

Université du Québec
Institut National de la Recherche Scientifique-Eau Terre Environnement

Génération des marées internes dans l'estuaire du Saint-Laurent

Par
Loïc Degroote

Mémoire présenté
Pour l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)
En Sciences de l'eau

Jury d'évaluation

Examineur interne	Alain Mailhot, INRS-ETE
Examineur externe	Denis Lefaiivre, Service Hydrographique du Canada Institut Maurice-Lamontagne
Directeur de recherche	Yves Gratton, INRS-ETE

© droits réservés de Loïc Degroote, 2008

Résumé

Le fleuve Saint-Laurent est composé d'un estuaire aux dimensions imposantes. C'est un lieu assez unique qui possède des caractéristiques spéciales, parfois plus proches de l'océan que du fleuve. Sa largeur est en effet importante mais aussi sa profondeur. L'estuaire est traversé par le chenal laurentien qui s'étend du détroit de Cabot jusqu'à l'embouchure du Saguenay. A cet endroit la bathymétrie remonte brutalement (seuil). La profondeur passe de 250 mètres à 50 mètres en moins de 12 kilomètres. A cause de cette remontée brutale, la tête du chenal laurentien est un lieu particulier. On y observe une vie aquatique intense et des courants complexes. Grâce au phénomène de diffusion, des marées internes sont supposées prendre naissance à cet endroit.

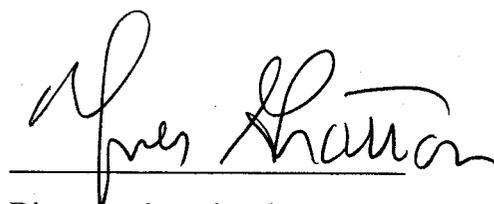
Des données terrains sur l'estuaire maritime, de la tête du chenal laurentien jusqu'à Rimouski, ont été utilisées pour mettre en évidence la présence de ces marées internes. Ces données ont aussi permis de constater la forte variabilité de la stratification dans la zone de génération mais aussi de mettre en évidence la structure des modes verticaux présents. Nous constatons que plusieurs modes sont générés à la tête mais que seul le premier mode se propage.

Un modèle conceptuel simple à deux couches a ensuite été développé afin de mieux comprendre ce phénomène. Tout d'abord, le comportement général des marées internes face à un changement de bathymétrie ou de stratification est discuté pour plusieurs ordres de grandeur de bathymétrie. Une bathymétrie de forme exponentielle a ensuite été comparée à une simple marche. Les résultats montrent que la différence entre ces deux bathymétries peut dans certains cas devenir négligeable. Puis, ce modèle a été appliqué au Saint-Laurent. Les résultats obtenus montrent qu'on peut générer des marées internes à la tête du chenal laurentien et qu'il existe une forte dépendance du phénomène de génération avec la stratification. Ceci permet d'expliquer les écarts parfois importants des amplitudes et des longueurs d'onde obtenus dans la littérature. Compte tenu du fait que la stratification est changeante au cours du temps spécialement au dessus du seuil,

les résultats sont concordants avec les articles considérés dans cette étude (Forrester 1974; Blackford 1978; Therriault et Lacroix 1975; Muir 1979). Ceci constitue un argument de plus pour valider l'hypothèse de génération à la tête du chenal laurentien.



Étudiant



Directeur de recherche

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Yves Gratton, mon directeur, pour son soutien et ses conseils avisés tout au long de ma maîtrise.

Je voudrais aussi remercier le CNSRG qui a fourni le financement de mon projet dans le cadre d'une subvention stratégique (Hypoxia) et Découvertes (Y. Gratton).

Merci à Delphine de m'avoir supporté, écouté et même corrigé pendant la rédaction. Une maîtrise n'est pas un long fleuve tranquille. Tu m'as beaucoup aidé à en passer les rapides. Merci aussi à Téfou pour ses conseils et son soutien.

Merci également à mes parents ainsi qu'à toute ma famille sans qui je ne serais jamais arrivé jusque là.

Je voudrais aussi remercier tout ceux qui m'ont accueilli et aidé lors de ces deux années au Québec et qui ont ainsi contribué à la réussite de cette maîtrise : tout particulièrement Julie, Dany, Mimi, Alain, Denis, Chad, François, Marie-éline, Christiane, Étienne, Isabelle, le Bureau 2411, le Comité Environnement...

Table des matières

INTRODUCTION	1
1 LES MARÉES	3
1.1 La marée barotrope.....	3
1.2 Les marées internes.....	6
1.2.1 Définition	6
1.2.2 Historique et présentation des différentes méthodes de calculs.....	7
1.3 Génération des marées internes	8
2 OBSERVATIONS DES MARÉES INTERNES DANS L'ESTUAIRE DU SAINT-LAURENT.....	15
2.1 Description de la région d'étude	15
2.2 Revue de littérature.....	16
2.3 Description des observations COUPPB.....	19
2.4 Analyses et résultats	20
2.4.1 Méthodes d'analyses	20
2.4.2 Résultats	23
3 MODÉLISATION DES MARÉES INTERNES DANS L'ESTUAIRE DU SAINT-LAURENT.....	53
3.1 Introduction	53
3.2 Équations générales et conditions d'ajustements	53
3.3 Solutions sans dépendance latérale.....	56
3.3.1 Une couche : étude préliminaire du phénomène barotrope	56
3.3.2 Deux couches	62
3.4 Application au Saint-Laurent.....	70
3.4.1 Modélisation du chenal laurentien.....	71
3.4.2 Résultats pour le Saint-Laurent	72
4 CONCLUSION.....	85

Liste des figures

- Figure 1.1: Le golfe et l'estuaire du Saint-Laurent. « Upper estuary » est ici appelé estuaire moyen et « Lower estuary » estuaire maritime. Figure tirée de Koutitonsky et Bugden (1991)..... 11**
- Figure 1.2: Carte détaillée de la tête du chenal laurentien. Figure tirée de Koutitonsky et Bugden (1991). 12**
- Figure 1.3: Figure illustrant le phénomène de diffusion dans un le cas d'une stratification à deux couches..... 13**
- Figure 2.1: Coupe transversale du chenal laurentien montrant schématiquement les courants principaux ainsi que la stratification en été. Figure tirée de Koutitonsky et Bugden (1991). 28**
- Figure 2.2: Répartition des mouillages dans l'estuaire en 1990 et indication des principales villes..... 29**
- Figure 2.3: Répartition des mouillages dans l'estuaire en 1989. Figure tirée de Vinet (1998). 30**
- Figure 2.4: Répartition des mouillages déployés en 1991 et des stations CTD visitées en 1990 à la tête du chenal laurentien..... 31**
- Figure 2.5: Répartition des profils CTD dans l'estuaire en 1989 et 1990. Figure tirée de Vinet (1998). 32**
- Figure 2.6: Tracé des modes verticaux 1 et 2 de l'élévation de surface (à gauche) et du courant (à droite). Figure tirée de Forrester (1974). 33**

- Figure 2.7:** Figure illustrant le tracé et l'analyse des diagrammes d'Argand. La longueur des vecteurs correspond à l'amplitude en cm/s obtenue après analyse harmonique. Pour les prochains graphiques seules les pointes des flèches sont tracées. 33
- Figure 2.8:** Série temporelle des contours de température avec un intervalle de 1°C au mouillage L5 entre le 16 et le 18 septembre 1991. Ce diagramme est réalisé à partir de thermistors espacés de 10 mètres..... 34
- Figure 2.9:** Série temporelle des contours de température avec un intervalle de 1°C au mouillage L6 entre le 28 et le 29 juin 1991. Ce diagramme est réalisé à partir de thermistors espacés de 10 mètres..... 35
- Figure 2.10:** Série temporelle des contours de température avec un intervalle de 1°C au mouillage L5 entre le 25 et le 26 juin 1991. Ce diagramme est réalisé à partir de thermistors espacés de 10 mètres..... 36
- Figure 2.11:** Diagrammes TS comparés aux mouillages L2 (proche du seuil) et T1 (en face de Rimouski). En rouge à 20 mètres et en bleu à 150 mètres de profondeur. Les données proviennent de séries enregistrées du 10 mai au 11 septembre 1990..... 37
- Figure 2.12:** Profils de densité aux stations 67 (en haut) et 44 (en bas) réalisés à plusieurs moments au cours de l'été 1990. En bleu le 25 juin, en rouge le 30 juin, en vert le 4 juillet et en noir le 7 juillet..... 38
- Figure 2.13:** Profils de densité aux stations 112, 113 et 114 situé au dessus du seuil à deux dates différentes. Le 24 juin la station 112 en bleu, 113 en vert et 114 en noir. Le 29 juin la station 112 en rouge, 113 en jaune et 114 en magenta. 39
- Figure 2.14:** Figure illustrant la variabilité du tracé d'un diagramme d'Argand en fonction de la série temporelle choisie. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails. 40
- Figure 2.15:** Diagramme d'Argand du mouillage C1. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails..... 41

Figure 2.16: Modes verticaux théoriques pour le mouillage C1. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune..... 41

Figure 2.17: Diagramme d'Argand du mouillage C5. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails. 42

Figure 2.18: Modes verticaux théoriques pour le mouillage C5. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune..... 42

Figure 2.19: Diagramme d'Argand du mouillage C2. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails. 43

Figure 2.20: Modes verticaux théoriques pour le mouillage C2. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune..... 43

Figure 2.21: Diagramme d'Argand du mouillage C4. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails. 44

Figure 2.22: Modes verticaux théoriques pour le mouillage C4. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune..... 44

Figure 2.23: Diagramme d'Argand du mouillage T1. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails. 45

Figure 2.24: Modes verticaux théoriques pour le mouillage T1. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune..... 45

Figure 2.25: Diagramme d'Argand du mouillage T2. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails. 46

Figure 2.26: Modes verticaux théoriques pour le mouillage T2. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune..... 46

Figure 2.27: Diagramme d'Argand du mouillage T3. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.....	47
Figure 2.28: Modes verticaux théoriques pour le mouillage T3. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.	47
Figure 2.29: Diagramme d'Argand du mouillage T4. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.....	48
Figure 2.30: Modes verticaux théoriques pour le mouillage T4. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.	48
Figure 2.31: Diagramme d'Argand du mouillage L1. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.....	49
Figure 2.32: Modes verticaux théoriques pour le mouillage L1. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.	49
Figure 2.33: Diagramme d'Argand du mouillage L2. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.....	50
Figure 2.34: Modes verticaux théoriques pour le mouillage L2. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.	50
Figure 3.1: Schéma du modèle conceptuel définissant les conventions de notation. La ligne continue représente la bathymétrie exponentielle, la ligne pointillée la bathymétrie linéaire.....	75
Figure 3.2: Coefficients de réflexion en bleu et de transmission en rouge dans le cas d'une marche (ligne continue) et d'une bathymétrie exponentielle (+). La pente vaut 7%.....	76

Figure 3.3: Coefficients de réflexion en bleu et de transmission en rouge dans le cas d'une marche (ligne continue) et d'une bathymétrie exponentielle (+). La pente vaut 0.1%.. 77

Figure 3.4: Profil de densité à la tête du chenal laurentien. En bleu à la station 115 le 29 juin 1990, en noir à la station 114 le 24 juin 1990 et en rouge à la station 121 le 25 juin 1990. La ligne discontinue représente l'approximation utilisée dans le cas du modèle à deux couches..... 78

Figure 3.5: Oscillation de l'interface prévue par le modèle dans le cas du Saint-Laurent avec $\Delta=4.9*10^{-3}$. L'origine est placée au début du domaine II. Le domaine II a été pris de longueur égale à 12 kilomètres. 79

Figure 3.6: Image thermique (AVHRR) prise le 22 juillet 1986 à 18h19 TU. Bleu foncé: 5°C; vert foncé: 17°C; rouge foncé: 25°C. Image tirée de l'article de Gratton, Mertz, et Gagné (1988). 80

Table des tableaux

Tableau 1.1: Tableau présentant quelques harmoniques importantes de la marée.....	14
Tableau 2.1: Déphasage par rapport à Greenwich calculé par moyenne sur la profondeur pour la partie barotrope et par soustraction du courant barotrope pour la partie barocline. Les déphasages s'appliquent à la composante M_2 des courants.....	51
Tableau 2.2: Déphasage entre deux mouillages calculé à partir des données comparés au déphasage théorique calculé en prenant une longueur d'onde de 45.7 kilomètres. Les déphasages s'appliquent à la composante M_2 des courants.	51
Tableau 2.3: Courants moyens en cm s^{-1} . Ils sont calculés par analyse harmonique des courants totaux. Les courants moyens barotropes sont calculés selon la méthode décrite dans le paragraphe 2.4.1. Les amplitudes s'appliquent à la composante M_2 des courants pour l'année 1990.....	52
Tableau 3.1: Tableau représentant l'écart en pourcentages entre les coefficients de réflexion pour le cas d'une marche et pour le cas d'une bathymétrie exponentielle pour différentes valeurs de pente et de β	81
Tableau 3.2: Tableau représentant l'écart en pourcentages entre les coefficients de réflexion pour le cas d'une marche et pour le cas d'une bathymétrie linéaire pour différentes valeurs de pente et de β	81
Tableau 3.3: Tableau représentant l'écart en pourcentages des amplitudes entre le mode barotrope une couche et deux couches (calculé à partir des coefficients de réflexion et de transmission) pour différentes valeurs de β et de Δ	81
Tableau 3.4: Tableau présentant des résultats pour les marées internes dans le cas d'une marche comparée au cas d'une bathymétrie exponentielle. La pente est égale à la hauteur divisée par la longueur du changement de bathymétrie même pour la bathymétrie exponentielle.	82

Tableau 3.5: Comparaison des valeurs extraites des données aux valeurs calculées par le modèle pour le mode barotrope..... 83

Tableau 3.6: Tableau présentant de valeurs de longueur d'onde et d'amplitude des marées internes mesurées ou calculées pour l'estuaire moyen ou maritime du Saint-Laurent. Ces valeurs proviennent de différentes études. 83

Tableau 3.7: Tableau présentant les résultats du modèle pour différentes stratifications (E Mar = estuaire maritime et E Moy = estuaire moyen) 83

Introduction

Les marées internes sont étudiées depuis le début du XX^{ème} siècle (Pettersson 1908) mais sont toujours moins bien connues que les marées externes. Contrairement à ces dernières, les marées internes ne sont pas mesurables directement et les variables mesurables (courant, température, salinité) sont fortement influencés par de nombreux phénomènes. Muir (1979) a montré le lien entre la bathymétrie complexe dans l'estuaire moyen du Saint-Laurent (figure 1.1 et 1.2) et la complexité des marées internes dans cette région. Dans l'estuaire maritime (figure 1.1), la grande échelle de valeurs d'amplitude, de phases et de longueur d'onde que l'on trouve dans la littérature est révélatrice de la difficulté d'étude de ce phénomène (Forrester 1974; Wang et al. 1991; Therriault et Lacroix 1976). Pourtant, leur importance n'est plus discutée. L'amplitude de celles-ci est toujours plus importante que celle des marées externes. Les conséquences sont souvent notables : processus de mélange, lieu intense de production primaire, dissipation d'énergie. Des chercheurs ont même mis en évidence leur importance cruciale dans la circulation thermohaline (Garrett et Kunze 2007). En effet, une grande partie de l'énergie dissipée dans l'océan l'est par l'action des marées internes et celle-ci amène un mélange important.

Dans l'estuaire du Saint-Laurent, la présence des marées internes a été confirmée à plusieurs reprises (Forrester 1974; Therriault et Lacroix 1976; Wang et al. 1991; Muir 1979). La composante semi-diurne est la plus intense mais d'autres fréquences plus élevées ont aussi été observées (Wang et al. 1991; Muir 1979). Pour une même fréquence, il peut exister différents modes latéraux et verticaux de propagation. Les modes d'oscillation sont les variations de l'amplitude des courants (ou des élévations de surface) en fonction de la profondeur pour les modes verticaux et de la largeur pour les modes latéraux. D'autres études ont par ailleurs montré que, certains modes apparaissent dans la zone de génération et disparaissent par la suite (Morozov et Vlasenko 1996). Il est donc utile de différencier la génération de la propagation.

Les marées internes prennent, en général, naissance lorsqu'il y a un changement brusque de la bathymétrie. Elles sont générées à travers un phénomène de diffusion qui est strictement équivalent au phénomène de diffusion lors d'un changement de milieu en

optique classique ou en mécanique quantique. Dans le Saint-Laurent, la tête du chenal laurentien semble être le lieu de génération des marées internes, au niveau de Tadoussac (figure 1.2). C'est l'hypothèse retenue par la plupart des chercheurs même si cela n'a pas été formellement prouvé.

Le but de cette étude est de mieux comprendre le processus génération-propagation des marées internes dans le Saint-Laurent. Grâce à des données simultanées proches du seuil et plus loin dans l'estuaire maritime, nous mettrons en évidence la présence de ces ondes de marée internes et discuterons de leurs caractéristiques. Un modèle linéaire à deux couches sans la force de Coriolis sera mis en place pour deux types de bathymétrie : une marche et une bathymétrie de forme exponentielle. Le modèle à deux couches ne constitue pas en soi une innovation mais son application au Saint-Laurent pour une bathymétrie exponentielle est originale. Le but du modèle est d'étudier le comportement des marées internes et d'associer à chaque variation de paramètre (largeur de la zone de génération, profondeur, stratification) un comportement. Nous verrons si le modèle permet effectivement une génération au niveau du seuil et quelles sont les caractéristiques de ces ondes. Ces objectifs seront présentés à travers le plan suivant.

Dans la première partie, le phénomène des marées externes sera illustré à l'aide de la théorie de l'équilibre, ce qui nous permettra ensuite de nous pencher sur les marées internes et plus particulièrement sur la génération de celles-ci. La seconde partie mettra en évidence certaines caractéristiques des marées internes dans l'estuaire moyen et maritime du Saint-Laurent. Une revue de littérature présentera d'abord les connaissances majeures sous la forme d'un historique. Une analyse des données terrains recueillies dans l'estuaire maritime en 1989, 1990 et 1991 permettra ensuite de compléter les résultats, notamment concernant les modes verticaux présents. Finalement, un modèle linéaire simple à deux couches, sans la force de Coriolis, sera présenté dans la quatrième partie. Il sera d'abord testé dans plusieurs cas, puis appliqué au Saint-Laurent.

1 Les marées

1.1 La marée barotrope

La théorie de l'équilibre permet d'expliquer simplement le phénomène générateur des marées. Au centre de masse du système Terre-Lune, la force d'attraction de la Terre sur la Lune est égale et opposée à la force d'accélération centripète de la Lune sur son orbite. Ceci a pour conséquence que les deux astres sont en équilibre l'un par rapport à l'autre. Quand on se déplace du centre de masse, l'équilibre est rompu et l'une des deux forces devient plus importante que l'autre. Le centre de masse étant situé à l'intérieur de la Terre, la résultante des forces est dirigée vers la Lune sur la face orientée vers cette dernière et dans le sens opposé sur l'autre face. Les masses d'eau sur la Terre vont se déformer sous l'effet de cette force résultante et un bourrelet d'eau se crée sur les parties de la Terre face et opposée à la Lune.

L'attraction de la Lune se fait de façon uniforme sur toute la colonne d'eau. On parle alors d'un phénomène barotrope. Les marées barotropes sont aussi appelées marées externes. A l'échelle d'une journée, le mouvement de la Lune peut être négligé. La Terre tourne sur elle-même entraînant le déplacement du bourrelet. Du point de vue d'un observateur terrestre, la marée est mobile. Cette théorie permet d'expliquer qu'il y a deux marées par jour, on parle de phénomène semi-diurne. Cependant, dans plusieurs endroits notamment dans l'estuaire du Saint-Laurent on constate que les deux marées par jour n'ont pas des amplitudes identiques. Il existe souvent une marée plus intense que l'autre. Ceci est dû à l'inclinaison de la Terre par rapport au plan orbital de la Lune. Cette inégalité semi-diurne ajoute une composante diurne. Le même phénomène se produit avec le soleil mais l'attraction est beaucoup moins forte. Cependant, l'action du soleil peut renforcer ou diminuer la marée lunaire. En effet, lorsque la Terre, la Lune et le Soleil sont dans un même plan, c'est-à-dire lors des pleines lunes ou des nouvelles lunes, les composantes lunaires et solaires de la marée sont dans le même sens, leurs amplitudes s'ajoutent. On parle de marée de vive eau. Inversement, lorsque les axes Terre-Lune et Terre-Soleil sont perpendiculaires, c'est-à-dire lors du premier ou du dernier quartier de

Lune, les composantes lunaires et solaires sont perpendiculaires, les marées résultantes sont donc de moindre amplitude. Ce sont des marées de morte eau.

La théorie de l'équilibre est le phénomène générateur des marées mais en réalité les marées sont des ondes qui se propagent généralement selon des ondes de Poincaré ou de Kelvin. Dans le cas d'un canal barotrope, l'équation du mouvement devient (Pedlosky 1987) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \eta - C_0^2 \nabla^2 \eta \right\} = 0 \quad (1)$$

Où f est le paramètre de Coriolis, C_0 la vitesse de phase et η l'élévation de surface. Les solutions sont des ondes planes progressives, les ondes de Kelvin et de Poincaré, dont la structure varie latéralement avec l'influence de la force de Coriolis. On les obtient en substituant une onde plane progressive dans l'équation (1). L'élévation de la surface η et les vitesses horizontales u et v dans le cas d'un chenal orienté suivant l'axe des x et de largeur L suivant y sont (Pedlosky 1987) :

$$\begin{aligned} \eta_{\text{poincaré}} &= \eta_0 \left[\cos\left(\frac{n\pi y}{L}\right) - \frac{Lf}{n\pi C_x} \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right) \right] \cos(kx - \omega t + \varphi) \\ u_{\text{poincaré}} &= \frac{\eta_0}{H_0} \left[\frac{C_0^2}{C_x} \cos\left(\frac{n\pi y}{L}\right) - \frac{Lf}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right) \right] \cos(kx - \omega t + \varphi) \\ v_{\text{poincaré}} &= -\frac{\eta_0 L}{H_0 \omega n \pi} \left[f^2 + \frac{C_0^2 n^2 \pi^2}{L^2} \right] \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right) \sin(kx - \omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \eta_{\text{kelvin}} &= \eta_0 e^{-\frac{fy}{C_0}} \cos(kx - \omega t + \varphi) \\ u_{\text{kelvin}} &= \frac{\eta_0}{H_0} C_0 e^{-\frac{fy}{C_0}} \cos(kx - \omega t + \varphi) \\ v_{\text{kelvin}} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Où n est le paramètre qui dirige le mode latéral, k le nombre d'onde, ω la vitesse angulaire (fréquence de propagation), φ le déphasage, t le temps, H_0 la profondeur du chenal, $C_x = \frac{\omega}{k}$ la vitesse de phase le long du chenal. Les ondes de Kelvin correspondent

au mode latéral 0. Dans ce cas les vitesses latérales sont nulles. Les ondes de Poincaré correspondent aux modes supérieurs dont la structure latérale dépend de la direction de propagation par rapport aux murs du canal. À cause des conditions frontières, seuls certains modes sont possibles, les autres sont dits évanescents. Ces modes sont déterminés par la relation de dispersion entre la fréquence et le nombre d'onde. Dans le cas des ondes de Poincaré, la relation est la suivante :

$$k^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{C_0^2} - \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \quad (4)$$

On constate que si $\omega^2 - f^2 \leq \frac{n^2 \pi^2}{L^2} C_0^2$ alors k devient complexe et donc la solution n'est plus oscillatoire mais sous forme d'une exponentielle décroissante. L'amplitude des ondes évanescentes devient nulle très rapidement.

En réalité, le phénomène de marée est beaucoup plus complexe. Il existe plusieurs composantes par exemple annuelle, mensuelle, semi-mensuelle, diurne, semi-diurne, quart-diurne, etc (tableau 1.1). La propagation de l'onde est modifiée par la présence des continents, par la force de Coriolis, par le frottement, etc. Dans cette étude l'intérêt est porté uniquement aux composantes semi-diurnes principales, M_2 et S_2 , et éventuellement à l'interaction des deux. Le cas étudié est un cas simple linéaire, sans la force de Coriolis et sans frottement. Nous verrons cependant dans la prochaine section que les marées externes peuvent subir un phénomène de diffusion capable de générer des marées internes.

1.2 Les marées internes

1.2.1 Définition

Les marées internes sont des ondes de gravité internes à la fréquence de marée. Ce sont, à l'image des ondes de la marée externe, des ondes progressives qui peuvent se propager comme des ondes de Kelvin ou de Poincaré. Elles peuvent également être présentes sous la forme d'ondes stationnaires. Ces ondes sont dites internes car elles ne se manifestent pas à la surface de l'eau, contrairement aux marées externes. On les observe souvent par l'oscillation de la pycnocline ou directement à l'aide des courants. Le phénomène est barocline c'est-à-dire qu'il varie en fonction de la profondeur.

Les marées internes sont considérées comme des ondes longues car la longueur d'onde est toujours au moins 20 fois supérieure à la profondeur. Dans le Saint-Laurent, par exemple, la longueur d'onde des marées internes est de l'ordre de 50 à 100 kilomètres alors que la profondeur est de l'ordre de 100 à 500 mètres.

On parle d'onde de gravité car la gravité est la principale force de rappel. En effet, prenons un petit volume d'eau, δV , dans un fluide stratifié en équilibre stable. A l'état d'équilibre δV est soumis à deux forces égales et opposées : la force de gravité et la poussée d'Archimède. Si on écarte δV de sa position d'équilibre alors la résultante de ces deux forces ne sera plus nulle. Quand le petit volume est au dessus de sa position d'équilibre c'est la force de gravité qui prend le dessus et force le retour à l'état d'équilibre. Cet état est souvent dépassé et la poussée d'Archimède prend alors le dessus pour le faire remonter. Pour les marées internes, on parle de gravité réduite. Celle-ci dépend de la stratification et est beaucoup plus faible que la gravité classique :

$g' = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} g$ dans un modèle à deux couches. ρ_2 et ρ_1 sont les masses volumiques

respectivement de la couche supérieure et de la couche inférieure et g est la constante gravitationnelle. A l'image d'un ressort très élastique, les marées internes ont une amplitude plus importante que les marées externes. Ces ondes oscillent à la fréquence de la marée c'est pourquoi elles se nomment marées internes.

1.2.2 Historique et présentation des différentes méthodes de calculs

L'existence des marées internes a été pour la première fois constatée il y a une centaine d'années par des chercheurs qui voulaient expliquer des incohérences dans leurs résultats (Vlasenko et al. 2005). Les marées internes de fortes amplitudes peuvent affecter les mesures CTD et même provoquer un changement de la température de 1°C dans le fond des océans (Morozov et Vlasenko 1996). La première mise en évidence a été faite par Pettersson (1908), rapidement suivi par la première expérimentation en bassin par Zeilon (1912). Celui-ci a montré qu'un fluide stratifié et une excitation externe sont les deux conditions suffisantes à la génération d'ondes internes.

Le premier modèle théorique, celui de Rattray (1960), lance une période importante durant laquelle les recherches sur les ondes internes et notamment les marées internes, se multiplient. Les premiers modèles sont des modèles conceptuels, et concernent principalement des zones peu profondes. La résolution s'effectue analytiquement dans des cas simples ou à l'aide de la théorie des rayons (Baines 1982, 2007; Rattray et al. 1969). Au début, seulement deux couches sont utilisées (Rattray 1960; Rattray et al. 1969; Weigand et al. 1969), puis rapidement des stratifications continues sont considérées (Rattray et al. 1969; Prinsenberget al. 1974). En augmentant le nombre de couches, on augmente le nombre de modes verticaux permis. En théorie, pour une stratification continue, une infinité de modes est possible. Le choix du modèle de stratification dépend de l'objectif recherché. Il est clair qu'une stratification continue est toujours plus proche de la réalité mais complique les calculs. Dans certains cas, des modèles simples suffisent et sont même plus efficaces que des modèles complexes, si l'on considère le temps de calcul et le résultat recherché. Un travail important a aussi été effectué sur l'impact du type d'obstacles : taille du seuil, forme de la bathymétrie, etc. Ce point sera vu plus précisément dans la partie suivante.

Puis, dans les années 1970, apparaissent les modèles numériques, très simples d'abord avec Flather (1975). Celui-ci arrive à reproduire le phénomène de propagation grâce à un modèle grossier. Un travail important a ensuite permis d'améliorer la résolution spatiale, avec l'aide de l'explosion de la vitesse de calcul des ordinateurs. Plus tard, l'influence des phénomènes dissipatifs et en particulier l'influence des marées

internes sur la circulation thermohaline et sur l'ensemble des courants marins à grande échelle a été mise en évidence. Les marées internes ont connu un regain d'intérêt suite à cette découverte. Les hypothèses de travail se sont complexifiées avec l'apparition des modèles numériques. Ils permettent notamment de travailler plus facilement avec des espaces à trois dimensions.

Trois grandes méthodes permettent de résoudre les problèmes de marées internes. Une résolution analytique de cas simples peut aboutir à des conclusions sur une partie précise du phénomène physique et peut servir de base de validation à une simulation numérique. Avec cette méthode, il est plus facile d'attribuer un comportement à un phénomène physique, contrairement aux modèles numériques complexes.

La théorie des rayons permet de résoudre les problèmes pour beaucoup de formes de bathymétrie différentes alors que la résolution analytique ne permet de le faire que dans des cas bien précis (bathymétrie linéaire, exponentielle, parabolique, marche). La connaissance du nombre d'onde permet de tracer les rayons d'onde dont on peut connaître le comportement face à un changement de bathymétrie. Cependant, contrairement au calcul analytique, dans le cas de la théorie des rayons, le calcul est à refaire à chaque changement de paramètre. De plus, la résolution mathématique, avec la théorie des rayons, peut devenir complexe lorsque l'intensité de changement bathymétrique est grand (Baines 2007).

Les modèles numériques laissent la possibilité de complexifier beaucoup les environnements. Ceci rend la simulation plus proche de la réalité. La difficulté est de les étalonner et de les analyser correctement. Les deux premières méthodes peuvent aider à ces objectifs mais de bonnes données sont toujours nécessaires.

1.3 Génération des marées internes

Les marées internes sont généralement générées au niveau d'un changement de bathymétrie (Baines 2007). A cet endroit, l'onde de marée externe, appelée onde

incidente, se heurte à une remontée bathymétrique abrupte. Cette variation brusque du fond est un mur pour l'onde de marée. Elle peut rebondir ou le franchir. Plus précisément, l'onde incidente se sépare en deux ondes, une onde transmise qui se propage dans le même sens que l'onde incidente et une onde réfléchie qui repart dans le sens opposé. Ceci constitue le phénomène de diffusion des marées externes. Dans un fluide stratifié, une onde réfléchie et une onde transmise internes sont également générées à l'intérieur de la colonne d'eau à l'interface entre deux couches. L'onde transmise se propage à partir du changement bathymétrique dans le même sens que l'onde incidente, et l'onde réfléchie dans le sens opposé (figure 1.3). Toutes ces ondes se propagent à la fréquence de l'onde incidente dans l'hypothèse où les phénomènes non-linéaires ne sont pas considérés. La longueur d'onde, elle, dépend de la vitesse de phase qui dépend de la profondeur pour les marées externes, de la profondeur et de la stratification pour les marées internes. En effet, la vitesse de phase, c , est égale à la longueur d'onde divisée par la période. Elle est aussi égale à $(gh)^{1/2}$. Les variations de largeur peuvent aussi induire un phénomène de diffusion (Dean et Dalrymple 1984).

Les fréquences les plus importantes en termes d'énergie sont identiques à celles des marées externes. La composante principale est M_2 . En simplifiant la stratification à deux couches, la génération et la propagation se produisent au niveau de l'interface entre les deux couches. Un grand nombre de modes peut être généré mais seulement certains peuvent se propager. Morozov et Vlasenko (1996) ont démontré, dans le cas de hauts fonds et des zones profondes de l'océan, que, loin de la zone de génération, les hauts modes se dissipent et le premier mode seul se propage ensuite. Cependant, on peut imaginer un comportement similaire dans d'autres régions.

La pente du changement de bathymétrie joue un rôle important dans la génération des marées internes. L'étude expérimentale de Baines (1983) montre trois régimes de génération dans un chenal. Ces régimes dépendent du rapport $r = \frac{\alpha}{c}$ où α est la pente de fond et c la pente des rayons des ondes internes à la fréquence de marée; l'expression de

c est $\frac{\omega}{\sqrt{N^2 - \omega^2}}$ où N est la fréquence de Brünt-Vaisala et ω la fréquence de l'onde

incidente. La fréquence de Brünt-Vaisala est la fréquence à laquelle une particule de fluide oscillera si on l'écarte de sa position d'équilibre. Elle ne dépend que de la stratification. Pour $r > 1$ le régime est supercritique, $r = 1$ critique et $r < 1$ subcritique. Dans des cas de stratifications élevées la valeur de c est très faible et, sauf pour des pentes extrêmement faibles, le régime est à majorité supercritique. Ces trois régimes sont clairement mis en évidence avec la théorie des rayons. Pour un calcul analytique, cette distinction est moins importante. Pour des cas subcritiques, le phénomène barocline est très faible voire inexistant (pour $r < 0.4$). Les vitesses sont essentiellement barotropes. La stratification a très peu d'influence sur les mouvements du fluide. Dans des cas de faibles pentes, la génération barocline est faible. Pour des cas critiques, le mouvement est essentiellement barocline dans toute la colonne d'eau. Pour des cas supercritiques, des modes internes baroclines sont émis. Seuls les modes les plus faibles se propagent. Les autres modes sont dit évanescents. La somme des modes restants peut avoir une amplitude importante. L'amplitude des ondes émises décroît en s'éloignant de la zone de génération. Elle décroît d'autant plus rapidement que le rapport r est grand donc que la pente est grande. Plus la pente est grande et plus l'amplitude de l'onde barocline générée est importante.

Un autre paramètre important est le rapport entre la hauteur du changement de bathymétrie et la hauteur totale des couches d'eau que l'on le note δ . L'étude de Baines (1982) a mis en évidence le comportement des marées internes pour une échelle importante de valeurs de δ et de r dans le cas d'un plateau continental. Dans un cas subcritique, la génération se fait sur l'ensemble de la pente continentale alors que, dans un cas supercritique, la génération se fait davantage au niveau du haut de la pente.

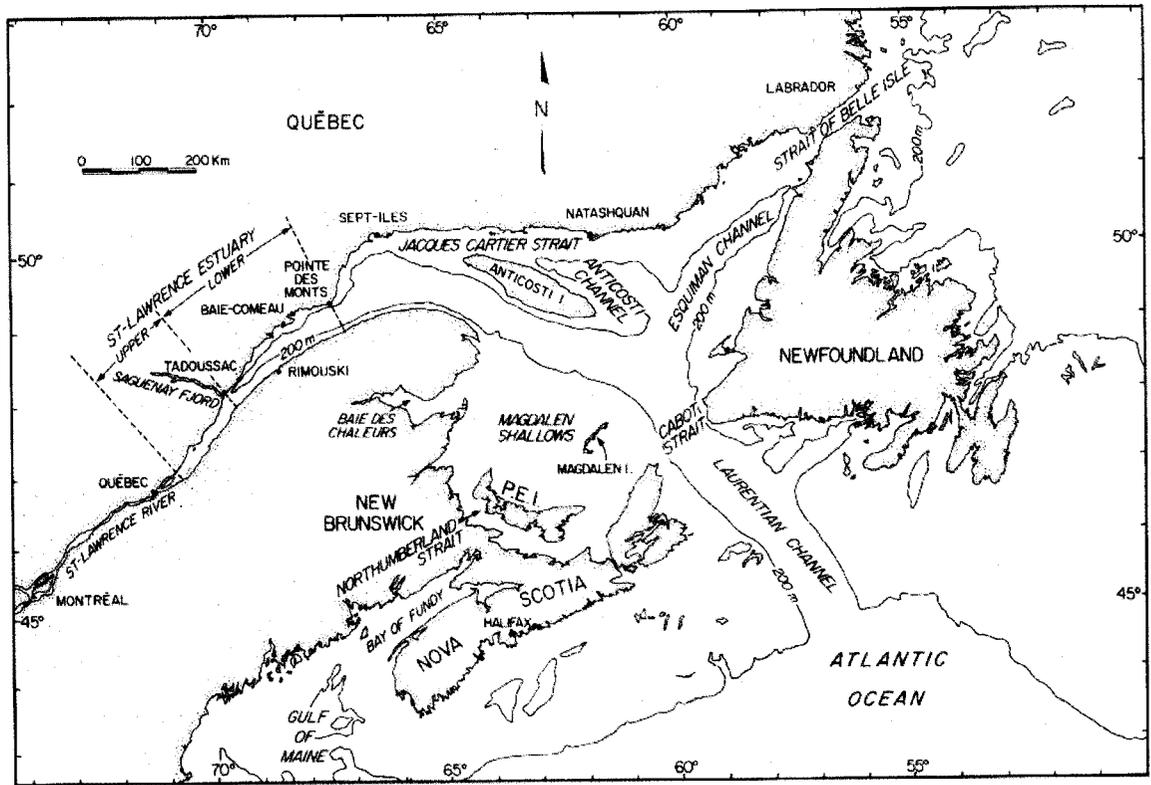


Figure 1.1: Le golfe et l'estuaire du Saint-Laurent. « Upper estuary » est ici appelé estuaire moyen et « Lower estuary » estuaire maritime. Figure tirée de Koutitonsky et Bugden (1991).

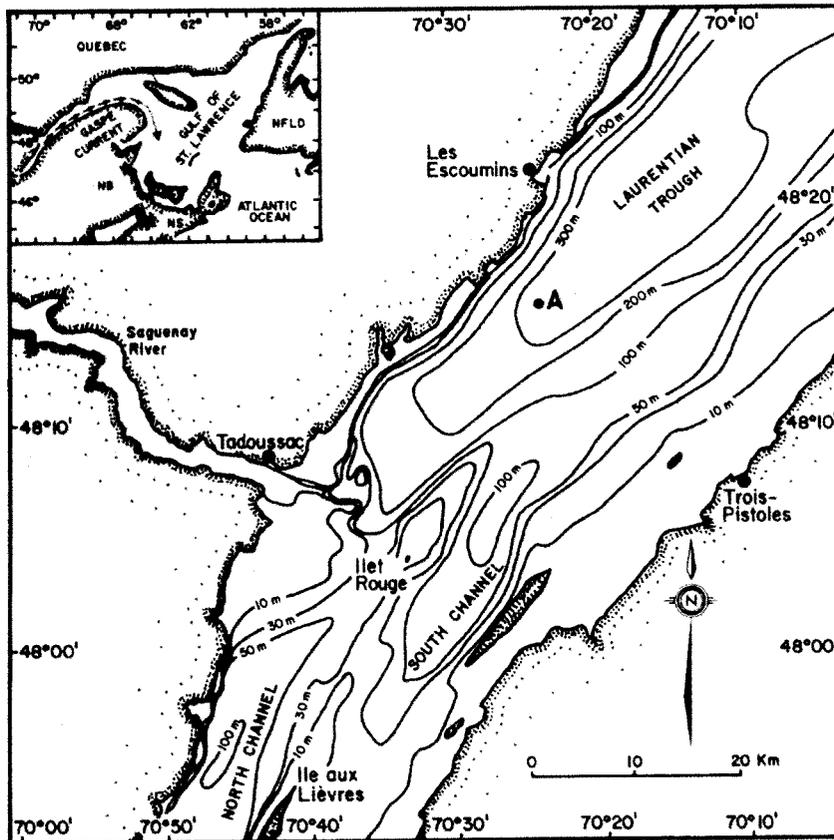


Figure 1.2: Carte détaillée de la tête du chenal laurentien. Figure tirée de Koutitonsky et Bugden (1991).

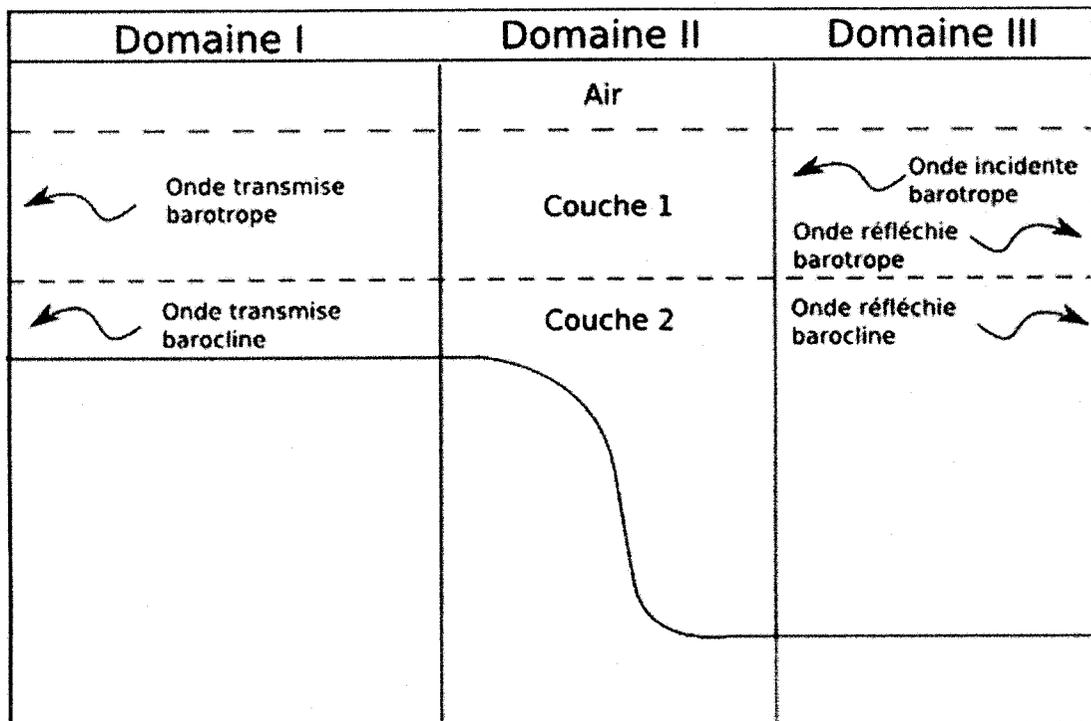


Figure 1.3: Figure illustrant le phénomène de diffusion dans un le cas d'une stratification à deux couches.

Composantes harmoniques	Période (heures)	Description
SSA	4383.00	Solaire, bisannuelle
MM	661.30	Lunaire, mensuelle
MSF	354.48	Luni-solaire, bimensuelle
MF	327.90	Lunaire, bimensuelle
Q1	26.87	Lunaire, elliptique, diurne
O1	25.82	Lunaire principale, diurne
P1	24.07	Solaire principale, diurne
K1	23.93	Luni-solaire, diurne
N2	12.66	Lunaire elliptique, semi-diurne
M2	12.42	Lunaire principale, semi-diurne
S2	12.00	Solaire principale, semi-diurne
K2	11.97	Luni-solaire, semi-diurne
M4	6.21	Lunaire composée, quart-diurne
MS4	6.10	Luni-solaire composée, quart-diurne

Tableau 1.1: Tableau présentant quelques harmoniques importantes de la marée.

2 Observations des marées internes dans l'estuaire du Saint-Laurent

2.1 Description de la région d'étude

Le Saint-Laurent fait partie des fleuves les plus imposants du monde : de par sa longueur (le 25^{ième}), de par son débit (second après le Mississippi en Amérique du Nord) mais également de par sa largeur (jusqu'à 45 kilomètres à la fin de l'estuaire) et son énorme golfe. Il peut être décomposé en plusieurs zones : les grands lacs, le fleuve, l'estuaire, et le golfe. Nous allons focaliser plus particulièrement sur l'estuaire maritime (noté *lower estuary*) et l'estuaire moyen (noté *upper estuary*) du Saint-Laurent (figure 1.1).

L'estuaire maritime du Saint-Laurent est constitué d'un chenal profond (environ 300 mètres), le chenal laurentien, qui commence à la tête de l'estuaire maritime au niveau de Tadoussac. Il se poursuit jusqu'au détroit de Cabot par où entrent les eaux froides et denses qui s'infiltrent dans celui-ci jusqu'à Tadoussac (figure 1.1). L'important apport d'eau douce du fleuve et des rivières (notamment le Saguenay) fournit une deuxième couche qui assure une forte stratification à l'estuaire moyen et maritime. A cette description peut être ajoutée une troisième couche, la couche intermédiaire froide (CIF) (Koutitonsky et Bugden 1991) qui apparaît au printemps et en été et disparaît en automne et en hiver (Gilbert et Pettigrew 1996).

Le mélange hivernal et les échanges de sel et de chaleur n'affectent que les 120 premiers mètres. En mars, à la fin de l'hiver, la couche de surface est créée notamment par le mélange hivernal. Celle-ci est très froide mais très homogène. L'effet conjugué de la fonte des glaces et des chaudes températures d'été amène de l'eau peu salée et chaude qui repousse l'ancienne couche de surface en profondeur. Elle est ensuite isolée entre la nouvelle couche de surface et la couche plus profonde. C'est cette couche intermédiaire qui forme la CIF. A la fin de l'automne la surface commence à se refroidir alors que la CIF s'est fait éroder par le réchauffement estival. L'érosion de la CIF correspond à un

réchauffement lent qui produit une homogénéisation. Le mélange hivernal finira d'homogénéiser le tout. Et ainsi le processus recommence.

La limite de la couche de surface se situe généralement entre 10 et 30 mètres. La salinité est très variable suivant l'endroit où l'on se trouve dans l'estuaire ou dans le golfe. Elle est comprise entre 27 et 32. La CIF est situé en dessous de la couche de surface. Elle s'étend en moyenne jusque 125 mètres. Sa température est comprise entre -1 et -2 °C et sa salinité entre 31.5 et 33. La couche profonde, dense, remplit les 45% du volume des eaux du golfe et de l'estuaire. La température est comprise entre 4 et 6°C et la salinité vaut en moyenne 34.6 (figure 2.1).

A la tête du chenal laurentien la bathymétrie est relativement complexe. On constate un grand seuil au niveau de Tadoussac mais d'autres plus petits sont également présents (figure 1.2 et figure 2.1). Il existe aussi des hauts fonds et des îles qui sont susceptibles d'influencer les courants (figure 1.2).

2.2 Revue de littérature

Tous s'accordent à proposer que les marées internes dans l'estuaire du Saint-Laurent sont des ondes de marées qui prennent naissance à la tête du chenal laurentien, au niveau de Tadoussac, où l'on constate une forte remontée de la bathymétrie (seuil) (figure 2.1). Elles sont dues à l'interaction de la marée avec la bathymétrie. La recherche sur les marées internes dans le Saint-Laurent a réellement débuté avec Forrester (Forrester 1974, 1972). Une composante transversale a été mise en évidence dans l'estuaire maritime par les données d'un transect de 1965. Celle-ci a une période semi-diurne et une longueur d'onde de deux fois la largeur du chenal, c'est-à-dire environ 40 kilomètres. Les données de terrain n'étant pas suffisantes pour conclure sur la composante axiale des marées internes, une autre campagne de terrain a été réalisée en 1968 et 1969 sous la forme d'un transect axial, partant de Tadoussac pour aller jusqu'à Baie Comeau (figure 2.2). Forrester parvient aux conclusions suivantes : les courants de marées ne sont pas seulement dus aux marées barotropes, mais également aux marées internes ou baroclines

provenant de l'interaction de la marée de surface avec la bathymétrie du chenal laurentien. L'onde de marée interne semi-diurne est une onde progressive de Poincaré se propageant dans l'axe du fleuve mais ayant également une composante transversale. La composante transversale est due au deuxième mode vertical et sa longueur d'onde vaut deux fois la largeur du chenal. La composante axiale admet une longueur d'onde de 60 kilomètres pour la période de l'étude. Elle diminue avec la stratification. Forrester émet l'hypothèse d'une onde interne diurne de Kelvin dans le premier mode vertical. Les marées internes sont censées être à l'origine du phénomène appelé pompe à nutriments qui se produit à la tête du chenal laurentien (Steven 1974). Ce phénomène permet la remontée d'éléments nutritifs des profondeurs de l'estuaire maritime jusqu'à la zone de production primaire.

Therriault et Lacroix (1976) suggèrent la présence de marées internes semi-diurnes en observant les variations de la température, de la teneur en oxygène dissous, des concentrations en sels nutritifs et de la chlorophylle a dans l'estuaire maritime. Ces derniers obtiennent une longueur d'onde axiale d'environ 40 kilomètres. Cette valeur est inférieure à la valeur obtenue par Forrester, mais reste dans le même ordre de grandeur. La longueur d'onde dépend de la stratification, il n'est donc pas anormal d'obtenir des valeurs différentes à des moments différents.

Selon Blackford (1978), une marée barotrope à la fréquence de marée M_2 peut générer des ondes internes à la fréquence de marée aussi bien qu'au double de la fréquence de marée. Ceci correspond alors à un phénomène non-linéaire. Le modèle développé par Blackford montre que l'amplitude des ondes, ayant une fréquence égale à deux fois la fréquence de marée, est égal au carré de l'amplitude de la marée.

Muir en 1979 a travaillé dans l'estuaire moyen. Il constate la présence d'ondes internes de grande amplitude à la fréquence de marée. En réalité, il n'observe jamais réellement la composante barotrope de marée. Elle est toujours accompagnée par des ondes internes progressives à différentes fréquences qui sont des multiples de la marée M_2 (M_4 , M_6 , M_8 , etc). Les nombres d'ondes sont des fonctions de la structure en densité de la masse d'eau séparant la source et le point étudié. Donc, si la structure en densité change au cours du temps (par exemple des marées de vive eau aux marées de morte eau), le nombre d'onde va changer et les courants seront variables au cours du temps.

Ceci est vérifié par les données. Les ondes internes sont assez fortement modifiées au passage dans l'estuaire moyen compte tenu de la topographie qui est très complexe dans cette partie (figure 1.2). À certaines fréquences, il peut même y avoir d'autres réflexions sur des hauts fonds. Les marées internes dans cette partie de l'estuaire sont donc très complexes et d'une grande variabilité.

Au début des années 80 apparaissent les premiers modèles à dimensions. Dans un premier temps, Pingree et Griffiths (1980) développent un modèle à deux dimensions, intégré latéralement, du golfe et de l'estuaire maritime. Les résultats concernent davantage le golfe que l'estuaire. Puis, De Borne de Grandpré et El-Sabh (1981) publient un modèle à deux dimensions (intégré latéralement) propre à l'estuaire qu'ils appliquent aux marées internes. Le modèle reproduit assez bien les observations et une onde interne à la fréquence M_2 est obtenue. Sa longueur d'onde est de 42 kilomètres et son amplitude de 25 mètres. Ce modèle est considéré comme une première étape de développement qui devrait mener à des modèles à trois dimensions.

Wang et al. (1991) montrent à nouveau la présence de marées internes grâce à une chaîne de thermistors déployée successivement en trois endroits dans l'estuaire maritime à partir de la tête du chenal laurentien jusqu'à Baie Comeau (figure 2.2). Les fréquences présentes sont M_2 , M_4 et M_6 avec une forte prédominance de M_2 . Même si des marées externes diurnes sont observées, Wang et al. (1991) n'ont pas observé de marées internes diurnes. Ils obtiennent une amplitude moyenne sur leur région d'étude d'environ 40 mètres. Elle est maximale à la tête du chenal et diminue en se propageant. Pendant les marées de vive eau, les marées internes peuvent atteindre une amplitude de 80 mètres à la tête du chenal laurentien. Par ailleurs, ils mettent en évidence un phénomène de pénétration de la couche intermédiaire froide dans la couche supérieure. Ce phénomène est appelé pompe à éléments nutritifs (Steven 1974; Forrester 1974). Aux marées de vive eau, l'incursion de la couche froide peut aller jusqu'à 25 mètres, le mélange est alors plus important et la stratification diminue. Des images satellites ont également permis d'observer cette remontée d'eau froide jusqu'à la surface (Gratton et al. 1988). Pour compléter leur étude, Wang et al. (1991) préconisent de mettre en place des courantomètres le long du chenal laurentien pour avoir des données simultanées afin d'étudier la propagation de l'onde dans l'espace. Au moins un courantomètre devra être

placé proche du seuil pour le phénomène de génération. Ils concluent également sur la pertinence de combiner ces données à un modèle à deux ou trois couches afin de compléter l'analyse de la génération et de la propagation.

Saucier et Chassé (2000) publient les résultats d'un modèle tri-dimensionnel reproduisant précisément la géométrie et la topographie de cette partie de l'estuaire. Plusieurs seuils sont modélisés. Le modèle est relativement complexe et prend en compte les phénomènes non-linéaires ainsi que la force de Coriolis. Les marées internes sont extraites du signal par soustraction du courant moyen sur toute la colonne d'eau (supposé être le courant barotrope). Cette méthode d'extraction est une des trois méthodes présentées par Holloway (1984). Les résultats du modèle sont proches des résultats de Forrester. L'élévation de la surface est maximale à la tête du chenal laurentien alors que le maximum des courants se situe plutôt proche des Escoumins (figure 1.2)

2.3 Description des observations COUPPB

Les données que nous présenterons proviennent du projet COUPPB : COUplage des Processus Physiques et Biogéochimiques. L'objectif de ce projet était d'établir un modèle conceptuel des interactions et du couplage existant au sein de l'estuaire maritime entre les processus physiques, biologiques et biogéochimiques. Les campagnes d'observations ont été réalisées durant les étés 1989, 1990, 1991. En 1989 et 1990, une série de mouillages a été déployée dans l'estuaire maritime en face de Rimouski. Plusieurs autres mouillages ont été placés en 1990 et 1991 à la tête du chenal laurentien en face de Tadoussac (figure 2.2, figure 2.3 et figure 2.5). Chaque mouillage possédait plusieurs appareils de type Aanderaa mesurant la température, la conductivité et les courants. Les données ont ensuite été filtrées en éliminant les phénomènes ayant une période inférieure à 60 minutes. Des thermistors ont aussi été placés aux mouillages L5 et L6 en 1991 à la tête du chenal laurentien. Lors de ces campagnes, des profils CTD ont été réalisés (figure 2.5 et figure 2.4). Un quadrillage a été effectué de la tête du chenal laurentien jusqu'aux environs de Baie-Comeau. Le mémoire de Vinet (1998), l'article de

Vézina, Gratton, et Vinet (1995) et le rapport de Lafleur et al. (1996) fournissent une description plus précise des données.

2.4 Analyses et résultats

2.4.1 Méthodes d'analyses

Longtemps, les modèles ont manqué de données fiables et précises. Aujourd'hui encore, les mesures directes des marées internes sont très difficiles à obtenir. On peut avoir accès aux amplitudes de celles-ci à travers les données des chaînes de thermistor ou à partir des vitesses des courants. L'oscillation des isothermes (ou des isohalines) est utilisée comme indicateur dans le premier cas. Dans le second cas, une analyse harmonique permet d'éliminer le bruit et d'arriver à reproduire la composante des marées internes en ajustant aux données une série de Fourier dont les fréquences sont celles des marées. On obtient alors les amplitudes moyennes et les déphasages par rapport au méridien de Greenwich pour chacune des composantes. Cependant beaucoup de phénomènes peuvent influencer les courants et cette méthode reste souvent difficile.

2.4.1.1 Analyse harmonique

La méthode d'analyse harmonique de la marée permet de la représenter sous forme d'une somme de composantes harmoniques (série de Fourier) de période et phase bien déterminées, correspondant aux termes de la force génératrice astronomique de la Lune et du Soleil. En d'autres termes il s'agit d'obtenir l'amplitude moyenne des oscillations du courant, par exemple, aux fréquences de marées. L'analyse harmonique nous fournit donc l'intensité du courant de marée pour différentes fréquences ainsi que le déphasage par rapport au méridien de Greenwich. L'origine des phases est fixé à Greenwich, c'est-à-dire que pour un déphasage nul le marée est en phase par rapport à

celle qu'on observe à Greenwich. Pour plus d'informations, voir Foreman (1977) et Pawlowicz et al. (2002).

2.4.1.2 Extraction des courants baroclines

L'analyse harmonique fournit les courants présents à la fréquence de marée donc la somme des courants barotropes et baroclines. Trois méthodes sont décrites par Holloway (1984) pour extraire les courants baroclines à partir des courants bruts : les deux premières sont basées sur le calcul du courant moyen sur la profondeur. Celui-ci est pris comme étant le courant barotrope. Le courant barotrope est ensuite soustrait au courant total. La troisième est une méthode où l'on ajuste un modèle modal aux données de courant sur la profondeur. Nous utiliserons la méthode simple de soustraction du courant moyen sur la profondeur. Cette méthode a été utilisée entre autres par Forrester (1974) et Wang et al. (1991). Elle consiste à soustraire au courant total, la moyenne des courants enregistrés à chaque courantomètre sur une même verticale. En effet, le courant barotrope est le même sur toute la colonne d'eau. La partie barocline (qui varie sur la profondeur) du courant est alors déduite (tableau 2.1, tableau 2.2 et tableau 2.3).

2.4.1.3 Modes verticaux

Les modes verticaux représentent la variation suivant la verticale des maximums de courants ou d'élévations. On peut tracer les modes théoriques des élévations en trouvant la solution numérique de l'équation suivante (Forrester, 1974).

$$\frac{\partial^2 \eta(z)}{\partial z^2} + \frac{N^2 - \omega^2}{c^2} \eta(z) = 0 \quad (5)$$

Où $\eta(z)$ est l'élévation de surface, c la vitesse de phase et ω la fréquence de l'onde. La fréquence de Brünt-Vaisala, N , est d'abord calculée à partir des données de température, de salinité et de pression. L'équation (5) est obtenue en substituant une onde plane progressive de la forme suivante dans l'équation (1) : $\eta(x, y, z, t) = \eta(z)e^{i(kx+Ly-\omega t)}$.

En prenant une stratification continue de forme exponentielle : $\rho = 1.028e^{\frac{-0.2016}{z+29.29}}$,
 Forrester obtient :

$$\eta(z) = A(z + 29.29)^{\frac{1}{2}} \sin \left(\left(\frac{1.976}{c^2} - \frac{1}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \ln(z + 29.29) + \theta \right)$$

L'ajustement des conditions de fond et de surface $\eta(0) = \eta(H) = 0$ fournit l'ensemble des valeurs permises de c^2 et de θ correspondant aux n modes verticaux d'oscillations. Le tracé des deux premiers modes d'oscillation est donné par la figure 2.6 tiré de l'article de Forrester (1974).

La structure des modes verticaux dépend donc uniquement de la profondeur et de la stratification. Il s'agit des modes d'oscillations permis par la structure de densité de la colonne d'eau. Dans l'équation (5), $\eta(z)$ peut être remplacé par $u(z)$ qui désigne la norme du vecteur vitesse du courant.

Par ailleurs, les diagrammes d'Argand permettent une lecture visuelle facile pour identifier les modes verticaux réels.

2.4.1.4 Diagrammes d'Argand

La méthode de construction et d'analyse des diagrammes d'Argand est bien décrite dans l'article de Farmer et Freeland (1983). Seules les grandes lignes sont rappelées dans ce paragraphe. Les diagrammes d'Argand sont la représentation dans un plan complexe du vecteur vitesse obtenu après analyse harmonique (figure 2.7). L'angle du vecteur est la phase de l'onde par rapport au méridien Greenwich. L'amplitude est la norme du vecteur vitesse. Si en traçant sur un diagramme les vecteurs vitesses à plusieurs profondeurs sur un même mouillage, les bouts des vecteurs sont alignés alors un seul mode vertical est présent. De plus, en sachant que le vecteur total est la somme du vecteur barocline et du vecteur barotrope, on peut en déduire les vecteurs baroclines par simple lecture graphique comme le suggère la figure 2.7. Pour la suite, seuls les bouts des flèches des vecteurs sont représentés sur les autres diagrammes. Par ailleurs, la

composante de marée qui sera retenue pour l'analyse est la composante M_2 , c'est-à-dire la composante principale en amplitude dans cette région.

2.4.2 Résultats

L'évolution temporelle et spatiale de la stratification est discutée grâce au tracé des séries temporelles des contours de température (figure 2.8, figure 2.9 et figure 2.10) issues des données de thermistors aux mouillages L5 et L6, de deux diagrammes TS aux mouillages L2 et T1 (figure 2.11) et de plusieurs profils de densité le long du chenal (figure 2.12). On constate une oscillation périodique semi-diurne des isothermes (figure 2.8 et figure 2.9). La figure 2.9 laisse également penser à une oscillation diurne déjà imaginée par Forrester (1974) et Wang et al. (1991) mais la séquence n'est pas suffisamment longue pour pouvoir conclure avec certitude. Enfin, la figure 2.10 montre une oscillation à la période quart-diurne. Outre le fait que des marées internes de fortes amplitudes sont présentes à la tête du chenal laurentien, ceci nous apprend deux choses importantes. Premièrement, les marées internes sont extrêmement variables tant au niveau des fréquences observables que de l'amplitude étant donné que les trois figures proviennent de mouillages spatialement très proches. Deuxièmement, la structure en température et donc la stratification varie beaucoup dans le temps. Les diagrammes TS viennent confirmer ces affirmations. On constate un mélange important ainsi qu'une stratification changeante sur la période étudiée. En effet, les points à 20 mètres sont très étalés et en L2, les masses d'eau à 150 mètres et à 20 mètres se mélangent à une troisième masse d'eau (certainement la CIF) puisque le diagramme est en coude (caractéristique d'un mélange de trois masses d'eau) (figure 2.11). Le mélange est beaucoup plus important en L2 qu'en T1 puisque les deux masses d'eau se mélangent. En effet, les taches se touchent (figure 2.11). Ceci confirme également la présence de marées internes puisque ces dernières sont sensées être plus intenses proches du seuil (Wang et al. 1991). En observant les profils de densité, on constate une variabilité assez importante

au cours de l'été notamment aux stations 112, 113, 114 et 67 même si elle est beaucoup moins intense pour cette dernière (figure 2.12 et figure 2.13). La fluctuation diminue en s'éloignant du seuil. En effet, elle est très faible pour la station 44 qui est située plus loin du seuil (figure 2.4 et figure 2.5). Ceci vient confirmer les observations du diagramme TS et des isothermes. La variabilité observée peut être imputable au cycle vive eau - morte eau qui est créé par la modulation des composantes M_2 et S_2 (Wang et al. 1991; Vinet 1998). Le vent influence aussi beaucoup la stratification dans l'estuaire (Vinet 1998). Différentes périodicités liées au vent sont observables. Tee (1989) a mis en évidence une oscillation des données de salinité d'une périodicité de 10 à 15 jours et une autre de 40 à 50 jours. Koutitonsky et El-Sabh (1985) évoquent également une périodicité de 2 à 5 jours. De plus, on constate une stratification changeante le long de l'estuaire (figure 2.8, figure 2.9 et figure 2.10). Ceci confirme les observations de Wang et al. (1991).

Le tableau 2.1 présente les déphasages calculés à partir de courants baroclines par la méthode explicitée plus haut. Le tableau 2.2 compare ces résultats aux résultats calculés à partir de la longueur d'onde obtenue lors du calcul du modèle (paragraphe 3.3.1.3). A première vue les déphasages en T1, T4 et T3 semblent plus petits que ceux en T5 et T2. Ceci prouverait la propagation d'une onde de courte longueur d'onde de l'aval vers l'amont. Cependant les déphasages sont donnés à 360 degrés près donc les déphasages en T5 et T2 peuvent aussi s'écrire respectivement -57° et -48° . Ainsi, à 70 mètres on identifie une onde de longueur d'onde plus petite qu'une onde barotrope. Celle-ci se propage de l'amont vers l'aval. La comparaison des déphasages pratiques et théoriques vient confirmer cette conclusion. En effet, les valeurs théoriques et pratiques sont dans le même ordre de grandeur voire même très proches entre T5 et T1. L'extraction des courants baroclines à partir des données de courant est réputée pour être extrêmement difficile. On peut donc se satisfaire des valeurs obtenues. De plus, l'analyse harmonique est faite sur des séries de plusieurs mois et on a vu que la stratification, très changeante dans cette partie de l'estuaire à une grande influence sur la génération des marées internes. Enfin, si on regarde les modes verticaux, la profondeur de 70 mètres correspondrait à une profondeur proche du nœud oscillatoire du premier mode pour T1 (figure 2.24), c'est-à-dire là où les vitesses baroclines sont nulles. Ce ne serait donc pas la profondeur la plus appropriée pour détecter les marées internes. Mais en considérant le

tableau des amplitudes des analyses harmoniques des courants totaux (tableau 2.3), on s'aperçoit qu'il est difficile de conclure rapidement et qu'il existe certainement des modes latéraux en plus des modes verticaux (Forrester 1974) qui compliquent beaucoup le phénomène.

Les diagrammes d'Argand pour plusieurs mouillages répartis sur la région d'étude sont maintenant comparés aux modes verticaux théoriques. Pour cela, chaque mouillage a été mis en lien spatial avec un profil CTD le plus proche spatialement. La profondeur au niveau du mouillage est parfois différente de la profondeur du profil CTD le plus proche dans les régions à forte variation bathymétrique.

Avant de commencer l'analyse des modes verticaux, la figure 2.14 montre la variabilité du tracé d'un diagramme d'Argand en fonction de la série temporelle choisie. Pour le mouillage T1 à 70 mètres, la série temporelle a été divisé en trois parties de 60 jours chacune. En principe une série de 28 jours suffit pour effectuer l'analyse harmonique. Une forte différence est constatée entre les trois points représentés notamment pour la série du milieu et pour la fin de la série temporelle. La différence concerne essentiellement la phase mais l'intensité peut aussi varier. Ceci illustre la difficulté d'analyse des courants. Les résultats qui suivent devront être pris avec précaution. Il faut confronter le plus possible de données.

En 1989, les quatre mouillages C1, C2, C4, C5 sont situés sur une ligne transversale en face de Rimouski (figure 2.3). C1 et C5 sont plutôt au centre du chenal laurentien et C2 et C4 sont plutôt sur les pentes des bords du chenal. Les autres mouillages ne sont pas utilisables car trop d'appareils n'ont pas fonctionné.

Dans le cas du mouillage C1 (325 mètres) (figure 2.15 et figure 2.16), les pointes des flèches sont alignées pour les profondeurs 15 mètres, 25 mètres et 315 mètres. Le bout du vecteur barotrope se trouve aussi sur cette même ligne. Il semble donc y avoir un seul mode vertical. Le bout du vecteur barotrope se trouve entre celui du vecteur à 25 mètres et à 70 mètres. Il y a donc un changement de phase de 180° entre ces deux profondeurs. Ceci peut correspondre à plusieurs modes verticaux possibles. Il aurait fallu une autre donnée à l'intérieur de cet intervalle. Cependant compte tenu du peu de

variation de la phase en profondeur, le premier mode barocline est identifié comme seul présent avec le mode barotrope au mouillage C1.

Pour le mouillage C5 (300 mètres) (figure 2.17 et figure 2.18), situé également au dessus du chenal Laurentien, les bouts des flèches des vecteurs sont alignés. Un seul mode est donc présent. L'identification est difficile car il n'y a pas de données plus profondes que 70 mètres alors que la profondeur est proche de 300 mètres à ce niveau de l'estuaire. Le profil semble suggérer un second mode mais il est clair qu'avec des données plus profondes le vecteur barotrope serait différent.

Pour le mouillage C2 (105 mètres) (figure 2.19 et figure 2.20), les bouts des vecteurs sont alignés avec le bout du vecteur barotrope. Il n'y a donc qu'un seul mode. Un seul changement de phase intervient entre 25 mètres et 40 mètres. En comparant avec les modes verticaux possibles, on constate que le premier mode vertical est seul présent au niveau du mouillage C2.

Pour le mouillage C4 (80 mètres) (figure 2.21 et figure 2.22), une droite passant par les extrémités des vecteurs peut être tracée même si l'alignement est moins net que pour les autres cas. Un changement de phase de 180° apparaît entre 25 mètres et 70 mètres. Ceci laisse penser à un premier mode barocline présent seul avec le mode barotrope mais il manque au moins une donnée au milieu du profil pour pouvoir conclure avec davantage d'assurance.

Pour l'année 1989, seul le premier mode barocline semble présent en plus du mode barotrope.

En 1990, les mouillages T se situent en face de Rimouski alors que les mouillages L se situent à la tête du chenal laurentien. T1 est au centre du chenal laurentien alors que T2, T3, T4 sont plutôt au dessus des pentes latérales.

Pour le mouillage T1 (347 mètres) (figure 2.23 et figure 2.24), les bouts des flèches sont alignés avec le bout du vecteur barotrope. Ce diagramme d'Argand ressemble beaucoup à celui de C1 situé a peu près au même endroit dans l'estuaire. Un changement de phase de 180° se produit entre 40 mètres et 70 mètres. Pour conclure avec certitude il faudrait avoir d'autres données plus profondes. Cependant, le premier mode barocline seul avec le mode barotrope est fortement suggéré par le fait qu'il semble n'y avoir qu'un seul changement de phase entre 20 mètres et 70 mètres.

Pour le mouillage T2 (95 mètres) (figure 2.25 et figure 2.26), l'alignement est très bon. On constate un seul changement de phase entre 20 mètres et 40 mètres, proche de 40 mètres. Le tracé des modes théoriques permet de conclure que le premier mode barocline est présent seul avec le mode barotrope.

Pour le mouillage T3 (102 mètres) (figure 2.27 et figure 2.28), l'alignement est quasiment parfait. On constate un seul changement de 180° dans la phase entre 40 mètres et 70 mètres. Encore une fois, c'est le premier mode barocline qui est présent seul avec le mode barotrope.

Pour le mouillage T4 (95 mètres) (figure 2.29 et figure 2.30), l'alignement est également très bon. Un seul changement de phase de 180° est observable entre 20 mètres et 40 mètres mais très proche de 40 mètres. Selon les modes théoriques, ceci correspondrait à un mode 3 ou 4. Étant donné qu'il n'y a pas d'autre changement de phase entre 70 mètres et 90 mètres, l'hypothèse du premier mode barocline seul avec le mode barotrope est encore une fois retenue.

Pour les mouillages L1 (120 mètres) (figure 2.31 et figure 2.32) et L2 (230 mètres) (figure 2.33 et figure 2.34), les choses semblent être plus complexes. Il est impossible de faire passer une droite par les bouts des flèches des vecteurs. Plusieurs modes baroclines sont donc présents à la tête du chenal laurentien.

La tête du chenal laurentien est supposée être la zone de génération des marées internes dans le Saint-Laurent. Plusieurs modes sont donc générés à la tête du chenal laurentien mais seul le premier mode barocline se propage jusqu'au niveau de Rimouski. Les autres modes sont dits évanescents c'est-à-dire qu'ils sont générés mais ne se propagent pas. Ce même comportement a été mis en évidence également dans d'autres zones où plus loin de la zone de génération on ne retrouve que les modes les plus faibles (mode 1 et 2 par exemple) (Morozov et Vlasenko 1996).

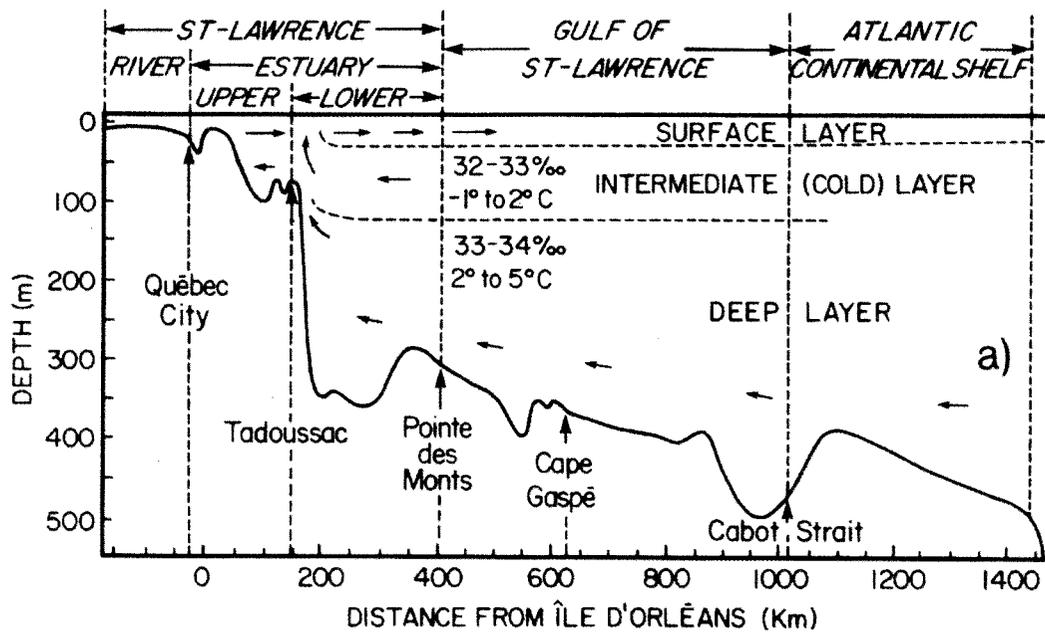


Figure 2.1: Coupe transversale du chenal laurentien montrant schématiquement les courants principaux ainsi que la stratification en été. Figure tirée de Koutitonsky et Bugden (1991).

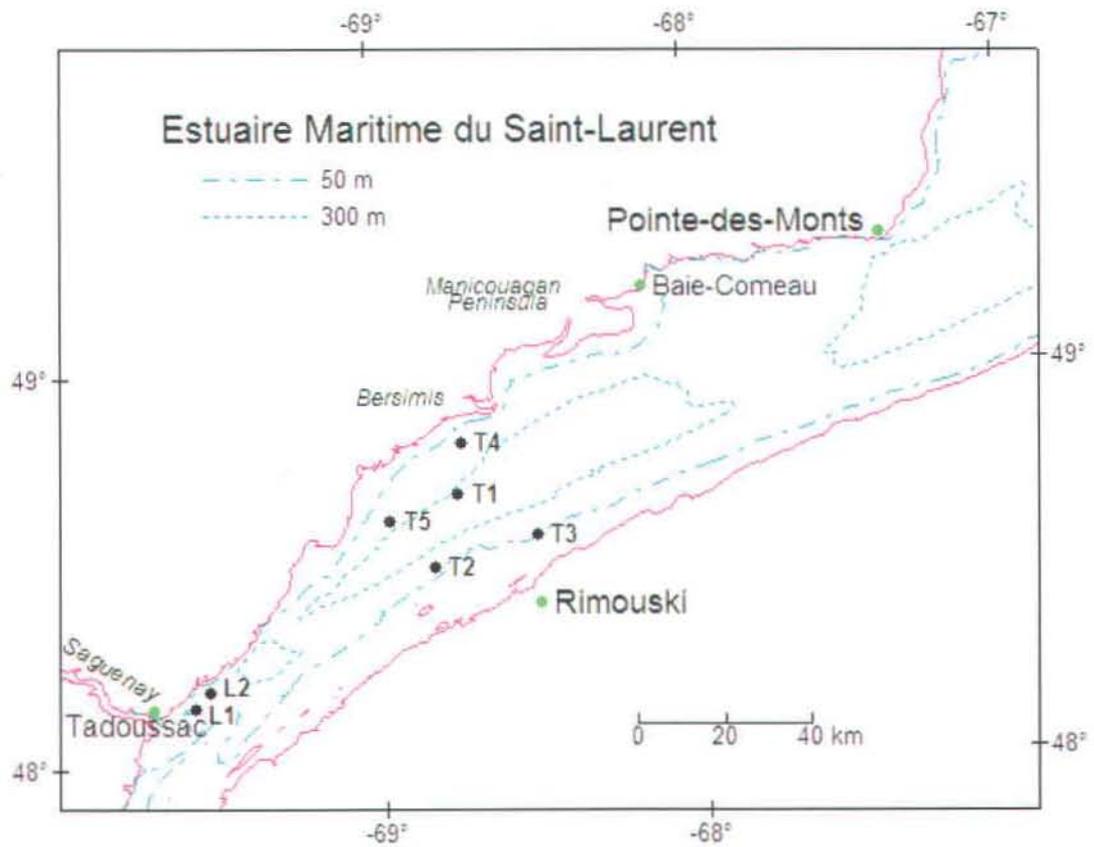


Figure 2.2: Répartition des mouillages dans l'estuaire en 1990 et indication des principales villes.

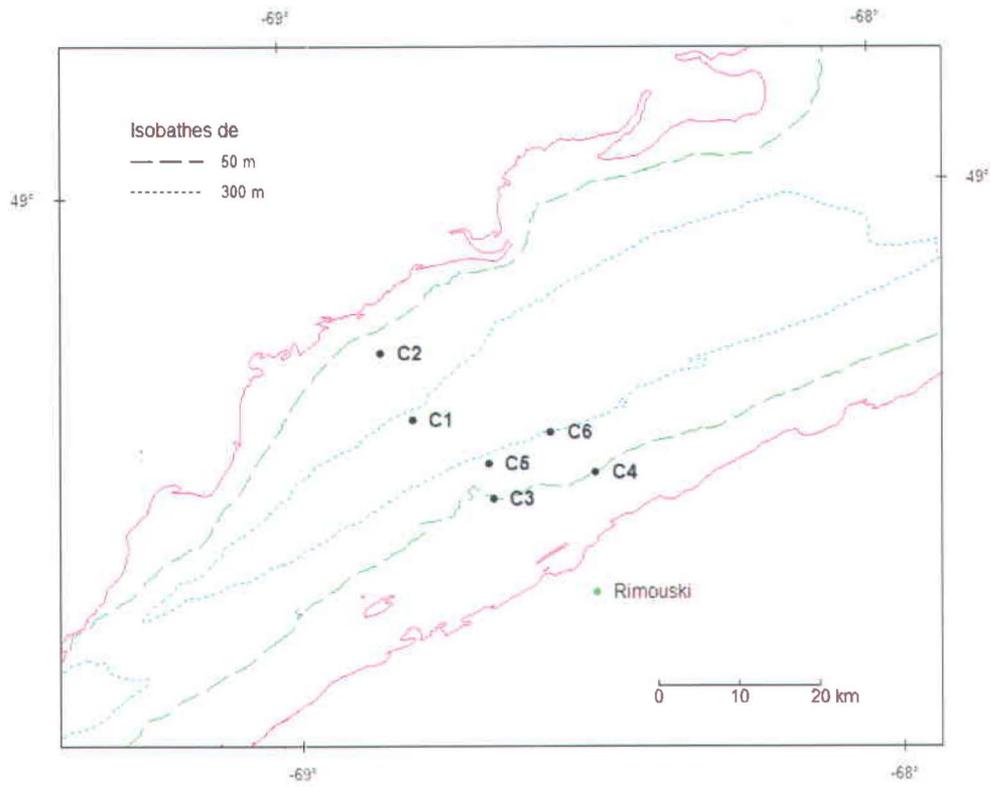


Figure 2.3: Répartition des mouillages dans l'estuaire en 1989. Figure tirée de Vinet (1998).

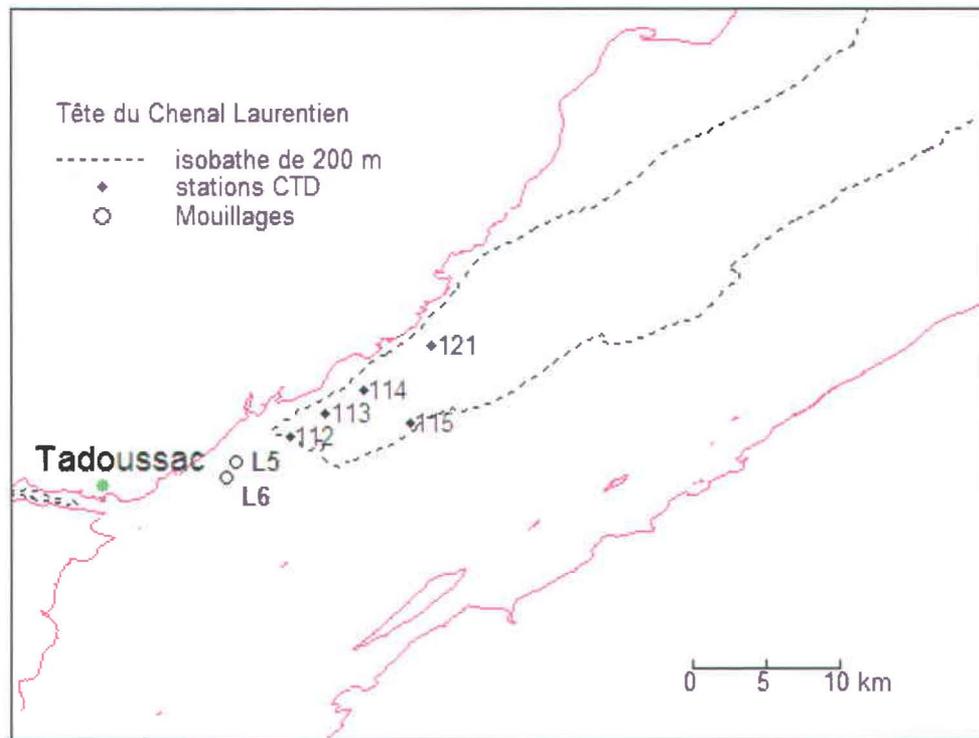


Figure 2.4: Répartition des mouillages déployés en 1991 et des stations CTD visitées en 1990 à la tête du chenal laurentien.

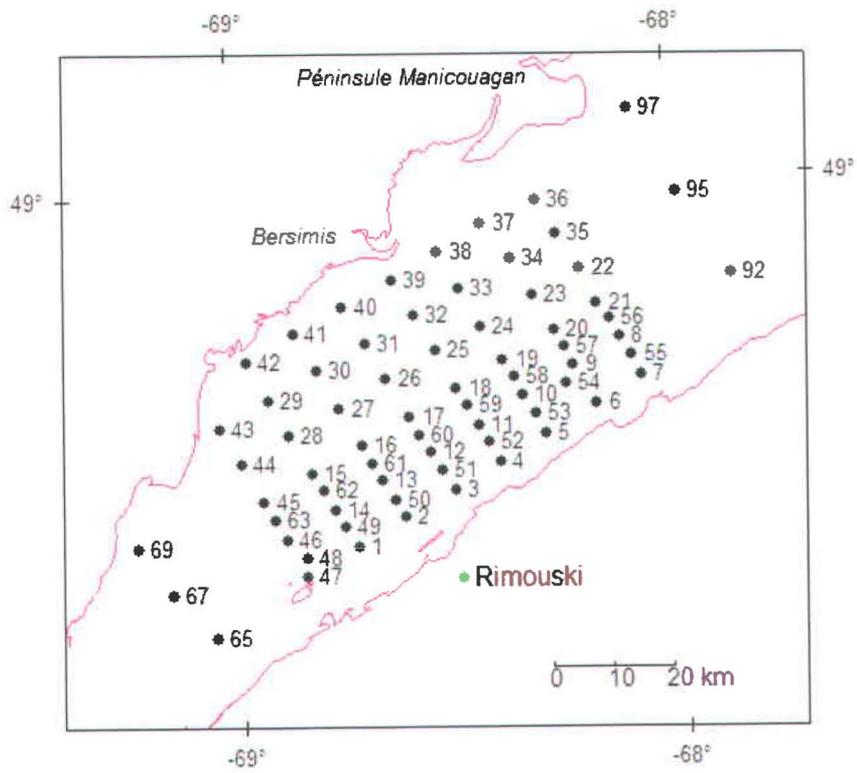


Figure 2.5: Répartition des profils CTD dans l'estuaire en 1989 et 1990. Figure tirée de Vinet (1998).

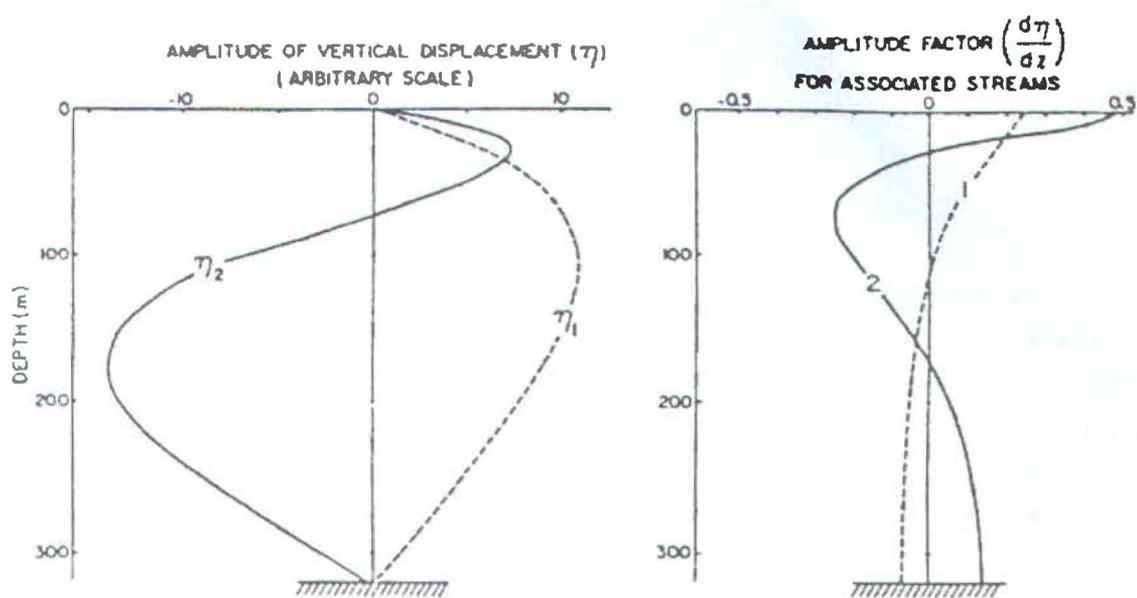


Figure 2.6: Tracé des modes verticaux 1 et 2 de l'élévation de surface (à gauche) et du courant (à droite). Figure tirée de Forrester (1974).

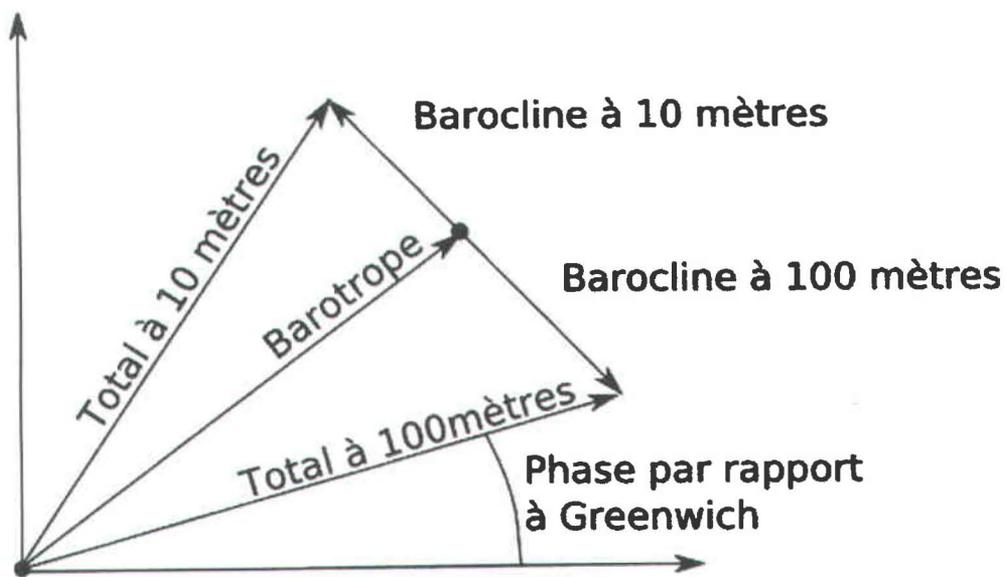


Figure 2.7: Figure illustrant le tracé et l'analyse des diagrammes d'Argand. La longueur des vecteurs correspond à l'amplitude en cm/s obtenue après analyse harmonique. Pour les prochains graphiques seules les pointes des flèches sont tracées.

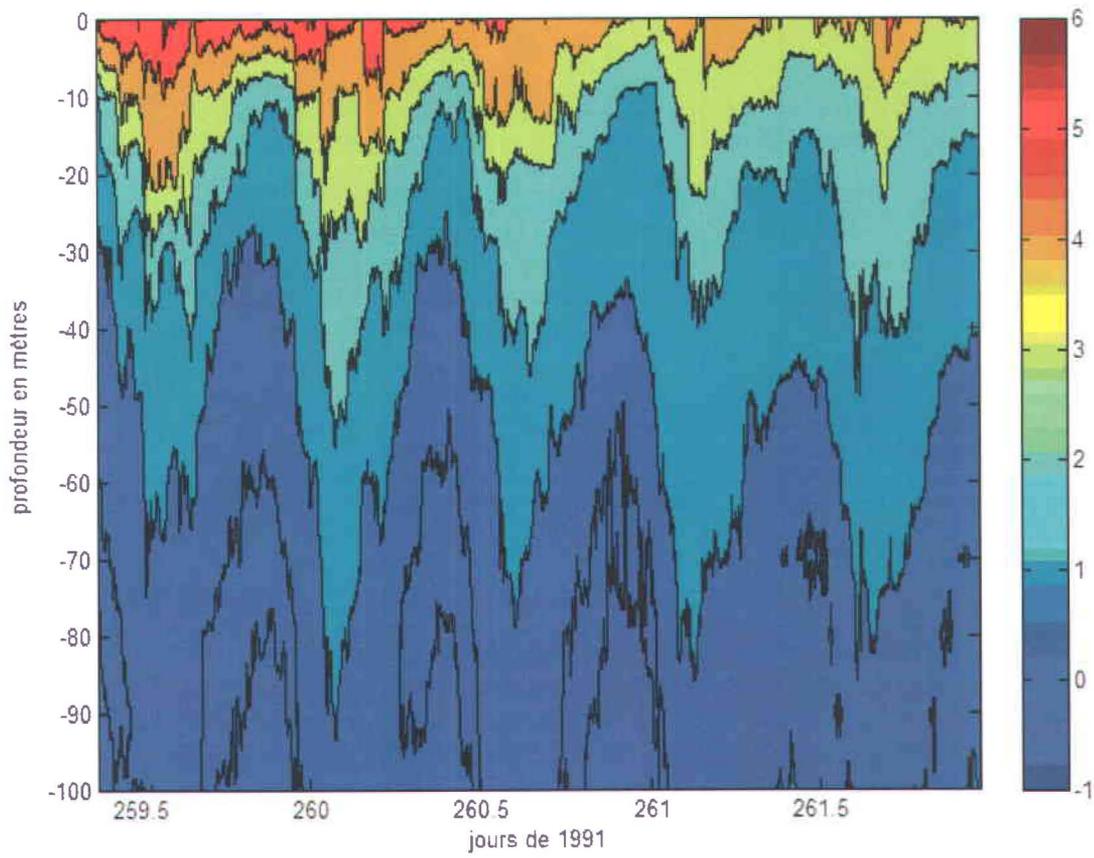


Figure 2.8: Série temporelle des contours de température avec un intervalle de 1°C au mouillage L5 entre le 16 et le 18 septembre 1991. Ce diagramme est réalisé à partir de thermistors espacés de 10 mètres.

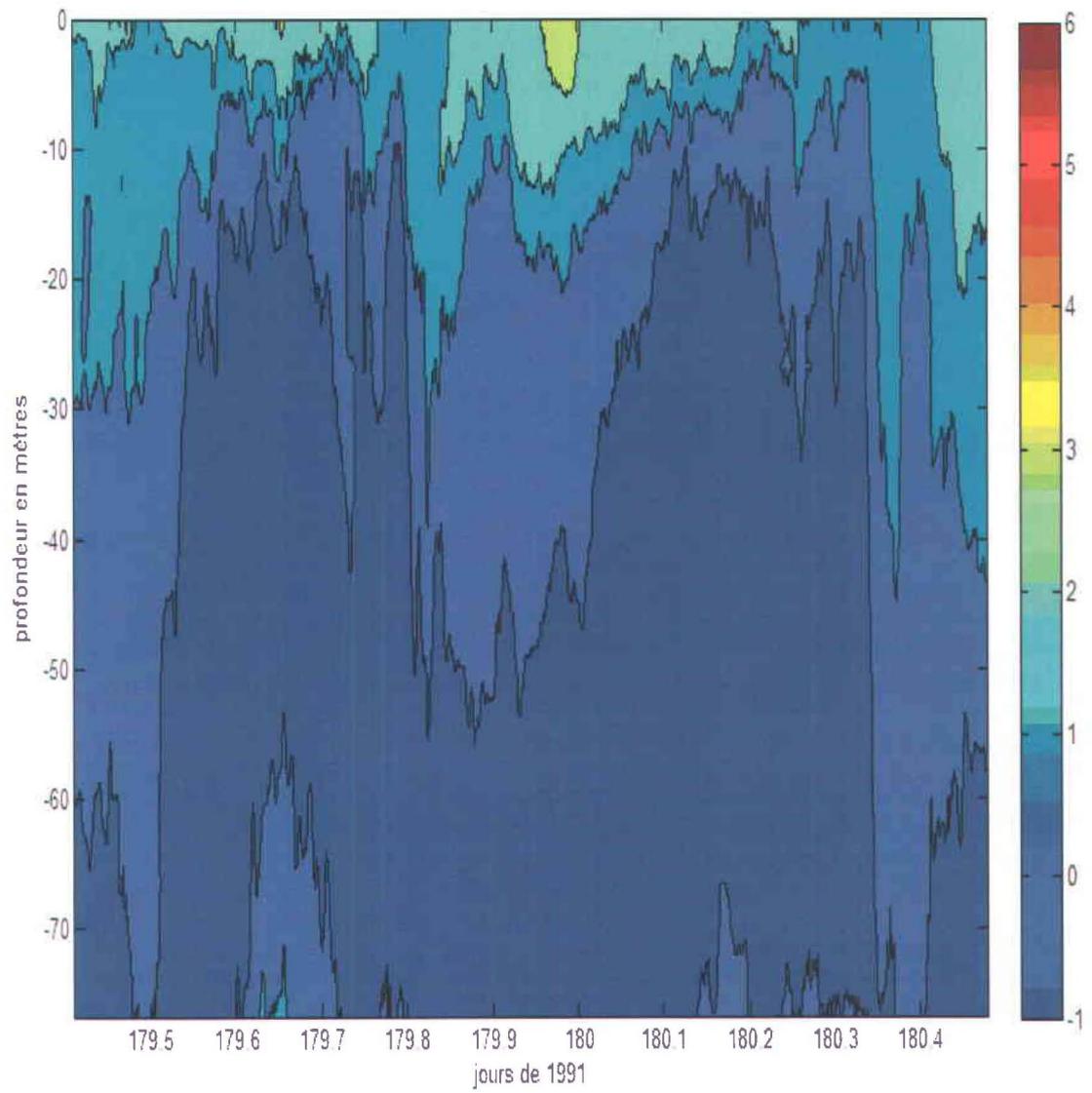


Figure 2.9: Série temporelle des contours de température avec un intervalle de 1°C au mouillage L6 entre le 28 et le 29 juin 1991. Ce diagramme est réalisé à partir de thermistors espacés de 10 mètres.

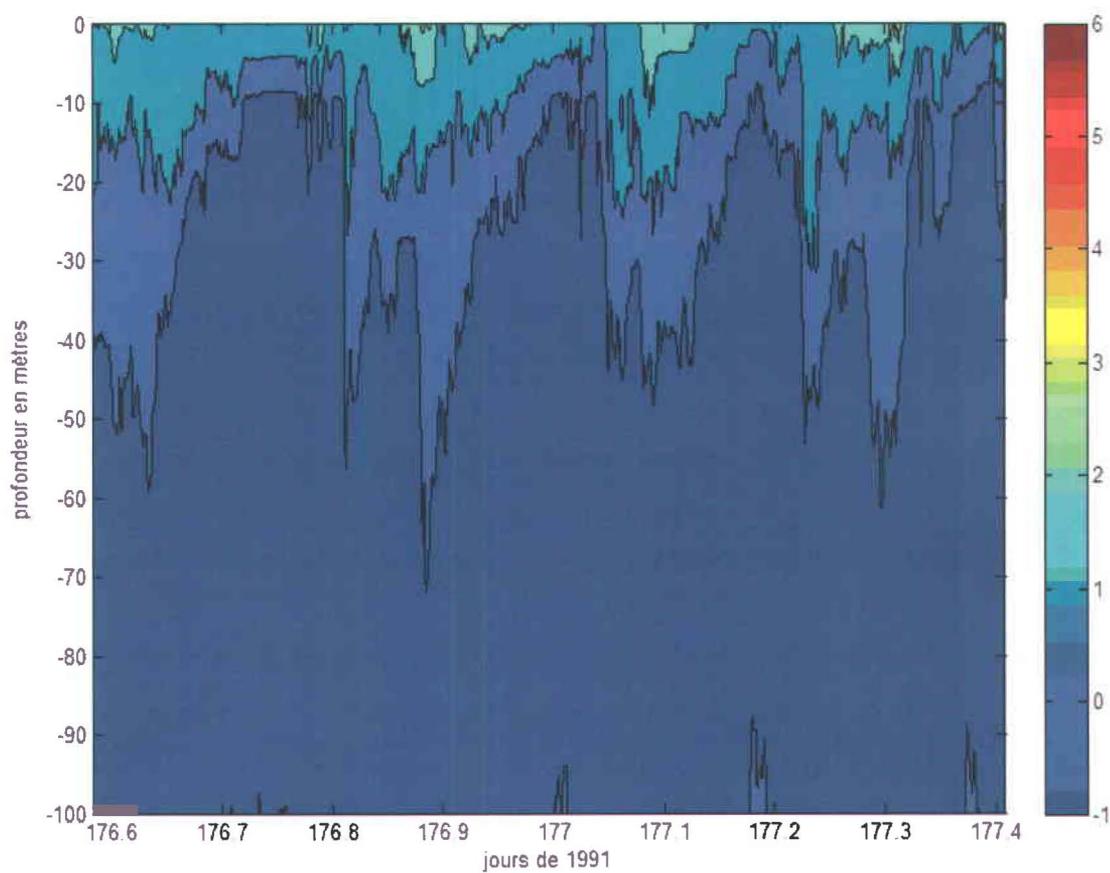


Figure 2.10: Série temporelle des contours de température avec un intervalle de 1°C au mouillage L5 entre le 25 et le 26 juin 1991. Ce diagramme est réalisé à partir de thermistors espacés de 10 mètres.

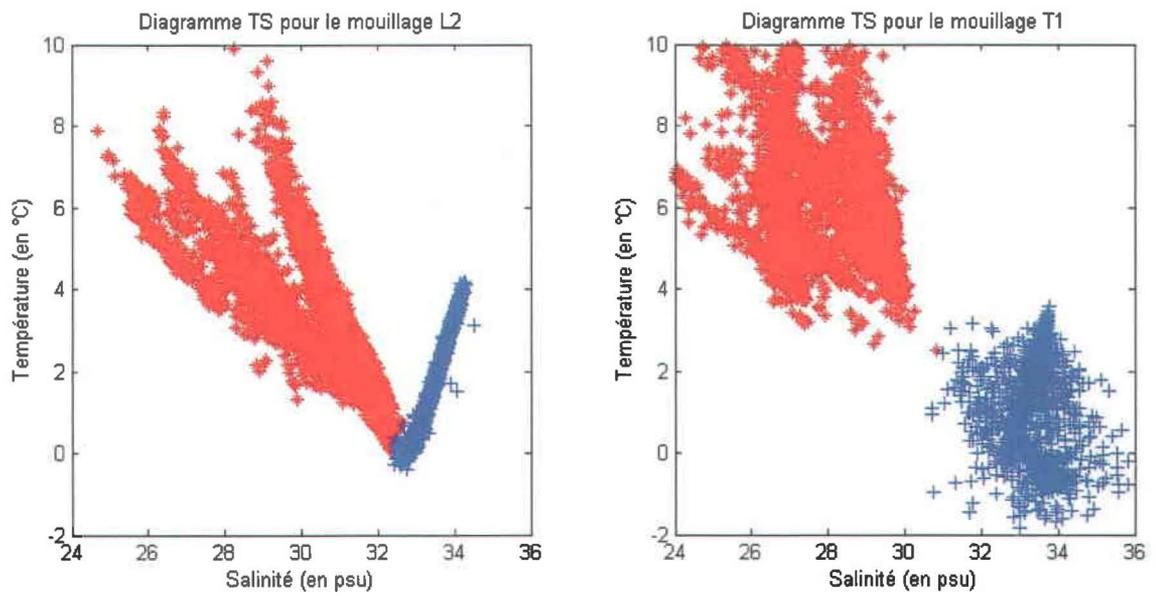


Figure 2.11: Diagrammes TS comparés aux mouillages L2 (proche du seuil) et T1 (en face de Rimouski). En rouge à 20 mètres et en bleu à 150 mètres de profondeur. Les données proviennent de séries enregistrées du 10 mai au 11 septembre 1990.

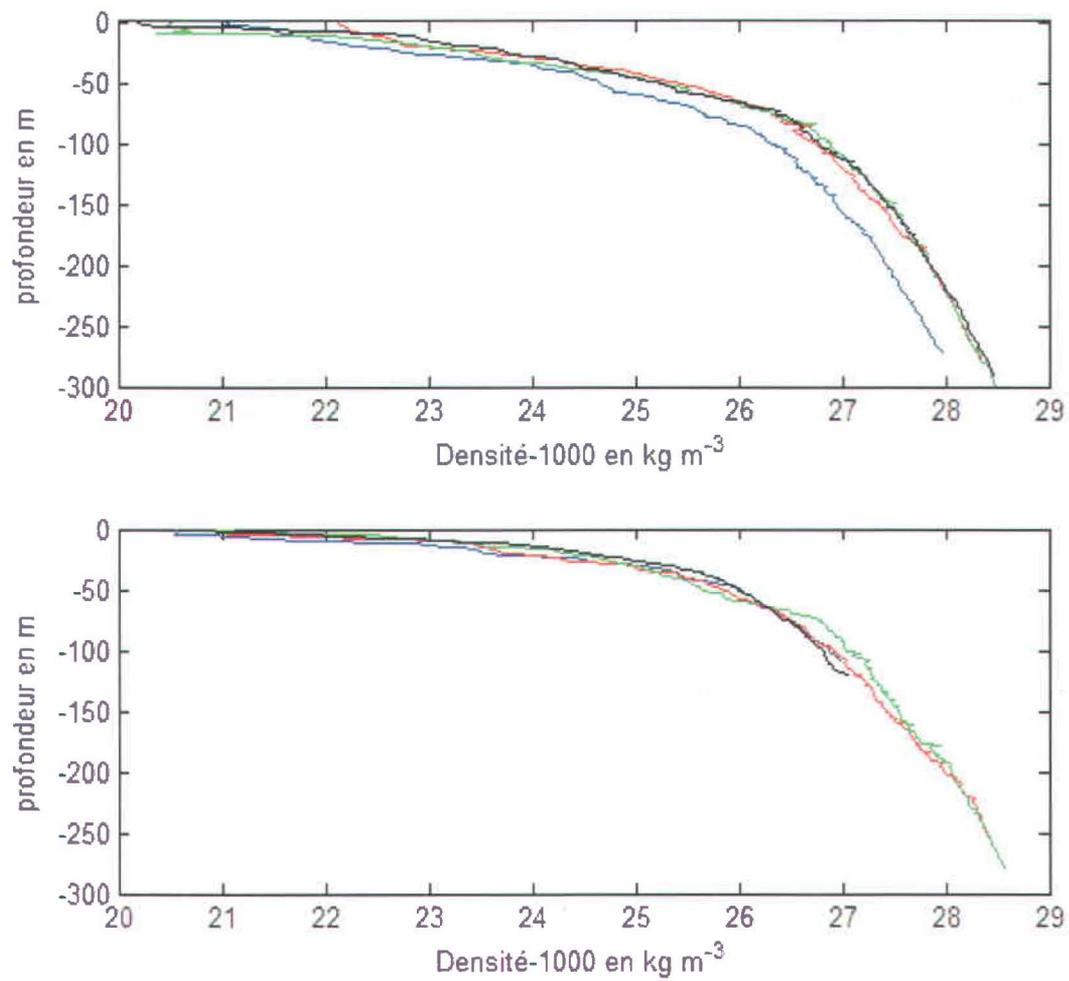


Figure 2.12: Profils de densité aux stations 67 (en haut) et 44 (en bas) réalisés à plusieurs moments au cours de l'été 1990. En bleu le 25 juin, en rouge le 30 juin, en vert le 4 juillet et en noir le 7 juillet.

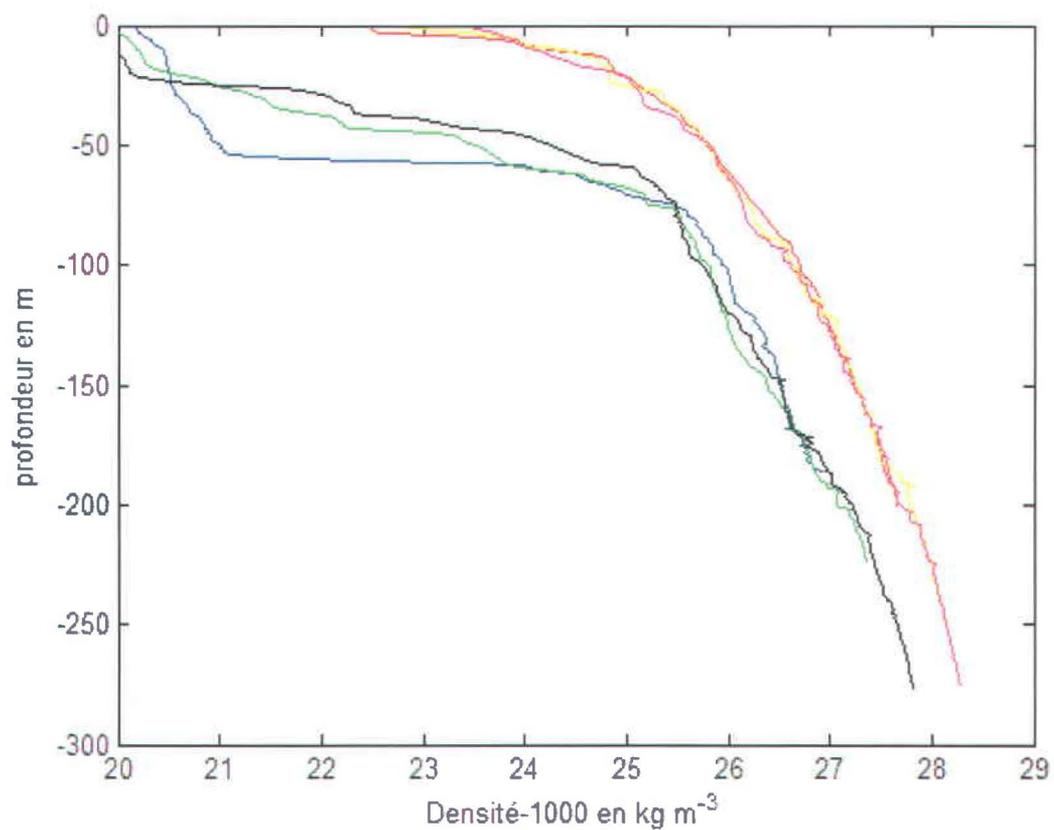


Figure 2.13: Profils de densité aux stations 112, 113 et 114 situé au dessus du seuil à deux dates différentes. Le 24 juin la station 112 en bleu, 113 en vert et 114 en noir. Le 29 juin la station 112 en rouge, 113 en jaune et 114 en magenta.

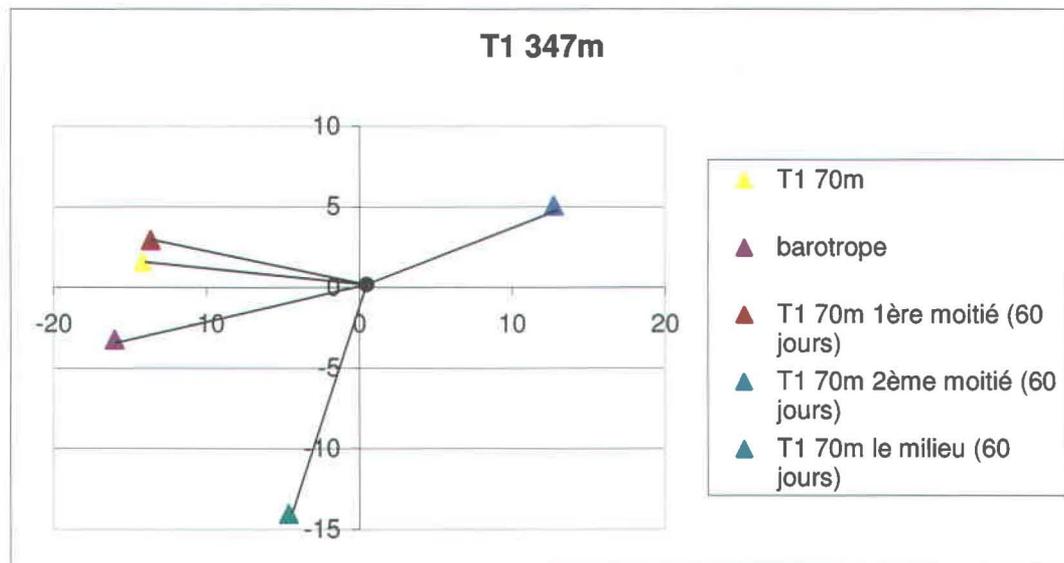


Figure 2.14: Figure illustrant la variabilité du tracé d'un diagramme d'Argand en fonction de la série temporelle choisie. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

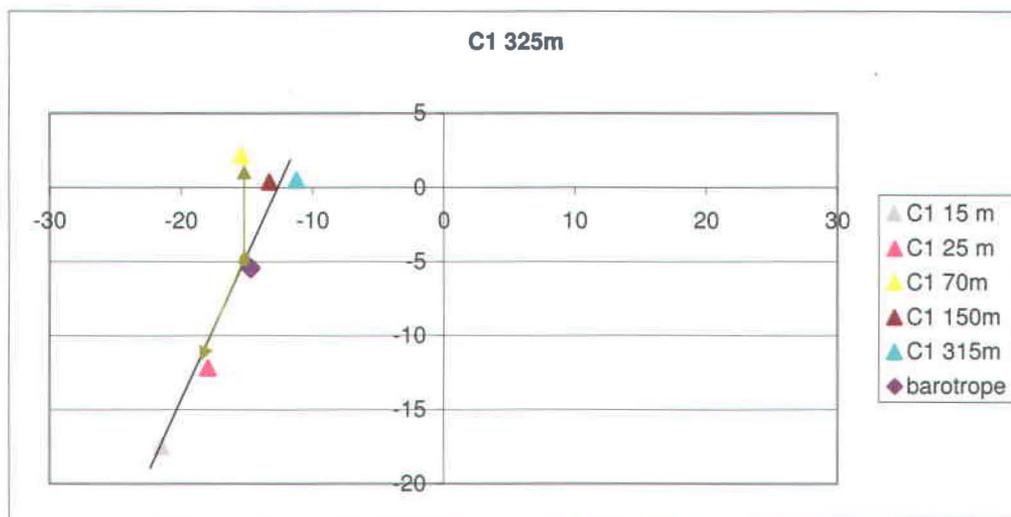


Figure 2.15: Diagramme d'Argand du mouillage C1. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

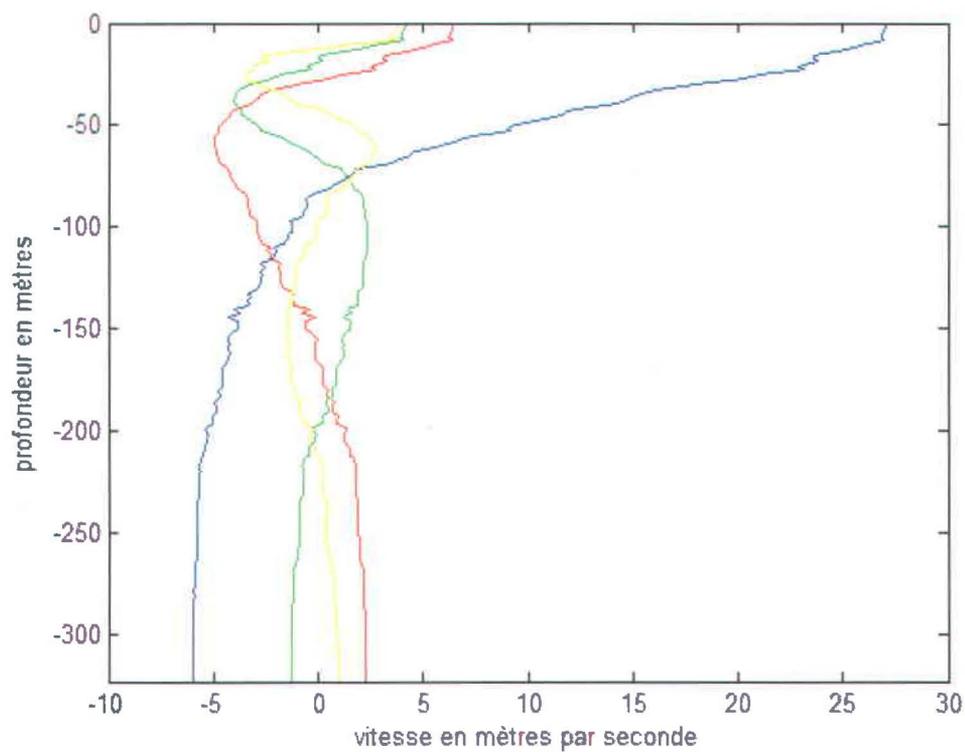


Figure 2.16: Modes verticaux théoriques pour le mouillage C1. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

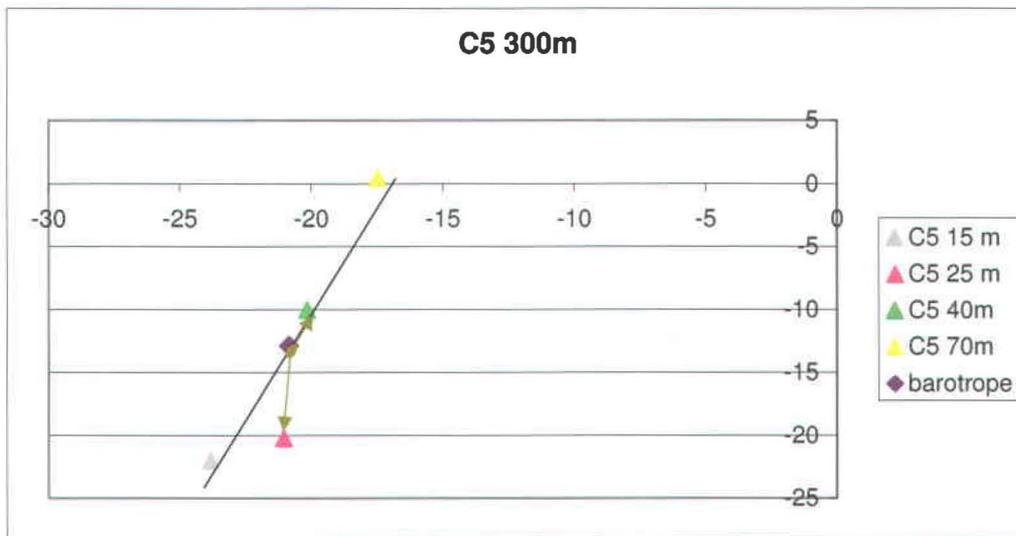


Figure 2.17: Diagramme d'Argand du mouillage C5. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

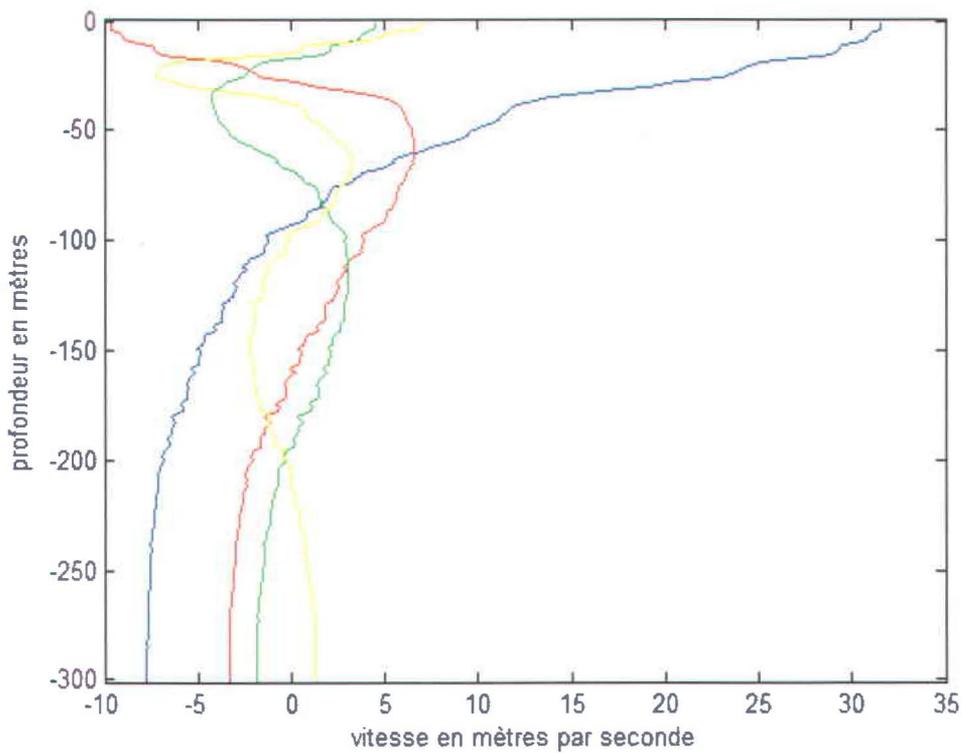


Figure 2.18: Modes verticaux théoriques pour le mouillage C5. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

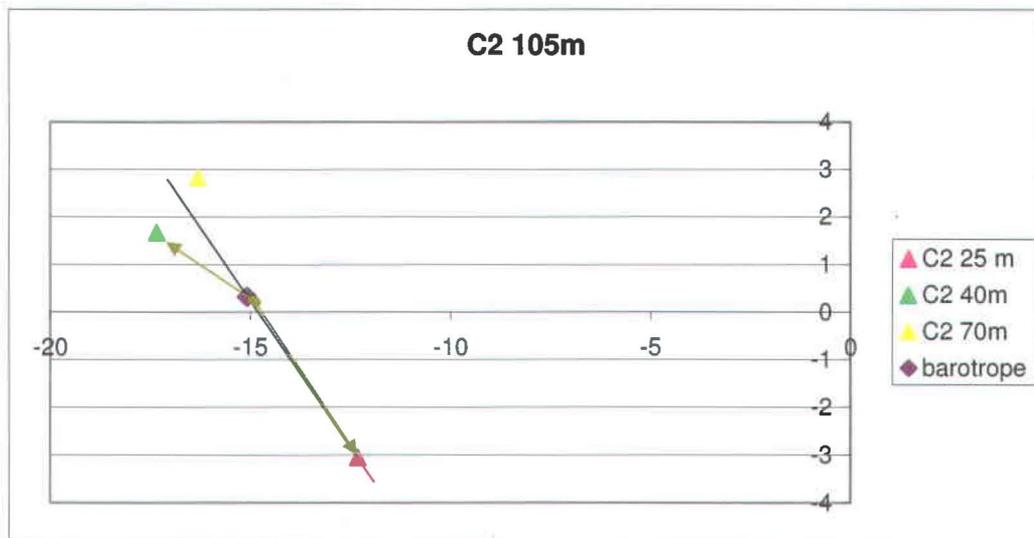


Figure 2.19: Diagramme d'Argand du mouillage C2. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

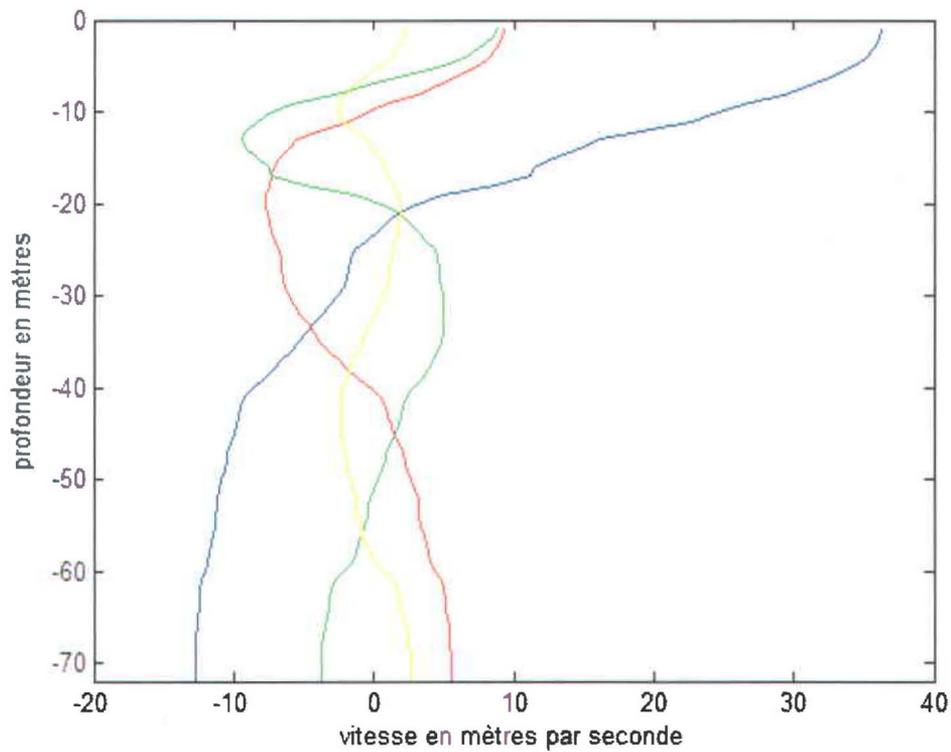


Figure 2.20: Modes verticaux théoriques pour le mouillage C2. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

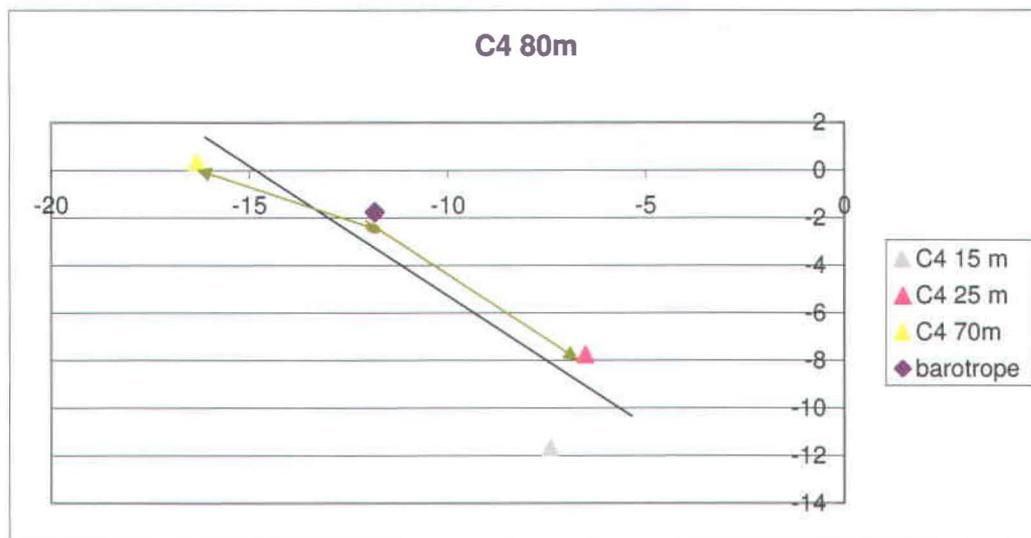


Figure 2.21: Diagramme d'Argand du mouillage C4. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

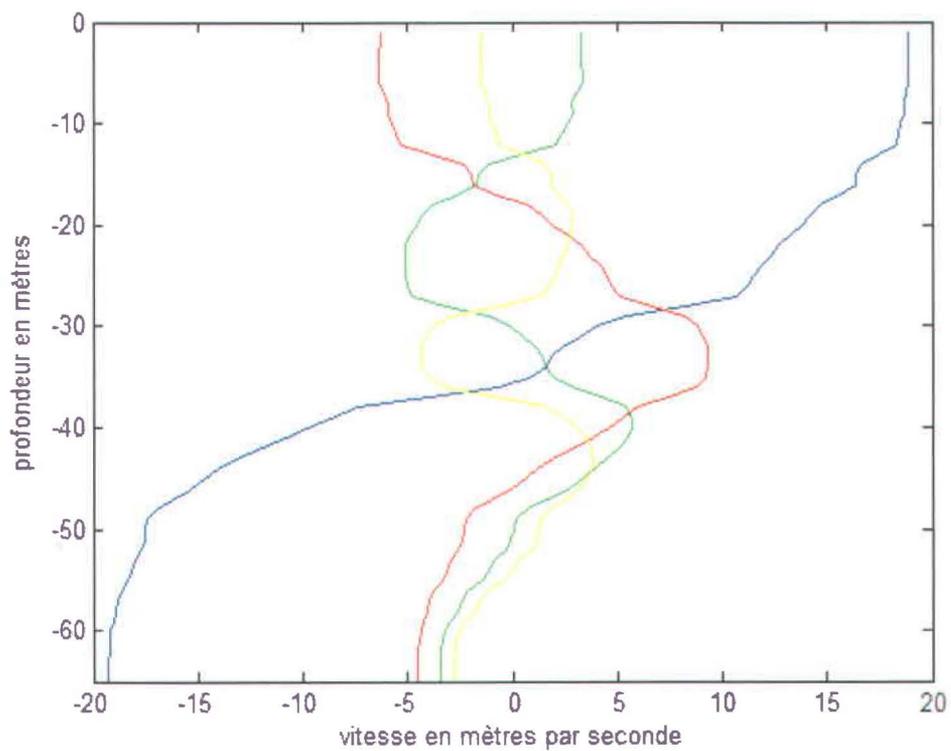


Figure 2.22: Modes verticaux théoriques pour le mouillage C4. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

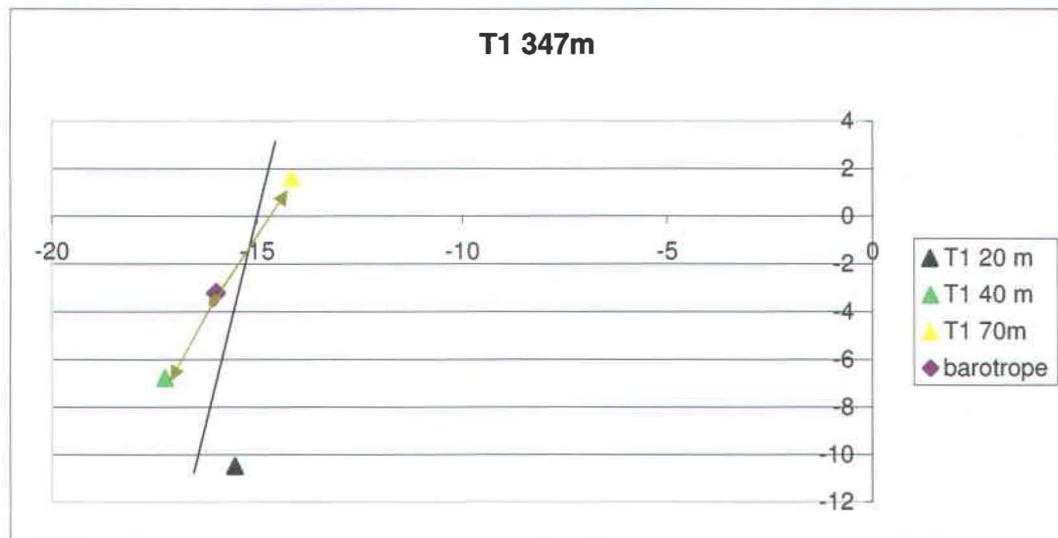


Figure 2.23: Diagramme d'Argand du mouillage T1. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

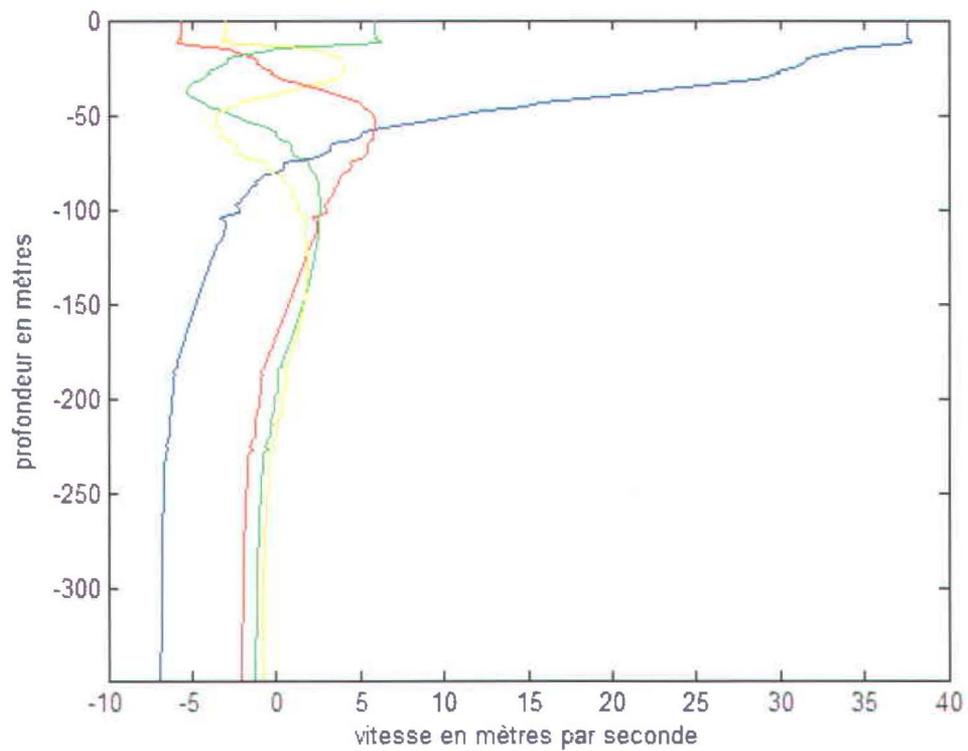


Figure 2.24: Modes verticaux théoriques pour le mouillage T1. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

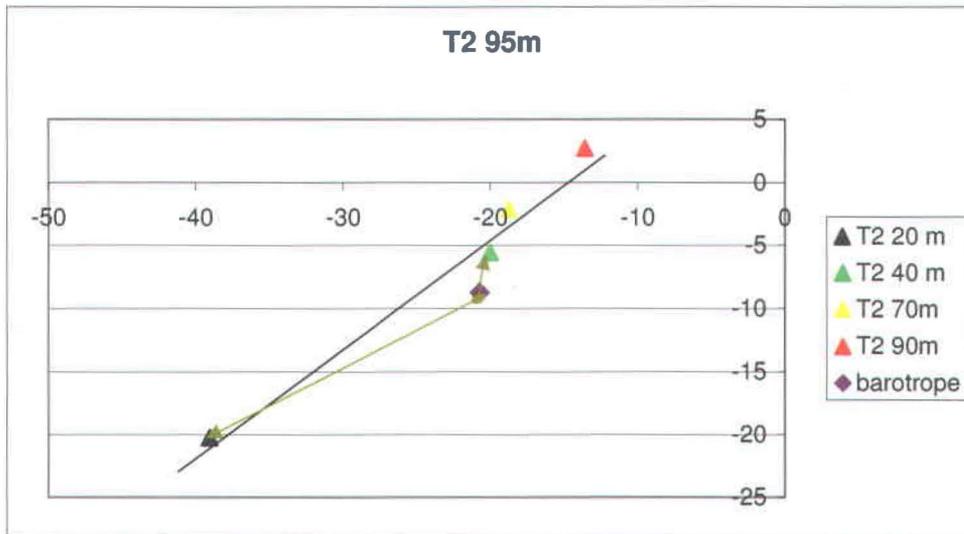


Figure 2.25: Diagramme d'Argand du mouillage T2. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

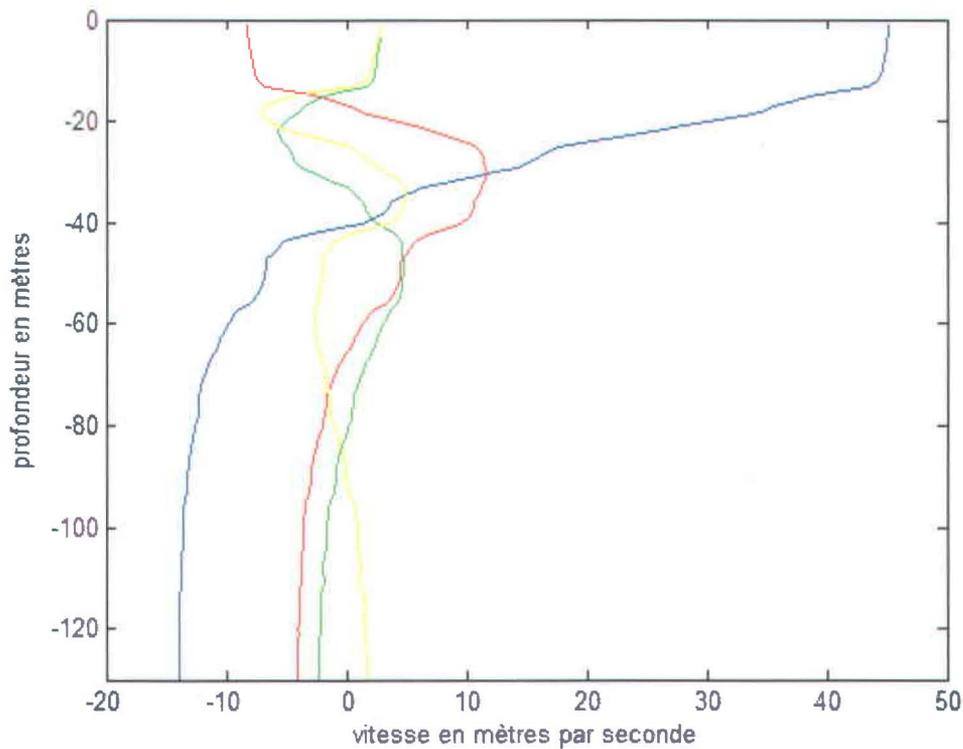


Figure 2.26: Modes verticaux théoriques pour le mouillage T2. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

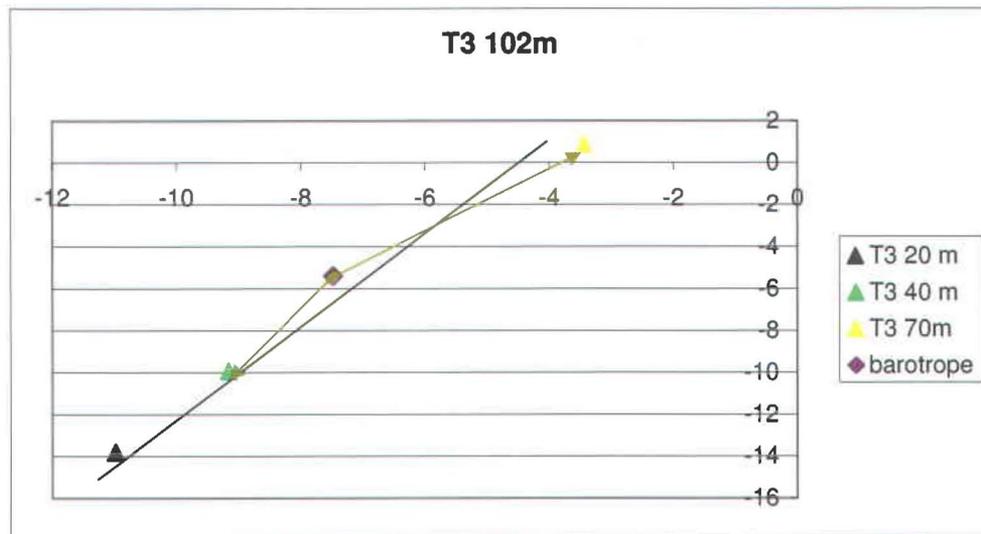


Figure 2.27: Diagramme d'Argand du mouillage T3. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

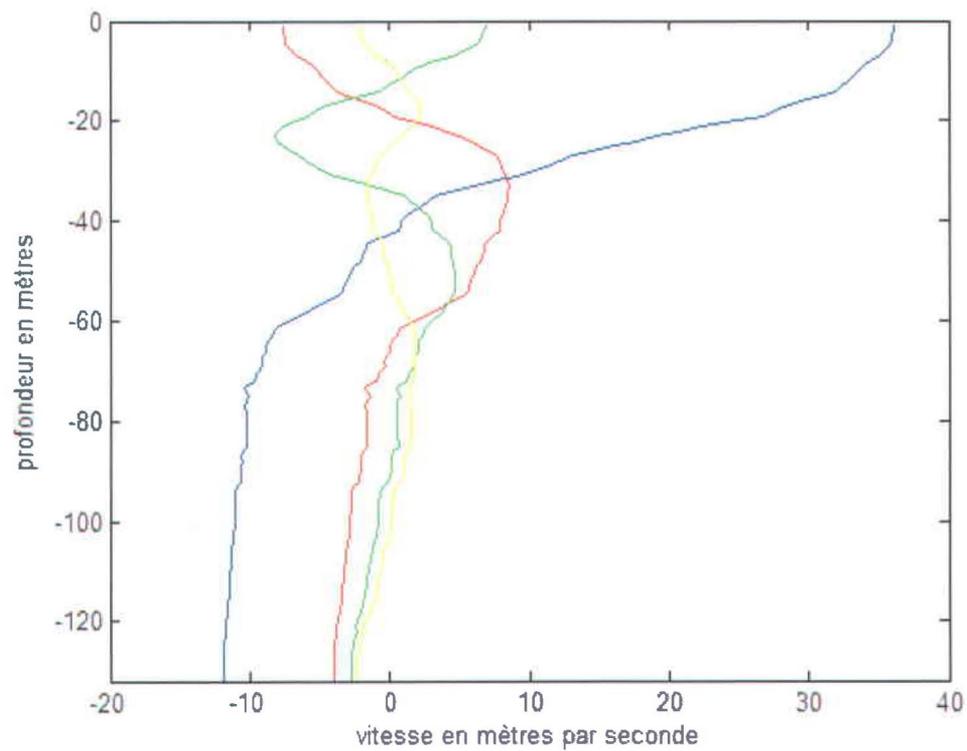


Figure 2.28: Modes verticaux théoriques pour le mouillage T3. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

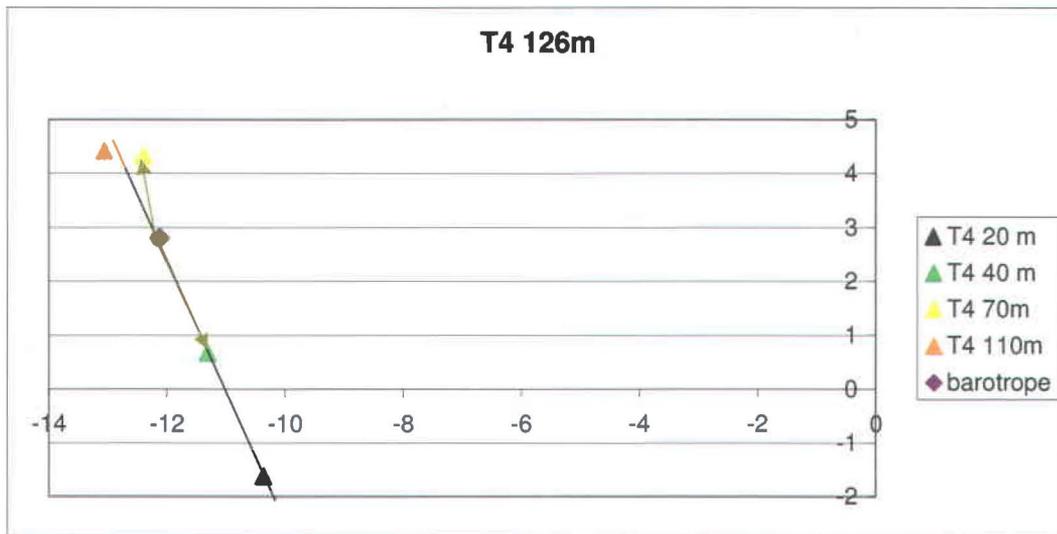


Figure 2.29: Diagramme d'Argand du mouillage T4. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

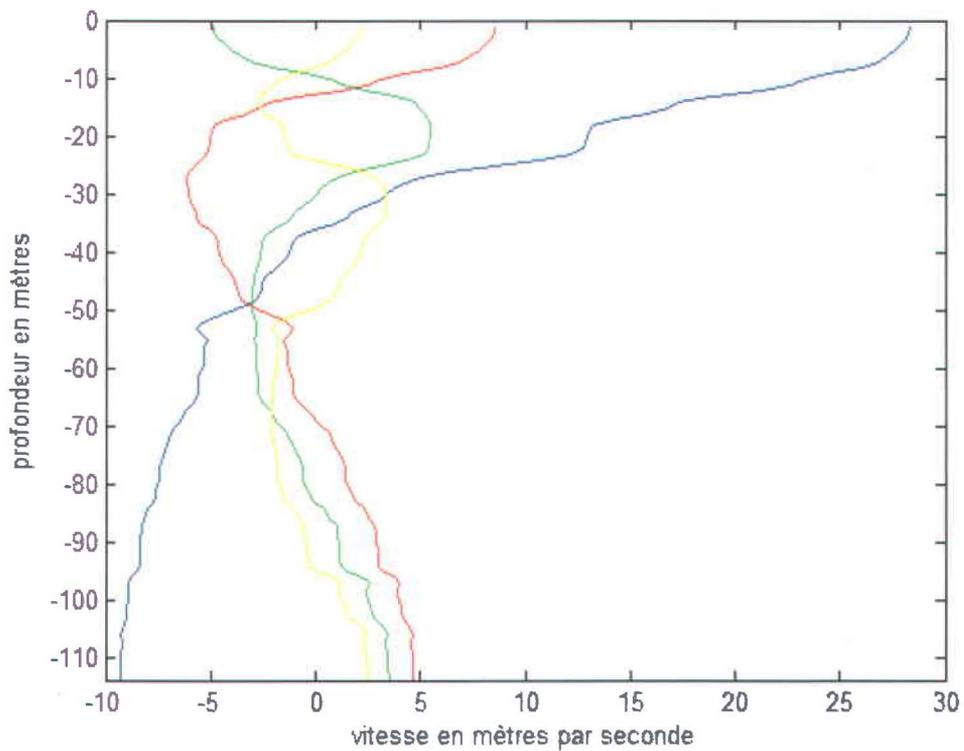


Figure 2.30: Modes verticaux théoriques pour le mouillage T4. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

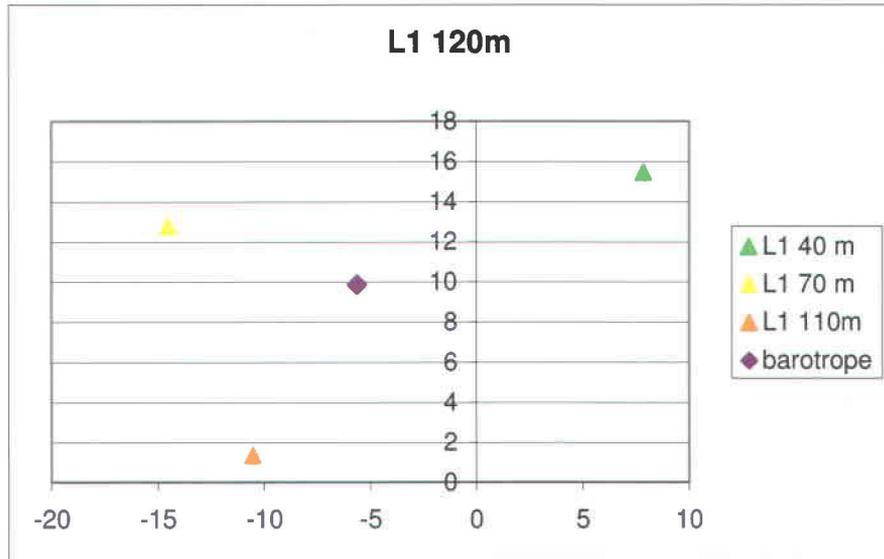


Figure 2.31: Diagramme d'Argand du mouillage L1. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

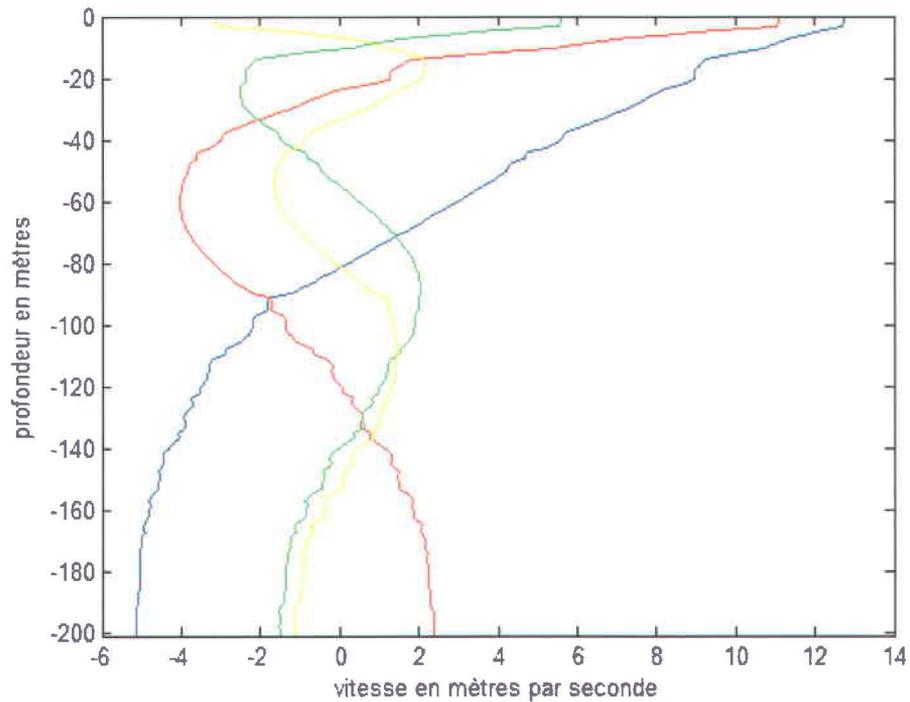


Figure 2.32: Modes verticaux théoriques pour le mouillage L1. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

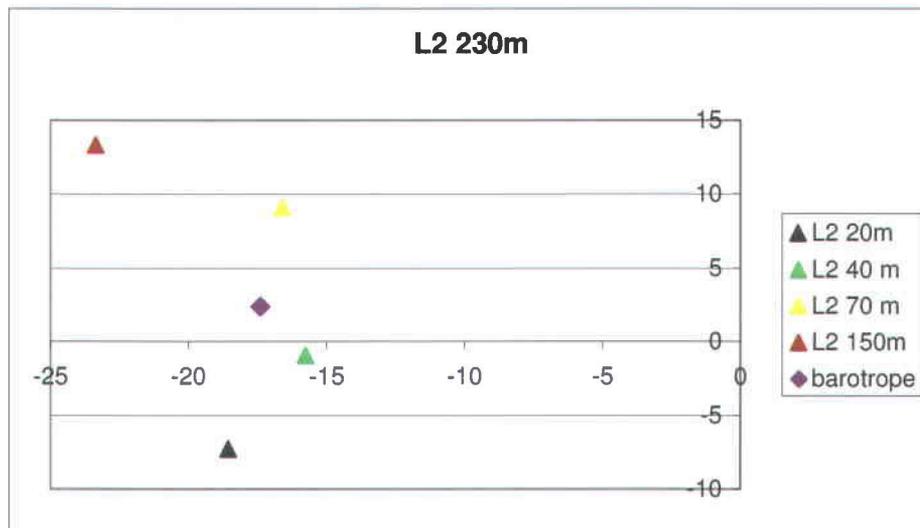


Figure 2.33: Diagramme d'Argand du mouillage L2. Seul le bout des flèches des vecteurs est indiqué. Voir figure 2.7 pour plus de détails.

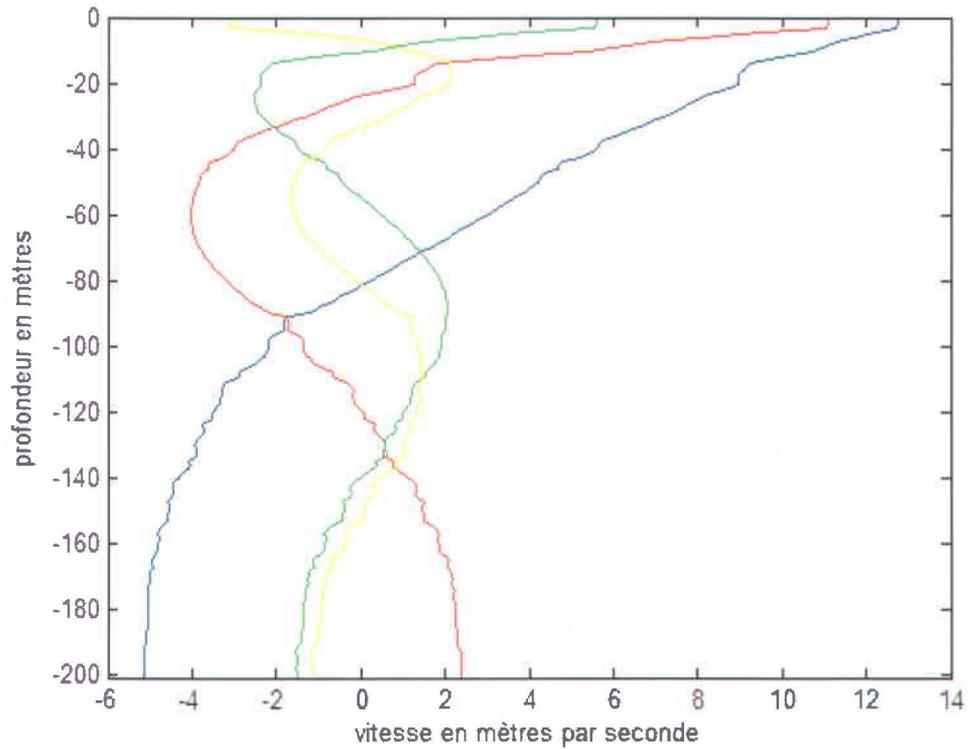


Figure 2.34: Modes verticaux théoriques pour le mouillage L2. Le premier mode est en bleu, le deuxième en rouge, le troisième en vert et le quatrième en jaune.

Mouillage	T1	T2	T3	T4	T5
Phase barocline à 20 mètres en degrés	289	217	248	260	217
Phase barocline à 40 mètres en degrés	252	55	251	290	213
Phase barocline à 70 mètres en degrés	75	312 (-48)	57	103	303 (-57)
Phase barotrope en degrés	191	203	216	167	173

Tableau 2.1: Déphasage par rapport à Greenwich calculé par moyenne sur la profondeur pour la partie barotrope et par soustraction du courant barotrope pour la partie barocline. Les déphasages s'appliquent à la composante M_2 des courants.

	T5-T1 à 70 mètres	T5-T4 à 70 mètres	T2-T3 à 70 mètres	T2-T3 à 40 mètres
Déphasage calculé en degrés	132	160	105	195
Déphasage théorique en degrés	138	218	200	200

Tableau 2.2: Déphasage entre deux mouillages calculé à partir des données comparés au déphasage théorique calculé en prenant une longueur d'onde de 45.7 kilomètres. Les déphasages s'appliquent à la composante M_2 des courants.

Mouillages	T1	T2	T3	T4
Courants moyens à 20 mètres	18.7	44	17.6	10.5
Courants moyens à 40 mètres	18.5	20.8	13.5	11.3
Courants moyens à 70 mètres	14.2	18.9	3.5	13.2
Courants moyens à 90 mètres		13.9		
Courants moyens à 110 mètres				13.8
Courants moyens à 150 mètres	19			
Courants moyens barotropes	16.3	22.5	9.2	13.8

Tableau 2.3: Courants moyens en cm s^{-1} . Ils sont calculés par analyse harmonique des courants totaux. Les courants moyens barotropes sont calculés selon la méthode décrite dans le paragraphe 2.4.1. Les amplitudes s'appliquent à la composante M_2 des courants pour l'année 1990.

3 Modélisation des marées internes dans l'estuaire du Saint-Laurent

3.1 Introduction

Le problème de la génération des marées internes au dessus d'une brusque remontée bathymétrique est résolu en prenant comme forçage une onde externe à la fréquence de marée de type onde plane progressive se propageant dans un milieu stratifié à deux couches : c'est l'onde incidente. Cette onde se heurte au changement de bathymétrie perpendiculairement à la direction de propagation. Il s'ensuit un phénomène de diffusion qui génère des ondes de marée externe et interne réfléchies vers l'aval et des ondes de marée externes et internes transmises vers l'amont. L'onde incidente est donc responsable de la génération des marées internes. Ceci constitue l'hypothèse principale.

Les équations générales sont présentées puis résolues dans les cas plus simples, sans dépendance latérale, d'une marche puis d'une bathymétrie exponentielle. Enfin, le modèle est appliqué au cas particulier du Saint-Laurent.

3.2 Équations générales et conditions d'ajustements

Considérons tout d'abord le cas général d'un fluide à deux couches au-dessus d'une bathymétrie variable spatialement (figure 3.1). Les équations générales gouvernant le mouvement à l'intérieur d'une couche d'eau sont les suivantes.

$$\frac{\partial(\rho\bar{V})}{\partial t} + \text{div}(\rho\bar{V} \otimes \bar{V}) = -\overline{\text{grad}}(p) + \text{div}(\bar{\tau}) + \rho\bar{f} \quad (6)$$

Où \bar{V} est le vecteur vitesse de composantes (u, v, w) , ρ la densité du fluide, p la pression, $\bar{\tau}$ le tenseur des contraintes, \bar{f} les forces volumiques. L'équation de continuité de la masse stipulant que, dans un volume donné, une variation de densité est due à une entrée de matière :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (7)$$

Dans le cas plus particulier traité ici, un certain nombre d'hypothèses est à prendre en compte. On néglige les contraintes surfaciques, la force de Coriolis et les phénomènes non linéaires. Concernant la force de pesanteur, l'approximation est différente suivant les axes x , y et suivant l'axe z . Suivant l'axe z , on néglige l'accélération verticale devant le gradient de pression et la force de pesanteur. Suivant les axes horizontaux, on néglige cette fois la force de pesanteur devant les accélérations horizontales et le gradient de pression. Les autres forces volumiques sont également négligées. Les vitesses horizontales sont indépendantes de z pour une couche donnée et le fluide est supposé idéal.

Ainsi, les équations (6) et (7) deviennent :

$$\frac{\partial(\vec{V}_h)}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \overline{\text{grad}_h(p)} \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (9)$$

Où $\overline{\text{grad}_h}$ est le gradient horizontal, \vec{V}_h la vitesse horizontale et où g , l'accélération de pesanteur, est dirigée vers le bas. L'équation hydrostatique (équation (9)) implique que le gradient vertical de pression est directement proportionnel à la densité. L'hypothèse hydrostatique est utilisée dans beaucoup d'études car elle simplifie grandement les calculs.

En intégrant l'équation (7) sur toute la colonne d'eau nous obtenons :

$$\frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

Où $\frac{\partial \eta}{\partial t}$ est la variation de la hauteur d'eau de la couche considérée et h la hauteur de la colonne d'eau au repos. Plus précisément, les équations pour les deux couches au dessus d'une bathymétrie quelconque deviennent (Leblond et Mysak 1978) :

Pour la couche supérieure (couche 1) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_1}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_1}{\partial y} &= 0\end{aligned}\quad (11)$$

$$h_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial (\eta_1 - \eta_2)}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

Pour la couche inférieure (couche 2) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_2}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + g' \frac{\partial (\eta_2 - \eta_1)}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_1}{\partial y} + g' \frac{\partial (\eta_2 - \eta_1)}{\partial y} &= 0\end{aligned}\quad (13)$$

$$\frac{\partial h_2 u_2}{\partial x} + \frac{\partial h_2 v_2}{\partial y} + \frac{\partial \eta_2}{\partial t} = 0 \quad (14)$$

Où g' est la gravité réduite et vaut Δg avec $\Delta = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$.

Et l'expression des vitesses est donc :

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \quad (15)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - g' \frac{\partial (\eta_2 - \eta_1)}{\partial x} \quad (16)$$

Les cas correspondant aux différents domaines vont être précisés dans la partie suivante.

Les conditions d'ajustements imposent la continuité du transport et de la pression au changement de domaine ainsi que la nullité de la vitesse normale à la direction de propagation sur les bords du chenal lorsque des frontières latérales sont présentes.

3.3 Solutions sans dépendance latérale

La résolution analytique de ces équations est impossible dans le cas général et souvent difficile, même après simplification. La dépendance latérale a donc été supprimée afin de s'intéresser plus particulièrement et plus facilement aux phénomènes axiaux (exemple : influence de la longueur du domaine II, de la taille du seuil etc...) (figure 3.1). Une étude préliminaire du phénomène de diffusion dans un milieu non stratifié est nécessaire étant donné que cela constitue le forçage du modèle deux couches.

3.3.1 Une couche : étude préliminaire du phénomène barotrope

3.3.1.1 Cas d'une marche

Ce calcul est un calcul classique déjà traité dans plusieurs ouvrages. Seules les étapes clés sont présentées.

3.3.1.1.1 Équations

Ce cas revient à coller les domaines I et III (figure 3.1). Les équations (11) et (12) deviennent dans le cas d'une seule couche :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

$$h \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (18)$$

La résolution est faite en termes de l'élévation η .

On peut facilement isoler η en faisant $h \frac{\partial}{\partial x} (17) - \frac{\partial}{\partial t} (18)$:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \quad (19)$$

Cette équation est l'équation d'onde classique qui a pour solution dans le cas général :

$$\eta = \text{Re} \left(A e^{i(kx - \omega t + \varphi)} \right) \quad (20)$$

Où $k = \frac{\omega}{\sqrt{gh}}$, ω est la fréquence en radians par seconde, φ est le déphasage à l'origine

et Re indique qu'il faut prendre la partie réelle de la solution.

En connaissant l'expression de l'élévation on peut facilement en déduire l'expression de la vitesse grâce à l'équation suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (21)$$

Conditions d'ajustements en x :

La pression doit être continue au changement de domaine c'est-à-dire en $x=0$ $\eta_I = \eta_{III}$

Le transport normal au seuil se conserve au changement de domaine, c'est-à-dire en $x=0$ $h_I u_I = h_{III} u_{III}$ et donc d'après l'équation (21) $h_I \frac{\partial \eta_I}{\partial x} = h_{III} \frac{\partial \eta_{III}}{\partial x}$.

3.3.1.1.2 Solutions

Les solutions de l'équation (19) appliquées au problème de diffusion sont les suivantes :

Dans le domaine I :

$$\eta_I = \eta_i = \eta_0 T \text{Re} \left(e^{i(k_I x + \omega t + \varphi_T)} \right) \quad (22)$$

Où T est le rapport entre l'amplitude de l'onde transmise et de l'onde incidente, φ_T est

le déphasage entre l'onde réfléchie et l'onde incidente et $k_I = \frac{\omega}{\sqrt{gh_I}}$

Dans le domaine III :

$$\eta_{III} = \eta_i + \eta_r = \eta_0 \operatorname{Re} \left(e^{i(k_{III}x + \omega t)} + R e^{i(k_{III}x - \omega t + \varphi_R)} \right) \quad (23)$$

Où R est le rapport entre l'amplitude de l'onde réfléchie et de l'onde incidente, φ_R est le déphasage entre l'onde réfléchie et l'onde incidente prise comme origine des phases et

$$k_{III} = \frac{\omega}{\sqrt{gh_{III}}}$$

L'ajustement des conditions limites imposent les valeurs des phases (24) ainsi que les valeurs de R et T (25) :

$$\varphi_R = \varphi_T = 0(2\pi) \quad (24)$$

$$T = \frac{2\sqrt{h_{III}}}{\sqrt{h_I} + \sqrt{h_{III}}} \text{ et } R = \frac{\sqrt{h_{III}} - \sqrt{h_I}}{\sqrt{h_I} + \sqrt{h_{III}}} \quad (25)$$

3.3.1.2 Bathymétrie exponentielle

Les domaines I et III ont déjà été traités dans le paragraphe 3.3.1.1, les expressions pour η_I et η_{III} ((22) et (23)) sont les mêmes. Seuls les coefficients R et T sont recalculés.

3.3.1.2.1 *Les équations :*

La méthode est la même que pour le cas d'une marche mais la hauteur moyenne h dépend de l'abscisse x dans le domaine II.

Les équations (11) et (12) deviennent dans le cas d'une bathymétrie exponentielle :

$$\frac{\partial u_{II}}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_{II}}{\partial x} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial h_{II} u_{II}}{\partial x} + \frac{\partial \eta_{II}}{\partial t} = 0 \quad (27)$$

La résolution est faite en termes d'élévation, il convient d'exprimer toutes les équations de cette manière.

On peut facilement isoler η en effectuant l'opération suivante : $\frac{\partial}{\partial x}(h_{II} (26)) - \frac{\partial}{\partial t} (27) :$

$$\frac{\partial^2 \eta_{II}}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} (gh_{II} \frac{\partial \eta_{II}}{\partial x}) = 0 \quad (28)$$

L'équation obtenue est l'équation d'onde classique mais, contrairement à l'équation (19), gh_{II} dépend maintenant de x .

Conditions d'ajustements en x :

La pression doit être continue au changement de domaine c'est-à-dire en $x=0$ $\eta_I = \eta_{II}$ et en $x=l$ $\eta_{II} = \eta_{III}$

Le transport normal au seuil se conserve au changement de domaine, c'est-à-dire en $x=0$ $u_I = u_{II}$ et donc d'après l'équation (21) $\frac{\partial \eta_I}{\partial x} = \frac{\partial \eta_{II}}{\partial x}$ et en $x=l$ $u_{II} = u_{III}$ et donc d'après l'équation (21) $\frac{\partial \eta_{II}}{\partial x} = \frac{\partial \eta_{III}}{\partial x}$.

3.3.1.2.2 Les solutions :

La profondeur du domaine II varie en fonction de x :

$$h_{II}(x) = h_I e^{dx} \text{ où } d = \frac{\ln(\frac{h_{III}}{h_I})}{l} \quad (29)$$

En posant :

$$\eta = \bar{\eta} e^{i(\alpha x + \varphi)} \quad (30)$$

L'équation (28) devient :

$$\frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial x^2} + d \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} + \frac{\omega^2}{gh_I} e^{-dx} \bar{\eta} = 0 \quad (31)$$

En posant :

$$\alpha = e^{\frac{dx}{2}} \bar{\eta} \text{ puis } s(x) = 2e^{\frac{dx}{2}} \sqrt{\frac{\omega^2}{d^2 gh_I}} \quad (32)$$

On obtient l'équation différentielle de Bessel du premier ordre :

$$s^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial s^2} + s \frac{\partial \alpha}{\partial s} - (1 - s^2) \alpha = 0 \quad (33)$$

(équation 274 de Handbook of mathematical function (Abramowitz et Stegun 1964))

La solution pour α est donc:

$$\alpha(s) = AJ_1(s) + BY_1(s) \quad (34)$$

Où A et B sont les constantes d'intégration prises complexes dans le cas général.

La solution finale:

$$\eta = e^{\frac{dx}{2}} (AJ_1(s) + BY_1(s)) e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (35)$$

$$\text{Où } s(x) = 2e^{-\frac{dx}{2}} \sqrt{\frac{\omega^2}{d^2 g h_1}}$$

Les longueurs d'onde dans les domaines I et III étant différentes, le domaine II sert de transition douce entre ces deux régions. Les fonctions de Bessel sont en quelque sorte des fonctions sinusoïdales à longueurs d'onde variables. Ces fonctions permettent d'effectuer la transition spatiale entre les 2 domaines. Il est donc tout à fait logique d'obtenir de telles solutions. L'ajustement des conditions limites imposent les valeurs des phases (36) ainsi que les valeurs de R , T , A et B , non fournies car trop complexes.

$$\varphi = \varphi_T = k_{III} * l \text{ et } \varphi_R = -2k_{III} * l \quad (36)$$

3.3.1.3 Résultats

Tous les résultats ont été obtenus pour la marée de fréquence M_2 . L'amplitude de l'onde incidente est prise égale à 1 mètre. Pour les figures 3.2 et 3.3 seul le rapport

$\beta = \frac{h_I}{h_{III}}$ varie. La pente ainsi que la longueur du domaine II demeure constante pour

l'ensemble du graphique. On présente aussi des résultats pour une bathymétrie linéaire (figure 3.1). L'intégration a été faite à l'aide du logiciel Maple. Aucune formule analytique n'a pu être trouvée dans ce cas. La méthode n'est donc pas détaillée. Ces

résultats ont pour but d'appuyer les conclusions générales pour plus d'un type de bathymétrie.

3.3.1.3.1 Effet d'un changement de la taille de la marche (figure 3.2) :

La taille de la marche influence beaucoup le phénomène de diffusion. Ce dernier provoque une augmentation de la hauteur des marées externes des deux cotés du seuil. Sans diffusion, on aurait une amplitude constante égale à l'amplitude de l'onde incidente.

Les coefficients R et T diminuent quand le rapport β augmente donc quand la taille du seuil diminue. Lorsque la hauteur du seuil est proche de 0, le phénomène de réflexion est quasi inexistant et toute l'onde incidente est transmise. Inversement, Les coefficients R et T augmentent quand le rapport β diminue. En effet, plus le « mur » est grand et plus la réflexion est importante.

3.3.1.3.2 Effet d'un changement de la longueur du domaine II (équivalent à un changement de pente) (tableau 3.1, tableau 3.2, figure 3.2 et figure 3.3) :

Dans ce paragraphe, quand on parle de pente cela signifie pente en valeur absolue. La pente est égale à la hauteur divisée par la longueur du changement de bathymétrie même pour la bathymétrie exponentielle. La longueur du domaine II change en gardant constantes les valeurs de h_I et de h_{III} . Dans ce cas, changer la longueur du domaine II revient à changer la pente. Dans le cas général, plus la pente est grande et plus la bathymétrie se rapproche d'une marche. Pour des pentes supérieures à 1% et β supérieur à 0.05, l'écart maximum entre une bathymétrie exponentielle et une marche est inférieur à 6%. Il en est de même pour une bathymétrie linéaire et une marche. Dans le cas extrême d'une pente de 0.5% et β qui vaut 0.05 l'écart s'élève à environ 17% (tableau 3.1 et tableau 3.2). Ceci correspond par exemple à un cas où le changement de bathymétrie se fait sur une distance d'environ 400 km (pour $h_I = 100$ mètres). Il faut noter que c'est un cas limite puisque le changement bathymétrique s'effectue généralement sur une distance inférieure à 300 km. C'est par exemple 50 km dans le cas

du plateau continental traité par Maze (1987). La forme de la modélisation du seuil semble donc avoir peu d'influence sur le phénomène de diffusion des marées externes pour une même région.

3.3.2 Deux couches

Le cas de deux couches est traité de la même manière que le cas à une couche en commençant par le cas simple d'une couche. Ce cas est résolu grâce à la méthode des modes normaux décrite par Leblond et Mysak (1978). Le cas exponentiel est traité à la suite grâce à une résolution numérique aidé par le logiciel Maple.

3.3.2.1 Cas d'une couche

Ce cas revient à coller les domaines I et III (figure 3.1).

3.3.2.1.1 Équations :

Dans un premier temps on ne fera pas la distinction entre le domaine I et le domaine III. Cette distinction ne sera utile que dans la partie solution où l'on effectuera l'ajustement des conditions limites.

Les équations (11), (12), (13) et (14) sans dépendance latérale deviennent :

Pour la couche supérieure (couche 1) :

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = 0 \quad (37)$$

$$h_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial(\eta_1 - \eta_2)}{\partial t} = 0 \quad (38)$$

Pour la couche inférieure (couche 2) :

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + g' \frac{\partial (\eta_2 - \eta_1)}{\partial x} = 0 \quad (39)$$

$$h_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial \eta_2}{\partial t} = 0 \quad (40)$$

Après quelques manipulations, les équations suivantes sont obtenues :

$$\frac{\partial^2 \eta_1}{\partial t^2} - g(h_1 + h_2) \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x^2} - g' h_2 \frac{\partial^2 (\eta_2 - \eta_1)}{\partial x^2} = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial^2 \eta_2}{\partial t^2} - g h_2 \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x^2} - g' h_2 \frac{\partial^2 (\eta_2 - \eta_1)}{\partial x^2} = 0 \quad (42)$$

Ces deux équations forment un système de deux équations différentielles ordinaires. La méthode de résolution classique de ce genre de systèmes consiste à diagonaliser la matrice obtenue. La méthode décrite par Leblond et Mysak (1978) est utilisée ici. L'équation (41) est additionnée à s fois l'équation (42) pour obtenir l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 (\eta_1 + s\eta_2)}{\partial t^2} - [gh_1 + h_2(1+s)(g - g')] \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x^2} - g' h_2 (1+s) \frac{\partial^2 \eta_2}{\partial x^2} = 0 \quad (43)$$

En posant $\eta = \eta_1 + s\eta_2$ et en supposant que η_1 et η_2 sont linéairement indépendants, l'équation (43) représente une simple équation d'onde pour η si et seulement si :

$$\left\{ \begin{array}{l} gh = gh_1 + h_2(1+s)(g - g') \\ \text{et} \\ gsh = g' h_2(1+s) \end{array} \right\} \quad (44)$$

Ce système de deux équations à deux inconnues admet deux couples solutions : $\{h^0, s^0\}$ et $\{h^1, s^1\}$. Le premier couple correspond au mode barotrope et le second au mode barocline.

η vérifie donc les deux équations aux modes normaux :

$$\frac{\partial^2 \eta^m}{\partial t^2} - gh^m \frac{\partial^2 \eta^m}{\partial x^2} = 0 \text{ pour } m=0,1 \quad (45)$$

L'exposant 0 indique le mode barotrope et l'exposant 1 le mode barocline.

Conditions d'ajustements en x :

La pression doit être continue au changement de domaine c'est-à-dire en $x=0$ $\eta_{1I} = \eta_{1III}$ et $\eta_{2I} = \eta_{2III}$. Le transport normal au seuil se conserve au changement de domaine, c'est-à-dire en $x=0$ $h_{1I}u_{1I} = h_{1III}u_{1III}$ et $h_{2I}u_{2I} = h_{2III}u_{2III}$ donc d'après les équations (15) et (16) :

$$h_{1I} \frac{\partial \eta_{1I}}{\partial x} = h_{1III} \frac{\partial \eta_{1III}}{\partial x} \quad \text{et} \quad h_{1I} \left(\frac{\partial \eta_{1I}}{\partial x} + \Delta \frac{\partial (\eta_{2I} - \eta_{1I})}{\partial x} \right) = h_{1III} \left(\frac{\partial \eta_{1III}}{\partial x} + \Delta \frac{\partial (\eta_{2III} - \eta_{1III})}{\partial x} \right)$$

3.3.2.1.2 Les solutions :

Les solutions de ces équations sont des ondes progressives de la forme :

$$\eta^m = \cos(k^m x \pm \omega t + \varphi^m) \quad (46)$$

Où $k^m = \sqrt{\frac{\omega^2}{gh^m}}$

Les solutions appliquées au problème de diffusion sont les suivantes :

Pour le mode barotrope :

$$\eta_{III}^0 = \eta_i^0 + \eta_r^0 = \eta_0 \operatorname{Re} \left(e^{i(k_{III}^0 x + \omega t)} + R^0 e^{i(k_{III}^0 x - \omega t + \varphi_R^0)} \right) \quad (47)$$

$$\eta_I^0 = \eta_t^0 = \eta_0 \operatorname{Re} \left(T^0 e^{i(k_I^0 x + \omega t + \varphi_T^0)} \right) \quad (48)$$

Pour le mode barocline :

$$\eta_{III}^1 = \eta_r^1 = \eta_0 R^1 \operatorname{Re} \left(e^{i(k_{III}^1 x - \omega t + \varphi_R^1)} \right) \quad (49)$$

$$\eta_I^1 = \eta_t^1 = \eta_0 T^1 \operatorname{Re} \left(e^{i(k_I^1 x + \omega t + \varphi_T^1)} \right) \quad (50)$$

$$\text{Où } k_I^0 = \frac{\omega}{\sqrt{gh_I^0}}, k_I^1 = \frac{\omega}{\sqrt{gh_I^1}}, k_{III}^0 = \frac{\omega}{\sqrt{gh_{III}^0}}, k_{III}^1 = \frac{\omega}{\sqrt{gh_{III}^1}} \quad (51)$$

On retrouve les expressions pour les deux couches à l'aide des formules suivantes :

Pour le domaine I :

$$\eta_{1I} = \frac{1}{s_I^o - s_I^1} (s_I^o \eta_{1I}^1 - s_I^1 \eta_{1I}^0) \quad (52)$$

$$\eta_{2I} = \frac{1}{s_I^o - s_I^1} (\eta_{1I}^0 - \eta_{1I}^1) \quad (53)$$

Pour le domaine III :

$$\eta_{1III} = \frac{1}{s_{III}^o - s_{III}^1} (s_{III}^o \eta_{1III}^1 - s_{III}^1 \eta_{1III}^0) \quad (54)$$

$$\eta_{2III} = \frac{1}{s_{III}^o - s_{III}^1} (\eta_{1III}^0 - \eta_{1III}^1) \quad (55)$$

On obtient ainsi :

$$\eta_{1I} = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{s_I^o - s_I^1} (s_I^o \eta_0 T^1 e^{i(k_I^1 x + \alpha x + \varphi_T^1)} - s_I^1 \eta_0 T^0 e^{i(k_I^0 x + \alpha x + \varphi_T^0)}) \right) \quad (56)$$

$$\eta_{2I} = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{s_I^o - s_I^1} (\eta_0 T^0 e^{i(k_I^0 x + \alpha x + \varphi_T^0)} - \eta_0 T^1 e^{i(k_I^1 x + \alpha x + \varphi_T^1)}) \right) \quad (57)$$

$$\eta_{1III} = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{s_{III}^o - s_{III}^1} (s_{III}^o \eta_0 R^1 e^{i(k_{III}^1 x - \alpha x + \varphi_R^1)} - s_{III}^1 \eta_0 (e^{i(k_{III}^0 x + \alpha x)} + R^0 e^{i(k_{III}^0 x - \alpha x + \varphi_R^0)})) \right) \quad (58)$$

$$\eta_{2III} = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{s_{III}^o - s_{III}^1} (\eta_0 (e^{i(k_{III}^0 x + \alpha x)} + R^0 e^{i(k_{III}^0 x - \alpha x + \varphi_R^0)}) - \eta_0 R^1 e^{i(k_{III}^1 x - \alpha x + \varphi_R^1)}) \right) \quad (59)$$

Les conditions d'ajustements permettent une solution si et seulement si tous les déphasages sont nuls, c'est-à-dire $\varphi_T^0 = \varphi_T^1 = \varphi_R^1 = \varphi_R^0 = 0 \ (2\pi)$. En appliquant ces dernières aux expressions (56), (57), (58) et (59) on obtient les solutions de R^0, R^1, T^0, T^1 , non fournies car trop complexes.

3.3.2.2 Bathymétrie exponentielle

Les domaines I et III ont déjà été traités dans le paragraphe 3.3.2.1. Les expressions pour η_{1I} , η_{2I} , η_{1III} et η_{2III} ((22) et (23)) sont les mêmes. Seuls les coefficients R^0, R^1, T^0, T^1 seront recalculés.

3.3.2.2.1 *Les équations :*

Dans un premier temps on ne fera pas la distinction entre le domaine I et le domaine III. Cette distinction ne sera utile que dans la partie solution où l'on effectuera l'ajustement des conditions limites.

Dans le cas d'une bathymétrie exponentielle la profondeur h_2 dépend de x . Les équations (37), (38), (39), (40) deviennent les suivantes.

Pour la couche supérieure (couche 1) :

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = 0 \quad (60)$$

$$h_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial(\eta_1 - \eta_2)}{\partial t} = 0 \quad (61)$$

Pour la couche inférieure (couche 2) :

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + g \frac{\partial(\eta_2 - \eta_1)}{\partial x} = 0 \quad (62)$$

$$\frac{\partial h_2 u_2}{\partial x} + \frac{\partial \eta_2}{\partial t} = 0 \quad (63)$$

Après calculs on obtient un système de deux équations différentielles à deux inconnues :

$$h_2 \frac{\partial^4 \xi_1}{\partial x^4} + \frac{\partial h_2}{\partial x} \frac{\partial^3 \xi_1}{\partial x^3} + \frac{\omega^2}{g h_1} (h_1 + h_2) \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{g h_1} \frac{\partial h_2}{\partial x} \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\omega^4}{g g h_1} \xi_1 = 0 \quad (64)$$

$$\xi_2 = \frac{gh_1}{\omega^2} \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x^2} + \xi_1 \quad (65)$$

avec $\eta_1 = \text{Re}(\xi_1 e^{-i(\omega t + \varphi_1)}) \quad (66)$

et $\eta_2 = \text{Re}(\xi_2 e^{-i(\omega t + \varphi_2)}) \quad (67)$

L'équation (64) est une équation différentielle du quatrième ordre. Elle est insoluble analytiquement.

Conditions d'ajustements en x :

La pression doit être continue au changement de domaine c'est-à-dire en $x = 0$

$$\eta_{1I} = \eta_{1II} \text{ et } \eta_{2I} = \eta_{2II} \text{ et en } x = l \text{ } \eta_{1III} = \eta_{1II} \text{ et } \eta_{2III} = \eta_{2II}$$

Le transport normal au seuil se conserve au changement de domaine, c'est-à-dire

$$\text{en } x = 0 \text{ } u_{1I} = u_{1II} \text{ et } u_{2I} = u_{2II} \text{ donc d'après les équations (15) et (16) } \frac{\partial \eta_{1I}}{\partial x} = \frac{\partial \eta_{1II}}{\partial x} \text{ et}$$

$$\frac{\partial \eta_{1I}}{\partial x} + \Delta \frac{\partial(\eta_{2I} - \eta_{1I})}{\partial x} = \frac{\partial \eta_{1II}}{\partial x} + \Delta \frac{\partial(\eta_{2II} - \eta_{1II})}{\partial x}. \text{ En } x = l \text{ } u_{1III} = u_{1II} \text{ et } u_{2III} = u_{2II} \text{ donc}$$

$$\text{d'après les équations (15) et (16) } \frac{\partial \eta_{1II}}{\partial x} = \frac{\partial \eta_{1III}}{\partial x} \text{ et}$$

$$\frac{\partial \eta_{1II}}{\partial x} + \Delta \frac{\partial(\eta_{2II} - \eta_{1II})}{\partial x} = \frac{\partial \eta_{1III}}{\partial x} + \Delta \frac{\partial(\eta_{2III} - \eta_{1III})}{\partial x}$$

Le domaine II a une profondeur qui varie en fonction de x :

$$h_{2II}(x) = h_{2I} e^{dx} \text{ où } d = \frac{\ln(\frac{h_{2III}}{h_{2I}})}{l} \quad (68)$$

L'équation (64), du 4^{ème} ordre, n'est pas soluble dans le cas général mais l'est dans certains cas.

3.3.2.2.2 Les solutions :

La résolution a été faite à l'aide du logiciel Maple qui permet d'obtenir une solution semi-numérique, c'est-à-dire une solution sous la forme d'une fonction de x avec des valeurs numériques. Maple permet de donner une solution particulière pour des valeurs des paramètres données. Aucune formule générale ne pourra donc être fournie. A chaque changement de paramètre, il faut refaire le calcul mais chaque intégration ne prend au maximum que quelques minutes. La solution obtenue est, dans tous les cas traités, une combinaison linéaire de quatre fonctions hypergéométriques. Les coefficients sont notés D1, D2, D3 et D4. Les fonctions de Bessel, solutions du cas à une couche, sont des cas particuliers des fonctions hypergéométriques. Ces dernières permettent, comme leurs cousines de Bessel, d'effectuer la transition spatiale entre les domaines I et III. La forme de la solution est donc compatible avec le problème.

Les conditions d'ajustements imposent les valeurs des déphasages :

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_T^0 = \varphi_T^1 = k_{III}^0 * l (2\pi)$$

$$\varphi_R^1 = -k_{III}^0 * l - k_{III}^1 * l (2\pi)$$

$$\varphi_R^0 = -2k_{III}^0 * l (2\pi)$$

En appliquant les conditions d'ajustements aux expressions (56), (57), (58), (59), (66) et (67), on obtient les valeurs de $R^0, R^1, T^0, T^1, D1, D2, D3$ et $D4$.

3.3.2.3 Résultats

Ce paragraphe présente les réponses du modèle face aux variations successives des paramètres. Certains des cas correspondent à des cas réels ou plausibles, d'autres sont des cas limites. Le tout a pour but de montrer les tendances et les limites du modèle. Une attention particulière sera portée sur la différence entre la modélisation du seuil par une marche ou par une forme exponentielle. Le calcul pour des bathymétries différentes d'une simple marche est beaucoup plus complexe.

3.3.2.3.1 Barotrope (tableau 3.3) :

L'effet de l'ajout d'une stratification, en l'occurrence d'une deuxième couche mince dans la partie supérieure de la colonne d'eau, est décrit par les paramètres $\beta = \frac{h_{2I}}{h_{2III}}$ et $\Delta = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$. Pour les valeurs considérées (tableau 3.3), l'écart est inférieur à 4.2%. Mais si on considère des valeurs de Δ inférieures à 0.05 cet écart se réduit à moins de 2.5%. On ne peut pas affirmer que le mode barocline n'a pas d'influence sur le mode barotrope dans le cas général mais l'influence est très faible voire négligeable dans la plupart des cas.

3.3.2.3.2 Barocline (tableau 3.4) :

Les résultats suivants sont présentés sous la forme d'un tableau dans lequel les différents paramètres varient. La pente correspond à la valeur absolue de la hauteur du seuil divisée par la longueur du domaine II (l). Ce n'est pas la pente de la bathymétrie en tant que telle puisque celle-ci est exponentielle et non linéaire mais elle constitue un bon indicateur, un bon paramètre à prendre en considération.

Au regard du tableau 3.4, les nombres d'ondes varient en fonction de l'épaisseur moyenne des couches et de la taille du seuil. Plus ces derniers augmentent et plus le nombre d'onde augmente. La stratification a aussi une forte influence. En effet, en passant d'une valeur de Δ de 0,001 à 0,004, le nombre d'onde double. Ceci n'est pas surprenant si on regarde les expressions des nombres d'onde (51) et (44).

La stratification influence également la force de rappel. Plus précisément, la gravité réduite ($g' = \Delta g$) détermine l'intensité de cette force. On constate que plus Δ est grand, c'est-à-dire plus la stratification est importante, et plus la gravité réduite est grande. Ainsi, l'amplitude des marées internes est inversement proportionnelle à Δ (tableau 3.4). Une variation de la stratification peut faire doubler voire tripler l'amplitude et le déphasage des marées internes. La stratification est un paramètre extrêmement variable au cours du temps et aussi dans l'espace. Elle peut varier suivant le cycle vive eau - morte eau mais aussi plus intensément encore avec le cycle des saisons (voir dans le

Saint-Laurent paragraphe 2.4.2 et Pichon et Maze (1990)). Le vent également peut effectuer un brassage et faire varier la stratification. Cette variabilité peut aussi se retrouver au niveau de l'épaisseur des couches.

Dans le cas de la marche, plus le changement de bathymétrie est important, plus l'amplitude des marées internes est grande. Ceci est logique et concordant avec ce qui a été constaté sur le mode barotrope dans le cas d'une couche. Cependant, dans le cas d'une bathymétrie exponentielle pour des petites valeurs de β , le comportement semble opposé. Dans le cas d'une couche, les petites valeurs de β engendraient également un comportement différent et difficilement prévisible.

L'écart avec le cas d'une marche varie aussi beaucoup avec la pente. Plus la pente est importante et plus les valeurs de R et de T se rapprochent du cas de la marche. Ceci est cohérent puisque dans le cas d'une pente importante, la longueur du domaine II devient faible et on a vu que le cas d'une marche correspond au cas où la longueur du domaine II est nulle.

Le comportement du modèle est cohérent pour les échelles de valeurs testées. La modélisation du changement bathymétrique par une marche est dans beaucoup de cas trop simpliste. Cependant, pour des seuils courts (pentes importantes) ou des stratifications importantes ($\Delta > 0.01$), cette approximation peut être judicieuse et peut permettre de complexifier les hypothèses sans trop alourdir le calcul.

3.4 Application au Saint-Laurent

La partie 2 nous a permis de conclure que seul le premier mode barocline se propage en aval du seuil du chenal laurentien. Le modèle à deux couches est donc adapté à ce problème.

3.4.1 Modélisation du chenal laurentien

Le chenal laurentien, nous l'avons vu, se termine au niveau de Tadoussac, à l'embouchure du Saguenay (figure 1.1). La remontée bathymétrique abrupte observable en face de Tadoussac se fait sur une distance d'environ 12 kilomètres (figure 2.1). A ce niveau la bathymétrie assez complexe surtout dans l'estuaire moyen (figure 1.2). Cependant on assimilera le chenal laurentien à un bassin de 250 mètres de profondeur et d'une largeur de 20 kilomètres et l'estuaire moyen en amont du Saguenay, à un bassin de 50 mètres de profondeur et de même largeur que précédemment.

Selon la période de l'année, deux ou trois couches sont observables dans les données de température, mais presque toujours deux en densité, en aval de Tadoussac. Les plus fortes amplitudes de marées internes se concentrent au niveau de la couche intermédiaire froide (Wang et al. 1991) ou au niveau de l'interface entre la couche supérieure et la couche inférieure dans le cas d'une stratification à deux couches. Considérons donc deux couches d'épaisseurs h_1 et h_2 de densité ρ_1 et ρ_2 avec les mêmes conventions que pour les paragraphes précédents.

La figure 3.4 montre trois profils de densité classiques à la tête du chenal laurentien en face de Tadoussac. La stratification est modélisée par deux couches de densité respectives $\rho_1 = 1022 \text{ kg/m}^3$ et $\rho_2 = 1027 \text{ kg/m}^3$ (figure 3.4) soit $\Delta = 4.9 \cdot 10^{-3}$. Le modèle est donc utilisé pour modéliser la génération des marées internes avec les paramètres suivants :

$h_1 = 25 \text{ mètres}$, $h_{2I} = 25 \text{ mètres}$, $h_{2III} = 225 \text{ mètres}$, $\Delta = 4.9 \cdot 10^{-3}$, $\omega_{N_2} = 1.40 \cdot 10^{-4} \text{ rad / s}$,
 $\omega_{S_2} = 1.45 \cdot 10^{-4} \text{ rad / s}$. L'amplitude de la marée incidente est prise égale à l'amplitude de la marée externe à Baie Comeau. L'analyse des données donne une amplitude de 1.16 mètres pour la composante M_2 et 0.36 pour la composante S_2 .

3.4.2 Résultats pour le Saint-Laurent

Tous les calculs ont été faits dans le cas d'une bathymétrie exponentielle, plus proche d'une bathymétrie réelle, étant donné que l'écart des amplitudes et des longueurs d'onde peut être important (paragraphe 3.3.1.3) surtout pour une stratification telle que définie plus haut. En effet, l'écart est d'environ 15% pour $\Delta = 4.9 \cdot 10^{-3}$.

Nous avons vu que les marées internes dans l'estuaire du Saint-Laurent sont des ondes de Kelvin et de Poincaré (Forrester 1974). Notre modèle ne tient pas compte de la force de Coriolis ni de la dépendance latérale alors il est normal d'observer des différences entre la structure des modes modélisés et observés. La figure 3.5 montre la forme des marées internes.

La comparaison des valeurs calculées par le modèle aux valeurs calculées à partir des données est quasiment directe en ce qui concerne le mode barotrope. Les hauteurs d'eau peuvent être comparées directement. Le modèle fournit les hauteurs d'eau à Tadoussac (TAD) à partir de la marée incidente barotrope à Baie Comeau (BAC). Les valeurs sont très proches, l'erreur n'est que de 3% pour la composante M_2 et de 5% pour la composante S_2 (tableau 3.5).

La longueur d'onde calculée par le modèle est de 2231 km. Le déphasage théorique entre les mouillages L1 et T1 calculé à partir de cette valeur est de 15° et le déphasage obtenu par analyse harmonique des données de marégraphe est de 14° . Les valeurs théoriques et expérimentales sont proches. L'écart est inférieur à environ 6%. Le modèle semble donc calculer correctement le phénomène de diffusion pour le mode barotrope.

Les valeurs de longueurs d'onde internes et d'amplitude calculées par le modèle sont comparées à celles de la littérature provenant de données terrains et d'un modèle (tableau 3.6). Le modèle est celui de Blackford (1978) qui modélise l'estuaire maritime directement relié au Saguenay par un haut fond. C'est un cas un peu différent mais qui permet de comparer le comportement dans l'estuaire maritime. Les études de Forrester (1974) et Therriault et Lacroix (1976) complètent la comparaison pour l'estuaire maritime et l'étude de Muir (1979) pour l'estuaire moyen. La stratification pouvant être variable suivant un cycle vive eau - morte eau et suivant la saison (paragraphe 2.4), deux

autres stratifications pour le Saint-Laurent sont aussi comparées ($\Delta = 2.0 \cdot 10^{-3}$ et $\Delta = 5.8 \cdot 10^{-3}$). La littérature donne des valeurs de longueur d'onde comprises entre 40 et 60 km pour l'estuaire maritime et entre 47 et 57 km pour l'estuaire moyen. Les valeurs calculées par le modèle sont inférieures (les longueurs d'onde sont supérieures) pour l'estuaire maritime mais restent dans la même échelle. Pour l'estuaire moyen, les valeurs sont toujours sous-évaluées (tableau 3.7). Le nombre d'onde étant fortement dépendant de la stratification, il n'est pas étonnant d'obtenir des valeurs assez variables suivant les études.

La discussion concernant le déphasage barocline a déjà été faite dans la partie le paragraphe 2.4.2 en prenant pour la longueur d'onde la valeur de 47.5 kilomètres obtenu avec le modèle (tableau 2.2).

Les amplitudes trouvées dans la littérature varient beaucoup d'une source à l'autre. Dans l'estuaire moyen, les amplitudes sont comprises entre 8 et 20 m. Celles obtenues par le modèle sont dans cette échelle. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 2.4.2, la stratification joue un rôle important sur l'amplitude et peut expliquer cette forte variabilité. Plus la stratification est faible et plus l'amplitude des marées internes est grande. Ceci est logique, puisque l'intensité de la force de rappel de l'onde varie avec la stratification, mais contradictoire avec les valeurs obtenues par Muir (1979). En effet, en supposant une stratification plus faible au cours des marées de vive eau (tableau 3.7), l'amplitude des marées internes devrait être plus importante or Muir obtient l'inverse (Tableau 3.6) : 8,3 mètres pour une marée de vive eau et 11,0 pour une marée de morte eau. Ce dernier insiste sur la complexité du phénomène dans l'estuaire maritime. Cette différence n'est donc pas surprenante. L'influence de la stratification dans l'estuaire maritime est la même que dans l'estuaire moyen. L'amplitude (cas linéaire) obtenue par Blackford (1978) est inférieure à celle du modèle, tandis que celle obtenue par les données de Therriault (1976) est supérieure. Les phénomènes non linéaires peuvent expliquer la sous-évaluation de l'amplitude par rapport à l'étude de Therriault (1976). De plus, seule la fréquence M_2 est considérée dans les calculs avec le modèle.

Pour construire le modèle, les marées internes sont supposées être générées au niveau du seuil. La comparaison du modèle avec des données terrains confirment la validité de cette hypothèse. En effet, le modèle décrit correctement la génération dans

l'estuaire du Saint-Laurent. Les nombres d'onde ainsi que les amplitudes sont concordants. L'hypothèse est donc validée et cette étude fournit un argument de plus pour affirmer que la tête du chenal laurentien est la zone de génération des marées internes dans l'estuaire du Saint-Laurent.

On a vu que lors des marées de vive eau, les composantes lunaires et solaires de la marée s'ajoutent. En additionnant les amplitudes des composante M_2 et S_2 des marées internes calculées à partir du modèle pour $\Delta = 2 \cdot 10^{-3}$, on obtient une amplitude d'environ 23 mètres c'est-à-dire du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la couche de surface. Ainsi, la possibilité d'une remontée d'eau froide jusqu'à la surface est envisageable. Ceci confirme l'hypothèse de Steven (1974) et l'image satellite (figure 3.6). En effet, on observe dans l'estuaire du Saint-Laurent un remontée d'eau froide au niveau de Tadoussac. Celle-ci a été observée à plusieurs reprises. Le phénomène physique des marées internes peut donc générer des oscillations de l'interface d'une amplitude proche de l'épaisseur moyenne de la couche de surface et expliquer cette remontée de l'eau plus dense de la couche inférieure vers la surface.

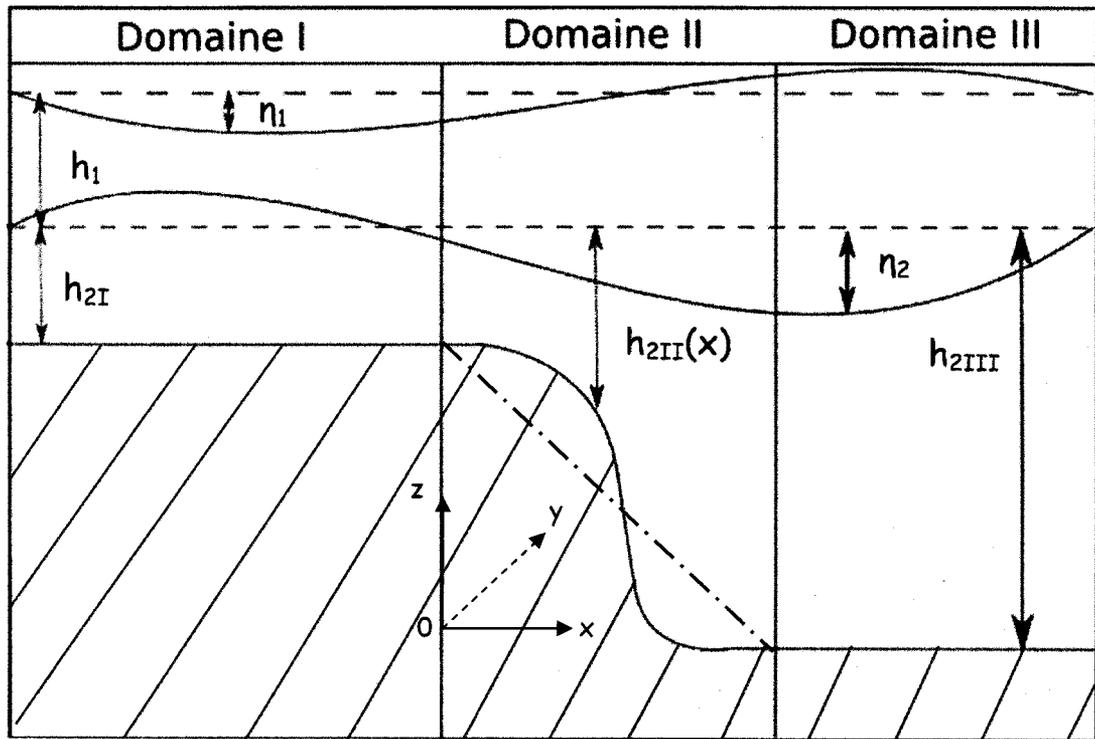


Figure 3.1: Schéma du modèle conceptuel définissant les conventions de notation. La ligne continue représente la bathymétrie exponentielle, la ligne pointillée la bathymétrie linéaire.

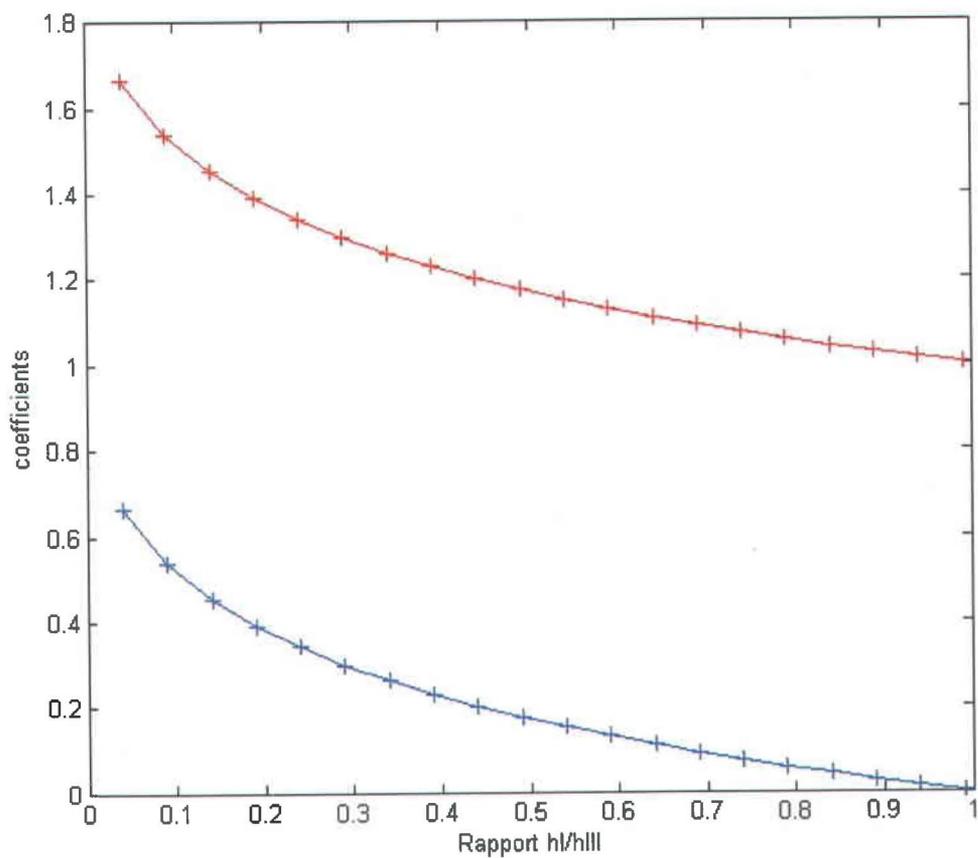


Figure 3.2: Coefficients de réflexion en bleu et de transmission en rouge dans le cas d'une marche (ligne continue) et d'une bathymétrie exponentielle (+). La pente vaut 7%.

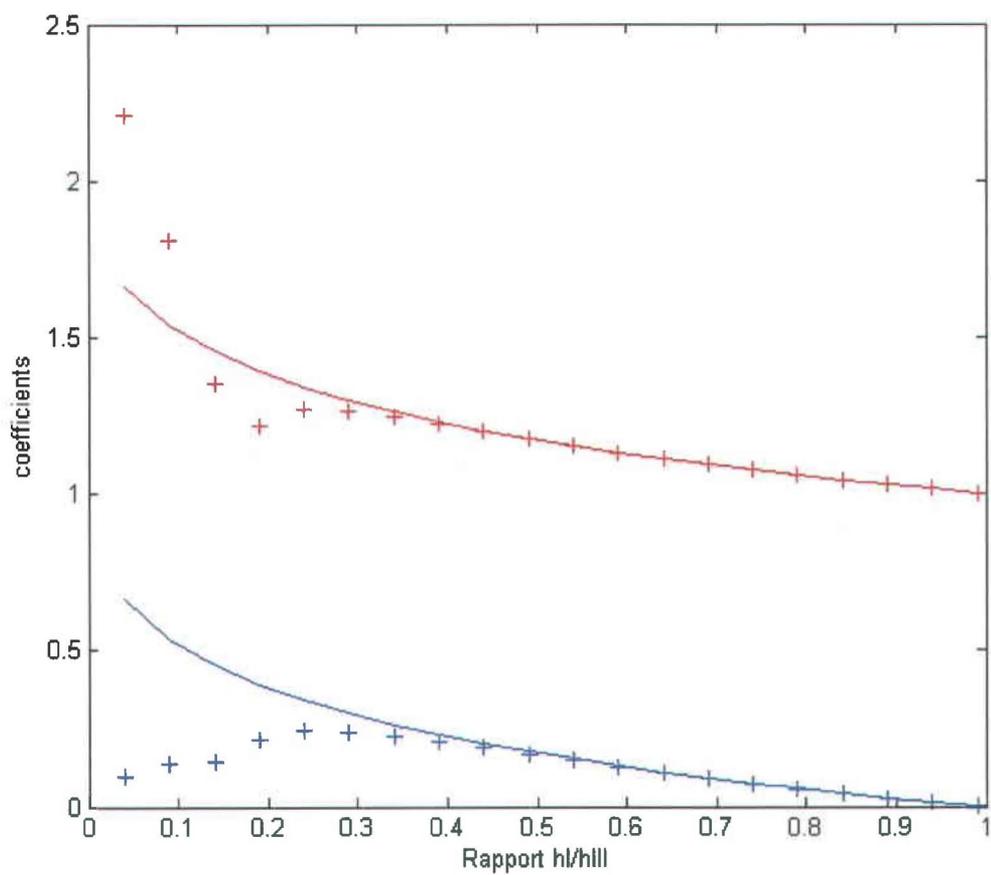


Figure 3.3: Coefficients de réflexion en bleu et de transmission en rouge dans le cas d'une marche (ligne continue) et d'une bathymétrie exponentielle (+). La pente vaut 0.1%.

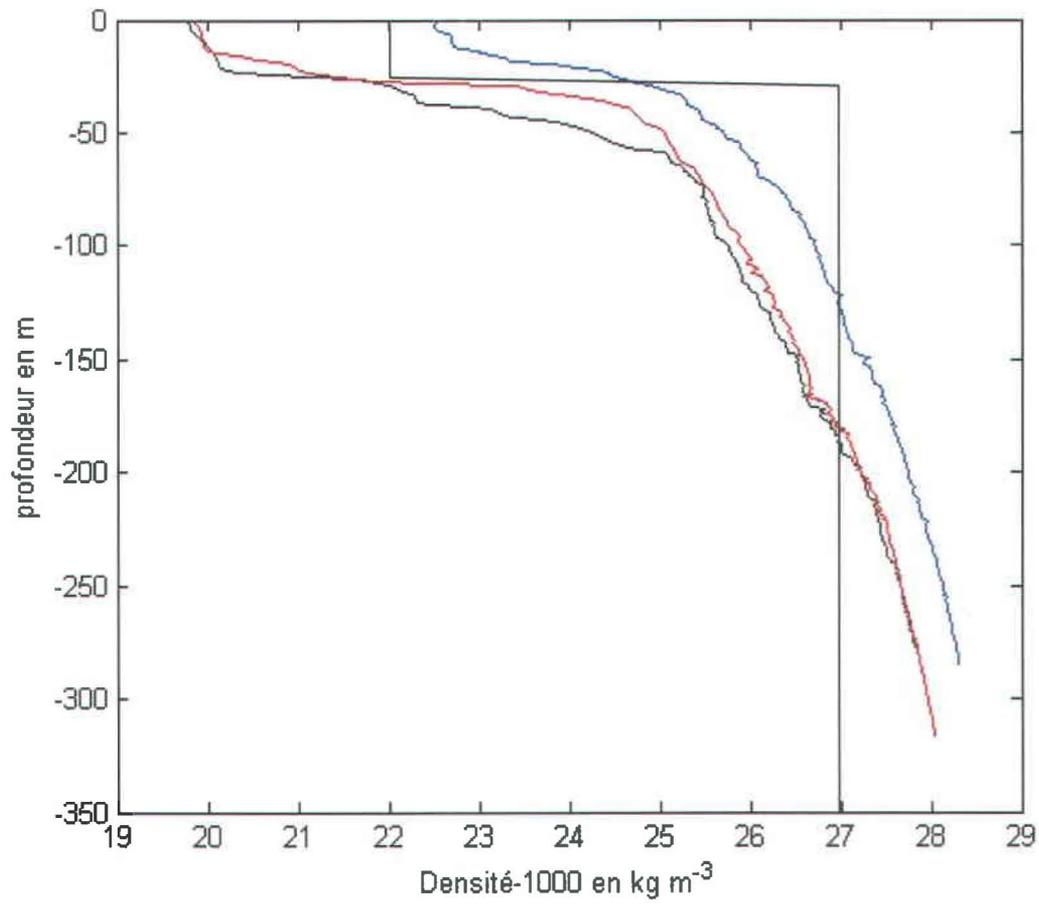


Figure 3.4: Profil de densité à la tête du chenal laurentien. En bleu à la station 115 le 29 juin 1990, en noir à la station 114 le 24 juin 1990 et en rouge à la station 121 le 25 juin 1990. La ligne discontinue représente l'approximation utilisée dans le cas du modèle à deux couches.

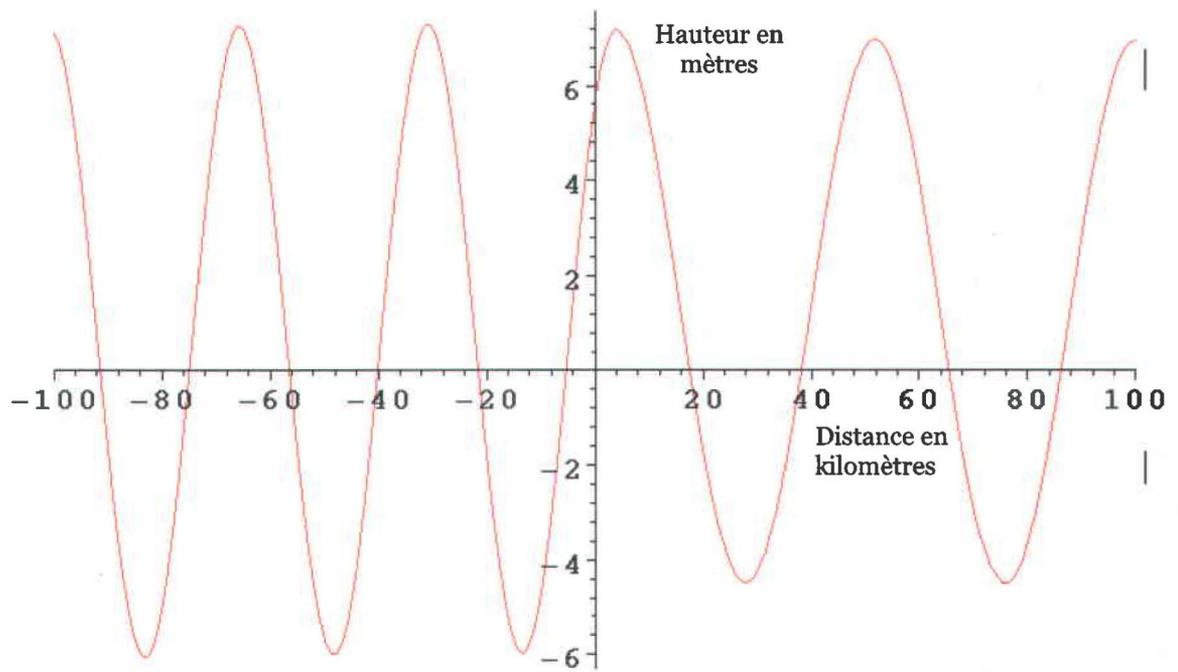


Figure 3.5: Oscillation de l'interface prévue par le modèle dans le cas du Saint-Laurent avec $\Delta=4.9 \cdot 10^{-3}$. L'origine est placée au début du domaine II. Le domaine II a été pris de longueur égale à 12 kilomètres.

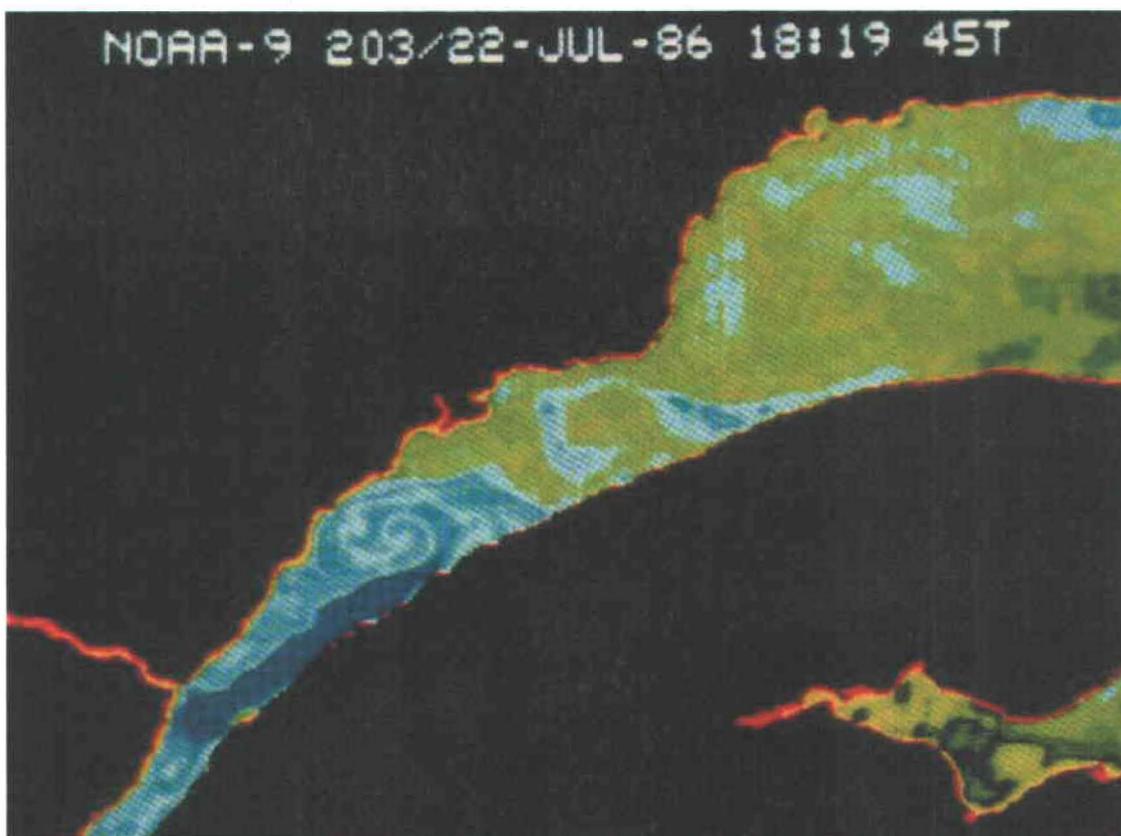


Figure 3.6: Image thermique (AVHRR) prise le 22 juillet 1986 à 18h19 TU. Bleu foncé: 5°C; vert foncé: 17°C; rouge foncé: 25°C. Image tirée de l'article de Gratton, Mertz, et Gagné (1988).

β pente	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05
0.07	0.00	0.00	0.01	0.03	0.09
0.01	0.09	0.2	0.46	1.54	4.35
0.005	0.38	0.79	1.85	6.13	17.62

Tableau 3.1: Tableau représentant l'écart en pourcentages entre les coefficients de réflexion pour le cas d'une marche et pour le cas d'une bathymétrie exponentielle pour différentes valeurs de pente et de β .

β pente	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05
0.07	0.00	0.00	0.01	0.03	0.08
0.01	0.10	0.21	0.50	1.56	4.00
0.005	0.40	0.85	1.98	6.25	16.16

Tableau 3.2: Tableau représentant l'écart en pourcentages entre les coefficients de réflexion pour le cas d'une marche et pour le cas d'une bathymétrie linéaire pour différentes valeurs de pente et de β .

Δ β	0.001	0.002	0.005	0.01
0.05	0.71	1.27	2.4	4.1
0.10	0.50	0.82	1.6	3.8
0.5	0.084	0.14	0.72	2.0
0.75	0.10	0.55	1.4	3.0
0.95	0.26	0.33	1.1	2.4

Tableau 3.3: Tableau représentant l'écart en pourcentages des amplitudes entre le mode barotrope une couche et deux couches (calculé à partir des coefficients de réflexion et de transmission) pour différentes valeurs de β et de Δ .

h_1 (en m)	h_{2I} (en m)	h_{2III} (en m)	β	pen te	L (en km)	Δ	λ_{2I} (en km)	λ_{2III} (en km)	R_2 (expo)	T_2 (expo)	R_2 (marche)	T_2 (marche)	écart R (en %)	écart T (en %)
Variation la taille des couches et du seuil														
10	100	500	0,2	0,05	8	0,002	19,1	20,6	2,84	2,87	2,74	3,84	3,65	25,26
25	100	500	0,2	0,05	8	0,002	28,2	31,2	4,78	5,03	5,4	5,6	11,48	10,18
50	100	500	0,2	0,05	8	0,002	36,3	42,7	6,42	6,7	6,81	7,13	5,73	6,03
100	100	500	0,2	0,05	8	0,002	44,4	57,5	7,66	8,26	8,03	8,45	4,61	2,25
Variation de la pente														
50	10	500	0,02	0,05	9,8	0,002	18,1	42,7	16,9	19,9	19,4	20,5	12,89	2,93
50	50	500	0,1	0,05	9	0,002	31,4	42,7	9,67	10,6	10,6	11,2	8,77	5,36
50	100	1000	0,1	0,05	18	0,002	36,3	44,1	6,56	7,01	8,78	9,2	25,28	23,80
50	100	2000	0,05	0,05	38	0,002	36,3	45,5	3,71	3,83	10,3	10,8	63,98	64,54
50	100	4000	0,025	0,05	78	0,002	36,3	47,5	2,19	2,63	11,5	12,1	80,96	78,26
Variation de la stratification														
50	100	1000	0,1	0,05	18	0,001	25,6	31	6,69	7,64	12,5	12,9	46,48	40,78
50	100	1000	0,1	0,05	18	0,004	51,4	63,5	5,18	5,83	6,1	6,59	15,08	11,53
50	100	1000	0,1	0,05	18	0,008	72,8	92,7	4,01	4,3	4,33	4,76	7,39	9,66
50	100	1000	0,1	0,05	18	0,01	81,5	105	3,61	3,94	3,86	4,29	6,48	8,16
50	100	1000	0,1	0,9	1	0,001	25,6	31	12,43	12,85	12,5	12,9	0,56	0,39

Tableau 3.4: Tableau présentant des résultats pour les marées internes dans le cas d'une marche comparée au cas d'une bathymétrie exponentielle. La pente est égale à la hauteur divisée par la longueur du changement de bathymétrie même pour la bathymétrie exponentielle.

	Amplitude de l'onde incidente à BAC	Amplitude de l'onde transmise à TAD	Amplitude de l'onde transmise à TAD calculé	Pourcentage d'erreur (en %)
M2	1,16	1,54	1,59	3,30
S2	0,36	0,47	0,49	5,06

Tableau 3.5: Comparaison des valeurs extraites des données aux valeurs calculées par le modèle pour le mode barotrope

Source	Zone	Type de données	Longueur d'onde	amplitude
Forrester (1974)	E Mar	données terrain	60 km	X
		modèle		
Blackford (1978)	E Mar	($\Delta = 2.0 * 10^{-3}$)	46 km	7 m (non linéaire)
Therriault (1976)	E Mar	données terrain	40 km	25 m (15-20 m dans l'estuaire moyen)
			47 km (vive eau)	8.3 m (vive eau)
Muir (1979)	E Moy	données terrain	57 km (morte eau)	11.0 m (morte eau)

Tableau 3.6: Tableau présentant de valeurs de longueur d'onde et d'amplitude des marées internes mesurées ou calculées pour l'estuaire moyen ou maritime du Saint-Laurent. Ces valeurs proviennent de différentes études.

Δ	λ_{2I} (en km)	λ_{2III} (en km)	Amplitude EMoy (en m)	Amplitude Emar (en m)
0.0049	33.5	45.7	14.7	12.9
0.0020	21.5	29.0	17.8	17.4
0.0058	36.7	50.2	13.6	12.1

Tableau 3.7: Tableau présentant les résultats du modèle pour différentes stratifications (E Mar = estuaire maritime et E Moy = estuaire moyen)

4 Conclusion

Un modèle linéaire à deux couches a été développé afin de mieux comprendre le processus de génération des marées internes dans l'estuaire du Saint-Laurent. Celui-ci est basé sur des équations simplifiées solubles analytiquement dans le cas d'une bathymétrie en forme de marche et numériquement pour une bathymétrie exponentielle. Les deux formes de bathymétrie sont comparées d'abord pour une échelle de paramètres assez large. Ceci a permis de constater l'importance de se pencher sur la modélisation du changement bathymétrique même loin du seuil. Cependant dans certains cas très stratifiés et très pentus, l'utilisation d'une bathymétrie simple en forme de marche pourrait permettre de complexifier les hypothèses tout en gardant une simplicité de calcul.

Parallèlement, l'étude des données recueillies pour le projet COUPPB a permis de montrer que même si plusieurs modes verticaux baroclines sont présents au dessus du seuil, seul le premier mode semble se propager plus loin du seuil. Ceci renforce l'hypothèse d'une génération au dessus du seuil et permet de justifier l'utilisation du modèle à deux couches. En effet, deux couches permettent uniquement le premier mode barocline.

Enfin l'application du modèle à bathymétrie exponentielle à l'estuaire du Saint-Laurent constitue l'originalité principale de cette étude. Le modèle, si simple soit-il, fournit un certain nombre d'indications. La stratification influence beaucoup la génération des marées internes et pourrait expliquer les différences entre les observations au cours de trente dernières années. Dans un milieu très stratifié, l'amplitude des marées internes sera plus faible que dans un milieu moins stratifié. Les nombres d'ondes sont aussi fortement influencés par la stratification. Or on sait que la stratification varie suivant un cycle vive eau – morte eau et est influencée par les phénomènes de mélange. Les marées internes peuvent atteindre des amplitudes de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche supérieure. Une remontée d'eau froide jusqu'à la surface est donc envisageable et avec lui un mélange susceptible de faire varier la stratification. Ces conclusions sont concordantes avec la grande variabilité des prédictions et des

observations déjà faites dans l'estuaire du Saint-Laurent (Muir 1979, Blackford 1978, Forrester 1974, Wang 1990).

Des études futures pourraient améliorer le modèle en y ajoutant une dépendance latérale. Les modes latéraux pourraient alors être discutés et comparés aux résultats de Forrester (1974). Les résultats obtenus pourraient également être utilisés pour valider un modèle numérique dans un cas simple et mieux comprendre l'impact des phénomènes non-linéaires, d'une bathymétrie variable le long de l'estuaire et de la force de Coriolis, par exemple.

Liste des références

- Abramowitz, M., et I. A. Stegun. 1964. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. New York: Dover, 1046 p.
- Baines, P. G. 1982. On internal tide generation models. *Deep Sea Research Part A, Oceanographic Research Papers* 29 (3):307-338.
- Baines, P. G. 1983. Tidal motion in submarine canyon: a laboratory experiment. *Journal of Physical Oceanography* 13 (2):310-328.
- Baines, P. G. 2007. Internal tide generation by seamounts. *Deep-Sea Research Part I-Oceanographic Research Papers* 54 (9):1486-1508.
- Blackford, B. L. 1978. On the generation of internal waves by tidal flow over a sill - a possible nonlinear mechanism. *Journal of Marine Research* 36 (3):529-549.
- De Borne de Grandpré, C., et M. I. El-Sabh. 1981. A Two-dimensional Numerical Model of the Vertical Circulation of Tides in the St. Lawrence Estuary. *Estuarine, Coastal and Shelf Science* 12:375-387.
- Dean, R. G., et R. A. Dalrymple. 1984. *Water wave mechanics for engineers and scientists*: Prentice-Hall, 335 p.
- Farmer, D. M., et H. J. Freeland. 1983. The physical oceanography of Fjords. *Progress in Oceanography* 12 (2):147-219.
- Flather, R. A. 1975. A tidal model of the north-west European continental shelf. *Mémoires Société Royale des Sciences de Liège* 10:141-164.
- Foreman, M. G. G. 1977. *Manual for tidal heights analysis and prediction 77-10*, Pacific Marine Science Report. Sydney, BC: institue of Ocean Science, 101 p.
- Forrester, W. D. 1972. Tidal transports and streams in the St. Lawrence River and Estuary. *International Hydrographic Review* 49 (I):95-108.
- Forrester, W. D. 1974. Internal tides in St. Lawrence estuary. *Journal of Marine Research* 32 (1):55-66.
- Garett, C., et E. Kunze. 2007. Internal tide generation in the deep ocean. Dans *Annual Review of Fluid Mechanics*, S.H. Davies et P. Moin, édés, pages 57-89.
- Gilbert, D., et B. Pettigrew. 1996. Variation de la couche froide intermédiaire du golfe du Saint-Laurent de 1948 à 1995. *Naturaliste Canadien* 120 (2):941-954.

- Gratton, Y., G. Mertz, et J. A. Gagné. 1988. Satellite observations of tidal upwelling and mixing in the St. Lawrence estuary. *Journal of Geophysical Research* 93 (C6):6947-6954.
- Holloway, P. E. 1984. On the Semidirunal Internal Tide at a Shelf-Break Region on the Australian North West Shelf. *Journal of Physical Oceanography* 14:1787-1799.
- Koutitonsky, V. G., et G.L. Bugden. 1991. The physical oceanography of the Gulf of St. Lawrence: a review with emphasis on the synoptic variability of the motion. Dans *The gulf of St. Lawrence: small ocean or big estuary?* edited by J. C. Therriault. Can. Spec. Pub., 113, 57-90.
- Koutitonsky, V. G., et M. I. El-Sabh. 1985. Estuarine mean flow estimation revisited: application to the St. Lawrence estuary. *Journal of Marine Research* 43:1-12.
- Lafleur, C., Y. Gratton, J.-P. Chanut, C. Savenkoff, A. F. Vézina, et P. Vinet. 1996. Distribution des paramètres océanographiques des eaux de l'estuaire du Saint-Laurent au large de Rimouski (juin-juillet 1990). Dans *Rapport statistique canadien des sciences halieutiques et aquatiques*, 981: vi + 130 p.
- Leblond, P., et L. Mysak. 1978. *Wave in the Ocean*: Amsterdam: Elsevier Scientific publishing Company, 602 p.
- Maze, R. 1987. Generation and propagation of non-linear internal waves induced by the tide over a continental slope. *Continental Shelf Research* 7 (9):1079-1104.
- Morozov, E. G., et V. I. Vlasenko. 1996. Extreme tidal internal waves near the Mascarene ridge. *Journal of Marine Systems* 9 (3-4):203-210.
- Muir, L. R. 1979. Internal tides in the middle estuary of the St. Lawrence. *Naturaliste Canadien* 106:27-36.
- Pawlowicz, R., B. Beardsley, et S. Lentz. 2002. Classical Tidal Harmonic Analysis Including Error Estimates in MATLAB using T_TIDE. *Computers and Geosciences* 28:929-937.
- Pedlosky, J. 1987. *Geophysical Fluid Dynamics*. Edited by Springer-Verlag. New York, 710 p.
- Pettersson, O. 1908. Strömstudier vid Östersjönsportar. *Svenska Hydrograf Isk-biologiska Kommissionens Skrifter* 3:13-37.
- Pichon, A., et R. Maze. 1990. Internal tides over a shelf break: analytical model and observations. *Journal of Physical Oceanography* 20:657-671.

- Pingree, R. D., et D. K. Griffiths. 1980. A numerical model of the M2 tide in the Gulf of St. Lawrence. *Oceanologica Acta* 3 (2):221-225.
- Prinsenber, S. J., W. L. Wilmot, et M. Rattray Jr. 1974. Generation and dissipation of coastal internal tides. *Deep-Sea Research and Oceanographic Abstracts* 21 (4):263-281.
- Rattray, M.Jr. 1960. On the coastal generation of internal tides. *Tellus* 12:54-62.
- Rattray, M.Jr., J.G. Dworski, et P.E. Kovalala. 1969. Generation of long internal waves at the continental slope. *Deep-Sea Research* 16 (1):179-197.
- Saucier, F. J., et J. Chassé. 2000. Tidal circulation and buoyancy effects in the St. Lawrence Estuary. *Atmosphere - Ocean* 38 (4):505-556.
- Steven, D.M. 1974. *Primary and secondary production in the Gulf of St. Lawrence*. Vol. 26: Mc Gill University Montreal Marine Science Center MS Report, 116 p.
- Tee, K. T. 1989. Subtidal Salinity and Velocity Variations in the St. Lawrence Estuary. *Journal of Geophysical Research* 94 (C6):8075-8090.
- Therriault, J.C., et G. Lacroix. 1975. Penetration of the Deep Layer of the Saguenay Fjord by Surface Waters of the St. Lawrence Estuary. *Journal of the Fisheries Research Board of Canada* 32 (12):2747-2757.
- Therriault, J.C., et G. Lacroix. 1976. Nutrients, Chlorophyll, and Internal Tides in the St. Lawrence Estuary. *Journal of the Fisheries Research Board of Canada* 33:2747-2757.
- Vézina, A. F., Y. Gratton, et P. Vinet. 1995. Mesoscale physical-biological variability during a summer phytoplankton bloom in the lower St Lawrence Estuary. *Estuarine, Coastal & Shelf Science* 41 (4):393-411.
- Vinet, P. 1998. Étude de la variabilité synoptique dans la couche de surface de l'estuaire maritime du Saint-Laurent. M. Sc. Thesis, Oceanography, Université du Québec à Rimouski, 259 p.
- Vlasenko, V., N. Stashchuk, et K. Hutter. 2005. *Baroclinic tides: Theoretical modeling and Observational Evidence*. Edited by C. U. Press, 351 p.
- Wang, J., R. G. Ingram, et L. A. Mysak. 1991. Variability of internal tides in the Laurentian Channel. *Journal of Geophysical Research* 96 (C9):16,859-16,875.
- Weigand, J. G., H. G. Farmer, S. J. Prinsenber, M. Rattray, et Jr. 1969. Effects of friction and surface tide angle of incidence on the coastal generation of internal tides. *Journal of Marine Research* 27 (2):241-259.

Zeilon, N. 1912. On tidal boundary waves and related hydrophysical problems. *Kungliga Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar* 4 (47):1-46.