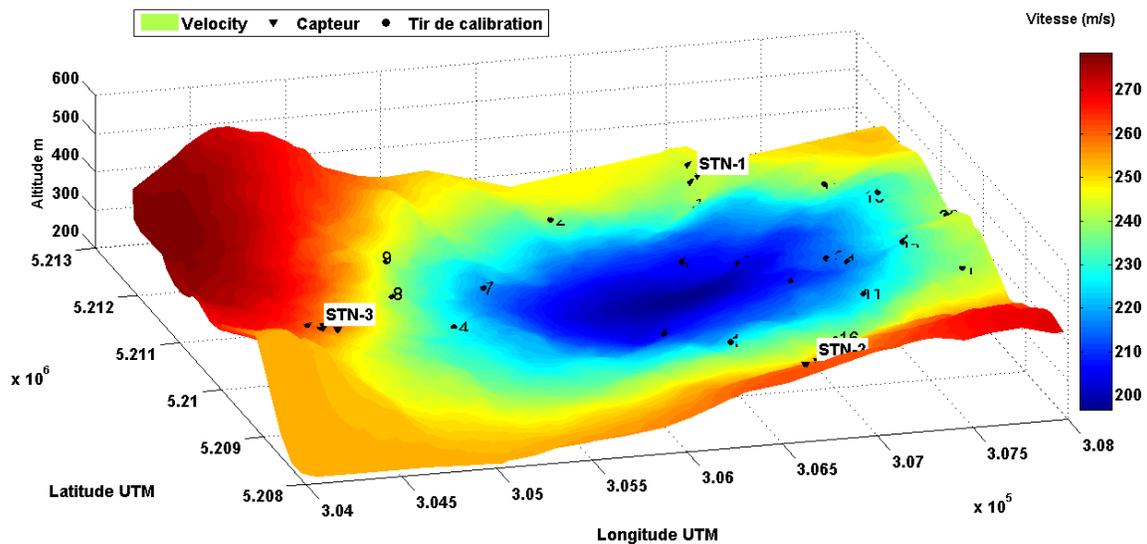


Figure 4.5. Le modèle de vitesse synthétique (une zone à faible vitesse à l'intérieur du secteur qui augmente progressivement vers l'extérieur) et les positions des tirs de calibration.

4.4 Localisation des épicentres synthétiques

Avec des tirs de contrôle connus dans le temps et l'espace, on peut éliminer le terme d'incertitude sur l'hypocentre et il ne reste que le terme de vitesse et les corrections statiques à évaluer. Alors on pourra inverser juste le terme des dérivées partielles (la matrice \mathbf{M} dans l'équation pour estimer un modèle de vitesse précis (avec un résidu

minimum et le plus proche de la géologie du secteur). Comme on a l'information a priori que le modèle de vitesse avec lequel on a généré les temps d'arrivées est lisse, nous allons procéder l'inversion avec un facteur lagrangien λ élevé. Dans l'inversion des temps d'arrivées il n'y a pas de position qui prédit parfaitement tous les temps d'arrivées, alors on cherche la position qui prouve les mieux prédictions (Lay *et al.*, 1995).

4.4.1 Calcul du modèle de vitesse initial

Le modèle de vitesse initial utilisé dans l'inversion joue un grand rôle dans la convergence de l'algorithme. Généralement, plus le modèle de départ se rapproche du modèle réel plus l'algorithme converge bien vers les vraies solutions. Avec un modèle de départ loin de la réalité, la convergence est difficile à atteindre même si la méthode d'inversion est robuste. Pour cela, une information (nature du terrain, vitesse des ondes de surface dans la zone d'étude...) doit être connue a priori pour choisir convenablement le modèle de départ dans l'inversion. Dans ce travail on propose une méthode simple pour calculer un modèle de vitesse de départ en se basant sur les temps d'arrivées.

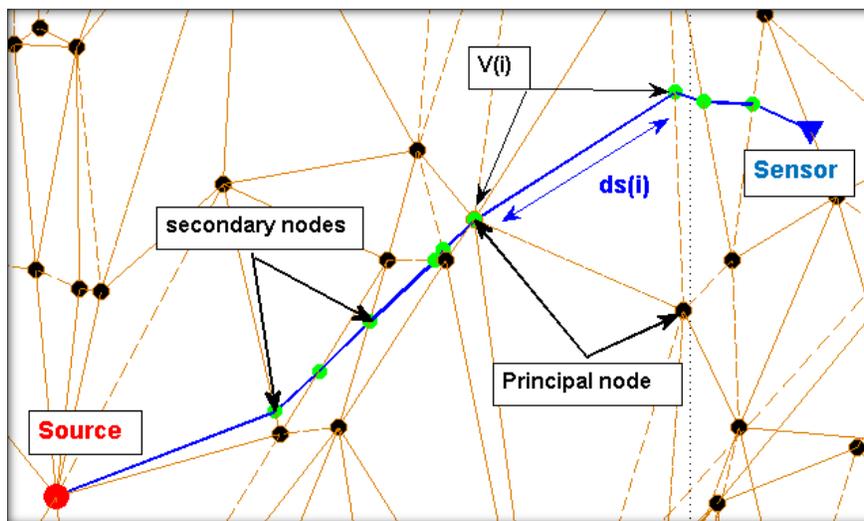


Figure 4.6. Représentation du trajet de rai le long d'une surface a maillage rectangulaire irrégulière.

Le trajet de l'onde de surface depuis la source (épicentre) jusqu'au récepteur (Figure 4.6) est composé par des petits segments mis bout à bout selon le principe de Fermat. Une valeur de vitesse est assignée à chaque segment du trajet dans son point milieu.

On peut rajouter le terme correction statique dans l'équation ($T_k^i = \tau^i + \int_i^k \mu ds$ (2.23) et on écrit notre système sous la forme suivante :

$$D_s L + S_c = T_T$$

où D_s est la matrice des longueurs des petits segments "ds" assignées pour chaque nœud des triangles coupées par le rais, L est le vecteur de lenteur (slowness) correspondant à chaque nœud et T_T le vecteur de temps de trajet et S_c est la correction statique pour un capteur.

Supposant que le premier segment "ds" coupe le triangle composé des nœuds suivants [1 3 4], alors pour chaque nœud on calcule par l'inverse de la distance (entre le nœud et le milieu du segment qui coupe le triangle) la pondération "ds" appropriée. Les nœuds non touchés par le rai ont la valeur 0. Pour une première arrivée TT_1 dans une grille à n nœuds, l'équation précédente devient :

$$\begin{bmatrix} ds_{11} & 0 & ds_{13} & ds_{14} & 0 & ds_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ ds_{m1} & \dots & \dots & \dots & \dots & ds_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Sc_1 \\ \vdots \\ Sc_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{T1} \\ \vdots \\ T_{Tm} \end{bmatrix}$$

où m est le nombre des temps d'arrivées.

On peut rajouter le vecteur de correction statique en dessous du vecteur de lenteur et on assigne des valeurs 1 à leur position dans la matrice D_s . Alors le terme L devient le vecteur de lenteur et des corrections statiques.

$$\begin{bmatrix} ds_{11} & 0 & ds_{13} & ds_{14} & 0 & ds_{1n} & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ ds_{m1} & \dots & \dots & \dots & \dots & ds_{mn} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ \vdots \\ l_n \\ Sc_1 \\ \vdots \\ Sc_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{T1} \\ \vdots \\ T_{Tm} \end{bmatrix}$$

Notre système est sous déterminé car le nombre d'équations est inférieur au nombre d'inconnues (le vecteur de lenteur et correction statique). On peut résoudre ce système par moindres carrés en appliquant une contrainte de régularisation exprimée par une matrice spécifique. Comme notre but est de déterminer les vitesses aux nœuds tout en tenant compte du facteur de lissage, on peut exprimer ce facteur par une matrice qui

relie l'ordre des nœuds à la variation spatiale de vitesse. L'objectif est d'obtenir un modèle de vitesse avec une variation de vitesse lisse, alors la différence de vitesse entre chaque nœud de la grille et les nœuds qui l'entourent dans chaque cellule (assemblage de triangles dans un seul nœud (Figure 3.5)) doit être minimale. On cherche à minimiser l'expression suivante :

$$\mathbf{D}_R \mathbf{L} = \min$$

Les nœuds dans le maillage sont ordonnées de 1 à n. \mathbf{D}_R est la matrice de régularisation (l'ordre de chaque ligne contient juste les valeurs 1 pour les nœuds qui entourent le nœud ayant l'ordre de la ligne).

Supposant que le nœud numéro 1 est entouré par 6 nœuds différents, pour la ligne numéro 1 de \mathbf{D}_R , seul les colonnes correspondant aux numéros de ces 6 nœuds ont la valeur 1, la colonne numéro 1 a la somme (c'est-à-dire six) multiplié par -1, et le reste des colonnes dans la ligne ont la valeur zéro. Notre système devient :

$$(\mathbf{D}_S^T \mathbf{D}_S + \alpha \mathbf{D}_R^T \mathbf{D}_R) \mathbf{L} = \mathbf{D}_S^T \mathbf{T}_T \quad (4.1)$$

et le modèle de vitesse initial est donc obtenu par

$$\mathbf{L} = (\mathbf{D}_S^T \mathbf{D}_S + \alpha \mathbf{D}_R^T \mathbf{D}_R)^{-1} \mathbf{D}_S^T \mathbf{D}_R \quad (4.2)$$

où α est le paramètre de régularisation dans l'inversion et prend généralement la valeur du rapport des normes euclidienne de $\mathbf{D}_S^T \mathbf{D}_S$ sur $\mathbf{D}_R^T \mathbf{D}_R$ ou par simple calcul SVD de la matrice \mathbf{D}_S on peut calculer les valeurs optimaux de α .

4.4.2 Estimation du modèle de vitesse

Une fois les temps d'arrivées pointés avec une bonne précision, on passe à l'étape d'inversion pour localiser les sources de ces arrivées. Cette étape est basée sur l'algorithme expliqué en annexe et qui consiste à modéliser numériquement la propagation des ondes de surface depuis les lieux de détonation jusqu'au capteur. Une routine de tracé de rai a été développée par Giroux (2013) pour calculer les temps d'arrivée sur des modèles à maillage triangulaire et qui tient compte de la topographie.

L'estimation repose sur une inversion par contrainte puisque le problème est mal posé car le système des équations est sous-déterminé. La meilleure solution est de régulariser la matrice des données tout en ajustant correctement le facteur des

contraintes. Pour obtenir un modèle de vitesse raisonnable il faut que les valeurs de vitesse dans les nœuds restent dans une fourchette prédéfinie par un maximum et minimum tout en respectant une distribution plus au moins conforme avec la géologie du site d'étude.

Plus le maillage est fin plus le nombre des nœuds est grand, donc on se rapproche plus de la topographie réelles mais on a plus d'inconnus dans notre systèmes.

Nous avons procédé à l'inversion avec 20 tirs de contrôle synthétiques dont on connaît les coordonnées (t_0, x_0, y_0, z_0) avec un maillage fin de 7000 nœuds et un facteur de lissage λ un peu élevé (supérieur à 10), pour avoir le modèle le plus lisse possible. Plus le modèle obtenu est lisse, plus la somme des résidus (RMSE) entre les temps d'arrivées observés et calculés est grande.

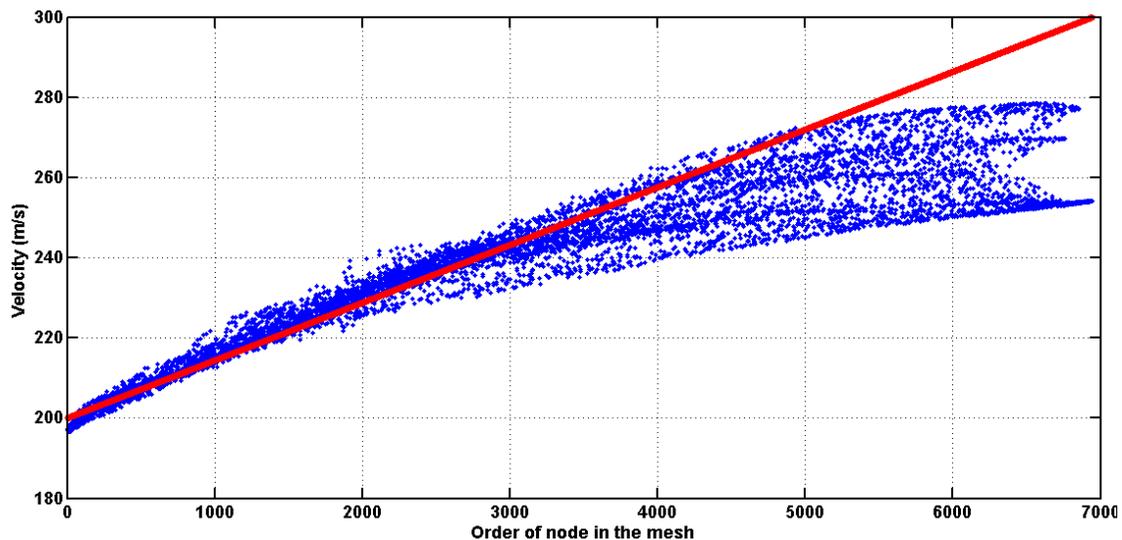


Figure 4.7. Comparaison entre le modèle de vitesse synthétique (rouge) et le modèle obtenu par inversion (en bleu).

La distribution spatiale de vitesse du modèle obtenue (Figure 4.7) avec un résidu de 1.5 ms est conforme avec le modèle synthétique réel. En effet la zone à faible vitesse à l'intérieur du secteur (Figure 4.8) est bien estimée, cependant les bordures du maillage en dehors de la zone limitée par les stations sont mal estimées. Cette mauvaise estimation est expliquée par la faible couverture rai-station car tous les hypocentres de calibration sont localisés à l'intérieur du secteur.

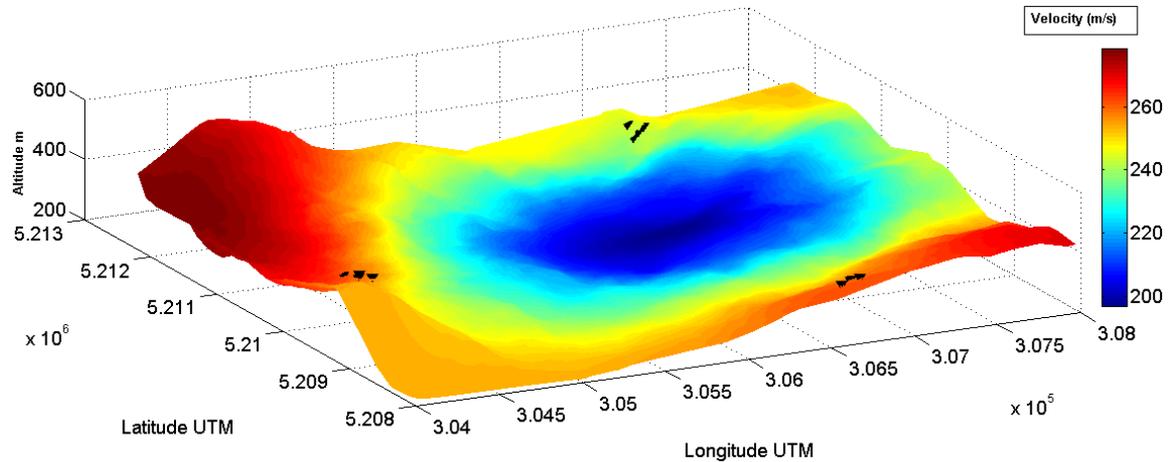


Figure 4.8. Modèle de vitesse obtenue après l'inversion. RMSE=0.0015 s.

4.4.3 Relocalisation des épicentres synthétiques

- **Propriétés de la grille utilisée dans l'inversion**

La surface du secteur d'étude est d'environ 4 km² avec une topographie irrégulière. Le maillage triangulaire de la surface de terrain est à haute résolution : les nœuds utilisés dans la grille sont denses et coïncident bien la topographie réelle d'un point de vue qualitatif. La grille utilisée est composée de 13 817 triangles formés par 7000 nœuds. La surface moyenne d'un triangle est égale à 290 m².

- **Inversion des temps d'arrivées en appliquant 3 % de bruit gaussien**

Avant d'entamer l'inversion un bruit gaussien modéré est ajouté à tous les temps d'arrivées. Dans l'inversion, l'épicentre initial est situé au centre du secteur d'étude pour toutes les sources. Après quelques itération le résidu s'affaiblit progressivement et les épicentres se rapprochent vers leurs positions vraies (x_0 , y_0 , z_0) ainsi que leur temps d'origine t_0 . Dans le cas où l'épicentre est situé dans une zone à vitesse mal estimée, le résidu est un peu élevé par rapport aux autres positions.

La Figure 4.9 montre la représentation des épicentres réels (en bleu) et calculés (en rouge) qui coïncident bien entre eux. En effet le décalage varie de 2 m à 70 m avec une moyenne de 15 m sur 20 évènements.

La différence entre les temps d'origine réels et calculés (Figure 4.11) varie de 25 à 250 ms avec une moyenne de 70 ms sur 20 évènements. La somme des résidus varie de 8 ms à 80 ms avec une moyenne de 20 ms sur 20 évènements. Au cours de

l'inversion, le terme de correction appliqué sur l'hypocentre peut s'annuler en retombant dans des minimums locaux, c'est pour cela qu'on doit régulariser la matrice des hypocentres H (de dimension $[12 \times 4]$) surdéterminée par l'ajout d'une matrice de Tikhonov avant l'inversion.

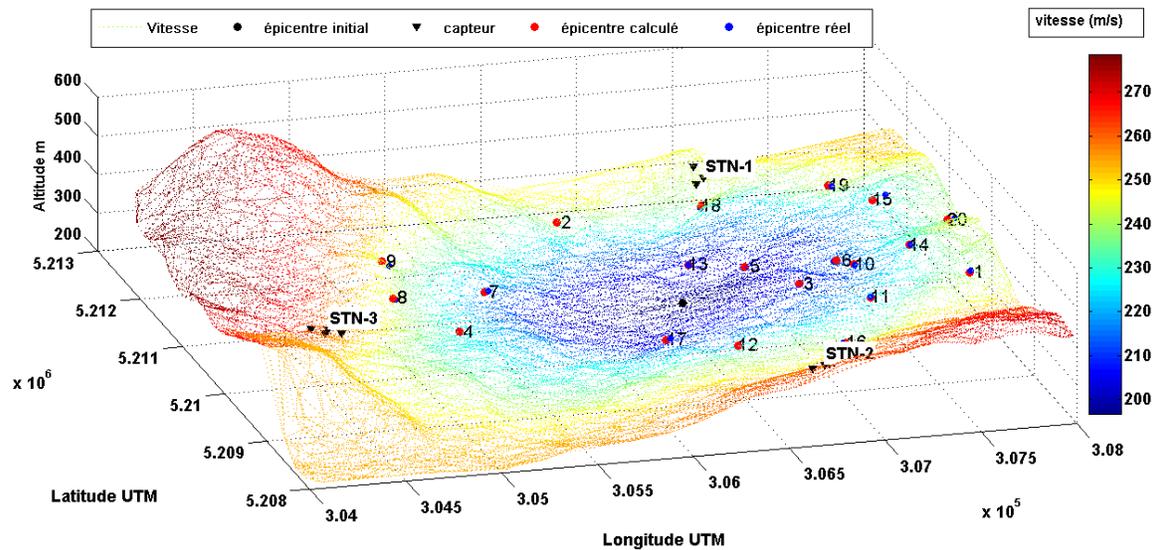


Figure 4.9. Représentation des épicentres (selon l'ordre de 1 à 20) calculés (en rouge) et observés (en bleu) après l'inversion (3% de bruit), l'épicentre de départ (cercle noir) est au centre du secteur.

Le terme de correction sur l'hypocentre Δh change la position du point de départ en fonction des valeurs de vecteurs résidus dans chaque itération. Souvent la nouvelle position est à l'extérieur de la grille (décalée verticalement par rapport à la surface topographique du terrain), alors on repositionne cette nouvelle position en appliquant une projection verticale selon l'axe Z sur la grille.

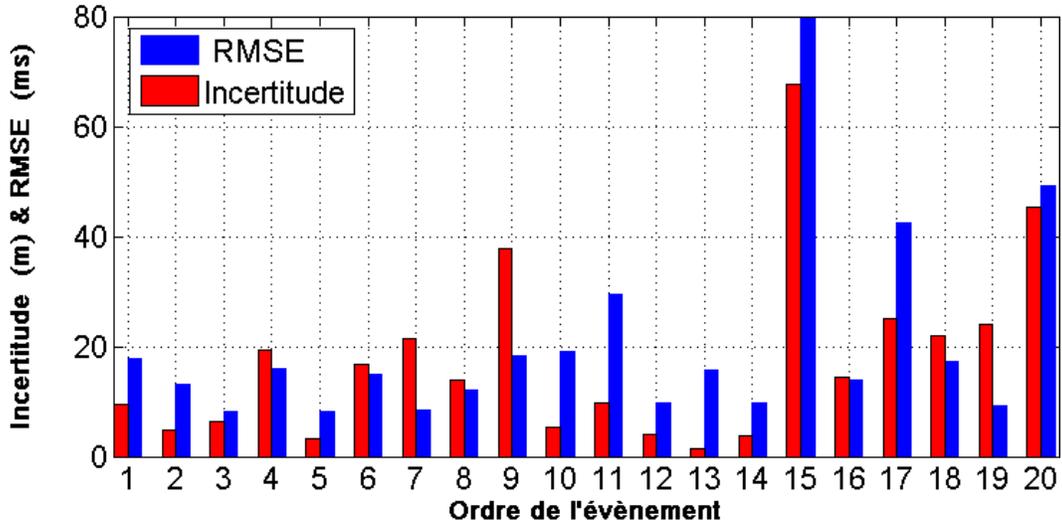


Figure 4.10. Distance entre les hypocentres calculés et réels (3 à 5% bruit) (en rouge) et la somme des résidus correspondant à chaque évènement (en bleu).

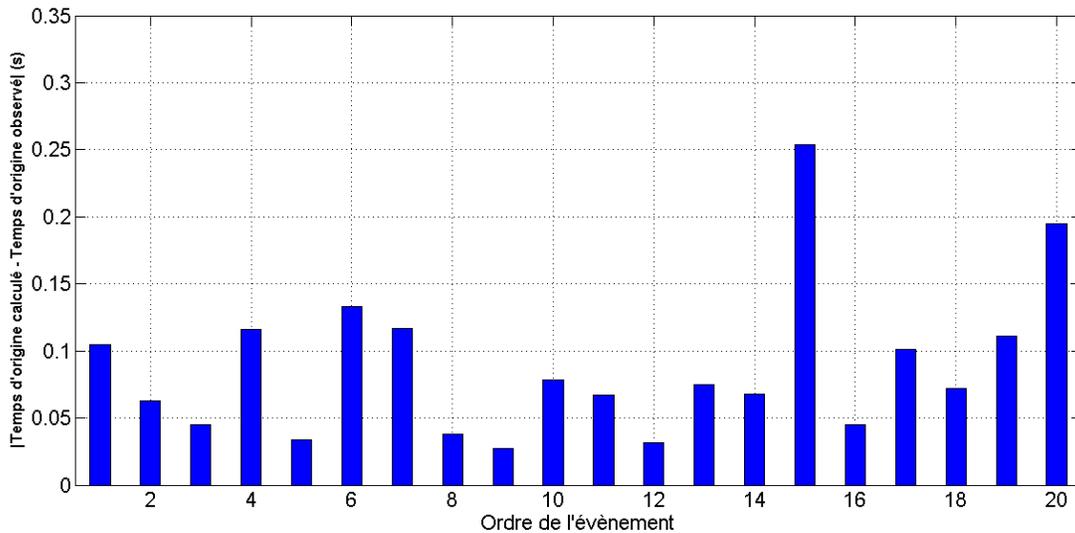


Figure 4.11. Différence entre temps d'origine calculé et observé.

- **Calcul de l'incertitude**

Comme il a été mentionné précédemment, la précision de la localisation des hypocentres des événements microsismiques dépend de la précision du modèle de vitesse estimé, de la géométrie du réseau, et de l'incertitude des pointées des temps d'arrivée (Peters *et al.*, 1972). Les sources d'erreur peuvent être classées en deux types d'erreurs : aléatoires et systématiques (Billings *et al.*, 1994). L'erreur aléatoire est

principalement induite par l'incertitude des temps d'arrivée et l'erreur systématique est induite par la différence entre le modèle de vitesse estimé et réel (Chen, 2006).

Dans la partie localisation des sources, on vise à minimiser le résidu entre temps d'arrivée observé et calculé tout en ajoutant un terme de correction sur l'épicentre à chaque itération. Le système surdéterminé a la forme suivante :

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \frac{\partial t_1}{\partial x_0} & \frac{\partial t_1}{\partial y_0} & \frac{\partial t_1}{\partial z_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{1} & \frac{\partial t_m}{\partial x_0} & \frac{\partial t_m}{\partial y_0} & \frac{\partial t_m}{\partial z_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta t_0 \\ \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \end{bmatrix}$$

où r_i est le vecteur résidu du i^{e} épicentre qui est égal à la matrice des dérivées des temps d'arrivée \mathbf{H} par rapport à l'épicentre multiplié par le vecteur de correction sur l'épicentre $\Delta \mathbf{h}$. La solution est déterminée par moindres carrés dans laquelle on minimise la différence (entre les deux termes du système précédent) au carré.

Pour exprimer l'erreur de localisation des épicentres, on applique la théorie de Flinn (1965). Pour une position calculée $\theta_e (\mathbf{t}_{0e}, \mathbf{x}_e, \mathbf{y}_e, \mathbf{z}_e)$, on peut déterminer les positions probables autour d'elle pour un intervalle de confiance donné en se référant sur le résidu associé à la position calculée. En effet, les coordonnées des positions probables $\theta_p (\mathbf{t}_{0p}, \mathbf{x}_p, \mathbf{y}_p, \mathbf{z}_p)$ sont situées dans l'ellipsoïde de confiance définie par l'intervalle de confiance $p\%$ pour la position calculée. Selon Flinn (1965) pour un coefficient de confiance donné k_p , les positions calculées θ_e et probables θ_p doivent satisfaire la condition suivante :

$$(\theta_p - \theta_e)^T \mathbf{Q} (\theta_p - \theta_e) \leq k_p^2,$$

Avec $\mathbf{Q} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}$ la matrice de covariance, et k_p est le coefficient de confiance égal à

$$k_p^2 = 4s^2 \mathcal{F}(p, 4, N - 4).$$

La variance s^2 est calculée à partir de l'erreur des pointées des temps d'arrivées (σ^2) (Chen, 2006), soit :

$$s^2 = \frac{1}{N-4} (\sum_{i=1}^N w_i r_i)^2$$

avec N le nombre des stations, w_i le facteur de pondération (inverse de distance entre source et récepteur) et r_i le résidu de la i^{e} arrivée, et \mathcal{F} est la distribution de degré de liberté dans l'intervalle de confiance donné $p\%$.

Par décomposition SVD on calcule les valeurs propres (γ_i) de \mathbf{Q} . L'expression des dimensions des semi-axes de l'ellipsoïde de confiance est la suivante :

$$R_i^{semi} = \sqrt{\gamma_i s^2} \sqrt{2\mathcal{F}(p, 4, N - 4)}$$

où R_i^{semi} est la dimension de l'axe de l'ellipsoïde de confiance.

La Figure 4.12 montre les incertitudes estimées avec la méthode de Flinn (en vert) et réelles (en rouge) pour les 20 épïcêtres localisés. On observe que presque la majorité des positions sont incluses dans l'ellipsoïde de confiance. Les dimensions de l'ellipse de confiance dépendent de la précision du modèle de vitesse et de l'incertitude du pointé des évènements ainsi que la position initial de l'épïcêtre de départ.

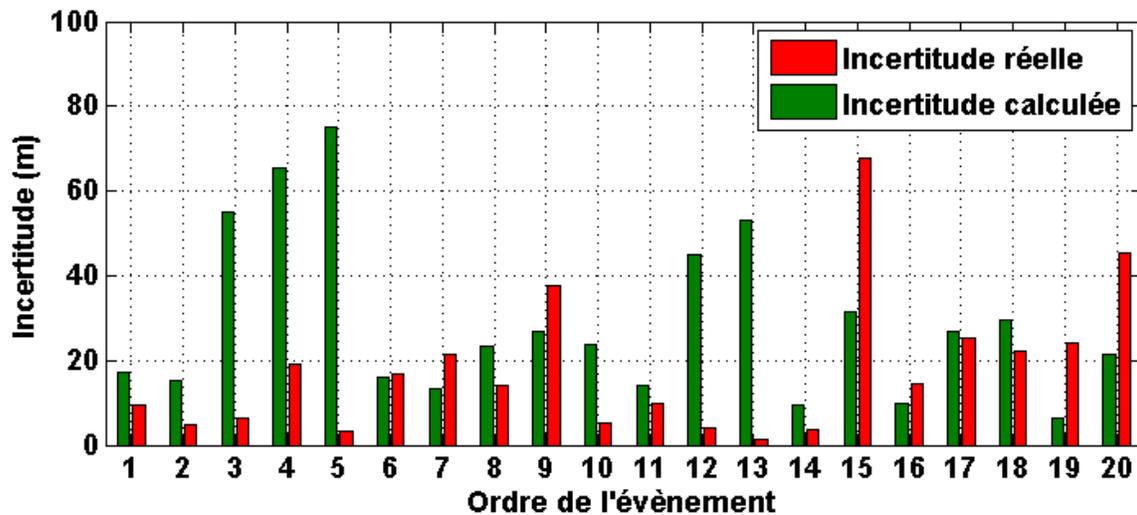


Figure 4.12. Incertitude réelle et calculée (axe long de l'ellipse) dans le cas de 3% bruit.

- Inversion des temps d'arrivées en appliquant 8 % de bruit

Les résultats de l'inversion des données synthétiques dans le cas de 8 % de bruit sont présentés dans la Figure 4.13.

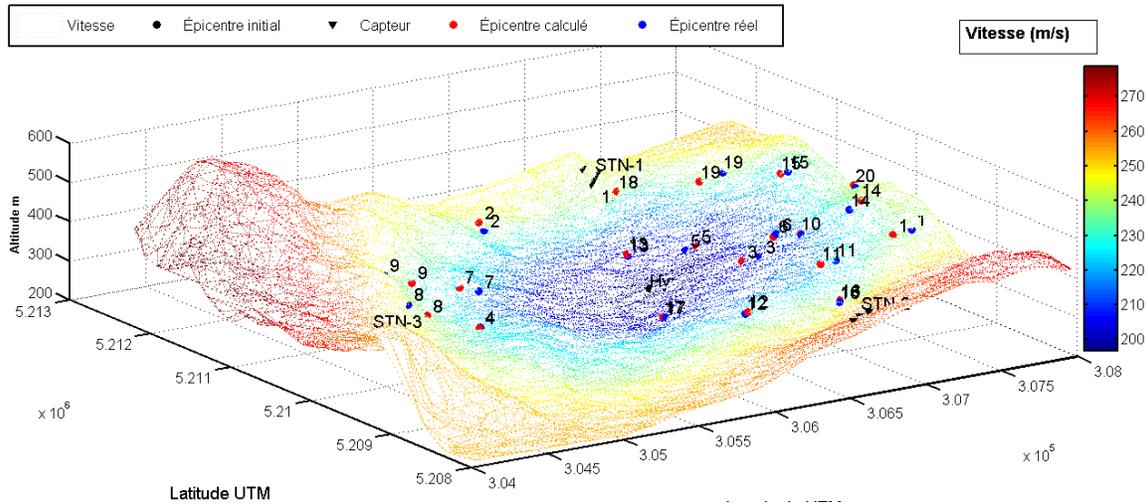


Figure 4.13. Représentation des hypocentres (selon l'ordre de 1 à 20) calculés (en rouge) et observés (en bleu) après l'inversion (jusqu' à 8% de bruit), l'hypocentre de départ (cercle noir) est au centre du secteur.

La distance entre épocentre calculé et réel (Figure 4.14) varie de 10 m à 160 m avec une moyenne de 50 m sur 20 évènements. La Figure 4.14 montre que la plupart des positions réelles sont situées à l'intérieur de l'ellipsoïde de confiance.

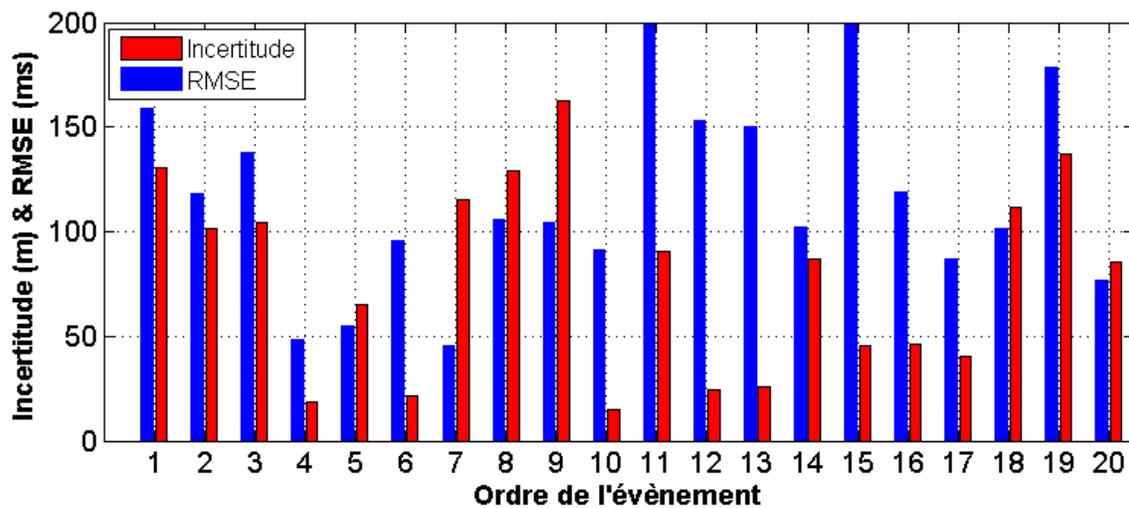


Figure 4.14. Distance entre les hypocentres calculé et réels (8 % bruit) (en rouge) et la somme des résidus correspond à chaque évènement (en bleu).

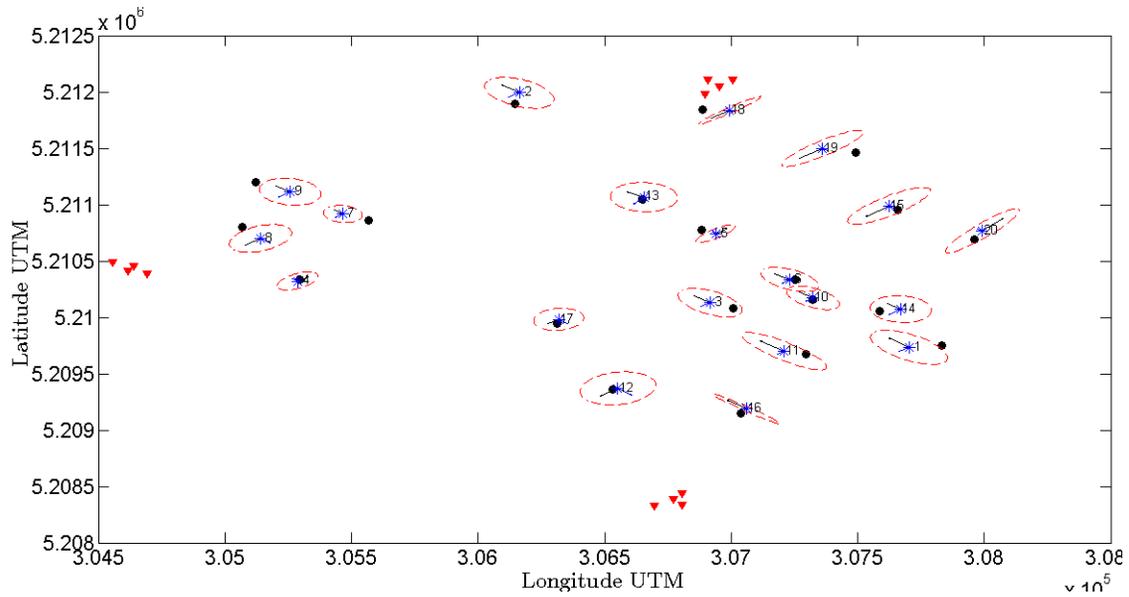


Figure 4.15. Représentation de l'incertitude (ellipsoïde de confiance en rouge) sur chaque position calculée (en bleu) avec les positions réelles (en noir) dans le cas de 8% de bruit.

- **Inversion des temps d'arrivées en appliquant 15 % de bruit**

L'inversion des données synthétiques en appliquant 15 % de bruit sur les temps d'arrivées montre un décalage spatial de 3 à 300 m entre les positions réelles et les positions calculées avec une incertitude moyenne de 100 m Figure 4.16. Ces résultats montrent que la partie localisation est très sensible à la partie détection des arrivées, en effet une quantité de 15 % de bruit entraîne un fort biais sur la localisation des positions.

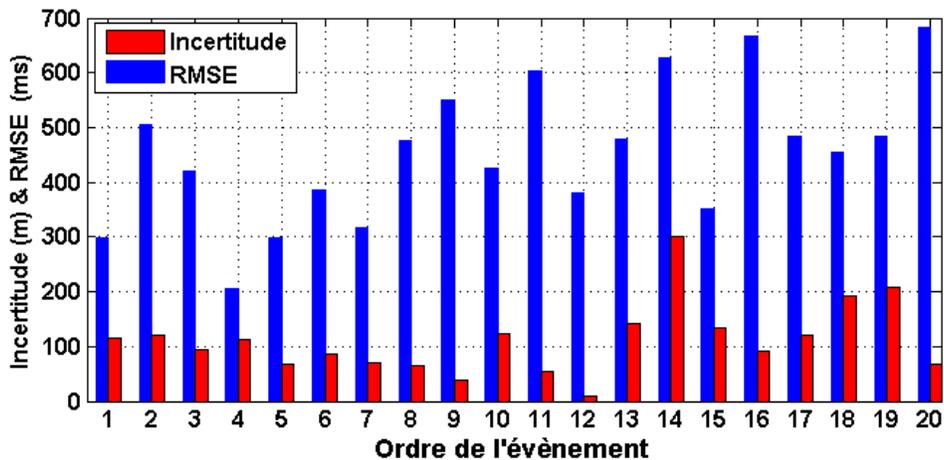


Figure 4.16. Distance entre les hypocentres calculés et réels (15% bruit) (en bleu) et la somme des résidus correspond à chaque évènement (en vert).

- **Effet du type de maillage et du nombre de station**

Afin de voir l'effet du nombre de station sur l'incertitude de localisation des épicentres nous avons choisi de rajouter une autre station (1 capteur triaxial et 3 capteurs uni-axiaux) et de comparer les résultats obtenus. La position de la quatrième station a été choisie à côté de la station de relais qui est la plus proche aux champs de tir des obus 105 mm. Dans les tests suivants, un bruit de 3% est ajouté aux données synthétiques.

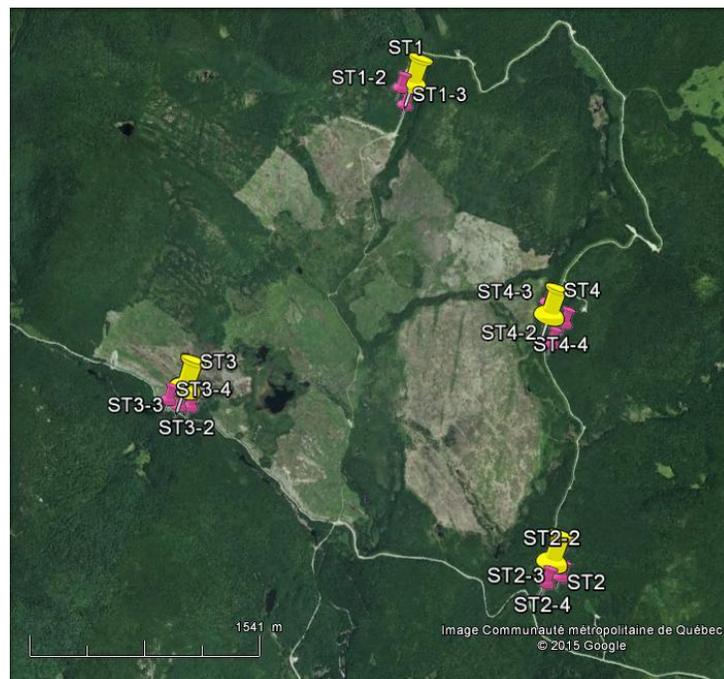


Figure 4.17. Position choisie de la station 4 STN- 4.

L'inversion avec 16 capteurs montre une moyenne de 12,82 m d'erreur sur la localisation (Figure 4.18) pour 10 événements avec une grille fine. Cependant, pour les mêmes données l'inversion avec 12 capteurs montre une moyenne de 14 m d'erreur (Figure 4.19). On peut conclure que l'ajout d'une station à 4 capteurs améliore la précision de localisation de 2 m en moyenne avec les données synthétiques, aussi bien cette station (STN-4) améliore bien l'incertitude sur la détection des arrivées dans le cas réel.

La comparaison des résultats obtenues en utilisant 2 grilles, l'une à maillage fin (7000 nœuds) et l'autre à maillage grossier (4000 nœuds) montre que plus le maillage est fin meilleure est la précision. En effet, pour une grille fine (Figure 4.19) la moyenne d'erreur

sur la position est de 14 m par contre 56 m dans le cas à maillage grossier en appliquant 3% de bruit sur les données synthétiques et avec 12 stations.

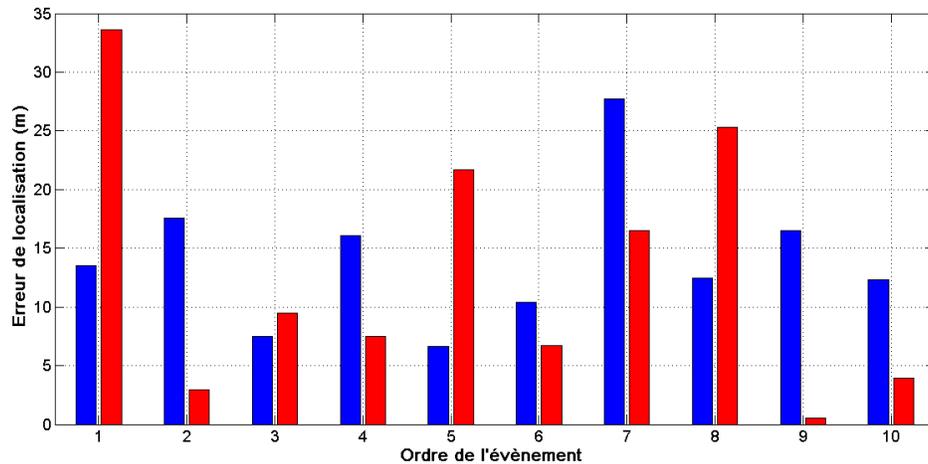


Figure 4.18. Comparaison entre l'erreur de localisation dans le cas de 4 stations (rouge) et 3 stations (bleu)

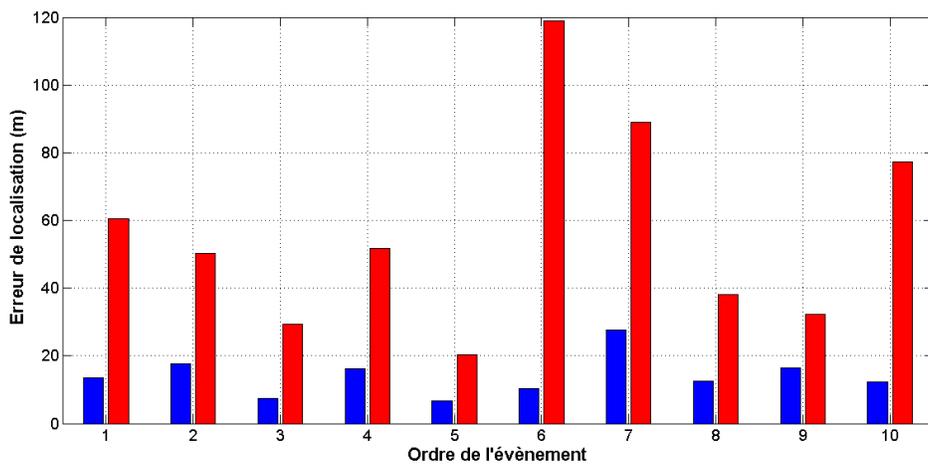


Figure 4.19. Comparaison entre l'erreur de localisation pour une grille fine (bleu) et grossière (rouge).

4.5 Discussion

Les résultats obtenus sur des données synthétiques montre que l'approche choisie est applicable et que la localisation des sources serait faisable avec les ondes de surface par l'intermédiaire de la routine de tracé de rai utilisée. L'algorithme converge bien vers la vraie solution lorsque le bruit est faible, même avec une position initiale loin de

l'épicentre réel. En effet, sous des conditions de bruit faible (3%) il est possible de localiser les sources avec une erreur moyenne de 15 m et d'attendre parfois 1 à 2 m d'erreur. Ces résultats sont très encourageants surtout qu'une erreur de 2 à 3 m est généralement acceptable dans la localisation des munitions non explosées. Cependant sous un bruit fort (15 %) l'erreur atteint les valeurs de 200 m ce qui traduit une sensibilité importante de la partie localisation au temps d'arrivées détectées. On note aussi qu'il est préférable de procéder l'inversion avec un maillage très fin car il se rapproche au maximum à la réalité du terrain. Finalement, il est préférable d'accroître le nombre de capteur d'enregistrement pour obtenir une meilleure précision sur la localisation des épicentres. Les résultats avec quatre stations montrent bien la réduction de l'incertitude sur la localisation des épicentres.

5. Détection et localisation des épacentres des munitions non explosées

Nous présentons dans ce chapitre un principe qui pourra être utilisé pour discriminer entre une munition explosée et non explosée ainsi que l'analyse du bruit ambiant dans le secteur d'étude et enfin les résultats de l'essai des tirs de calibration réalisée en Mai 2015. Dans le cas réel, une partie des données correspondront au temps d'arrivée des ondes sismiques créées par l'impact des munitions non explosées, observées dans le signal. Alors des efforts importants devront être déployés pour trouver un critère de discrimination efficace, qui permette de détecter les non-détonations des munitions tout en évitant les résultats faussement positifs.

5.1 La discrimination entre munition explosée et non explosée

Une piste à suivre pour discriminer le signal des munitions au moment de l'impact est celle de la quantité d'énergie libérée et de sa signature spectrale. En effet, le couplage entre les signatures acoustiques et sismiques observées dans le signal enregistré peut nous renseigner sur l'état de la munition au moment du contact avec le sol. Il est à noter que dans ce mémoire on désigne par signal acoustique l'onde sonore se propageant dans l'air, alors que le signal sismique désigne les ondes P, S ou de Rayleigh. Lors de l'explosion d'un obus, une onde sismique (P, S ou R) se propage depuis le point d'impact vers le capteur. Une onde sonore va aussi être créée, dont la vitesse est la célérité du son dans l'air (330 m/s). Notons bien que la différence entre le temps d'arrivée des différents types d'ondes au capteur varie selon la vitesse des ondes sismiques ainsi que de la température (la vitesse du son dans l'air varie en fonction de la température).

L'analyse des réponses acoustiques et sismiques permettra d'établir des critères de discrimination sismique-acoustiques pour surveiller en temps quasi-réel les caractéristiques de l'explosion de la munition, le niveau de la détonation et l'emplacement (Anderson *et al.*, 2006). Dans le cas où la munition n'explose pas, le point d'impact subit un choc élastique entre une masse et la surface de la terre, et une onde sismique va se créer et voyager vers le capteur. Par contre, l'onde sonore sera très faible en comparaison au cas où la détonation se produit. Parfois la munition subit

une détonation partielle et l'onde sonore prend naissance, mais son amplitude maximale dans le signal sera inférieure à celle produite par une détonation complète. L'approche utilisée pour donner un ordre à l'explosion peut alors être basé sur le rapport des énergies enregistrées entre la phase sonore et la phase sismique (VanDeMark *et al.*, 2009). En appliquant l'approche des rapports inter-spectraux des phases, on distingue trois ordres : détonation complète, détonation partielle et non détonation (VanDeMark *et al.*, 2013).

- Détonation complète: l'amplitude de l'onde sonore est supérieure à celle de l'onde sismique, et le rapport de phase onde sismique/onde sonore demeure inférieur à 1.
- Détonation partielle : l'amplitude de l'onde sonore est comparable à celle de l'onde sismique et le rapport inter-spectral est supérieur à 1.
- Non détonée: absence de l'onde sonore avec une faible énergie de l'onde sismique.

Les valeurs des rapports nécessitent une calibration sur site pour bien classer les ordres des impacts.

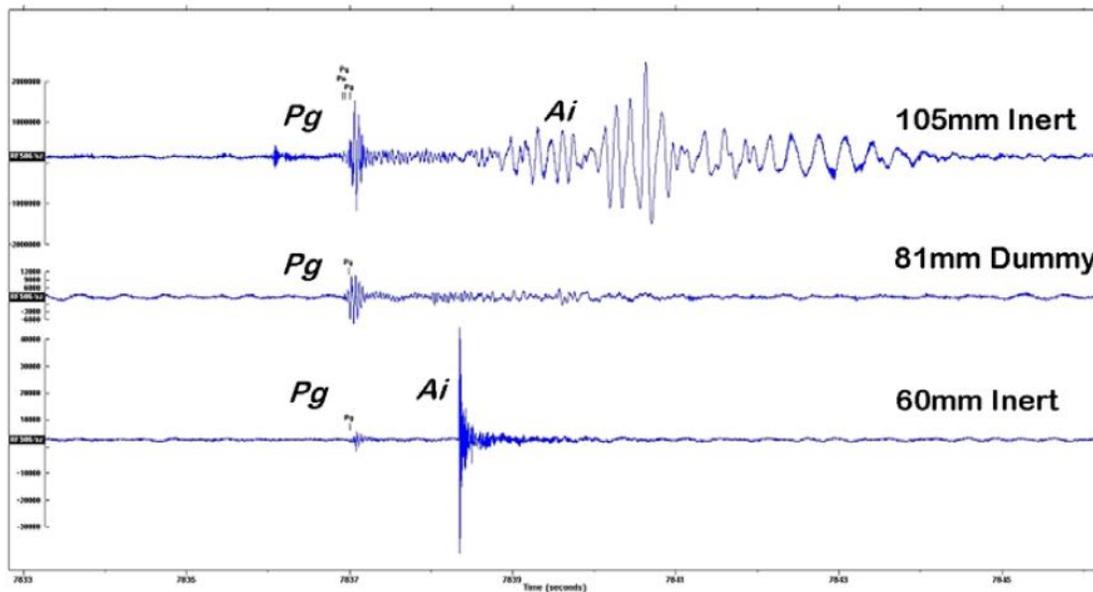


Figure 5.1. Les signatures sismiques (Pg) et acoustiques (Ai) enregistrées des tirs d'obus (inertes et mortes) pour différents calibres (105mm, 81mm et 60mm) (VanDeMark *et al.*, 2009).

Une munition morte possède les mêmes caractéristiques qu'une munition normale, à la différence que son ogive ne contient pas d'explosifs, elle est très représentative d'un UXO. Au contraire, une munition inerte (ou d'entraînement) porte une petite charge (*flash bang*) dont l'explosion peut être considérée équivalente à une détonation partielle (VanDeMark *et al.*, 2009).

5.2 Analyse de bruit ambiant et qualité du signal

L'installation des équipements dans la base militaire de Valcartier a été terminée complètement au début du mois d'aout 2014, et un essai de tirs de calibration a eu lieu à la fin du mois de septembre 2014. Malheureusement cet essai a été peu fructueux car les temps d'origine des tirs de calibration ont été pris manuellement et non pas synchronisé avec une horloge GPS. Un deuxième essai a été fait pendant le mois de Mai 2015, et cette fois les positions et le temps d'origine ont été détectés par une caméra haute résolution synchronisée par GPS. Nous avons essayé d'analyser les données recueillies pendant cet essai pour estimer le seuil de détectabilité d'une part et pour avoir une idée sur le signal sismique et acoustique d'autre part.

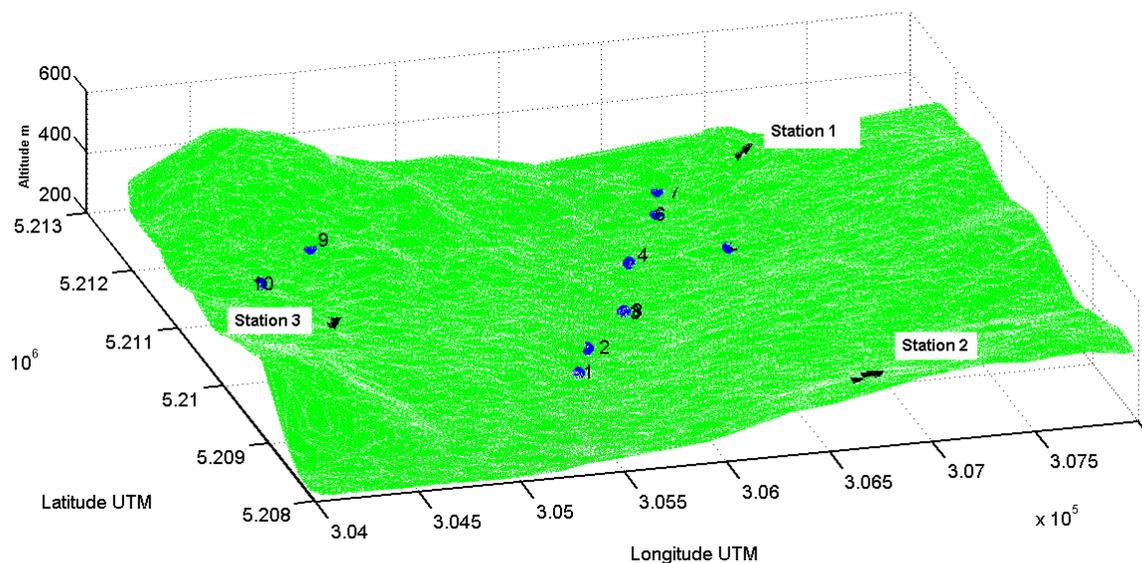


Figure 5.2. Positions des tirs de calibration (13-05-2015) ordonnées (de 1 à 10) selon le temps d'explosion, les positions 3 et 8 sont très proches.

Avant d'analyser le signal acquis au cours des essais de tir, une analyse du bruit ambiant lors des journées sans tirs et activités militaires dans la zone d'impact est obligatoire. Cette analyse est nécessaire pour s'assurer que les obus explosés génèrent des réponses sismiques et acoustiques au-delà du bruit ambiant qui règne dans le secteur. Cette évaluation consiste essentiellement à calculer les spectres d'amplitude pendant les journées sans tirs.

D'après nos informations, les journées d'accès au terrain pour récupérer les données d'enregistrement sont des journées "off". Alors les signaux sont analysés pour connaître la variation du bruit ambiant dans le secteur et pour identifier les sources de bruit probables qui peuvent biaiser le signal. Suivant la méthode de McNamara *et al.* (2004), les spectres d'amplitude sont calculés pendant une période de temps où aucun tir n'a été effectué. Dans notre cas, les spectres d'amplitude sont calculés pour des séries de 60 secondes disponibles sur toute la journée. Pour obtenir l'enveloppe du bruit sismique ambiant on calcule la moyenne sur les spectres calculés avec toutes les séries disponibles, puis on extrait le spectre médian et le 5^e et 95^e percentile.

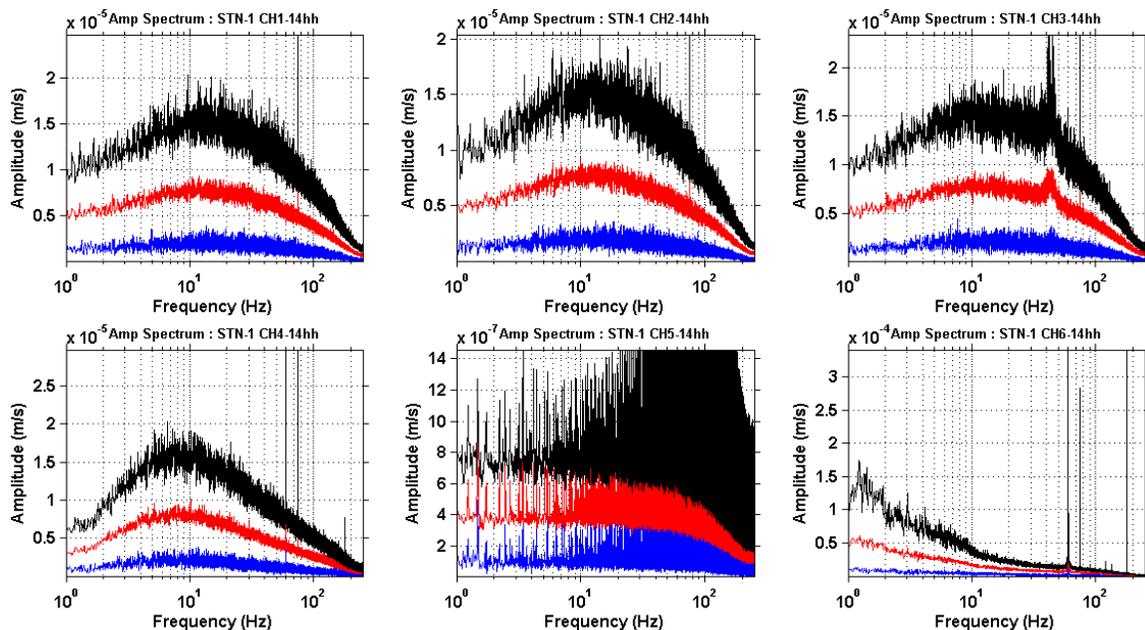


Figure 5.3. Spectres d'amplitude calculés aux six géophones de la Station 1 : le spectre médian (rouge), et les 5^e et 95^e percentiles (bleu et noir) calculés sur les séries temporelles de 60 secondes acquises le 31 octobre 2014.

Les spectres de la figure précédente montrent un bruit identique aux trois composantes du géophone triaxial à l'exception de la composante latérale du premier capteur influencée par un pic entre 30 et 40 Hz. On observe moins de bruit entre 1 et 10 Hz au géophone 4, ce qui est possiblement expliqué par un meilleur couplage avec le terrain (sol très consolidé et compact par rapport aux autres géophones). On note que le géophone 5 est dysfonctionnel. Le spectre du bruit du géophone 6 est très affecté par le pic 60 Hz.

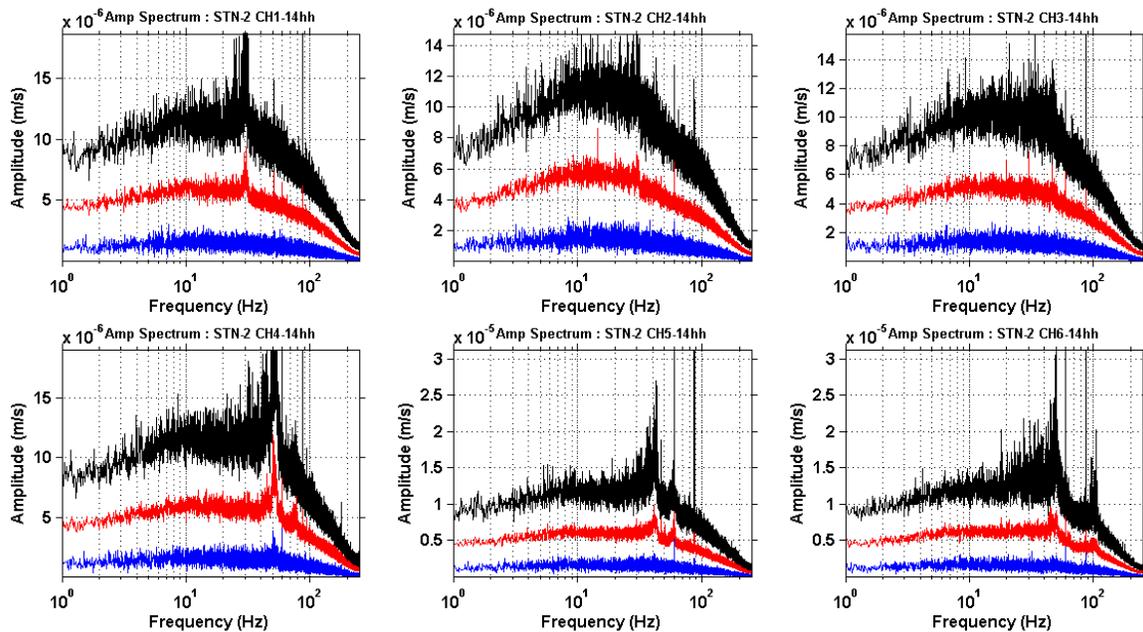


Figure 5.4. Spectres d'amplitude calculés aux 6 géophones de la Station 2 : le spectre médian (rouge), et les 5^e et 95^e percentiles (bleu et noir) calculés sur les séries temporelles de 60 secondes acquises le 31 octobre 2014.

À la station 2, on observe un niveau de bruit similaire dans tous les capteurs avec quelques pics de 50 Hz et 60 Hz.

La station 3 est située à proximité d'une ligne de transmission électrique (60 Hz), les capteurs 4 et 6 sont dysfonctionnels.

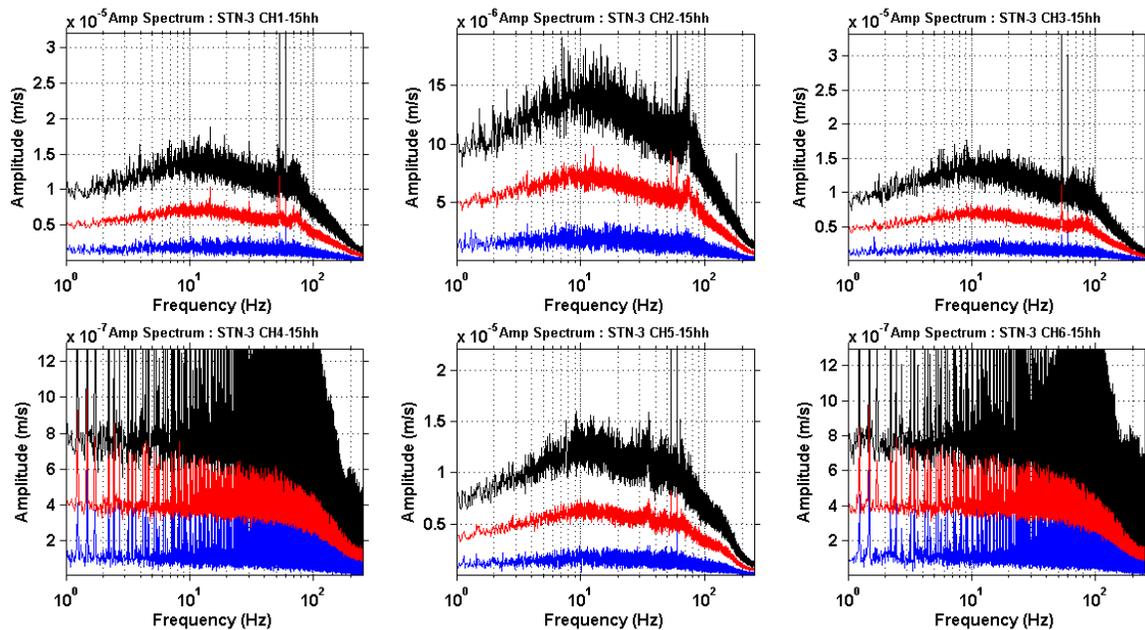


Figure 5.5. Spectres d'amplitude calculés aux 6 géophones de la Station 3 : le spectre médian (rouge), et les 5^e et 95^e percentiles (bleu et noir) calculés sur les séries temporelles de 60 secondes acquises le 31 octobre 2014.

La qualité du signal dépend fortement de l'activité sismique qui diffère d'un secteur à un autre, du type de monitoring (surface ou de profondeur), des conditions naturelles ambiantes qui règnent dans chaque secteur (activité humaine, météorologie, géologie du terrain, tectonique du secteur,...). Le bruit cohérent est défini comme étant toute énergie enregistrée à plusieurs reprises sur une ou plusieurs traces, à condition qu'il ne corresponde pas à une arrivée d'une onde P, S, ou, selon l'application, de Rayleigh (van der Baan *et al.*, 2013).

Plus le niveau du bruit ambiant est faible par rapport à la sismicité de la cible surveillée (fracturation hydraulique, dynamique de stockage de gaz, activité minière, impact de munition non explosée) meilleure est la qualité du signal. Cependant les caractéristiques techniques du système de monitoring (distance entre capteur-source, bande passante du géophone, fréquence d'échantillonnage, couplage géophone-terrain) ont aussi un effet non négligeable. Un capteur configuré pour enregistrer les signaux à haute fréquence ne peut détecter qu'une partie du signal d'un événement à basse fréquence. Dans ces cas on parle d'un signal tronqué et ce phénomène s'appelle la saturation de magnitude où les périodes dominantes du signal sont plus longues que la période de coupure passe bas du système d'enregistrement (Urbancic *et al.*, 2013). La saturation

se produit lorsque les plateaux du spectre d'amplitude à longue période tombent complètement en dehors de la largeur de bande d'enregistrement propre du géophone (Viegas *et al.*, 2012). Dans notre système de monitoring la fréquence des géophone est de 15 Hz.

Afin de mieux caractériser notre signal cible, la phase sismique et la phase acoustique des signatures de détonation, nous avons appliqué une transformée de Stockwell (S-Transform) sur chaque phase pour observer le signal dans le domaine temps-fréquence. La transformée en S est représentée sous forme de distribution temps-fréquence d'un signal, cet opérateur est une généralisation de la transformée de Fourier à court-terme. Ainsi, la transformée en S a été définie comme un procédé pour calculer le spectre local d'une série temporelle, à l'aide d'une fenêtre mobile gaussienne (Pinnegar *et al.*, 2004).

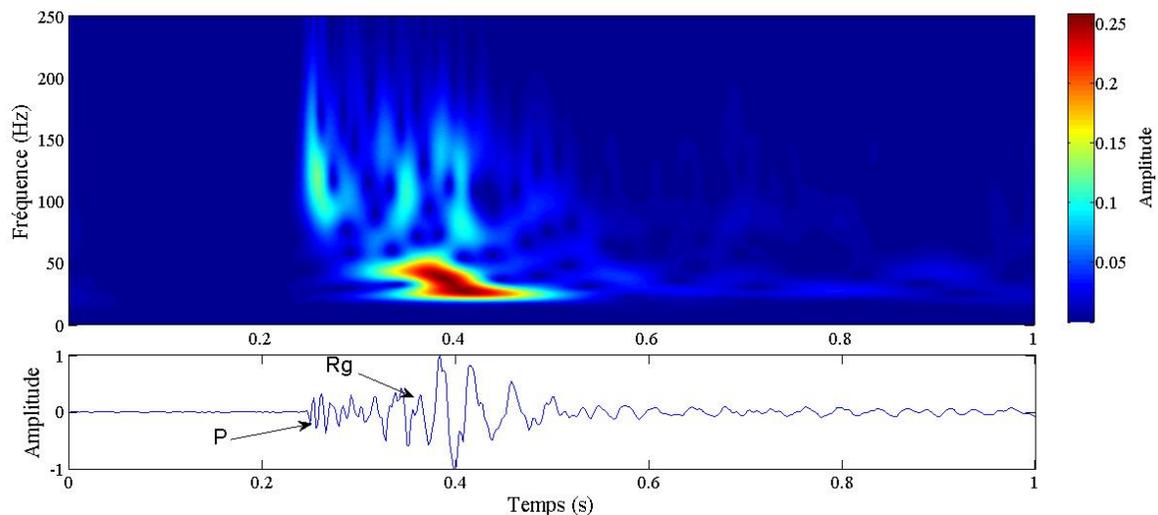


Figure 5.6. La transformée de Stockwell de la phase sismique pour le tir de calibration #7 (12 blocs) au niveau de la station 1.

La distribution temps fréquence du signal de la phase sismique (Figure 5.6) montre une gamme fréquentielle de 80 à 140 Hz pour l'onde P et une gamme plus faible de 25 à 60 Hz pour l'onde de surface R_g beaucoup plus énergétique. Cependant le domaine fréquentielle de la phase acoustique s'étend de 30 à 70 Hz (Figure 5.7).

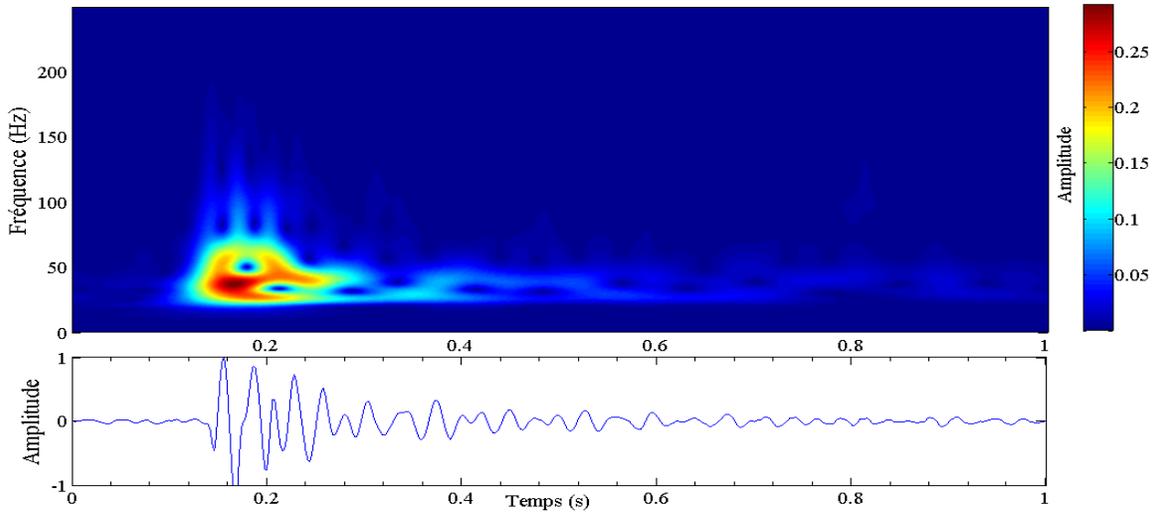


Figure 5.7. La transformée de Stockwell de la phase acoustique pour le tir de calibration #7 (12 blocs) au niveau de la station 1.

5.3 Analyse des données des tirs de calibration (Mai 2015)

Avant d'entamer la relocalisation des points d'impact des UXO dans le champ de tir, il faut premièrement analyser le signal enregistré et classer les types d'arrivées observées (phase sismique (P, S et R), phase acoustique et arrivées parasites). Au cours de cet essai, 16 charges (une fois 4 blocs et une fois 12 blocs de C4) ont été détonées à 10 positions (*cal-shots*) distinctes selon la configuration présentée à la Figure 5.2.

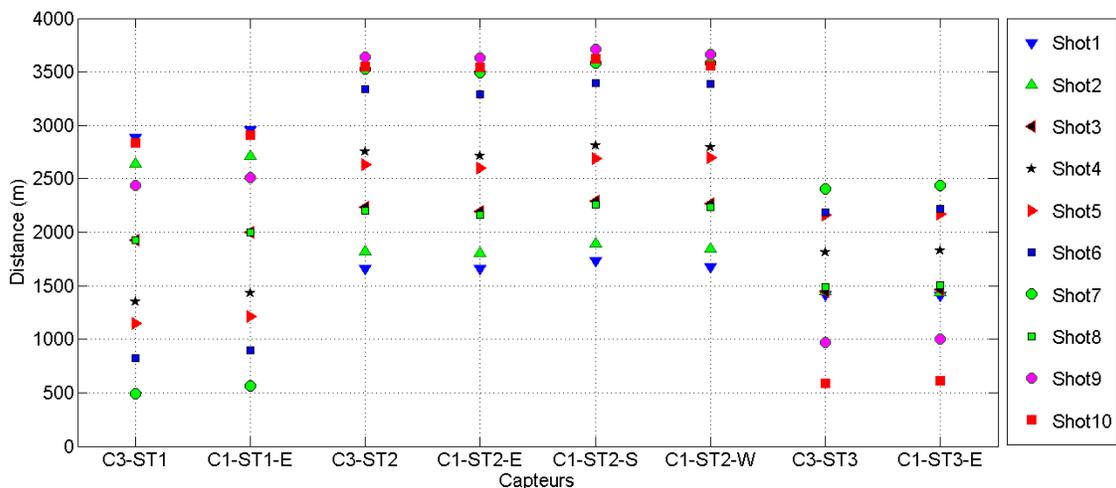


Figure 5.8. Distance entre les points de tirs de calibration et les capteurs (selon l'ordre).

Les positions choisies se répartissent sur des terrains moins consolidés (des sédiments quaternaires), des roches bien consolidés (rock) et des marécages. La distance entre les sources (positions d'explosions) et les capteurs varie de 500 m à 3700 m (Figure 5.8).

5.4 Classification des types d'arrivées

Une première évaluation des données enregistrées montre qu'une phase dont l'amplitude est bien distinguée, créée au moment de l'explosion, est généralement bien observable et détectée par tous les capteurs. Cette phase correspond à l'arrivée de l'onde sonore résultante de l'explosion des charges car l'examen des données du sonomètre montre une coïncidence entre le temps d'arrivée de cette phase et l'onde sonore de l'explosion. Malheureusement les séries temporelles sont difficiles à extraire depuis les données des sonomètres (format spécifique nécessite l'intervention d'un expert de l'entreprise fabriquant pour le convertir en série temporelle) pour comparer précisément les temps d'arrivées de l'onde sonore dans les sonomètres et dans le capteur sismique.

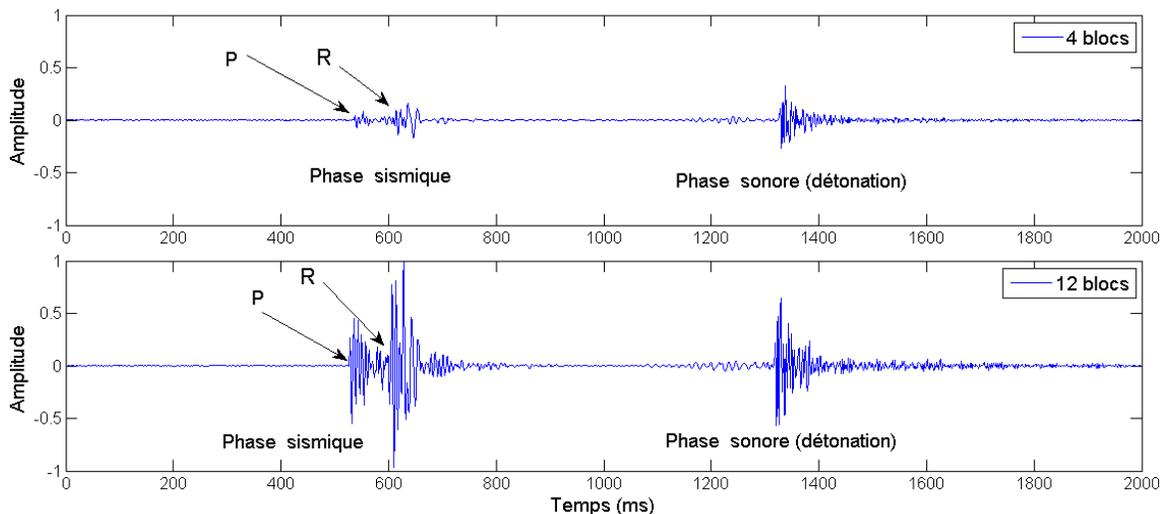


Figure 5.9. Comparaison entre le signal enregistré lors d'une explosion de 4 blocs de C4 et 12 blocs, l'amplitude dans les deux signaux est normalisée par l'amplitude maximale du signal de 12 blocs.

Au moment de l'explosion d'une charge à la surface du sol, deux types d'onde sont générés, l'onde sonore (acoustique) et l'onde sismique (P, S et R). La vitesse de l'onde sonore est constante dans l'air, alors que la vitesse de l'onde sismique dépend des

propriétés du terrain traversé. La vitesse de l'onde sonore peut s'écrire sous la forme d'une expression linéaire en fonction de la température :

$$V_T = (0.6 T) + 331.5$$

Dans le signal, la phase acoustique est toujours précédée par la phase sismique moins énergétique car la vitesse de propagation des ondes sismiques est beaucoup plus élevée que l'onde sonore (330 m/s).

5.4.1 Détection des arrivées sismiques

Dans le signal enregistré, la phase sismique contient généralement l'onde P, S et R. Selon VanDeMark *et al.* (2013), l'amplitude de l'onde de surface est relativement élevée par rapport à l'onde P directe et réfractée, et les ondes R sont suggérées être les premières analysées au cours de cette étude mais tout dépend du facteur d'atténuation du secteur d'étude. On note qu'on a pointé les arrivées en utilisant le signal brut sans l'application d'un filtre passe-bas car le rapport S/N est relativement bon, et on évite ainsi la distorsion possible du signal après filtrage.

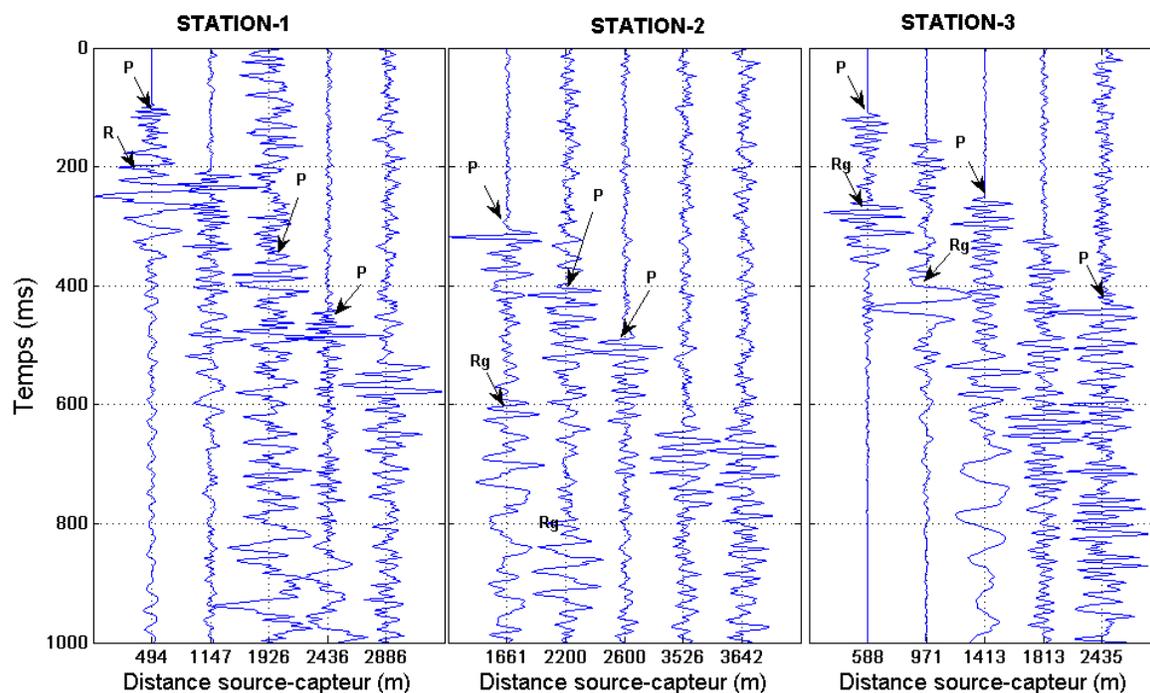


Figure 5.10. La phase sismique en fonction de la distance source-capteur pour les trois stations sismiques au cours de l'essai de calibration (Mai 2015).

Dans notre secteur, la variation de la topographie est relativement importante (variation d'altitude et présence de petites collines ainsi qu'une épaisse couverture végétale et un mort terrain hétérogène) alors l'effet d'atténuation risque d'être plus fort sur l'onde de surface. L'analyse des signaux pour les tirs de calibration montre en effet que les ondes de surface R_g s'atténuent rapidement dans notre secteur (Figure 4.1). La distance la plus faible (494 m) est entre le tir 7 et la station 1 et on observe bien la présence des ondes P et R_g . Par contre, à une distance supérieure à 2 km, le pointé de l'arrivée de l'onde de surface devient très difficile à cause d'un niveau élevé du bruit ambiant. L'onde S est complètement absente dans les signaux. De plus, les ondes de surface ne sont pas seulement difficile à pointer car leur première arrivée est contaminé par le bruit ambiant, mais aussi parce qu'elles ne sont pas détectées à tous les capteurs à cause de l'atténuation forte qu'elles subissent.

L'onde de surface n'étant pas détectée par tous les capteurs surtout dans le cas où la distance source est supérieure à 2 km, nous avons alors décidé de pointer la première arrivée sismique qui correspond à l'onde P directe. Ensuite la vitesse moyenne apparente est calculée pour chaque tir pour voir la variation de cette vitesse dans le secteur. Par la suite, l'inversion des temps d'arrivée de l'onde P est tentée avec notre algorithme pour voir l'incertitude sur les positions.

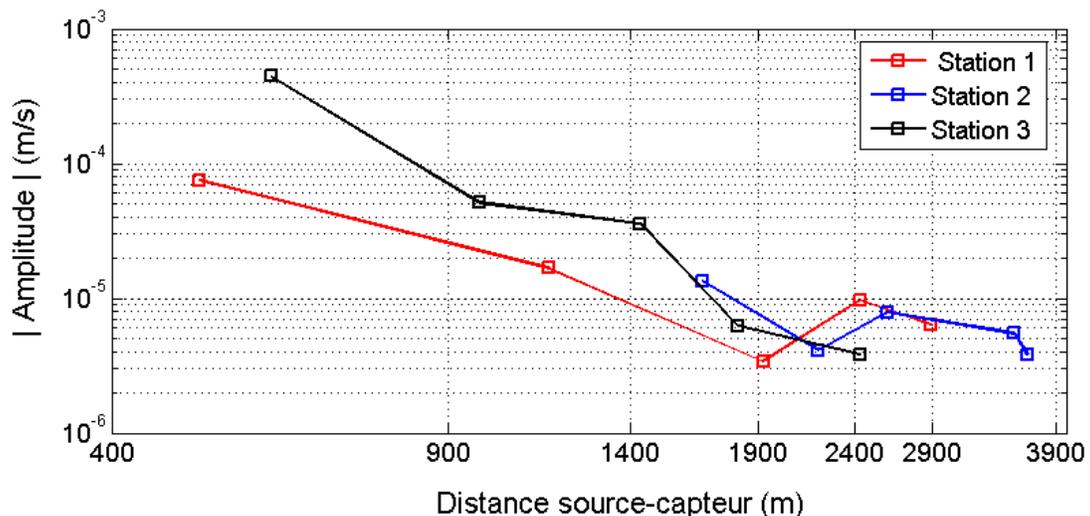


Figure 5.11. Variation de l'amplitude de l'onde P en fonction de la distance source capteur pour les tirs de 12 blocs.

De point de vue géologique, la nature de la première couche dans le secteur d'étude est du socle granitique qui affleure parfois ou qui sinon est couvert par le mort terrain et la

couverture végétale. Dans le cas où le sous-sol de notre secteur est une couche homogène et épaisse de roc, l'onde P directe serait la première à analyser car elle est présente dans le signal. D'après la Figure 5.11, l'atténuation de l'onde P en fonction de la distance n'est pas très importante alors on peut compter sur cette phase dans notre étude surtout que l'onde de surface R_g s'atténue rapidement dans le secteur.

La vitesse sismique apparente est calculée en divisant la distance entre le capteur et la source par la durée du trajet pour chaque tir de calibration. La vitesse sismique apparente de l'onde P directe varie de 5450 m/s à 5750 m/s (Figure 5.12) avec une moyenne de 5554 m/s. Il est clair que cette variation n'est pas très importante malgré la topographie et le mort terrain, ce qui confirme notre hypothèse que la première couche granitique qui affleure à côté de la station 1 et la station 3 s'étend sur la totalité du secteur.

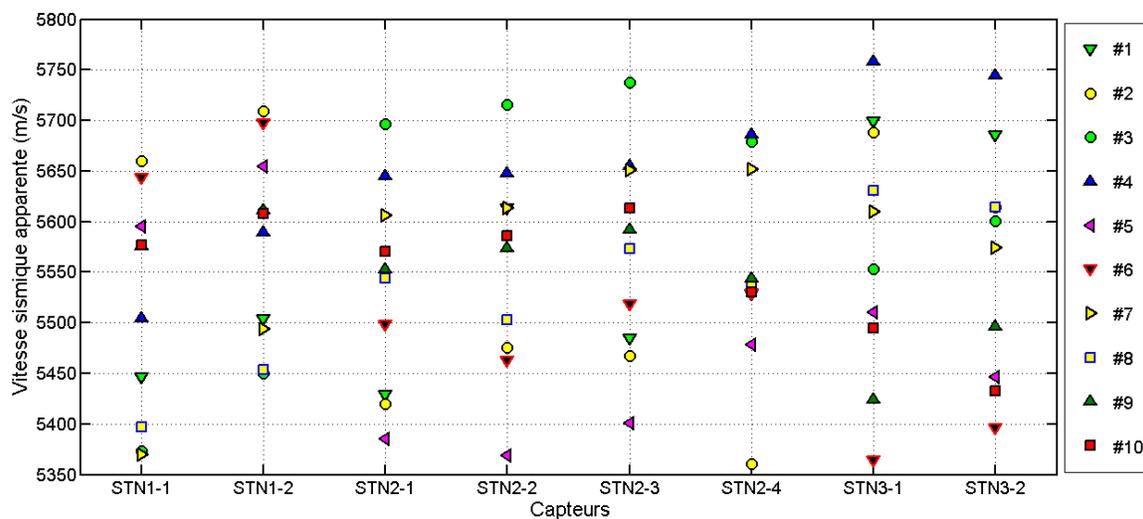


Figure 5.12. La vitesse apparente pour chaque tir (#1 à #10).

Ces résultats nous suggèrent de travailler avec les temps d'arrivées de l'onde P directe car leur pointé est précis et la variation de leur vitesse dans le secteur est faible.

5.4.2 Détection des arrivées acoustiques (sonores)

Les essais de validation de l'algorithme d'inversion ont été faits avec des positions de départ au milieu du secteur. Au fur et à mesure de l'inversion ces positions convergent vers les vraies positions, mais avec une incertitude variable. Comme la vitesse de l'onde

sonore est connue alors on peut démarrer l'inversion des arrivées sismiques avec des positions de départ localisées par l'inversion des arrivées sonores. Avec des hypocentres de départ proche des positions réelles, il est possible de réduire l'incertitude sur les positions. Cette approche pourrait s'appliquer dans le cas d'une explosion partielle des munitions car une onde sonore sera créée. Toutefois, nous avons appliqué cette approche pour relocaliser les tirs de calibration après le pointé de leurs arrivées sonores.

5.5 Localisation des épacentres : Inversion des arrivées sismiques

Une fois que nous avons pointé les arrivées sismiques générées par les tirs de calibration, on passe à l'estimation du modèle de vitesse sismique en se basant sur les positions connues dans le temps et dans l'espace. Par la suite, on tâchera de relocaliser les positions de ces tirs de calibration à l'aveugle en utilisant le modèle de vitesse obtenu, pour comparer les positions réelles et calculées.

5.5.1 Le pointé des arrivées sismiques

Le pointé des ondes P a été faite manuellement (Tableau 3) pour assurer une meilleure précision. On note aussi que les capteurs STN1-3, STN1-2, STN3-2, et STN3-4 ont montré un signal contenant uniquement un bruit de faible amplitude. L'analyse des signaux mesurés au cours de l'automne montre le même comportement. Il est fort probable que ces capteurs aient pu être endommagé (infiltration d'eau, câble abimé) au cours des deux dernières années.

Tableau 3 : Les temps d'arrivées pointés pour l'onde P.

Les temps d'arrivées : onde P (s : ms)					
Tirs de calibrations	#1	#2	#3	#4	#5
Temps d'origine	23,372	7,859	32,263	40,01	13,883
STN1-1	23,902	8,325	32,621	40,256	14,088
STN1-4	23,902	8,326	32,622	40,258	14,09
STN2-1	23,678	8,195	32,656	40,498	14,372
STN2-2	23,676	8,198	32,656	40,499	14,376

STN2-3	23,685	8,202	32,66	40,504	14,378
STN2-4	23,67	8,198	32,657	40,497	14,37
STN3-1	23,616	8,103	32,524	40,32	14,275
STN3-3	23,614	8,1	32,519	40,318	14,277
Tirs de calibrations	#6	#7	#8	#9	#10
Temps d'origine	14,608	24,149	18,973	50,144	22,959
STN1-1	14,754	24,232	19,33	50,581	23,468
STN1-4	14,758	24,234	19,332	50,583	23,47
STN2-1	15,215	24,778	19,371	50,8	23,596
STN2-2	15,22	24,78	19,375	50,804	23,602
STN2-3	15,22	24,78	19,376	50,805	23,601
STN2-4	15,216	24,778	19,372	50,8	23,597
STN3-1	15,016	24,578	19,238	50,303	23,056
STN3-3	15,014	24,581	19,236	50,301	23,057

5.5.2 Estimation du modèle de vitesse

L'algorithme d'inversion, expliqué en annexe, repose sur les deux termes de correction, celui de la vitesse et des corrections statiques, et celui de l'hypocentre (t_0, x_0, y_0, z_0) . Pour estimer le modèle de vitesse on a vu que le terme de correction sur l'hypocentre s'annule car les hypocentres sont connus d'avance. En se basant sur la vitesse apparente on procède l'inversion des arrivées sismiques avec un modèle homogène de vitesse moyenne 5554 m/s puis on assigne une valeur faible au facteur lagrangien λ pour avoir une variation moins lisse. Après quelques itérations, le résidu s'affaiblit et le terme correction de vitesse Δm devient presque nulle. Le modèle de vitesse obtenu n'est pas unique car notre problème est sous-déterminé, mais c'est un modèle qui vérifie les données des tirs de calibrations d'une part et qui est conforme avec la géologie du terrain d'autre part. En effet, on observe (Figure 5.13) qu'à la partie Nord-ouest affleure le roc (socle granitique) qui est susceptible d'avoir une vitesse sismique élevée.

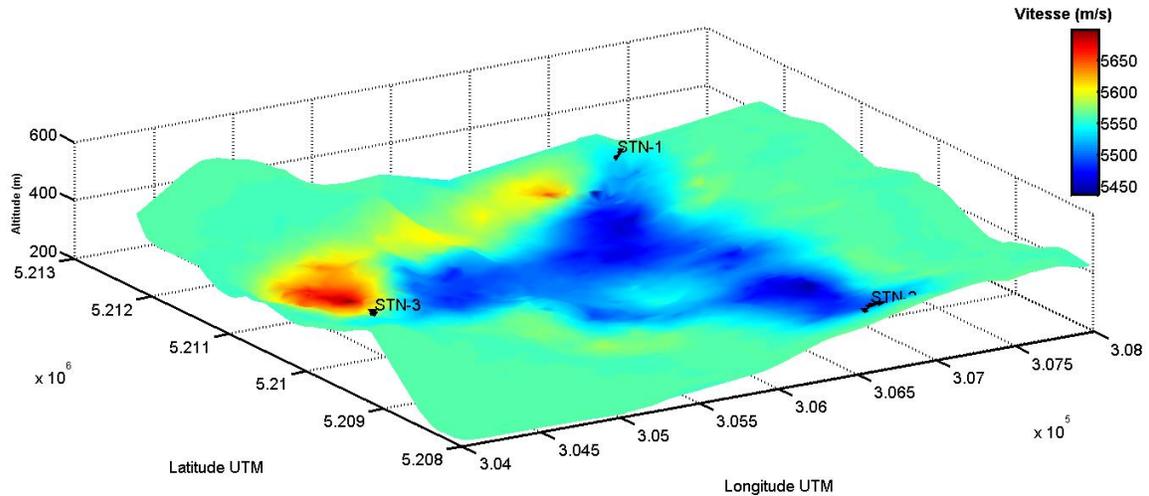


Figure 5.13. Modèle de vitesse sismique de l'onde P directe obtenu à partir des tirs de calibration (RMSE=3.6 ms).

La variation de la vitesse sismique n'est pas très importante vue la nature homogène du roc dans le secteur, l'analyse des temps d'arrivées de l'onde sismique P directe et leurs amplitudes enregistrés suggèrent un modèle souterrain à deux couches. En effet, dans le signal il y a une absence des réflexions multiples ou ondes réfractées. Les corrections statiques obtenues sont très faibles et ne dépassent pas 8 ms (Tableau 4).

Tableau 4 : Les valeurs de correction statique pour chaque capteur.

Capteurs	STN1-1	STN1-4	STN2-1	STN2-2	STN2-3	STN2-4	STN3-1	STN3-3
Δs (ms)	5	-4	4	8	0	-1	3	-1

On note que la zone située à l'extérieur du champ d'impact (triangle STN1-STN2-STN3) est faiblement couverte par les rais sismiques car la plupart des tirs sont situés à l'intérieur. Dans ce cas on parle de problème de "faible couverture rai-station" et alors la correction sur la vitesse de départ est faible car les nœuds qui composent la grille n'ont pas été touchés par les rais sismiques. D'ailleurs on remarque que la vitesse dans ces zones n'est que très légèrement modifiée par rapport à la moyenne.

5.5.3 Relocalisation des épicentres des tirs de calibration

Dans l'algorithme d'inversion détaillé dans le Chapitre 3, nous avons vu que la position initiale change au fur et à mesure suite à l'ajout du terme correction sur l'épicentre. Pour

ne pas tomber dans des minimums locaux, surtout avec un modèle de vitesse hétérogène, nous avons décidé de partir avec des positions initiales calculées par l'inversion des arrivées acoustiques. Ainsi, les arrivées des phases acoustiques détectées par les capteurs ont été inversées en utilisant un modèle de vitesse constant (vitesse du son égale à 342 m/s pour une température de 20°C). La localisation montre une erreur de quelques dizaines de mètre entre les positions calculées et observées.

L'inversion des arrivées sismiques en se basant sur le modèle de vitesse estimé montre une incertitude de 9 m à 60 m avec une moyenne de 32 m sur les 10 positions. La Figure 5.14 montre que la RMSE s'affaiblit directement après la première itération car la position est de départ (localisé par inversion des données acoustique) n'est pas loin du position réelle.

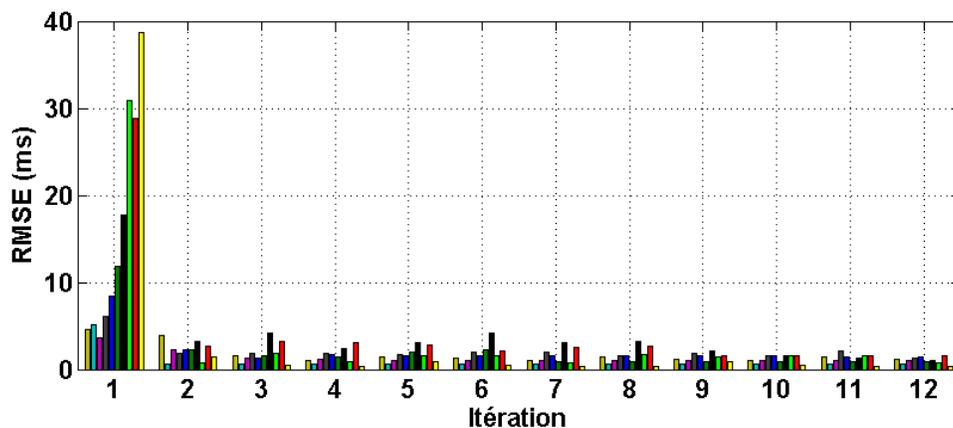


Figure 5.14. La variation du résidu en fonction des itérations pour les 10 évènements.

Une incertitude de 32 m sur dix positions est très encourageante surtout en la comparant avec les résultats d'un projet similaire de VanDeMark et al (2013) qui ont obtenu une incertitude moyenne de 20 m mais dans un terrain tabulaire moins large (superficie moins de 1 km²) avec des multiples capteurs.

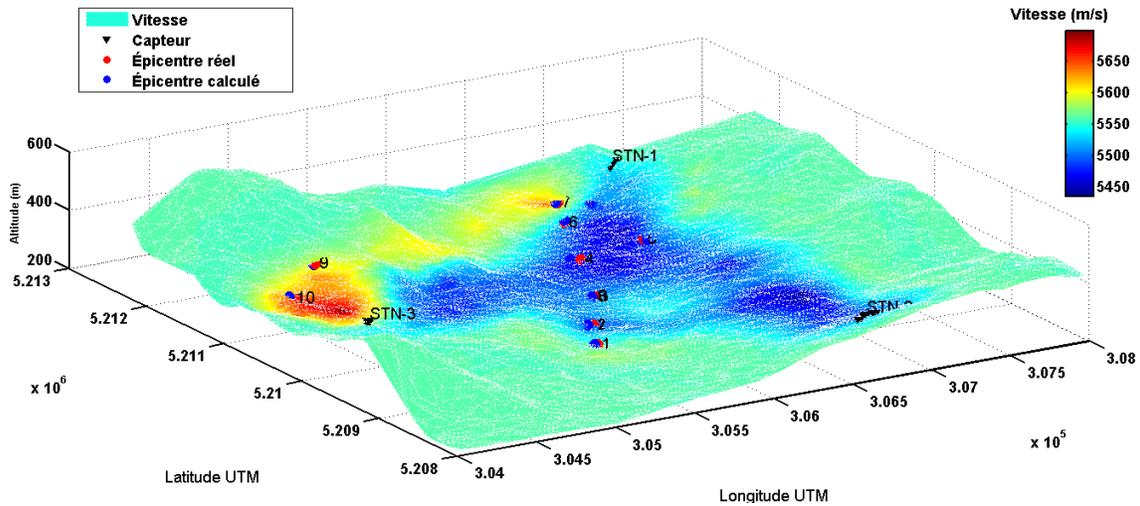


Figure 5.15. Localisation des épicentres des tirs de calibration en se basant sur le modèle de vitesse estimé. Les épicentres réels (bleu) et calculés (rouge).

Les résultats de calcul des incertitudes sur les positions (Tableau 5) montre que la plupart des positions localisées sont situées à l'intérieur de l'ellipsoïde de confiance à l'exception des tirs #2, #4 et #6, qui sont situés complètement à l'extérieur.

Tableau 5 : Comparaison entre l'incertitude réelle et calculée (les axes de l'ellipsoïde de confiance 95%) pour les tirs de calibration.

Ordre de tirs		#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9	#10
Incertitude réelle (m)		23	59	22,9	60	27	44	15	8,9	14	50
Incertitude calculée (m)	axe majeur	38	26	27,6	25	36	27	47	32	36	87
	axe mineur	20	23	23,1	24	20	22	20	23	19	30
Incertitude sur le temps d'origine (ms)		0,3	-8,9	1,18	-1,9	-2	-14	9,9	-3	0,9	-2

L'incertitude temporelle sur le temps d'origine des tirs de calibration varie de 0 à 14 ms avec une moyenne de 4 ms sur les 10 évènements. La moyenne de l'incertitude sur le temps d'origine est de 4.3 ms.

5.6 Discussion

La réalisation de 10 tirs de calibrage a permis de détecter les phases sismiques et acoustiques dans toutes les stations. Malheureusement, quatre capteurs sur douze s'avèrent défectueux. D'abord, l'analyse des signaux enregistrés lors de l'essai de tir de calibration montre que la phase sismique est présente pour tous les tirs de calibration et avec les deux types de charge (4blocs et 12 blocs). Spécifiquement, l'onde sismique P directe est détectée par tous les capteurs installés. Par contre l'onde de surface est très atténuée. En raison de la non détection de l'onde de surface par tous les capteurs, il n'est pas possible d'estimer un modèle de vitesse de l'onde de surface pour le secteur. Nous avons alors choisi de travailler avec les arrivées de l'onde P directe. Par ailleurs, la validité du type de la phase acoustique observée dans le signal a été vérifiée par les données des sonomètres qui coïncident parfaitement avec les arrivées sonores résultantes des détonations. Les arrivées acoustiques peuvent être utilisées conjointement avec les données des arrivées sismiques dans le cas d'une explosion partielle d'une munition. En effet, cette approche demande un calibrage robuste des sonomètres (le seuil de déclenchement d'enregistrement) avec des munitions partiellement explosées.

L'essai des tirs de calibration réalisé en Mai 2015 a permis d'estimer un modèle de vitesse sismique assez conforme avec la géologie du terrain. L'inversion des premières arrivées de l'onde P directe, conjointement avec les arrivées acoustiques, en se basant sur ce modèle de vitesse estimé montre une incertitude de localisation moyenne de 32 m et une incertitude temporelle moyenne sur le temps d'origine de 4.3. Ces résultats sont acceptable vu la nature des terrains et le niveau de bruit ambiant dans le secteur d'étude d'une part et le nombre limités de capteurs fonctionnels d'autre part.

6. Conclusion et recommandation

L'objectif principal de ce mémoire était développer un algorithme basé sur la sismique passive pour détecter et localiser en temps réel les munitions non explosées dans les champs de tir. Des équipements ont été installés sur un site de la base militaire de Valcartier, Québec, pour constituer un système de monitoring sismique-acoustique de détection et discrimination, et une partie d'un programme automatique de localisation a été développée. La détection des événements créés par les UXO est assurée par des algorithmes automatiques dont la précision dépend de la capacité de la munition non explosée à générer une onde sismique et une onde acoustique. L'approche envisagée dans le présent travail consiste à enregistrer de façon permanente le signal sismique dans le secteur durant les exercices de tir. L'étape suivante est celle de la détection des munitions non explosées par l'analyse des signaux enregistrés en appliquant des algorithmes de détection automatiques des signatures sismiques et acoustiques des UXO. Cette étape est la plus délicate dans ce projet car la discrimination entre munitions détonnées, partiellement détonnées et non-détonnées dépend fortement des conditions du bruit ambiant dans le secteur, bruit qui d'après notre étude n'est pas négligeable. Une fois que le temps d'arrivées de la phase sismique, de l'impact de la munition non explosée, est déterminé, on passe à l'étape localisation de l'épicentre. La localisation est assurée par une approche d'inversion conjointe épicentre-vitesse basée sur deux étapes, la première est l'estimation du modèle de vitesse et la deuxième est la localisation des épicentres.

L'analyse des signaux de l'essai des tirs de calibrage de Mai 2015 a montré la présence de la phase sismique dans tous les capteurs. Cet essai a été réalisé pour estimer un modèle de vitesse sismique d'une part et pour tester le niveau de détectabilité de nos capteurs d'autre part. Il est nécessaire de noter qu'au cours de cet essai on a utilisé des charges de 12 blocs et de 4 blocs de C4 (charge explosive) qui sont beaucoup plus énergétiques qu'une munition non explosée.

Le choix d'une méthode efficace pour détecter les munitions non explosées dépend des propriétés du signal puis les caractéristiques de l'arrivée sismique créée par l'impact des UXO. Cependant, aucune méthode de détection n'est optimale dans toutes les situations, mais certaines sont plus efficaces, comme la méthode MER suggérée dans ce travail. En ce qui concerne l'approche de localisation appliquée dans ce mémoire, on

peut conclure que la localisation des UXO en temps réel est applicable en se basant sur la signature sismique-acoustique mais avec des limites qu'on peut les résumer dans les points suivants :

- Sur le plan théorique l'approche d'inversion conjointe épicycle-vitesse est applicable en utilisant les temps d'arrivées des ondes de surface (vérifiée avec des données synthétiques). Les modifications apportées à l'algorithme de Block (1994) (dérivées partielles de vitesse, la routine de tracé de rai et le maillage triangulaire) ont été vérifiées par la convergence de l'algorithme vers les solutions vraies.
- Avec des données synthétiques il est possible de localiser les UXO avec une incertitude acceptable (inférieure à 10 m sous une condition de bruit faible). Cependant, sous un fort bruit (15%) l'incertitude de la localisation diminue de manière significative et l'erreur de localisation atteint des centaines de mètres.
- Sur le plan pratique l'analyse des signaux des tirs de calibration (Mai 2015) a montré un facteur d'atténuation élevé des ondes de surface par rapport à l'onde P. En effet, ces résultats nous ont poussé à travailler avec les premières arrivées de l'onde P directe, quoique avec la même approche de l'onde de surface. Suite à l'observation de la nature de la première couche, sous le mort terrain et la couverture végétale, nous avons constaté qu'il s'agit du socle granitique homogène. Cette première couche ne montre aucune stratification par contre c'est du granite consolidé, et nous avons conclu que de l'onde P directe suit presque le trajet direct source-capteur en se référant sur la variation des vitesses moyenne. Vu qu'il semble s'agir d'une épaisse couche de granite consolidé, il est difficile que l'onde P voyage profondément dans le sous-sol surtout en cas où la topographie n'est pas trop accentuée.
- L'inversion des premières arrivées de l'onde P directe dans notre secteur a permis d'estimer un modèle de vitesse conforme avec la géologie. Ce modèle de vitesse sera amélioré au fur et à mesure des exercices de tirs réels par un recalibrage périodique.
- La localisation des épicycles des tirs de calibration à l'aveugle en se basant sur le modèle de vitesse estimé a montré une incertitude moyenne de 32 m.
- Toutefois l'erreur des positions des sources dépend toujours de la couverture rai-station et du modèle de vitesse initial estimé par les tirs de calibration. Le calcul

d'incertitude sur les positions a montré que la majorité des positions sont incluses dans l'ellipsoïde de confiance estimé.

Recommandation

Pour clôturer ce mémoire, différentes recommandations permettant de poursuivre ce travail sont proposés :

- (i) Un essai de tir contrôlé avec des munitions mortes, qui ressemblent à des munitions non explosées, est demandé pour calibrer le critère de discrimination et établir un catalogue robuste reliant le calibre de la munition tirée à l'énergie détectée par les capteurs.
- (ii) La détection des munitions non explosées est fonction du rapport entre la phase acoustique et la phase sismique du point d'impact alors la synchronisation entre les stations acoustiques et sismiques est nécessaire pour une discrimination précise. Un calibrage précis du seuil de détection acoustique des sonomètres est demandé.
- (iii) Mise en collaboration entre les données recueillies par le système de monitoring passif et les données des journaux de tirs réelles.
- (iv) Développer une approche de localisation des épicentres avec l'onde P dans le cas 3D.

7. Références bibliographiques

- Akram J (2014) Downhole microseismic monitoring : processing, algorithms and error analysis. PHD (UNIVERSITY OF CALGARY). 164 p
- Anderson TS & Weale JC (2006) Seismic-acoustic active range monitoring for characterizing low-order ordnance detonation. (DTIC Document).
- Bardainne T & Gaucher E (2010) Constrained tomography of realistic velocity models in microseismic monitoring using calibration shots. *Geophysical prospecting* 58(5):739-753.
- Billings SD, Sambridge MS & Kennett BLN (1994) Errors in hypocenter location: picking, model, and magnitude dependence. *Bulletin of the Seismological Society of America* 84(6):1978-1990.
- Block LV (1991) Joint Hypocenter-Velocity inversion of Local Earthquake Arrival Time Data in Two Geothermal Regions. PHD (Massachusetts Institute of Technology. Earth Resources Laboratory). 448 p
- Chambers K, Kendall J, Brandsberg-Dahl S & Rueda J (2010) Testing the ability of surface arrays to monitor microseismic activity. *Geophysical Prospecting* 58(5):821-830.
- Chen Z (2006) Guidelines for the geometry design of local microseismic arrays. (CREWES Research Report), p 26.
- Chen Z & Stewart R (2005) Multi-window algorithm for detecting seismic first arrivals. CSEG National Convention. p 355-358.
- Coppens F (1985) First arrival picking on common-offset trace collections for automatic estimation of static corrections. *Geophysical Prospecting* 33(8):1212-1231.
- Cormen TH, Leiserson CE, Rivest RL & Stein C (2001) Introduction to algorithms. MIT press Cambridge,

- Dahlen F & Tromp J (1998) Theoretical global seismology. Princeton University Press, New Jersey. 1007 p
- Diehl T, Deichmann N, Kissling E & Husen S (2009) Automatic S-wave picker for local earthquake tomography. Bulletin of the Seismological Society of America 99(3):1906-1920.
- Eisner L, De La Pena A, Wessels S, Barker W & Heigl W (2011) Why Surface monitoring of microseismic events works. Third Passive Seismic Workshop-Actively Passive. p 5.
- Flinn EA (1965) Confidence regions and error determinations for seismic event location. Reviews of Geophysics 3(1):157-185.
- Forghani-Arani F, Willis M, Haines S, Batzle M & Davidson M (2011) Analysis of passive surface-wave noise in surface microseismic data and its implications. 2011 SEG Annual Meeting. San Antonio, p 9-18.
- Freire SL & Ulrych TJ (1988) Application of singular value decomposition to vertical seismic profiling. Geophysics 53(6):778-785.
- Giroux B (2001) Auscultation des barrages en beton par ecoute microsismique: detectabilite et localisation des evenements. PHD (École polytechnique Montréal).
- Giroux B (2013) Shortest path raytracing on tetrahedral meshes. in 75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013 (UK, 10-13 June 2013, London), p 4.
- Giroux B & Gloaguen E (2012) Geostatistical travelttime tomography in elliptically anisotropic media. Geophysical Prospecting 60(6):1133-1149.
- Giroux B & Larouche B (2013) Task-parallel implementation of 3D shortest path raytracing for geophysical applications. Computers & Geosciences 54:130-141.
- Han L (2010) Microseismic monitoring and hypocenter location. Msc.Thesis (University of Calgary). 142 p

- Kugaenko Y, Saltykov V, Sinitsyn V & Chebrov V (2005) Passive Seismic Monitoring in Hydrothermal Field: Seismic Emission Tomography. in Proceedings World Geothermal Congress (WGC, Antalya, Turkey), p 24-29.
- Lay T & Wallace TC (1995) Moderne global seismology. 228 p
- Leonard M (2000) Comparison of Manual and Automatic Onset Time Picking. Bulletin of the Seismological Society of America 90(6):1384-1390.
- Leonard M & Kennett BLN (1999) Multi-component autoregressive techniques for the analysis of seismograms. Physics of the Earth and Planetary Interiors 113(1):247-263.
- Maxwell SC (2009) Microseismic location uncertainty. CSEG Recorder 34-4:41-46.
- Maxwell SC, Rutledge J, Jones R & Fehler M (2010) Petroleum reservoir characterization using downhole microseismic monitoring. Geophysics 9:2,3.
- McNamara DE & Buland RP (2004) Ambient noise levels in the continental United States. Bulletin of the seismological society of America 94(4):1517-1527.
- Moriya H, Nagano K & Niitsuma H (1994) Precise source location of AE doublets by spectral matrix analysis of triaxial hodogram. Geophysics 59(1):36-45.
- Munro KA (2006) Analysis of microseismic event picking with applications to landslide and oil-field monitoring settings. MSc. thesis, (University of Calgary).
- Pavlis GL & Booker JR (1980) The Mixed Discrete-Continuous Inverse Problem: Application to the Simultaneous Determination of Earthquake Hypocenter and Velocity Structure. Journal of Geophysical Research 85(B9):4801-4810.
- Peters DC & Crosson RS (1972) Application of prediction analysis to hypocenter determination using a local array. Bulletin of the Seismological Society of America 62(3):775-788.
- Pinnegar CR & Mansinha L (2004) Time-local Fourier analysis with a scalable, phase-modulated analyzing function: the S-transform with a complex window. Signal Processing 84(7):1167-1176.

- Sabbione JI & Velis D (2010) Automatic first-breaks picking: New strategies and algorithms. *Geophysics* 75(4):V67-V76.
- Sabeti H, Javaherian A & Araabi N (2007) Principal component analysis applied to seismic horizon interpretations. International congress of Petroleum Geostatistics, Cascais, Portugal. p 10-14.
- Sharma B, Kumar A & Murthy V (2010) Evaluation of seismic events detection algorithms. *Journal of the Geological Society of India* 75(3):533-538.
- Sleeman R & van Eck T (1999) Robust automatic P-phase picking: an on-line implementation in the analysis of broadband seismogram recordings. *Physics of the earth and planetary interiors* 113(1):265-275.
- Tchebotareva II, Nikolaev AV & Sato H (2000) Seismic emission activity of Earth's crust in Northern Kanto, Japan. *Physics of the Earth and planetary interiors* 120(3):167-182.
- Trnkoczy A (2002) Understanding and parameter setting of STA/LTA trigger algorithm. *IASPEI New Manual of Seismological Observatory Practice* 2:1-19.
- Urbancic T, Wuestefeld A & Baig A (2013) Black Box Recording of Passive Seismicity: Pitfalls of not Understanding your Acquisition Instrumentation and its Limitations. *Geoconvention* 5.
- van der Baan M, Eaton D & Dusseault M (2013) Microseismic Monitoring Developments in Hydraulic Fracture Stimulation. 28:4, 8.
- VanDeMark TF, Johnson LB, Bennett J, Simms JE & Yule DE (2009) Evaluation of Seismic-Acoustic Analysis Methods for a Real-Time UXO Monitoring System. 22nd EEGS Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems.
- VanDeMark TF, Johnson LB, Pitarka A, Bennett Jr HH, Simms JE & Yule DE (2013) Evaluation of Seismic-Acoustic Analysis Methods for a Real-time UXO Monitoring System. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics* 18(1):71-85.

- Verdon JP (2012) Microseismic monitoring and geomechanical modelling of CO₂ storage in subsurface reservoirs. Springer,
- Viegas G, Baig A & Coulter W (2012) Effective monitoring of reservoir-induced seismicity utilizing integrated surface and downhole seismic networks. *first break* 30.
- Waldhauser F & Ellsworth WL (2000) A double-difference earthquake location algorithm: Method and application to the northern Hayward fault, California. *Bulletin of the Seismological Society of America* 90(6):1353-1368.
- Warpinski N (2009) Microseismic Monitoring: Inside and Out. *Journal of Petroleum Technology (JPT)*.
- Wong J, Han L, Bancroft J & Stewart R (2009) Automatic time-picking of first arrivals on noisy microseismic data. (University of Calgary, CSEG), p 1.4.
- Xiantai G, Zhimin L, Na Q & Weidong J (2011) Adaptive picking of microseismic event arrival using a power spectrum envelope. *Computers & Geosciences* 37(2):158-164.
- Xuan R & Sava P (2010) Probabilistic microearthquake location for reservoir monitoring. *Geophysics* 75(3):MA9-MA26.
- Zhang H & Thurber C (2006) Development and applications of double-difference seismic tomography. *Pure and Applied Geophysics* 163(2-3):373-403.
- Zhou R, Huang L & Rutledge J (2010) Microseismic event location for monitoring CO₂ injection using double-difference tomography. *The Leading Edge* 29(2):208-214.

8. Annexe

Inversion conjointe épicentre-vitesse

Soit r_i le vecteur résidu qui désigne la différence entre le temps d'arrivée calculé et le temps d'arrivée observé pour les m stations pour un évènement i . On peut exprimer cet écart sous la forme suivante :

$$r_i = \text{temps}_{\text{obs}} - \text{temps}_{\text{cal}}$$

Pour i le nombre des évènements et m le nombre des capteurs, l'expression matricielle du résidu r_i est :

$$H_i \Delta h_i + M_i \Delta m = r_i$$

Chaque évènement possède un hypocentre et H_i est la matrice des dérivées partielles de l'hypocentre d'un évènement détecté par les m capteurs, soit

$$H_i = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial t_1}{\partial x_0} & \frac{\partial t_1}{\partial y_0} & \frac{\partial t_1}{\partial z_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{\partial t_m}{\partial x_0} & \frac{\partial t_m}{\partial y_0} & \frac{\partial t_m}{\partial z_0} \end{bmatrix}$$

M_i est la matrice des dérivées partielles de vitesse avec une grille à n nœuds (les vitesses sont définies dans les nœuds),

$$M_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial t_1}{\partial v_1} & \dots & \frac{\partial t_1}{\partial v_n} & \frac{\partial t_1}{\partial sc_1} & \dots & \frac{\partial t_1}{\partial sc_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial t_m}{\partial v_1} & \dots & \frac{\partial t_m}{\partial v_n} & \frac{\partial t_m}{\partial sc_1} & \dots & \frac{\partial t_m}{\partial sc_m} \end{bmatrix}$$

Le terme de correction sur la vitesse est :

$$\Delta m = \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \vdots \\ \Delta v_n \\ \Delta s_1 \\ \vdots \\ \Delta s_m \end{bmatrix}$$

Le terme de correction sur la position de l'hypocentre est :

$$\Delta \mathbf{h}_i = \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}$$

Pour un nombre d'évènements supérieur à quatre il existe une matrice \mathbf{U}_2 telle que $\mathbf{U}_2^T \mathbf{H} = \mathbf{0}$, obtenue par décomposition SVD de \mathbf{H} , soit

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T$$

où les matrices sont de la forme

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1m} \\ U_{21} & U_{22} & \dots & U_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{m1} & U_{m2} & \dots & U_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} & V_{14} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ V_{41} & V_{42} & V_{43} & V_{44} \end{bmatrix}^T$$

La matrice \mathbf{U} est séparée selon $\mathbf{U} = [\mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2]$, où

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} U_{11} & \dots & U_{14} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{m1} & \dots & U_{m1} \end{bmatrix}$$

et

$$\mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} U_{15} & \dots & U_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{m5} & \dots & U_{mm} \end{bmatrix}$$

avec m le nombre des stations.

La tomographie différence double DD

Le terme résidus peut s'écrire pour chaque évènement 'P' sous une forme matricielle.

$$\mathbf{A}_P \Delta \mathbf{X}_P + \mathbf{C}_P \Delta \mathbf{M}_P + \mathbf{S}_P = \Delta \mathbf{T}_P$$

- \mathbf{A} la matrice des dérivées partielles des coordonnées et temps origine de l'évènement.
- $\Delta \mathbf{X}$ est le vecteur de perturbation des coordonnées et temps d'origine.

- **C** est la matrice des dérivées partielle des paramètres du modèle.
- ΔM est le vecteur de perturbation de la lenteur.
- ΔT est le vecteur résidu des temps d'arrivées pour l'évènement.
- **S** est le vecteur de correction statique.

On peut rassembler équation précédente dans le système linéaire suivant

$$\mathbf{A} \Delta \mathbf{X} + \mathbf{C} \Delta \mathbf{M} + \mathbf{S} = \Delta \mathbf{T}$$

Le nombre total des arrivées **N** est égale au nombre de capteurs **K** multiplié par le nombre de source **P**.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_p \end{bmatrix} \text{ de dimension } [N \times (4P)] \text{ et } \Delta \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_p \end{bmatrix} \text{ de dimension } [(4P) \times 1]$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{pL} \end{bmatrix} \text{ de dimension } [N \times L] \text{ et } \Delta \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \Delta m_1 \\ \Delta m_2 \\ \vdots \\ \Delta m_L \end{bmatrix} \text{ de dimension } [L \times 1]$$

$$\Delta \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \vdots \\ \Delta T_p \end{bmatrix} \text{ de dimension } [N \times 1] \text{ et } \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_p \end{bmatrix} \text{ de dimension } [N \times 1].$$

On peut écrire $B = B_p * s_0$ avec :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_p \end{bmatrix} \text{ de dimension } [N \times K] \text{ et } B_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \text{ de dimension } [K \times K]$$

et $s_0 = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_K]$ de dimension $[1 \times K]$.