

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

Mémoire présenté à

L'INSTITUT NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

comme exigence partielle

de la

maîtrise ès sciences (eau)

par

Jean Deschesnes

B.Sc.A. Génie forestier

MODÉLISATION EN HYDROLOGIE: LE CAS DE LA SIMULATION CONJOINTE
DES ÉCOULEMENTS DE SURFACE ET SOUTERRAINS
À L'ÉCHELLE DU BASSIN VERSANT

Octobre 1984

À mes parents

REMERCIEMENTS

Je suis reconnaissant au professeur Jean-Pierre Villeneuve, directeur de ce mémoire, pour m'en avoir proposé le sujet. Je le remercie professionnellement et amicalement pour son soutien et les conseils éclairés qu'il a su me communiquer au cours de la réalisation de ce document.

Je remercie également monsieur Emmanuel Ledoux, directeur adjoint du Centre informatique géologique à Fontainebleau, de l'École supérieure des mines de Paris, ainsi que monsieur Georges Girard, directeur de recherche à l'O.R.S.T.O.M., qui ont su me faire part de leur vaste expérience pratique en matière de modélisation des bassins versants lors de mon séjour au CIG.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à l'endroit de la Direction d'Environnement Canada, direction régionale des Eaux intérieures, région du Québec, pour avoir apporté leurs concours à la partie pratique de ce document.

Je désire souligner l'important travail de madame Anne Provencher à la dactylographie ainsi que celui de monsieur André Parent pour la réalisation des figures.

RÉSUMÉ

Ce mémoire traite de la modélisation conjointe des écoulements de surface et souterrains à l'échelle du bassin versant. Les caractéristiques et les étapes nécessaires à l'utilisation de ce type de modèle y sont présentées. Une revue de littérature énonce le propos, la structure ainsi que les fonctions de transfert que comportent quelques modèles simulant les écoulements de surface et souterrains. Une troisième partie expose les étapes de l'application du modèle couplé eau de surface - eau souterraine au bassin versant du lac Laflamme au Québec.

MOTS CLEFS

Différences finies / écoulement / gestion / hydrologie / hydrogéologie / lac Laflamme / modèle / modèle couplé / modélisation / surface / souterrain

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	i
RÉSUMÉ	ii
TABLE DES MATIÈRES	iii
LISTE DES FIGURES	vi
LISTE DES TABLEAUX	viii
INTRODUCTION	1
 1. <u>DÉFINITION ET UTILISATION D'UN MODÈLE D'ÉCOULEMENTS INTÉGRÉS</u>	 5
1.1 <u>Caractéristiques du modèle</u>	5
1.2 <u>Processus d'utilisation</u>	10
 2. <u>QUELQUES MODÈLES TENANT COMPTE DES ÉCOULEMENTS DE SURFACE ET SOU-</u> <u>TERRAINS</u>	 15
2.1 <u>Buts, structure et méthodes numériques de solution</u>	17
A- LE MODÈLE DE PINDER ET SAUER	17
B- LE MODÈLE DE FREEZE	18
C- LE MODÈLE DE KNAPP <u>ET AL.</u>	19
D- LE MODÈLE COUPLÉ	21
E- LE MODÈLE DE REFSGAARD ET HANSEN	24
F- LE MODÈLE DE MILES ET RUSHTON	26
2.2 <u>Les fonctions de transfert</u>	28
A- LES FONCTIONS PRODUCTION	28
B- LES FONCTIONS DE TRANSFERT DE SURFACE	34

• Le ruissellement en surface	34
• L'écoulement en rivière	37
C- LES FONCTIONS DE TRANSFERT SOUTERRAIN	43
D- LA RELATION NAPPE-RIVIÈRE	45
3. <u>APPLICATION DU MODÈLE COUPLÉ EAU DE SURFACE - EAU SOUTERRAINE</u> ...	50
3.1 <u>Cadre de l'application</u>	50
3.2 <u>Présentation générale des lieux: la forêt Montmorency</u>	51
3.3 <u>Formulation et utilisation du modèle</u>	60
A- DESCRIPTION DU BASSIN VERSANT	62
• Géologie et géomorphologie	62
• Physiographie et topographie	67
• Météorologie	72
• Hydrologie	76
• Hydrogéologie	78
B- CONCEPTUALISATION DU SYSTÈME	85
C- MODÉLISATION	86
• Modélisation des écoulements	86
- Les données disponibles	86
- Les conditions aux limites	89
- Hypothèses liées au modèle	91
Modélisation du bassin versant	91
- La discrétisation	91
- Les zones météorologiques	92
- Les fonctions production	92

D- LES SIMULATIONS	94
• Le calage du modèle	94
• Résultats et discussion	95
CONCLUSION	108
BIBLIOGRAPHIE	111
ANNEXE A: Brève description du modèle couplé eau de surface - eau souterraine	A.1
ANNEXE B: Formulation de l'équation de diffusivité	B.1
ANNEXE C: La méthode des différences finies	C.1

LISTE DES FIGURES

1	Schématisation des composantes d'un modèle d'écoulements intégrés	7
2	Schématisation des relations du modèle avec le milieu extérieur ..	8
3	Processus d'utilisation d'un modèle pour l'étude d'un système de ressources en eau	11
4	Structure du modèle de Knapp <u>et al.</u> (1975)	20
5	Structure du domaine de surface du modèle couplé	23
6	Structure du modèle de Refsgaard et Hansen (1982 a)	25
7	Structure du modèle de Miles et Rushton (1983)	27
8	Algorithme de transfert en surface du modèle couplé	36
9	Représentation et algorithmes de transfert en rivière du modèle couplé	40
10	Localisation de la forêt Montmorency	52
11	Localisation du lac Laflamme au sein de la forêt Montmorency	53
12	Graphique des températures moyennes à la station principale de la forêt Montmorency (1966-1980)	58
13	Graphiques illustrant la répartition temporelle des précipitations moyennes (1966-1980)	59
14	Carte géologique de la région du lac Laflamme	63
15	Types géomorphologiques rencontrés sur le bassin versant	64
16	Épaisseurs moyennes des dépôts meubles	66
17	Carte topographique du bassin versant	68
18	Profil du bassin versant	69
19	Carte des peuplements	70
20	Symboles cartographiques pour la carte de peuplements	71
21	Graphique des précipitations et des débits mensuels à l'exutoire au lac Laflamme (1981-1982)	75

22	Ruisseaux et résurgences sur le pourtour du lac Laflamme	77
23	Classes de drainage des sols	79
24	Bathymétrie du lac Laflamme	80
25	Limite approximative de la zone de recharge - décharge par voie souterraine	82
26	Zones de contact surface - souterrain	83
27	Chronogramme des observations utilisé pour le calage	87
28	Carte de transmissivités	90
29	Maillage de la couche de surface du lac Laflamme	93
30	Hydrogrammes calculé et observé	98
31	Proportions des précipitations affectées aux composantes de l'écoulement	99
32	Comparaison des piézométries calculée et observée	102

LISTE DES TABLEAUX

1	Méthodes de transfert utilisées par les différents modèles	29
2	Fonctions production du modèle de Knapp <u>et al.</u> (1975)	31
3	Méthodes pour estimer les apports souterrains	33
4	Équations de l'approche hydraulique utilisées par différents modèles	42
5	Le climat de la forêt Montmorency (1966-1980)	55
6	Moyennes mensuelles de quelques valeurs climatologiques à la station principale de la forêt Montmorency (1966-1980)	57
7	Répartition de la contenance à la forêt Montmorency	61
8	Équations degré-jour adaptées au bassin du lac Laflamme	74
9	Valeurs des paramètres des fonction production	96

INTRODUCTION

Un modèle analytique, pour lui donner une définition générale, est un ensemble d'algorithmes et de techniques combinés de telle façon qu'ils permettent de représenter le comportement d'un système. Le modèle est toujours moins complexe que le système réel et, lorsqu'il est calibré, répond de la même façon aux sollicitations et aux contraintes auxquelles il est soumis. Villeneuve (1982) distingue différentes catégories de modèles employés dans le processus de planification et de gestion de la ressource eau. Il décrit les modèles de prévision, de sélection, de simulation, d'opération, de gestion et de coordination pour n'en nommer que quelques-uns.

En hydrologie, le modèle de simulation a pour but de simuler le comportement et/ou l'évolution du système bassin versant. De plus, il permet d'évaluer dans le temps et dans l'espace l'impact des modifications sur le système. Il constitue également un outil de synthèse assurant ainsi la cohérence des données et la critique des valeurs numériques (Ledoux, 1980; de Marsily et al., 1977; Villeneuve et al., 1975).

Comme l'aménagement et la gestion de la ressource eau sur un bassin versant consistent à formuler un ensemble de solutions potentielles et à choisir celle qui est optimale sous certaines conditions, il convient de prendre en compte l'ensemble des composantes du bassin versant pouvant influencer le processus de sélection. Dans son essence, un modèle hydrologique de simulation est donc un instrument adéquat pour l'étude des ressour

ces en eau d'une région (Hansen et Dyhr-Nielsen, 1983; Ledoux, 1980; Ville-neuve et al., 1975).

Il existe à l'heure actuelle de nombreux modèles déterministes simulant le comportement de la ressource eau sur un bassin versant. On en distingue deux catégories. Les modèles d'hydrologie de surface, dans lesquels l'écoulement souterrain est traité de façon simplifiée ou est pris en compte d'une façon globale. Les modèles de Stanford (Crawford et Linsley, 1966), SAAR (U.S. Army Corps of Engineers, 1975) et CEQUEAU (Morin et al., 1981) en sont quelques exemples. Pour une bonne revue de l'ensemble des modèles de surface développés jusqu'à maintenant, on peut consulter Fleming (1979). Cette catégorie de modèles s'applique efficacement quand l'écoulement souterrain est peu variable et/ou peu important par rapport à l'écoulement global à l'exutoire.

La deuxième catégorie s'utilise quand la nappe souterraine constitue le domaine principal de l'écoulement. L'écoulement de surface est alors soit simplifié et considéré comme une condition aux limites ou soit complètement négligé. De tels modèles qui ont été développés et utilisés convenablement donnent de bons résultats (Bachmat et al., 1980). Parmi les modèles les plus utilisés, on peut citer ceux décrits par Trescott et al. (1976), par Ledoux (1975) (Newsam) et celui de Prickett et Lonquist (1971). Bachmat et al. (1980) citent la plupart des modèles d'écoulements souterrains construits et disponibles actuellement.

Dans le cas des vastes bassins sédimentaires où les précipitations sont abondantes et le climat humide, la part des écoulements de surface et celle des écoulements souterrains sont souvent aussi importantes en termes de quantité et de variation. Il convient donc d'envisager dans de tels cas un modèle hydrologique représentant le système du bassin versant d'une façon la plus réelle possible en simulant conjointement les écoulements de surface et les écoulements souterrains.

L'utilisation d'un modèle intégrant les écoulements de surface et les écoulements souterrains a l'avantage de pouvoir tenir compte de la totalité des apports en eau sur un bassin hydrologique tout en considérant l'influence réciproque éventuelle de chacune des composantes terrestres du cycle hydrologique. Ce type de modèle procure un outil de synthèse adéquat pouvant effectuer un contrôle efficace des termes du bilan hydrique et donnant la possibilité de répondre à de nombreuses questions soulevées par les problèmes régionaux de ressources en eau impliquant les eaux de surface et souterraines. Par exemple, un tel outil peut permettre d'envisager l'étude et l'effet de l'exploitation des aquifères sur le régime des eaux de surface, tout particulièrement durant les périodes d'étiages (Miles et Rushton, 1982; Refsgaard et Hansen, 1982 a, b; Besbes et al., 1980; Emsellem, 1971).

On s'intéressera donc dans ce projet de thèse aux modèles déterministes impliquant la simulation conjointe des écoulements de surface et souterrains. En premier lieu, on définit le système à modéliser, les caractéristiques d'un modèle d'écoulements intégrés et les étapes d'utilisation d'un tel modèle.

Dans la deuxième partie, on discute de la structure et des différentes fonctions de transfert que comportent quelques modèles d'écoulements intégrés parus actuellement.

Enfin, la troisième partie présente l'utilisation d'un modèle intégré. Il s'agit de l'application d'un modèle couplé au bassin versant du lac Laflamme au Québec. Ce modèle a été développé conjointement par l'INRS-Eau, l'École nationale supérieure des mines de Paris et l'Office de la recherche scientifique et technique d'outre-mer (O.R.S.T.O.M.). Une brève description du modèle est donnée à l'annexe A.

1. DÉFINITION ET UTILISATION D'UN MODÈLE D'ÉCOULEMENTS INTÉGRÉS

1.1 Caractéristiques du modèle

Selon Castany (1982), l'identification d'un système hydrologique repose sur quatre concepts:

- le milieu est un domaine d'espace physique fini à trois dimensions dont toutes les parties sont en liaison hydrodynamique continue;
- le système est le siège de processus hydrodynamique, hydrochimique et hydrobiologique;
- le système est un maillon du cycle hydrologique à travers lequel s'exécute une séquence du cycle de l'eau;
- le système et son comportement sont caractérisés par des données ayant une variabilité spatiale et temporelle.

Ainsi, lorsque l'on aborde la modélisation du cycle hydrologique terrestre dans son entier l'on doit comprendre que l'on s'intéresse à un système dynamique et continu affecté d'un certain degré d'hétérogénéité; des entrées variables dans le temps et dans l'espace apportent aussi des réponses variables dans le temps et dans l'espace. De ce fait, le système est hétérogène au niveau de sa structure; ses caractéristiques morphologiques et physiographiques varient sur tout le bassin suivant un arrangement défini

préalablement par la géologie et le climat, déterminant par le fait même les voies par lesquelles l'eau des précipitations circule au travers du bassin. Puisque le modèle est à l'image du système réel qu'il représente, il doit donc être en mesure de prendre en compte les divers types d'écoulements présents sur le bassin et de rendre compte de la réalité physique du système.

La figure 1 indique les processus que le modèle doit incorporer pour la représentation du système dans son entier. Le but de la modélisation est la réponse du bassin versant, ce que nous appelons l'écoulement total à l'exutoire. Il est reconnu que ce débit est généré par la combinaison de trois types de processus que nous nommons écoulement de surface, écoulement divergent et écoulement de base. On s'intéresse également à la circulation de l'eau à travers le milieu souterrain et à l'interaction éventuelle entre ces processus hydrologiques et avec le milieu extérieur au système.

Le schéma de la figure 2, emprunté à Ledoux (1980), identifie les relations du modèle avec le domaine extérieur au système. Il s'agit des échanges avec l'atmosphère, des exutoires du domaine de surface, des apports latéraux au domaine de surface, des échanges entre aquifères et des échanges entre aquifères et domaine de surface non modélisé.

Freeze et Harlan (1969) ont examiné la possibilité de créer un modèle hydrologique complet basé sur l'utilisation des mécanismes physiques de chacune des composantes du cycle hydrologique tel qu'identifiées précédemment. En plus de simuler sur une base continue les principaux processus

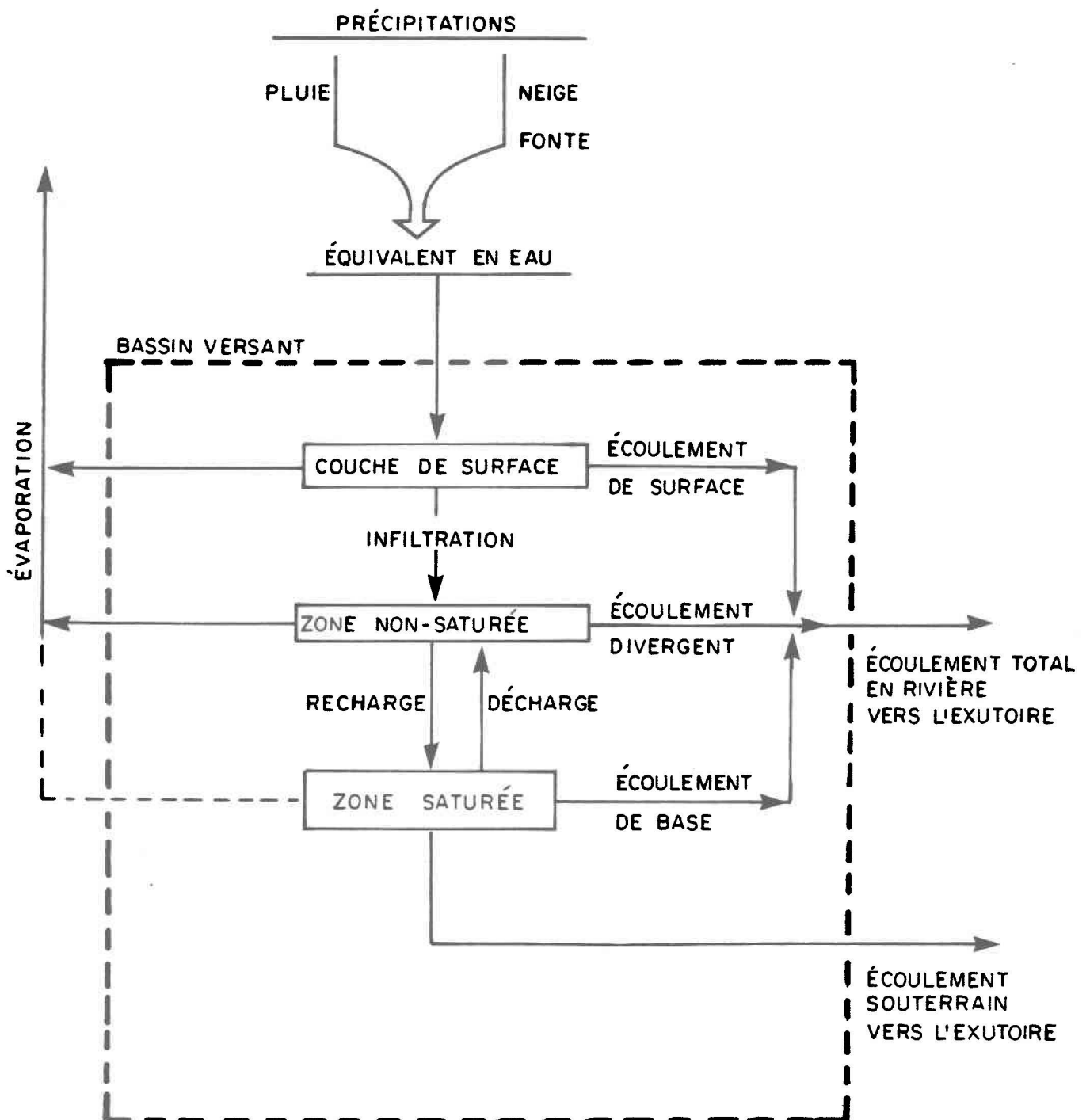


Figure 1: Schématisation des composantes d'un modèle d'écoulements intégrés

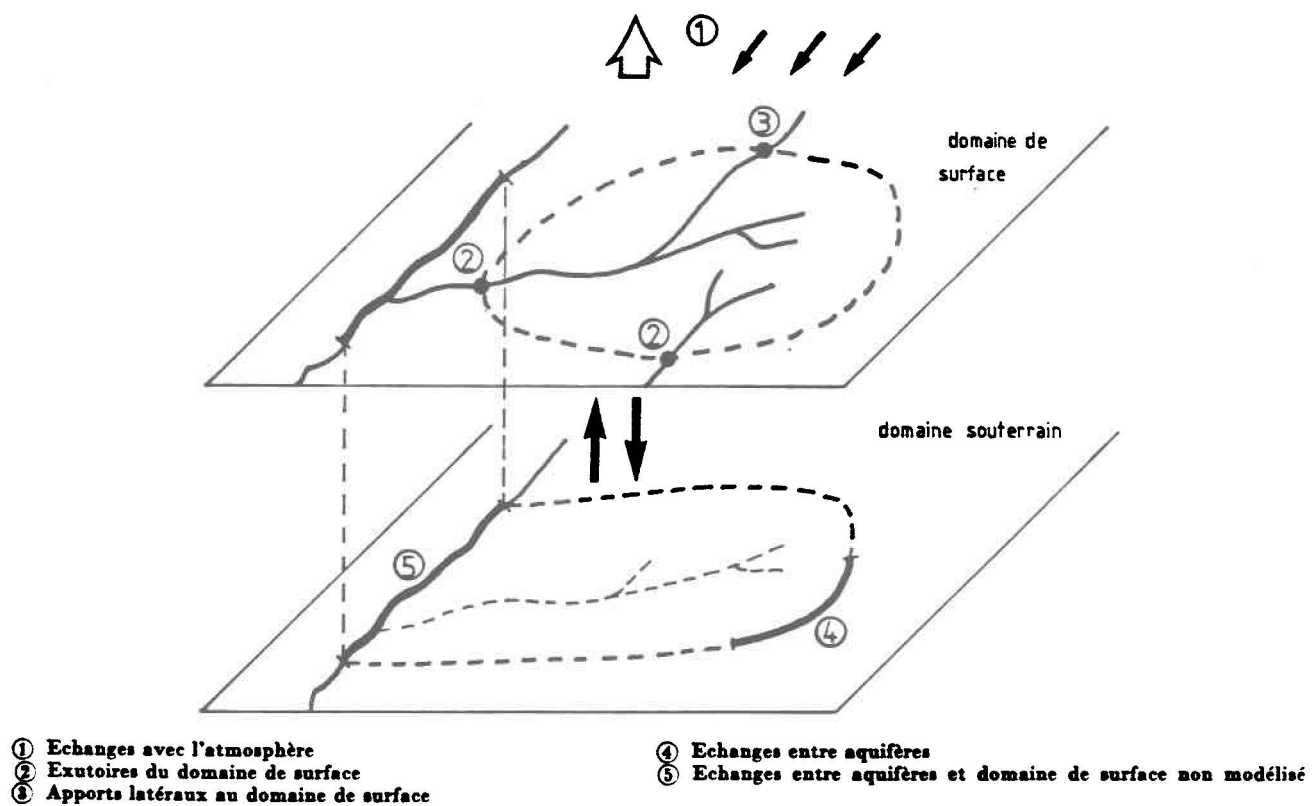


Figure 2: Schématisation des relations du modèle avec le milieu extérieur (d'après Ledoux, 1980)

et relations du système qu'il représente, un modèle réaliste doit satisfaire aux exigences suivantes:

- 1) Le modèle doit rendre compte de la physique du système. Ici, on admet que la représentation du système par le modèle s'appuie sur l'information liée à la géologie, à la géomorphologie, à la topographie et à la physiographie. Les relations qu'il utilise pour représenter les processus sont dérivées de lois physiques connues ou comprennent des paramètres représentant une réalité physique. Cela permet, entre autres, d'augmenter le niveau de confiance que l'on peut accorder aux résultats puisque le modèle est réellement à l'image de la structure physique du système qu'il représente.
- 2) Le modèle doit représenter les variations dans l'espace et dans le temps du comportement et de la structure du système. Cette exigence s'explique par l'observation des phénomènes hydrologiques et par l'utilisation du modèle comme outil d'aménagement, de planification et de gestion. Que l'on pense ici à la variabilité des apports en eau et des phénomènes hydrologiques sur le bassin (figure 2). De plus, comme dans la plupart du temps l'objet des études sur modèle ne s'intéresse pas aux conditions prévalant aux stations de mesures, il convient d'utiliser un outil permettant d'extrapoler la réponse du bassin versant là où le besoin le demande. Par exemple, il faut penser ici à l'implantation éventuelle d'ouvrages hydrauliques sur le bassin.

- 3) Le modèle doit être applicable à une gamme étendue de conditions hydrologiques et géographiques. En pratique, cette propriété est désirable puisqu'elle procure une grande versatilité d'applications permettant ainsi l'étude de systèmes hydrologiques différents. Pour ce faire, le modèle doit incorporer un minimum de paramètres à estimer et comporter des relations simples pour représenter les processus de façon à ne pas compromettre son utilisation d'un bassin à un autre.

De plus, dans le sens où nous l'avons formulé, le modèle est susceptible d'être appliqué par différents utilisateurs qui n'ont pas participé à sa conception. Il convient alors, comme le souligne Bachmat et al. (1980), d'annexer au modèle une documentation appropriée incluant une description du modèle, un manuel d'utilisation et une copie du programme sur sortie d'ordinateur.

1.2 Processus d'utilisation

Le processus d'utilisation d'un modèle hydrologique comporte trois phases, à savoir l'analyse des données d'entrée, la caractérisation physique du système et sa discrétisation spatiale et la modélisation simultanée des différents transferts (Ledoux, 1980). Elles sont reportées sur la figure 3 en termes d'étapes de cheminement à entreprendre lors d'une étude de ressources en eau.

Une fois l'objectif principal de l'application énoncé convenablement, l'étape préliminaire consiste à rassembler toute l'information concernant le

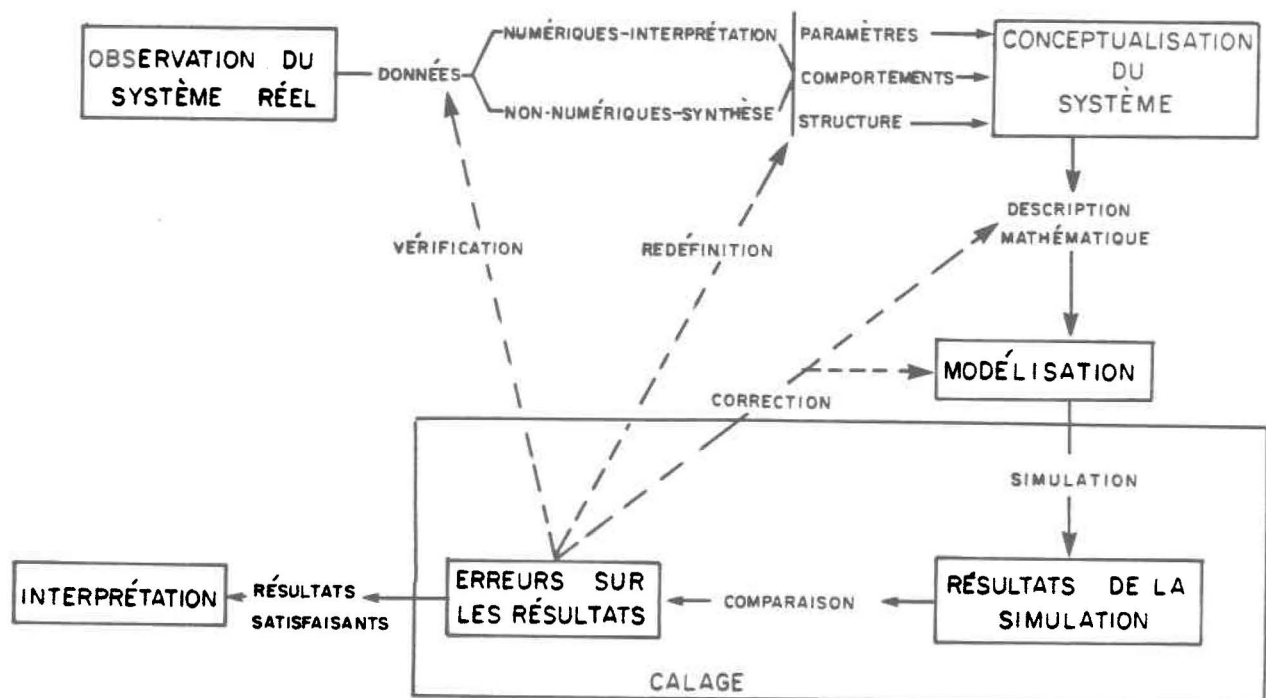


Figure 3: Processus d'utilisation d'un modèle pour l'étude d'un système de ressources en eau

système étudié. La plupart du temps les données proviennent d'études diverses, récoltées et interprétées à des fins différentes. Il convient d'en tirer un point de vue d'ensemble afin d'obtenir une définition conceptuelle de la structure et du comportement du système à modéliser.

L'expérience acquise en modélisation des bassins versants (Ledoux, 1980; Bachmat et al., 1980; Fleming, 1979; Raudkivi, 1979; Viessman et al., 1977 et Fleming, 1975) démontre que le degré de réussite en modélisation des systèmes hydrologiques repose, d'une part, sur l'hypothèse que l'information disponible décrit au mieux la réalité du système et, d'autre part, sur le niveau de simplification que l'on peut faire du système réel pour que le problème soit abordable mathématiquement. Il dépend aussi de la durée des historiques de données utiles à la comparaison des résultats des simulations.

Par le calage du modèle on confronte toutes les hypothèses que l'on a pu faire sur la structure du système, sur la nature de ses limites, sur les valeurs des paramètres, etc. Le modèle teste la compatibilité de toutes les données et amène l'hydrologue à modifier peu à peu ses hypothèses initiales jusqu'à ce que les résultats du modèle s'apparentent le plus possible aux observations du système réel.

Une très bonne définition de la structure et de la dynamique du système à représenter mathématiquement minimise les manipulations lors de la phase calage du modèle et par le fait même le temps d'ordinateur.

De plus, des historiques de données relativement longs et une bonne définition du système maximisent la compréhension du comportement du système hydrologique et de sa structure, de même que la confiance apportée aux résultats de la simulation.

En résumé, lors de l'utilisation d'un modèle hydrologique, tout repose sur l'habilité et la compétence de l'hydrologue à transposer un système réel en un modèle qui préserve les éléments essentiels de la réalité pour en arriver à la reproduire du mieux possible pour autant que la qualité et la quantité d'informations le lui permettent.

D'autre part, il faut ajouter que l'hydrologue doit connaître les fondements mathématiques du modèle qu'il utilise. Ceci pour lui permettre de respecter les hypothèses sur lesquelles reposent les techniques mathématiques de modélisation et afin qu'il sache apprécier les marges d'erreurs engendrées par les solutions numériques.

En ce sens, le chapitre suivant décrit quelques modèles d'écoulements intégrés en s'attardant à leur structure et aux méthodes mathématiques qu'ils utilisent pour représenter les différentes composantes de l'écoulement.

CHAPITRE 2

QUELQUES MODÈLES TENANT COMPTE DES ÉCOULEMENTS DE SURFACE ET SOUTERRAINS

2. QUELQUES MODÈLES TENANT COMPTE DES ÉCOULEMENTS DE SURFACE ET SOUTERRAINS

Ce chapitre passe en revue différents modèles traitant de la simulation conjointe des écoulements de surface et des écoulements souterrains. Le tour d'horizon ne tient compte que des modèles déterministes basés sur les lois physiques de l'écoulement ou utilisant des techniques conceptuelles auxquelles sont reliés des paramètres ayant une signification physique.

Actuellement, le faible nombre de modèles accessibles et utilisables à l'échelle du bassin versant rend compte du caractère récent (1970) de l'intérêt porté aux modèles d'écoulements intégrés. Jusqu'à maintenant l'attention s'est plutôt dirigée vers les modèles de gestion intégrant l'utilisation conjointe des eaux de surface et des eaux souterraines en fonction d'objectifs de types économiques, technologiques et politiques (Bachmat et al., 1980).

De plus, les modèles existants de simulation ont été développés selon divers objectifs, reliés de près ou de loin à la simulation du comportement hydrologique du bassin dans son entier, ce que l'on cherche à représenter à l'aide des modèles intégrés complets.

Certains modèles ne tiennent compte que d'un certain nombre de composantes du cycle hydrologique. Les premiers efforts de modélisation furent réalisés dans le but de mieux cerner l'effet et la contribution des divers mécanismes du cycle hydrologique et d'aider au développement de modèles

déterministes à l'échelle du bassin versant (Pinder et Sauer, 1971; Freeze, 1972).

Cette revue de littérature s'articule autour de deux volets. Il est question dans un premier temps de présenter l'objectif, la formulation et les composantes des différents modèles. En second lieu, on décrit les différentes fonctions de transfert utilisées pour représenter les divers modes de circulation de l'eau. Entre autres, on définit les fonctions production et de transfert en surface et en milieu souterrain.

Nous retenons les modèles décrits et rapportés par les auteurs suivants: Pinder et Sauer (1971); Freeze (1972); Knapp et al. (1975); Cunningham et Sinclair (1979); Girard et al. (1981); Refsgaard et Hansen (1982 a) et Miles et Rushton (1983).

2.1 Buts, structure et méthodes numériques de solution

A- LE MODÈLE DE PINDER ET SAUER

Ce modèle, conçu pour prendre en compte l'influence de l'emmagasinement dans les berges sur la propagation d'une onde de crue en rivière, tient compte des écoulements en rivière, des écoulements dans la nappe phréatique et des échanges réciproques nappe-rivière le long du périmètre mouillé du cours d'eau. Cependant, aucune disposition n'a été incluse pour considérer les écoulements de surface. Ils utilisent la méthode des différences finies

pour résoudre les équations différentielles régissant le transfert de l'eau en rivière et de l'eau souterraine.

Cunningham et Sinclair (1979) généralisent cette technique. Leur contribution amène l'utilisation d'une solution numérique par les éléments finis nommée méthode de Garlekin. Cette méthode est appliquée aux équations aux dérivées partielles de l'écoulement en rivière et de l'écoulement souterrain en utilisant des éléments quadrilatères.

B- LE MODÈLE DE FREEZE

Ce modèle traite de la simulation conjointe des écoulements souterrains en milieu saturé et non saturé et des écoulements en rivière dans le but d'évaluer l'importance du débit de base à l'alimentation des rivières lors des forts épisodes pluvieux et/ou de fonte de neige. Bien que sa contribution tienne compte des mouvements de l'eau dans la zone non saturée elle n'intègre pas l'écoulement de surface.

La méthode des différences finies est utilisée pour résoudre les équations différentielles régissant les mouvements de l'eau en rivière et en milieu souterrain en utilisant un quadrillage à mailles rectangulaires variables.

C- LE MODÈLE DE KNAPP ET AL.

Ce modèle tente de représenter le comportement hydrologique d'un bassin versant en prenant en compte les divers phénomènes d'écoulements de surface et souterrains (zones saturée et non saturée) tout en considérant l'interaction à double sens entre les deux milieux. Le modèle reprend les caractéristiques structurelles et fonctionnelles du modèle d'écoulement de surface de Smith et Lumb (1966) et du modèle d'écoulement souterrain de Dabiri et al. (1970).

Le modèle, développé dans le but d'être transférable d'un bassin à un autre, découpe verticalement le bassin en quatre couches (figure 4): une couche de surface représentant les premiers centimètres du sol; une couche couvrant l'horizon supérieur du sol; une couche considérant l'horizon inférieur du sol dans laquelle s'inscrit la zone racinaire de la végétation; la dernière couche figure l'aquifère reposant sur un substratum imperméable. On constate cependant que la couche de surface n'inclut pas les écoulements en rivière, lesquels sont traités indépendamment.

Les couches supérieures sont divisées en segments parallèles congruents d'une couche à l'autre. Chaque maille ainsi définie se voit appliquer des bilans de masse. La couche aquifère est représentée par un maillage rectangulaire découlant de l'utilisation de la méthode des différences finies pour résoudre l'équation de diffusivité.

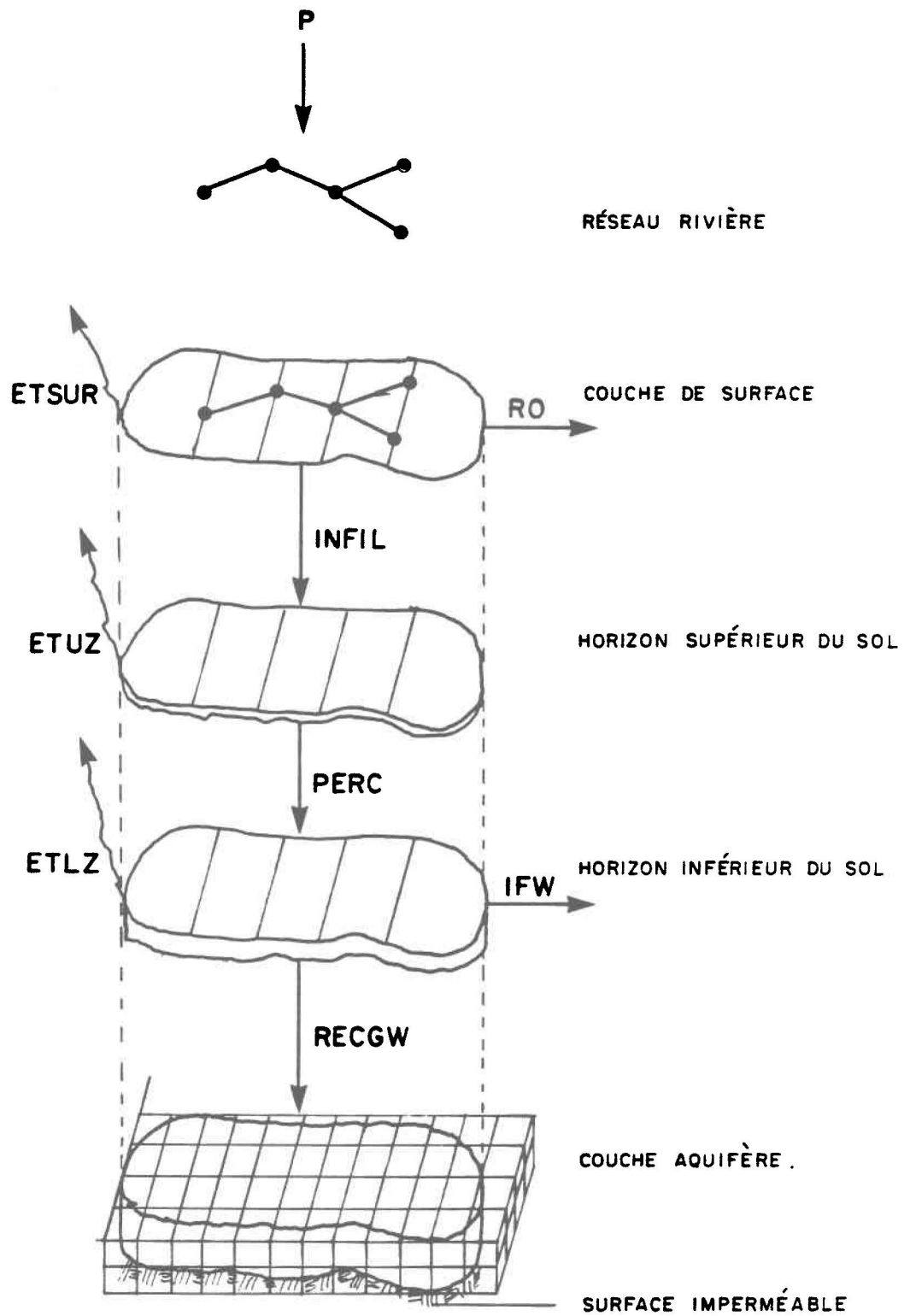


Figure 4: Structure du modèle de Knapp et al. (1975) (adaptée de Knapp et al., 1975)

D- LE MODÈLE COUPLÉ

Le modèle présenté par Girard et al. (1981) a pour objectif la simulation conjointe des écoulements de surface et des écoulements souterrains sur un ou plusieurs bassins versants. Il représente aussi complètement que possible le cycle hydrologique terrestre. Le modèle prend en compte les écoulements en rivière, en surface, dans la zone non saturée, en milieu saturé (pouvant intégrer les aquifères multicouches) et l'échange réciproque entre le domaine de surface et souterrain.

Ce modèle est l'aboutissement des recherches entreprises par l'INRS-Eau, l'O.R.S.T.O.M. (Villeneuve et Leblanc, 1978; Girard et al., 1972) et par le Centre d'informatique géologique de l'École nationale supérieure des mines de Paris (Ledoux, 1975, 1980).

Le modèle découpe le bassin en mailles carrées emboîtées de dimensions variables. On retient une couche de surface et autant de couches souterraines que le laisse présumer l'analyse géologique et hydrogéologique de la région à modéliser (annexe A).

La définition du réseau de drainage de surface comprend deux composantes: le réseau hydrographique principal et le réseau d'écoulement de la zone de ruissellement. Le réseau de drainage ayant été défini sur la couche de surface, on représente le réseau hydrographique principal à l'aide des mailles qui y correspondent, appelées mailles rivières. Le calcul des échanges à double sens entre les domaines superficiel et souterrain ainsi

que le transfert en rivière s'effectuent uniquement sur ces mailles rivières.

Le réseau d'écoulement de la zone de ruissellement regroupe les mailles n'étant pas des mailles rivières. Il comprend, d'une part, les mailles dont l'exutoire est une maille rivière et, d'autre part, celles dont l'exutoire éventuel ne fait pas partie du réseau hydrographique principal.

Dans le premier cas, le calcul de l'infiltration et du débit de surface est effectué indépendamment des écoulements souterrains.

Dans le second cas, où aucune maille ne participe à l'alimentation des mailles rivières, le modèle évalue seulement l'infiltration calculée par la fonction production considérée. La figure 5 résume la structure du domaine de surface et le rôle des différentes mailles qui le composent.

Le domaine souterrain utilise également des mailles carrées emboîtées de dimensions variables. Il considère toutes les couches hydrogéologiques ayant été identifiées, lesquelles sont discrétisées suivant l'information disponible et la précision désirée. L'équation de diffusivité est résolue par la méthode des différences finies. Le modèle prend en compte également les échanges entre les diverses couches souterraines (aquifères multicou- ches).

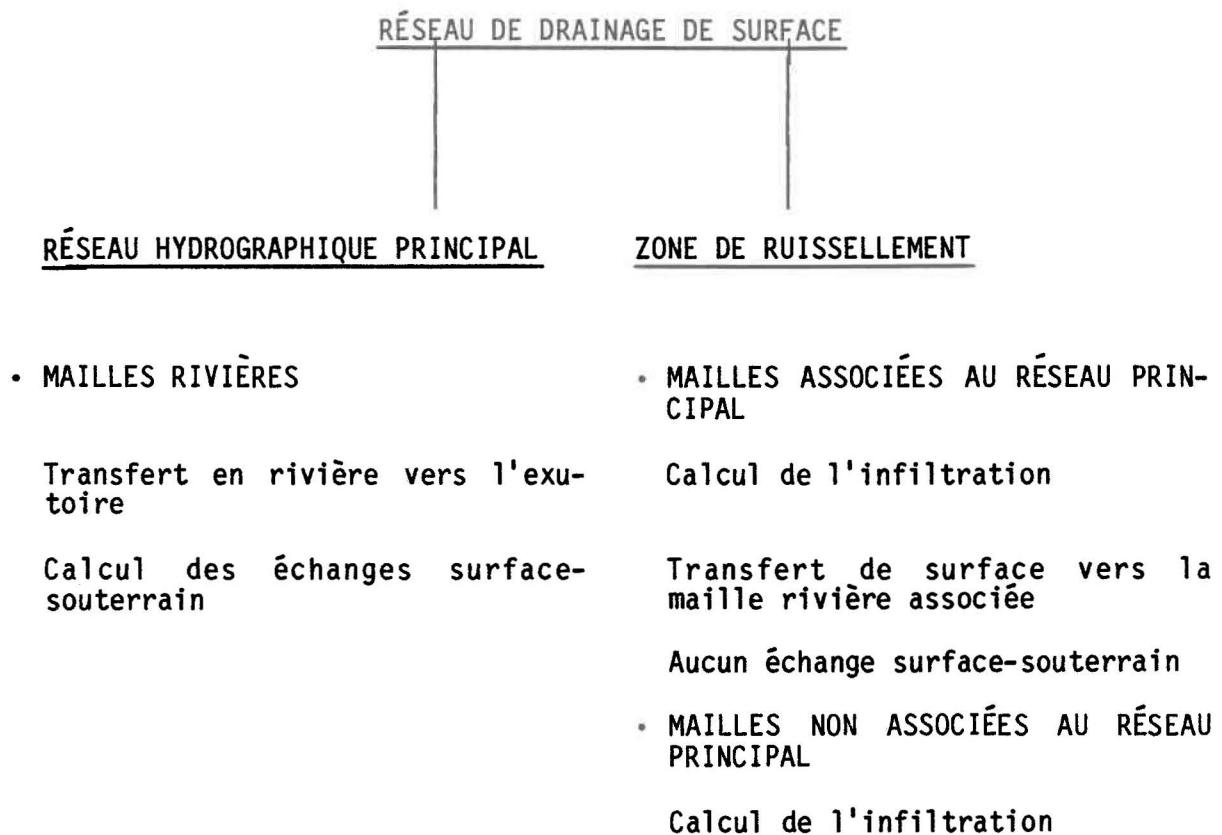


Figure 5: Structure du domaine de surface du modèle couplé

E- LE MODÈLE DE REFSGAARD ET HANSEN

Refsgaard et Hansen (1982 a) se sont préoccupés des conséquences hydrologiques causées par l'exploitation de l'eau souterraine sur les débits en rivière et sur les charges hydrauliques dans les aquifères.

La structure du modèle s'élabore à partir des caractéristiques physiques d'un bassin versant particulier (bassin versant Suså au Danemark).

Comme le montre la figure 6, le bassin se découpe en quatre zones, chacune d'elles incorporant un modèle différent. Il s'agit de la zone racinaire, de l'aquifère à nappe libre, de l'aquitard et de l'aquifère confiné.

La zone racinaire se subdivise verticalement en quatre couches sur lesquelles des bilans de masse sont appliqués. On discrétise la surface suivant des zones homogènes de précipitation et de propriétés du sol. La distribution spatiale de la végétation est prise en compte en divisant chaque zone de précipitation en zones homogènes de végétation. Chacune des surfaces ainsi définies est modélisée avec le même type de modèle en affectant des valeurs différentes aux paramètres.

Le modèle représentant les écoulements de l'aquifère confiné utilise la méthode des différences finies intégrées (Thomas, 1973). De ce fait, le bassin se discrétise en mailles polygonales. Celles-ci s'appliquent également à l'aquitard et à l'aquifère à nappe libre.

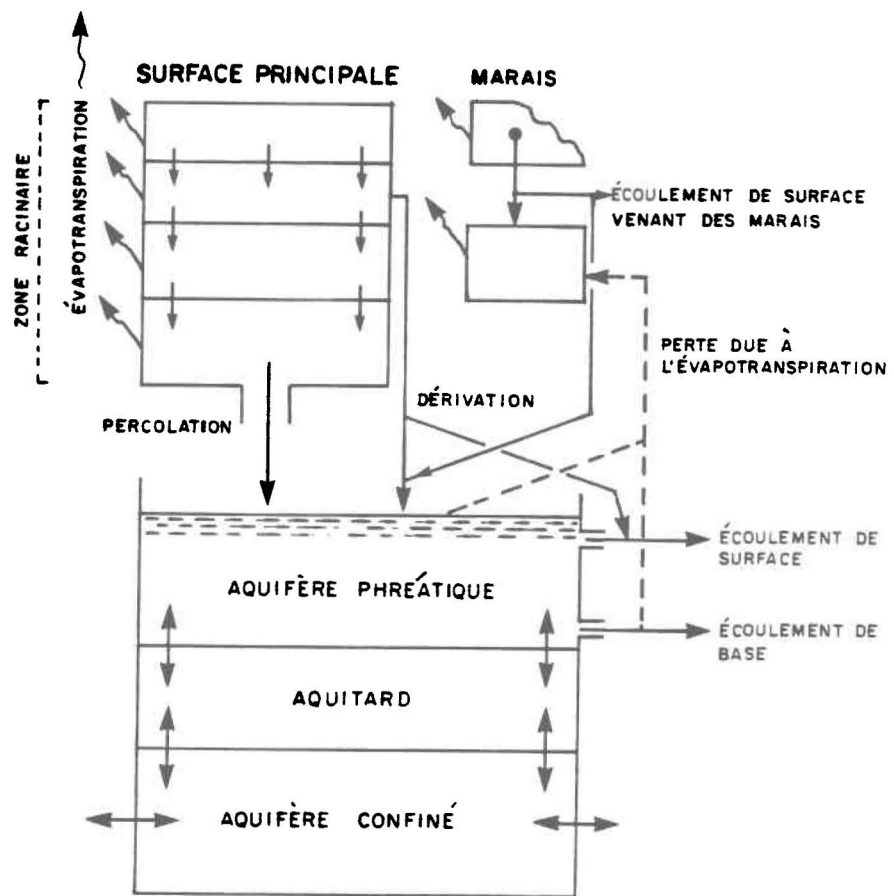


Figure 6: Structure du modèle de Refsgaard et Hansen (1982 a)
(adaptée de Refsgaard et Hansen, 1982 a)

En ce qui a trait à la nappe libre, chaque polygone se subdivise selon la topographie en quatre sous-polygones sur lesquels on assume des conditions homogènes de recharge et de décharge.

La liaison entre l'aquifère à nappe libre et l'aquitard de même qu'avec l'aquifère confiné est prise en compte par les phénomènes de drainance continue et variable. Ce dernier est défini par une fonction de réponse analytique pour les aquitards (Frind, 1979).

F- LE MODÈLE DE MILES ET RUSHTON

Ce modèle représente le comportement de l'ensemble des composantes du bassin versant étudié. Son objectif est d'établir à long terme l'état des ressources en eau du bassin.

La structure du modèle s'articule autour des différents types de terrain rencontrés sur le bassin car on accorde à chacun une contribution différente au débit (figure 7).

Il tient compte des écoulements en rivière, en zones non saturée et saturée. La discrétisation en mailles rectangulaires est adoptée par la méthode des différences finies utilisée pour résoudre l'équation de diffusivité.

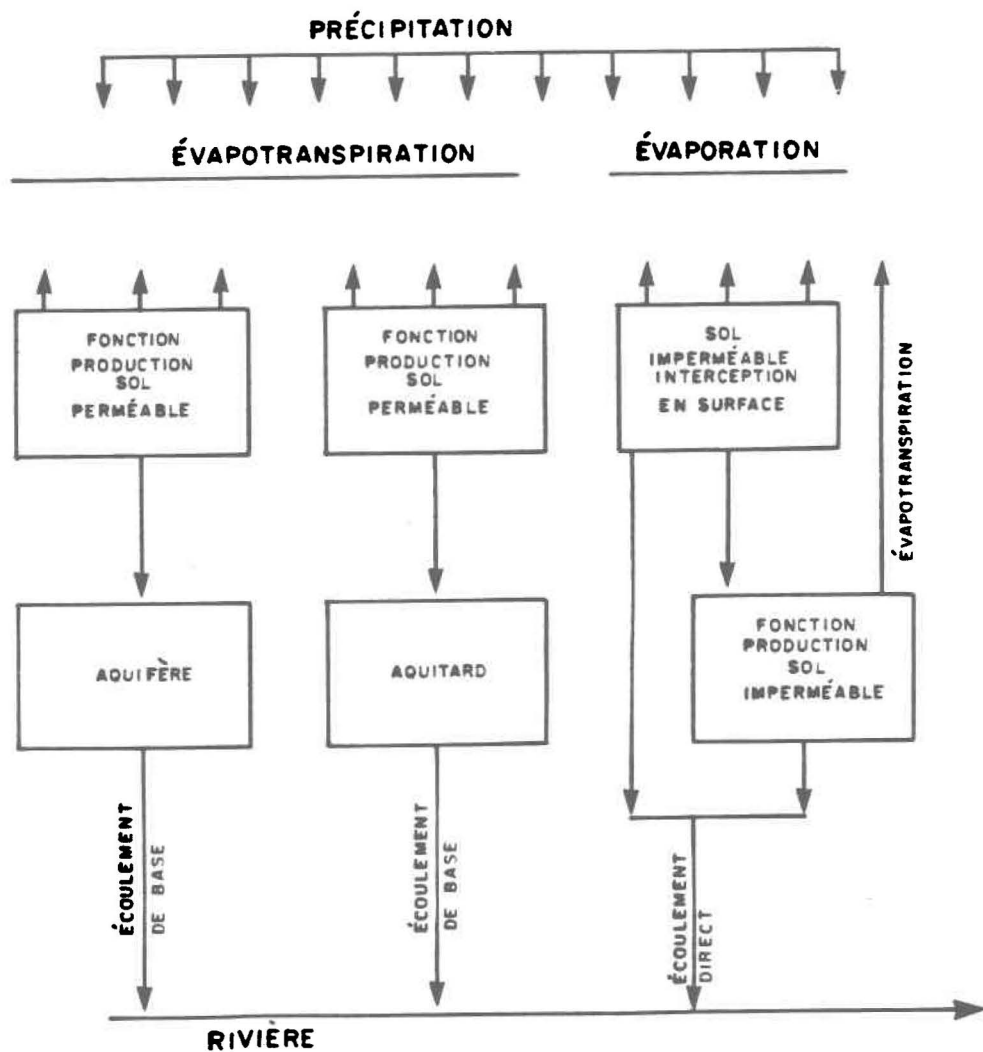


Figure 7: Structure du modèle de Miles et Rushton (1983) (adaptée de Miles et Rushton, 1983)

2.2 Les fonctions de transfert

En hydrologie, on emploie un certain nombre de techniques à caractère mathématique pour reconstituer les écoulements de surface et souterrain. La plupart de ces techniques sont connues de longue date. De façon générale, on retient deux approches: l'approche hydraulique basée sur la solution numérique des équations de mouvement et de continuité et l'approche hydrologique dans laquelle les nombreuses méthodes sont basées sur la notion d'emmagasinement définie par l'équation de continuité: $I - O = \frac{ds}{dt}$ où I et O représentent respectivement les entrées et les sorties et s l'emmagasinement à l'intérieur d'un certain volume (Linsley et al., 1982).

Cette section rapporte les diverses méthodes utilisées par les modèles couplés. Le tableau 1 en donne un résumé en considérant le transfert en rivière, le transfert en surface et le transfert en milieu saturé. Cependant, nous discuterons en premier lieu du transfert vertical de l'eau représenté par les fonctions production.

A- LES FONCTIONS PRODUCTION

Avant d'acheminer l'eau des précipitations parvenue à la surface du bassin versant, il convient d'en déterminer la proportion pouvant être stockée qui est prête à être transférée en surface ou en profondeur. Cette opération se réalise en utilisant des algorithmes que nous appelons fonction production.

Tableau 1: Méthodes de transfert utilisées par les différents modèles

MODÈLES	PINDER-SAUER (1971)	FREEZE (1972)	KNAPP ET AL. (1975)	CUNNINGHAM-SINCLAIR (1979)	GIRARD ET AL. (1981)	REFSGAARD-HANSEN (1982)	MILES-RHUSTON (1983)
CARACTÉRISTIQUES ET MÉTHODES							
<u>ÉCOULEMENT EN RIVIÈRE</u>							
• Méthode de Muskingum			X		X		
• Méthode isochrone							
• Approche hydraulique	X	X		X		X	X
• Approche analytique							
<u>ÉCOULEMENT EN SURFACE</u>							
• Hydrogramme unitaire			X		X		
• Méthode à réservoirs					X		
• Méthode isochrone							
• Approche analytique						X	X
<u>ÉCOULEMENT SOUTERRAIN</u>							
• Aquifère à nappe libre	X	X	X	X	X	X	X
• Aquifère confiné	X				X	X	
• Aquitard					X	X	X
• Aquifères multicouches					X	X	
• 2 dimensions dans le plan	X		X	X	X	X	X
• 3 dimensions		X					
• Approche hydraulique	X	X	X	X	X	X	X
• Méthode à réservoirs						X	

Le rôle des fonctions production est de répartir la quantité d'eau parvenant à la surface du bassin en évaporation, évapotranspiration, ruissellement, infiltration et stockage dans le sol.

L'on peut consulter avantageusement Daudelin (1983), L'Aour (1979) et Fleming (1975) pour obtenir une idée de l'ensemble des fonctions production utilisées par divers modèles hydrologiques de surface.

Knapp et al. (1975) utilisent différentes équations selon la couche de sol considérée. Le tableau 2 résume l'ensemble des équations prises en compte. L'Aour (1979) en fait une bonne analyse. Chacune des fonctions détermine des sorties qui deviennent les données d'entrée nécessaires à l'évaluation de la fonction production de la couche sous-jacente (figure 4). Il faut cependant noter que le nombre de paramètres à estimer est relativement élevé.

Girard et al. (1981) emploient un type de fonction production pour les sols et un type pour les plans d'eau. Ces derniers effectuent essentiellement un bilan entre la pluie, l'évaporation et le ruissellement.

La fonction production standard type sol est valable pour prendre en compte les différents types de surface que l'on peut rencontrer sur un bassin versant. Ce type de fonction production comprend un réservoir de bilan et deux réservoirs de transferts chargés de moduler la libération de l'eau en surface et vers le milieu souterrain. L'annexe A donne le schéma

Tableau 2: Fonctions production du modèle de Knapp et al. (1975).

COUCHE MODÉLISÉE	FONCTIONS PRODUCTION	ÉQUATIONS ASSOCIÉES
Surface	$\frac{d}{dt} (\text{DEPTH}) = P - \text{RO} - \text{INFIL} - \text{ETSUR}$	(1) $\text{RO} = \frac{(P - \text{IA})^2}{(P - \text{IA} + S)}$
Horizon supérieur du sol	$\frac{d}{dt} (\text{UZS}) = \text{INFIL} - \text{PERC} - \text{ETUZ}$	(2) $\text{PERC} = K_1 (\text{UZS})^{K_2}$ (3) $\text{ETUZ} = \text{ET}_{80} \frac{(\text{Log UZS} - \text{Log UZMN})^{cx}}{(\text{Log UZMX} - \text{Log UZMN})} \cdot \frac{(F - 30)}{50} \text{PCU}$
Horizon inférieur du sol	$\frac{d (\text{LZS})}{dt} = \text{PERC} - \text{ETLZ} - \text{REGGW} - \text{IFW}$	(4) $\text{IFW} = \text{Log}_e (K) (\text{LZS} - \text{LZSN})$

PARAMÈTRES

DEPTH: hauteur d'eau emmagasinée en surface (L);
 t : temps;
 P : taux de précipitation (L/T);
 IA : taux d'abstraction initial (L/T);
 RO : taux d'écoulement (L/T);
 INFIL: taux d'infiltration (L/T);
 ETSUR: taux d'évaporation (L/T);
 S : recharge potentielle en humidité du sol (L/T);
 UZS : contenu en humidité du sol (horizon supérieur (L));
 PERC : taux de percolation de l'horizon supérieur à l'horizon inférieur (L/T);
 ETUZ : taux d'évapotranspiration de l'horizon supérieur (L/T);
 UZS : contenu en eau normalisée $(\text{UZS} - \text{UZSN}) / (\text{UZMX} - \text{UZSN})$;
 UZSN : contenu en eau de l'horizon supérieur à la capacité au champs (L);
 UZMX : contenu en eau de l'horizon supérieur à saturation (L);
 K_1 : perméabilité verticale du sol (L/T);
 K_2 : constante paramétrique pour un sol donné;
 ET_{80} : taux d'évapotranspiration potentielle à 80° F (L/T);
 UZMN : contenu en eau du point de flétrissement (L);
 cx : constante paramétrique du sol;
 F : température moyenne de l'air;
 PCU : fraction de l'évapotranspiration venant de l'horizon supérieur;
 LZS : contenu en eau de l'horizon inférieur (L);
 ETLZ : taux d'évapotranspiration de l'horizon inférieur (L/T);
 RECGW: taux de percolation de l'horizon inférieur vers les aquifères (L/T);
 IFW : taux d'écoulement divergent;
 K : constante de récession;
 LZSN : contenu en eau de l'horizon inférieur à la capacité au champs (L).

explicatif et les équations paramétriques définissant ce type de fonction production.

Ce type de fonction production est une approche robuste en ce sens que lorsqu'il s'agit de conditions d'application analogues, la transposition pure et simple des valeurs des paramètres d'un bassin à un autre conduit à des résultats satisfaisants (Villeneuve et al., 1976).

Refsgaard et Hansen (1982 a) calculent la teneur en eau du sol en utilisant un bilan de masse pour chacune des couches de la zone racinaire. Les paramètres de la composante modulation représentent des entités physiques obtenues à partir de mesures sur le terrain. Il s'agit entre autres de la capacité au champ, du point de flétrissement et de la profondeur racinaire.

Miles et Rushton (1983) considèrent pour leur modèle une recharge directe en eau souterraine vers l'aquifère et l'aquitard. Ils utilisent une technique de déficit en eau du sol selon l'équation du bilan hydrologique. Plusieurs méthodes pour estimer la recharge sont proposées et sont présentées sur le tableau 3 (Rushton et Ward, 1979). Dans le modèle, l'évapotranspiration est calculée pour chaque type de terrain figurant dans le bassin versant et le ruissellement est estimé comme un pourcentage constant des précipitations.

Tableau 3: Méthodes pour estimer les apports souterrains
(d'après Rushton et Ward, 1979)

- 1) Méthode conventionnelle d'analyse (bilan hydrique)
- 2) 15 % des précipitations efficaces comme recharge directe
- 3) 15 % des précipitations comme recharge directe
- 4) 15 % des précipitations en excès de 10 mm sur n'importe quel jour comme recharge directe
- 5) 15 % des précipitations efficaces + 15 % des précipitations comme recharge directe
- 6) 30 % des précipitations efficaces comme recharge directe
- 7) 30 % des précipitations comme recharge directe
- 8) Réduction de la zone racinaire de 60 %
- 9) 15 % des précipitations > 5 mm plus 15 % des précipitations efficaces comme recharge directe

B- LES FONCTIONS DE TRANSFERT DE SURFACE

Les fonctions de transfert de surface tentent de représenter du mieux possible les deux types d'écoulement s'y produisant, à savoir le ruissellement en surface (overland flow) et les écoulements en rivière (channel flow, streamflow).

• Le ruissellement en surface

Knapp et al. (1975) utilisent la méthode de l'hydrogramme unitaire (Linsley et al., 1982) pour acheminer l'eau de ruissellement vers le réseau rivière:

$$q_n = Q_n U_1 + Q_{n-1} U_2 + \dots + Q_{n+1-i} U_i + \dots Q_1 U_n$$

où:

q_n : apport au réseau du sous-bassin au temps n ;

Q_i : écoulement de surface au temps i ;

U_i : quantité d'eau écoulée due à une précipitation unitaire au temps i arrivant au point de décharge au temps n .

Le modèle couplé de Girard et al. (1981) utilise une fonction de type surface-temps pour délivrer l'eau de ruissellement jusqu'au réseau rivière. À l'aide de zones isochrones, rassemblant les mailles présentant une durée de trajet identique jusqu'à l'exutoire du bassin versant, l'algorithme four-

nit pour chaque pas de temps le volume ruisselé dans chacune des mailles rivières caractérisant le réseau hydrographique principal (figure 8).

Le transfert de l'eau est effectué globalement, ce qui implique que le débit ne peut être calculé qu'à l'exutoire des sous-bassins à l'exclusion de tout autre point.

Les volumes écoulés (QR) sont établis à partir des fonctions production et des surfaces attribuées à chacune d'elles dans les mailles constituant les zones isochrones.

Miles et Rushton (1983) adaptent l'équation de Horton pour acheminer l'écoulement divergent vers le réseau rivière:

$$q = AI_0 \text{ EXP } (-bt^a)$$

où:

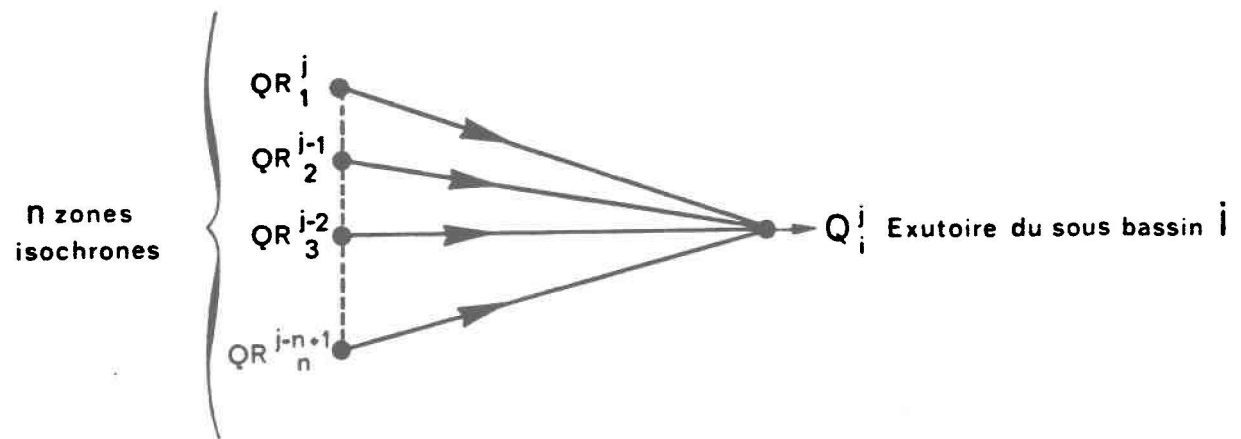
q : écoulement;

A : surface considérée;

I_0 : lame d'eau disponible du stock en eau souterrain à $t = 0$;

a, b: constantes.

Ils évaluent l'écoulement provenant des surfaces imperméables en utilisant une approche simple:



$$Q_i^j = \sum_{k=1}^{k=n} QR_k^{j-k+1}$$

où Q_i^j est le volume ruisselé au pas de temps j à l'exutoire du sous-bassin i,
 QR_k^{j-k+1} est le volume disponible calculé au pas de temps j-k+1 sur la zone isochrone de numéro k,
n est le nombre total de zones isochrones.

Figure 8: Algorithme de transfert en surface du modèle couplé (d'après Ledoux, 1980)

$$Q_I = A (0,9 I_m + 0,1 I_{m-1})$$

où:

Q_I : écoulement parvenant au réseau rivière;

A : surface considérée;

I_m : eau disponible pour le ruissellement pour le mois m ;

I_{m-1} : eau disponible pour le ruissellement du mois précédent.

• L'écoulement en rivière

Knapp et al. (1975) emploient la méthode de Muskingum pour acheminer l'eau du réseau rivière vers l'exutoire. L'expression suivante relie les débits entrant et sortant d'un tronçon rivière.

$$S = K [\alpha I (1 - \alpha) O]$$

où:

S : emmagasinement;

I : débit entrant;

O : débit sortant;

α, K : coefficients.

En substituant S dans l'équation de continuité, on obtient l'équation de transfert Muskingum:

$$O_2 = \frac{-K\alpha - 0,5 \Delta t}{K - K\alpha + 0,5 \Delta t} I_2 + \frac{K\alpha + 0,5 \Delta t}{K - K\alpha + 0,5 \Delta t} I_1 + \frac{K - K\alpha - 0,5 \Delta t}{K - K\alpha + 0,5 \Delta t} O_1$$

où:

Δt : $t_2 - t_1$;

O_1 : débit sortant au temps 1;

O_2 : débit sortant au temps 2;

I_1 : débit entrant au temps 1;

I_2 : débit entrant au temps 2;

K : constante d'emménagement;

α : facteur de pondération.

Viessman et al. (1977) donnent la description complète de cette technique. Elle est simple et facile d'application et en général vaut pour la majorité des rivières. Cependant, on doit tenir compte des hypothèses suivantes:

- le profil longitudinal de la surface de l'eau est le même d'un bout à l'autre du tronçon rivière considéré;
- les paramètres K et α sont constants.

Si ces hypothèses ne peuvent être respectées, il peut être nécessaire de travailler avec des longueurs de tronçon plus courtes ou d'utiliser une autre approche (Viessman et al., 1977).

Pour exécuter le transfert en rivière, Girard et al. (1981) utilisent une combinaison des méthodes isochrones et à réservoir. L'algorithme de transfert considère le réseau hydrographique principal comme une arborescence de biefs se vidant les uns dans les autres de l'amont vers l'aval suivant une loi de tarissement exponentielle définie par un coefficient de vidange. Les biefs sont établis par le regroupement des mailles rivières ayant le même temps de transfert jusqu'à l'exutoire du bassin. Le transfert porte sur la quantité totale d'eau du bief et est effectué de l'amont vers l'aval selon l'algorithme de la figure 9.

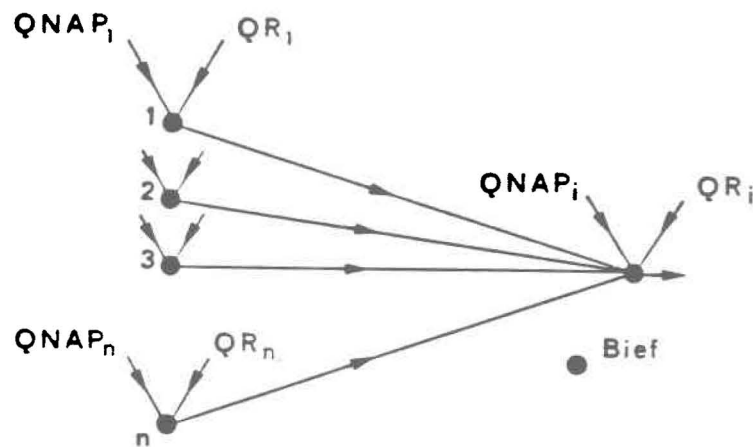
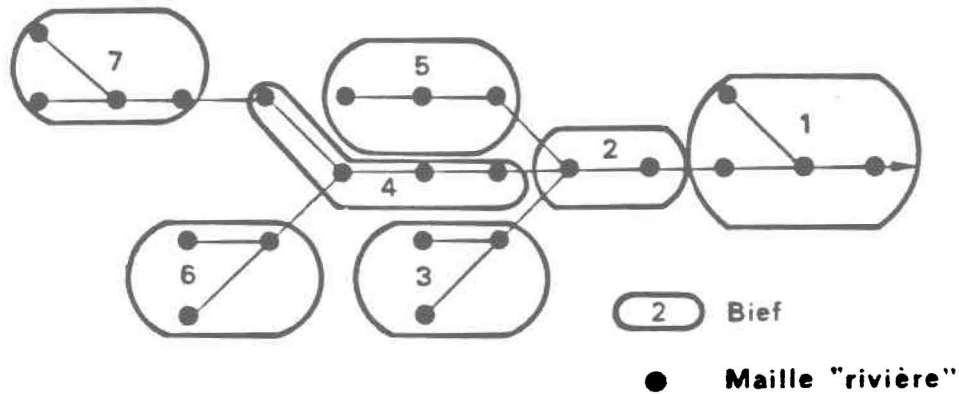
Miles et Rushton (1983) utilisent une équation de bilan hydrique. Pour un noeud du réseau rivière de l'amont vers l'aval, on a:

$$R_n = R_{n-1} + Q_I + Q_{R,m,n}$$

où:

- R_n : débit en rivière au noeud n ;
- R_{n-1} : débit en rivière du noeud immédiatement en amont du noeud n ;
- Q_I : débit venant des zones imperméables;
- $Q_{R,m,n}$: débit échangé avec l'aquifère.

Le transfert par l'approche hydraulique requiert la solution simultanée des expressions de continuités et de quantités de mouvement représentant les écoulements graduellement variables en surface libre. Cette approche repose sur trois hypothèses:



Soit V_i^j le volume d'eau de surface stocké dans le bief i au pas de temps j .
Ce volume au pas de temps $j + 1$ devient:

$$V_i^{j+1} = (1 - XKB_i) (V_i^j + QR_i^j + QNAP_i^j) + \sum_{k=1}^{k=n} XKB_k (V_i^j + QR_i^j + QNAP_k^j) \quad \checkmark$$

où:

QR_i^j : est la quantité d'eau disponible au pas de temps j , en provenance des sous-bassins ruisselant dans le bief i ;

$QNAP_i^j$: est la quantité d'eau échangée algébriquement entre le domaine souterrain et les mailles constituant le bief i au pas de temps j ;

XKB_i : est le coefficient de vidange du bief i ;

L'indice k croît de 1 à n en désignant l'ensemble des biefs qui se vidangent directement dans le bief i .

Figure 9: Représentation et algorithmes de transfert en rivière du modèle couplé (d'après Ledoux, 1980).

- la densité de l'eau est constante;
- la longueur de la rivière sur laquelle l'onde de crue se déplace est de beaucoup supérieure à la profondeur d'écoulement;
- l'écoulement est essentiellement unidimensionnel.

Plusieurs formes de l'équation générale représentant les écoulements graduellement variables sont possibles (Linsley et al., 1982). Le tableau 4 en donne quelques exemples retenus par quelques modèles.

Pinder et Sauer (1971) ainsi que Freeze (1972) utilisent les équations de St-Venant (dites aussi divergentes). Dans le premier modèle, on considère un lit de largeur fixe. Freeze (1972) tient compte de la pluie tombant sur la rivière de même que la variation de la largeur de la rivière (terme $\frac{v_h}{B} \frac{\partial B}{\partial x}$).

Cunningham et Sinclair (1979) utilisent la forme conservatrice de l'équation générale. Ils relient la surface transversale de la rivière à la hauteur d'eau en rivière par la relation:

$$A = ah^b + Bh$$

Tableau 4: Équations de l'approche hydraulique utilisée par différents modèles

MODÈLES	ÉQUATIONS	
	CONTINUITÉ	QUANTITÉ DE MOUVEMENT
PINDER ET SAUER (1971)	$h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{q_s + q_g}{B}$	$v \frac{dv}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{v q_s + q_g}{Bh} + \frac{\partial v}{\partial t} = g (S_0 - S_f)$
FREEZE (1972)	$h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{vh}{B} \frac{\partial B}{\partial x}$ $- \frac{rB + q_g}{B} = 0$	$v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{v}{x} \left(\frac{rB + q_s}{B} \right) + \frac{\partial v}{\partial t}$ $= g (S_0 - S_f)$
CUNNINGHAM ET SINCLAIR (1979)	$B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q_s - q_g = 0$	$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (vQ)}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} - v_s q_s$ $= gA (S_0 - S_f)$

h : hauteur d'eau en rivière;
 v : vitesse de l'eau en rivière;
 v_s : composante de vitesse dans le sens de l'écoulement du débit latéral;
 q_g : apport latéral souterrain;
 q_s : apport latéral en surface;
 B : largeur de la rivière;
 r : pluie sur la rivière;
 g : accélération due à la gravité;
 A : surface de la section transversale de la rivière;
 S₀ : pente du fond de la rivière;
 S_f : "friction slope";
 t : temps
 x : distance dans le sens de l'écoulement;
 Q : débit en rivière.

où:

A : surface transversale de la rivière;

h : hauteur d'eau en rivière;

B : largeur de la rivière;

a, b: constantes.

Le terme Sf ("friction slope") est évalué à l'aide de la formule de Manning:

$$Sf = \frac{v^2 n^2}{N R^{4/3}}$$

où:

n: coefficient de friction de Manning;

R: rayon hydraulique;

N: facteur de conversion;

v: vitesse d'écoulement.

C- LES FONCTIONS DE TRANSFERT SOUTERRAIN

Pour représenter les mouvements de l'eau dans la zone saturée, l'ensemble des modèles passés en revue utilise l'équation classique de diffusivité. L'annexe B expose le développement de cette équation selon le type d'aquifère et le type de milieu auxquels elle se rapporte.

Tous les modèles simulent l'aquifère à nappe phréatique dans le plan horizontal sauf Freeze (1972) qui rapporte l'utilisation d'un modèle à trois dimensions impliquant les mouvements de l'eau en zone saturée (Freeze, 1971). Cette équation est reportée à l'annexe B.

En ce qui a trait à la représentativité du milieu souterrain, le modèle de Girard et al. (1981) est à cet égard le plus complet. Il tient compte des aquifères à nappe libre et confinés et peut intégrer les systèmes impliquant des aquifères multicouches (aquifères séparés par des semi-perméables).

Ce type de système voit l'eau circuler horizontalement dans les aquifères et verticalement dans les couches semi-perméables, les phénomènes d'échange entre les deux types de couche étant couplés par drainance (de Marsily et al., 1978; Bredehoeft et Pinder, 1970).

Refsgaard et Hansen (1982 a) assimilent l'aquifère à nappe libre à un réservoir linéaire comportant deux orifices (figure 6). Ils localisent l'orifice inférieur à 2-3 m sous la surface et l'orifice supérieur à 1 m sous la surface. La constante de temps utilisée pour l'orifice supérieur est de 10 jours et celle de l'orifice inférieur de 30 jours.

D- LA RELATION NAPPE RIVIÈRE

La liaison entre le modèle souterrain et celui en rivière se traduit par l'équation de Darcy pour l'ensemble des modèles et prend la forme:

$$Q = \frac{K (H - h)}{\Delta l}$$

où:

K : conductivité hydraulique du lit de la rivière;

H : niveau d'eau en rivière;

h : niveau piézométrique de la nappe;

Δl : épaisseur des sédiments du lit de la rivière.

Girard et al. (1981) simplifient cette approche en assimilant le terme $\frac{K}{\Delta l}$ à un seul paramètre TP. Ce paramètre définit le coefficient de transfert entre les deux milieux. La représentation physique du phénomène d'échange reste la même.

Cette étude bibliographique met en évidence deux types d'approche en modélisation des systèmes hydrologiques. La première, que nous appelons généraliste, englobe les modèles ayant été pensés et construits avec l'objectif d'être applicables à divers bassins versants ayant des caracté-

ristiques et des dimensions variables. Leur structure est imposée par les mécanismes hydrologiques considérés et par la méthode de résolution numérique employée.

Avec la deuxième approche, plus spécifique, le modèle est une réalisation produite à partir des caractéristiques physiques d'un bassin particulier avec l'intention d'apporter des éléments de réponse à un ou plusieurs objectifs donnés.

Selon cette optique, la transposition du modèle d'un bassin à un autre restreint son application à quelques cas particuliers où l'arrangement et les caractéristiques physiques du bassin semblent les mêmes. Elles orientent davantage la structure du modèle en ce qui a trait à la représentation des mécanismes hydrologiques.

Les modèles représentent les écoulements de surface à l'aide de différentes techniques. Par contre, pour les écoulements souterrains, ils utilisent tous l'équation de diffusivité. Cette équation est résolue par la méthode des différences finies pour la plupart des modèles. L'annexe C présente cette méthode ainsi que les erreurs engendrées par son utilisation.

Pour résumer, les modèles de Knapp et al. (1975), de Girard et al. (1981), de Refsgaard et Hansen (1982) et de Miles et Rushton (1983) traitent la modélisation des écoulements pour l'ensemble du bassin versant. Cependant, on note que le modèle couplé de Girard et al. (1981) est celui qui

s'apparente le mieux à la définition d'un modèle hydrologique complet du chapitre 1 car il englobe la majorité des caractéristiques qui y sont décrites. Ainsi, le modèle tient compte de la physique du système et intègre les variations dans l'espace et dans le temps de son comportement et de sa structure. De plus, sa formulation comporte des relations simples et connues de longue date pour représenter chacun des processus hydrologiques en impliquant peu de paramètres à estimer. Enfin, le mode de discrétisation utilisé facilite son application à une gamme étendue de conditions physiques, géographiques et hydrologiques. Le chapitre 3 présente une application de ce modèle.

CHAPITRE 3

APPLICATION DU MODÈLE COUPLÉ EAU DE SURFACE - EAU SOUTERRAINE

3. APPLICATION DU MODÈLE COUPLÉ EAU DE SURFACE - EAU SOUTERRAINE

3.1 Cadre de l'application

L'objectif premier de cette section est d'appliquer le modèle couplé eau de surface - eau souterraine (Girard et al., 1981) aux conditions éco-climatiques du Québec. En d'autres termes, de vérifier sa transposition à des conditions climatologiques et géographiques différentes de celles rencontrées en France où les études menées avec le modèle ont conduit à des résultats très satisfaisants (Ledoux, 1980).

Pour ce faire, l'on a retenu le bassin versant du lac Laflamme, à la forêt Montmorency. Ce bassin est sujet, depuis 1980, à de nombreuses études hydrologiques dans le cadre du programme fédéral étudiant l'impact des pluies acides sur les composantes de l'écosystème aquatique et forestier.

Le caractère récent de l'information mise à notre disposition ne permet pas d'obtenir des historiques de données adéquats pour la comparaison des résultats des simulations. Par contre, la variété des études entreprises (géologie, hydrologie, hydrogéologie) permet de réunir les informations nécessaires à un premier essai de simulation à l'aide du modèle couplé.

L'application vise deux objectifs. Premièrement, elle va permettre d'effectuer une synthèse des informations quantitatives et qualitatives en vérifiant leur cohérence, exploitant ainsi l'outil d'inventaire que constitue un tel modèle (de Marsily et al., 1977; Ledoux, 1980). Deuxième-

ment, on établira un bilan hydrique global en vue d'identifier les composantes principales de l'écoulement sur le bassin.

De plus, cette application revêt un caractère académique. La description de chacune des étapes de l'utilisation du modèle, telle que définie au chapitre 1, est détaillée de façon à fournir un exemple complet d'utilisation d'un tel outil.

Ce chapitre présente donc le cadre physique général de l'étude, décrit le bassin versant, son dynamisme et expose les étapes et les résultats de l'application du modèle couplé.

Les principes et la structure du modèle sont donnés à l'annexe A. Le chapitre 2 expose les équations de transferts utilisées par le modèle couplé.

3.2 Présentation générale des lieux: la forêt Montmorency

Localisation

Le bassin versant du lac Laflamme est situé au sein de la forêt Montmorency, de l'Université Laval, forêt expérimentale qui se situe à quelques quatre-vingts kilomètres au nord-est de la ville de Québec. La figure 10 situe la forêt Montmorency et la figure 11 montre l'emplacement du lac Laflamme à l'intérieur de celle-ci.

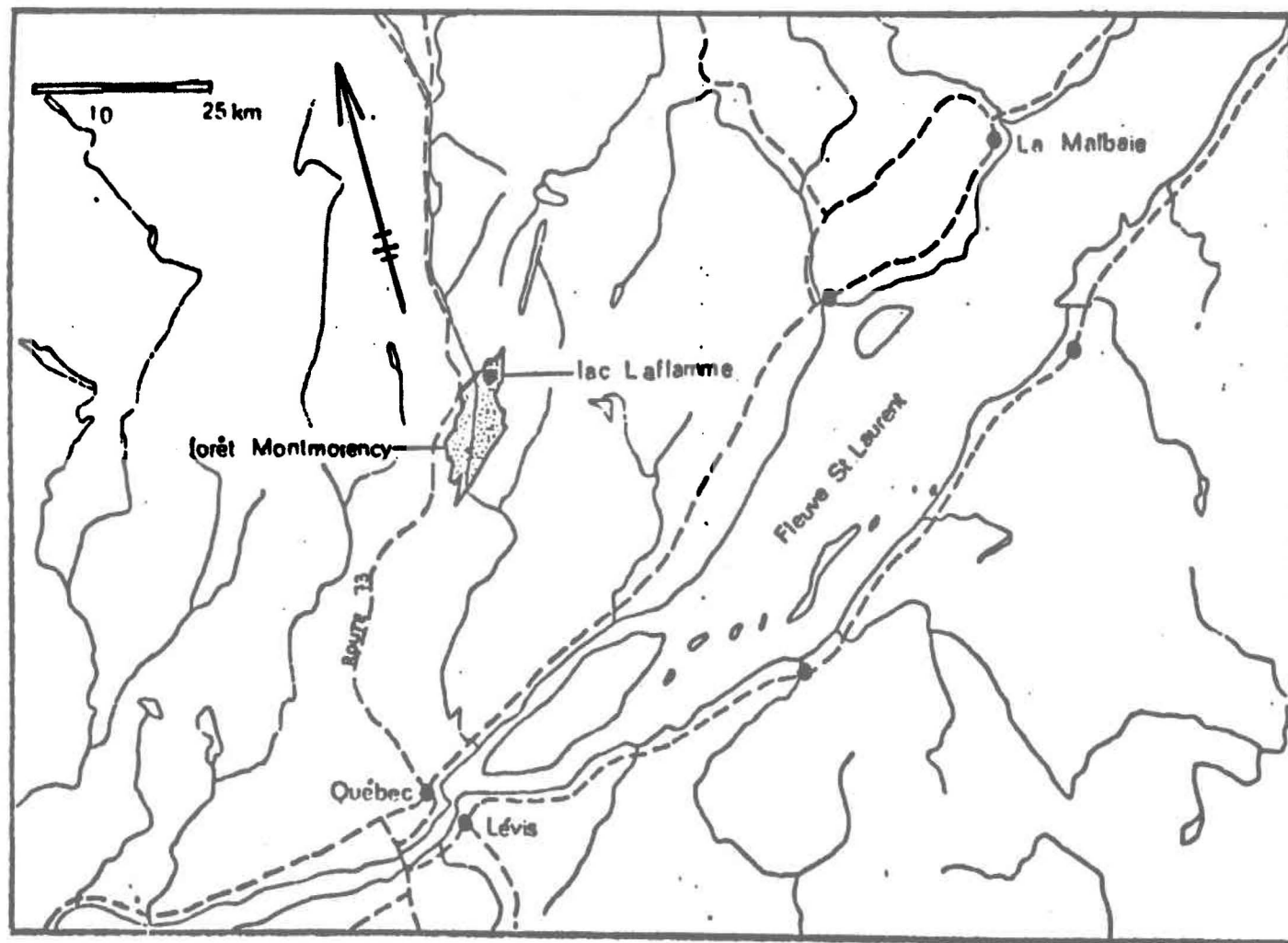


Figure 10: Localisation de la forêt Montmorency

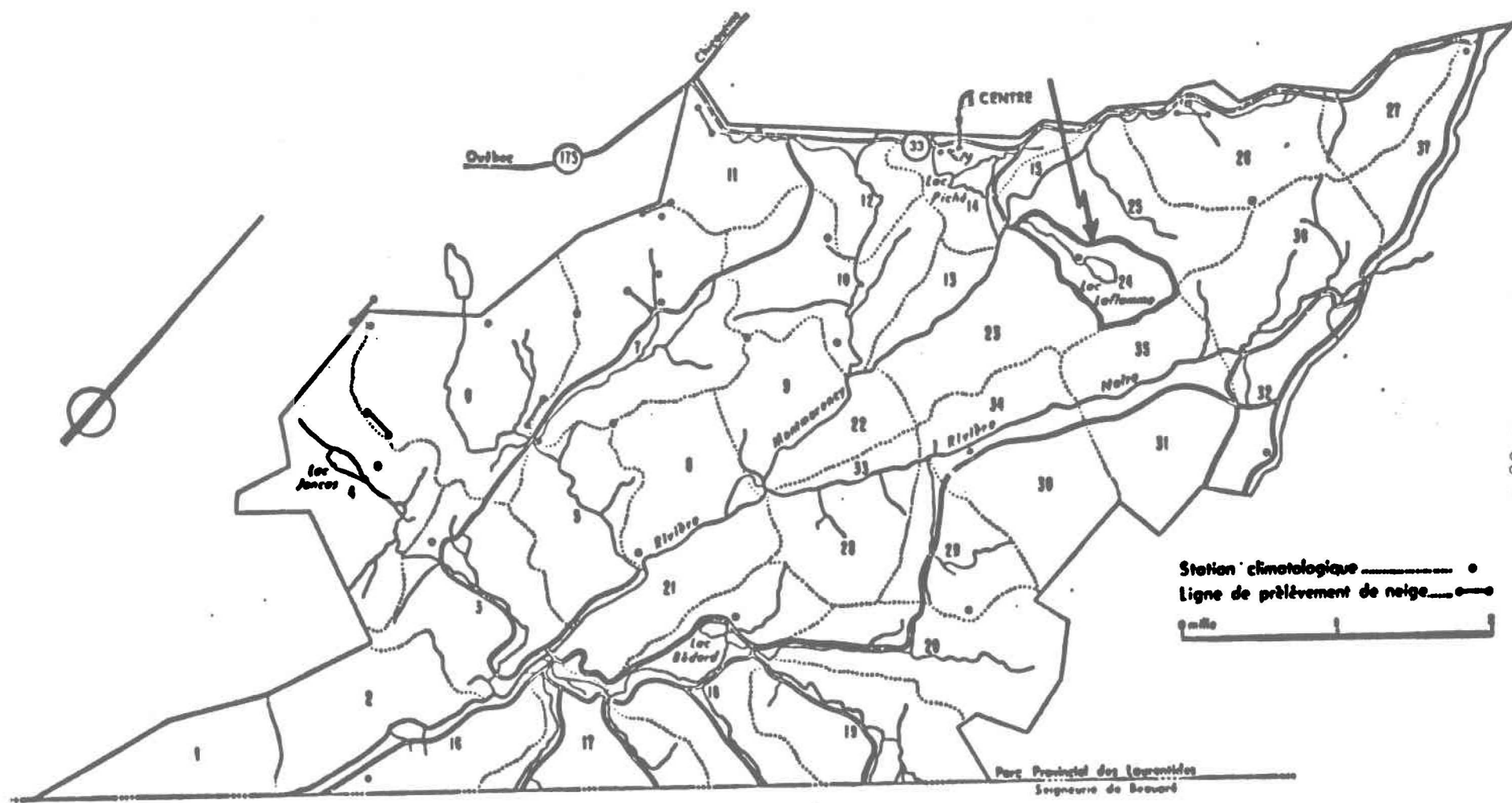


Figure 11: Localisation du lac Laflamme au sein de la forêt Montmorency

La forêt Montmorency fait partie du Parc des Laurentides reconnu pour ses fortes précipitations et son climat froid et humide. Cette région repose sur le massif du bouclier canadien formé de roches cristallines et datant de l'époque précambrienne.

Climatologie

Le climat de la forêt Montmorency est rigoureux avec des conditions particulièrement humides et fraîches. Le tableau 5 donne une description détaillée du climat de la forêt pour une période d'observation s'étendant sur quatorze années (1966-1980). On y note que le mois le plus chaud est juillet et le plus froid est janvier (14,8° C et -15,2° C respectivement). On remarque plus particulièrement que le nombre annuel moyen de jours de gel et le nombre annuel moyen de jours avec précipitation sont, dans l'ordre, 234,8 et 215,8, ceci représentant 64 % et 59 % de l'année.

La forêt reçoit en moyenne 1 429 mm d'eau par année dont 66,3 % sous forme de pluie et 33,7 % sous forme de neige. Le tableau 6 résume les valeurs moyennes mensuelles de températures et des précipitations tandis que les figures 12 et 13 illustrent schématiquement ces données.

La station météorologique de la forêt Montmorency porte le numéro 674 dans le répertoire des stations du Québec et le numéro 7042388 dans celui du réseau des stations canadiennes.

TABLEAU 5

LE CLIMAT DE LA FORET MONTMORENCY (1966-1980)

Lat.: 47° 19' Long.: 71° 09' Alt.: 670 m

Froid: T° moyenne: 0,2° C

Humide: Précipitation moyenne annuelle: 1,43 m

<u>Température (°Celsius)</u>	<u>Moyenne</u>	<u>Extrême</u>	<u>(Année)</u>
Maximum moyen	6,0	6,9	(1973)
Minimum moyen	-5,7	-7,3	(1972)
Moyenne annuelle	0,2		
Année la plus chaude: 1973	1,6		
Année la plus froide: 1972	-1,1		
Moyenne du mois le plus chaud: juillet	14,8	16,7	(1975)
Moyenne du mois le plus froid: janvier	-15,2	-18,8	(1970)
Température maximum absolue: 1 ^{er} août 1975	34,0		
Température minimum absolue: 23 février 1972	-41,0		
Nombre annuel moyen de jours de gel (T° min. ≤ 0.0° C)	234,3	250 213	(1972) (1974)
Durée annuelle de la période de croissance (mi-mai - début octobre)	142,9 jours	160 121	(1970) (1974)
<u>Précipitation</u>			
Moyenne annuelle sous forme de pluie	947,4 mm	1 164,3 726,9	(1973) (1978)
Moyenne annuelle sous forme de neige (équiv. eau)	482,0 mm		
Hauteur annuelle de la chute de neige	633,0 cm		
Moyenne annuelle de la précipitation totale	1 429,4 mm		
Hauteur saisonnière de la chute de neige	625,1 cm	889,8 369,6	(1976-77) (1967-68)
Année la plus humide: 1976	1 680,2 mm		
Année la plus sèche: 1968	1 157,2 mm		
Moyenne du mois le plus humide: août	162,8 mm	228,6	(1972)
Le mois le plus humide: décembre 1973	260,1 mm		
Moyenne du mois le plus sec: février	75,4 mm	10,9	(1978)
Le mois le plus sec: février 1978	10,9 mm		
Pluie maximum en une journée: 6 septembre 1979	92,3 mm		
Neige maximum en une journée: 4 avril 1975	49,3 cm		
Nombre annuel moyen de jours avec précipitation	215,8	252 194	(1976) (1967)

Autres éléments

Vitesse moyenne du vent (1968-80)	7,0 km/h	7,7 6,4	(1968) (1972)
Moyenne annuelle d'heures d'insolation	1 763,2 *(39,4%)	1 934,4 (43,3% - 1978) 1 618,7 (36,2% - 1973)	
Moyenne mensuelle du mois le plus ensoleillé (Juillet)	231,5 h *(48,2%)		
Le mois le plus ensoleillé: mai 1977	289,6 h *(61,8%)		
Evaporation moyenne de juin à septembre (1967-80) en mm	383,0	439,7 316,0	(1967) (1977)
Pourcentage évaporation p/r précipitation totale de juin à septembre	65,5 %	94,3% 52,8%	(1978) (1970)

* % p/r à la durée possible.

Source: Département d'aménagement et de sylviculture, faculté de Foresterie et de Géodésie,
Université Laval

Tableau 6: Moyennes mensuelles de quelques valeurs climatologiques à la station principale de la forêt Montmorency (1966-1980)

MOIS	TEMPERATURE MOYENNE (°C)	MAXIMUM		MINIMUM		PRECIPITATION TOTALE (mm)	PLUIE (mm)	NEIGE (mm)	H.NEIGE (cm)	NOMBRE DE JOURS AVEC PRECIPITATION
		MOYEN (°C)	ABSOLU (°C)	MOYEN (°C)	ABSOLU (°C)					
Janvier	-15,2	- 9,3	7,5	-21,2	-39,0	98,5	17,0	81,4	117,5	20,3
Février	-14,8	- 8,3	6,5	-21,3	-41,0	75,4	6,5	69,0	91,6	17,3
Mars	- 7,9	- 1,5	15,5	-14,4	-37,0	101,4	26,2	75,3	100,2	19,0
Avril	- 1,1	4,7	19,0	- 7,1	-28,0	82,2	40,0	42,2	57,6	14,5
Mai	6,1	12,8	29,0	- 0,6	-17,5	101,6	91,1	10,5	11,9	14,4
Juin	12,4	19,0	29,5	5,8	- 5,5	125,8	125,6	0,1	0,1	16,7
Juillet	14,8	21,1	29,5	8,4	- 1,5	153,7	153,7	< T	< T	17,3
Août	13,5	19,4	34,0	7,5	- 2,0	162,8	162,8	<0,1	<0,1	18,4
Septembre	8,6	14,0	28,5	3,1	-10,0	141,5	139,5	2,0	2,0	17,9
Octobre	2,6	7,0	24,5	- 1,7	-21,0	129,4	101,0	28,4	28,0	18,5
Novembre	- 4,2	- 0,1	14,5	- 8,2	-30,0	119,5	53,8	65,7	88,3	20,5
Décembre	-12,6	- 6,9	8,5	-18,3	-37,0	137,6	30,2	107,4	135,8	21,1
Valeurs annuelles	0,2	6,0	34,0	- 5,7	-41,0	1429,4	947,4	482,0	633,0	215,8

Source: Département d'aménagement et de sylviculture, faculté de Foresterie et de Géodésie, Université Laval

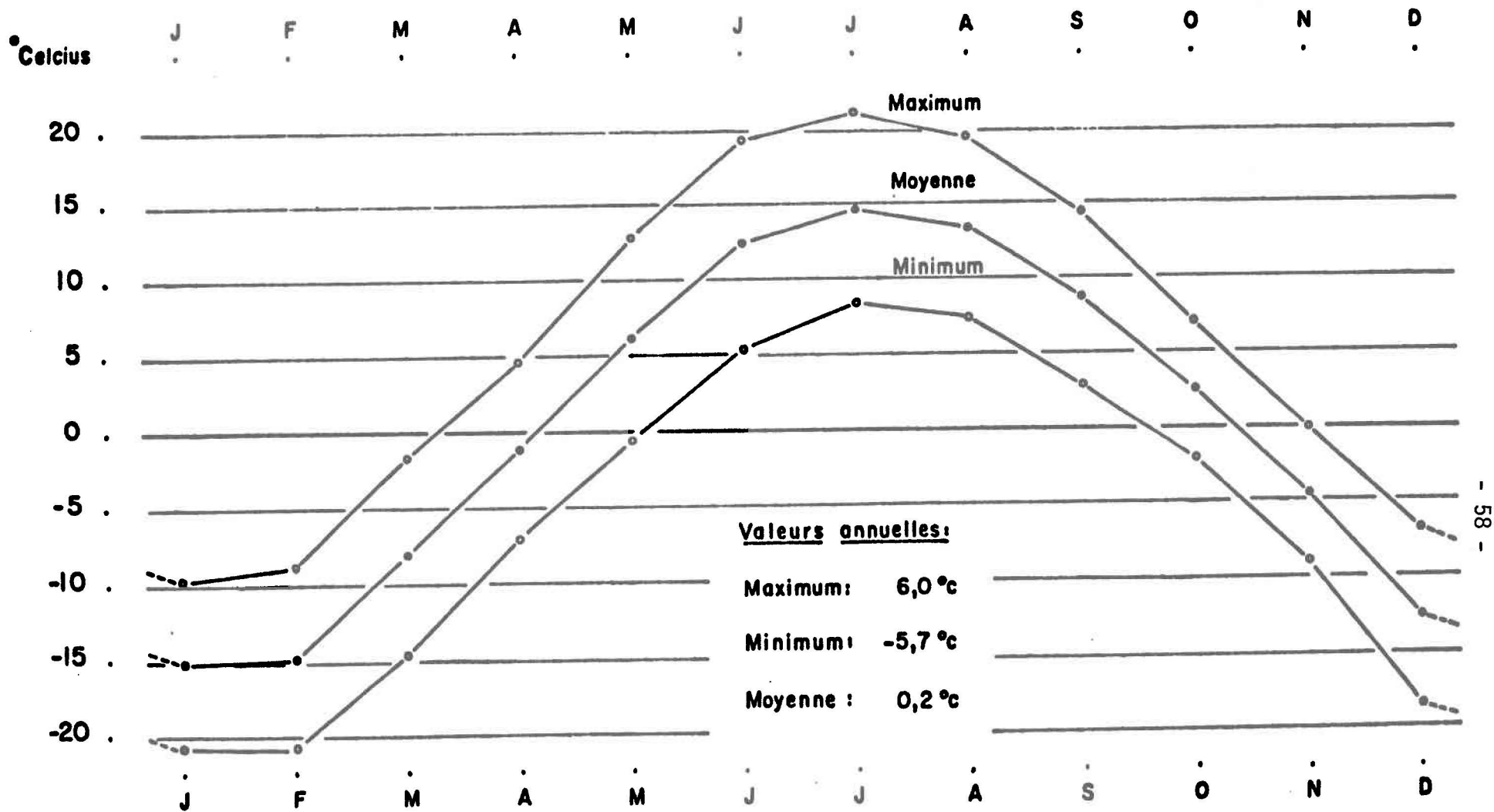


Figure 12: Graphique des températures moyennes à la station principale de la forêt Montmorency (1966-1980)
 Source: Département d'aménagement et de sylviculture, faculté de Foresterie et de Géodésie, Université Laval

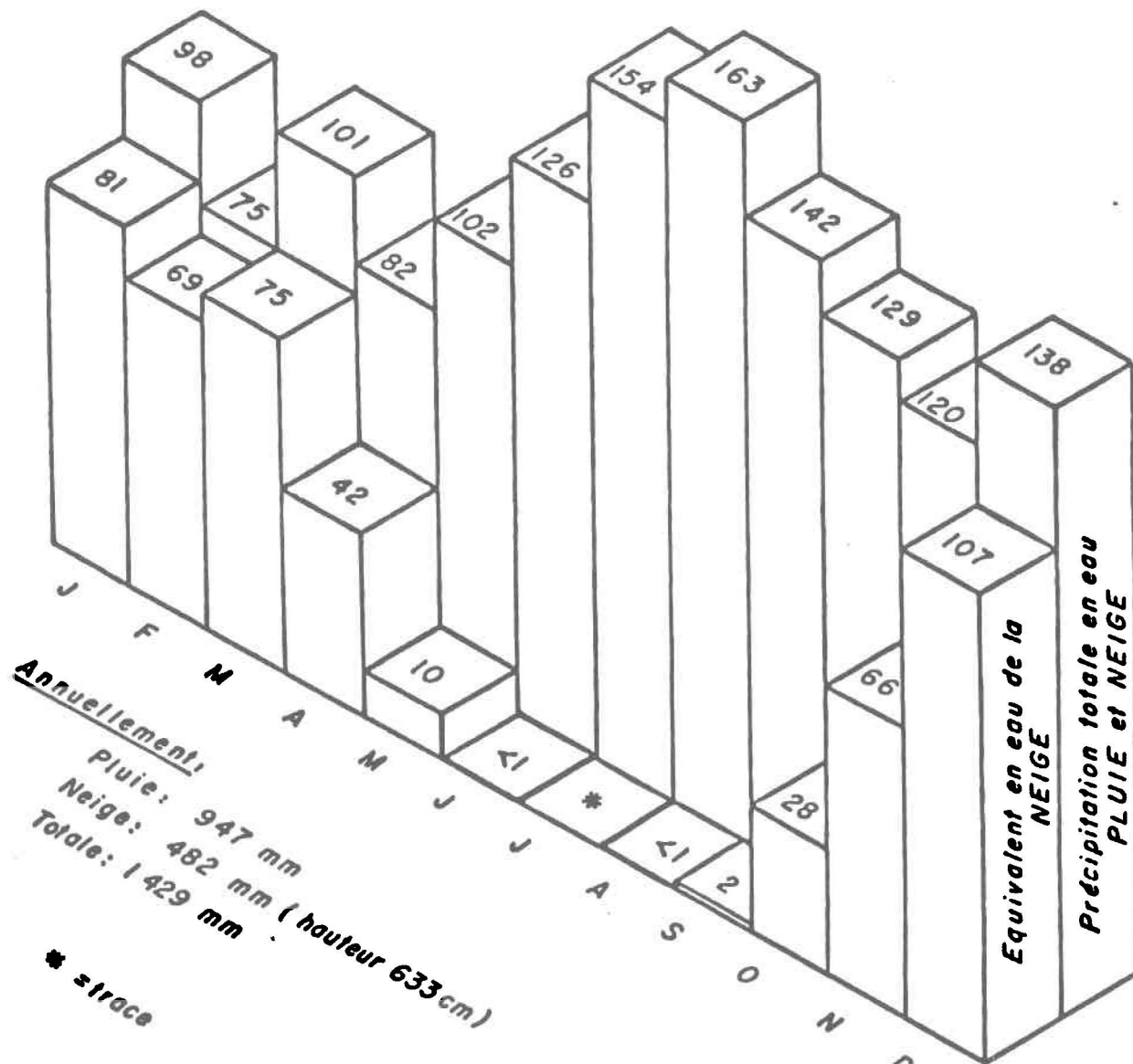


Figure 13: Graphiques illustrant la répartition temporelle des précipitations moyennes (1966-1980)
 Source: Département d'aménagement et de sylviculture, faculté de Foresterie et de Géodésie, Université Laval

Physiographie

La forêt Montmorency occupe une surface de 67 km² et son altitude se situe entre 600 et 1 000 mètres, la station principale étant à 670 m. Les coordonnées à la station principale sont les suivantes: latitude 47°19', longitude 71°09'.

La végétation occupe toute la forêt et est constituée principalement de sapin baumier (Abies balsamea (L.) Mill) avec un peu d'épinette (Picea spp) et de bouleau à papier (Betula papyrifera Marsh). Cette zone de végétation boréale appartient au domaine climacique de la sapinière à bouleau blanc. Dans l'ensemble, les peuplements forestiers sont jeunes (40 ans). Le tableau 7 nous montre la répartition de la contenance à la forêt Montmorency.

L'eau représente environ 1 % de la superficie et on y compte quatre lacs. La forêt est aussi traversée par les rivières Montmorency et Noire (figure 11).

3.3 CONCEPTUALISATION DES ÉCOULEMENTS ET UTILISATION DU MODÈLE

Cette section présente étape par étape la conceptualisation des écoulements et l'utilisation du modèle. La consultation des différentes sources d'information hydrologique, hydrogéologique, géologique et climatologique a pour but d'identifier notre bassin pour en dégager sa structure, son comportement et ses limites en vue de conceptualiser le système. On est alors en

TABLEAU 7
Répartition de la contenance
à la forêt Montmorency

	SUPERFICIES			
	ACRES	MILLES CARRÉS	HECTARES	%
TERRAINS FORESTIERS PRODUCTIFS	15 566	24,3	6 302	95
En voie de régénération	835	1,3	338	5
Régénération	1 494	2,3	605	9
Jeune	10 040	15,7	4 055	61
Mûr régulier	506	0,8	205	3
Mûr irrégulier	2 691	4,2	1 089	17
TERRAINS FORESTIERS IMPRODUCTIFS	328	0,5	133	2
TERRAINS NON-FORESTIERS	358	0,6	142	2
TOTAL TOUS LES TERRAINS	16 252	25,4	6 577	99
Eau	217	0,3	88	1
TOTAL POUR LA FORÊT MONTMORENCY	16 469	25,7	6 665	100

Tiré de Bouliane et al (1976)

mesure d'émettre des hypothèses face à son dynamisme auxquelles les résultats des simulations seront confrontés.

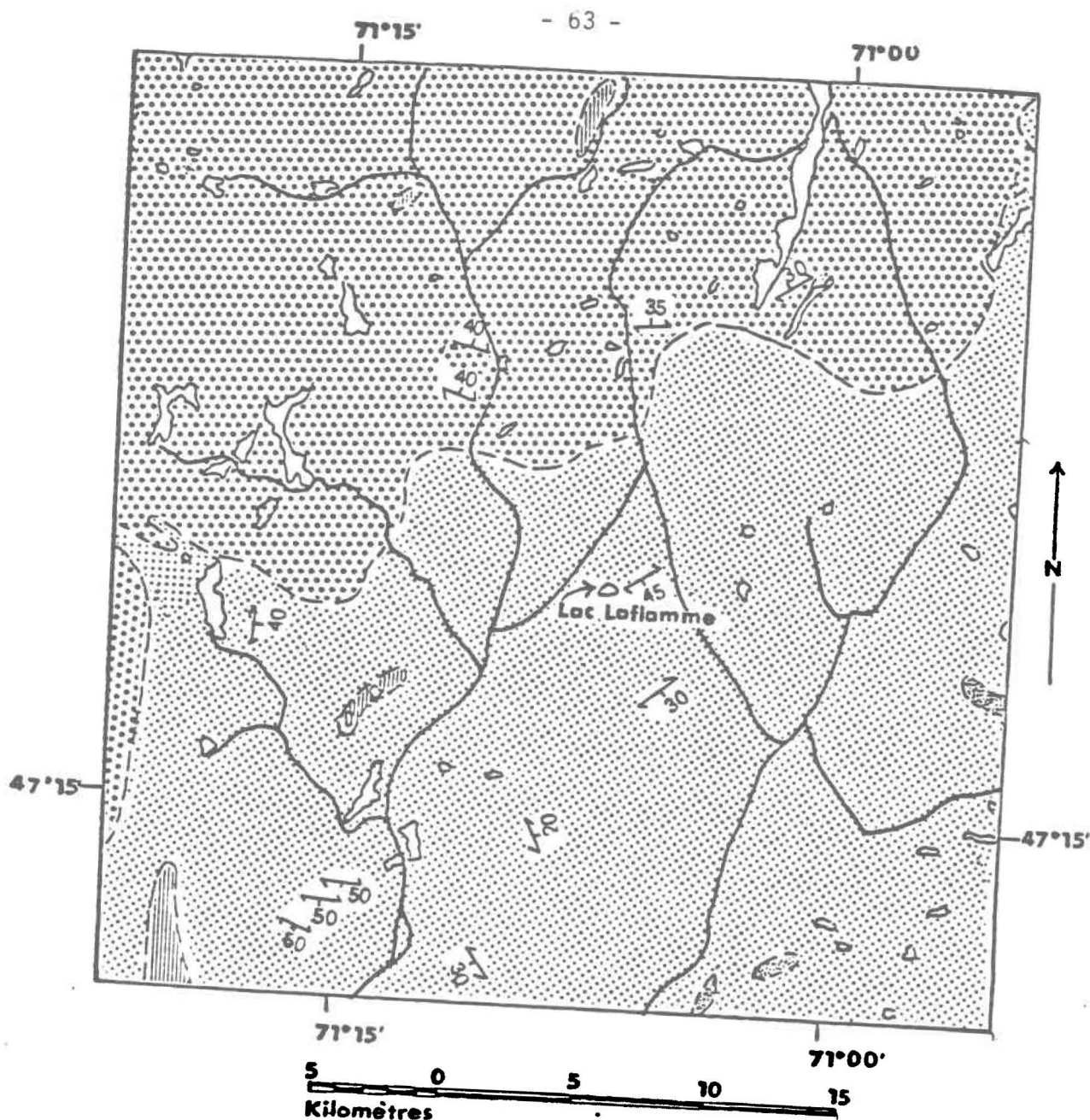
A- DESCRIPTION DU BASSIN VERSANT

Géologie et géomorphologie

La région fait partie du bassin cristallin du bouclier canadien datant de l'époque précambrienne. L'assise rocheuse non fissurée et imperméable se compose de gneiss charnockitique et s'étend sous la totalité du bassin. Ce secteur est borné au nord par un massif de mangérite (figure 14).

Cette roche en place est recouverte de till qui s'est déposé durant la fonte des glaciers qui recouvrirent la région lors de la période glaciaire du Pléistocène. La figure 15 montre la répartition spatiale des différents types géomorphologiques rencontrés sur le bassin et identifiés par Jurdant et Bernier (1965). Il s'agit:

- de la moraine de fond: till basal granitique sablo-limoneux, caillouteux, peu rocheux, profond et très compact;
- du till délavé: appauvri en éléments fins par l'action fluviale, sable graveleux et rocheux, homogénéité variable;
- du till mince sur roche en place: sable limoneux très caillouteux et rocheux, moins de 1 m d'épaisseur;



- | | | | |
|---|--------------------------------|---|--|
|  | Mangérite |  | lac |
|  | Gneiss charnockitiques |  | direction et
pendage de la
foliation |
|  | Granite avec pegmatite |  | Route toute
saison |
|  | Amphibolite gneiss et schistes | | |

Figure 14: Carte géologique de la région du lac Laflamme
(d'après Azzaria et al., 1982)

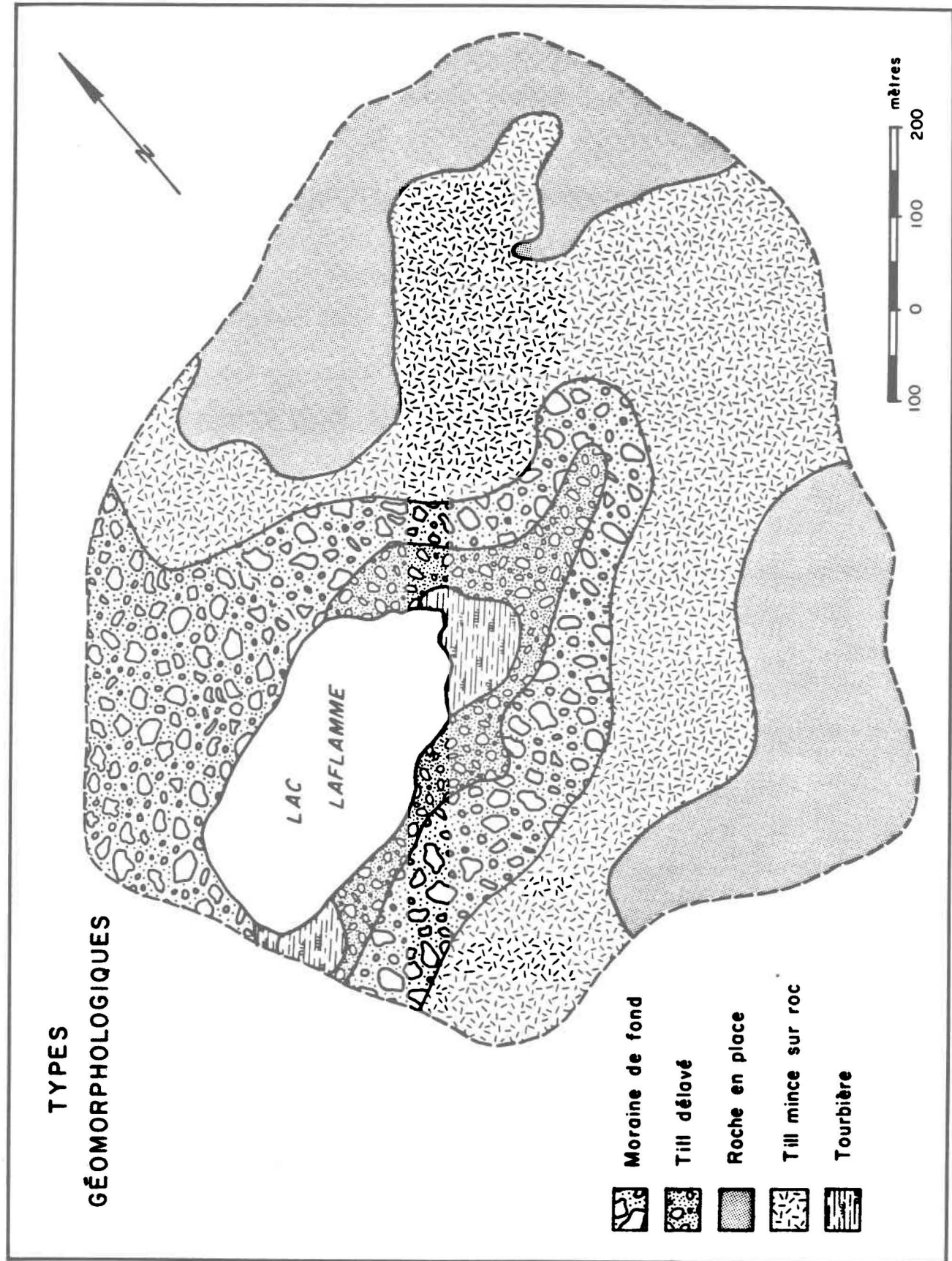


Figure 15: Types géomorphologiques rencontrés sur le bassin versant (d'après Jurdant et Bernier, 1965)

- de la roche en place: gneiss granitique

Leurs épaisseurs varient sur tout le bassin. Les études sismiques réalisées sur le bassin (Robitaille et Wilhelmy, 1981) et sous le lac (Bernier et Robitaille, 1982) indiquent que l'épaisseur maximale des dépôts se situe sous le lac et près de son exutoire. Ces résultats sont en accord avec ceux de Rochette (1971) qui, lors d'une étude hydrogéologique sur le bassin du Ruisseau des Eaux Volées située à quelques kilomètres du lac Laflamme, indique des épaisseurs maximales dans le fond des vallées.

En général, on observe sur le bassin versant de faibles épaisseurs. L'épaisseur maximale est de trente-deux mètres sous le lac. En moyenne, l'épaisseur des dépôts varie autour de 15 mètres sous le lac et à l'exutoire. Sur les versants, l'épaisseur diminue progressivement avec l'altitude. La figure 16 montre les épaisseurs moyennes des dépôts meubles. Cette carte fut construite à partir de l'interprétation des études sismiques et des cartes topographiques et géomorphologiques.

L'analyse granulométrique du till, réalisée par Azzaria et al. (1982), présente les dépôts comme étant composés principalement de sable et de gravier. Les échantillons recueillis contiennent en moyenne 10 % de silt et d'argile.

ÉPAISSEUR DES DÉPÔTS MEUBLES

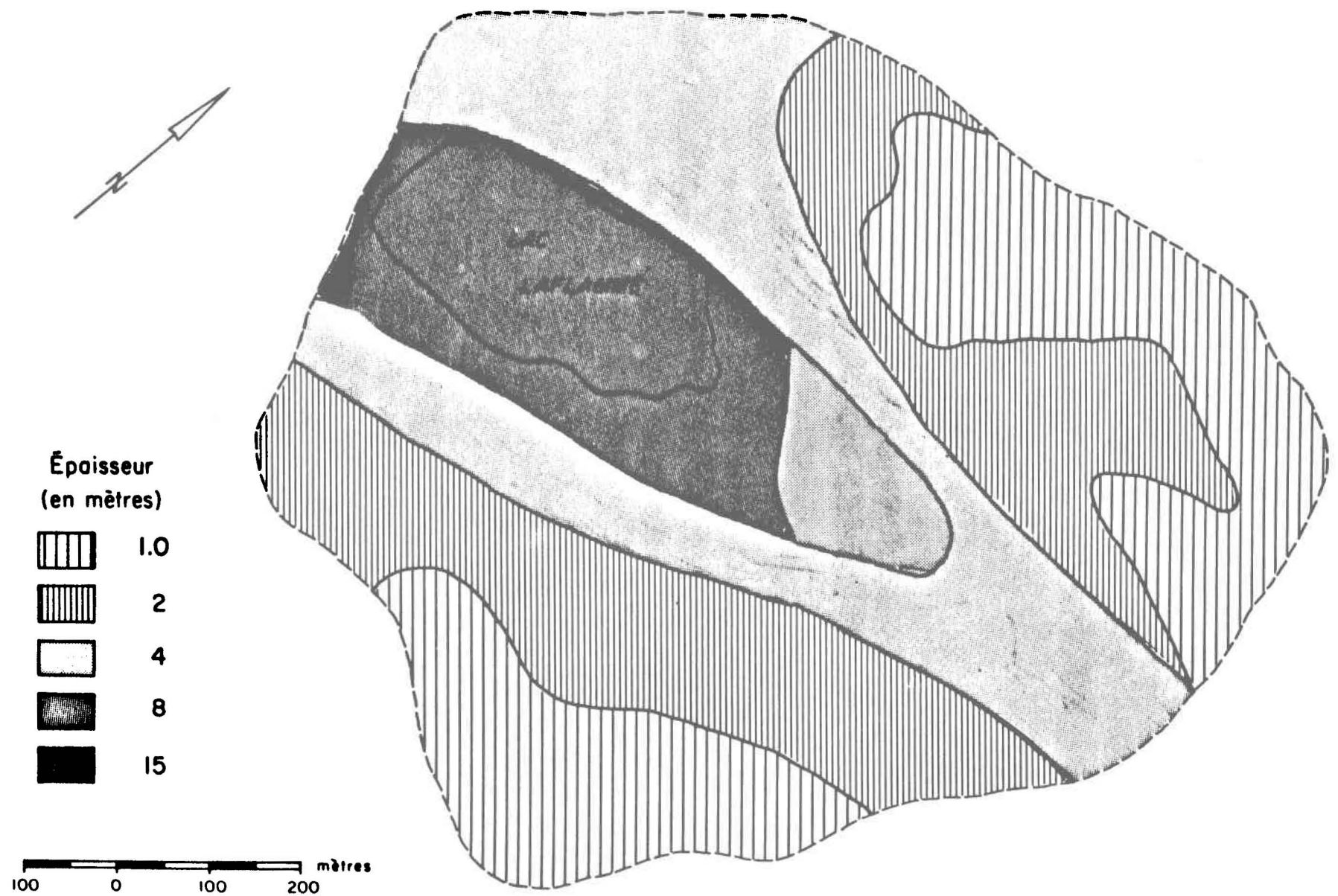


Figure 16: Épaisseurs moyennes des dépôts meubles (d'après Deschesnes, 1982)

Physiographie et topographie

Le bassin représente une dépression de surface restreinte de 68 hectares. Le lac y occupe près de 6 hectares, soit 8 % de la surface totale. La dénivelée maximale du bassin est de 107 m, correspondant à la différence entre le niveau du lac (777 m) et le point le plus haut (884 m) au nord-est. La pente maximale enregistrée est de 30 % tandis que la pente moyenne du terrain est de 9,3 %. La figure 17 définit les limites du bassin versant et montre sa topographie. On remarque l'orientation est-ouest de l'axe de la vallée et la régularité du relief (figure 18). On observe que le versant nord offre des élévations supérieures et des pentes plus fortes que le versant sud.

Cette région fait partie du domaine climacique de la sapinière à bouleau blanc. Comme le montre la carte de peuplements de la figure 19, le territoire est couvert en majorité par une sapinière jeune et dense. On note aussi sur le bassin la présence de tourbières à éricacées et une légère superficie occupée par la pessière noire à sphaignes et à lédum. Cette dernière est à l'intérieur de la tourbière qui est située à l'est du lac.

À partir du critère de densité des peuplements, on peut séparer le bassin en deux sections; la partie nord comporte des peuplements de densité uniforme B tandis que les versants sud montrent une hétérogénéité marquée puisque l'on retrouve des peuplements résineux et mélangés allant des densités A à D. La figure 20 donne les symboles cartographiques reliés à la carte de peuplements.

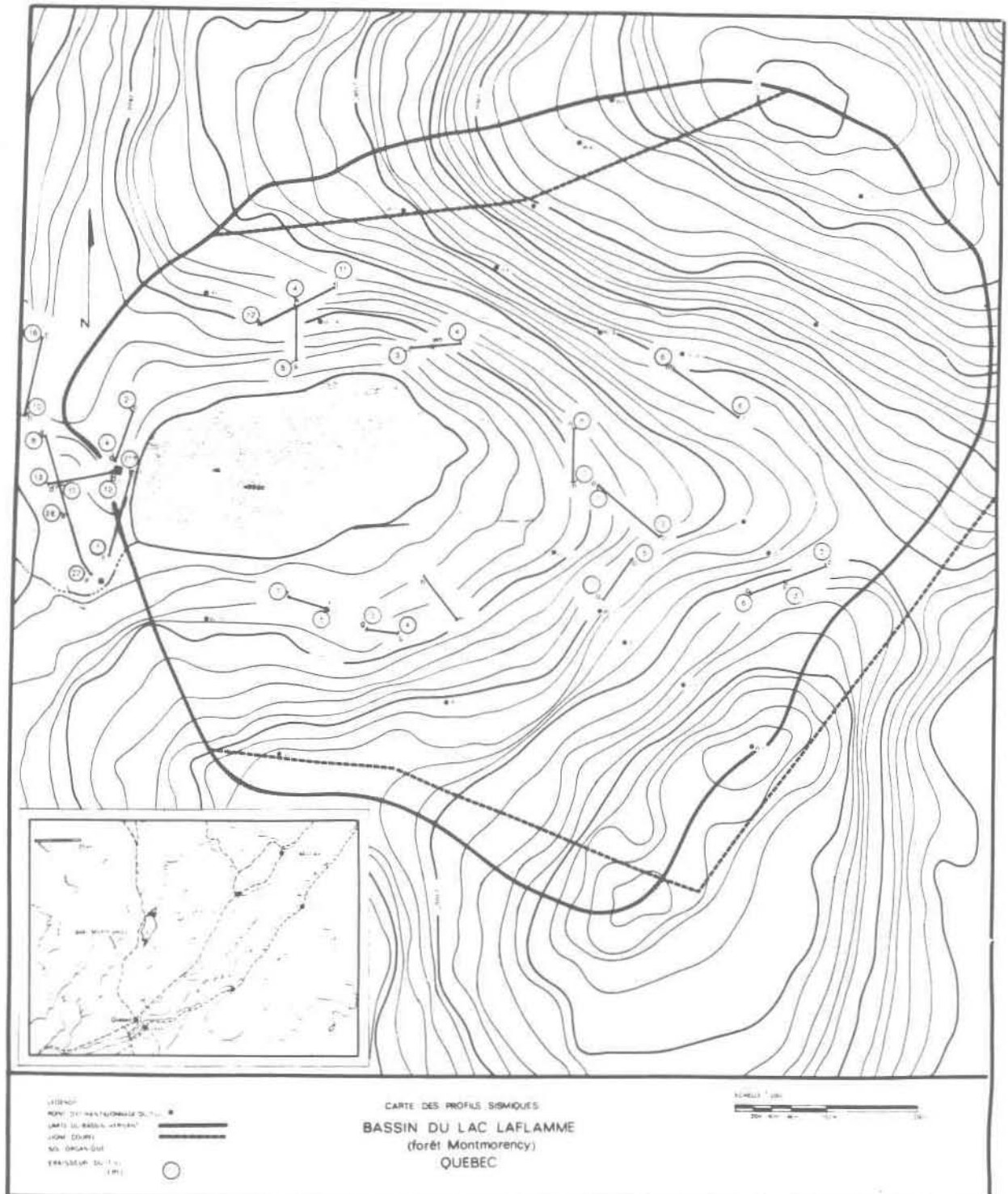
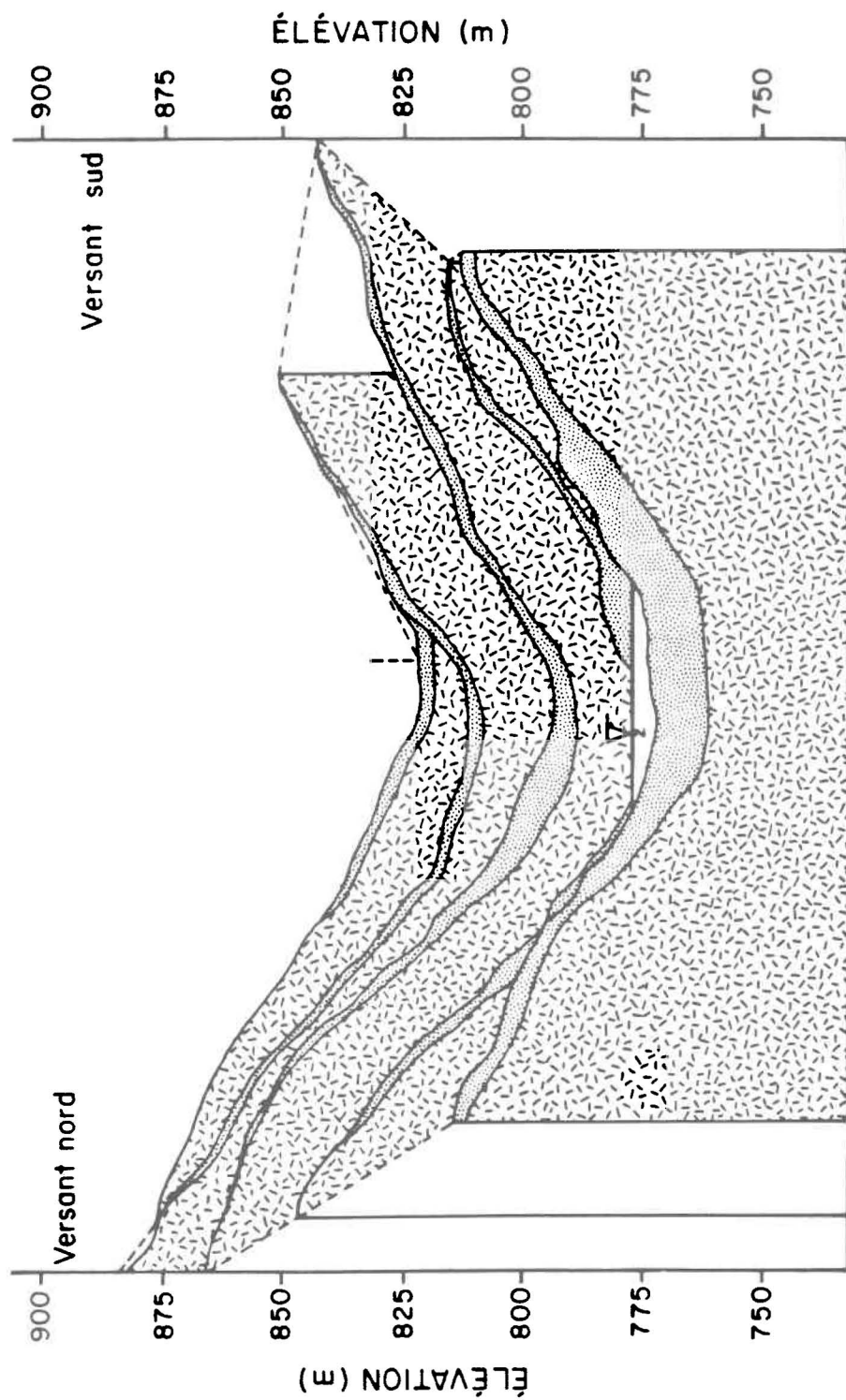


Figure 17: Carte topographique du bassin versant

PROFIL DU BASSIN VERSANT



EXAGÉRATION VERTICALE 4 x

Figure 18: Profil du bassin versant (d'après Deschesnes, 1982)

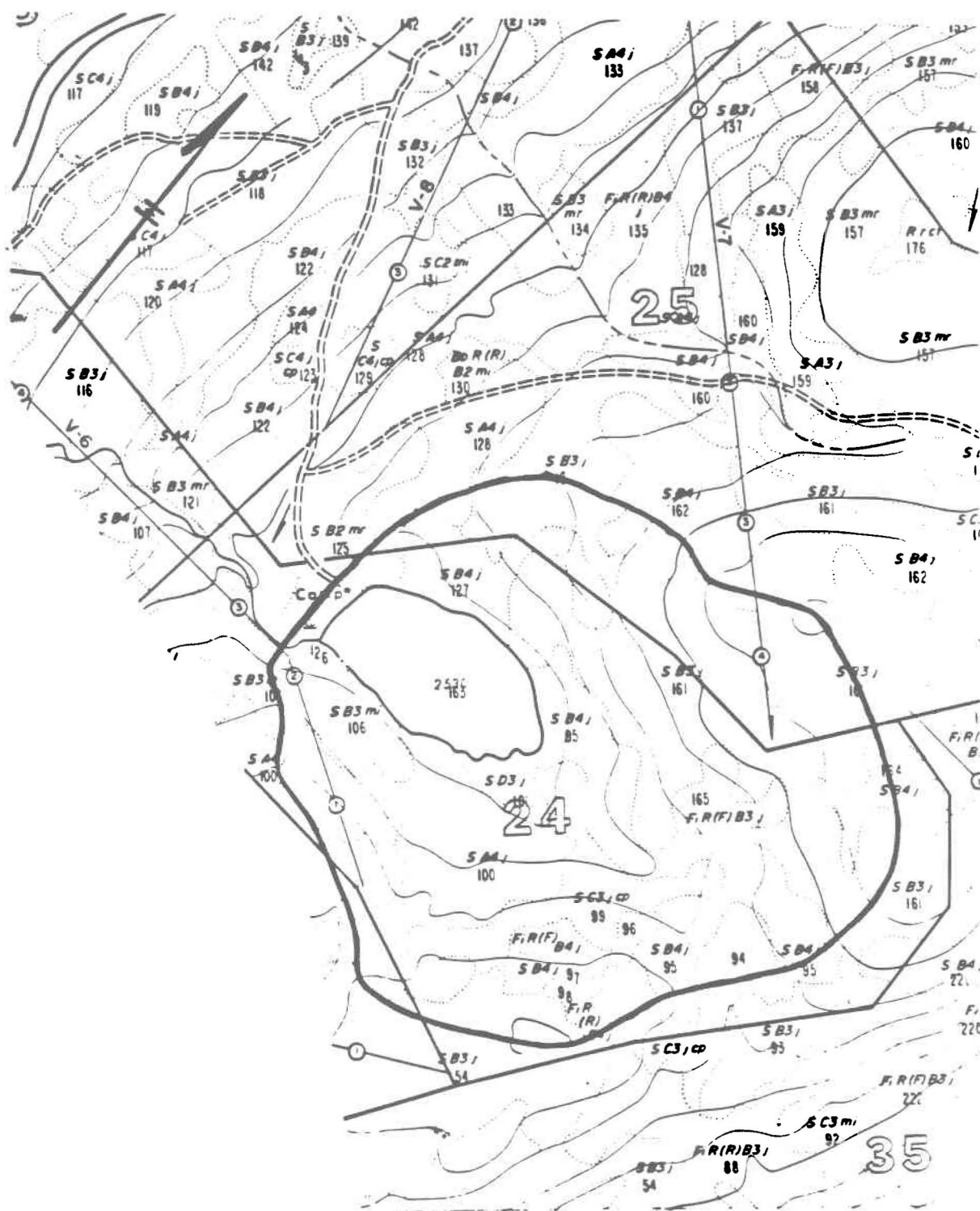


Figure 19: Carte des peuplements

S : Sapinière

FIR (F): Feuillus d'essences intolérantes
avec résineux à dominance feuillue

FIR (R): Feuillus d'essences intolérantes
avec résineux à dominance résineuse

J : Jeune

mi : MOr irrégulier

cp : Coupe partielle

GRILLE DES INDICES DENSITÉ-HAUTEUR

Densité	Hauteur			
	70'	50'	30'	
	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4
Densité "A" — 80% —	A1	A2	A3	A4
Densité "B" — 60% —	B1	B2	B3	B4
Densité "C" — 40% —	C1	C2	C3	C4
Densité D — 25% —	D1	D2	D3	D4

Figure 20: Symboles cartographiques pour la carte des peuplements

La végétation aquatique est luxuriante durant la saison de croissance. Elle occupe une bonne partie de la superficie du lac. La principale essence macrophyte est le Nuphar variegatum Engelm accompagnée souvent de Sagittaria graminea Michx.

Météorologie

La précipitation

La station principale de la forêt Montmorency fournit des relevés de quantité d'eau tombée durant l'année au pas de temps journalier. Comme l'indique la figure 13, la région reçoit en moyenne 1 429 mm d'eau annuellement sous toutes les formes dont 34 % sous forme de neige. Outre l'information météorologique disponible à la station principale, des études sur la pluie et sur la neige ont été effectuées plus spécifiquement sur le bassin versant.

Plamondon (1982) a mesuré la pluie à cinq stations réparties sur le bassin versant durant l'été 1981. Il en déduit que la pluie varie peu sur le bassin d'une station à l'autre. Toutefois, il a établi des relations entre les stations du bassin et la station 24, d'une part, et la station principale, d'autre part. Ainsi, la précipitation moyenne sur le bassin peut être estimée à l'aide de la relation:

$P = 1,05 P$ (station principale)

L'interception de la pluie par les sapinières du bassin versant du lac Laflamme est estimée à 32 % des pluies brutes estivales (Plamondon et Prévost, 1982 c).

Plamondon et Prévost (1982 a, 1982 b) ont analysé la distribution spatiale de la neige sur le bassin versant. L'épaisseur, la densité et l'équivalent en eau du manteau nival ont été mesurés.

Il apparaît que l'altitude n'a pas d'influence sur la densité, l'équivalent en eau et l'épaisseur du manteau nival. Cependant, on remarque une variation dans ces paramètres selon l'âge des peuplements et l'exposition des versants. En effet, on note que l'accumulation de la neige est plus importante dans les jeunes peuplements. De plus, l'épaisseur du manteau nival est supérieure dans les peuplements qui ont une exposition générale vers le nord. La densité moyenne tend à être supérieure dans les stations orientées au sud mais, à cause des faibles différences enregistrées, on peut la considérer homogène sur tout le bassin.

La fonte débute en avril et s'accroît avec le début du mois de mai. Puisqu'elle est plus rapide sur les versants exposés au sud, elle amène l'élimination de la neige une à deux semaines plus tôt que sur les expositions nord.

En tenant compte de la densité de la neige, ces mêmes auteurs ont adapté un modèle de fonte de type degré-jour aux conditions du lac Laflamme. Le tableau 8 réunit les équations résultantes suivant les conditions rencontrées.

Tableau 8: Équations degré-jour adaptées au bassin du lac Laflamme

Type de neige	NORD	SUD
Neige jeune $\rho < 0,35 \text{ gr/cm}^3$	$0,1953 T_a$	$0,2451 T_a$
Neige vieille $\rho > 0,35 \text{ gr/cm}^3$	$0,1305 T_a$	$0,1554 T_a$
Fonte: cm/j T_a : température moyenne journalière ($^{\circ}\text{C}$)		

La précipitation totale sur le bassin, c'est-à-dire sous forme de pluie, de neige ou de grêle, a été enregistrée à la station 24 sur une base journalière depuis le début de l'année 1981. La figure 21 reproduit les variations mensuelles des précipitations pour les années 1981 et 1982.

L'évapotranspiration

L'évapotranspiration n'a pas été calculée sur le bassin versant. Cependant, pour en avoir une idée, on peut consulter avantageusement les données d'évaporation de bac classe A de la station principale.

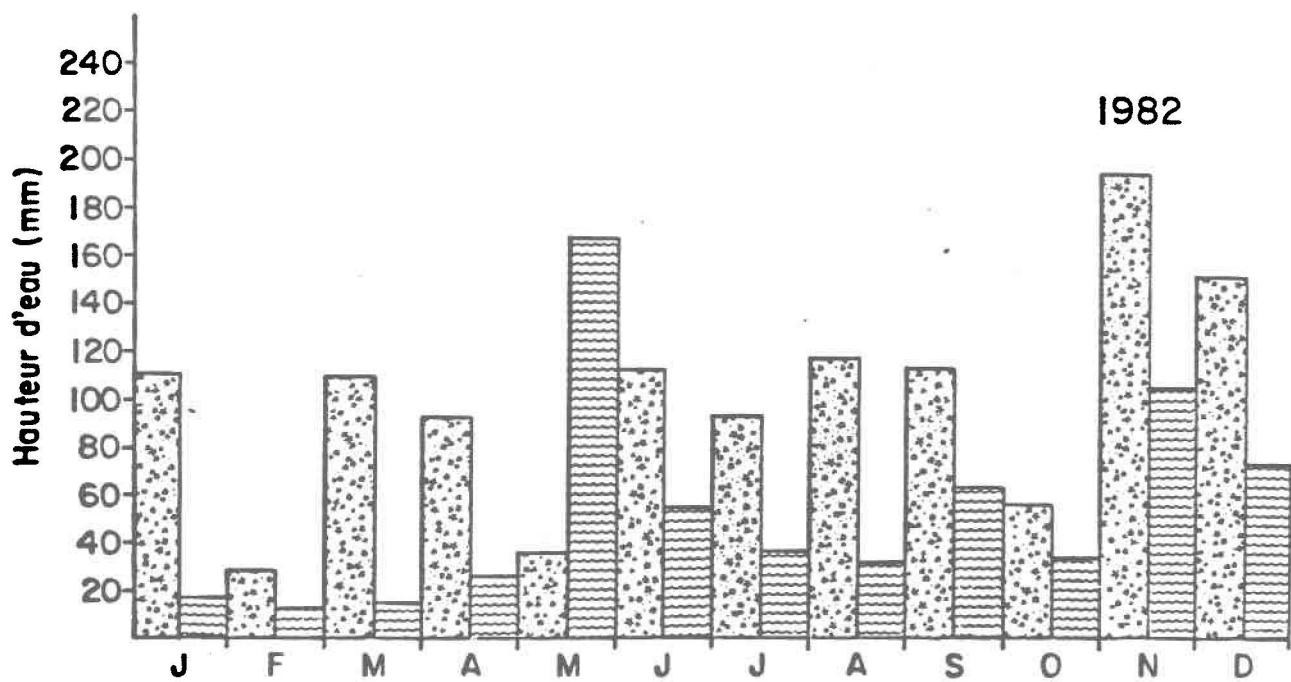
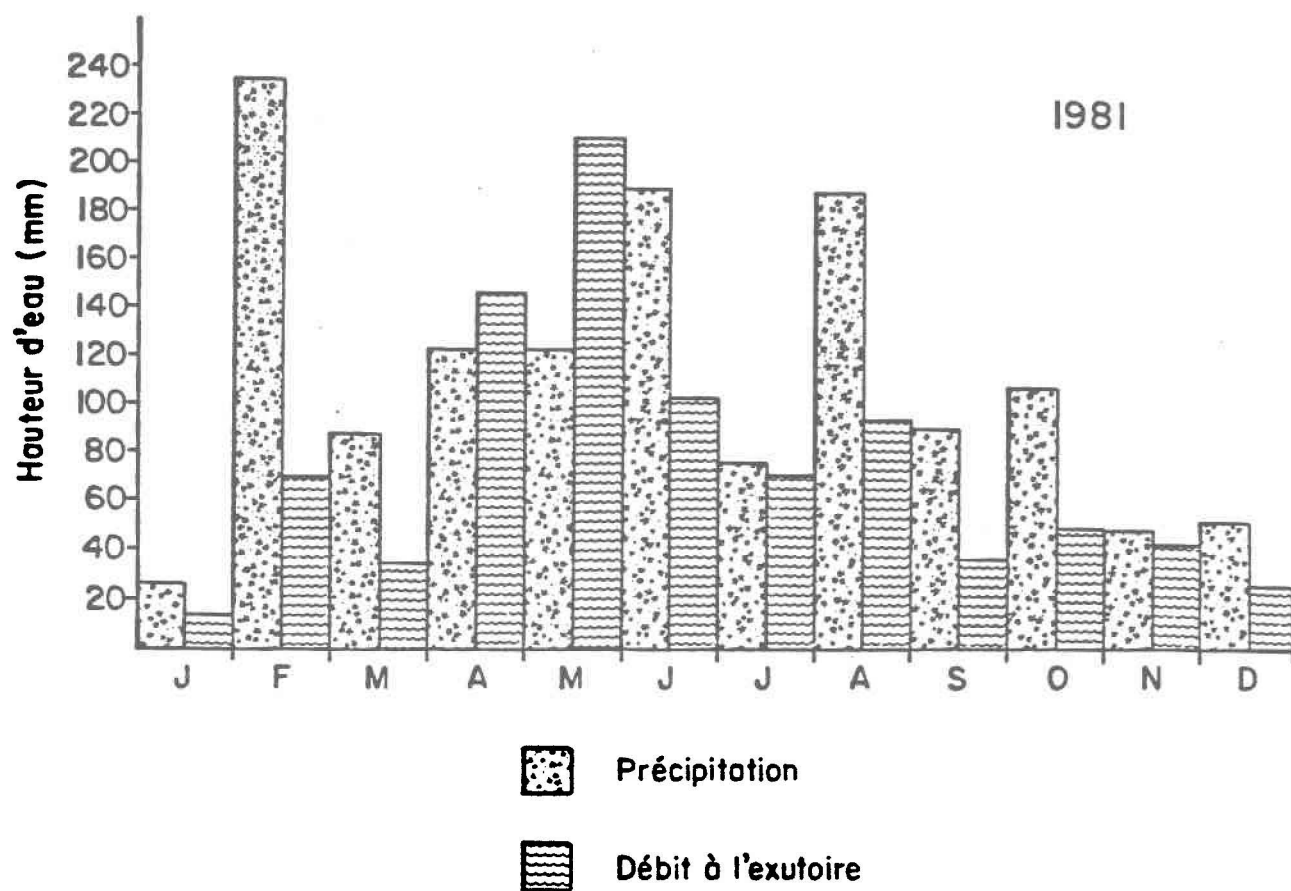


Figure 21: Graphique des précipitations et des débits mensuels à l'exutoire au lac Laflamme (1981-1982)

Hydrologie

Le ruissellement de surface est concentré à l'est du bassin où quelques ruisseaux pérennes alimentent le lac. L'importance de leur contribution à l'alimentation du lac se fait surtout sentir lors de la période de fonte et lors d'importants orages. Ces ruisseaux ne sont pas jaugés et on ignore l'étendue de leur bassin de drainage.

On note aussi la présence de quelques ruisseaux intermittents et d'une trentaine de résurgences, celles-ci étant surtout concentrées sur la rive sud du lac. La figure 22 indique leurs emplacements.

Le seul exutoire de surface se trouve au sud-ouest du bassin. On y observe des débits de pointe de l'ordre de $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$. Cette dernière période survient durant les mois de janvier et février, tandis que les débits de crue sont enregistrés en avril, et plus particulièrement en mai, lors de la fonte des neiges.

Le canal de dérivation servant à l'évaluation des débits est de type "Parshall flume". Un limnigraphe à bulle recueille les fluctuations des niveaux de l'eau. La station de jaugeage des débits (02PD018) est en fonction depuis novembre 1980. Sur la figure 21, on retrouve les débits mensuels pour les années 1981 et 1982.

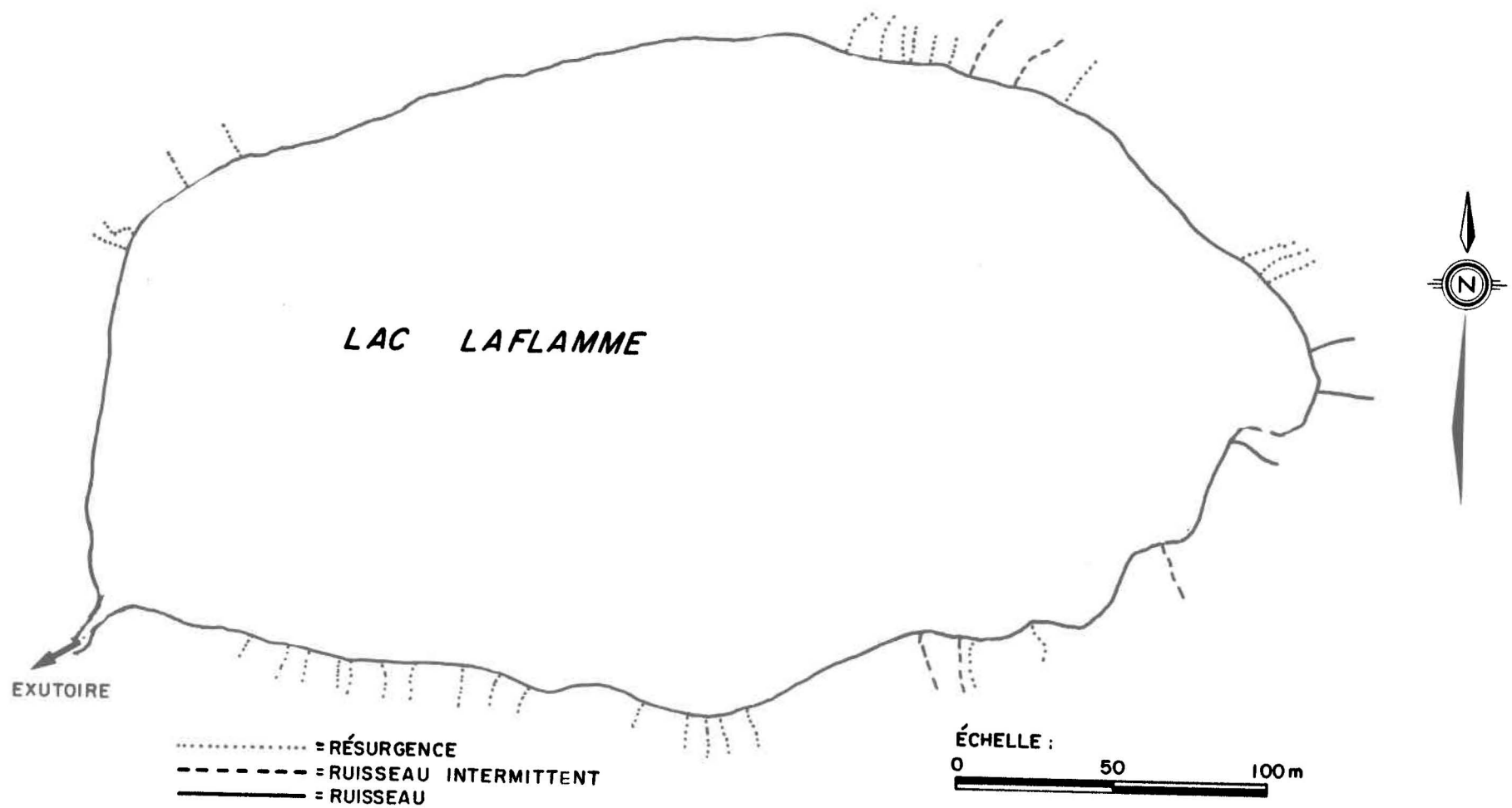


Figure 22: Ruisseaux et résurgences sur le pourtour du lac Laflamme

De plus, en examinant la figure 23, on remarque que le drainage des sols passe d'imparfait à très mauvais sur le long de la rive sud du lac tandis qu'il demeure de bon à rapide sur le restant du bassin versant.

Le lac occupe la dépression à l'ouest du bassin versant. La figure 24 indique une bathymétrie régulière et peu profonde (profondeur maximale: 5,3 m). On note aussi que les berges tout autour du lac possèdent des pentes douces et très régulières jusqu'à la ligne bathymétrique de 1 m. Par la suite, seules les pentes des rives nord et sud suivent la même régularité.

La prise de la glace a lieu vers la mi-novembre et le lac cale vers la mi-mai. Les niveaux du lac sont enregistrés depuis décembre 1979 à l'aide d'un limnigraphe à bulle et vérifiés régulièrement avec une échelle limnimétrique positionnée en bordure du lac. Le niveau du lac fluctue, depuis le début de la prise des mesures, entre 370 et 655 mm, ce qui représente des accumulations d'eau variant entre 85 000 m³ et 225 000 m³ approximativement.

Hydrogéologie

Azzaria et al. (1982) indiquent que le cheminement de l'eau sur le bassin du lac Laflamme se fait en majeure partie sous la surface. Ils signalent également, d'après leurs relevés, que la surface topographique donne une première ébauche de la piézométrie.

CLASSES DE DRAINAGE DES SOLS

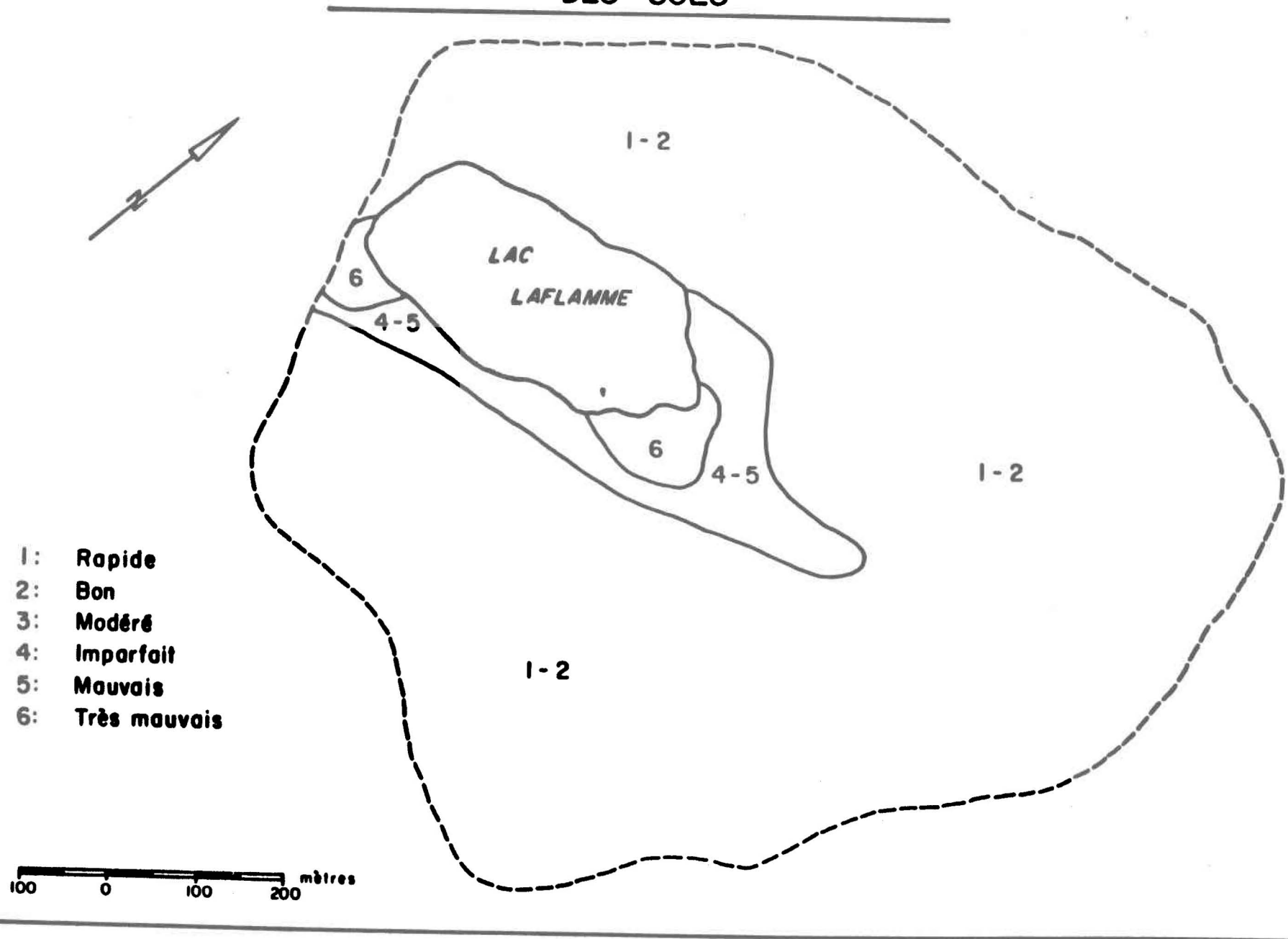


Figure 23: Classes de drainage des sols

Lac Laflamme

LAT. 47°19'
LONG. 71°07'

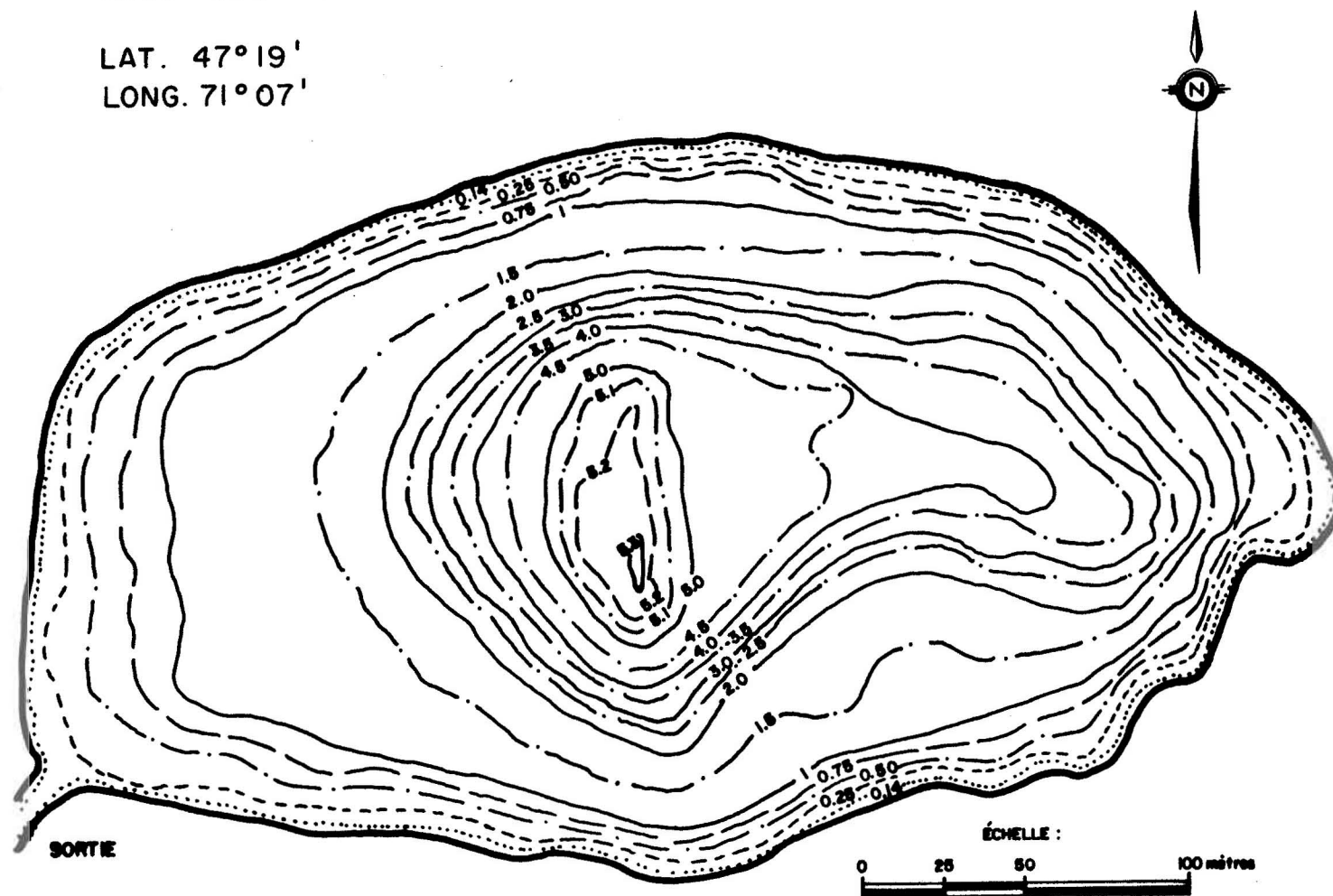


Figure 24: Bathymétrie de lac Laflamme

Source: Environnement Canada, Direction générale des Eaux intérieures, région du Québec

Après une étude effectuée à l'aide de traçages expérimentaux sur le bassin du ruisseau des Eaux Volées, de la forêt Montmorency, Sklash et Farvolden (1979) indiquent que l'eau souterraine est une composante majeure et significative de l'hydrogramme durant les périodes de forts apports en eau où les écoulements en surface et en rivière sont dominés par l'eau souterraine.

En vue de mieux localiser les zones de décharge et de recharge par voie souterraine le long des rives du lac, Bernier et al. (1983) rapportent les résultats obtenus de l'analyse de relevés de températures de l'eau souterraine. La figure 25 indique d'une façon approximative la limite de décharge souterraine.

En première approximation, les échanges avec le lac se font surtout en bordure des berges suivant une bande de largeur maximale de 30 m (Bernier et Robitaille, 1982). McBride et Pfannkuch (1975) et John et Lock (1977) indiquent que les zones de recharge et de décharge d'un lac par voie souterraine se concentrent le long des berges pour des lacs ayant une largeur beaucoup plus grande que l'épaisseur des sédiments sur lesquels ils reposent.

De plus, à l'aide d'un modèle à éléments finis, Bernier et al. (1983) identifièrent les zones de contact entre la surface et la nappe (figure 26). On remarque qu'elles s'apparentent bien aux classes de drainage des sols (figure 23) et aux ruisseaux et resurgences identifiés sur la figure 22.

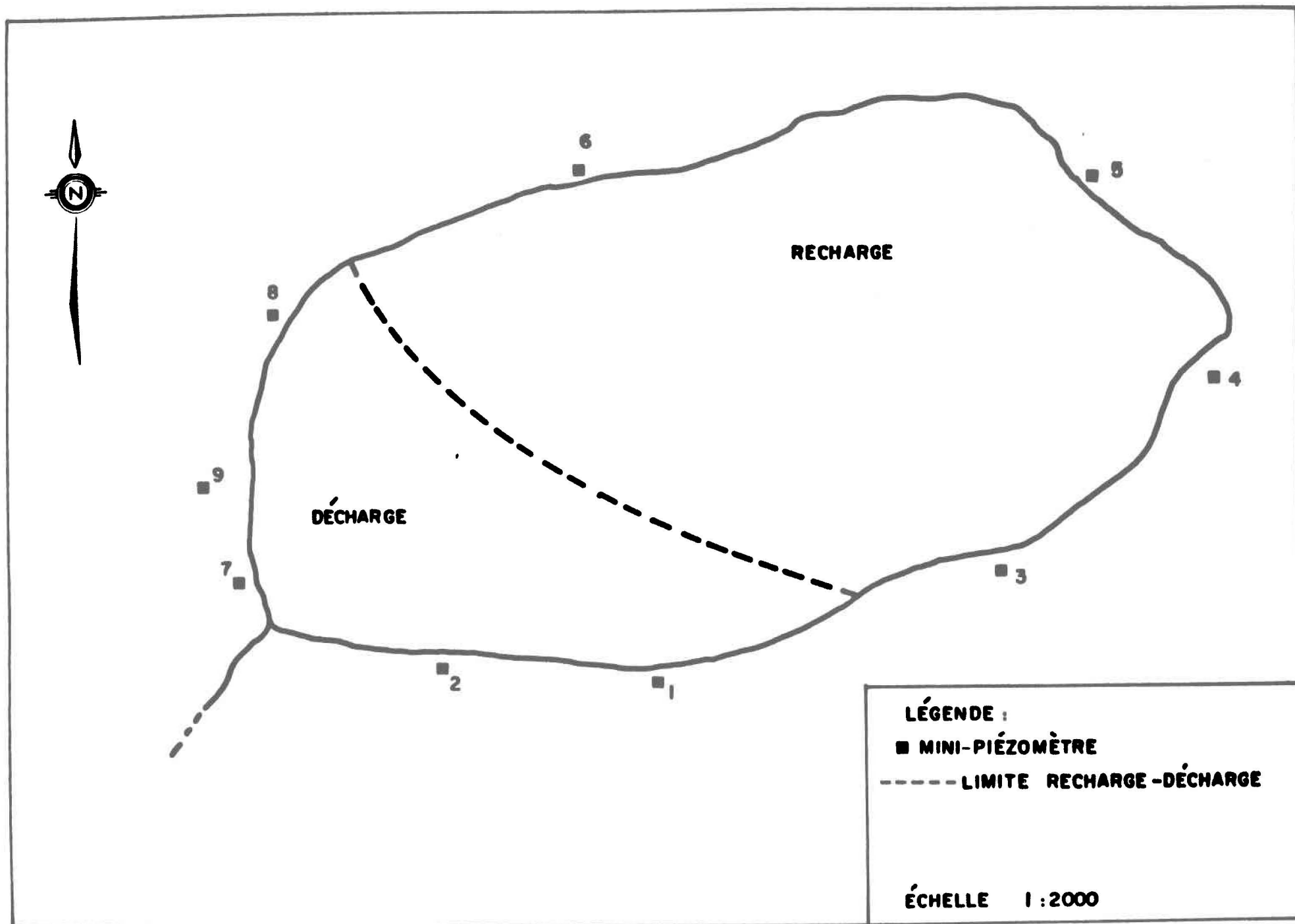


Figure 25: Limite approximative de la zone recharge - décharge par voie souterraine

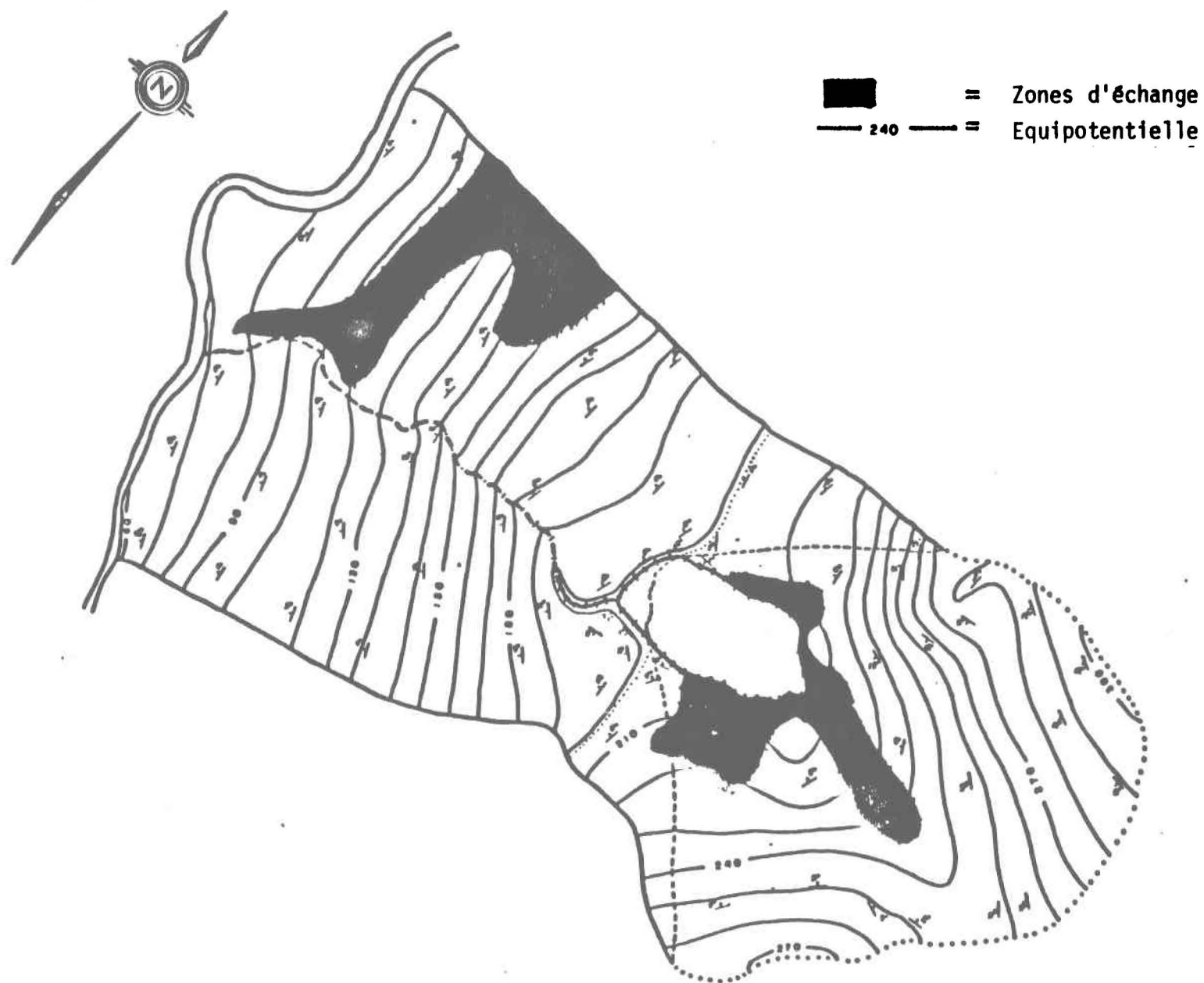


Figure 26: Zones de contact surface - souterrain (d'après Bernier et al., 1983)

Paramètres hydrauliques

La conductivité hydraulique des dépôts meubles a été évaluée à l'aide de la formule empirique de Hazen (Azzaria et al., 1982). Cette formule approximative fut déterminée originalement pour des sables uniformément triés mais elle peut fournir des estimés utiles pour la plupart des sols formés de sable fin et de graviers (Freeze et Cherry, 1979). La moyenne géométrique donne comme valeur $4,6 \times 10^{-3}$ cm/s.

De plus, des mesures "in situ" de la perméabilité furent obtenues à l'aide d'essais de types charge variable et charge constante tels que décrits par Freeze et Cherry (1979). Ces essais furent réalisés dans des mini-piézomètres autour du lac par Bernier et Robitaille (1982). Les valeurs trouvées s'apparentent bien à celle calculée empiriquement.

Cependant, Bernier et al. (1983) indiquent que les conductivités hydrauliques mesurées dans les forages profonds demeurent les plus susceptibles de fournir des perméabilités représentatives de l'aquifère. Ces valeurs sont du même ordre de grandeur que celles présentées par Rochette (1971) sur le bassin du ruisseau des Eaux Volées ($\bar{K} = 2,9 \times 10^{-3}$ cm/s).

Quant aux valeurs de porosité, de coefficient d'emmagasinement et de transmissivité, elles ne sont pas disponibles.

B- CONCEPTUALISATION DU SYSTÈME

Nous venons de décrire le bassin du lac Laflamme en considérant ses caractéristiques géologique, physiographique, météorologique, hydrologique et hydrogéologique. Il est maintenant nécessaire pour la modélisation et pour les simulations à venir de tirer partie de ces informations afin de formuler les hypothèses les plus probables au sujet du dynamisme du système. Dans la mesure où les informations recueillies sont justes, nous pouvons émettre les hypothèses suivantes:

- L'homogénéité, le type de roche en place ainsi que la répartition spatiale des dépôts meubles nous permettent de croire que le bassin versant du lac Laflamme repose sur du matériel imperméable et qu'aucune fuite ne se produit en limite sauf dans la région de l'exutoire du lac.
- La faible épaisseur des sédiments meubles, le caractère humide de la région, l'observation sur le terrain ainsi que l'étude des variations des niveaux piézométriques nous suggèrent que le niveau de la nappe phréatique se situe près de la surface tout au long de l'année.
- On envisage une circulation de l'eau sur les versants dont les composantes essentielles se regroupent en écoulement superficiel hypodermique et en écoulement souterrain.
- On considère, pour le fond lacustre, une perte d'eau par voie souterraine dans la région de l'exutoire et une zone de recharge en bordure du lac.

Les limites de ces zones sont identifiées sur la figure 25. Au centre du lac, les échanges demeurent nuls car on suppose que la configuration du lit du lac ne permet pas l'interception des lignes de courant souterraines.

C. MODÉLISATION

La modélisation se réalise en gardant constamment à l'esprit les informations qualitatives et quantitatives obtenues à la phase cognitive du travail et la conceptualisation du système tel que nous venons de l'envisager dans la section précédente.

- MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS

- Les données disponibles

Sur la figure 27, on identifie les périodes de mesures qui sont disponibles pour chaque type d'observation. On dispose de valeurs journalières pour chacune des observations sauf dans le cas des lectures piézométriques où la prise de mesures s'est effectuée hebdomadairement (quelques valeurs manquantes).

Mesures hydrométriques

La station de jaugeage (02PD018) à l'exutoire du bassin mesure les débits. Ces valeurs serviront lors des simulations.

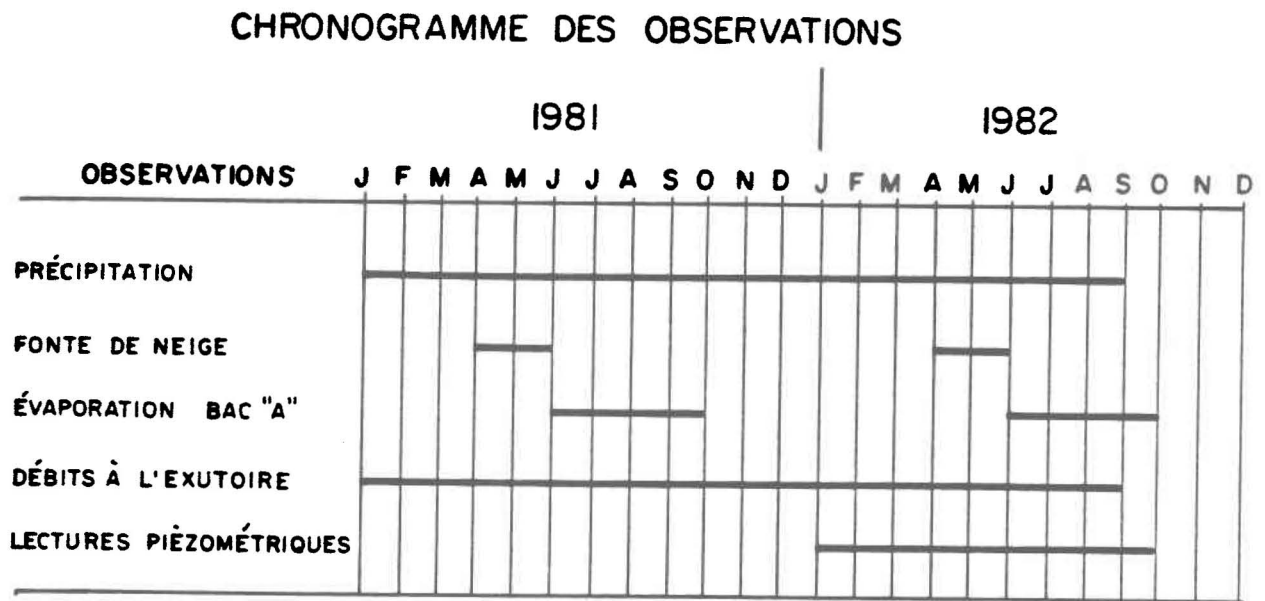


Figure 27: Chronogramme des observations utilisé pour le calage

Mesures piézométriques

Le réseau de prises de mesures comprend 9 piézomètres dont la répartition spatiale est indiquée à la figure 25. Ces données serviront pour le calage du modèle souterrain.

Données météorologiques

Ces données proviennent de la station principale de la forêt Montmorency située à moins de deux kilomètres du lieu d'étude. Pour les valeurs d'évapotranspiration, on retient les valeurs moyennes décadaires de 1981-1982 de l'évaporation mesurée à l'aide d'un bac de type A disponibles de la mi-mai à la fin septembre de chaque année.

Pour l'évaluation de la fonte de la neige, des équations de fonte de type degré-jour adaptées aux bassins par Plamondon et Prévost (1982) furent utilisées. Ces valeurs de fonte sont ensuite ajoutées aux valeurs des précipitations liquides lesquelles sont ajustées à l'aide de la relation suivante:

$$P = 1,05 P_{st.p.}$$

où:

$P_{st.p.}$: précipitation à la station principale.

Paramètres hydrauliques

Pour les paramètres hydrauliques requis, la valeur de la perméabilité est évaluée de façon empirique et la détermination de la valeur du coefficient d'emménagement sera approchée par calage du modèle souterrain. Le champ des transmissivités, calculé à l'aide de l'épaisseur moyenne des sédiments et de la valeur de la perméabilité est tel que présenté à la figure 28.

• Les conditions aux limites

Le lac, le ruisseau à l'exutoire ainsi que l'ensemble des mailles rivières seront traités à l'aide de conditions de drainage sur lesquelles les échanges avec le milieu souterrain seront pris en compte le cas échéant.

Les valeurs piézométriques observées n'étant pas reliées aux cotes altimétriques, il est impossible pour le modèle de les reconstituer convenablement par rapport aux données d'élévation du terrain. Pour palier à cet inconvénient, la limite à l'exutoire du bassin modélisé sera représentée par un potentiel imposé de valeur nulle ($h = 0$) auquel se rattachera l'ensemble de la piézométrie calculée. Ainsi l'amplitude des différences (h calculé $- h_0$) permettra de comparer les valeurs calculées à celles observées.

Quant aux autres limites en bordure du bassin, elles seront considérées comme des limites à flux nuls.

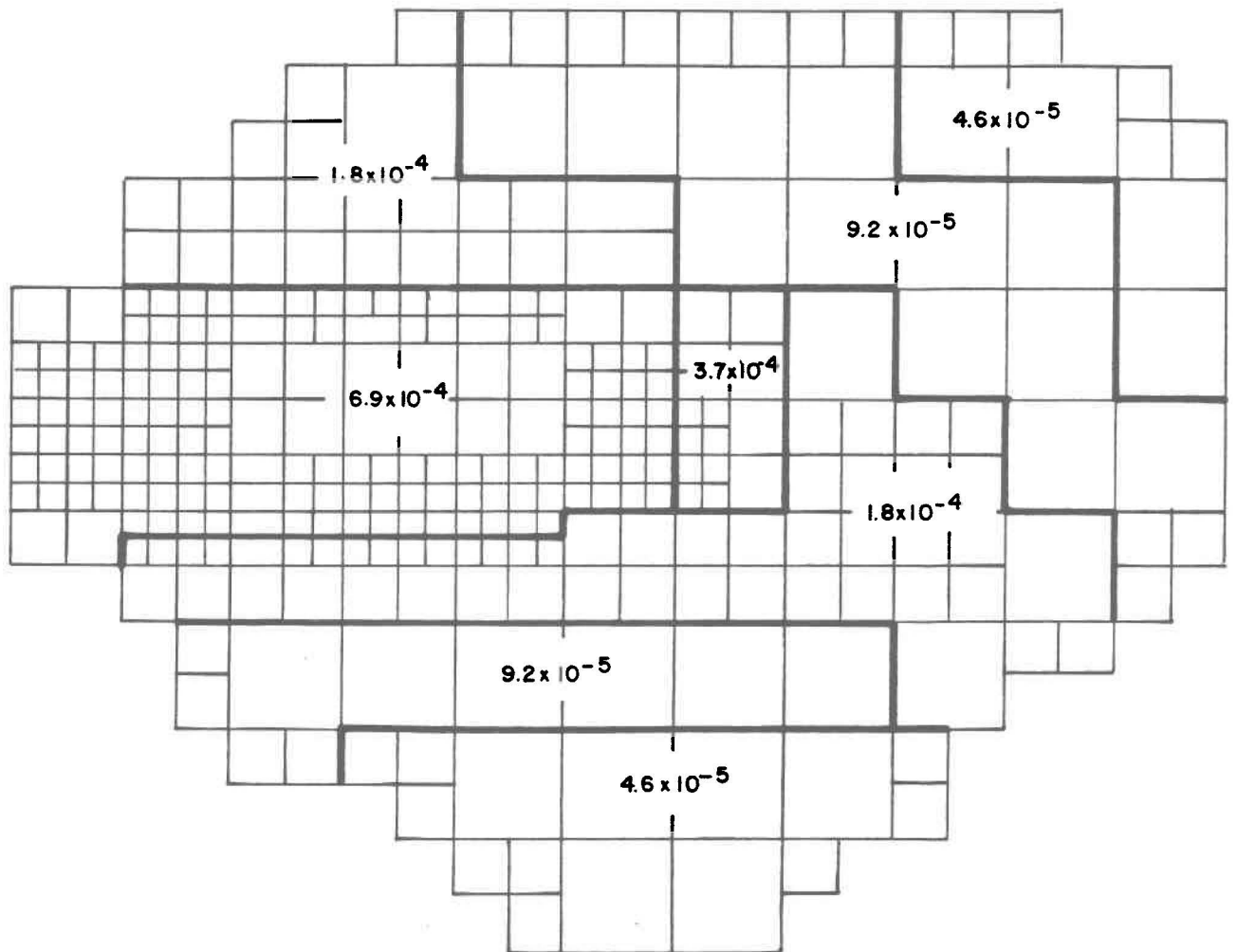


Figure 28: Carte de transmissivités

- Hypothèses liées au modèle

On considère que les hypothèses dont tient compte le modèle sont valables pour cette application. On suppose donc que:

- les lois des milieux continus sont applicables au domaine simulé (loi de Darcy);
- les écoulements souterrains sont bidimensionnels dans le plan;
- les valeurs des transmissivités sont indépendantes de la valeur du potentiel hydraulique. Pour cette application, cette hypothèse se justifie par le fait que la nappe phréatique se situe près de la surface tout au long de l'année (faible variation du niveau piézométrique devant l'épaisseur mouillée).

MODÉLISATION DU BASSIN VERSANT

- La discrétisation

Le modèle considère une couche de surface et une couche souterraine d'extension identique, débordant les limites du bassin dans la région de l'exutoire. Cette façon de représenter le système facilite la quantification des volumes d'eau s'écoulant hors du bassin par voie souterraine tout en allouant la possibilité de simuler les débits de surface à la station d'observation.

La discrétisation spatiale adoptée est la même pour l'ensemble des domaines de surface et souterrain. Le maillage comprend 3 niveaux de découpage en mailles carrées de 100 m, 50 m et 25 m de côté respectivement, pour un total de 309 mailles sur chacune des couches. On remarque sur la figure 29 une discrétisation plus fine dans les zones où on suppose des échanges actifs entre la surface et le milieu souterrain. Ces zones sont représentées à l'aide de 172 mailles rivières.

L'exutoire du bassin modélisé se situe dans la maille 6. Cependant, l'exutoire du bassin d'observation est représenté par la maille 56.

- Les zones météorologiques

Deux zones dites "météo", établies non pas à partir de la discrétisation spatiale de la pluie considérée homogène sur tout le bassin, mais plutôt à partir de l'orientation est-ouest du bassin qui influence l'accumulation et la fonte de la neige, ont été envisagées. On distingue donc une zone sud et une zone nord, cette dernière couvrant une surface un peu plus grande que la zone du versant sud ($0,37 \text{ km}^2$ et $0,33 \text{ km}^2$ respectivement).

- Les fonctions production

Quant aux fonctions production, on en retient deux types, selon qu'il s'agisse d'une surface occupée par un sol ou par un plan d'eau. Les surfaces occupées par un sol concernent essentiellement les surfaces forestières et marécageuses. On utilisera une fonction production s'adaptant à chacune

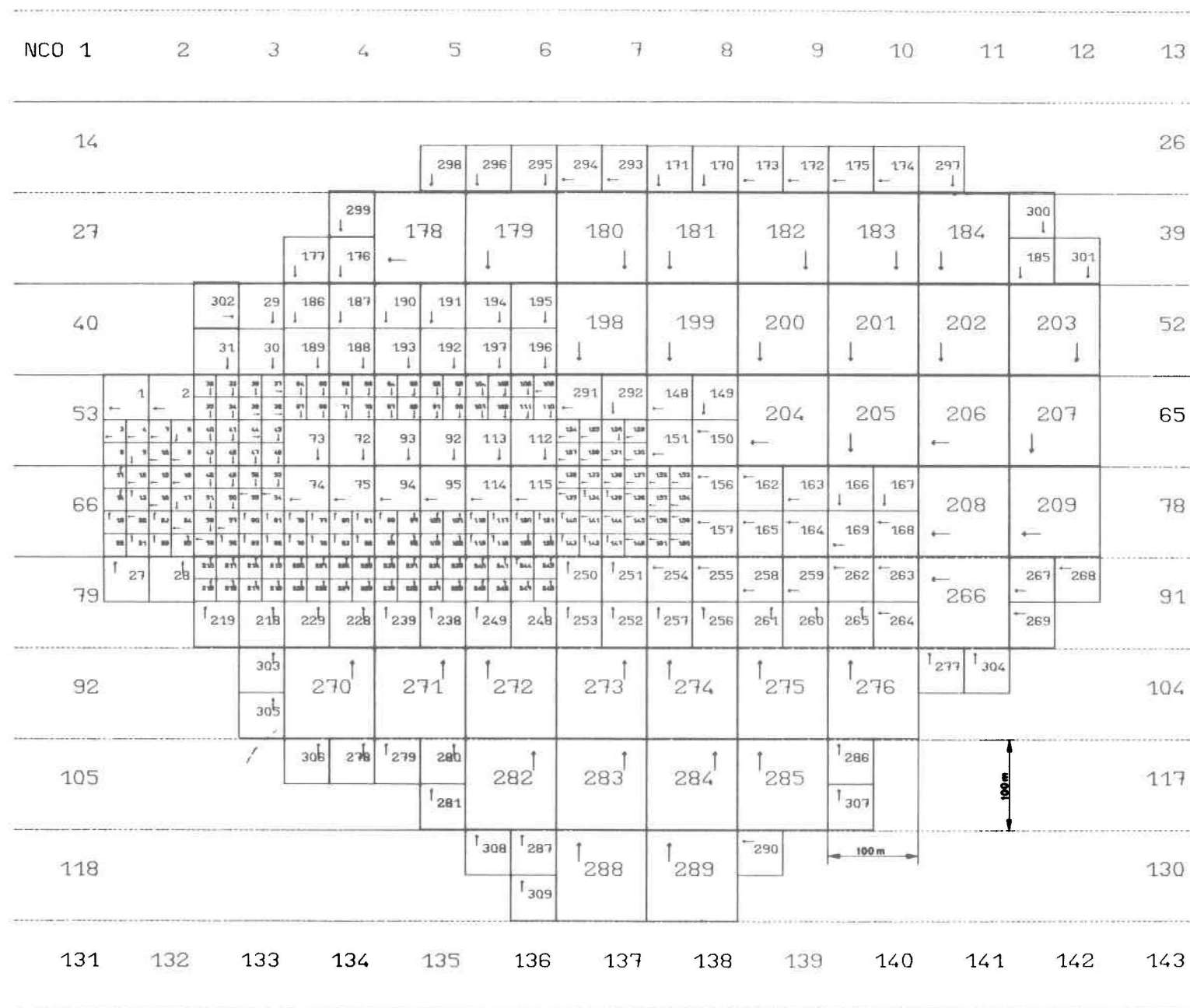


Figure 29: Maillage de la couche de surface du lac Laflamme

de ces zones, réalisée à partir d'une fonction production standard type "sol" du modèle couplé. On rattachera au lac la fonction production type "plan d'eau" à partir de laquelle seulement l'évaporation sera prélevée.

D- LES SIMULATIONS

- Le calage du modèle

En premier lieu, le modèle fut monté complètement, c'est-à-dire que les programmes GEOCOU, MODSUR et MODCOU furent préparés et combinés séquentiellement les uns aux autres afin d'obtenir une appréciation d'ensemble lors du calage des programmes MODSUR et MODCOU (voir Annexe A).

Le calage s'est effectué en deux phases reliées entre elles. Après avoir calculé une piézométrie initiale moyenne à l'aide d'un passage en régime permanent, un premier calage des paramètres des fonctions production de MODSUR a porté sur l'ensemble de la période 1981-1982 avec un pas de temps journalier. Il s'agissait de choisir le meilleur jeu de paramètres permettant d'obtenir des valeurs calculées de ruissellement et d'infiltration qu'approximaient le mieux possible les débits observés sur la maille 56. Ce calage a porté sur les paramètres CRT et DCRT, lesquels définissent le bilan de chacune des deux fonctions production reproduisant les surfaces boisées et les marécages. On doit remarquer cependant que la fonction production forêt occupe 86 % de la surface du bassin. Le calage a donc porté essentiellement sur cette fonction, l'autre fonction étant ajustée d'après ce que l'on peut en attendre a priori.

Il faut remarquer que les valeurs d'infiltration calculées à ce moment-là ne sont pas indépendantes du calage du modèle souterrain, c'est-à-dire le programme MODCOU. On a donc réalisé une première approche en ajustant les paramètres des fonctions production et on a fixé définitivement ces paramètres après avoir réajusté ceux du modèle souterrain.

Le calage définitif du modèle souterrain a été réalisé sur les mois de 1982, seule période où nous possédons des observations piézométriques. Ce calage a été fait en régime transitoire influencé, c'est-à-dire en période d'alimentation et a porté sur le coefficient d'emmagasinement et les transmissivités. Le calage comprenait un ajustement des paramètres de transfert et des fonctions production pour bien moduler les événements de crue.

Résultats et discussion

Le tableau 9 regroupe les valeurs des paramètres des fonctions production contenus dans le programme MODSUR. On remarque que les valeurs de CRT et DCRT, représentant la valeur moyenne et la valeur minimale du stock en eau dans le sol, sont plutôt faibles, traduisant ainsi un état de saturation du sol élevé tout au long de l'année. Le coefficient de tarissement du réservoir représentant le ruissellement (CQR) nous montre une vidange plutôt lente reflétant les conditions d'écoulement superficielles hypodermiques.

Dans cette première approche, la simulation avec le sous-programme MODCOU a été effectuée avec un pas de temps de cinq jours permettant un

TABLEAU 9
VALEURS DES PARAMÈTRES DES FONCTIONS PRODUCTION

PARAMÈTRES		VALEURS CALÉES	
		FORÊT	MARAIS
DCRT	Valeur minimale du stock en eau dans le sol en deçà de laquelle aucune quantité d'eau n'est disponible (mm)	2,5	5,0
CRT	Valeur moyenne du stock en eau dans le sol (mm)	10	25,0
FN	Valeur maximale de l'infiltration sur un pas de temps (mm)	4,0	1,0
CQR	Coefficient de tarissement du réservoir de ruissellement	0,20	0,15
QRMX	Niveau de débordement du réservoir de ruissellement (mm)	30,0	30,0
CQI	Coefficient de tarissement du réservoir d'alimentation de la nappe	0,06	0,03
QIMX	Niveau de débordement du réservoir d'alimentation de la nappe (mm)	30,0	60,0

calage global. La figure 30 montre les hydrogrammes observé et calculé sur la période entière de simulation.

La synchronisation des pointes de crues est très bonne, bien que la restitution des quantités d'eau durant la période d'hiver et de printemps 1981 soit un peu trop grande. Ceci est dû en partie aux fortes pluies qu'a connu cette région au mois de février, rendant difficile la détermination de la quantité d'eau disponible pour le ruissellement (interaction neige-pluie) et en partie par la quantité de neige fondue probablement surestimée.

Le volume total d'eau calculé ($966\ 000\ \text{m}^3$) se compare avantageusement avec celui observé ($905\ 000\ \text{m}^3$) représentant un surplus dont l'écart est de 7 % ce qui est excellent compte tenu de la qualité et du faible historique de données à notre disposition pour caler le modèle. De plus, si l'on consulte la figure 31, on remarque que les valeurs d'estimation a priori obtenues à l'aide des données observées pour la période 1981 correspondent bien aux résultats de la simulation. On constate aussi que la majorité de l'eau infiltrée se retrouve en rivière (65 %) tandis que le reste est évacué par voie souterraine dans la région de l'exutoire. La majorité de l'écoulement à l'exutoire provient du ruissellement, l'eau issue du milieu souterrain ne représentant que 21 % du total écoulé.

La restitution des niveaux piézométriques est bonne (figure 32). Les simulations confirment que le niveau de la nappe s'élève passablement lors de la période de fonte des neiges pour rester accroché près de la surface durant le reste de l'année. On note aussi que le modèle théorique réagit

LAC LAFLAMME, DEBIT A LA STATION

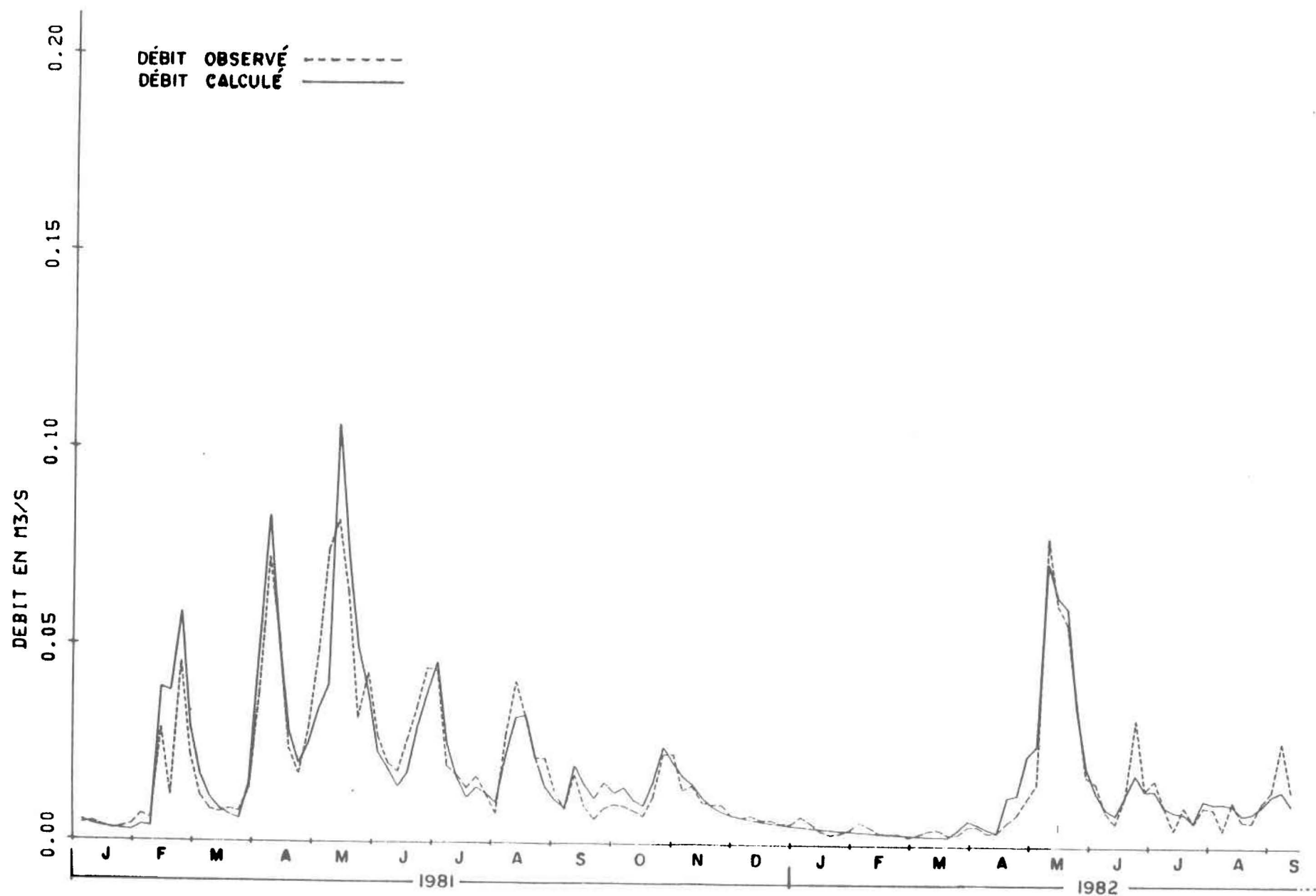
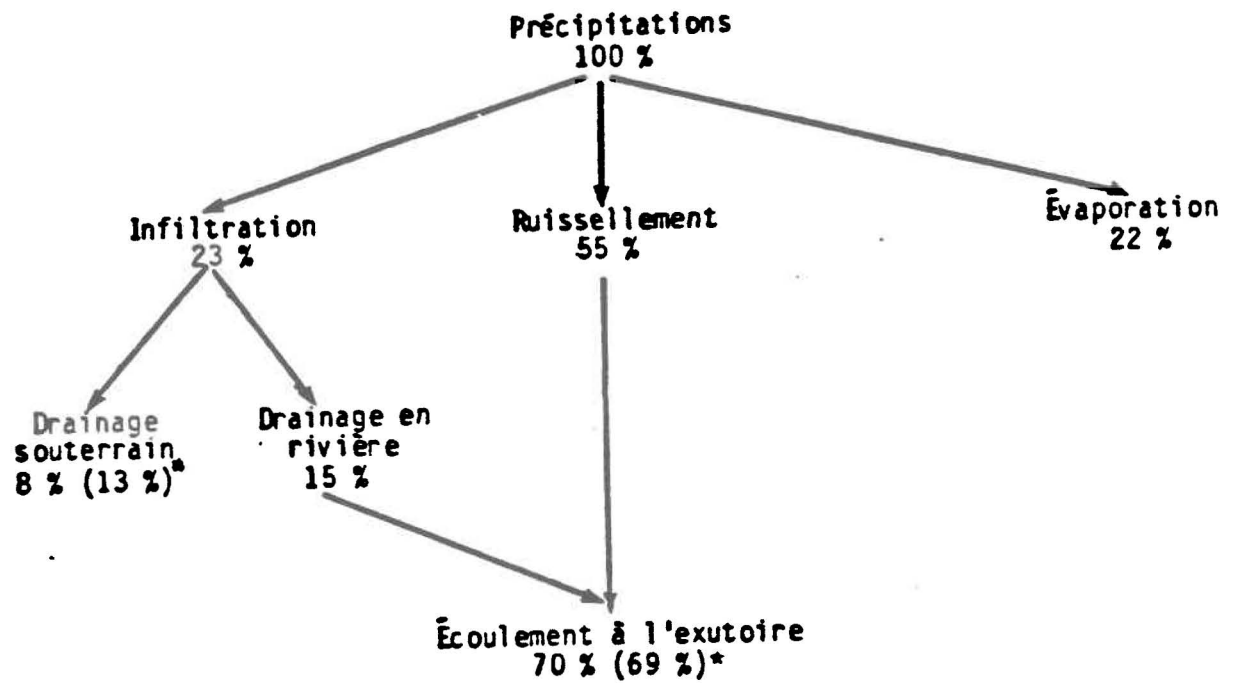


Figure 30: Hydrogrammes calculé et observé



* Valeurs calculées a priori

Figure 31: Proportions des précipitations affectées aux composantes de l'écoulement

trop rapidement pour l'ensemble des piézomètres. Ceci s'explique par l'influence des marécages situés autour du lac (modulation de la crue) et par la quantité d'eau délivrée durant l'hiver et au printemps. De plus, il faut prendre note que les graphiques sont tracés par comparaison relative entre les niveaux observés et calculés, les valeurs respectives étant ramenées à zéro au départ. Donc, même si on note une bonne correspondance entre les allures générales des deux types de courbes, les potentiels calculés sont en réalité plus élevés que les valeurs observées. L'information disponible actuellement ne nous permet pas de les relier en valeur absolue et d'effectuer un meilleur calage des paramètres souterrains.

Le calage a permis d'estimer la valeur du coefficient d'emmagasinement à 0,01. Par contre, l'estimation a priori du champ des transmissivités n'a nécessité aucun calage.

Le modèle a donc permis d'établir un bilan hydrique dont la composante du ruissellement compte pour 55 % des précipitations totales. La majorité de l'eau infiltrée se retrouve en rivière, s'ajoutant à la composante ruissellement, pour donner un écoulement à l'exutoire représentant 70 % des précipitations tombées, tandis que le drainage par voie souterraine compte pour 8 %.

Il y aurait lieu d'améliorer les résultats en ayant une meilleure connaissance de l'évolution de la fonte des neiges au printemps. Une meilleure étude de l'évapotranspiration au cours de la saison ne ferait qu'apporter davantage de précision au calcul réalisé par les fonctions production du

programme MODSUR. De plus, des valeurs piézométriques et de niveaux du lac rattachées à une borne géodésique permettraient de relier ces informations aux courbes de niveau du bassin et d'effectuer un meilleur calage des paramètres hydrauliques.

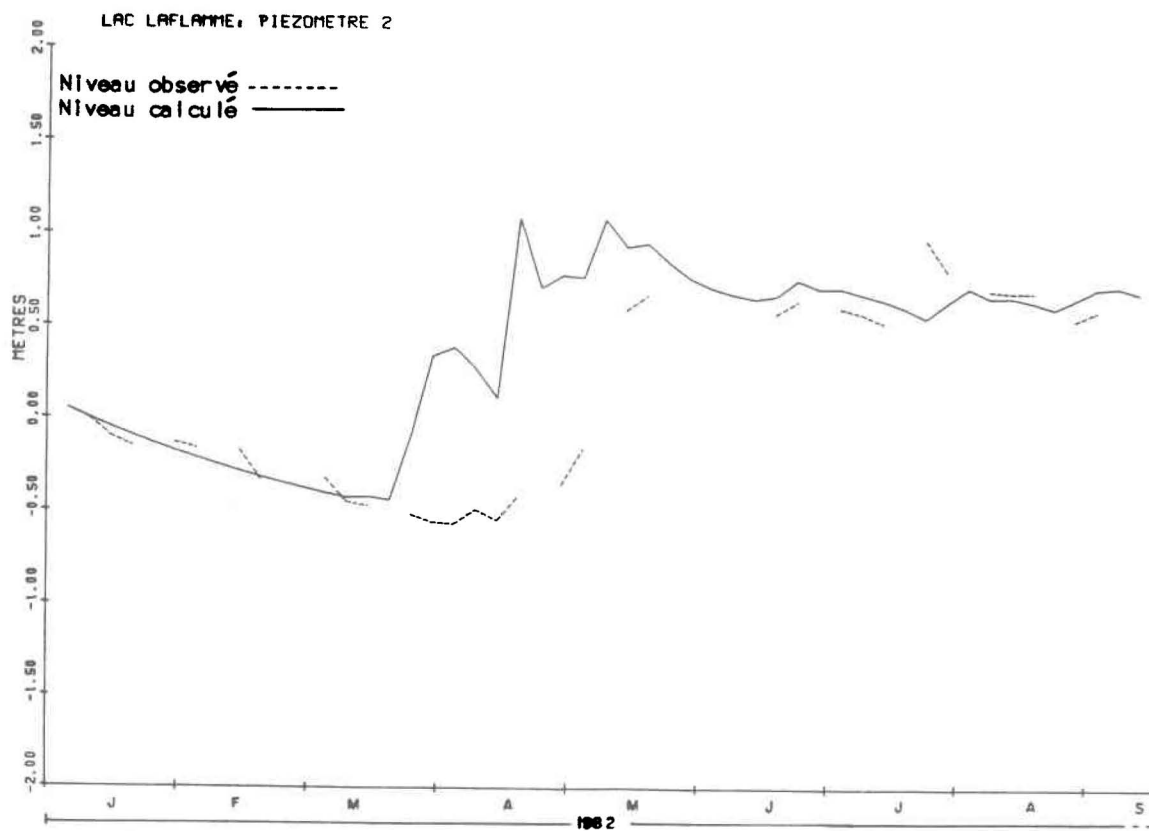
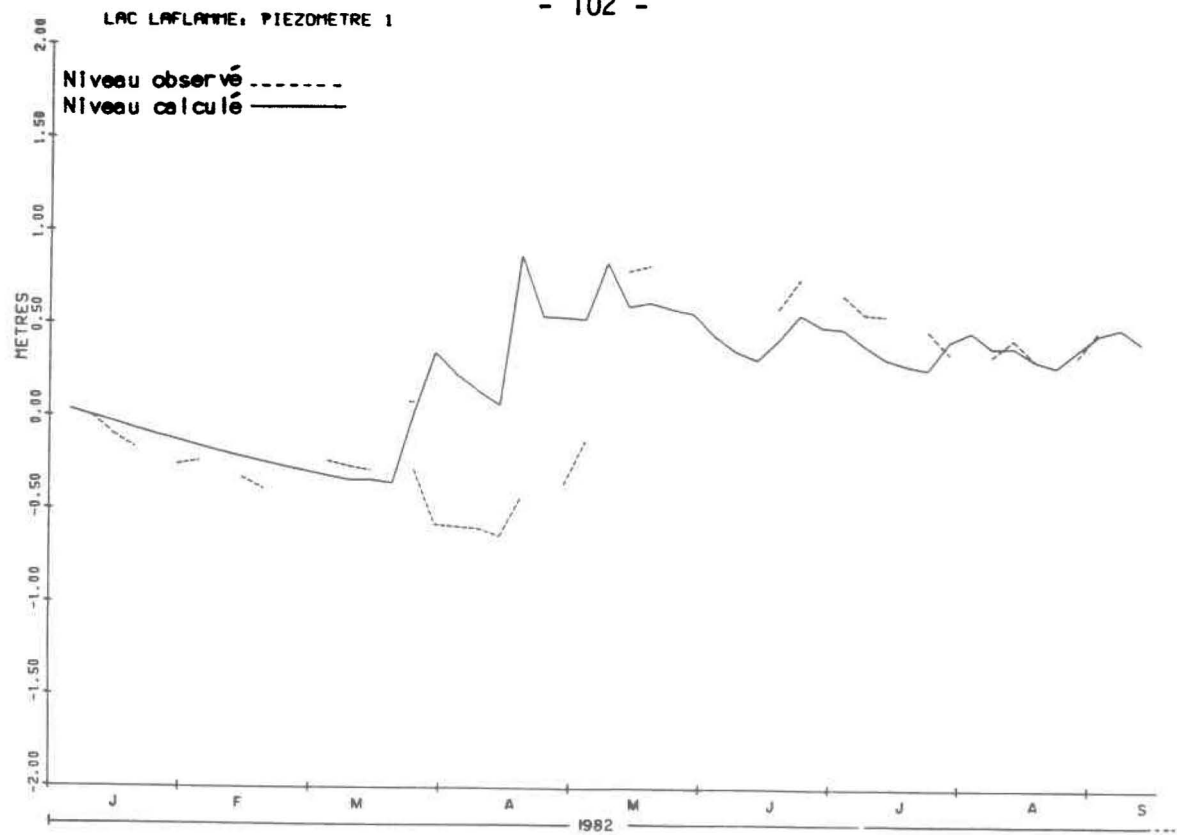


Figure 32: Comparaison des piézométries calculée et observée

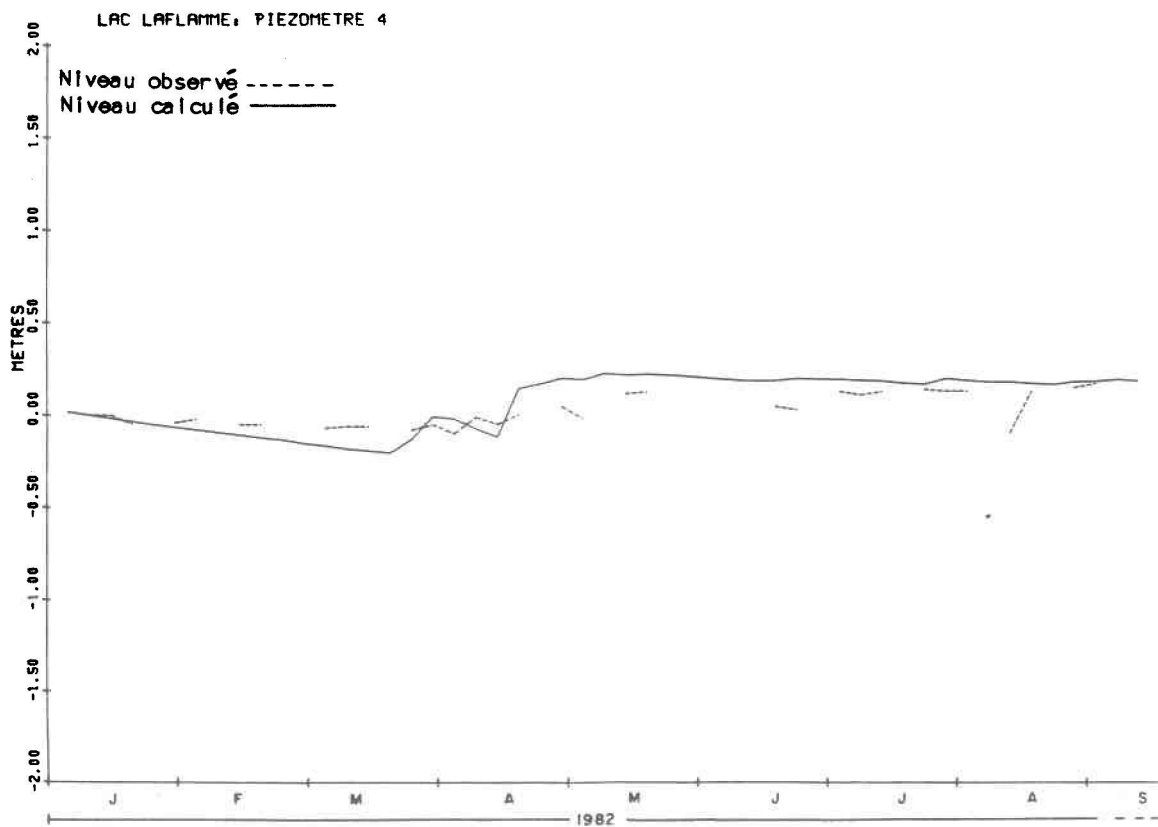
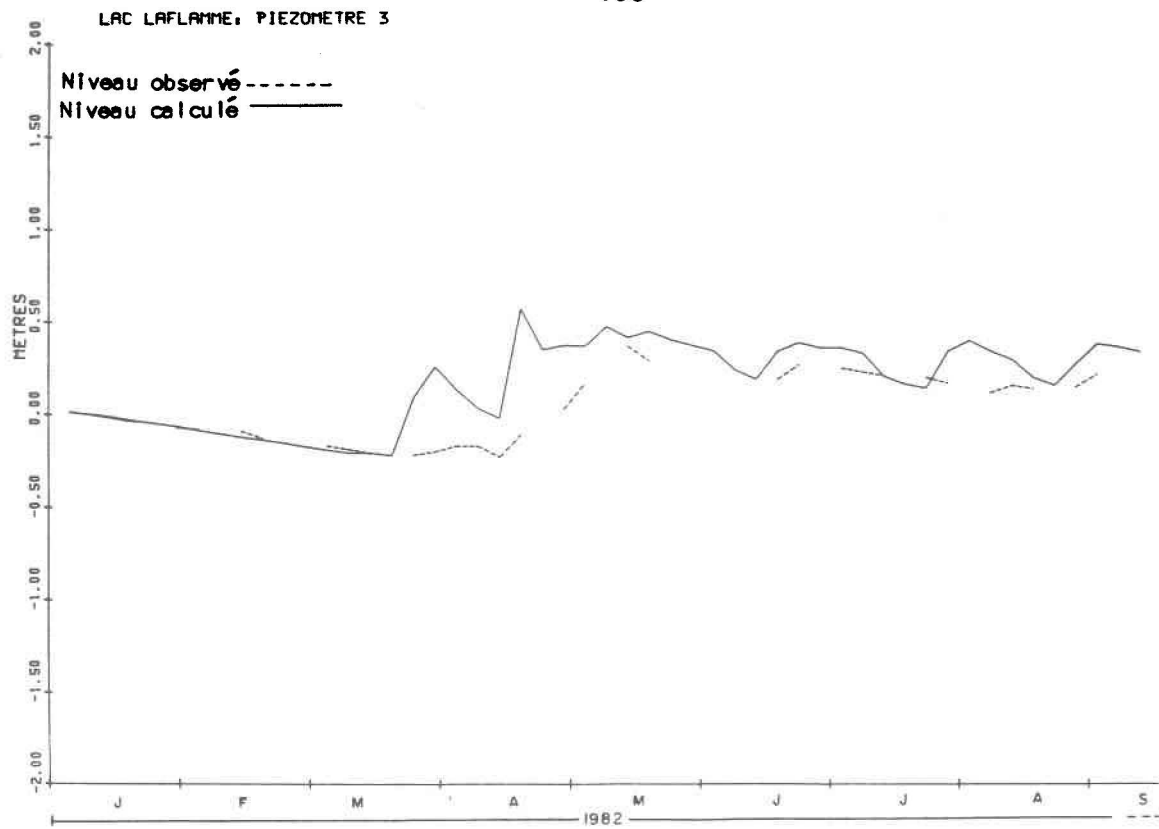


Figure 32: Comparaison des piézométries calculée et observée

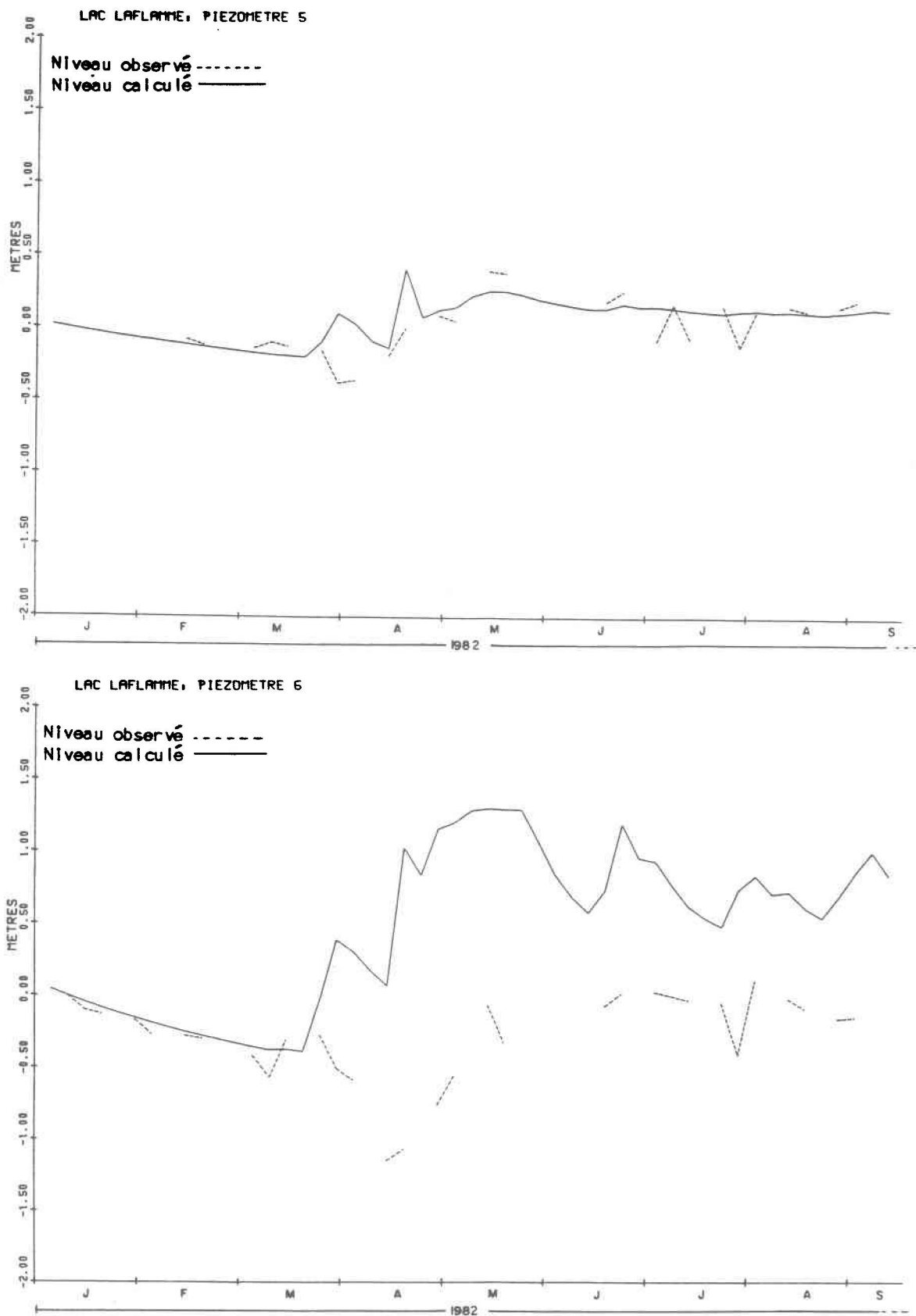


Figure 32: Comparaison des piézométries calculée et observée

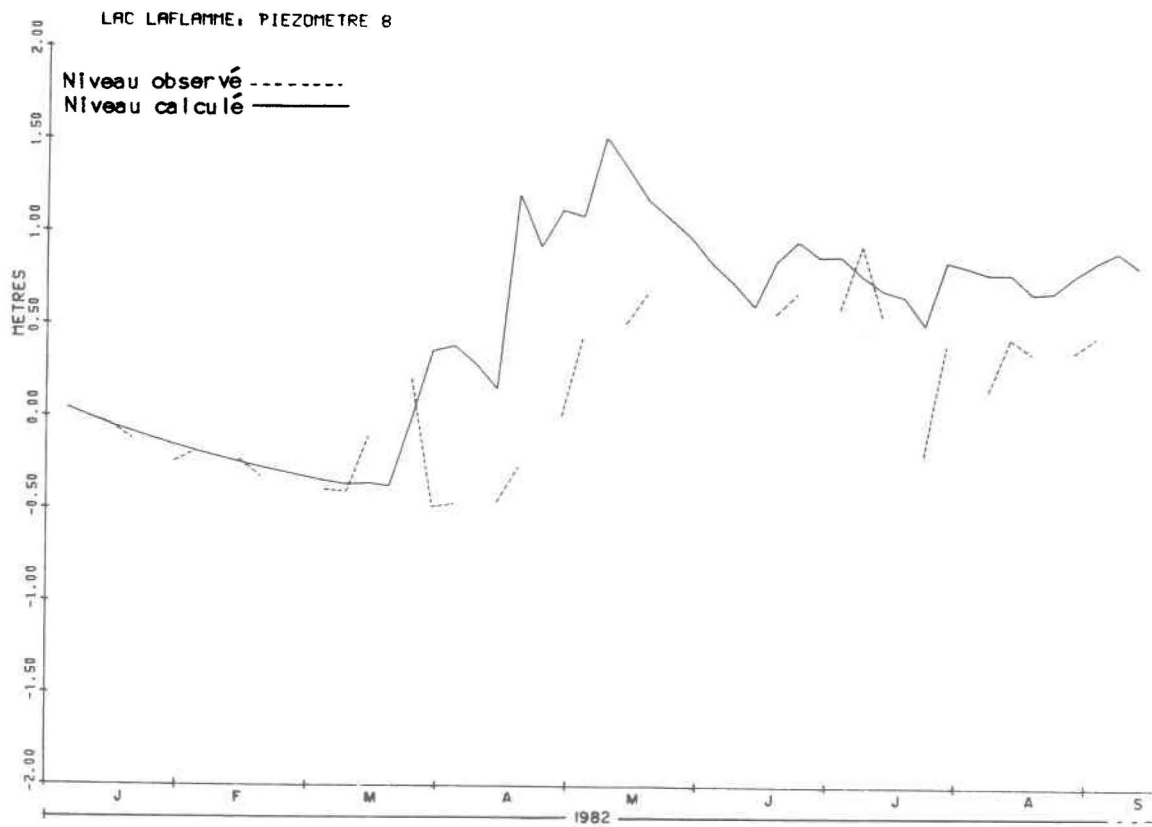
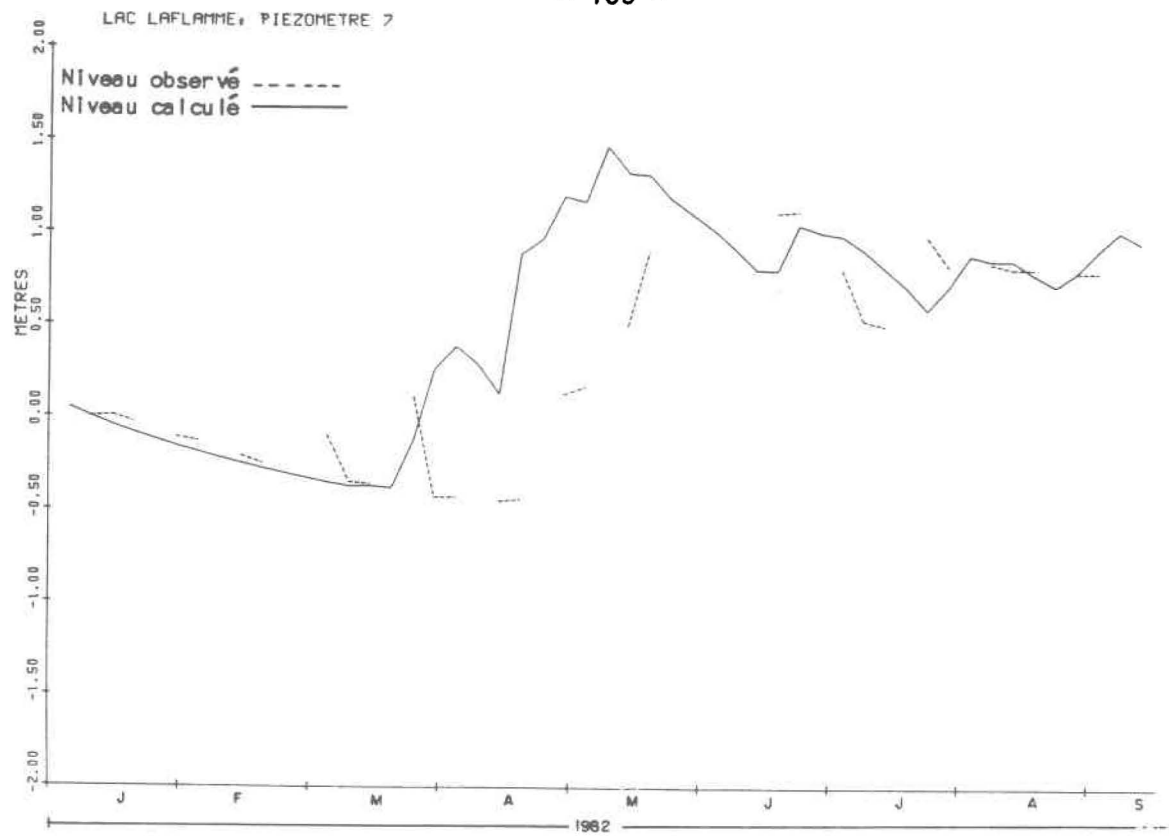


Figure 32: Comparaison des piézométries calculée et observée

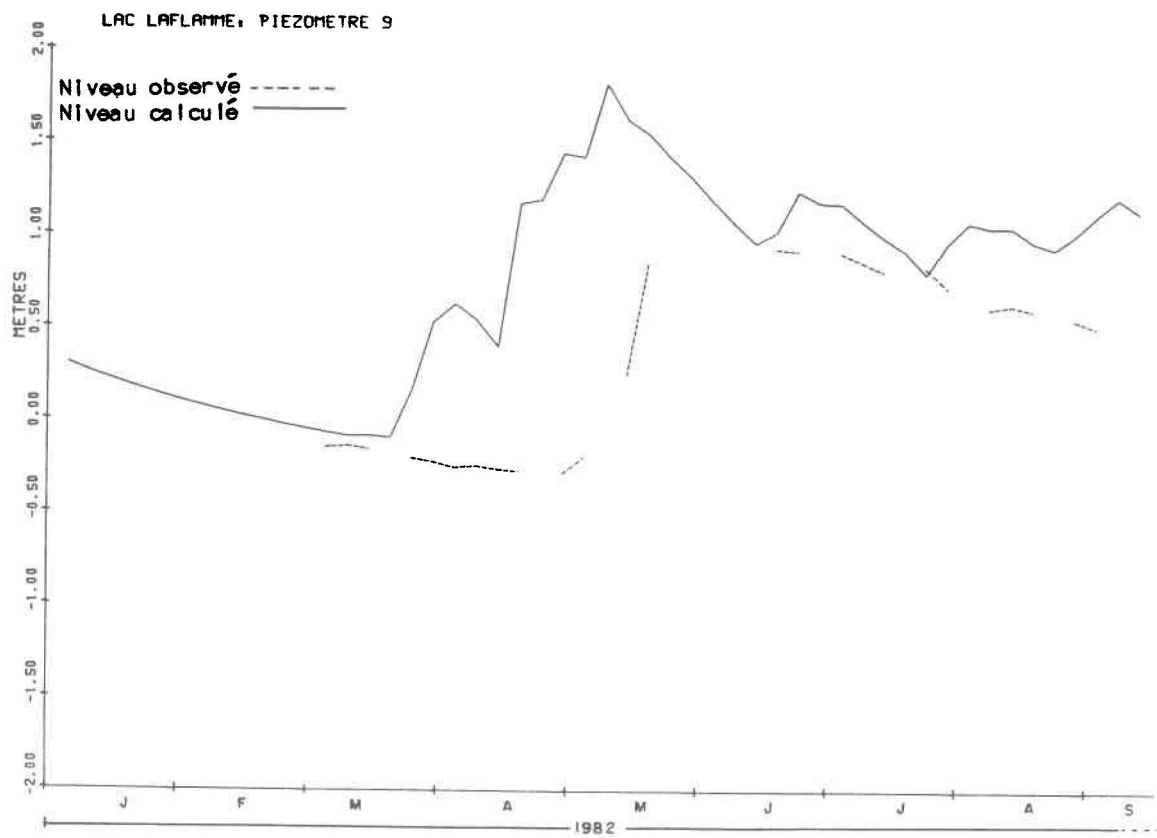


Figure 32: Comparaison des piézométries calculée et observée

CONCLUSION

CONCLUSION

Un modèle déterministe qui envisage la représentation du cycle hydrologique à l'échelle du bassin versant doit être formulé de façon à comporter certaines caractéristiques fondamentales pour en faciliter son accessibilité et son utilisation à divers schémas d'aménagement.

Il doit d'abord être généraliste, c'est-à-dire applicable suivant une gamme étendue de conditions géographiques et climatiques. Il doit aussi être représentatif, donc inclure la discrétisation dans le temps et dans l'espace des principales composantes du cycle hydrologique, de la structure et du comportement du système. Il tient compte de la physique des phénomènes en comportant un minimum de paramètres à ajuster. Il doit être également apte à rendre compte des interventions humaines qui peuvent influencer le dynamisme du système.

La revue de littérature rend compte du faible nombre de modèles d'écoulement intégrant les eaux de surface et souterraines produits jusqu'à maintenant. La variabilité des techniques de transferts et des schémas de structure nous montre qu'il existe plusieurs possibilités quant à la formulation d'un modèle d'écoulements intégrés. Quoiqu'il en soit, seulement quatre modèles simulent la totalité des écoulements à l'échelle du bassin versant (Miles et Rushton, 1983; Refsgaard et Hansen, 1982; Girard et al., 1981; Knapp et al., 1975). Cependant, seul le modèle de Girard et al. (1981) regroupe la majorité des caractéristiques décrites précédemment. De ce fait, il demeure le plus versatile et certainement le plus souple d'emploi.

En comparaison avec des applications antérieures sur des bassins versants français (Ledoux, 1980), l'application du modèle couplé aux conditions éco-climatiques du bassin versant du lac Laflamme en est un exemple. Les débits calculés par le modèle s'apparentent très bien aux débits observés pour l'ensemble de la période de simulation compte tenu du manque d'information et du faible historique des données à notre disposition.

Cette application reflète donc le problème, soulevé déjà par plusieurs modélistes (Bachmat et al., 1980), de la qualité et de la quantité des données nécessaires à l'application d'un modèle en hydrologie. Le court historique des données ainsi que leur qualité limitent la précision que l'on peut accorder à l'estimation du bilan hydrique. Tout au plus, on ne peut que vérifier la cohérence du système en ce qui a trait à la définition de sa structure, aux hypothèses de son comportement et à son bilan hydrique. De plus, ce premier essai de modélisation a permis d'identifier les composantes principales de l'écoulement et d'apprécier leur dynamisme.

Cette application montre qu'il est possible de débiter les études de modélisation à un stade peu avancé des études d'inventaires. Le modèle peut être remis constamment à jour au fur et à mesure que parviendra de nouvelles informations sur le bassin versant, augmentant ainsi le degré de confiance que l'on pourra accorder, entre autres, aux résultats des simulations.

Pour terminer, un modèle d'écoulements intégrés constitue un bon outil de synthèse de toutes les informations concernant la ressource eau et de ses différentes utilisations. De ce fait, il devient un moyen approprié pour

orienter et soutenir les décisions du gestionnaire de la ressource eau. Pour des résultats adéquats, on doit utiliser au maximum l'information descriptive du bassin versant et posséder des données quantitatives de bonne qualité, ce qui est nécessaire à la simulation et à la comparaison des résultats de celles-ci.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- AZZARIA, L.M., GÉLINAS, P.J., ROBITAILLE, R. et J.F. WILHEMY (1982).
Étude géologique et hydrogéologique du lac Laflamme, Parc des Laurentides, Québec. Environnement Canada, Direction générale des Eaux intérieures.
- BACHMAT, Y., BREDEHOEFT, J., ANDREWS, B., HOLTZ, D., SEBASTIAN, S. (1980).
Groundwater management: the use of numerical models. Water resources monograph, series 5, American Geophysical Union, Washington, D.C., 127 p.
- BEAR, J. (1979).
Hydraulics of groundwater. McGraw-Hill, Water resources and environmental engineering series, 569 p.
- BERNIER, P., ROBITAILLE, R. (1982).
Étude hydrogéologique du bassin versant du lac Laflamme. Rapport préliminaire, Environnement Canada, Direction générale des Eaux intérieures, région de Québec, 174 p.
- BERNIER, P., PADILLA, F., DESSUREAULT, M., GÉLINAS, P. et LM. AZZARIA (1983).
Étude hydrogéologique et hydrochimique du bassin versant du lac Laflamme; campagne de 1982. Environnement Canada, Direction générale des Eaux intérieures, région du Québec, 269 p.
- BESBES, M., DUERMAEL, G., LEDOUX, E., DE MARSILY, G. et A. TALBO (1980-1981).
Soutien des étiages d'une rivière par pompage dans la nappe qu'elle draine: mythe ou réalité ? Bulletin du B.R.G.M. (2), III, 1-1980-81.
- BOULIANE, P., LAFOND, P. et D. ROUSSEAU (1976).
Plan général d'aménagement de la forêt Montmorency de l'université Laval, révision 1976. Faculté de Foresterie et de Géodésie de l'Université Laval.
- BREDEHOEFT, J.D. et G.F. PINDER (1970).
Digital analysis of areal flow in multiaquifer groundwater systems: a quasi three-dimensional model. Water Resources Research (6):3: 883-888.
- CASTANY, G. (1982).
Principes et méthodes de l'hydrogéologie. Dunod Université, Paris, 238 p.
- CRAWFORD, N.H. et R.K. LINSLEY (1966).
Digital simulation in hydrology: Stanford watershed model IV. Dept. of Civil Engineering, Stanford University, tech. rep. 39, 220 p.

- CUNNINGHAM, A.B. et P.J. SINCLAIR (1979).
Application and analysis of a coupled surface and groundwater model.
Journal of hydrology, 43: 129-148.
- DABARI, H.E., GREEN, D.W. et J.D. WINSLOW (1970).
Digital computer simulation of an aquifer. A case study. Paper
presented at 1970 Summer computer simulation conference. Amer. comput.
Mach., Denver, Col., June 10-12.
- DAUDELIN, S. (1984).
Étude des algorithmes de modélisation hydrologique et contribution à
l'amélioration d'un modèle hydrologique semi-discrétisé. Thèse de
maîtrise, INRS-Eau, Université du Québec, 125 p, 5 annexes.
- DESCHESNES, J. (1982).
Notes sur l'hydrologie et l'hydrogéologie du lac Laflamme. Environne-
ment Canada, Direction générale des Eaux intérieures, région du
Québec.
- EMSELLEM, Y. (1971).
Modèles mathématiques pour la gestion intégrée des ressources en eau.
École nationale supérieure des mines de Paris, Centre d'informatique
géologique, rapport R/71/6.
- FLEMING, G. (1975)
Computer simulation techniques in hydrology. Environmental, Sciences
series, Elsevier, New York, 333 p.
- FLEMING, G. (1979).
Deterministic models in hydrology. FAO irrigation and drainage paper,
Rome, 80 p.
- FREEZE, R.A. (1971).
Three dimensional, Transient, Saturated-Unsaturated flow in a ground-
water basin. Water Resources Research (7)2: 347-366.
- FREEZE, R.A. (1972).
Role of subsurface flow in generating surface runoff, 2. Upstream
source areas. Water Resources Research (8)5: 1273-1283.
- FREEZE, R.A. et R.L. HARLAN (1969).
Blueprint for a physically - based digitally - simulated hydrologic
response model. Journal of Hydrology, 9: 237-258.
- FREEZE, R.A. et J.A. CHERRY (1979).
Groundwater. Prentice-Hall inc., New Jersey, 604 p.
- FRIND, E.O. (1979).
Exact aquitard response functions for multiple aquifer mechanisms.
Advances in Water Resources, 2: 77-82.

- GIRARD, G. MORIN, G et R. CHARBONNEAU (1972).
Modèle précipitations - débits à discrétisation spatiale. Cahiers ORSTOM, série hydrologie, IX(4): 35-52.
- GIRARD, G., LEDOUX, E. et J.P. VILLENEUVE (1981).
Le modèle couplé: simulation conjointe des écoulements de surface et des écoulements souterrains sur un système hydrologique. Cahiers ORSTOM, série hydrologie, XVIII(4).
- HANSEN, E. ET M. DYHR-NIELSEN (1983).
Le projet du Susa; construction de modèles pour la gestion des ressources en eau. Unesco, Nature et Ressources, XIX(3).
- JOHN, H.J. et M.A. LOCK (1977).
The special distribution of groundwater discharge into the littoral zone of a New Zealand lake. Journal of hydrology, 33: 391-395.
- JURDANT, M. ET B. BERNIER (1965).
Carte écologique, forêt Montmorency, Université Laval.
- KNAPP, R.M., GREEN, D.W., POGGE, C. et C. STANFORD (1975).
Development and field testing of a basin hydrology simulator. Water Resources Research, 11:(6): 879-888.
- L'AOUR, A.M. (1979).
Étude bibliographique sur les modèles mathématiques représentant les écoulements superficiels et souterrains sur un bassin hydrologique. Mémoire de DEA, sciences de l'eau, Université P. et M. Curie, École nationale supérieure des mines de Paris, 40 p.
- LEDoux, E. (1975).
Programme Newsam. Principe et notice d'emploi. École nationale supérieure des mines de Paris, rapport LHM/R75/11.
- LEDoux, E. (1980).
Modélisation intégrée des écoulements de surface et des écoulements souterrains sur un bassin hydrologique. Thèse Doctorat, École nationale supérieure des mines de Paris et l'Université P. et M. Curie, Paris IV, 236 p.
- LEDoux, E. et B. TILLIE (1980).
Programme Newsam. Principe et notice d'emploi, version 1980. École nationale supérieure des mines de Paris, rapport LHM/RD/21/40.
- LINSLEY, R.K., KOHLER, M.A. et J.S.H. PAULHUS (1982).
Hydrology for engineers, 3^e édition. McGraw-Hill, Series in water resources and environmental engineering, 508 p.
- MARSILY, G. de (1972).
Calculs en géologie, simulations en hydrogéologie. In: "Traité d'informatique géologique", P. Lafitte (éd.), Masson, Paris, 626 p.

- MARSILY, G. de (1981).
Hydrogéologie quantitative. Collection science de la terre, Masson, Paris, 215 p.
- MARSILY, G., de (1983).
Modélisation en hydrogéologie (notes), Centre d'informatique géologique, École nationale supérieure des mines de Paris.
- MARSILY, G. de, FRASNETTI, J.C., LEDOUX, E., TIBURTINI, R. et J.P. VILLENEUVE (1977).
Inventaire des ressources en eau et adéquation besoins - ressources: peut-on faire une première approche simplifiée à partir d'une modélisation complète du cycle de l'eau ? Colloque national "Les eaux souterraines et l'approvisionnement en eau de la France", Nice.
- MARSILY, G. de, LEDOUX, E., LEVASSOR, A., POTRINAL, D., et A. SALEM (1978).
Modeling of large multivariated aquifer systems: theory and applications. Journal of hydrology, 36: 1-34.
- McBRIDE, M.S. et H.O. PFANNKUCH (1975).
The distribution of seepage within lakebeds. Journal of research, U.S. geological survey, 3(5): 502-512.
- MERCER, J.W. et C.R. FAUST (1981).
Groundwater modeling. National water well association, 60 p.
- MILES, J.C. et K.R. RUSHTON (1983).
A coupled surface water and groundwater catchment model. Journal of Hydrology, 62: 159-177.
- MORIN, G., FORTIN, J.P., LARDEAU, J.P. SOCHANSKA, W. et S. PAQUETTE (1981).
Modèle CEQUEAU, manuel d'utilisation. INRS-Eau, rapport scientifique, n° 93, 449 p.
- NARASIMHAM, T.N. et P.A. WITHERSPOON (1976).
An integrated finite difference method for analysing fluid flow in porous media. Water Resources Research, 12(1): 57-64.
- PINDER, G.F. et S.P. SAUER (1971).
Numerical simulation of flood wave modification due to bank storage effects. Water Resources Research, 7(1): 63-70.
- PLAMONDON, A.P. (1982).
La précipitation moyenne sur le bassin du lac Laflamme, forêt Montmorency, Québec. Environnement Canada, Direction générale des Eaux intérieures, région de Québec, 28 p.
- PLAMONDON, A.P. et M. PRÉVOST (1982 a).
Distribution spatiale de la neige et de la fonte, lac Laflamme, 1981, forêt Montmorency. Environnement Canada, Direction des Eaux intérieures, région de Québec, 36 p.

- PLAMONDON, A.P. et M. PRÉVOST (1982 b).
Distribution spatiale de la neige et de la fonte, 1981-1982, lac Laflamme, forêt Montmorency, Québec. Direction générale des Eaux intérieures, région de Québec, Environnement Canada, 70 p.
- PLAMONDON, A.P. et M. PRÉVOST (1982 c).
Distribution en sous bois et interception de la pluie sur le bassin du lac Laflamme, forêt Montmorency, Québec. Environnement Canada, Direction générale des Eaux intérieures, région de Québec, 60 p.
- PRICKETT, T.A. et C.G. LONQUIST (1971).
Selected digital computer techniques for groundwater resource evaluation. Illinois state water surv. bull., 55, 62 p.
- RAUDKIVI, A.J. (1979).
Hydrology: an advanced introduction to hydrological processes and modelling. Pergamon press, 479 p.
- REFSGAARD, C. CHR. ET E. HANSEN (1982 a).
A distributed groundwater / surface water model for the Susa-Catchment, Part I: model description. Nordic hydrology, 13: 299-310.
- REFSGAARD, C. CHR. et E. HANSEN (1982 b).
A distributed groundwater / surface model for the Susa-Catchment, Part II: simulations of streamflow depletions due to groundwater abstraction. Nordic hydrology, 13: 311-322.
- REMSON, I., HORNBERGER, G.M. et F.J. MOLZ (1971).
Numerical methods in subsurface hydrology with an introduction to the finite element method. Wiley interscience, New York, 389 p.
- ROBITAILLE, R. et J.F. WILHEMY (1981).
Étude sismique du bassin versant du lac Laflamme, forêt Montmorency, Québec. Environnement Canada, Direction générale des Eaux intérieures, région de Québec, 18 p.
- ROCHETTE, F. (1971).
Hydrological study of "Ruisseau des Eaux volées" experimental basin. Msc. Thesis, Univ. Ontario, London, Ont.
- RUSHTON, K.R. et C. WARD (1979).
The estimation of groundwater recharge. Journal of hydrology, 41: 345-361.
- SMITH, R.L. et A.M. LUMB (1966).
Derivation of basin hydrographs contrib. 19. Kans. Water Resour. Res. inst., Kans. state Univ., Manhattan, 28 p.
- SKLASH, M.G. et R.N. FARVOLDEN (1979).
The role of groundwater in storm runoff. Journal of Hydrology, 43: 45-65.

- THOMAS, R.G. (1973).
Groundwater models. FAO, Rome, Irrigation and drainage paper, 21, 192 p.
- TRESCOTT, P.C., PINDER, G.F. et S.P. LARSON (1976).
Finite difference model for aquifer simulation in two dimensions with results of numerical experiments. Techniques of water resources investigations of the U.S. Geol. Surv. book, 7, chap. cl., 116 p.
- U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS (1975).
Program description and user manual for SARR - streamflow synthesis and reservoir regulation. U.S. Army engineer, division North Pacific Portland, Oregon, Program, 724-K6-60010.
- VISSMAN, J.R. W., KNAPP, J.W., LEWIS, G.L. et T.E. HARBAUGH (1977).
Introduction to hydrology, deuxième édition. Harper and Row publishers, 704.
- VILLENEUVE, J.P. (1982).
Analyse de systèmes de la ressource eau. Notes du cours EAU-7242, INRS-Eau.
- VILLENEUVE, J.P., COUTURE, M. BOBÉE, B., CHARBONNEAU, R. et A. TESSIER (1975).
Méthodologie d'aménagement de la ressource eau. Rapport scientifique n° 58, INRS-Eau.
- VILLENEUVE, J.P., MORIN, G., CHARBONNEAU, R., LEDOUX, E. et A. LEVASSOR (1976).
Simulation des débits de l'Orne, la Dive et la Seulles. Coopération franco-québécoise.
- VILLENEUVE, J.P. et D. LEBLANC (1978).
Algorithme de schématisation des écoulements d'un bassin versant. Rapport interne n° 62, INRS-Eau.
- VILLENEUVE, J.P., GIRARD, G. et E. LEDOUX (1982).
Modélisation et simulation intégrées: eau de surface - eau souterraine. Eau du Québec, 15(1): 67-75.
- WITHERSPOON, P.A. et S.P. NEUMAN (1972).
Finite elements methods in hydrogeology. BRGM, Orléans, France, 104 p.

ANNEXE A

BRÈVE DESCRIPTION DU MODÈLE COUPLÉ EAU DE SURFACE - EAU SOUTERRAINE

1. REPRESENTATION DU CYCLE DE L'EAU

Le modèle couplé (Villeneuve et al., 1982) représente le cycle de l'eau à l'aide de cinq fonctions, chacune traitant une ou plusieurs composantes du cycle de l'eau.

1.1. La fonction entrée

Cette fonction prend en compte tous les apports en eau du système. Elle considère donc les précipitations, la fonte de la neige ainsi que les apports latéraux qui peuvent survenir en limite du domaine de surface ou du domaine souterrain.

1.2. La fonction production

Au sein de cette fonction, se retrouvent les mécanismes qui assurent la répartition de l'eau disponible (défini par la fonction entrée) en infiltration, évapotranspiration, ruissellement et stockage dans le sol. Cette fonction repose sur les mécanismes physiques régissant le mouvement de l'eau à la surface du sol et dans sa tranche superficielle.

1.3. La fonction de transfert de surface

Cette partie de la représentation du cycle hydrologique concerne essentiellement le cheminement de l'eau disponible à travers le domaine de surfa-

ce. Elle considère l'eau issue de la fonction production, c'est-à-dire l'eau de ruissellement et l'eau échangée dans l'un ou l'autre sens avec le domaine souterrain.

1.4. La fonction de transfert souterrain

Cette fonction se préoccupe des mouvements de l'eau dans les aquifères. Elle tient compte de l'eau d'infiltration issue de la fonction production et de l'eau issue des échanges avec le domaine de surface.

1.5. La fonction d'échange surface - souterrain

Ici, le calcul des échanges à double sens entre le domaine de surface et le domaine souterrain s'établit sur un nombre limité de points sur le réseau hydrographique principal. Ce calcul est mené simultanément avec ceux des fonctions de transfert de surface et souterrain.

2. PRINCIPE DU MODÈLE

Le cycle de l'eau est constitué de nombreux mécanismes complexes ayant des interactions les uns sur les autres. La caractéristique fondamentale du modèle est de décomposer la schématisation du système hydrologique en étapes indépendantes et dont les résultats soient contrôlables séparément.

Le principe de la modélisation consiste en une généralisation de la schématisation multicouche. Le modèle distingue, d'une part, une couche

supérieure, dite de surface où s'effectue le partage de l'eau disponible en eau de surface et en infiltration, ainsi que le transfert superficiel et, d'autre part, un nombre variable de couches profondes, sièges d'écoulements souterrains, éventuellement interconnectées entre elles, figurant la succession verticale des niveaux aquifères telle qu'on peut la rencontrer en hydrogéologie.

Chacune de ces couches est ensuite discrétisée en mailles auxquelles sont attribuées les différents paramètres du système et sur lesquelles s'effectueront les transferts d'eau.

L'ensemble est articulé, dans l'état actuel, en quatre programmes écrits en langage FORTRAN, destinés à opérer séquentiellement.

- Le programme GEOCOU organise en fonction des données physiographiques la discrétisation spatiale du milieu souterrain, ainsi que l'arbre de drainage des bassins en surface.
- Le programme MODSUR évalue pour chaque maille de surface la répartition entre l'eau disponible pour le ruissellement et pour l'infiltration à partir des données météorologiques en fonction des paramètres attribués au sol (fonctions production).
- Le programme NONSAT assure le transfert de l'infiltration nette calculée dans MODSUR en alimentation à la nappe suivant un processus uniforme par

groupement de mailles constituant des zones homogènes pour les caractéristiques du milieu non saturé.

- Le programme MODCOU simule finalement les transferts de l'eau à la fois dans la couche de surface et dans les couches souterraines en tenant compte d'interactions à double sens entre les nappes et les rivières.

Pour chacun de ces programmes, on donne maintenant une description sommaire des mécanismes qui y sont représentés ainsi que des moyens de contrôle de la simulation.

2. LE PROGRAMME GEOCOU

Ce programme se charge de la définition des caractéristiques géométriques et physiographiques du domaine modélisé.

2.1 Définition du maillage

Chaque couche définie par le modèle est découpée en mailles carrées emboîtées de dimensions variables. La discrétisation initiale est constituée par un réseau de mailles du côté 8a, disposées de façon à épouser aux mieux les contours respectifs des couches.

Localement ce maillage peut-être subdivisé en sous-maillages de côté 4a, 2a ou a. La discrétisation de certains secteurs des aquifères et

du domaine de surface peut ainsi être raffinée selon les besoins (figure A1).

2.1.2 DÉFINITION DU RÉSEAU DE DRAINAGE DE SURFACE

Le réseau de drainage de surface revêt la forme d'une ou de plusieurs arborescences qui sont définies sans ambiguïté par la connaissance pour chaque maille du domaine de surface d'une direction unique de vidange (figure A2).

Ce réseau de drainage est ensuite classé en deux catégories selon qu'il s'agit d'une maille appartenant au réseau hydrographique principal ou bien à la zone de ruissellement.

Les mailles constituant le réseau hydrographique principal sur lesquelles les échanges avec le domaine souterrain seront simulés sont appelées "mailles rivières". À chaque exutoire de ce réseau, se trouve correspondre un bassin du domaine de surface représenté par un arbre d'écoulement unique, et sur lequel sera effectué ultérieurement le transfert de l'eau de surface (figure A3).

Les mailles du domaine de surface non sélectionnées comme "mailles rivières" se classent en deux catégories.

- Celles qui appartiennent à une portion de l'arborescence générale dont l'exutoire ne fait pas partie du réseau hydrographique principal. Elles

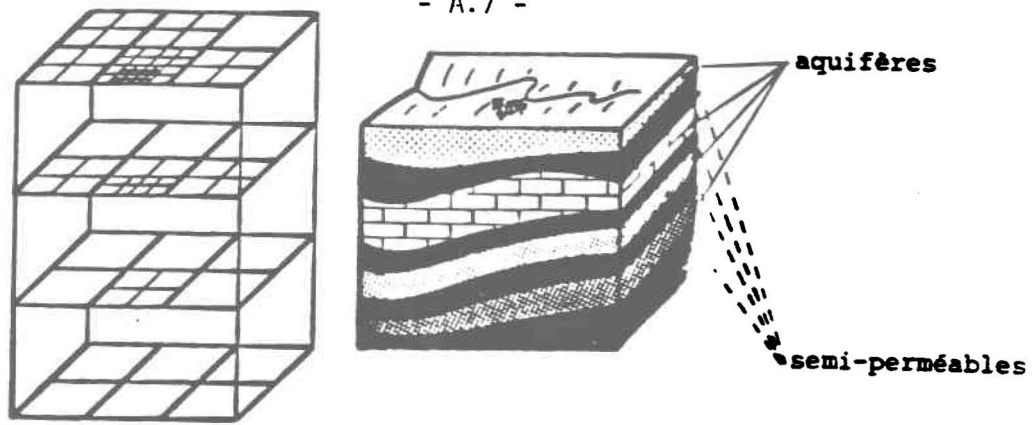


Figure A-I: Principe de la schématisation multicouche

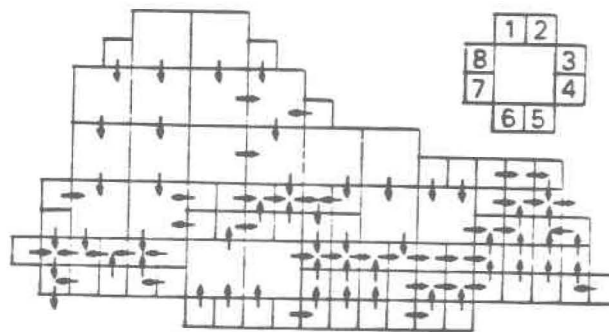


Figure A-II: Réseau de drainage de surface



Figure A-III: Définition des mailles-rivières et des bassins

forment alors un bassin individualisé du domaine de surface pour lequel ni les échanges à double sens avec le domaine souterrain, ni le transfert de surface, ne pourront être simulés par le modèle. Le rôle d'un tel bassin permettra uniquement le calcul et l'introduction vers les aquifères de l'infiltration calculée par la fonction production.

- Celles qui font partie d'une portion de l'arbre général dont l'exutoire est une maille rivière. Elles constituent alors un "sous-bassin de calcul" du bassin auquel elles appartiennent, sur lequel le calcul de l'infiltration et du débit transféré à l'exutoire se fait indépendamment des écoulements souterrains.

2.1.3. DÉFINITION DES DONNÉES PHYSIOGRAPHIQUES

Ces données concernent ici uniquement les mailles de la couche de surface. Elles comprennent, dans l'état actuel, pour chaque maille :

- des données altimétriques qui seront utilisées, d'une part, pour le calcul du temps de transfert de l'eau de surface sur les mailles, d'autre part, pour évaluer l'épaisseur de la zone non saturée et, enfin, éventuellement pour une modulation des précipitations;
- des données exprimées en pourcentage de la superficie de chaque maille définissant des zones homogènes sur lesquelles seront calculés les bilans hydriques dans le programme MODSUR. Ces zones seront choisies en fonction de critères adaptés aux problèmes qui pourront provenir, par exemple, des

caractéristiques des sols ou de la couverture végétale. Les surfaces de plan d'eau libre serviront au calcul des coefficients de vidange entre "mailles rivières" intervenant dans les transferts.

L'ensemble de ces données est soumis à des contrôles de compatibilité avant traitement, puis récapitulé sous forme de tableaux et de plans. Les résultats sont finalement stockés sur fichier pour être transmis aux programmes suivants.

2.2. Le programme MODSUR

L'objectif du programme est de fournir en fonction du temps sur la couche de surface, la répartition de l'eau disponible pour le ruissellement dans le réseau hydrographique principal, et pour l'infiltration vers les couches profondes.

Ce programme nécessite les données énumérées ci-après.

2.2.1. DONNÉES MÉTÉOROLOGIQUES

Les précipitations (pluie et eau de fonte de neige) doivent être fournies avec un pas de temps régulier sur un ensemble de zones pluviométriques homogènes recouvrant la couche de surface. Ces zones homogènes sont choisies d'après les caractéristiques pluviométriques régionales et introduites dans le modèle en attribuant un numéro de zone à chacune des mailles de la surface.

Les évapotranspirations potentielles sont dans l'état actuel supposées homogènes sur l'ensemble du domaine et introduites avec un pas de temps également régulier (mois, décade, ...).

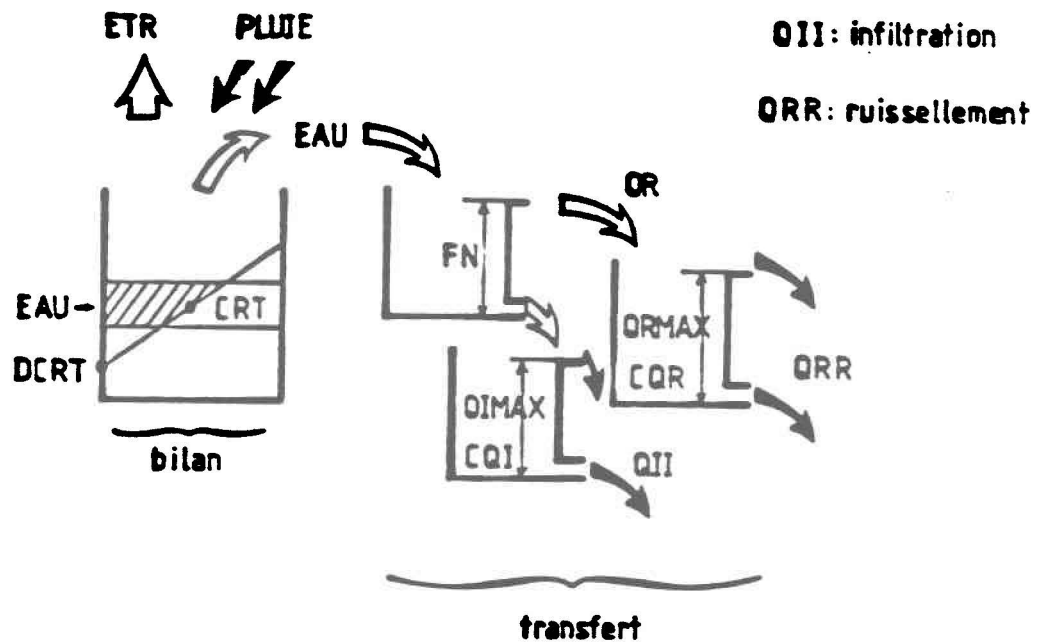
2.2.2. DONNÉES CARACTÉRISANT LES FONCTIONS PRODUCTIONS

Le rôle des fonctions productions est de répartir la lame d'eau précipitée entre ruissellement, infiltration et évapotranspiration. Ce calcul est mené à chaque pas de temps des données météorologiques, sur chacune des zones pluviométriques homogènes et pour différentes caractéristiques de fonctions productions, indépendamment du maillage de la couche de surface.

Chaque fonction production fonctionne suivant un mécanisme adapté au problème établi par l'opérateur et reste spécifique à la zone homogène déterminée au moment de la discrétisation spatiale de la surface. Chaque fonction production possède un nombre limité à 10 de paramètres fixés par l'opérateur (figure A4).

2.2.3. DONNÉES CARACTÉRISANT LES TEMPS DE CONCENTRATION DES BASSINS VERSANTS

Un temps de concentration est attribué à chaque bassin versant. Ce temps désigne la durée du plus long parcours sur le bassin et permet ainsi de classer les mailles figurant dans l'arbre d'écoulement en zones isochrones par rapport à l'exutoire de chaque sous-bassin. Plusieurs essais peuvent être réalisés avec différents temps, pour un même calcul.



$$\begin{aligned}
 R_{MAX} &= 3 (CRT - DCRT) + DCRT \\
 R_{BA} &= \max (DCRT, R) - DCRT \\
 R_{HA} &= \min (R + P, R_{MAX}) - DCRT \\
 DR &= \max (0, R_{HA} - R_{BA}) \\
 EAU &= \max (RP - R_{MAX}, 0) + DR (2 R_{BA} + DR) / (4 (CRT - DCRT)) \\
 QI &= \min (EAU, FN) \\
 QR &= \max (0, EAU - QI) \\
 ETR &= \min (R + P - EAU, ETP) \\
 R &= R + P - EAU - ETR
 \end{aligned}$$

- DCRT Valeur minimale du stock en eau dans le sol en deçà de laquelle aucune quantité d'eau n'est disponible (mm)
- CRT Valeur moyenne du stock en eau dans le sol (mm)
- FN Valeur maximale de l'infiltration sur un pas de temps (mm)
- CQR Coefficient de tarissement du réservoir de ruissellement
- QMAX Niveau de débordement du réservoir de ruissellement (mm)
- CQI Coefficient de tarissement du réservoir d'alimentation de la nappe
- QIMAX Niveau de débordement du réservoir d'alimentation de la nappe (mm)

Figure A-IV: Schéma de principe de la fonction production "type sol"

Outre la répartition de la lame d'eau précipitée vue précédemment, le programme MODSUR assure chronologiquement les opérations suivantes :

- a) l'évaluation globale des termes du bilan d'eau sur chacune des zones pluviométriques et des zones de production. L'examen des valeurs de chacun de ces termes permet d'apprécier l'adéquation de chacune des fonctions productions introduites et la validité des paramètres utilisés;
- b) l'évaluation globale des termes du bilan d'eau sur chaque sous-bassin versant et bassin étudié permet d'effectuer des comparaisons avec les termes du bilan propre du bassin;
- c) la détermination, pour chaque maille de la couche de surface et chaque pas de temps calcul, du volume de ruissellement et du volume d'infiltration net vers le souterrain. Au volume de ruissellement est ajouté le volume infiltré pour les mailles de surface n'ayant pas de correspondantes dans les couches du souterrain;
- d) la sommation, après transfert par isochronisme, des volumes ruisselés sur toutes les mailles d'un sous-bassin versant, attachée à la maille "rivière" exutoire de ce sous-bassin, et ce, pour tous les sous-bassins.

- e) la mémorisation à chaque pas de temps de calcul des débits ruisselés sur les sous-bassins et des volumes infiltrés sur les mailles de surface, qui seront utilisés ultérieurement dans le programme MODCOU.
- f) l'évaluation du débit dû au seul ruissellement aux exutoires des bassins par un second transfert isochrone sur les mailles "rivières" de ces bassins.

Au terme du programme MODSUR, deux types de contrôle sont ainsi possibles :

- appréciation du bilan hydrologique global pour chaque bassin et pour diverses périodes de simulation permettant d'intervenir sur les paramètres des fonctions productions;
- évaluation des temps de concentration des bassins par recherche du synchronisme entre la composante ruissellement des crues calculées et les crues observées.

2.3. Programme NONSAT

Ce programme assure, en l'état actuel, le transfert d'eau de l'infiltration nette calculée précédemment au niveau de la nappe au moyen d'une série de N réservoirs linéaires (comparable au modèle de NASH) ayant le même temps de délai. Le nombre de réservoirs et le temps de délai, pour chaque

zone homogène du sol non saturé, sont choisis par l'opérateur selon ses propres connaissances.

Les graphiques de variations de l'alimentation de la nappe dans le temps pour des mailles pré-choisies permettent de visualiser l'influence de ces transferts.

2.4. Programme MODCOU

Ce programme constitue le modèle couplé eau de surface - eau souterraine proprement dit.

Il effectue le calcul des transferts de l'eau de surface et de l'eau souterraine ainsi que celui de leur interaction suivant un pas de temps choisi par l'utilisateur comme multiple ou sous-multiple du pas de temps des données météorologiques.

La période totale de simulation est organisée en phase de calcul servant à l'introduction de données lentement variables et à des contrôles intermédiaires.

Les données requises sont les suivantes :

- 1) Données hydrologiques (discrétisées sur les mailles rivières) :

- volumes d'eau initiaux dans le réseau hydrographique;
- paramètres définissant les coefficients de tarissement.

2) Données hydrogéologiques (discrétisées sur les mailles des couches souterraines) :

- piézométrie initiale;
- transmissivités, coefficients de drainage, coefficients d'emmagasinement, etc ...;
- prélèvements et apports dans les nappes autres que l'infiltration;
- conditions aux limites des nappes.

3) Données caractérisant les relations nappe-rivière (discrétisées sur les mailles souterraines situées sur le tracé des rivières) :

- niveau de drainage des nappes dans la couche de surface;
- coefficients de transfert nappe-rivière;
- infiltration maximale en rivière.

4) Données concernant le calcul numérique :

- durée de la simulation;
- durée du pas de temps du calcul;
- critères de convergence, etc ...

5) Données concernant l'édition des résultats :

- édition sous forme de tableau des paramètres hydrologiques introduits sur chaque maille (en option);
- bilan hydraulique souterrain au dernier pas de temps;
- bilan hydraulique global sur la phase de calcul;
- cartes piézométriques, etc ...

La simulation consiste en trois opérations répétées à chaque pas de temps calcul :

- calcul du transfert souterrain, exécuté par intégration numérique des équations de l'écoulement en milieu poreux discrétisées sur les mailles des couches profondes;
- évaluation des débits échangés entre les nappes et le réseau hydrographique;
- calcul du transfert de surface.

SYNTHÈSE

En guise de conclusion, on présente l'ensemble du modèle sous forme d'organigrammes généraux (figures A5, A6, A7 et A8).

Chacun des quatre programmes doit être utilisé séquentiellement puisqu'ils font appel à des données spécifiques et à des résultats issus du programme précédent.

Voici un résumé succinct des diverses données d'entrée au modèle et des résultats pouvant être obtenus.

Les données d'entrées:

- la description des domaines de surface et souterrain (cartes topographiques, géologiques et hydrologiques);
- la pluviométrie, l'évapotranspiration potentielle;
- données souterraines: transmissivités, coefficients d'emmagasinement, coefficient de drainance, coefficients de transfert nappe-rivière, niveau de drainage des nappes, prélèvement en nappe, prélèvements en rivières, niveaux piézométriques initiaux;
- données de surface: stocks initiaux en rivière, coefficients de vidange.

Les résultats :

- le bilan hydrique sur chaque zone de production pour chacun des pluviomètres;
- le bilan du transfert souterrain par couche et/ou pour l'ensemble du système hydrogéologique;
- le bilan de surface;
- des tableaux de la piézométrie calculée et/ou des valeurs des différents paramètres utilisés;
- des cartes piézométriques et/ou des différents paramètres;
- les débits écoulés aux stations hydrométriques représentées par une sélection de mailles rivières;
- les variations des niveaux piézométriques en un choix de mailles des couches souterraines.

GEOCOU

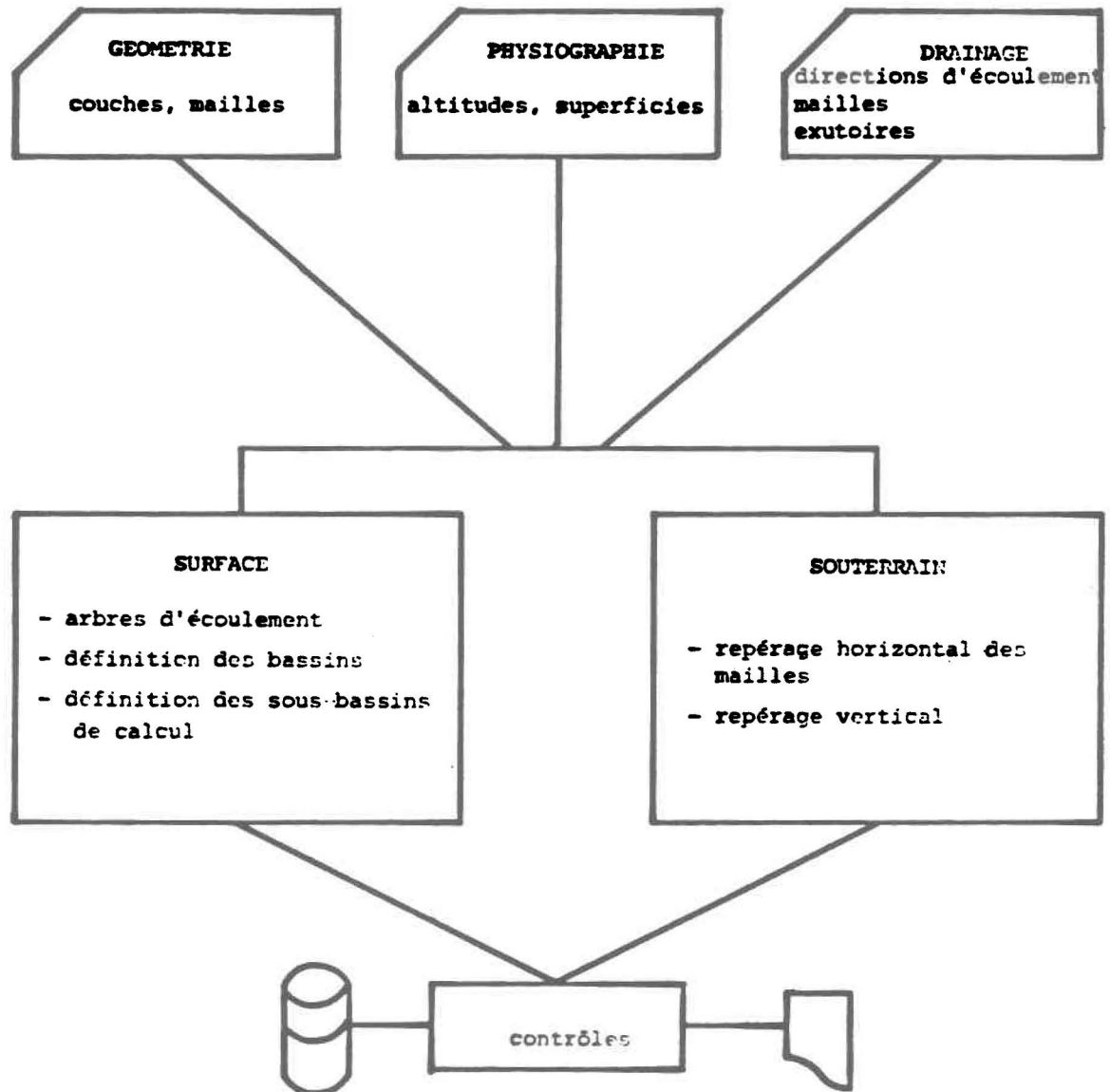


Figure A-V: Programme GEOCOU.
Il établit tous les éléments de géométrie du modèle.

MODSUR

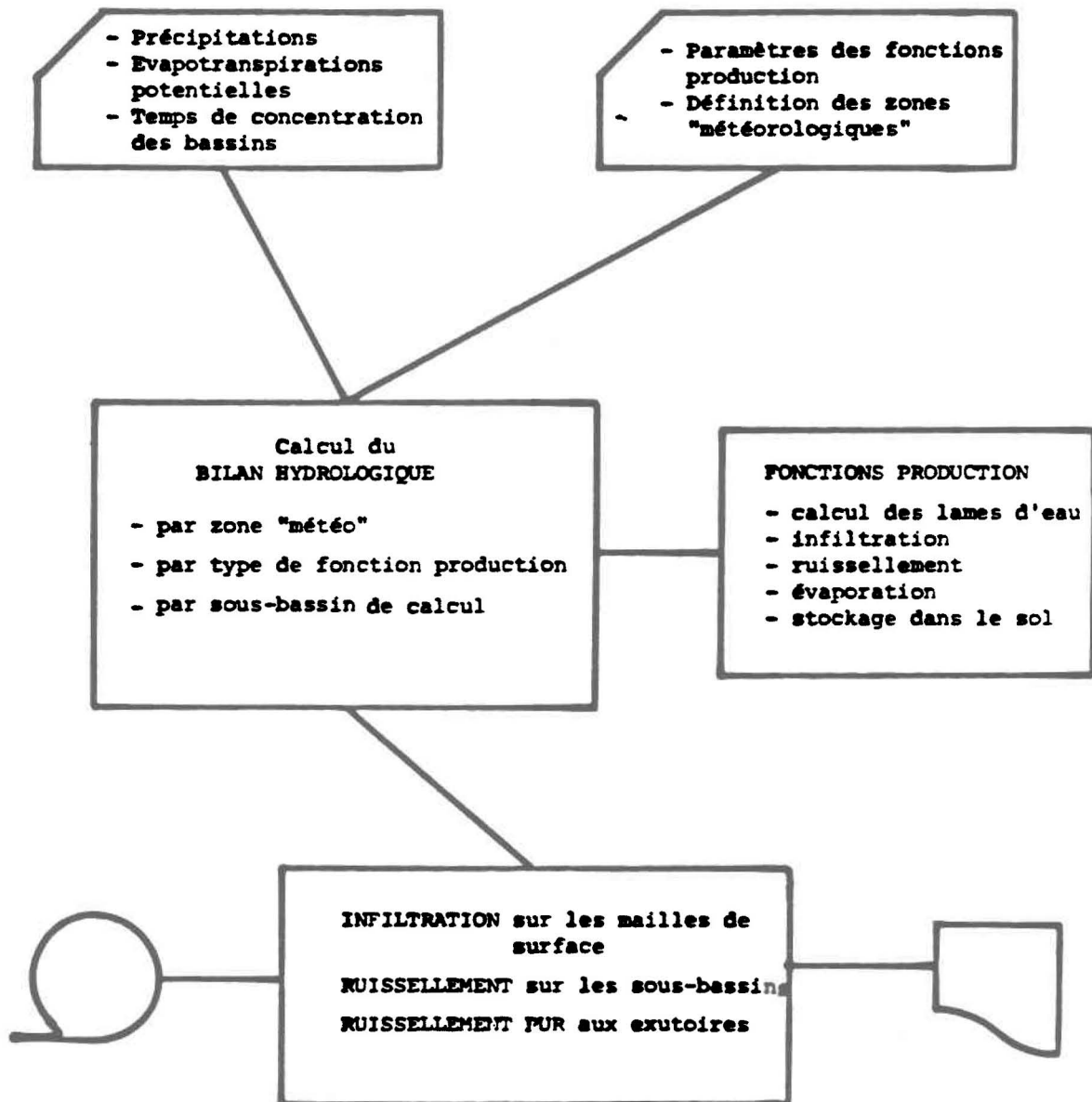


Figure A-VI: Programme MODSUR.
Il effectue le calcul de la production et le transfert du ruissellement pur.

NONSAT

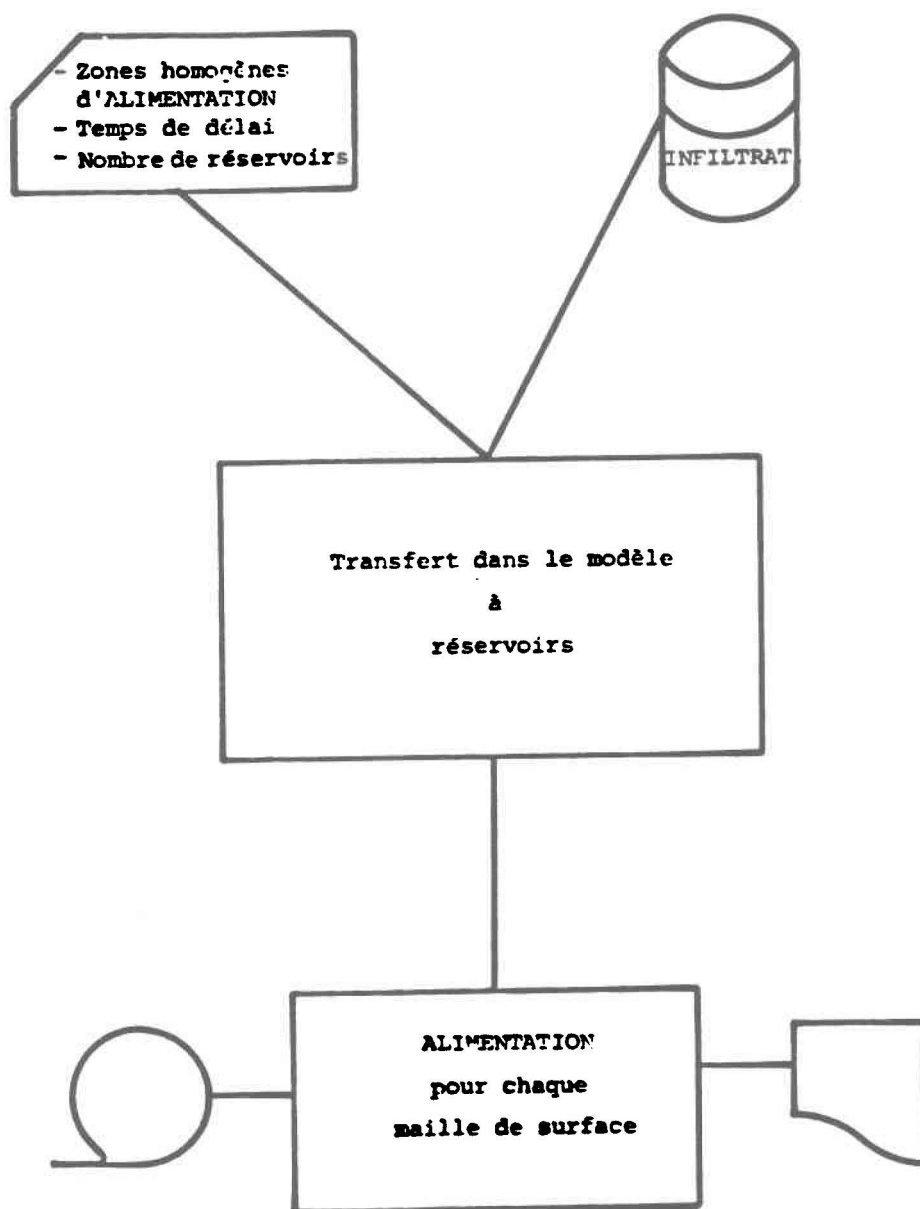


Figure A-VII: Programme NONSAT
Il calcule le transfert dans la zone saturée

MODCOU

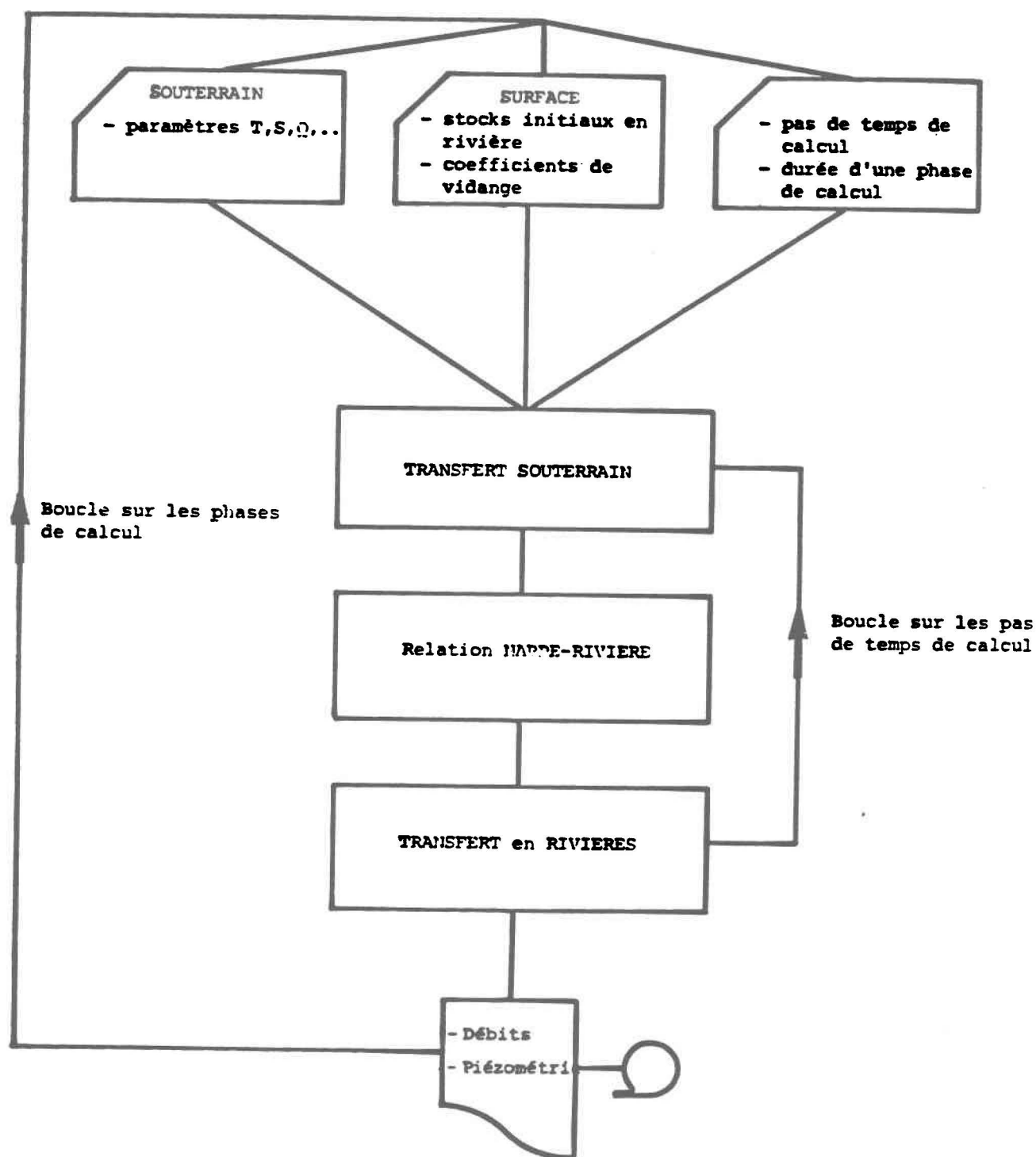


Figure A-VIII: **Programme MODCOU**
Il effectue les transferts de surface et les transferts souterrains en tenant compte de leurs interactions

ANNEXE B

FORMULATION DE L'ÉQUATION DE DIFFUSIVITÉ

On cherche à prévoir le comportement de l'eau dans le sol saturé, donc de pouvoir calculer la charge piézométrique (h) en tout point de l'espace au cours du temps.

En hydrogéologie, la solution de l'équation de diffusivité permet de connaître cette charge h en tout point de l'espace du domaine considéré au cours du temps. Cette équation découle du principe de conservation de la matière, de la loi de Darcy et du concept d'emmagasinement dans les aquifères.

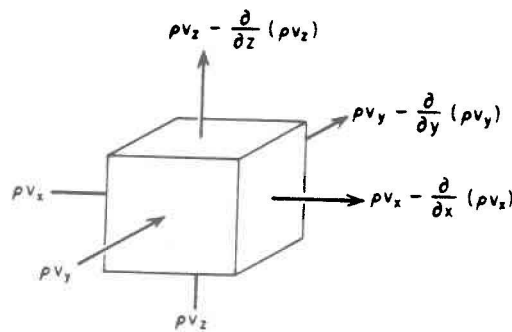
Cette annexe présente les diverses variantes de l'équation de diffusivité pour le milieu saturé: on y discutera des écoulements permanent et transitoire pour les aquifères à surface libre et captif.

L'équation de diffusivité utilisée dans les applications d'écoulement souterrain est basée sur le principe de conservation de la matière. En pratique, ce principe se traduit par l'équation de continuité.

Ce principe requiert que la quantité nette d'eau entrant ou sortant d'un volume donné d'aquifère durant un intervalle de temps déterminé soit égale au changement dans la quantité d'eau emmagasinée ou perdue à l'inté-

rieur dudit volume. En considérant les flux massiques pour un volume élémentaire de milieux poreux nous obtenons:

$$-\frac{\partial (\rho V_x)}{\partial x} - \frac{\partial (\rho V_y)}{\partial y} - \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} = \rho S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad [1]$$



où

ρ : densité;

v_x : vitesse de Darcy du fluide;

S_s : coefficient d'emmagasinement spécifique de l'aquifère considéré;

h : charge hydraulique;

t : temps.

Nous pouvons simplifier l'équation pour les fluides incompressibles comme l'eau puisque $\rho (X, Y, Z) = \text{constante}$ (Freeze et Cherry, 1979):

$$-\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_z}{\partial z} = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad [2]$$

Nous venons d'établir l'équation de continuité pour un régime transitoire, c'est-à-dire lorsque l'on observe un changement de la quantité d'eau du bloc dans le temps. Pour un régime permanent, le principe de conservation de la matière dicte que la quantité d'eau entrante doit égaler celle à la sortie et par conséquent, le membre de droite de l'équation disparaît puisqu'aucun changement dans la quantité d'eau emmagasinée ne se produit. L'équation devient:

$$-\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad [3]$$

L'ÉQUATION DE DIFFUSIVITÉ

Aquifère captif

En introduisant la loi de Darcy, $v = -K \frac{\partial h}{\partial l}$, et en ajoutant un terme source, (Q), dans l'équation de continuité, nous obtenons une formulation de l'équation de diffusivité s'appliquant aux aquifères confinés hétérogènes en régime transitoire.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} + Q \quad [4]$$

Lorsque le milieu est homogène, c'est-à-dire $K_x = K_y = K_z$, on obtient:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{Q}{K} \quad [5]$$

En régime permanent et en supposant ni perte ni gain (terme source Q), les termes du membre de droite disparaissent et l'équation qui en découle est dite équation de Laplace:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad [6]$$

En général, les écoulements en milieux poreux sont tridimensionnels. Cependant, l'expérience montre que la plupart des aquifères ont une épaisseur plutôt mince comparativement à leur extension horizontale. Suivant cette constatation, on peut émettre l'hypothèse simplificatrice suivante en assumant que l'écoulement est partout horizontal à travers l'aquifère en négligeant la composante verticale de l'écoulement. C'est le type d'écoulement que l'on rencontre effectivement dans un aquifère confiné, homogène, isotrope et de puissance constante.

Cette hypothèse simplifie de beaucoup l'analyse mathématique de l'écoulement de l'eau dans les aquifères. En pratique, l'erreur introduite par cette schématisation des écoulements est négligeable.

Donc, assumant que les écoulements sont bidimensionnels dans le plan et considérant la puissance de l'aquifère (e) qui demeure constante, l'équation de diffusivité devient:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \left(\frac{S}{T}\right) \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{Q}{T} \quad [7]$$

où $T = Ke$

Aquifère à nappe libre

L'équation de diffusivité décrivant le mouvement de l'eau à travers les aquifères phréatiques ayant une base imperméable considère les mêmes hypothèses simplificatrices que dans le cas des aquifères confinés. Ainsi pour les aquifères hétérogènes on écrit:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S^* \frac{\partial h}{\partial t} + Q \quad [8]$$

Pour le milieu homogène ($K = \text{constante}$) on obtient:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{S^*}{K} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{Q}{K} \quad [9]$$

où S^* : coefficient d'emmagasinement de l'aquifère à nappe libre.

Cette équation est connue sous le nom d'équation de Boussinesq. Elle est non linéaire du fait du produit $h \frac{\partial h}{\partial x}$. Pour faciliter l'obtention d'une solution deux techniques de linéarisation sont souvent employées. La plus

répandue consiste à traiter le produit Kh comme une transmissivité, h étant l'épaisseur mouillée de l'aquifère. La technique suppose une transmissivité uniforme tel que $T = \bar{T} + T_\sigma$, $\bar{T}$ étant la transmissivité moyenne sur tout l'aquifère ($\bar{T} = k\bar{h}$) et T_σ étant la déviation par rapport à la moyenne.

L'équation devient linéaire en h et on écrit pour un milieu homogène:

$$\bar{T} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = S^* \frac{\partial h}{\partial t} + Q \quad [10]$$

L'approximation apportée pour la linéarisation de l'équation se justifie grâce à l'observation qui indique que les variations au cours du temps dans l'épaisseur mouillée de l'aquifère, sont minimales par rapport à son épaisseur totale pour la plupart des aquifères à nappes libres. Bear (1979, p. 115) expose la seconde technique de linéarisation.

Il convient de souligner que ces équations ne sont valables que pour des fluides et une matrice incompressibles, c'est-à-dire non déformables. Cependant, dans quelques cas exceptionnels, on se doit de prendre en compte le mouvement des particules de sol. De Marsily (1981, p. 77-93) et Bear (1979, p. 84-92) exposent en détails le développement des équations de continuité et de diffusivité dans le cas où le fluide et/ou la matrice sont compressibles.

NOTES

- L'inconnue est la hauteur piézométrique H , fonction de l'espace plan et du temps: $H = h(x, y, t)$. Il s'agit de la solution de l'équation de diffusivité. C'est une fonction ($h(x, y, t)$) et non une valeur unique.
- L'équation est valable en tout point, c'est-à-dire qu'elle est établie pour un point x, y de la nappe. Les coefficients T et S ne sont pas des coefficients constants mais des fonctions de l'espace:

$$\begin{array}{l} T = T(x, y) \\ S = S(x, y) \end{array} \quad \text{et s'il y a anisotropie} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_x = T_x(x, y) \\ T_y = T_y(x, y) \end{array} \right.$$

Le débit Q est également fonction de l'espace et du temps:

$$Q = Q(x, y, t)$$

- On démontre que pour résoudre l'équation de diffusivité, il faut connaître à priori certaines valeurs de la fonction h ou de ses dérivées à des dates ou en des lieux déterminés. C'est ce que nous appelons:
 - les conditions initiales: il s'agit de la valeur de la charge en tout point du système étudié à une date donnée ($H_0 = h(x, y, t_0)$);

- les conditions aux limites: il s'agit de valeurs fixées à la fonction h ou à ses dérivées en bordure du domaine.

Pour représenter les écoulements variables en zones non saturée et saturée, Freeze (1972) utilise le modèle décrit par lui-même.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{g}{\mu} \rho^2 (\phi) K_{xx} (F, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{g}{\mu} \rho^2 (\phi) K_{yy} (F, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{g}{\mu} \rho^2 (\phi) \right. \\ & K_{zz} (F, \phi) \left. \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial z} + 1 \right\} \right] = \left[\frac{\rho (\phi) \theta (F, \phi)}{n (F, \phi)} \left\{ \alpha' (F) + n (F, \phi) B' (F) \right\} \right. \\ & \left. + \rho (\phi) C (F, \phi) \right] \frac{\partial \phi}{\partial t} \end{aligned} \quad [11]$$

g :	accélération due à la gravité	cm/sec ²
ρ :	densité de l'eau	gr/cm ³
μ :	viscosité de l'eau	gr/cm-sec
ϕ :	potentiel de pression	cm d'eau
K :	perméabilité spécifique	cm
θ :	teneur en eau	fraction déc.
n :	porosité	fraction déc.
F :	représente l'hétérogénéité géologique de la formation	
α' :	compressibilité verticale de la formation	cm ⁻¹ d'eau
B' :	compressibilité de l'eau	cm ⁻¹ d'eau

t : temps

sec.

C : capacité de rétention en eau spécifique

cm⁻¹ d'eau

ANNEXE C

LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES

Les équations aux dérivées partielles qui décrivent l'écoulement de l'eau dans les divers types d'aquifères peuvent être résolues analytiquement dans certaines conditions (ex: méthodes de Theis, Hantush) ou évaluées à l'aide de méthodes numériques. En modélisation des bassins versants, la description du système est souvent complexe et l'approche analytique ne peut pas rendre compte de la réalité. Elle ne peut pas apporter de solution à l'équation de diffusivité telle que formulée à l'intérieur des modèles. L'on utilise alors les modèles numériques à discrétisation.

En hydrogéologie, les méthodes les plus répandues sont celles des différences finies et des éléments finis. La figure C1 montre les étapes nécessaires à l'utilisation de chacune de ces méthodes. L'étape finale est la même pour les deux démarches: l'on obtient un système d'équations algébriques linéaires pouvant être résolu à l'aide de techniques mathématiques directes ou itératives.

La méthode des différences finies est la plus employée (Bachmat et al., 1980). Elle est relativement simple de formulation et d'utilisation. La méthode des éléments finis demande, quant à elle, une approche beaucoup plus complexe. Pour une description de cette méthode appliquée à l'hydrogéologie, on peut se référer à Witherspoon et Neuman (1972).

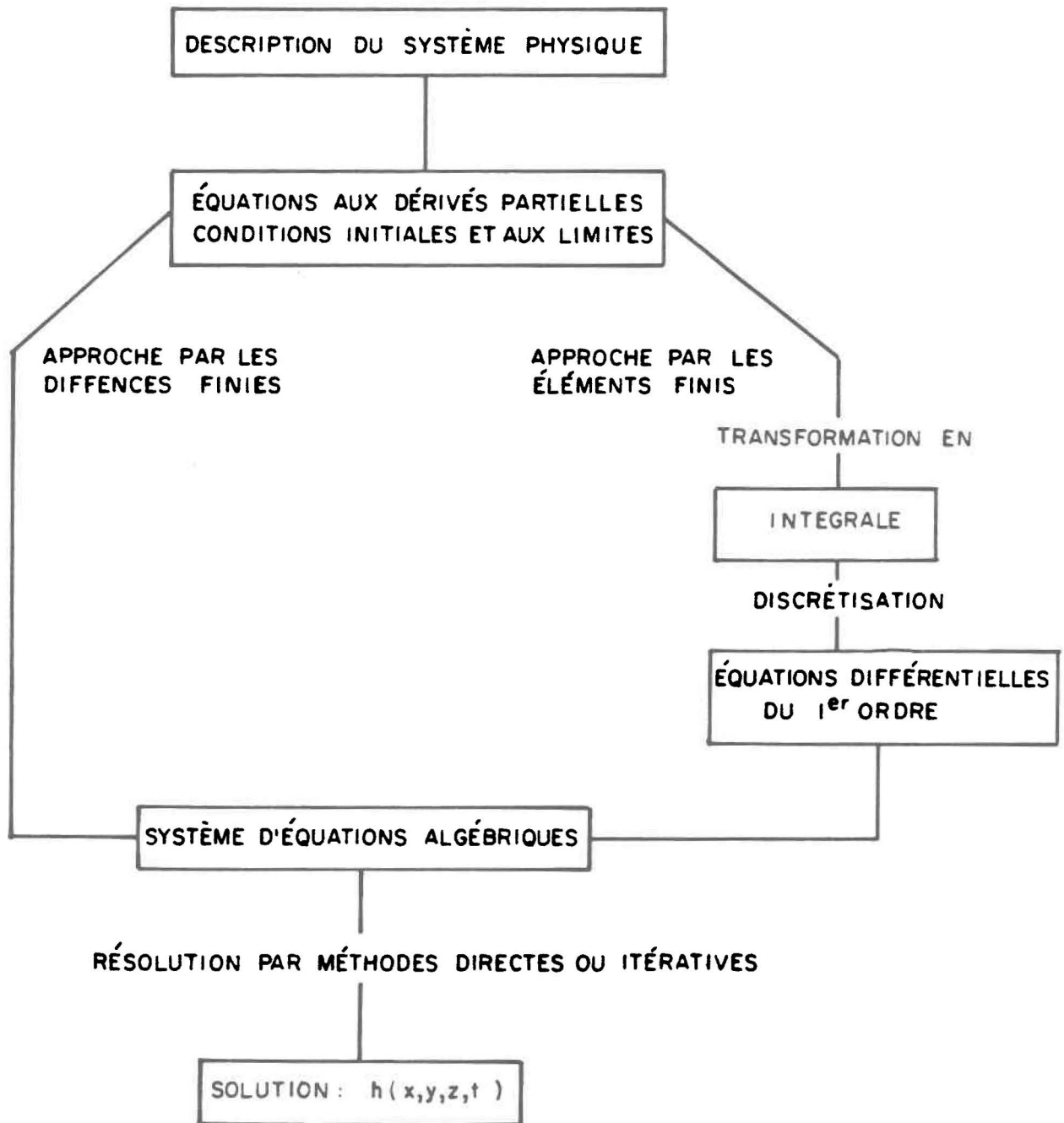


Figure C-I: Approche générale de solution à l'aide des méthodes numériques

LES MAILLAGES

Les maillages en différences finies sont généralement constitués d'éléments rectangulaires. La figure C2 montre les types de maillage les plus répandus pour l'analyse des problèmes en deux dimensions dans le plan horizontal.

Les maillages peuvent être à espacements réguliers, c'est-à-dire que l'espacement entre les deux directions orthogonales (ΔX , ΔY) demeurent constant d'une maille à l'autre, ou à espacements variables tels que les maillages rectangulaires ou à mailles emboîtées.

Parmi les maillages à espacements réguliers, on distingue les schémas "à mailles centrées" où les noeuds sont situés à l'intersection des lignes de la grille et les schémas à "noeuds centrés" où les noeuds sont centrés par rapport aux lignes de la grille. Le grillage de type "mailles centrées" est utilisé pour les problèmes où la charge est imposée aux limites du système tandis que l'utilisation des mailles à "noeuds centrés" convient mieux où des conditions aux limites à flux imposés sont prises en compte. En pratique, la différence amenée par l'utilisation de l'un ou l'autre de ces types de maillage n'engendre que des erreurs minimales (Mercer et Faust, 1981).

Les maillages à taille variable ont l'avantage de discrétiser plus finement la région où l'on cherche à obtenir plus de précision avec le modèle. Cependant, de Marsily (1983) rapporte que l'utilisation de ce type de

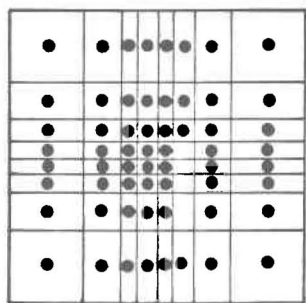
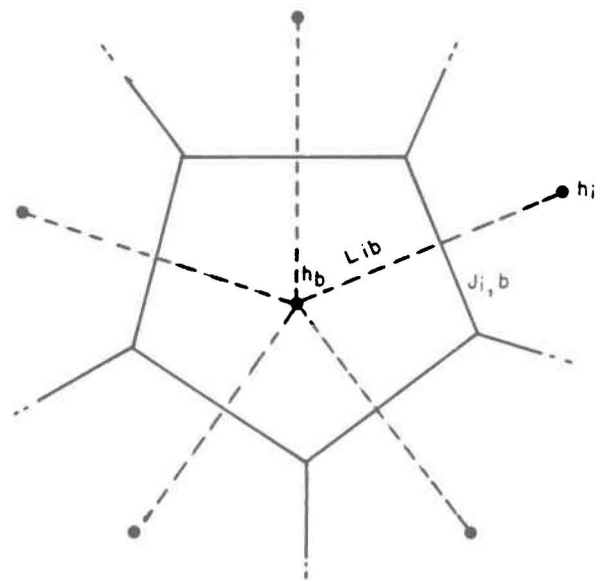
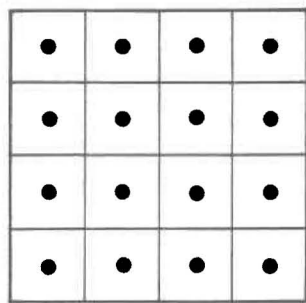
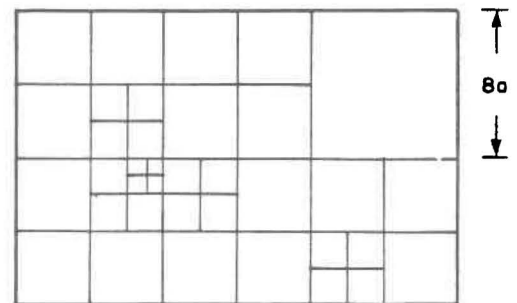
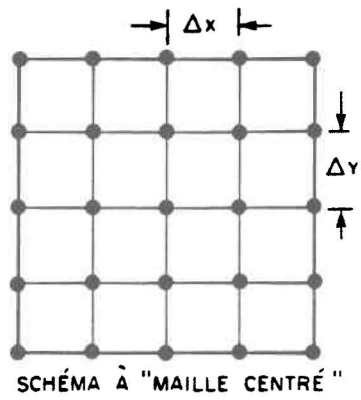


Figure C-II: Différents types de maillage

mailles pose des problèmes numériques à la résolution sur ordinateur des équations linéaires. Il suggère de conserver un rapport $\Delta X/\Delta Y < 5$. Trescott et al. (1976) proposent de respecter le rapport $\frac{\Delta X_i}{\Delta X_{i-1}} < 5$ pour empêcher de grandes erreurs d'approximation et des problèmes possibles de convergence.

Ledoux (1975) et de Marsily et al. (1978) utilisent des maillages carrés de tailles variables. Chaque carré peut être divisé en quatre et ainsi de suite jusqu'à 3 niveaux de découpage. Le maillage de base est constitué par un réseau de mailles carrées de côté $8a$, $4a$, $2a$ et a (figure C2). Cette division peut avoir lieu au cours du travail de modélisation sans remettre en cause le reste du maillage. De plus, il associe l'avantage de n'utiliser que des mailles carrées à celui de permettre une discrétisation plus fine là où le besoin s'en fait sentir. De Marsily et al. (1978) et Ledoux et Tillie (1980) présentent la façon d'y intégrer les équations de diffusivité et les règles de construction de ce type de maillage.

Dans le cas de la modélisation des systèmes aquifères multicouches on construit généralement sur chaque couche un maillage identique. Cependant, la technique des mailles carrées emboîtées de dimensions variables permet un maillage différent d'une couche à l'autre. L'on discrétise donc chacune des couches suivant le détail qu'on veut leur accorder (Ledoux et Tillie, 1980).

L'on utilise aussi des maillages polygonaux construits suivant la méthode de Thiessen (Thomas, 1973; Narasimhan et Witherspoon, 1976). Ce type de maillage permet de mieux représenter les limites du système à configuration souvent complexe mais il est plus difficile de formulation et d'emploi.

En utilisant l'un ou l'autre de ces types de maillage, on considère que la charge est affectée au noeud de l'élément et est représentative de la valeur moyenne de la charge sur la maille considérée. De même, toute injection ou pompage à l'intérieur d'une maille survient au point nodal considérant le flux de sortie ou d'entrée total de tous les puits sur la maille. Un modèle ne peut faire la distinction entre un ou plusieurs puits dans une maille et donc la position des puits dans la maille est sans importance.

Lors de la construction du maillage sur une région donnée, il faut décider de la grosseur et de la position des éléments de discrétisation à utiliser. Ceci est exclusivement un problème hydrogéologique puisque l'on cherche à représenter du mieux possible le système à modéliser par une série d'éléments plus ou moins variables. Par conséquent, la dimension des mailles dépend de la définition de l'information disponible pour décrire la région et du problème hydrogéologique qui nous intéresse (c'est-à-dire variation rapide de la charge, échange nappe-rivière, etc.). De Marsily (1983) indique au sujet de la taille des mailles:

"Notez que les zones à maillage fin ne se superposent pas nécessairement aux zones où la densité de l'information piézométrique est la plus élevée: c'est une erreur de croire que le maillage de calcul doit refléter exactement la densité de l'information disponible. Elle lui est bien sûr liée, car les zones de prélèvements seront mieux reconnues, mais elle est avant tout liée à la variabilité des gradients de charge actuels ou futurs".

APPROXIMATION DE DÉRIVÉES PAR LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES

Pour simplifier la présentation, considérons une fonction à une variable $f(x)$. Le développement de cette fonction en série de Taylor donne (développement positif):

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{df}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2f}{dx^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3f}{dx^3} + \dots \quad [1]$$

en isolant $\frac{df}{dx}$ et en négligeant les termes d'ordre supérieur à 1, on a l'approximation par les différences avant:

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad [2]$$

De la même manière, on peut avoir un développement négatif en série de Taylor:

$$f(x - \Delta x) = f(x) - \Delta x \frac{df}{dx} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2f}{dx^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3f}{dx^3} + \dots \quad [3]$$

en isolant $\frac{df}{dx}$ et en négligeant les termes d'ordre supérieur à 1, on obtient

l'approximation par les différences arrières:

$$\frac{df}{dx} = \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} \quad [4]$$

Si on soustrait l'équation [3] de [1], on obtient:

$$f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x) = 2\Delta x \frac{df}{dx} + \frac{2(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3f}{dx^3} + \dots \quad [5]$$

et on a l'approximation par les différences centrales:

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2 \Delta x} \quad [6]$$

Pour obtenir une approximation d'une dérivée du 2^e ordre on additionne [1] et [3]:

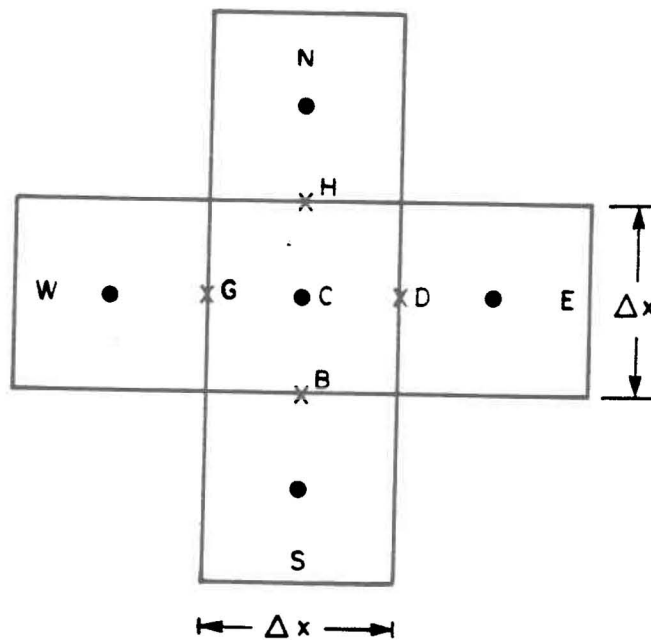
$$f(x + \Delta x) + f(x - \Delta x) = 2 f(x) + \frac{2(\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2f}{dx^2} + \dots \quad [7]$$

en résolvant pour $\frac{d^2f}{dx^2}$:

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} \quad [8]$$

La figure C3 montre la signification de chacun de ces schémas de calcul.

Appliquons cette méthode pour résoudre l'équation de diffusivité. Considérons les mailles ci-dessous avec les noeuds correspondants. Nous utilisons des mailles à côté régulier pour simplifier l'exemple.



En régime permanent nous avons l'équation de diffusivité:

$$\frac{\partial}{\partial x} T_x \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} T_y \frac{\partial H}{\partial y} = Q \quad [9]$$

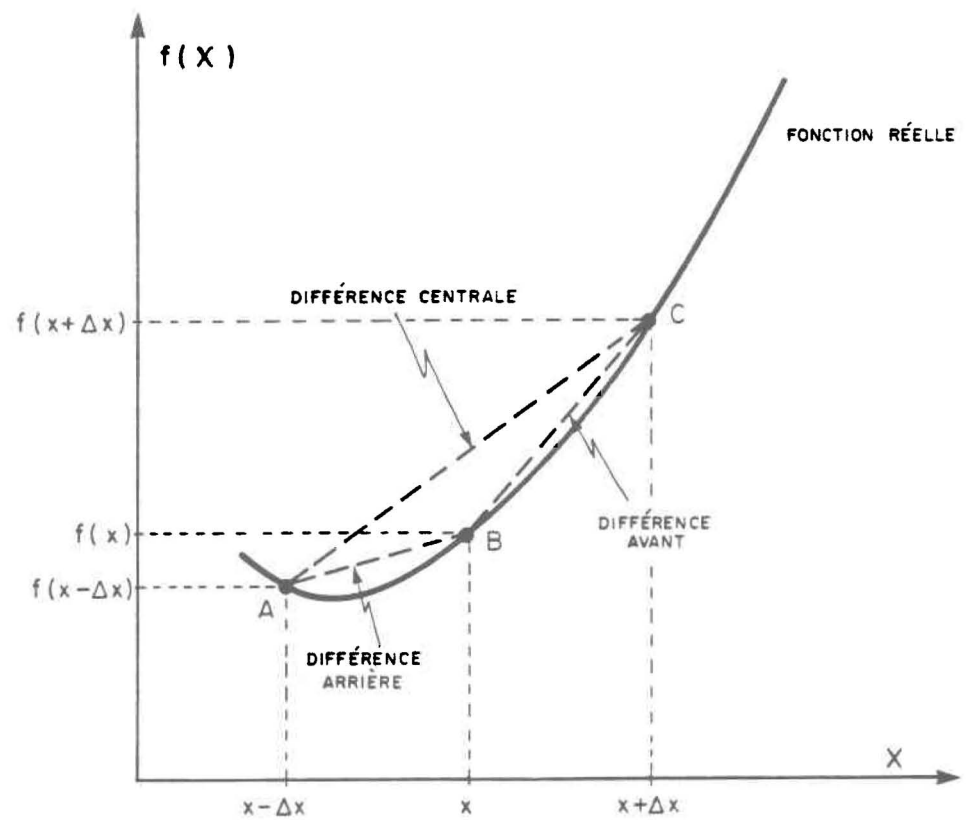


Figure C-III: Représentation graphique des schémas de calcul par les différences avant, arrière et centrale.

Écrivons une approximation du produit $T_x \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)$ en considérant des transmissions moyennes au point G, on a :

$$\left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right)_G \approx \left(\frac{T_w + T_c}{2} \right) \left(\frac{H_c - H_w}{\Delta x} \right) \quad \text{cf [4]} \quad [10]$$

De même, nous écrivons au point D :

$$\left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right)_D \approx \left(\frac{T_e + T_c}{2} \right) \left(\frac{H_e - H_c}{\Delta x} \right) \quad \text{cf [2]} \quad [11]$$

Pour évaluer $\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right)$ on calcule la différence entre les points G et D.

On a :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) \approx \frac{\left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right)_G - \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right)_D}{\Delta x} \approx \left(\frac{T_e + T_c}{2} \right) \left(\frac{H_e - H_c}{(\Delta x)^2} \right) + \left(\frac{T_w + T_c}{2} \right) \left(\frac{H_w - H_c}{(\Delta x)^2} \right) \quad [12]$$

Dans la direction SCN, où y varie, on trouve :

$$\left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right)_B \approx \left(\frac{T_S + T_C}{2} \right) \left(\frac{H_S - H_C}{\Delta x} \right) \quad \Delta Y = \Delta X \quad [13]$$

et

$$\left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right)_H \approx \left(\frac{T_N + T_C}{2} \right) \left(\frac{H_N - H_C}{\Delta x} \right) \quad \Delta Y = \Delta X \quad [14]$$

et

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) &\approx \frac{\left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right)_H - \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right)_B}{\Delta x} \\ &\approx \frac{\left(\frac{T_S + T_C}{2} \right) \left(\frac{H_S - H_C}{\Delta x} \right) + \left(\frac{T_N + T_C}{2} \right) \left(\frac{H_N - H_C}{\Delta x} \right)}{\Delta x} \\ &= \left(\frac{T_S + T_C}{2} \right) \left(\frac{H_S - H_C}{(\Delta x)^2} \right) + \left(\frac{T_N + T_C}{2} \right) \left(\frac{H_N - H_C}{(\Delta x)^2} \right) \quad [15] \end{aligned}$$

On peut écrire l'approximation de l'équation de diffusivité en combinant les équations [12] et [15] et en regroupant les termes semblables:

$$\frac{T_N + T_C}{2} H_N + \frac{T_W + T_C}{2} H_W - \frac{T_N + T_W + T_E + T_S + 4 T_C}{2} H_C$$

$$+ \frac{T_E + T_C}{2} H_E + \frac{T_S + T_C}{E} H_S = Q (\Delta x)^2 \quad [16]$$

On peut écrire une équation semblable pour chacun des n noeuds où l'on cherche la charge H. L'ensemble de ces équations constitue un système linéaire de n équations à n inconnues.

Pour un régime transitoire l'équation de diffusivité est:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = a^2 S \frac{dh}{dt} + Q (\Delta x)^2 \quad [17]$$

$$a^2 = (\Delta x)^2$$

La discrétisation dans l'espace reste la même, mais il faut ajouter la discrétisation du temps pour le membre de droite.

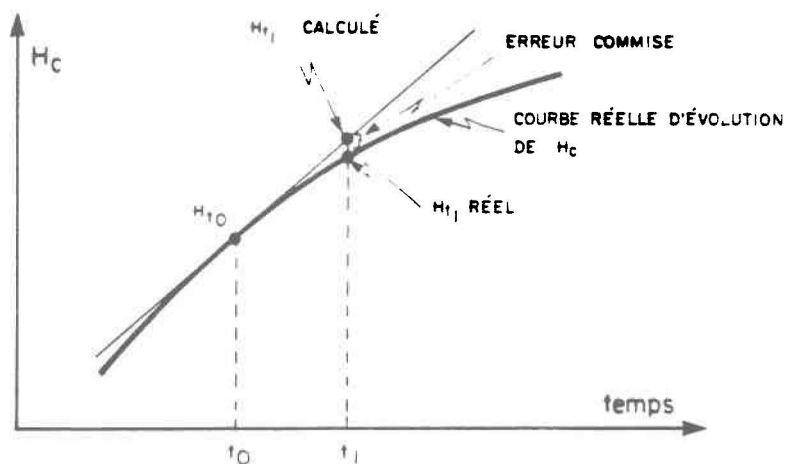
En reprenant l'équation [16] pour le régime transitoire et en la résolvant pour $\frac{\partial H}{\partial t}$, on a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_C^t}{\partial t} = \frac{1}{(\Delta x)^2 S_C} & \left[\frac{T_N + T_C}{2} H_N^t + \frac{T_W + T_C}{2} H_W^t - \frac{T_N + T_W + T_E + T_S + 4 T_C}{2} H_C^t \right. \\ & \left. + \frac{T_E + T_C}{2} H_E^t + \frac{T_S + T_C}{2} H_S^t - Q_C^t (\Delta x)^2 \right] \end{aligned} \quad [18]$$

Nous voulons évaluer la charge aux temps $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ en connaissant la charge initiale au temps t_0 en chaque point. Il y a trois moyens classiques d'arriver à une solution:

La méthode explicite

En connaissant H^{t_0} , on calcule la valeur $\frac{\partial H_C^{t_0}}{\partial t}$ (éq. [18]):



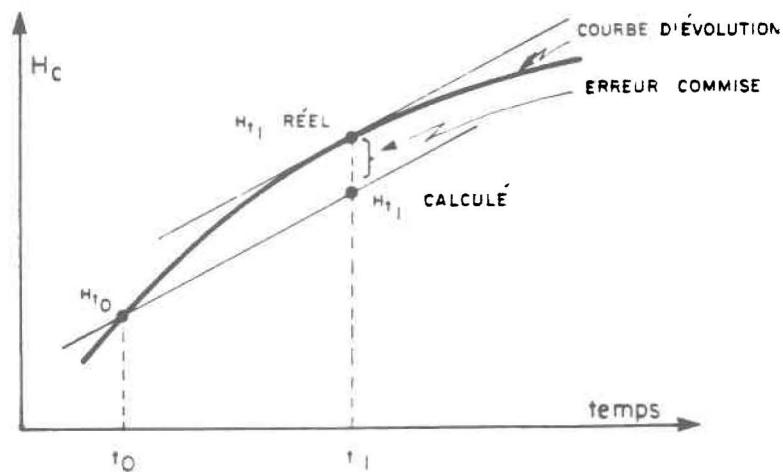
et d'après la figure:

$$H_C^{t_1} = H_C^{t_0} + (t_1 - t_0) \frac{H_C^{t_0}}{\partial t} \quad [19]$$

On écrit successivement une équation semblable pour chacun des noeuds et pour chaque pas de temps. Il faut remarquer que cette méthode tient compte de la pente de la tangente au temps t_0 .

La méthode implicite

Cette méthode se base sur la pente de la tangente à la courbe d'évolution au point $H_C^{t_1}$. Cette dernière valeur est ensuite calculée en considérant la corde $H_C^{t_0}$, $H_C^{t_1}$ de même pente que celle de la tangente à la courbe au point $H_C^{t_1}$.



$$H_C^{t_1} = H_C^{t_0} + (t_1 - t_0) \frac{\partial H_C^{t_1}}{\partial t} \quad [20]$$

On peut obtenir la valeur $\frac{\partial H_C^{t_1}}{\partial t}$ en utilisant l'équation [18]. En substi-

On peut obtenir la valeur $\frac{\partial h_C^{t_1}}{\partial t}$ en utilisant l'équation [18]. C'est en substituant [18] dans l'équation [20] et en regroupant les termes semblables, l'on obtient l'équation suivante qui ne fait plus intervenir que la charge $H_C^{t_1}$ que l'on cherche:

$$\begin{aligned} \frac{T_N + T_C}{2} H_n^{t_1} + \frac{T_W + T_C}{2} H_W^{t_1} - \left[\frac{T_N + T_W + T_E + T_S + 4 T_C}{2} + \frac{a^2 S_C}{\Delta t} \right] H_C^{t_1} \\ + \frac{T_E + T_C}{2} H_E^{t_1} + \frac{T_S + T_C}{2} H_S^{t_1} = Q_C^{t_1} - a^2 \frac{S_C}{\Delta t} H_C^{t_0} \end{aligned} \quad [21]$$

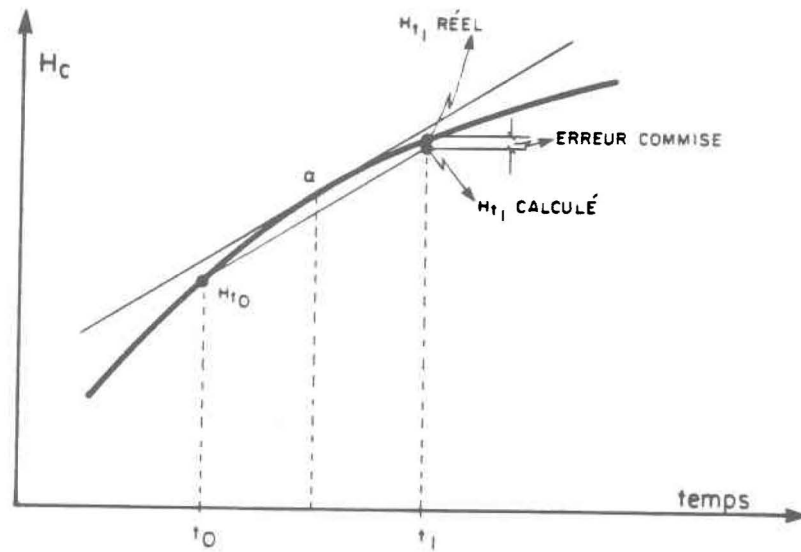
où:

$$Q_C^{t_1}: (\Delta x)^2 Q$$

On écrit une équation semblable pour chacun des noeuds où la charge est inconnue. On a alors un cas identique au régime permanent (équation [16]).

La méthode de Crank-Nicholson

Il s'agit d'une méthode intermédiaire. On cherche à calculer la pente de la tangente à la courbe d'évolution des charges en un point situé entre t_0 et t_1 .



$$H_C^{t_1} = H_C^{t_0} + \Delta t \times \frac{\partial H^\alpha}{\partial t} \quad [22]$$

$\frac{\partial H^\alpha}{\partial t}$ est la pente de la tangente en un point quelconque entre t_0 et t_1 .

Pour calculer la pente au point intermédiaire α , on utilise une moyenne pondérée entre les tangentes en t_0 et t_1 .

$$\frac{\partial H^\alpha}{\partial t} = \alpha \frac{\partial H_C^{t_0}}{\partial t} + (1 - \alpha) \frac{\partial H_C^{t_1}}{\partial t} \quad [23]$$

On évalue $\frac{\partial H_C^{t_0}}{\partial t}$ et $\frac{\partial H_C^{t_1}}{\partial t}$ à l'aide de l'équation [18] que l'on reporte dans

l'équation [23]. En substituant $\frac{\partial H^\alpha}{\partial t}$ dans [22] l'on aboutit à un système de

n équations à n inconnues comme dans le cas de la méthode implicite.

ERREURS RELIÉES AUX SOLUTIONS NUMÉRIQUES

La résolution des équations de diffusivité par les méthodes numériques donne des approximations entachées d'erreurs. Définissons:

H_E : solution exacte des équations aux dérivées partielles;

H_D : solution exacte des équations approximatives par les différences finies;

H_N : solution numérique des équations approximatives par les différences finies.

Nous appelons alors:

- erreur d'approximation: $H_E - H_D \rightarrow$ (truncation error);
- erreur d'arrondissement: $H_D - H_N \rightarrow$ (round of error).

Partout sur le domaine d'intégration de notre système, $H_E - H_D$ doit tendre vers zéro pour converger et $H_D - H_N$ doit tendre vers zéro pour avoir la stabilité.

On doit donc trouver la solution, H_N , qui minimise $H_E - H_N$ tel que $H_E - H_N = (H_E - H_D) + (H_D - H_N)$. L'erreur d'approximation contribue en majeure partie à l'erreur totale tandis que l'erreur d'arrondissement est en général faible.