Centre Eau Terre Environnement

INVERSION « TIME-LAPSE » EN ONDE COMPLÈTE

Par

Amirhossein Mardan

Mémoire présenté pour l'obtention du grade de
Philosophiae Doctor, Ph.D.
en sciences de la terre

Jury d'évaluation

Président du jury et examinateur interne	Erwan Gloaguen INRS-ETE
Examinateur externe	Bastien Dupuy SINTEF Industry
Examinateur externe	Wei Zhou King Fahd University of Petroleum and Minerals
Directeur de recherche	Bernard Giroux INRS-ETE
Codirecteur de recherche	Gabriel Fabien-Ouellet Polytechnique Montréal

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur, Bernard Giroux, de m'avoir donné l'opportunité de travailler avec lui et d'apprendre de lui. Je le remercie pour son soutien et ses conseils durant mes études.

Merci également à mon co-directeur, Gabriel Fabien-Ouellet, pour les discussions que nous avons eu sur l'inversion et nos rencontres mensuelles au cours desquelles j'ai appris beaucoup.

Merci aux membres du jury, Bastien Dupuy, Wei Zhou et Erwan Gloaguen, d'avoir accepté de critiquer mon travail. Je tiens à remercier Bastien Dupuy et Wei Zhou pour leurs recherches et leurs contributions au développement de la surveillance du sous-sol à l'aide de données sismiques qui ont été les motivations de deux de mes articles. Je tiens également à remercier Erwan d'avoir rendu ces années de ma thèse plus agréables avec le sport et aussi d'avoir toujours été à l'aise pour discuter en français.

J'aimerais aussi remercier Amir Asnaashari et François Lavoué pour les discussions que nous avons eue sous forme d'e-mail qui m'avoir aidé d'apprendre plus sur le sujet d'inversion.

Enfin, merci à ma famille qui m'a toujours soutenu dans mes études. Sans vous, je ne pourrais pas arriver là où je suis aujourd'hui.

RÉSUMÉ

La surveillance du sous-sol est d'une grande importance dans l'industrie pétrolière et gazière ainsi que pour le stockage de CO_2. En raison de la grande couverture spatiale, des techniques d'imagerie avancées telles que l'inversion des formes d'ondes complètes et de la sensibibilité des ondes sismiques aux changements de fluides dans le sous-sol, les données sismiques sont une source d'information inestimable pour évaluer les changements dans les réservoirs. L'inversion des formes d'ondes complètes a montré son potentiel pour générer des images à haute résolution du sous-sol à partir de données sismiques brutes. Cette méthode est cependant un problème très mal posé qui peut générer de forts artefacts. Les effets de ces artefacts dans les estimations *time-lapse* sont plus importants. En effet, les changements dans le sous-sol sont généralement faibles en termes de magnitude et d'étendue spatiale, et l'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes peut avoir des difficultés à séparer les artefacts des véritables anomalies liées au temps.

Pour améliorer les résultats de l'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes, deux stratégies principales ont été utilisées : soit la diminution des artefacts dans le résultat final en estimant plusieurs images et en faisant en sorte que les artefacts s'annulent, soit la réduction de la propagation des artefacts par l'inversion simultanée des différents levés sismiques. Dans cette thèse, nous avons proposé l'inversion à moyenne pondérée qui suit la première stratégie et peut générer des estimations très précises avec un temps de calcul moindre en comparaison avec d'autres méthodes telles que l'inversion de mise à jour croisée, la différence centrale et l'inversion simultanée.

À ce jour, la surveillance du sous-sol à l'aide de l'inversion des formes d'ondes complètes s'est limitée à l'estimation des changements des propriétés (visco)élastiques. Pour surveiller les changements de saturation de fluide dans le sous-sol, une stratégie d'inversion en deux étapes a été utilisée dans différentes études. Dans cette méthode, les résultats de l'inversion des formes d'ondes complètes sont à leur tour inversés pour estimer les changements de saturation. Cette stratégie en deux étapes introduit des incertitudes supplémentaires sur la prédiction de la saturation. De plus, les études antérieures considèrent généralement un milieu acoustique, ce qui introduit des sérieuses limitations pour l'estimation de la saturation. Tout en considérant un milieu élastique, dans cette thèse, nous avons proposé une nouvelle formulation permettant d'estimer les changements de la saturation en fluide directement à partir de tirs sismiques, en une seule étape.

L'inversion des formes d'ondes complètes et par conséquent l'inversion *time-lapse* sont des problèmes lourds en temps de calcul. Dans cette thèse, le paquet python PyFWI est introduit. PyFWI utilise le traitement graphique avec OpenCL pour réduire le temps de calcul. Ce paquet peut être facilement installé et fournit différents outils pour réduire les défis liés à l'exécution de l'inversion des formes d'ondes complètes. Par ailleurs, PyFWI contient l'implémentation de différentes méthodes d'inversion *time-lapse* telles que l'inversion parallèle, en cascade, à double différence, à mise à jour croisée, à différence centrale, à moyenne pondérée et simultanée.

Mots-clés Inversion des formes d'ondes complètes, inversion *time-lapse*, surveillance de réservoir, surveillance de saturation, OpenCL.

ABSTRACT

Monitoring the subsurface is of great importance in the oil and gas industry as well as for CO_2 storage. Due to the great spatial coverage, advanced imaging techniques such as full-waveform inversion (FWI), and sensitivity of seismic waves to fluid changes in the subsurface, seismic data are an invaluable source of information for estimating the changes in reservoirs. FWI has shown its potential to generate high-resolution images of the subsurface from raw seismic data. FWI however is a highly ill-posed problem that can generate strong artifacts. The effects of these artifacts in time-lapse estimates are more important. This is because the changes in the subsurface are typically small in terms of magnitude and spatial extent, and time-lapse full-waveform inversion (TL-FWI) can have difficulties separating the true time-lapse anomalies from artifacts.

To improve the results of TL-FWI, two main strategies have been employed : either decreasing the artifacts in the final result by estimating multiple images and make the artifacts cancel out, or reducing the propagation of artifacts of the inversion of one vintage to the next by using simultaneous inversion. In this thesis, we proposed weighted-average TL-FWI which follows the first strategy and can generate highly accurate estimates with the least computation time in comparison to other methods such as the cross-updating, central-difference, and simultaneous inversion.

Monitoring the subsurface using FWI has been limited to estimating the changes in (visco)elastic properties. To monitor the changes in fluid saturation in the subsurface, a two-step inversion strategy has been used in different studies. In this method, the results of FWI are inverted to estimate changes in saturation. This two-step strategy introduces additional uncertainties on the saturation prediction. Moreover, previous studies generally consider an acoustic medium, which introduces serious limitations for the estimation of saturation. While considering an elastic medium, in this thesis, we proposed a new formulation allowing to estimate changes in fluid saturation directly from seismic shot gathers, in a single step.

FWI, and consequently TL-FWI, are heavy computational problems. In this thesis, PyFWI is introduced which is a Python package that uses graphics processing with OpenCL to decrease the computation time. This package can be easily installed and provides different tools to decrease the challenges of performing FWI. PyFWI can also be used to perform different TL-FWI methods such as the parallel, cascaded, double-difference, cross-updating, central-difference, weighted-average, and simultaneous inversion.

Keywords Full-waveform inversion, time-lapse inversion, reservoir monitoring,saturation monitoring, OpenCL.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

1 INTRODUCTION

Les humains exploitent la richesse de la Terre depuis longtemps et de différentes façons. Bien que les changements à la surface de cette planète peuvent être vus et suivis assez facilement, il n'y a pas d'indicateurs directs pour surveiller les changements dans le sous-sol. Non seulement les changements provoqués par les humains dans le sous-sol peuvent couvrir une vaste zone, mais ils peuvent également entraîner des catastrophes environnementales. Les activités de l'industrie pétrolière entraînent constamment des changements importants dans les propriétés du sous-sol. La surveillance des effets de ces activités est d'une importance significative sous deux aspects : environnemental et financier. La fuite d'hydrocarbures d'un réservoir pétrolier peut avoir des conséquences dramatiques sur l'environnement. Le captage et le stockage du carbone (CSC) est un autre domaine qui exige une surveillance du sous-sol. Dans le CSC, le dioxyde de carbone (CO_2) qui est le gaz à effet de serre le plus couramment produit, est capturé, transporté, puis stocké dans le sous-sol afin de réduire les changements climatiques mondiaux. Pour le CSC, la saturation du CO_2 dans le sous-sol doit être surveillée pour valider et mettre à jour la prédiction de la progression du panache et pour surveiller les éventuelles fuites de CO_2.

La surveillance du sous-sol peut être effectuée par plusieurs méthodes géophysiques à condition que les changements dans le sous-sol aient une incidence sur les propriétés étudiées par cette méthode géophysique (Davis et al., 2008; Hayley et al., 2011; Giertzuch et al., 2020). La substitution de fluide dans les réservoirs affecte les données sismiques. En raison de sa capacité à obtenir des informations provenant d'une partie plus profonde de la Terre, les techniques sismiques ont été utilisées dans de nombreuses études pour surveiller le sous-sol (Lumley, 1995a,b; Altan, 1997; Biondi et al., 1998; Lumley, 2001; Queißer et al., 2010; Hicks et al., 2016; Romdhane et al., 2022; Um et al., 2022). L'inversion de formes d'ondes complètes (FWI pour *full-waveform inversion*) est de plus en plus utilisée pour générer des images à haute résolution du sous-sol à partir de données sismiques (Tarantola, 1984; Pratt et al., 1990; Virieux et al., 2017). L'utilisation de la FWI d'une manière *time-lapse* (TL-FWI pour *time-lapse full-waveform inversion*) a montré le potentiel de cette méthode pour imager les changements dans le sous-sol. Par exemple, Watanabe et al. (2005) ont constaté une diminution de la vitesse en raison de l'existence de méthane dissocié au site d'hydrate de gaz de Mallik à l'aide de cette méthode-là. Plessix et al. (2010) ont employé TL-FWI pour étudier les changements au champ de Valhall entre 2003 et 2008. Également, à l'aide de cette méthode Raknes et al. (2013) ont imagé les effets d'une fuite dans l'un des puits de production dans un champ de la mer du Nord norvégienne. La surveillance a été réalisée à l'aide de deux ensembles de données sismiques acquises en 1988 et 1990. En étudiant les données sismiques 2D du même champ en mer du Nord, Balhareth et al. (2016) ont fourni une analyse de sensibilité complète pour effectuer TL-FWI. Leur étude montre que les effets de la fuite de gaz peuvent être mieux détectés en utilisant TL-FWI par rapport à la méthode conventionnelle 4D de différence de réflexion après sommation. En utilisant un système d'acquisition de surveillance permanente des réservoirs hautement répétable, Hicks et al. (2016) ont pu imager les effets du gaz remplaçant le pétrole de Grane en mer du Nord en effectuant FWI.

Les études susmentionnées ont surveillé le sous-sol dans des cas réels en analysant les changements de vitesse des ondes P (V_P). Suite à ces travaux, de nombreuses études ont appliqué l'inversion *time-lapse* en ondes complètes sur des données synthétiques afin d'étendre les applications de cette méthode. Raknes et al. (2015) ont effectué une analyse de sensibilité pour la réalisation de l'inversion *time-lapse* élastique 3D à l'aide de données sismiques multicomposantes de fond d'océan. Les défis de l'inversion *time-lapse* multi-paramètres en ondes complètes et les effets de l'utilisation de différentes paramétrisations ont été étudiés par Ma et al. (2016). Fabien-Ouellet et al. (2017b) ont employé TL-FWI pour surveiller les propriétés visco-élastiques du sous-sol dans un cas synthétique de séquestration géologique du CO_2. Diverses études ont également été menées pour adopter des nouvelles stratégies *time-lapse* (Watanabe et al., 2005; Routh et al., 2012; Maharramov et al., 2014; Asnaashari et al., 2015; Zhou et al., 2021a).

Pour réaliser une étude de TL-FWI, nous supposons que les paramètres d'acquisition de différents levés sismiques sont identiques. Cela signifie que tous les changements liés au temps sous la surface doivent être causés par des changements de fluides dans le sous-sol. Cependant, il existe différentes sources de non-répétabilité qui remettent en question un projet *time-lapse*. Kamei et al. (2017) et Zhou et al. (2021b) ont étudié l'efficacité de différentes stratégies pour résoudre le problème de non-répétabilité dans un projet d'inversion *time-lapse* en ondes complètes.

En plus de surveiller les propriétés (visco)-élastiques de la Terre, il est très important de surveiller les propriétés physiques des roches telles que la saturation des fluides dans les réservoirs. De nombreuses études ont été menées pour surveiller la saturation des réservoirs à l'aide de données sismiques (Landrø et al., 2003; Buland et al., 2006; Vedanti et al., 2009; Lang et al., 2019) qui reposent sur la variation d'amplitude linéarisée avec déport (AVO). En plus des différentes hypothèses et simplifications (par exemple, les réflecteurs plats et le modèle de réflectivité convolutif) derrière la théorie de l'AVO (Mallick, 2007; Queißer et al., 2010; Naeini et al., 2017; Hu et al., 2021b), cette technique utilise uniquement l'amplitude des ondes réfléchies. Ces hypothèses et l'utilisation incomplète des données conduisent à une précision moindre. Pour résoudre ce problème, Queißer et al. (2013) ont utilisé l'inversion d'ondes complètes pour obtenir les changements de V_P dans le champ de stockage de CO_2 de Sleipner et ont réalisé une inversion de la physique des roches pour mettre en relation les propriétés élastiques et la saturation en CO_2 (S_{CO_2}). L'obtention de propriétés physiques des roches à partir de données sismiques est également utilisée par Dupuy et al. (2016b). Bien que ces études montrent la grande importance de l'estimation et de la surveillance de la saturation des fluides dans les réservoirs, les auteurs ont déduit les propriétés physiques des roches à partir de V_P uniquement, en effectuant une inversion monoparamètre d'ondes complètes. De plus, la réalisation d'une inversion en deux étapes (inversion des données sismiques et inversion des propriétés élastiques) peut augmenter les incertitudes sur les résultats. Ces problèmes nous motivent à reformuler le problème conventionnel de l'inversion d'ondes complètes pour surveiller la saturation des fluides directement à partir des données sismiques en prenant en compte l'élasticité.

Cette thèse est organisée en présentant tout d'abord la théorie de l'inversion d'ondes complètes, l'inversion *time-lapse* en d'ondes complètes, et la physique des roches. Après avoir discuté de la problématique et des objectifs de cette thèse, notre méthodologie pour atteindre les objectifs est présentée dans le chapitre 2 au chapitre 4.

1.1 L'inversion des formes d'ondes complètes

L'inversion des formes d'ondes complètes est une technique d'imagerie permettant de reconstruire les propriétés (visco)-élastiques du sous-sol. Cette méthode a été introduite pour la première fois par Lailly (1983) et Tarantola (1984) en reformulant les principes d'imagerie par migration comme un problème d'optimisation qui minimise les résidus entre les formes d'ondes estimées et observées aux emplacements des récepteurs. La fonction coût du problème d'inversion d'ondes complètes peut être écrite en fonction des résidus entre les données estimées et observées comme (Métivier et al., 2013; Yang et al., 2018),

$$\chi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{W}_d \left(\mathbf{R}\mathbf{u}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{obs}\right)\|_2^2 \tag{1.1}$$

où les vecteurs $\mathbf{m}$, $\mathbf{d}$, et la matrice $\mathbf{W}_d$ représentent respectivement les paramètres du modèle, les données observées et l'opérateur de pondération sur l'inadéquation des données. Le vecteur $\mathbf{u}$ est la solution du problème direct

$$F(\mathbf{m})\mathbf{u} = s, \tag{1.2}$$

où s est la fonction source. L'opérateur différentiel partiel, $F(\mathbf{m})$, projète les paramètres du modèle au champ d'onde sismique $\mathbf{u}$, et $\mathbf{R}$ projète le champ d'onde aux emplacements des récepteurs,

$$\mathbf{d}_{est} = \mathbf{R}\mathbf{u}, \tag{1.3}$$

où $\mathbf{d}_{est}$ est la donnée estimée. L'équation 1.2 correspond au problème de la modélisation directe qui simule numériquement la propagation des ondes dans la Terre.

1.1.1 Modélisation directe

La modélisation directe fournit les données estimées sur la base des paramètres du modèle. Il s'agit d'un système d'équations aux dérivées partielles (EDP) qui peut être résolue à l'aide de différentes méthodes telles que les différences finies, les éléments finis ou les volumes finis (Virieux et al., 2009). Dans cette étude, le problème direct est résolu en utilisant la méthode des différences finies dans le domaine temporel en raison de la facilité d'implémentation. Dans le domaine temporel, l'équation d'onde élastique en 2D peut être présentée comme

$$\begin{cases} \rho \dot{v}_x = \partial_x \tau_{xx} + \partial_z \tau_{xz} + s_{v_x}, \\ \\ \rho \dot{v}_z = \partial_z \tau_{zz} + \partial_x \tau_{xz} + s_{v_z}, \\ \\ \dot{\tau}_{xx} = (\lambda + 2G)\partial_x v_x + \lambda \partial_z v_z + s_{\tau_{xx}}, \\ \\ \dot{\tau}_{zz} = \lambda \partial_x v_x + (\lambda + 2G)\partial_z v_z + s_{\tau_{zz}}, \\ \\ \dot{\tau}_{xz} = G(\partial_z v_x + \partial_x v_z) + s_{\tau_{xz}}, \end{cases} \tag{1.4}$$

où le vecteur de champ d'onde est construit avec les vitesses des particules dans les directions x et z (v_x and v_z) plus les contraintes normales (τ_{xx} et τ_{zz}) et de cisaillement (τ_{xz}). ∂_x et ∂_z sont les opérateurs spatiaux de dérivée partielle dans les directions x et z, et le point supérieur représente l'opérateur temporel de dérivée partielle. Pour modéliser un milieu isotrope élastique, trois paramètres du modèle sont nécessaires (Tarantola, 1986). Sur la base de l'équation 1.4, ces trois paramètres sont les paramètres de Lamé (λ, G) et la densité (ρ) sous la forme

$$\mathbf{m} = [\lambda, G, \rho]^T, \tag{1.5}$$

où ^{T} est l'opérateur de transposition.

1.1.1.1 Discrétisation spatiale

Pour la solution numérique, l'équation 1.4 est discrétisée dans l'espace à l'aide de grilles décalées (Virieux, 1986; Levander, 1988). La géométrie d'une grille est illustrée à la Figure 1.1a. Comme indiqué, le champ de vitesse verticale (v_z) est calculé au centre de la cellule mais les autres champs ($v_x, \tau_{xx}, \tau_{zz}, \tau_{xz}$) sont calculés à l'interface avec les autres cellules. Ensuite, les dérivées partielles sont remplacées par des opérateurs de différences finies. Les opérateurs avant (D_i^+) et arrière (D_i^-) d'ordre $2N$ peuvent être présentés comme (Fabien-Ouellet et al., 2017b),

$$\begin{aligned} D_i^+ f(i) &= \frac{1}{\Delta h} \sum_{n=1}^{N} h_n [f(i+n) - f(i-n+1)], \\ D_i^- f(i) &= \frac{1}{\Delta h} \sum_{n=1}^{N} h_n [f(i+n-1) - f(i-n)], \end{aligned} \tag{1.6}$$

où Δh est le pas spatial et le coefficient h_n est le coefficient de différence finie qui peut être défini en fonction de l'ordre de l'approximation (Levander, 1988; Hasym et al., 2014). La discrétisation

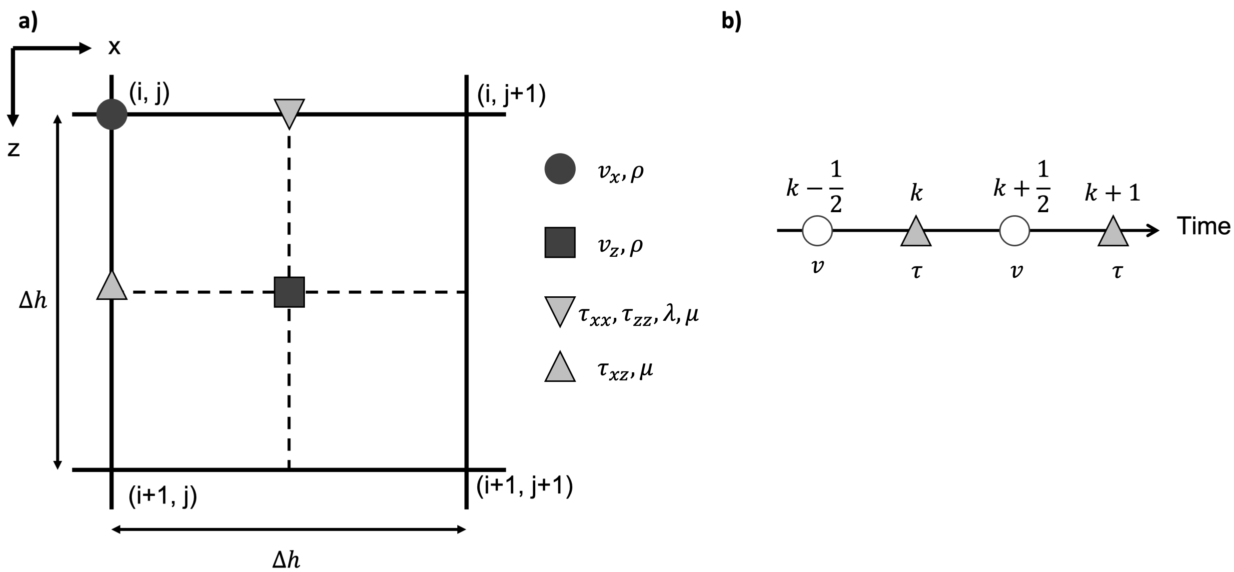

Figure 1.1 : Géométrie de la grille en décalée utilisée dans cette étude.

temporelle suit la structure *leapfrog* (Virieux, 1986) telle que présentée dans la Figure 1.1b. De cette façon, les vitesses (v_x, v_z) et les contraintes (τ_{xx}, τ_{zz}, τ_{xz}) sont explicitement mises à jour au pas de temps $(t+\frac{1}{2})\Delta t$ et $(t+1)\Delta t$ respectivement, sur la base des contraintes et des vitesses au pas de temps $t\Delta t$ et $(t+\frac{1}{2})\Delta t$. De cette façon, l'équation 1.4 peut être discrétisée comme suit

$$\left\{\begin{array}{l}
v_{x_{i,j}}^{t+\frac{1}{2}} = v_{x_{i,j}}^{t-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho}(D_x^- \tau_{xx}{}_{i,j+\frac{1}{2}}^{t} + D_z^- \tau_{xz}{}_{i+\frac{1}{2},j}^{t}), \\
\\
v_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}^{t+\frac{1}{2}} = v_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}^{t-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho}(D_z^+ \tau_{zz}{}_{i,j+\frac{1}{2}}^{t} + D_x^+ \tau_{xz}{}_{i+\frac{1}{2},j}^{t}), \\
\\
\tau_{xx}{}_{i,j+\frac{1}{2}}^{t+1} = \tau_{xx}{}_{i,j+\frac{1}{2}}^{t} + \Delta t(\lambda+2G)(D_x^+ v_{x_{i,j}}^{t+\frac{1}{2}}) + \Delta t\lambda(D_z^- v_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}^{t+\frac{1}{2}}), \\
\\
\tau_{zz}{}_{i,j+\frac{1}{2}}^{t+1} = \tau_{zz}{}_{i,j+\frac{1}{2}}^{t} + \Delta t(\lambda+2G)(D_z^- v_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}^{t+\frac{1}{2}}) + \Delta t\lambda(D_x^+ v_{x_{i,j}}^{t+\frac{1}{2}}), \\
\\
\tau_{xz}{}_{i+\frac{1}{2},j}^{t+1} = \tau_{xz}{}_{i+\frac{1}{2},j}^{t} + \Delta t G(D_x^- v_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}^{t+\frac{1}{2}} + D_z^+ v_{x_{i,j}}^{t+\frac{1}{2}}).
\end{array}\right. \tag{1.7}$$

1.1.1.2 Dispersion et stabilité

La dispersion numérique due à la discretisation spatiale de la grille fait que la vitesse de phase est une fonction de l'intervalle de discrétisation (Dablain, 1986). Pour éviter ce problème, il faut au minimum 4 points de grille par longueur d'onde minimale, λ_{min}, pour une grille décalée d'ordre

$\mathcal{O}(2,4)$,

$$\begin{aligned}\Delta h &< \frac{\lambda_{min}}{c},\\ \Delta h &< \frac{V_{min}}{cf_{max}},\end{aligned} \tag{1.8}$$

où c est une constante qui est autour de 4 pour un opérateur d'ordre 4 et V_{min} et f_{max} sont la vitesse et la fréquence maximale de l'ondelette (Dablain, 1986).

Si une onde se propage sur une grille discrète en utilisant la marche temporelle explicite de type *leapfrog*, le taux d'échantillonnage temporel doit être inférieur au temps de propagation de l'onde entre deux nœuds adjacents. Ceci doit garantir la stabilité de la simulation. Le problème d'instabilité peut donc être évité en choisissant Δt comme inférieur ou égal au nombre de Courant (Courant et al., 1928; Levander, 1988; Bai et al., 2014),

$$\Delta t \leq \frac{\Delta h}{\sqrt{2(c_1+c_2)}V_{max}}, \tag{1.9}$$

où V_{max} est la vitesse maximale et c_1 et c_2 sont les coefficients de l'approximation d'ordre quatre de la dérivée première.

1.1.1.3 Terme source

Différents mécanismes peuvent être modélisés pour le terme source dans l'équation 1.4. Pour une source explosive, le terme source est ajouté aux contraintes normales (τ_{xx} et τ_{zz}) à l'emplacement de la source (Virieux, 1986; Fabien-Ouellet, 2017). Pour modéliser des sources directionnelles, comme une source d'impact, la source doit être ajoutée au nœud correspondant dans la bonne direction en utilisant la fonction v_x ou v_z.

Différents types d'ondelettes peuvent être considérés comme la source. L'ondelette de Ricker (Figure 1.2) est l'ondelette la plus couramment utilisée tout au long de cette étude. Ce type d'ondelettes peut être modélisé comme

$$S_{(}f_p,t) = (1-2\pi^2 f_p^2 t^2)e^{\pi^2 f_p^2 t^2}, \tag{1.10}$$

où f_p est la fréquence de crête.

1.1.1.4 Conditions initiales et aux limites

L'équation 1.4 est constituée de dérivées spatiales et temporelles de premier ordre. Pour résoudre une telle équation, une condition initiale et une condition limite sont nécessaires.

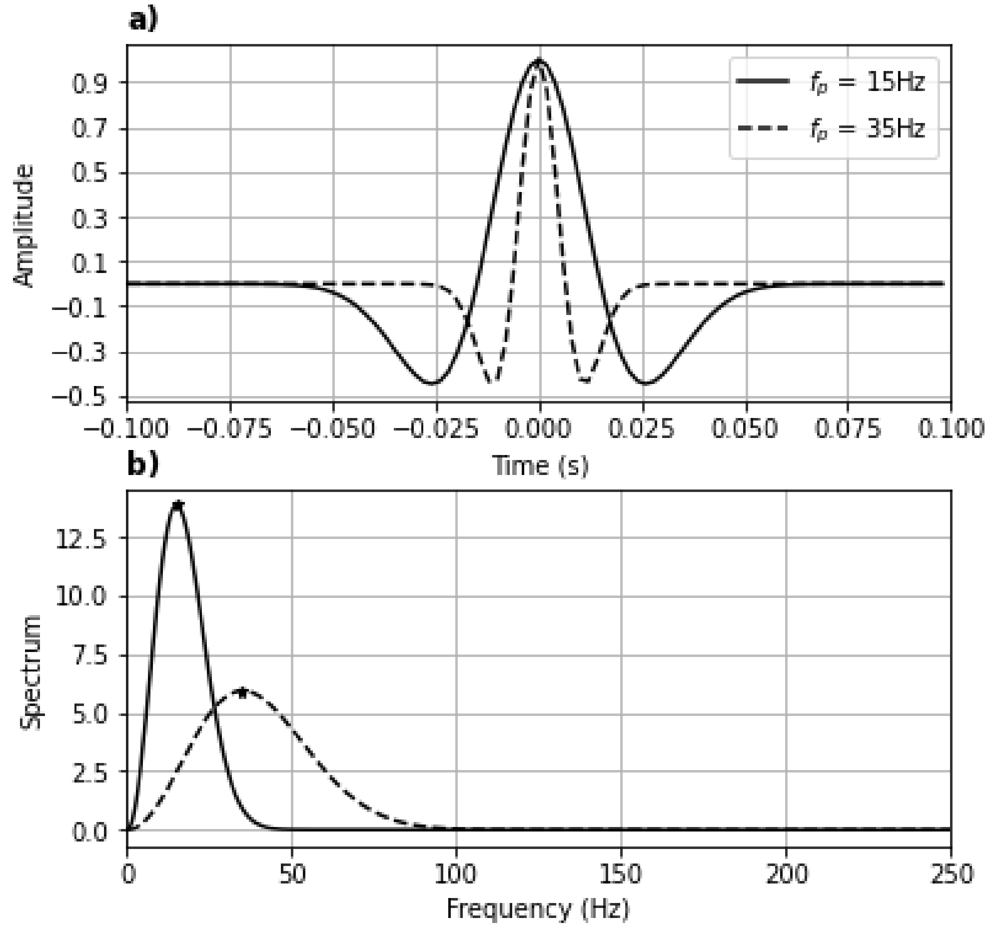

Figure 1.2 : Deux ondelettes de Ricker avec des fréquences de crête de 15Hz et 35Hz dans (a) le domaine temporel et (b) le domaine fréquentiel.

Condition initiale

Pour résoudre l'équation d'onde en termes de vitesse-contrainte, une condition initiale est requise. Cette condition spécifie la forme d'onde avant l'activation de la source. Cela signifie que la forme d'onde doit être connue à $t = 0$. Pour un cas 2D, présenté comme l'équation 1.4, la condition initiale est

$$v_i^{t=0} = \tau_{ij}^{t=0} = 0. \tag{1.11}$$

Conditions aux limites

Aux échelles considérées, la Terre apparait comme un milieu infini. Cependant, les limitations des machines de calcul exigent un milieu fini. Les conditions aux limites doivent permettre de reproduire les observations faites dans un milieu considéré comme infini. La manière la plus simple est d'utiliser la condition aux limites de Dirichlet où les éléments du champ d'ondes (vitesses et contraintes) sont fixés à zéro aux frontières (Figure 1.3a-1.3b). Cette méthode provoque une réflexion des ondes aux frontières. Pour minimiser l'énergie réfléchie aux frontières, une couche parfaitement adaptée (PML) peut être utilisée (Berenger, 1994) comme le montre la Figure 1.3c-1.3d. Des informations sur les différents types de conditions aux limites sont présentées par Gao et al. (2017) où les auteurs ont fait une comparaison approfondie entre les différentes méthodes.

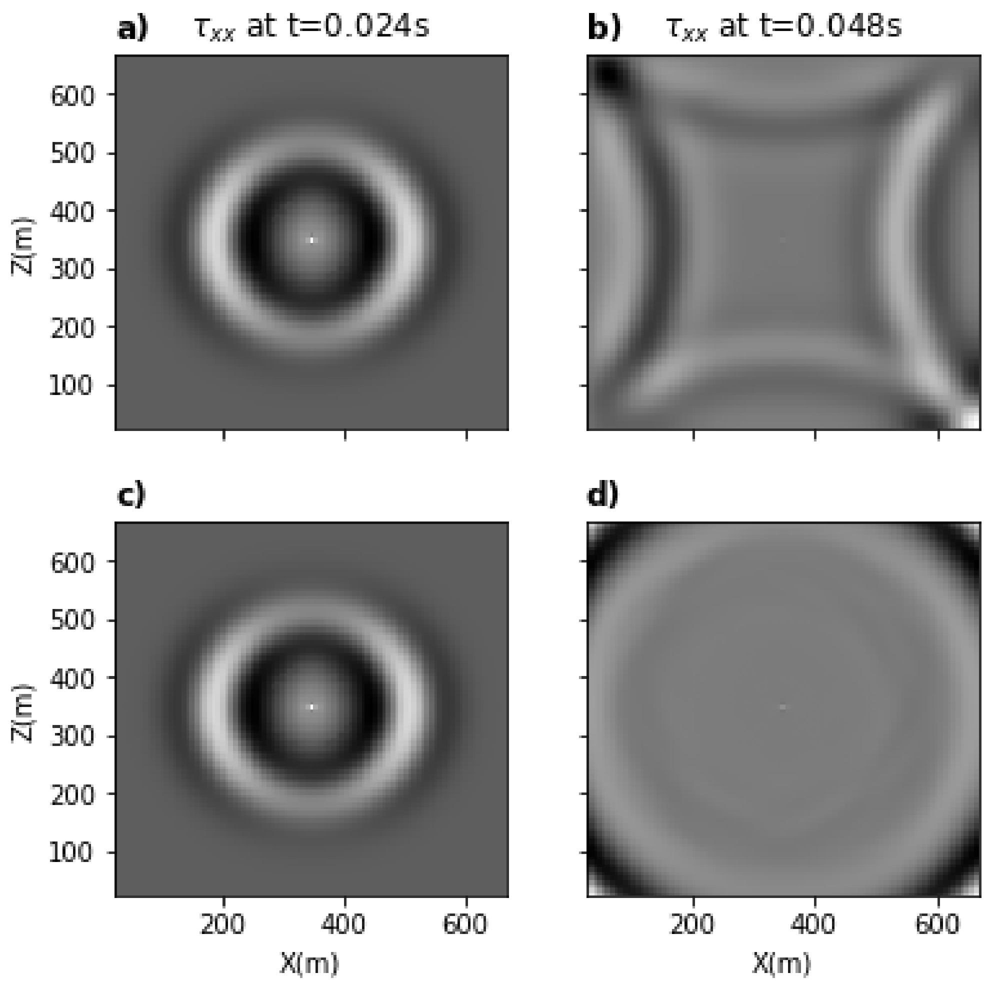

Figure 1.3 : Application de la condition aux limites pour la modélisation directe. Cette figure montre la contrainte τ_{xx} où (a-b) les vitesses et les contraintes sont fixées à zéro sur les frontières et (c-d) la condition aux limites PML est utilisée. La première colonne montre τ_{xx} (a et c) avant que l'onde n'arrive complètement à la frontière, (b et d) l'onde réfléchie et absorbée aux frontières. Il faut mentionner que l'échelle de couleur est la même pour toutes les figures.

1.1.2 Inversion

Comme la relation entre les données sismiques et les paramètres du modèle est non-linéaire, la fonction coût est minimisée à l'aide de méthodes d'inversion non-linéaires et d'une procédure itérative (Figure 1.4). Après avoir obtenu les résidus entre les données observées et estimées, un modèle initial ($\mathbf{m}_0$) est mis à jour pour minimiser la fonction coût (equation 1.1). La valeur et la direction de la perturbation sont estimées à l'aide de la taille de pas de recherche (α) et de la direction de recherche ($\mathbf{p}$). L'algorithme général pour réaliser une FWI est présenté dans l'algorithme 1.

Algorithm 1 Pseudo-code pour l'inversion des formes d'ondes complètes.

1: **Définir** $d_{obs}, \mathbf{m}_0$ et tol (la tolérance pour l'optimisation)
2: **Calculer** χ_0
3: $k = 0$
4: **while** $\chi_k > tol$ **do**
5:     **Calculer** $\mathbf{p}_k$
6:     **Calculer** α_k
7:     $\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k$
8:     **Calculer** χ_{k+1}
9:     $k = k + 1$

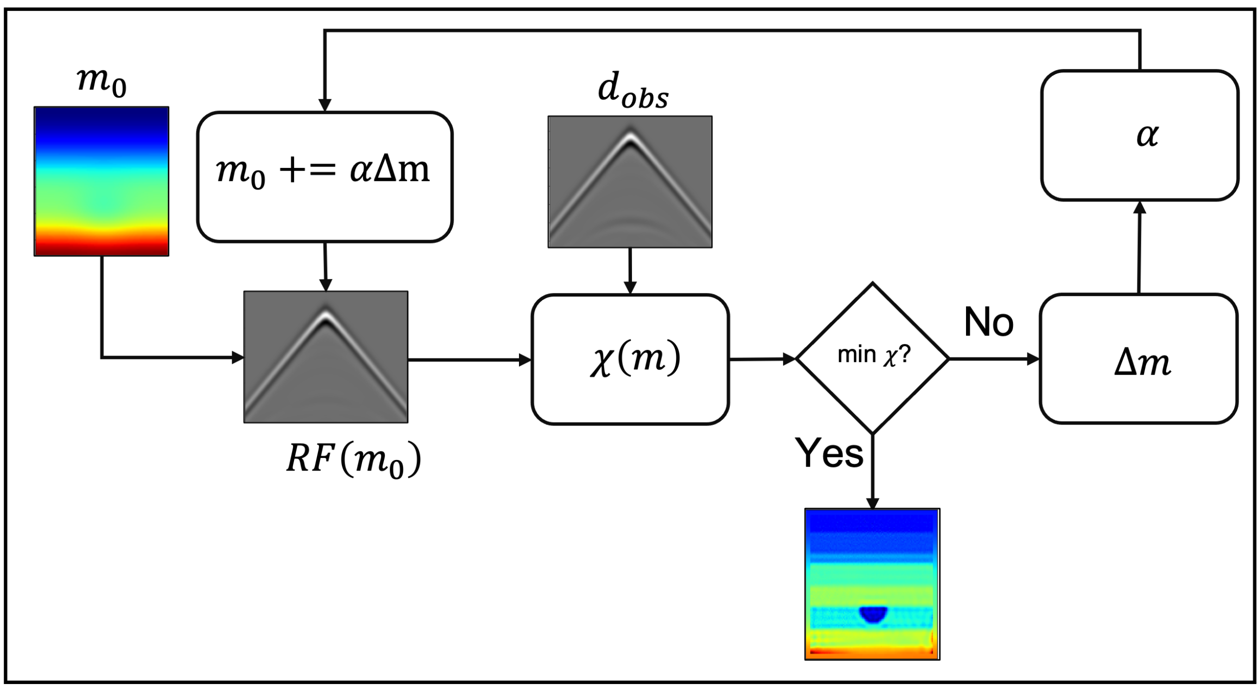

Figure 1.4 : Algorithme schématique d'inversion des formes d'ondes complètes.

En effectuant la modélisation directe, la fonction coût (équation 1.1) peut être évaluée. À l'étape suivante, la fonction coût est minimisée en mettant à jour le modèle à chaque itération comme suit

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k, \tag{1.12}$$

où k est le numéro d'itération et la direction de recherche est calculée comme

$$\mathbf{p} = -\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{m})\nabla_{\mathbf{m}}\chi. \tag{1.13}$$

La taille du pas, α, peut également être estimée en utilisant les conditions de Wolf (Nocedal et al., 2006; Virieux et al., 2009). Enfin, les composantes du gradient, $\nabla_{\mathbf{m}}\chi$, et l'opérateur Hessien, $\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{m})$, sont calculés comme

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\chi}{\partial m_i} &= \int_0^T dt \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial m_i}\right)^{\dagger} \mathbf{R}^{\dagger}(\mathbf{R}\mathbf{u} - \mathbf{d}_{obs}), \\
\mathbf{H}_{ij} &= \int_0^T dt \left(R\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial m_i}\right)^{\dagger} \left(R\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial m_j}\right) + \int_0^T dt \left(\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial m_i \partial m_j}\right)^{\dagger} \mathbf{R}^{\dagger}(\mathbf{R}\mathbf{u} - \mathbf{d}_{obs}),
\end{aligned} \tag{1.14}$$

où † est l'opérateur adjoint.

1.1.2.1 Méthode Adjointe

Pour estimer le gradient de la fonction coût d'un problème d'optimisation sous contrainte PDE tel que l'inversion des formes d'ondes complètes, la méthode adjointe peut être utilisée (Plessix, 2006). La fonction coût (équation 1.1) peut être réécrite comme

$$\min_{\mathbf{m}} \frac{1}{2}\|\mathbf{R}\mathbf{u} - \mathbf{d}_{obs}\|^2, \qquad \text{sujet à} \qquad F(\mathbf{m})\mathbf{u} = s. \tag{1.15}$$

Le gradient de cette fonction peut être trouvé en utilisant une formulation lagrangienne. La fonction de Lagrange pour l'équation 1.15 peut être écrite comme

$$\mathcal{L}(\mathbf{m}, \mathbf{u}, \tilde{\mathbf{u}}) = \frac{1}{2}\|\mathbf{R}\mathbf{u} - \mathbf{d}_{obs}\|^2 + \langle \tilde{\mathbf{u}}, F(\mathbf{m})\mathbf{u} - s\rangle, \tag{1.16}$$

où $\langle ., . \rangle$ est le produit scalaire et $\tilde{\mathbf{u}}$ est la variable adjointe. L'équation adjointe est alors obtenue en fixant à zéro la dérivée de $\mathcal{L}$ par rapport au champ d'onde,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{u}} = 0. \tag{1.17}$$

Donc, l'équation ajointe est

$$F^{\dagger}(\mathbf{m})\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{R}^{\dagger}(\mathbf{R}\mathbf{u} - \mathbf{d}_{obs}), \tag{1.18}$$

où le champ d'onde adjoint en 2D, $\tilde{\mathbf{u}}$, est constitué de

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\tilde{v}_x, \tilde{v}_z, \tilde{\tau}_{xx}, \tilde{\tau}_{zz}, \tilde{\tau}_{xz}]^T. \tag{1.19}$$

Le vecteur $\tilde{\mathbf{u}}$ est la solution de l'adjoint de l'équation 1.4. L'adjoint de l'équation 1.4 est

$$\begin{cases} \dot{\tilde{v}}_x = -\partial_x(\lambda + 2G)\tilde{\tau}_{xx} - \partial_x \lambda \tilde{\tau}_{zz} - \partial_z \mu \tilde{\tau}_{xz} - r_{v_x}, \\ \dot{\tilde{v}}_z = -\partial_z \lambda \tilde{\tau}_{xx} - \partial_z(\lambda + 2G)\tau_{zz} - \partial_x G \tilde{\tau}_{xz} - r_{v_z}, \\ \dot{\tilde{\tau}}_{xx} = -\partial_x \frac{\tilde{v}_x}{\rho} - r_{\tau_{xx}}, \\ \dot{\tilde{\tau}}_{zz} = -\partial_z \frac{\tilde{v}_z}{\rho} - r_{\tau_{zz}}, \\ \dot{\tilde{\tau}}_{xz} = -\partial_z \frac{\tilde{v}_x}{\rho} - \partial_x \frac{\tilde{v}_z}{\rho} - r_{\tau_{xz}}. \end{cases} \tag{1.20}$$

La condition initiale pour résoudre l'équation 1.20 est

$$\tilde{v}_i^{t=T} = \tilde{\tau}_{ij}^{t=T} = 0. \tag{1.21}$$

Suite à la remise à zéro du gradient de la fonction Lagrangienne par rapport au champ d'onde adjointe,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\mathbf{u}}} = 0, \tag{1.22}$$

le gradient de la fonction coût (équation 1.1) par rapport aux paramètres du modèle peut être obtenu comme suit

$$\nabla_{\mathbf{m}} \chi = \left\langle \tilde{\mathbf{u}}, \frac{\partial F(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \mathbf{u} \right\rangle_T, \tag{1.23}$$

qui est une corrélation croisée à retard nul entre le champ d'ondes directes, $\mathbf{u}$, et champ adjoint, $\tilde{\mathbf{u}}$, multiplié par la matrice de diffusion, $\frac{\partial F(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}$. L'algorithme 2 présente le pseudo-code permettant de calculer le gradient de l'équation 1.1 par rapport aux paramètres du modèle en utilisant la méthode adjointe.

Algorithm 2 Pseudo-code pour le calcul du gradient de la fonction coût par la méthode adjointe.

Définir $d_{obs}, \mathbf{m}_0$, les parameters d'acquisition, N_s (nombre de sources) et N_t (nombre d'échantillons temporels)
$\nabla \chi = \mathbf{0}$
while $s < N_s$ **do**
    while $t < N_t$ **do**
        Mise à jour $\mathbf{u}$ en utilisant la fonction source
        $t = t + 1$
    $s = s + 1$
Calculer $residues$
$s = N_s - 1$
$t = N_t - 1$
while $s \geq 0$ **do**
    while $t \geq 0$ **do**
        Mise à jour $\tilde{\mathbf{u}}$ en utilisant de résidus
        Mise à jour $\nabla \chi$
        $t = t - 1$
    $s = s - 1$

1.1.3 Méthodes iteratives d'optimization

En estimant le gradient de la fonction coût par rapport aux paramètres du modèle, l'équation 1.12 peut être utilisée pour estimer les propriétés du sous-sol. De nombreuses méthodes d'optimisation telles que la méthode de la descente la plus forte, la méthode du gradient conjugué, la méthode ℓ-BFGS (Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno à mémoire limitée) et la méthode de Newton peuvent être utilisées pour minimiser la fonction coût (Virieux et al., 2009; Fabien-Ouellet, 2017). Dans cette étude, la méthode ℓ-BFGS est utilisée.

Méthode de la descente la plus forte

La méthode d'optimisation la plus simple pour l'équation 1.1 est la descente la plus forte qui met à jour de manière itérative un modèle initial, $\mathbf{m}^0$, par le produit de la direction opposée du gradient et de la taille du pas (algorithme 3). Ainsi, l'équation 1.12 peut être écrite comme

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k - \alpha_k \nabla_{\mathbf{m}} \chi_k. \tag{1.24}$$

Dans cette méthode, le Hessien est remplacée par une matrice identité. Bien que l'exécution de la méthode de descente la plus forte soit simple, le taux de convergence de cette méthode est lent (Métivier et al., 2013). Cela conduit à l'augmentation du temps de calcul car plus d'itérations sont nécessaires.

Algorithm 3 Pseudo-code pour l'inversion des formes d'ondes complètes utilisant la méthode de descente la plus forte.

Définir $d_{obs}, \mathbf{m}_0$ et tol
Calculer χ_0
$k = 0$
while $\chi_k > tol$ **do**
    Calculer $\nabla_{\mathbf{m}} \chi_k$
    Calculer α_k
    $\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k - \alpha_k \nabla_{\mathbf{m}} \chi_k$
    Calculer χ_{k+1}
    $k = k + 1$

Méthode de quasi-Newton

Bien que le calcul de la matrice Hessienne et de son inverse (equation 1.33) soit prohibitif, les méthodes quasi-Newton telles que BFGS peuvent être utilisées pour fournir une bonne approximation de l'inverse de la matrice Hessienne (Nocedal et al., 2006). Le BFGS est basé sur la fonction objectif quadratique suivante,

$$\chi(\mathbf{m}+\alpha\mathbf{p}) = \chi(\mathbf{m}) + \alpha\mathbf{p}^T\nabla_{\mathbf{m}}\chi + \alpha^2\mathbf{p}^T\mathbf{B}_k\mathbf{p}. \tag{1.25}$$

Dans cette méthode, le Hessien complet ($\nabla^2_{\mathbf{m}}\chi$) est remplacé par le Hessien approximé ($\mathbf{B}$), ce qui conduit à une direction de recherche telle que

$$\mathbf{p}_k = -\mathbf{B}_k^{-1}\nabla_{\mathbf{m}}\chi_k. \tag{1.26}$$

Considérant le vecteur des paramètres du modèle, $\mathbf{m}$, avec une taille de N_m, $\mathbf{B}_k$ est une matrice définie positive symétrique de taille $N_m \times N_m$ qui nécessite d'être mise à jour à chaque itération. Dans la méthode BFGS, le Hessien approximé est mis à jour pour tenir compte de la courbure mesurée lors des itérations les plus récentes. Cela peut être fait comme suit

$$\mathbf{H}_{k+1} = \left(\mathbf{I} - \boldsymbol{\rho}_k\mathbf{s}_k\mathbf{y}_k^T\right)\mathbf{H}_k\left(\mathbf{I} - \boldsymbol{\rho}_k\mathbf{y}_k\mathbf{s}_k^T\right) + \boldsymbol{\rho}_k\mathbf{s}_k\mathbf{s}_k^T, \tag{1.27}$$

où $\mathbf{H}_k$ est l'inverse de l'approximation de la matrice Hessienne et

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_k &= \mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k, \\ \mathbf{y}_k &= \nabla\chi_{k+1} - \nabla\chi_k, \\ \boldsymbol{\rho}_k &= \frac{1}{\mathbf{y}_k^T\mathbf{s}_k}. \end{aligned} \tag{1.28}$$

Pour les problèmes à grande échelle tels que la FWI, le calcul de la matrice Hessienne est coûteux. Pour éviter de stocker une matrice Hessienne approximée entièrement dense, la méthode ℓ-BFGS est proposée pour reconstruire la matrice Hessienne approximative à partir de m paires de vecteurs $\{s_i, y_i\}$ (Nocedal et al., 2006). Cette méthode est présentée dans l'algorithme 4.

1.1.4 Les défis de l'inversion des formes d'ondes complètes

L'inversion des formes d'ondes complètes peut fournir des images à haute résolution du sous-sol. Cependant, l'implémentation de ce type de problème présente de nombreux défis.

1.1.4.1 Problème mal posé

L'inversion des formes d'ondes complètes est un problème très mal posé, ce qui signifie qu'il existe un nombre infini de modèles qui peuvent s'adapter aux données. Par conséquent, des techniques de régularisation sont nécessaires pour réduire la taille de l'espace des solutions (Virieux et al., 2009; Asnaashari et al., 2013; Metivier et al., 2022). Différentes techniques de régularisation

Algorithm 4 Pseudo-code pour l'inversion des formes d'onde complètes utilisant ℓ-BFGS.

Définir d_{obs} et $\mathbf{m}_0$
Calculerχ_0
$k = 0$
$\mathbf{q} = \nabla\chi_0$
while $\chi_k > tol$ **do**
  for $i = k-1, k-2, ..., k-m$ **do**
    $\gamma_i = \boldsymbol{\rho}_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{q}$
    $\mathbf{q} = \mathbf{q} - \gamma_i \mathbf{y}_i$
  $\mathbf{r} = (\mathbf{y}_{k-1}^T \mathbf{y}_{k-1})^{-1} (\mathbf{s}_{k-1}^T \mathbf{y}_{k-1}) \mathbf{q}_k$
  for $i = k-m, k-m+1, ..., k-1$ **do**
    $\beta = \boldsymbol{\rho}_i \mathbf{y}_i^T \mathbf{r}$
    $\mathbf{r} = \mathbf{r} + \mathbf{s}_i(\gamma_i - \beta)$
  $\mathbf{p}_k = -\mathbf{r}$
  Calculer α_k
  $\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k$
  Calculer χ_{k+1}
  $\mathbf{q} = \nabla\chi_{k+1}$
  if $k > m$ **then**
    Discarter $\mathbf{s}_{k-m}$ et $\mathbf{y}_{k-m}$
  $k = k + 1$

ont été utilisées pour améliorer les résultats de cette inversion. En tirant parti de la régularisation de Tikhonov, le lissage du modèle estimé peut être atteint (Asnaashari et al., 2013). Cette régularisation peut être présentée comme

$$\chi = \lambda \left(\mathbf{m}^T \mathbf{L}_x^T \mathbf{L}_x \mathbf{m} + \mathbf{m}^T \mathbf{L}_z^T \mathbf{L}_z \mathbf{m} \right), \tag{1.29}$$

où $\mathbf{L}$ et λ désignent respectivement l'opérateur de dérivation spatiale de premier ordre et l'hyperparamètre de régularisation. Les indices x et z spécifient la direction.

La régularisation de la variation totale (TV) a également montré des résultats prometteurs pour diminuer les artefacts et préserver les discontinuités (Anagaw et al., 2012; Esser et al., 2018). Cette régularisation peut être effectuée en utilisant

$$\chi = \lambda \| \sqrt{(\mathbf{L}_x \mathbf{m})^2 + (\mathbf{L}_z \mathbf{m})^2} \|_1. \tag{1.30}$$

Asnaashari et al. (2013) affirment que lorsque d'autres informations existent sur la zone d'étude, elles doivent être utilisées comme informations *a priori* pour FWI . Ils ont donc proposé de régulariser la fonction coût en utilisant l'information *a priori* ($\mathbf{m}_p$) comme

$$\chi = \lambda \| \mathbf{W}_m (\mathbf{m} - \mathbf{m}_p) \|_2^2, \tag{1.31}$$

où $\mathbf{W}_m$ et un opérateur de pondération dans l'espace des modèles.

Enfin, en cas d'inversion multiparamètre, si des informations sur la relation entre différents paramètres existent, alors la régularisation peut être envisagée pour pousser l'algorithme d'optimisation à suivre cette relation (Hu et al., 2021a). Ceci peut être fait en considérant un terme de régularisation comme

$$\chi = \lambda \|\mathbf{m}_1 - f(\mathbf{m}_2)\|_2^2, \tag{1.32}$$

où f est une fonction permettant d'estimer $\mathbf{m}_1$ à partir de $\mathbf{m}_2$.

1.1.4.2 Le phénomène de saut de cycle

Le saut de cycle se produit si l'erreur de temps d'arrivée entre les données observées et estimées est plus de la moitié de la période de l'onde (Virieux et al., 2009). Considérant un modèle avec un réflecteur, la Figure 1.5a montre les données observées et estimées où Δt est la distance temporelle entre deux traces et la fréquence de crête de l'ondelette est de 25 Hz. La représentation de la fonction coût (equation 1.1) en fonction de Δt montre que le minimum global se situe entre deux minima locaux (Figure 1.5c). Sur la base de ce fait, l'algorithme d'optimisation de FWI peut être piégé dans des minima locaux. Cela signifie que cet algorithme ne peut pas atteindre le minimum global.

Bien qu'il n'existe pas de méthode définitive pour résoudre le problème du saut de cycle, différentes stratégies ont été proposées pour réduire ce problème. Pour la FWI classique, il faut un bon modèle initial. Ce modèle doit être suffisamment précis pour éviter le problème du saut de cycle. En plus d'avoir un modèle initial précis, l'inversion multi-échelle peut être utilisée pour réduire l'occurrence de ce problème (Bunks et al., 1995). Dans l'inversion multi-échelle, l'inversion est effectuée à partir des basses fréquences vers les hautes fréquences, ce qui réduit le nombre de minima locaux en augmentant la période. L'effet de l'inversion multi-échelle peut être observé dans la Figure 1.5d où l'ondelette utilisée à la Figure 1.5b a une fréquence dominante de 5 Hz. L'utilisation de fréquences plus basses réduit le nombre de minima locaux. Cela montre que l'augmentation de la régularité des données sismiques peut réduire le saut de cycle. Les données sismiques peuvent également être lissées à l'aide de différents filtres de lissage pour réduire le problème du saut de cycle (Metivier et al., 2022). Pour un problème de FWI, la méthode la plus courante pour mesurer la distance entre les données observées et estimées est la norme L^2. Néanmoins, l'utilisation d'une fonction coût différente a donné des résultats encourageants pour réduire les effets du saut de cycle (Pan et al., 2020; Pladys et al., 2021).

1.1.4.3 Le couplage entre les paramètres

Dans le cas d'une inversion multiparamétrique, si la perturbation de différents paramètres au même emplacement produit les mêmes changements dans le champ d'ondes, un autre défi im-

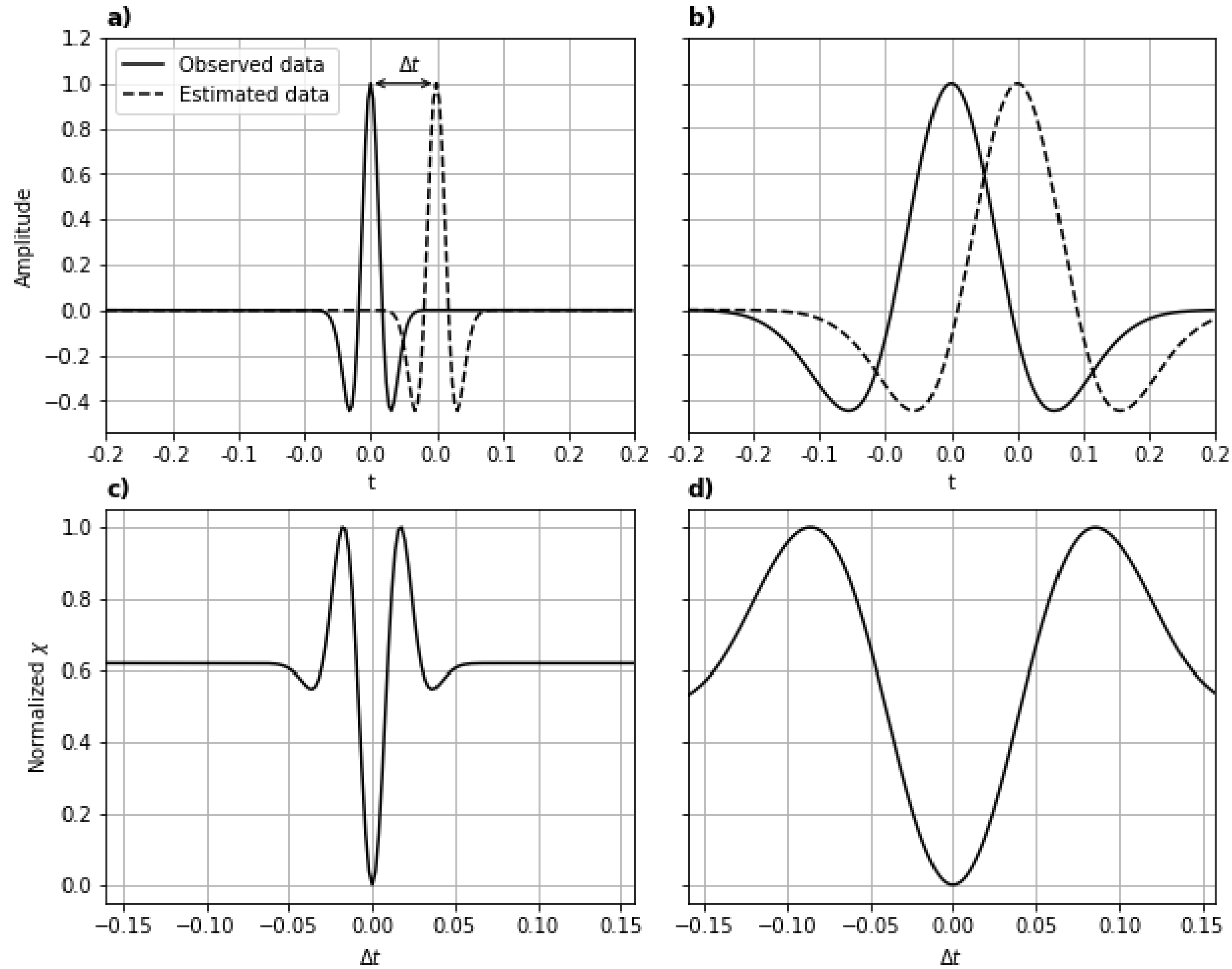

Figure 1.5 : Considérant un modèle avec un réflecteur, (a-b) montre la trace observée et estimée en ligne continue et en pointillé respectivement. (c-d) La fonction coût en norme ℓ^2 en fonction de la distance entre deux traces ($\triangle t$) est présenté. La fréquence de crête de l'ondelette dans les colonnes de gauche et de droite est respectivement de 25 et 5 Hz.

portant de la FWI se pose, appelé couplage entre les paramètres. Pour résoudre ce problème, Operto et al. (2013) ont indiqué quatre méthodes principales : l'utilisation d'une paramétrisation appropriée, l'utilisation du Hessien dans le processus d'optimisation, une stratégie basée sur les données, et une inversion séquentielle où les paramètres dominants sont estimés en premier. Une autre méthode qui permet d'améliorer l'imagerie dans le cas de l'inversion multiparamétrique est la mise à l'échelle du gradient (Kamei et al., 2013; Lavoué et al., 2014). En supposant un algorithme de la descente la plus forte, la direction d'apprentissage peut être obtenue comme suit

$$\mathbf{p} = -\begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{m}^{(1)}}\chi \\ \nabla_{\mathbf{m}^{(2)}}\chi \\ \nabla_{\mathbf{m}^{(3)}}\chi \end{bmatrix}, \tag{1.33}$$

où 1, 2, et 3 sont les indices des trois paramètres de l'inversion. Ensuite, le gradient de la fonction coût par rapport aux différents paramètres peut être mis à l'échelle comme

$$\mathbf{p} = -\begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{m}^{(1)}}\chi \\ \xi\nabla_{\mathbf{m}^{(2)}}\chi \\ \beta\nabla_{\mathbf{m}^{(3)}}\chi \end{bmatrix}, \tag{1.34}$$

où ξ et β mettent en échelle le gradient des différentes classes.

1.2 Inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes

Après avoir compris comment le sous-sol peut être caractérisé à l'aide de la FWI et ses défis, nous utilisons cette méthode de manière *time-lapse* (4D) pour surveiller les changements dans le sous-sol. De nombreuses études ont été menées pour obtenir une image 4D des changements des propriétés de la Terre. L'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes a montré des résultats prometteurs, cependant, elle impose des défis qui doivent être compris et relevés.

1.2.1 Méthodes pour l'inversion des formes d'ondes complètes *time-lapse*

Différentes méthodes ont été proposées pour utiliser l'inversion des formes d'ondes complètes afin d'obtenir une image précise des changements dans le temps. Ces méthodes sont discutées dans cette section.

1.2.1.1 Méthode d'inversion parallèle

Dans le scénario le plus simple, l'inversion de forme d'onde complète peut être utilisée pour inverser les données de base et de surveillance séparément afin d'obtenir deux estimations à partir des modèles de base et de surveillance. L'image *time-lapse* du sous-sol peut être obtenue en prenant la différence de deux modèles estimés (Plessix et al., 2010; Fabien-Ouellet et al., 2017b). Le schéma expliquant cette méthode est présenté à la Figure 1.6a.

Cette méthode est simple et elle a été utilisée comme stratégie de référence dans différentes études (Watanabe et al., 2005; Plessix et al., 2010; Maharramov et al., 2016; Zhou et al., 2021b). Bien que cette méthode soit simple, elle présente quelques problèmes. Tout d'abord, deux inversions sont effectuées indépendamment, ce qui conduit à la présence d'artefacts indépendants dans les estimations de base et de surveillance. Par conséquent, les artefacts générés à partir des deux estimations restent dans l'image *time-lapse* finale. Le deuxième problème de l'inversion parallèle est dû au fait que les changements dans le sous-sol sont locaux et qu'il n'est pas nécessaire d'effectuer l'inversion pour toute la zone d'étude indépendamment. En fait, l'image estimée du modèle de base (ou de surveillance) peut être utilisée comme modèle initial pour effectuer la deuxième série de l'inversion afin d'estimer le modèle de surveillance (ou de base).

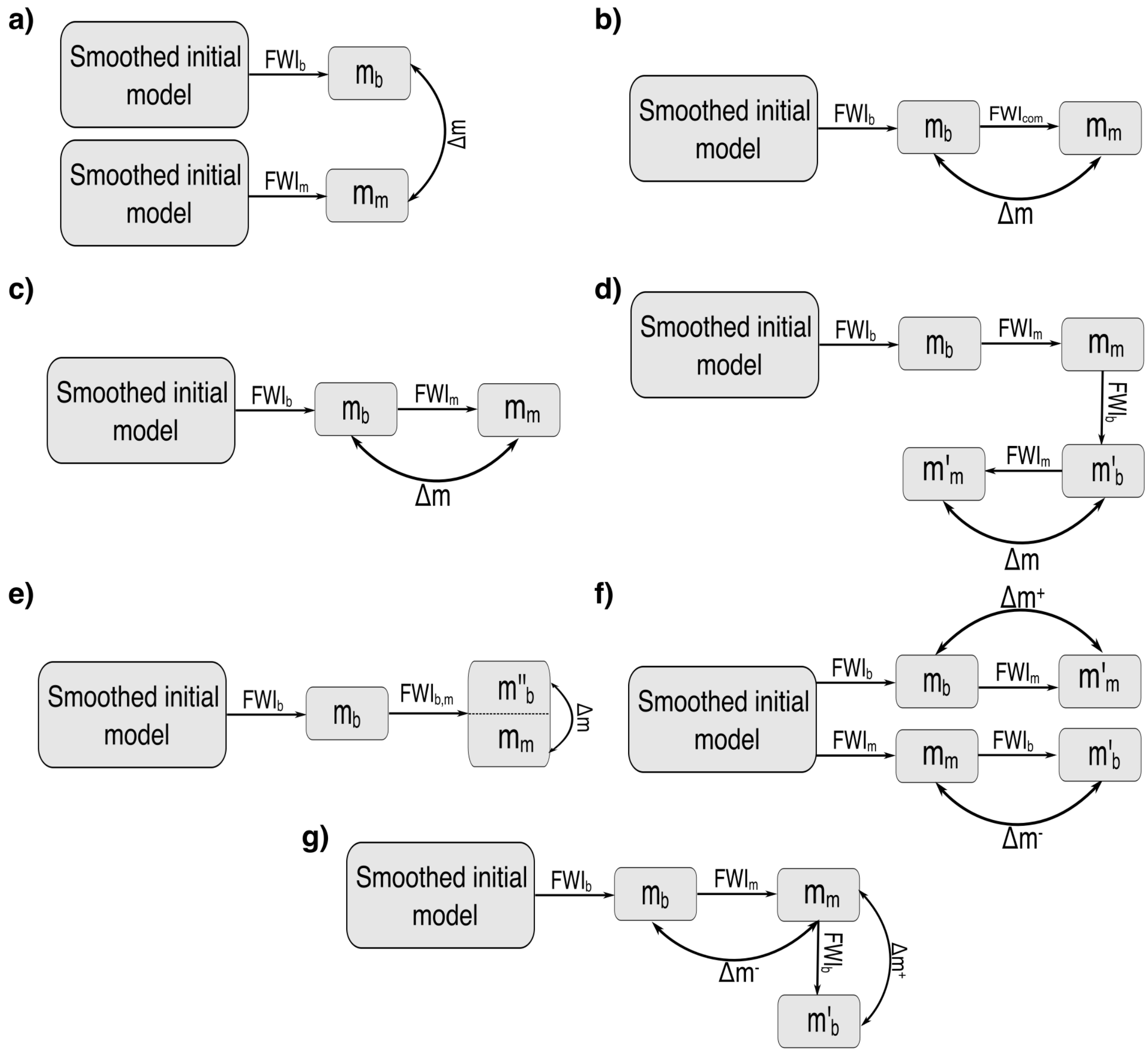

Figure 1.6 : Schémas des différentes méthodes de *time-lapse*. Méthodes d'inversion (a) parallèle, (b) à double différence (c) en cascade, (d) mise à jour croisée (e) simultanée, (f) à différence centrale, et (g) moyenne pondérée. Les indices (b, m, et com) désignent les données inversées (de base, surveillance et composite).

1.2.1.2 Méthode d'inversion en double différence

Pour résoudre les problèmes de l'inversion parallèle, Watanabe et al. (2005) ont proposé l'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes à double différence (Figure 1.6b). Dans cette méthode, nous minimisons la différence entre la différence des données observées et les données estimées de deux levés,

$$\Delta d = \left(\mathbf{d}_m^{obs} - \mathbf{d}_b^{obs}\right) - \left(\mathbf{d}_m^{calc} - \mathbf{d}_b^{calc}\right), \tag{1.35}$$

où les indices (m et b) représentent les levés de suivi (m pour *monitor*) et de référence (b pour *baseline*) et les exposants (obs and $calc$) représentent les données observées et calculées, respectivement. L'équation 1.35 peut être réécrite comme suit

$$\Delta d = \left(\mathbf{d}_m^{obs} - \mathbf{d}_b^{obs} + \mathbf{d}_b^{calc}\right) - \mathbf{d}_m^{calc} = \mathbf{d}_{com} - \mathbf{d}_m^{calc}, \tag{1.36}$$

où $\mathbf{d}_{com}$ désigne les données sismiques composites.

Dans une situation idéale, les résultats de cette méthode sont plus précis que ceux de l'inversion parallèle. Cependant, une situation idéale nécessite que la géométrie et les paramètres de l'acquisition de données sismiques soient parfaitement répétés, ce qui est rarement possible. De ce fait, la méthode de double différence ne fournit pas d'images précises en présence de sources de non-répétabilité (Kamei et al., 2017; Zhou et al., 2021b).

1.2.1.3 Méthode d'inversion en cascade

L'inversion en cascade (Figure 1.6c) a été proposée par Routh et al. (2012) pour estimer le modèle de surveillance en utilisant le modèle de base comme estimation initiale $\mathbf{m}_0 = \mathbf{m}_b$. Cela signifie que le modèle de surveillance peut être estimé comme suit

$$\mathbf{m}_m = \mathbf{m}_b + \sum_{k=1}^{N_{iter}} \alpha_k \mathbf{p}_k, \tag{1.37}$$

où N_{iter} est le nombre d'itérations. Le résultat final de cette méthode est obtenu en prenant la différence entre les modèles de surveillance et de base. Bien que cette méthode améliore la précision des estimations par rapport aux méthodes susmentionnées, elle est susceptible de générer de forts artefacts.

1.2.1.4 Méthode d'inversion de mise à jour croisée

Maharramov et al. (2014) ont proposé la méthode de mise à jour croisée pour obtenir une plus grande précision en propageant les artefacts générés lors de l'inversion des données sismiques d'un levé à l'inversion des données sismiques de millésime suivant. Comme le montre la Figure 1.6d, cette méthode nécessite l'exécution de quatre inversions des formes d'ondes complètes au cours desquels les artefacts tendent à s'annuler. La méthode de mise à jour croisée, également appelée inversion séquentielle dans la littérature (Hicks et al., 2016) consiste en deux exécutions consécutives de l'inversion en cascade. Ainsi, cette méthode génère deux estimations pour le modèle de base et deux estimations pour le modèle de surveillance. L'estimation de l'anomalie 4D la plus précise obtenue par cette méthode est la différence entre les deuxième estimations de surveillance et de base,

$$\mathbf{\Delta m} = \mathbf{m}'_m - \mathbf{m}'_b, \tag{1.38}$$

où le symbole de prime ($'$) représente la deuxième estimation d'un millésime spécifique qui est obtenue en utilisant l'image estimée de l'autre millésime comme modèle initial (c'est-à-dire l'estimation du modèle de surveillance ou de base pour la deuxième fois en utilisant la base estimée ou le modèle de surveillance comme modèle initial).

1.2.1.5 Méthode d'inversion simultanée

Alors que les méthodes de mise à jour en cascade et croisée tentent de réduire les artefacts *time-lapse* en propageant les artefacts de l'inversion d'un millésime à l'inversion de l'autre millésime, Maharramov et al. (2014) ont proposé le l'inversion simultanée pour arrêter d'emblée la propagation des artefacts et générer des images plus précises. La fonction coût de cette méthode peut être présentée comme suit

$$\begin{aligned}\chi(\mathbf{m}_b, \mathbf{m}_m) =& \|\mathbf{Ru}(\mathbf{m}_b) - \mathbf{d}_b\|_2^2 + \|\mathbf{Ru}(\mathbf{m}_m) - \mathbf{d}_m\|_2^2 \\ &+ \delta\|\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_b\|_2^2.\end{aligned} \tag{1.39}$$

La différence entre les modèles estimés de base et de surveillance est utilisée comme terme de régularisation et le poids de ce terme dans la fonction coût est contrôlé par le paramètre δ. Le schéma de cette méthode est présenté à la Figure 1.6e. L'inversion simultanée reçoit un modèle initial et des données sismiques observées à partir de deux millésimes. Dans la première étape, les données de base sont inversées et le modèle de base estimé est utilisé comme modèle initial pour l'inversion *time-lapse*. Cette méthode minimise le résidu entre les données estimées et observées des modèles de base et de surveillance tout en régularisant la solution par la différence entre les modèles estimés. Malgré la méthode de mise à jour croisée, l'inversion simultanée utilise trois exécutions de l'inversion des formes d'ondes complètes et fournit toujours des résultats plus précis. Cependant, cette méthode nécessite de choisir un poids de régularisation, δ, ce qui peut être une tâche fastidieuse.

1.2.1.6 Méthode d'inversion différence centrale

L'inversion en cascade présentée dans la section 1.2.1.3 utilise le modèle de base estimé comme modèle initial pour estimer une image du modèle de suivi. Considérant que la méthode d'inversion converge vers les minima globaux, changer l'ordre d'inversion ne devrait pas changer le résultat. En d'autres termes, au lieu de l'équation 1.37, nous pourrions d'abord estimer le modèle de surveillance, puis le modèle de base comme

$$\mathbf{m}_b = \mathbf{m}_m + \sum_{k=1}^{N_{iter}} \alpha_k \mathbf{p}_k. \tag{1.40}$$

En pratique, l'utilisation de l'équation 1.40 au lieu de l'équation 1.37 ne conduit pas à un résultat équivalent. Cela s'explique par le caractère mal posé de la FWI. Zhou et al. (2021a) ont montré qu'en changeant l'ordre d'inversion en cascade, les artefacts dans les modèles estimés ont des signes différents. C'est la base de la méthode de différence centrale (Figure 1.6f). Zhou et al. (2021a) ont appelé les images *time-lapse* estimées à l'aide de l'équation 1.37 et l'équation 1.40 respectivement *bootstrap* inverse ($\mathbf{\Delta m}^+$) et *bootstrap* avant ($\mathbf{\Delta m}^-$).

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta m}^+ &= \mathbf{m}'_m - \mathbf{m}_b, \\ \mathbf{\Delta m}^- &= \mathbf{m}_m - \mathbf{m}'_b. \end{aligned} \tag{1.41}$$

Basé sur le fait que le signe des artefacts est différent dans deux *bootstraps*, ces artefacts peuvent s'annuler en faisant la moyenne,

$$\mathbf{\Delta m} = \frac{\mathbf{\Delta m}^+ + \mathbf{\Delta m}^-}{2}. \tag{1.42}$$

En plus des trois estimations susmentionnées (équation 1.41 et équation 1.42), la méthode de différence centrale peut fournir deux autres estimations des changements dans le sous-sol, soit

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta m}_{\|} &= \mathbf{m}'_m - \mathbf{m}_b, \\ \mathbf{\Delta m}_{2\|} &= \mathbf{m}_m - \mathbf{m}'_b, \end{aligned} \tag{1.43}$$

où $\mathbf{\Delta m}_{\|}$ et $\mathbf{\Delta m}_{2\|}$ sont présentés sous forme d'estimations parallèles et parallèles de deuxième étape. Zhou et al. (2021a) ont montré que, parmi les cinq estimations *time-lapse* possibles de la méthode de la différence centrale, $\mathbf{\Delta m}$ fournit l'image la plus précise des changements dans le sous-sol. Ainsi, $\mathbf{\Delta m}$ est connu comme le résultat final de la méthode de la différence centrale tel qu'obtenu à l'aide de l'équation 1.42.

1.2.1.7 Méthode d'inversion moyenne pondérée

Les méthodes de mise à jour croisée et de différence centrale peuvent fournir des images *time-lapse* très précises du sous-sol. Néanmoins, elles nécessitent quatre exécutions de l'inversion alors que le calcul d'une FWI prend beaucoup de temps. De plus, ces méthodes fournissent des résultats définitifs et il n'est pas possible d'analyser les artefacts. Bien que la méthode d'inversion simultanée fournisse des résultats précis, le choix d'un poids de régularisation optimal (δ dans l'équation 1.39) est une tâche fastidieuse qui rend l'utilisation de cette méthode peu pratique.

Pour résoudre ces problèmes, nous avons proposé l'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes à moyenne pondérée. (Mardan et al., 2022d, 2023). Comme le montre la Figure 1.6g, l'inversion à moyenne pondérée nécessite trois exécutions de FWI et les *bootstraps* avant et arrière sont calculés de la manière suivante

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta m}^- &= \mathbf{m}_m - \mathbf{m}_b, \\ \mathbf{\Delta m}^+ &= \mathbf{m}_m - \mathbf{m}'_b. \end{aligned} \tag{1.44}$$

Comme on l'a mentionné, les artefacts ont un signe différent dans chaque *bootstrap*. Par conséquent, le calcul de la moyenne permet d'annuler les artefacts. Il convient de noter que les artefacts dans le *bootstrap* inverse sont généralement plus forts. Cela s'explique par le fait que $\mathbf{m}_b$ est obtenu après une inversion des formes d'ondes complètes alors que $\mathbf{m}'_b$ est le résultat de trois inversions des formes d'ondes complètes consécutifs (Figure 1.6g). Ainsi, la moyenne pondérée permet d'obtenir des résultats plus précis. Le résultat final de cette méthode est obtenu comme suit

$$\mathbf{\Delta m} = \frac{\mathbf{\Delta m}^+ + \beta \mathbf{\Delta m}^-}{1+\beta}, \tag{1.45}$$

où β est le poids du *bootstrap* inverse.

Cette méthode fournit non seulement des résultats avec une précision comparable avec les inversions à mise à jour croisée, simultanée et à différence centrale, mais fournit également un outil permettant de distinguer les artefacts des vraies anomalies. En fait, l'écart type des résultats pour différentes valeurs de β peut fournir les parties des modèles *time-lapse* qui sont plus sujettes aux artefacts. Dans l'article présenté au chapitre 2 de cette thèse, nous montrons comment la modification de β peut faire apparaître et disparaître des artefacts dans les résultats finaux alors que ce paramètre n'affecte pas de manière significative la vraie anomalie.

Bien que la modification de β puisse fournir des informations sur les artefacts et les anomalies *time-lapse*, une valeur optimale doit être choisie pour ce paramètre afin d'obtenir une estimation précise. Pour choisir une valeur optimale pour β, nous avons comparé différentes normes et la norme ℓ_1 a fourni la valeur la plus précise. Cela est dû au fait que la norme ℓ_1 est robuste aux valeurs aberrantes et fournit une bonne mesure des caractéristiques localisées. Pour une meilleure analyse, β peut être choisi pour différentes profondeurs en définissant une taille de fenêtre spécifique. Cette technique est présentée plus en détail dans le chapitre 2.

1.2.2 Les défis de l'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes

L'inversion des formes d'ondes complètes en mode *time-lapse* est plus problématique que la FWI. En plus des défis hérités de la FWI, l'inversion *time-lapse* a ses propres difficultés qui sont discutées dans cette section.

1.2.2.1 Les petits changements dans la valeur des paramètres

Les changements des propriétés élastiques dus à la variation des fluides dans le sous-sol sont généralement faibles, ce qui entraîne une faible variation d'amplitude dans les données observées (Zhou et al., 2021b; Yin et al., 2021). D'autre part, les artefacts générés lors des différentes exécutions de l'inversion peuvent s'accumuler et masquer les vrais changements dans le modèle de vitesse.

1.2.2.2 Les effets de non-répétabilité

Les études *time-lapse* sont généralement basées sur le fait que l'acquisition des données sismiques de deux levés est effectuée dans des circonstances idéales où les changements dans les données sont causés uniquement par des changements dans le sous-sol dus à la production ou à l'injection de fluides. Cependant, cette condition ne peut presque jamais être remplie. Il existe de nombreuses sources de non-répétabilité (NR) qui affectent les études *time-lapse*. La Figure 1.7 montre les effets de trois types de non-répétabilité (positions de la source et du récepteur, marées et variation de la vitesse de l'eau de mer) sur les données sismiques marines. Comme on le voit, chaque type de non-répétabilité génère des bruits 4D spécifiques. Les bruits générés par l'erreur de positionnement source-récepteur (Figure 1.7a) sont principalement dus aux ondes directes et réfractées. La Figure 1.7b montre que la marée peut générer de forts bruits 4D qui consistent en de fortes ondes réfléchies. Cependant, les bruits 4D générés par la variation de la vitesse de l'eau de mer (Figure 1.7c) comprennent des ondes réfléchies plus faibles.

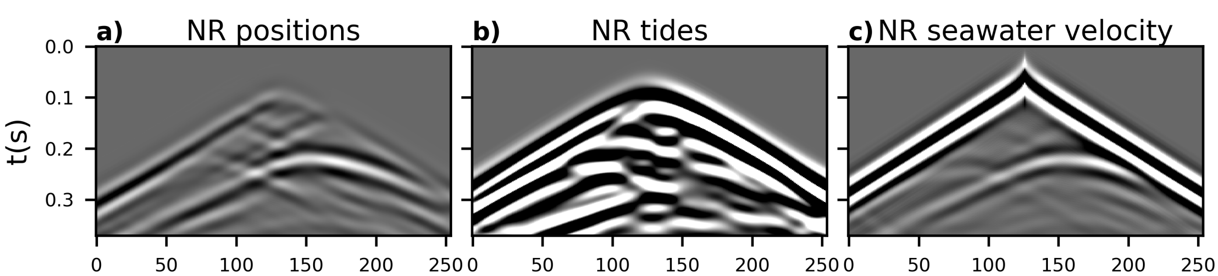

Figure 1.7 : Différence entre les données sismiques acquises pour le levé de surveillance à partir d'une acquisition parfaitement répétée et d'une acquisition avec non-répétabilité due à (a) une erreur de positionnement source-récepteur, (b) des marées et (c) une variation de la vitesse de l'eau de mer.

1.3 Physique des roches

Les experts en physique des roches cherchent à établir des relations entre les propriétés des matériaux de la Terre et la réponse géophysique observée afin de développer une théorie prédictive. Après avoir établi ces relations, les propriétés des matériaux peuvent être déduites des données géophysiques. Pour la sismique, l'établissement de relations entre les propriétés mesurées et les propriétés physiques de la roche nécessite donc 1) des connaissances sur les propriétés élastiques du fluide interstitiel et du squelette rocheux, et 2) des modèles pour les interactions roche-fluide. Ces connaissances sont utilisées pour concevoir une procédure d'inversion de la physique des roches. Dans cette étude, nous utilisons Dupuy et al. (2016b,a, 2017) et Queißer et al. (2013) comme principales références pour effectuer cette inversion. Une étude complète des modèles de physique des roches est présentée dans Mavko et al. (2020).

Comme le montre la Figure 1.8, un cube de roche poreuse peut être caractérisé par quatre composants : la matrice rocheuse, le système pore/fluide, le squelette sec et l'ensemble de la roche saturée. Le modèle de Gassmann (équation 1.46) relie le module de compressibilité sec d'une roche K_D au module de compressibilité du fluide interstitiel K_f et au module de compressibilité de la matrice (matériaux minéraux constituant la roche), K_s,

$$\begin{aligned} &\frac{K}{K_s - K} = \frac{K_\mathrm{D}}{K_s - K_\mathrm{D}} + \frac{K_\mathrm{f}}{\phi\,(K_s - K_\mathrm{f})}, \\ &G = G_D, \end{aligned} \tag{1.46}$$

où Kest le module de compressibilité non drainé (ou saturé) de la roche avec le fluide interstitiel. Ce modèle est couramment utilisé pour analyser la variation du module de compressibilité causée par la substitution de fluide en présence par un autre fluide de propriétés différentes. Nous l'appliquons ici pour relier les propriétés élastiques (V_P, V_S, ρ) à la saturation du CO_2. Le module de compressibilité et densité effective du fluide contenant deux phases (par exemple de l'eau et des hydrocarbures) peuvent être calculées en utilisant des moyennes pondérées

$$\begin{aligned} K_f &= S_w K_w + (1 - S_w) K_h, \\ \rho_f &= S_w \rho_w + (1 - S_w)\rho_h, \end{aligned} \tag{1.47}$$

où les indices f, w, et h désignent respectivement la propriété effective du fluide, de l'eau, et de l'hydrocarbure. En changeant les fluides dans un réservoir, K_f et ρ_f varient et par conséquent tous les paramètres élastiques changent également. De l'autre côté, les modules de compressibilité et de cisaillement de la matrice rocheuse (K_s et G_s) et les modules secs effectifs de la roche (K_D et G_D) sont invariants avec les changements des fluides dans un réservoir. Pour homogénéiser la matrice du milieu, les modules de compressibilité et de cisaillement de la matrice rocheuse peuvent être estimés en utilisant la relation de Voigt-Reuss-Hill (Hill, 1952) comme suit

$$\begin{aligned} K_s =& \frac{1}{2}\left[(CK_c + (1-C)K_q) \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{C/K_c + (1-C)/K_q}\right)\right], \\ G_s =& \frac{1}{2}\left[(CG_c + (1-C)G_q) \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{C/G_c + (1-C)/G_q}\right)\right], \end{aligned} \tag{1.48}$$

où C est le volume de la matière argileuse et où les indices c et q désignent respectivement l'argile et le quartz. Les modules secs effectifs de la roche peuvent être calculés à l'aide de diverses théories des milieux effectifs (Berryman, 1995; Mavko et al., 2020). En suivant Pride (2005), nous estimons les modules secs avec

$$\begin{aligned} K_D &= K_s \frac{1-\phi}{1+cs\phi}, \\ G_D &= G_s \frac{1-\phi}{1+\frac{3}{2}cs\phi}, \end{aligned} \tag{1.49}$$

où cs est le paramètre de consolidation qui définit le degré de consolidation entre les grains et ϕ est la porosité du réservoir.

Pour estimer la saturation des fluides dans le sous-sol, nous devons effectuer une inversion. Dupuy et al. (2016b) et Queißer et al. (2013) ont utilisé les résultats de la FWI acoustique mono-paramétrique comme données observées et ont effectué une inversion de la physique des roches pour trouver les propriétés physiques qui correspondent à la vitesse de l'onde P. Pour y arriver, Dupuy et al. (2016b) ont utilisé les équations de Gassmann pour relier les paramètres de la physique des roches aux paramètres élastiques

$$\begin{aligned} K &= \frac{\phi K_D + (1-(1+\phi)K_D/K_s)\, K_f}{\phi(1+\Delta)}, \\ G &= G_D, \end{aligned} \tag{1.50}$$

où le paramètre Δ est

$$\Delta = \frac{1-\phi}{\phi}\frac{K_f}{K_s}\left(1 - \frac{K_D}{(1-\phi)K_s}\right) = \frac{1-\phi}{\phi}\frac{K_f}{K_s}\left(1 - \frac{1}{1+cs\phi}\right), \tag{1.51}$$

Nous pouvons également calculer la densité de la roche comme

$$\rho = (1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f, \tag{1.52}$$

où

$$\rho_s = C\rho_c + (1-C)\rho_q, \tag{1.53}$$

est la densité de la matrice rocheuse. Les propriétés élastiques peuvent être calculées à l'aide de les équations 1.50 et 1.52 comme suit

$$\begin{aligned} V_P &= \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}}, \\ V_S &= \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \\ \rho &= \rho. \end{aligned} \tag{1.54}$$

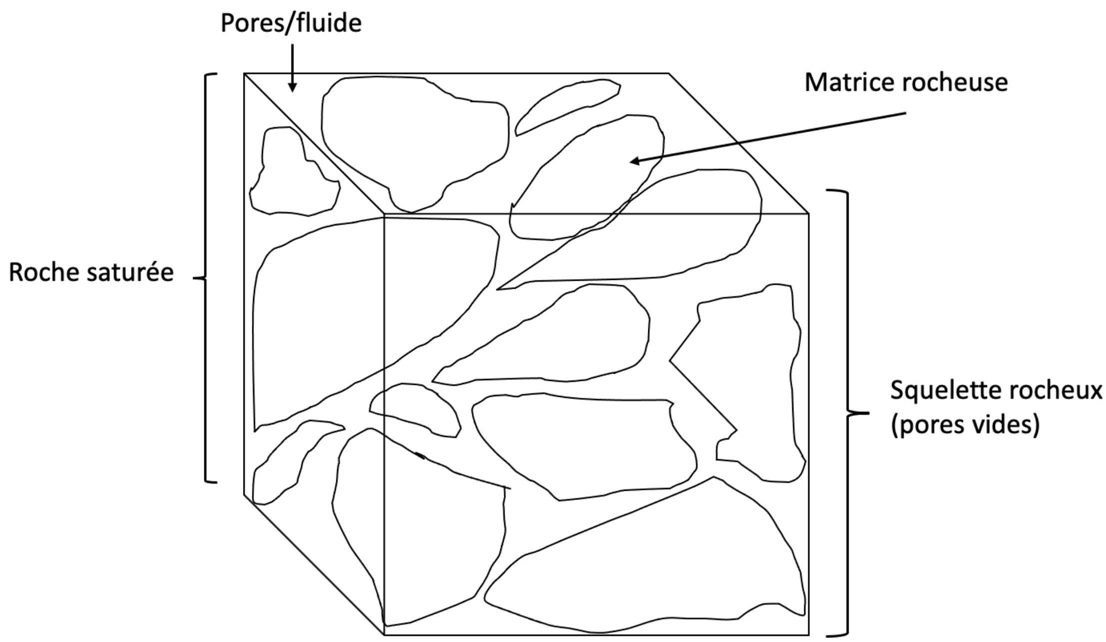

Figure 1.8 : Un cube de roche poreuse peut être caractérisé par la matrice rocheuse, le système pore/fluide, le cadre de roche sèche et l'ensemble de la roche saturée.

Après avoir estimé les propriétés de la roche et du fluide, la saturation du CO_2 est estimée en utilisant l'inversion de la physique des roches. A cet effet, Dupuy et al. (2016a) et Queißer et al. (2013) ont utilisé la vitesse estimée de l'onde P pour obtenir les changements de saturation en fluide dans les réservoirs (Figure 1.9). Leurs méthodes consistent à effectuer deux inversions consécutives : 1) l'inversion des formes d'ondes complétes pour obtenir la vitesse des ondes P et 2) l'estimation des propriétés de la physique des roches en inversant la vitesse des ondes P estimée dans la première étape. Dans le chapitre 3, nous avons proposé un formalisme pour faire l'inversion pour la saturation des fluides en une étape à partir de données sismiques.

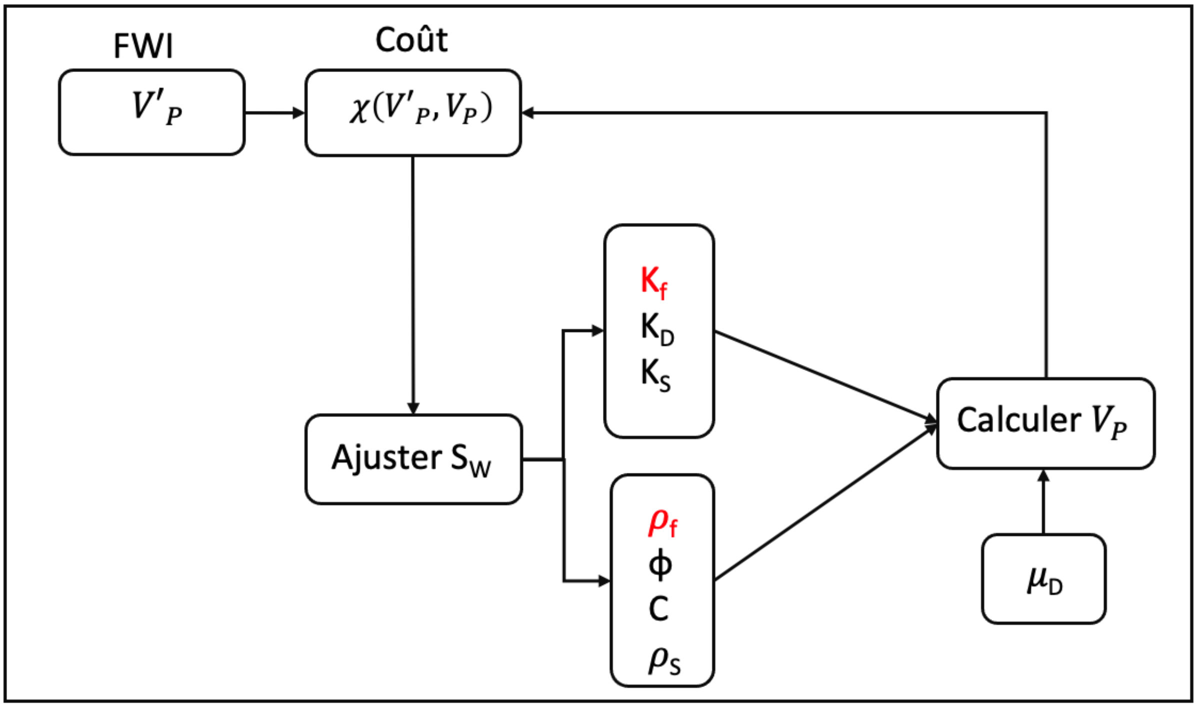

Figure 1.9 : Schéma de l'inversion pour la saturation. La saturation du CO_2 est utilisée pour ajuster V_P estimée à partir de la modélisation de la physique des roches à V_P estimée par l'inversion des formes d'ondes complètes (adapté de Queißer et al. (2013)).

1.4 Problématique

Les applications de FWI pour l'imagerie du sous-sol sont acceptées dans l'industrie et cette méthode est aujourd'hui un outil courant pour estimer les propriétés du sous-sol. Cependant, l'inversion des formes d'ondes complètes est considérée comme une méthode coûteuse en termes de calcul. L'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes a montré des résultats prometteurs pour le suivi des changements dans le sous-sol (Watanabe et al., 2005; Asnaashari et al., 2015; Maharramov et al., 2016; Fabien-Ouellet et al., 2017b; Zhou et al., 2021a). Cette technique nécessite au moins deux exécutions de FWI et elle comporte également ses difficultés. En fait, les méthodes d'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes avec deux exécutions d'inversion (inversions parallèles, à double différence et en cascade) ne fournissent pas de résultats précis et des méthodes plus coûteuses en calcul, comme la mise à jour croisée et la différence centrale, sont présentées pour obtenir une image *time-lapse* précise du sous-sol. En raison du coût de calcul de la FWI, il est très important de fournir une méthode qui permette d'estimer avec précision le changement temporel de la Terre avec le moins de calcul possible.

De nombreuses méthodes ont été proposées pour profiter de la FWI pour estimer les changements à haute résolution. Les méthodes proposées sont principalement utilisées dans une situation idéale où tous les paramètres importants sont identiques. Zhou et al. (2021b) ont comparé les effets de la non-répétabilité (erreur de positionnement source-récepteur, variation de la vitesse de l'eau de mer et variation du niveau de la mer) sur l'inversion *time-lapse* pour les méthodes parallèle, à double différence et à différence centrale. L'analyse des résultats obtenus par Kamei et al. (2017) et Zhou et al. (2021b) montre que certaines stratégies d'inversion sont plus efficaces pour traiter la non-répétabilité. Par conséquent, il est important d'étudier les effets de la non-répétabilité sur toutes les méthodes d'inversion *time-lapse* proposées. Cela peut permettre de mieux comprendre les avantages et les défauts des méthodes d'inversion pour la surveillance du sous-sol.

L'inversion des formes d'ondes complètes a été utilisée pour surveiller les propriétés (visco)-élastiques du sous-sol (Asnaashari et al., 2015; Hicks et al., 2016; Lescoffit et al., 2016; Fabien-Ouellet et al., 2017b). Pour surveiller les propriétés de la physique des roches telles que la saturation des fluides dans le sous-sol, les résultats de FWI doivent être inversés (Dupuy et al., 2016b,a; Queißer et al., 2013). Ainsi, une procédure d'inversion en deux étapes a été employée pour estimer la saturation dans les réservoirs. Dans ces études, les changements de la saturation ont été estimés en utilisant FWI pour estimer V_P et ensuite, l'inversion de la physique des roches pour inverser V_P pour la saturation. Cela augmente l'incertitude car on suppose que le milieu est acoustique (les ondes de cisaillement sont ignorées) et que le résultat de l'inversion est les propriétés exactes du sous-sol. Pour obtenir les vraies propriétés du sous-sol, une formulation élastique est préférable à une formulation acoustique car elle permet de prendre en compte les différentes phases dans les données mesurées. Il est donc important d'étudier la capacité de l'inversion *time-lapse* à estimer directement les changements de propriétés de la physique des roches en utilisant une formulation appropriée pour le milieu élastique.

1.5 Objectifs de la thèse

Dans cette thèse, nous nous concentrons sur les applications de la FWI pour la surveillance du sous-sol. Cette étude comprend trois objectifs : (1) proposer une méthode moins coûteuse sans sacrifier la précision pour mener une étude d'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes, (2) formuler l'inversion *time-lapse* pour l'estimation directe de la saturation des fluides dans les réservoirs, et (c) réduire le temps de calcul de l'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes en utilisant la programmation GPU et publier un paquet Python *open-source* pour mener d'autres recherches sur TL-FWI.

Le premier objectif est discuté au **chapitre 2**, où différentes stratégies d'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes sont examinées. En étudiant les modèles de Marmousi et de SEAM Time-Lapse nous avons proposé la méthode d'inversion à moyenne pondérée qui non seulement fournit une image très précise des changements en fonction du temps dans le sous-sol, mais qui nécessite également moins de calculs que les autres stratégies pour une précision comparable. Cette méthode est présentée dans un article publié dans *Geophysics* :

— Mardan A., Giroux B., Fabien-Ouellet G. Weighted-average time-lapse seismic full-waveform inversion, *Geophysics*, 10.1190/geo2022-0090.1.

Le **chapitre 3** de cette thèse est consacré à la surveillance directe des propriétés de la physique des roches du sous-sol à l'aide de TL-FWI. Dans ce chapitre, nous intégrons des modèles de physique des roches et l'inversion des formes d'ondes complètes pour surveiller la saturation des fluides dans le sous-sol. Les résultats de cette étude sont soumis à *Geophysical Prospecting* :

— Mardan A., Giroux B., Fabien-Ouellet G, Saberi, M., Monitoring fluid saturation in reservoirs using time-lapse full-waveform inversion, *Geophysical Prospecting*, **Accepté avec revision**.

Enfin, nous fournissons des informations techniques sur PyFWI dans le **chapitre 4**. PyFWI est un paquet Python fourni pour effectuer l'inversion des formes d'ondes complètes et TL-FWI. Ce paquet s'appuie sur OpenCL pour effectuer les calculs nécessaires sur GPU afin de réduire le temps de calcul. En plus de l'inversion avec différents paramétrages, PyFWI peut être utilisé pour réaliser différentes stratégies pour l'inversion *time-lapse*. Ce paquet est disponible sur Python Package Index (PyPI) et GitHub et les informations techniques de PyFWI ont été soumises comme un article de journal à *SoftwareX* :

— Mardan A., Giroux B., Fabien-Ouellet G. PyFWI : PyFWI : A Python package for full-waveform inversion and reservoir monitoring, *SoftwareX*, **Soumis**.

En plus de ces articles, les résultats de cette étude ont été présentés lors de différentes conférences sous la forme de quatre résumés étendus qui souivent.

— Mardan, A., Giroux, B., and Fabien-Ouellet, G., Saberi,M. R., 2022, Direct monitoring of fluid saturation using time-lapse full-waveform inversion, International Meeting for Applied Geoscience & Energy (IMAGE), Houston, Texas, doi :10.1190/image2022-3746685.1.

— Mardan, A., Giroux, B., and Fabien-Ouellet, G., 2022, Effects of nonrepeatability on time-lapse full-waveform inversion, 83rd EAGE Conference and Exhibition 2022, Madrid, doi :10.3997/2214-4609.202211009.

— Mardan, A., Giroux, B., and Fabien-Ouellet, G., 2022, Time-lapse full-waveform inversion for monitoring the fluid saturation, 83rd EAGE Conference and Exhibition 2022, Madrid, doi :10.3997/2214-4609.202210635.

— Mardan, A., Giroux, B., and Fabien-Ouellet, G., 2022, Time-lapse seismic full-waveform inversion using improved cascaded method, 2nd EAGE Conference On Seismic Inversion, Porto, doi :10.3997/2214-4609.202229003.

2 WEIGHTED-AVERAGE TIME-LAPSE SEISMIC FULL-WAVEFORM INVERSION

Weighted-average time-lapse seismic full-waveform inversion

Amirhossein Mardan*, Bernard Giroux* and Gabriel Fabien-Ouellet †

*INRS-ETE, 490 Rue de la Couronne, Québec, QC, G1K 9A9, Canada. E-mail : amirhossein.mardan@inrs.ca (corresponding author); bernard.giroux@inrs.ca.
†Polytechnique Montréal, 2900 Boulevard Edouard-Montpetit, Montréal, Quebec H3T 1J4, Canada. Email : gabriel.fabien-ouellet@polymtl.ca.

2.1 Abstract

As seismic data can contain information over a large spatial area and are sensitive to changes in the properties of the subsurface, seismic imaging has become the standard geophysical monitoring method for many applications such as Carbon capture and storage and reservoir monitoring. The availability of practical tools such as full-waveform inversion (FWI) makes time-lapse seismic FWI a promising method for monitoring subsurface changes. However, FWI is a highly ill-posed problem that can generate artifacts. Because the changes in the earth's properties are typically small in terms of magnitude and spatial extent, discriminating the true time-lapse signature from noise can be challenging. Different strategies have been proposed to address these difficulties.

In this study, we propose a weighted-average inversion to better control the effects of artifacts and differentiate them from the true 4D changes. We further compare five different related strategies with synthetic tests on clean and noisy data. The effects of seawater-velocity variation on different strategies are also studied as one of the main sources of nonrepeatability. We tested different strategies of time-lapse FWI using the Marmousi and the SEAM Time-Lapse models. The results indicate that the weighted-average method can provide the best compromise between accuracy and computation time. This method also provides a range for the possible answer of other time-lapse FWI strategies.

2.2 Introduction

Monitoring the earth's properties is an important problem that can help for better understanding the processes under the surface. Having a good knowledge about changes in these properties can improve the efficiency of operations either in petroleum production or CO_2 sequestration. An image of these changes can be obtained using time-lapse geophysical data. This concept can be used with any geophysical method, provided that changes occurring in the underground affect the properties probed with the chosen geophysical method. Alongside the studies on the functionality of time-lapse analysis using non-seismic methods (Davis et al., 2008; Hayley et al., 2011; Giertzuch et al., 2020), interesting researches on time-lapse seismic data have been carried out since the 1990's (Lumley, 1995a,b; Altan, 1997; Biondi et al., 1998).

Due to the ability of full-waveform inversion (FWI) to obtain high-resolution images of the subsurface (Tarantola, 1984; Pratt et al., 1990), using this technique in a time-lapse manner is an area of ongoing research. Many studies in recent years focused on making 4D FWI practical and on improving its accuracy and reliability. For example, Watanabe et al. (2005) used time-lapse crosswell seismic data at the Mallik test site during a gas production test from a gas hydrate layer. Routh et al. (2008) analyzed the efficiency of obtaining 4D changes through inverting data difference and model subtraction by studying marine data. Raknes et al. (2013) applied time-lapse FWI (TL-FWI) on marine data acquired in a field in the North Sea to detect the leakage in one of the wells from 1988 to 1990. Maharramov et al. (2016) used time-lapse FWI to study the effects of oil production on P-wave velocity in the Genesis field in the southwest of New Orleans between 1999 and 2002. Hicks et al. (2016) used 4D FWI to study the Grane PRM system located in the North Sea to recover P-wave velocity changes related to gas replacing oil. Fabien-Ouellet et al. (2017b) appraised the performance of 4D FWI to estimate velocity and attenuation changes for monitoring CO_2 sequestration.

Besides the researches on the feasibility and efficiency of time-lapse FWI, several studies have been performed to enhance the result and improve the robustness of this technique. This improvement can be obtained through two main strategies : either decreasing the artifacts in the final time-lapse image by estimating multiple models in a way that artifacts cancel out with subtraction of monitor and baseline models or reducing the propagation of the artifacts of the inversion of one vintage to the inversion of the other vintage by implementing simultaneous inversion (Maharramov et al., 2014).

The most straightforward strategy for TL-FWI is the parallel inversion, in which the inversion of the baseline and monitor vintages is performed independently and the results are simply subtracted. Although this strategy does not yield the most accurate result (Zhou et al., 2021b), it is the basic method for time-lapse inversion and it has been used in different studies as a reference (Watanabe et al., 2005; Plessix et al., 2010; Maharramov et al., 2016). Watanabe et al. (2005) applied the double-difference method developed for time-lapse resistivity tomography to seismic studies. The main disadvantage of this method is its high sensitivity to source/receiver positioning errors (Zhou et al., 2021b). Another scheme is cascaded inversion (Routh et al., 2012). In this method, the inversion of the baseline is used as the initial model for the inversion of the monitor model and finally, the models are subtracted. The drawback of this method is that the generated artifacts in the baseline and monitor estimates are not likely to cancel out. Maharramov et al. (2014) presented a sequential-difference (cross-updating) method which needs applying FWI four times. In this method, they first implement the cascaded algorithm during which one baseline and one monitor model are obtained. Then, the inversion schemes continue to obtain another baseline model by using the first estimated monitor model as the initial guess. And finally, the second estimated baseline model is used as the initial model for estimating the monitor model for the second time. The final output of this algorithm is the difference between the second estimations of baseline and monitor model. Zhou et al. (2021a) proposed the central-difference strategy, which uses two independent cascaded inversions to get two bootstraps. Eventually, the average of the two bootstraps gives an accurate estimation of the changes.

The reason why Maharramov et al. (2014) and Zhou et al. (2021a) proposed the cross-updating and central-difference methods is to reduce the bias in the output of cascaded inversion. Cascaded inversion cannot estimate the changes very well because of the difference in the level of convergence of baseline and monitor model (Hicks et al., 2016). In other words, because FWI is highly sensitive to the initial model, it cannot update the baseline model from the initial guess as well as updating the monitor model from the estimated baseline. This problem is dealt with at the cost of performing the FWI four times (Maharramov et al., 2014; Zhou et al., 2021a). Finally, simultaneous inversion (Maharramov et al., 2014) is another effective strategy for estimating 4D changes that is fast and accurate. In this method, the two vintages are jointly inverted by using appropriate regularization terms on the model changes in time. However, the choice of an appropriate regularization parameter can be tedious.

The purpose of this paper is twofold. First, we present a new strategy for time-lapse FWI aimed to improve the accuracy and decrease the computation time over existing approaches. Second, a comparison of common strategies of 4D full-waveform inversion is made. In the first part of this study, time-lapse FWI strategies are discussed and the new method is proposed. This method, called weighted-average TL-FWI, provides highly accurate results in comparison to other mentioned strategies with less computation time. In the second part, the methods are evaluated using the Marmousi and the SEAM Time-Lapse models.

Time-lapse FWI strategies

FWI is a high resolution seismic imaging technique that uses the entire content of seismic traces for extracting physical parameters of the medium sampled by seismic waves (Virieux et al., 2017). By recasting the migration imaging principle, Tarantola (1984) proposed full waveform inversion as a local optimization problem that tries to minimize the least-squares misfit between the recorded and modeled data. This problem can be formulated as

$$\min_{\mathbf{m}} \mathcal{C}(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\|F(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\|_2^2, \tag{2.1}$$

where F and $\mathbf{m}$ are respectively the forward modeling operator and model parameters, and $\mathbf{d}$ is the observed data. To minimize the cost function, the solutions are computed by updating the model vector $\mathbf{m}$ with a descent direction $\Delta\mathbf{m}$:

$$\mathbf{m}^{k+1} = \mathbf{m}^k + \alpha^k \Delta\mathbf{m}^k, \tag{2.2}$$

where superscript k denotes the iteration number and α is the step size which is estimated using the line search method (Nocedal et al., 2006). To solve this problem, numerous methods can be deployed such as conjugate-gradient method, the l-BFGS approach, Gauss-Newton, and truncated Newton methods (Virieux et al., 2009). Note that in this study, the l-BFGS method is used which partially employs the Hessian matrix (Nocedal et al., 2006). The minimization of this problem is done in the vicinity of an initial model, $\mathbf{m}^0$ (Virieux et al., 2009). As FWI is a highly ill-posed problem, this initial guess affects the output of the algorithm significantly, i.e., different initial models can lead to different estimations. So, the main goal of the time-lapse strategies is to efficiently decrease the effects of initial guess on the estimated time-lapse image. As this paper focuses on time-lapse methods, the interested readers are referred to the comprehensive review of Virieux et al. (2009) for further details on FWI.

In what follows, we review different strategies for TL-FWI. These methods include the cascaded (CC), cross-updating (CU), central-difference (CD), weighted-average (WA) and simultaneous (SI) inversions. The computation time of each method is expressed in terms of the number of required FWI runs as well as the relative cost with respect to the cascaded method which is the fastest approach. It should be noticed that for simultaneous inversion, the procedure yields two models (baseline and monitor models), and its computational cost is approximately twice that of a single FWI run.

2.2.1 Cascaded inversion

The cascaded TL-FWI strategy consists in inverting first the baseline data, then using the estimate model as the starting model $\mathbf{m}^0 = \mathbf{m}_b$ for the monitor data (Routh et al., 2012). The monitor model is estimated as

$$\mathbf{m}_m = \mathbf{m}_b + \sum_{k=1}^{N_{iter}} \alpha^k \Delta\mathbf{m}^k, \tag{2.3}$$

where N_{iter} is the number of iterations. As is shown in Figure 2.1a, the final estimation of parameter changes is obtained by subtracting the baseline from the monitor model. This method tends to introduce large artifacts in the time-lapse estimate. On the other hand, if we first estimate the monitor model and use it as the initial model to obtain the baseline model, the estimated time-lapse image changes while it should not.

In terms of computation time, this method needs two FWI runs : one run on the baseline data and another run on the monitor data to estimate the corresponding model using the estimated baseline model.

2.2.2 Cross-updating inversion

To reduce the flaws of the cascaded method, Maharramov et al. (2014) proposed the cross-updating technique, which is also named sequential or double-cascaded inversion in the literature (Hicks et al., 2016). In this method, the time-lapse inversion is undertaken as two consecutive cascaded inversions. The flowchart of this approach is shown in Figure 2.1b. First the cascaded method is performed to estimate an image of baseline ($\mathbf{m}_b$) followed by a monitor model ($\mathbf{m}_m$). Next, the algorithm uses the estimated monitor model as the initial guess ($\mathbf{m}^0 = \mathbf{m}_m$) for another cascaded inversion to estimate a second set of baseline and monitor models as $\mathbf{m}'_b$ and $\mathbf{m}'_m$. In the end, the 4D model is calculated as

$$\Delta\mathbf{m} = \mathbf{m}'_m - \mathbf{m}'_b. \tag{2.4}$$

The cross-updating method needs four FWI runs (two on the baseline data and two on the monitor data).

2.2.3 Central-difference method

An alternative strategy to deal with the artifacts caused by the starting model is the central-difference method (Zhou et al., 2021a). In this strategy, two cascaded inversions are performed independently with the same initial guess (Figure 2.1c). The first inversion consists in inverting the baseline data and using the estimated model ($\mathbf{m}_b$) as the initial model for inverting the monitor data (the same as cascaded inversion). The output of this time-lapse inversion is called forward bootstrap. For the reverse bootstrap, the monitor data are first inverted to estimate a monitor model ($\mathbf{m}_m$) and then this monitor model is used as the initial model to obtain another estimate of the baseline model ($\mathbf{m}'_b$). Although performing this strategy provides four approximations of 4D changes, the average of two bootstraps yields the most accurate estimate (Zhou et al., 2021a). Based on the four possible estimates of the 4D changes, Zhou et al. (2021a) introduced the reverse and forward bootstraps as

$$\Delta\mathbf{m}^- = \mathbf{m}_m - \mathbf{m}'_b, \tag{2.5a}$$

$$\Delta\mathbf{m}^+ = \mathbf{m}'_m - \mathbf{m}_b, \tag{2.5b}$$

respectively. As is shown in the study of Zhou et al. (2021a), reverse and forward bootstraps have different signs at the location of most of the artifacts while the opposite is true for the sought anomalies. Based on this fact and inspired by the finite-difference method, Zhou et al. (2021a) proposed to estimate the 4D changes as the average of two bootstraps,

$$\Delta\mathbf{m} = \frac{\Delta\mathbf{m}^{-} + \Delta\mathbf{m}^{+}}{2}. \tag{2.6}$$

Like the cross-updating method, this strategy needs four FWI runs.

2.2.4 Weighted-average method

Although the cross-updating and central-difference methods allow generating a good estimate of time-lapse changes in the properties of the subsurface, they need four FWI runs and are therefore time-consuming. To decrease the computation time, we propose a new version of cascaded-base strategy. In this method, which we call weighted-average TL-FWI, we need to run FWI three times (Figure 2.1d).

In weighted-average TL-FWI, the reverse and forward bootstraps are redefined as :

$$\Delta\mathbf{m}^{-} = \mathbf{m}_m - \mathbf{m}_b, \tag{2.7a}$$

$$\Delta\mathbf{m}^{+} = \mathbf{m}_m - \mathbf{m}'_b. \tag{2.7b}$$

Contrary to the central-difference method, the weighted-average method estimates only one monitor model (no need to estimate $\mathbf{m}'_m$). To avoid confusion with equation 2.5, it should be mentioned that the terms of reverse and forward bootstraps hereafter indicate the estimated changes obtained by equation 2.7 (the weighted-average method).

Zhou et al. (2021a) asserted that the existing artifacts on the reverse bootstrap appear on the forward bootstraps with a phase reversal. On the other hand, the true changes in the model are estimated with the same sign in both bootstraps. The artifacts on the reverse and forward bootstraps cancel out each other while the true changes in the model add up when summing the bootstraps. However, artifacts do not always cancel out perfectly in practice. To account for this fact, we propose a weighted average of the bootstraps :

$$\Delta\mathbf{m} = \frac{\beta\Delta\mathbf{m}^{-} + \Delta\mathbf{m}^{+}}{1+\beta}. \tag{2.8}$$

Parameter β mostly affects the artifacts and makes them more or less noticeable. Hence, changing this parameter and comparing the results is a good way to detect the true anomalies. By changing this parameter, we can easily see how the artifacts cancel out and disappear while the true anomalies change only slightly in their value. As will be shown later, a good estimation of β can be obtained by plotting the ℓ_1-norm of the estimated image for different values of β.

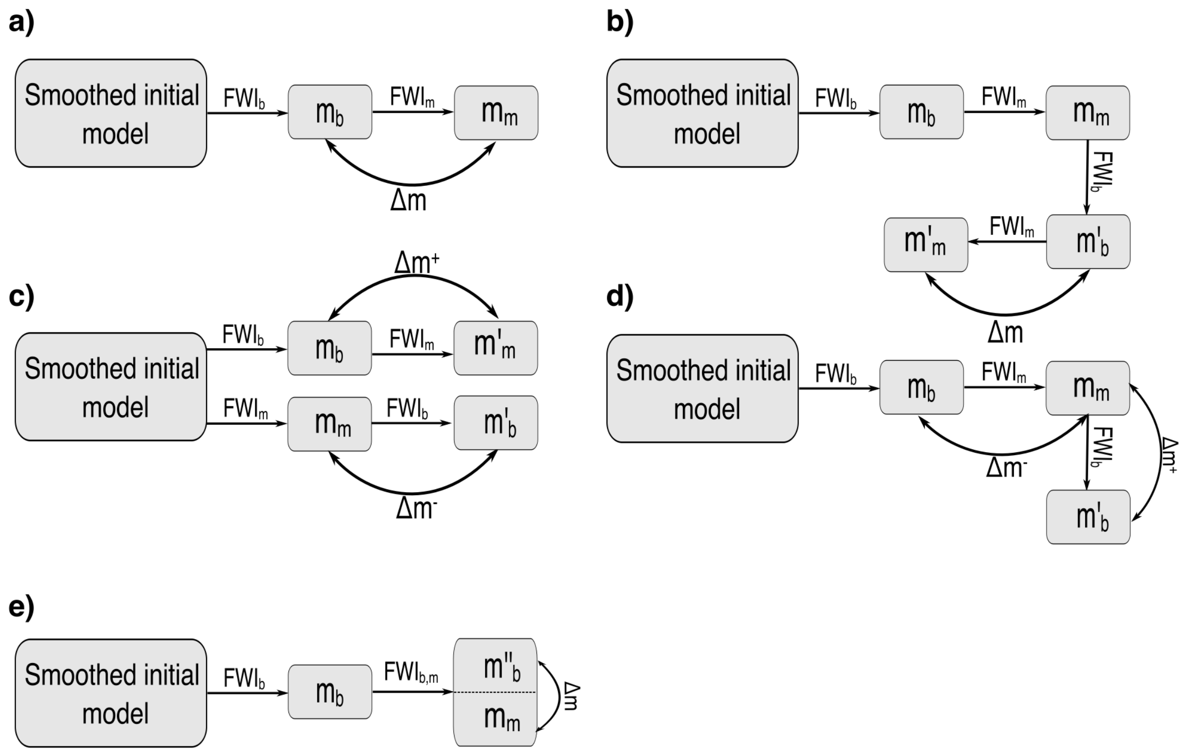

Figure 2.1 : Flowcharts of different TL-FWI strategies. (a) Conventional cascaded, (b) cross-updating, (c) central-difference, (d) weighted-average, and (e) simultaneous inversion methods.

2.2.5 Simultaneous inversion method

An alternative to implementing FWI individually for each vintage is the joint inversion of the baseline and monitor model. Maharramov et al. (2014) proposed this method by introducing the cost function of the time-lapse problem as

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{m}_m, \mathbf{m}_b} \mathcal{C}(\mathbf{m}_m, \mathbf{m}_b) &= \|F(\mathbf{m}_b) - \mathbf{d}_b\|_2^2 + \|F(\mathbf{m}_m) - \mathbf{d}_m\|_2^2 \\ &+ \delta \|\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_b\|_2^2, \end{aligned} \tag{2.9}$$

where δ is the regularization factor. The algorithm is presented in Figure 2.1e. In this strategy, FWI is applied to the baseline data to estimate the baseline model from a smoothed initial model. In the next step, this model is used as the initial model for the joint inversion of baseline and monitor data. As is shown in Figure 2.1e, this method needs two FWI steps in which three models (one monitor and two baselines models) are estimated.

2.3 Case study

In this section, we analyze the efficiency of the time-lapse inversion strategies using the Marmousi model which has been used previously for testing time-lapse imaging algorithms (Maharramov et al., 2014; Asnaashari et al., 2015; Yang et al., 2016; Li et al., 2021). Following this first series of tests, the weighted-average inversion is used to estimate a time-lapse image of the SEAM model. Note that density is considered constant during the computations. This assessment is carried out in the case of both noise-free and noisy data.

2.3.1 The Marmousi Experiment

In the first part of this case study, the Marmousi model is used. In addition to the perfectly repeated acquisition of monitor model, we analyze the efficiency of different TL-FWI methods in the presence of a nonrepeatability (NR) issue. Studies have shown that an effective inversion strategy can reduce the effects of NR on the time-lapse estimates (Kamei et al., 2017; Zhou et al., 2021b). In this study, the NR is modeled with considering a warm sublayer of seawater with a horizontal gradient in V_P linearly increasing from 0.3% to 2% of the water velocity (1500 m/s) at the top of the monitor model (Zhou et al., 2021b). This model of NR is chosen as Zhou et al. (2021b) studied the effects of different sources of NR such as source-receivers positioning errors, coordinate measurement errors, tidal water level variation, and seawater velocity variation errors and they showed that seawater velocity variation can cause significant artifacts in the time-lapse estimate which is also difficult to deal with during the processing.

The baseline velocity model for the Marmousi model was created by filling the gas reservoirs in this model with the velocity of the background (Figure 2.2a). The monitor velocity models are shown in Figure 2.2b and 2.2c without and with NR, respectively. Figure 2.2d shows the smoothed initial model used to perform this study. Note that the color scale is particularly chosen in Figure 2.2a-2.2d for better visualization of the shallow warm water (NR). Figure 2.2e shows the time-lapse changes between the baseline and perfectly repeated monitor model in absolute value of percent changes. The highest velocity variation in this model with respect to baseline is 23$\%$. This is consistent with studies such as Fabien-Ouellet et al. (2017b) and Zhou et al. (2021a,b). The true time-lapse image with NR is presented in Figure 2.2f.

For this study, a surface acquisition is carried out. The acquisition geometry contains 10 isotropic explosive sources with 223 receivers spaced every 7 m. The source is a Ricker wavelet with a

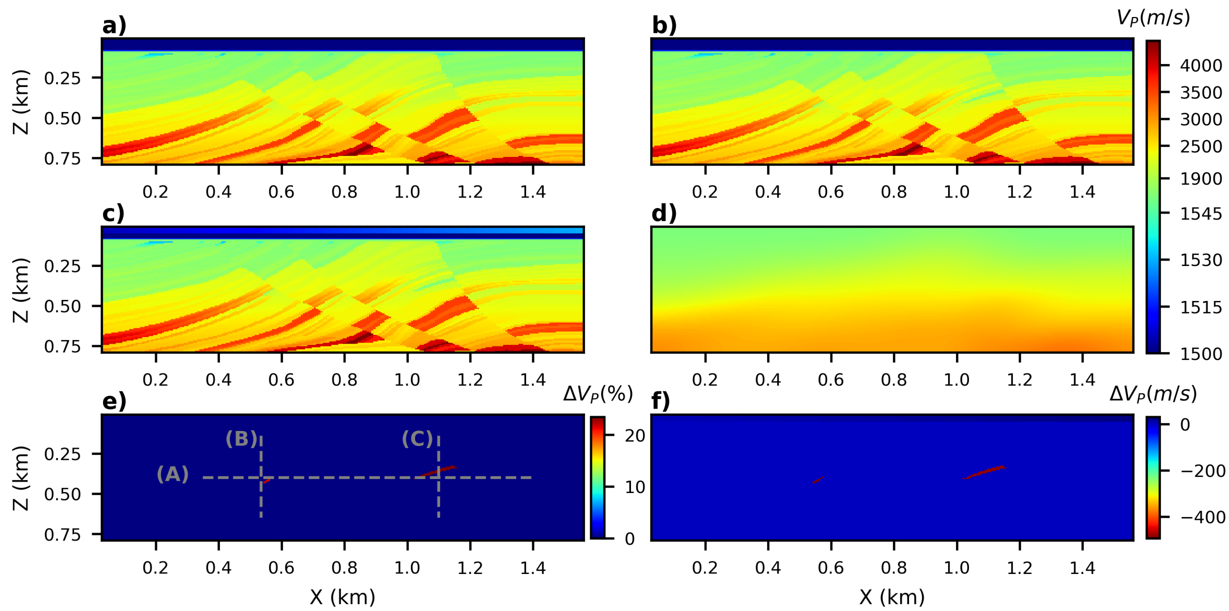

Figure 2.2 : Marmousi model is used to study the efficiency of different strategies. (a) Baseline, (b) perfectly repeated monitor P-wave velocity model, and (c) monitor model with considering the NR. (d) The smoothed initial model. (e) The absolute value of percent changes between the baseline and monitor model for perfectly repeated model and (f) the true difference of baseline and monitor model with NR. The gray lines show the location of acquired 1D data used for accuracy analysis in the next section. The specific color scale is used in (a-d) for better visualization of the shallow warm water (NR).

central frequency of 15 Hz. The data are modeled using acoustic finite-difference modeling in the time domain by taking the advantage of the leap-frog strategy (Virieux, 1986) and using $\mathcal{O}(2,8)$ order. To minimize the energy reflecting from the boundaries of the model, a perfectly matched layer (PML) is employed around the model (Berenger, 1994). A single shot of the modeled data is presented in Figure 2.3a (baseline data), Figure 2.3b (monitor data with perfect repeatability), Figure 2.3c (monitor data with NR), and Figure 2.3d (noisy monitor data with perfect repeatability). The residual between the baseline data and the initial data (acquired from the initial model), clean data with perfect repeatability, clean data with NR, and noisy data with perfect repeatability (amplified by a factor of 7) are presented in Figure 2.3e-2.3h, respectively. Comparing Figure 2.3f and Figure 2.3h shows that added noise can mask the time-lapse events in the observed data. Figure 2.3g also shows that the first arrivals can be considered as time-lapse event in the presence of seawater velocity variation.

In the next section, we discuss the results of the different time-lapse strategies applied on both clean and noisy data (SNR$=7$) for perfectly repeated monitor model as well as clean data obtained in the presence of NR. FWI in this study is performed using PyFWI package (Mardan et al., 2022b) which implemented the FWI in the time domain with GPU programming using OpenCL (Fabien-Ouellet et al., 2017a). Because the initial model (Figure 2.2d) is rather smooth, cycle skipping is an issue and a multi-scale inversion strategy (Bunks et al., 1995) is employed with the frequencies of 10, 20, 25, 35, and 40 Hz. To minimize the cost functions, we adopted the l-BFGS method with 10

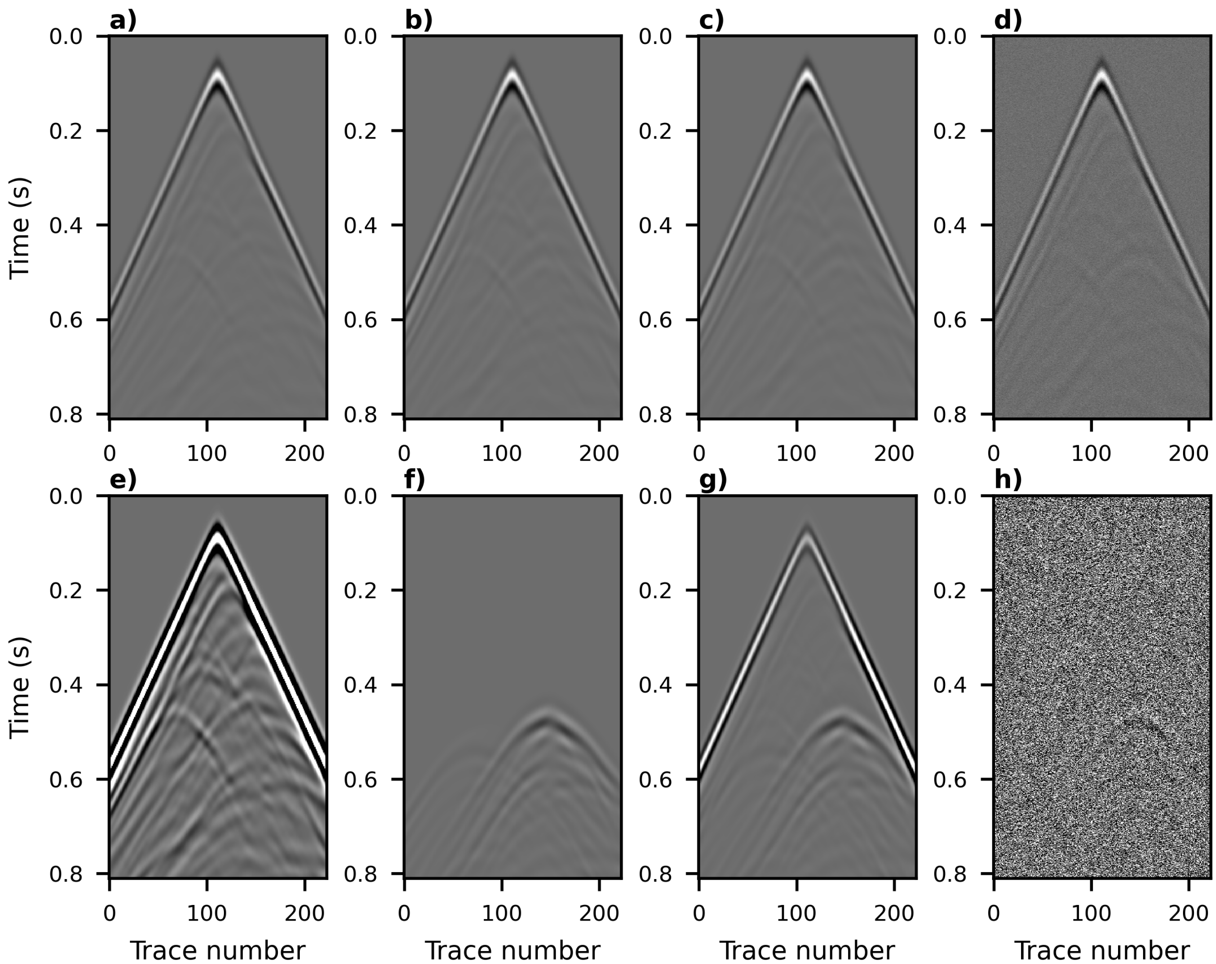

Figure 2.3 : The observed data from (a) baseline, (b) monitor model with perfect repeatability, (c) with NR, and (d) monitor model with noise. Difference of the baseline data with (e) initial data, (f) monitor data with perfect repeatability, (g) with NR, and (h) monitor data with noise. All residuals (e-h) are amplified by a factor of 7 for better visualization.

iterations for each frequency. As a pre-conditioner for the inverse Hessian approximation, we scale the gradient by the energy of the forward wavefield (Zhong et al., 2017).

The estimated baseline and monitor models from clean data with perfect repeatability are presented in Figure 2.4a-2.4b. Although the effects of noise in the data and NR can be hardly visualized in the estimated monitor models (Figure 2.4c-2.4d) presence of noise in the data and NR can decrease the accuracy of time-lapse images drastically which is discussed in the next section.

In Figure 2.5, residuals between the observed data (Figure 2.3a-2.3c) and the data obtained by the estimated models (Figure 2.4) are presented. The residuals are amplified by factor of 7 for better visualization. Figure 2.5a, 2.5b, and 2.5d are obtained by subtracting the "observed data" and estimated data of the clean baseline, clean perfectly repeated monitor, and monitor model with NR respectively. Figure 2.5c shows the residuals between the estimated baseline data from the inversion of the noisy data (Figure 2.3d) and observed clean baseline data (Figure 2.3a). Figure

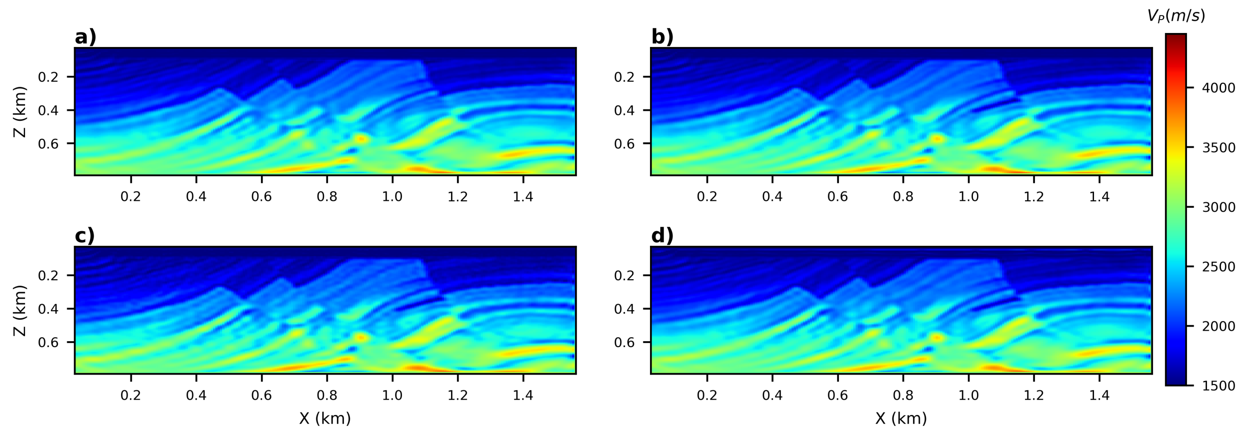

Figure 2.4 : The result of FWI from inverting (a) baseline data, (b) clean monitor data with perfect repeatability, (c) noisy monitor data with perfect repeatability, and (d) clean monitor data with NR.

2.5a-2.5c shows that FWI has been able to recover the subsurface properly. However, the direct waves are not fit perfectly in the monitor model with NR (Figure 2.5d).

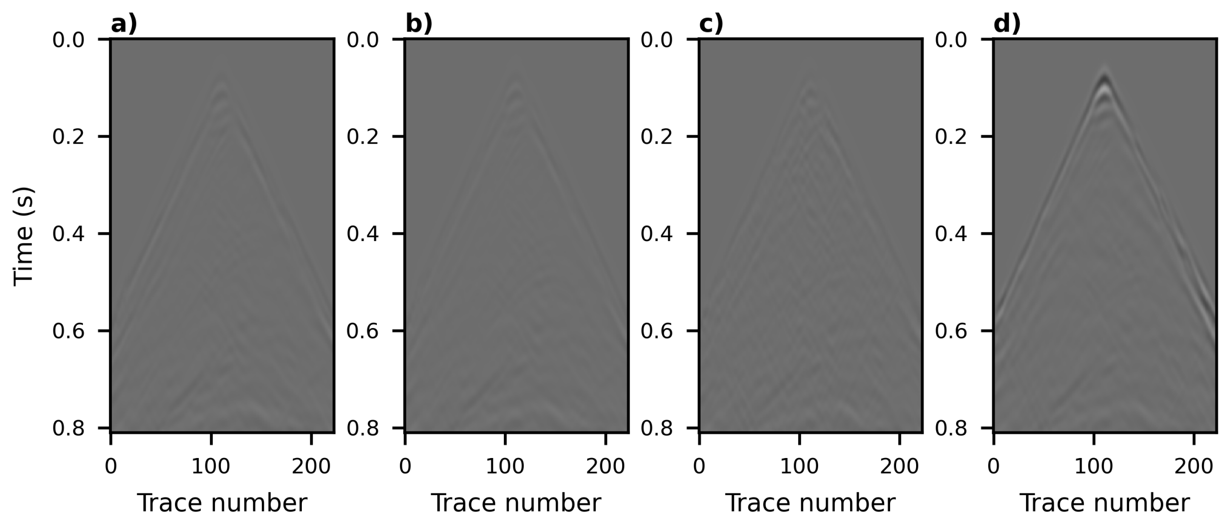

Figure 2.5 : Residuals between the estimated data and true data (Figure 2.3a-2.3c) in case of (a) baseline data, (b) clean monitor data with perfect repeatability, (c) noisy monitor data with perfect repeatability, and (d) clean monitor data with NR. All residuals are amplified by a factor of 7 for better visualization.

2.3.2 TL-FWI results

In this section, we first assess the performance of the weighted-average inversion. We then compare the performance of all the aforementioned strategies. To compare the results quantitatively, the misfit value

$$\text{discrepancy} = \frac{(\Delta\mathbf{m}_{\text{true}} - \Delta\mathbf{m}_{\text{est}})^T (\Delta\mathbf{m}_{\text{true}} - \Delta\mathbf{m}_{\text{est}})}{\Delta\mathbf{m}_{\text{true}}^T \Delta\mathbf{m}_{\text{true}}}, \tag{2.10}$$

is used to present the normalized error in the estimated time-lapse model, where ^{T} is the transpose operator, $\Delta\mathbf{m}_{\text{true}}$ is the true difference of the models, and $\Delta\mathbf{m}_{\text{est}}$ is the estimated changes.

2.3.3 Weighted average inversion

The estimated reverse and forward bootstraps for the weighted-average method are presented in Figure 2.6. As is shown by solid arrows, the artifacts tend to have different signs in different bootstraps which is not the case for the true 4D anomalies (dashed arrows). Thus, by summing the bootstraps, the artifacts tend to cancel out while the time-lapse changes add up. This property is shown in Figure 2.7 where the summation of two bootstraps and their difference are presented for the case of without and with NR. Figure 2.7a and 2.7b show that the averaging can improve the result by better highlighting the true anomalies as shown by dashed arrows, and decreasing the artifacts from the result as shown by solid arrows. Furthermore, the difference between two bootstraps provides with valuable information on artifacts. This image can show the locations which are most affected by artifacts. To further reduce the artifacts we propose using the weighted-average method (equation 2.8). Figure 2.8 presents the result of weighted-average TL-FWI for different values of β, ranging from $\beta = 0.2$ to $\beta = 1$ with a step of 0.2. This figure is obtained by analyzing the perfectly repeated monitor model. Variations smaller than 5% of the maximum change are masked out to highlight the effects of β. The true 4D model is presented in Figure 2.8f. As shown in Figure 2.8, by adjusting β, the artifacts can be counterbalanced without changing the true anomalies significantly.

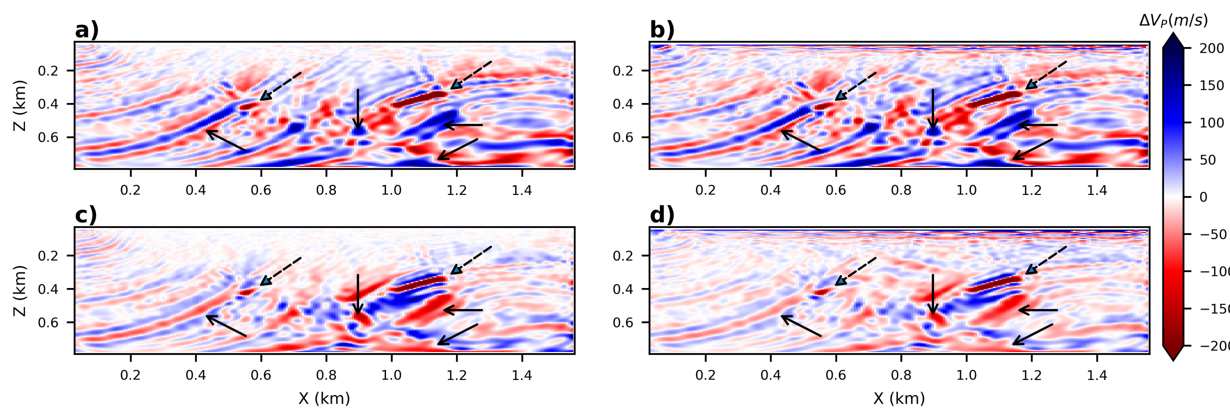

Figure 2.6 : (a-b) Reverse and (c-d) forward bootstraps with a symmetric color scale. (a and c) Show the bootstraps obtained from the data with perfect repeatability while (b and d) show the bootstraps in the presence of NR. Solid arrows point the artifacts and dashed arrows point the sought anomalies.

Figure 2.9 and Figure 2.10 are equivalent of Figure 2.8 for inversion with noise and NR problem, respectively. As can be noticed, changing the β cannot remove completely the artifacts at the interface of two sublayers of seawater and at the seabed.

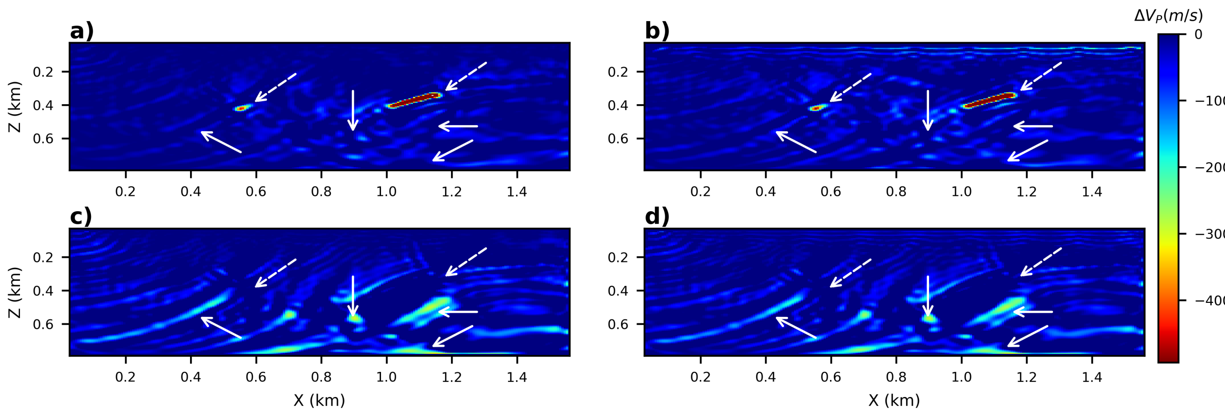

Figure 2.7 : (a-b) Summation of the reverse and forward bootstraps. (c-d) Difference between reverse and forward bootstraps. (a and c) are obtained from the data with perfect repeatability while (b and d) are estimated in the presence of NR. Solid arrows point the artifacts and dashed arrows point the sought anomalies.

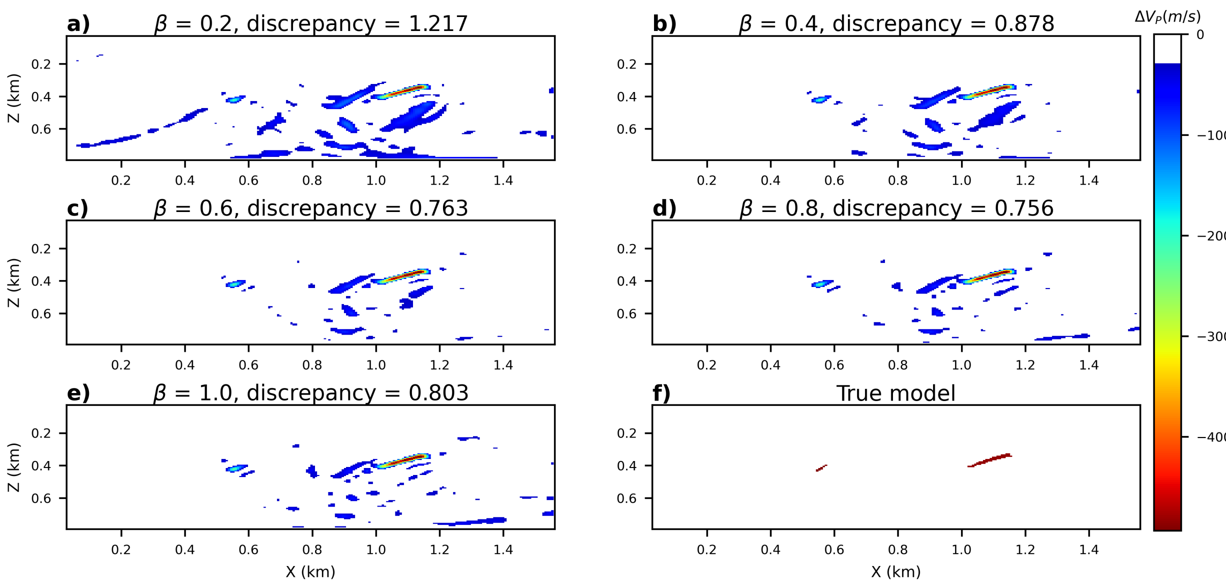

Figure 2.8 : Results of the weighted-average method with different values of β with perfect repeatability, (a) $\beta = 0.2$ (b) $\beta = 0.4$, (c) $\beta = 0.6$, (d) $\beta = 0.8$, and (e) $\beta = 1.0$. The optimum value of β for this model is 0.8 with error of 0.756. (f) True time-lapse changes. For better visualization, the changes less than 5% of maximum change are masked out.

Weighted-average TL-FWI and its two bootstraps can also be used to have a range of possible time-lapse results (Figure 2.11). This range is shown as shaded area in Figure 2.11 limited between reverse (red line) and forward (blue line) bootstraps. The estimated values from other strategies beyond this range should be analyzed skeptically.

To choose an appropriate value for β, the norm of the time-lapse changes is computed as a function of β. We pick the β value that leads to the smallest norm of the time-lapse estimates. Assuming that time-lapse changes are localized, we use the ℓ_1-norm which promotes sparsity and is robust to outliers. Figure 2.12 shows the ℓ_1-norm of the estimated time-lapse image with different values of β for clean data with perfect repeatability (Figure 2.12a), noisy data (Figure 2.12b),

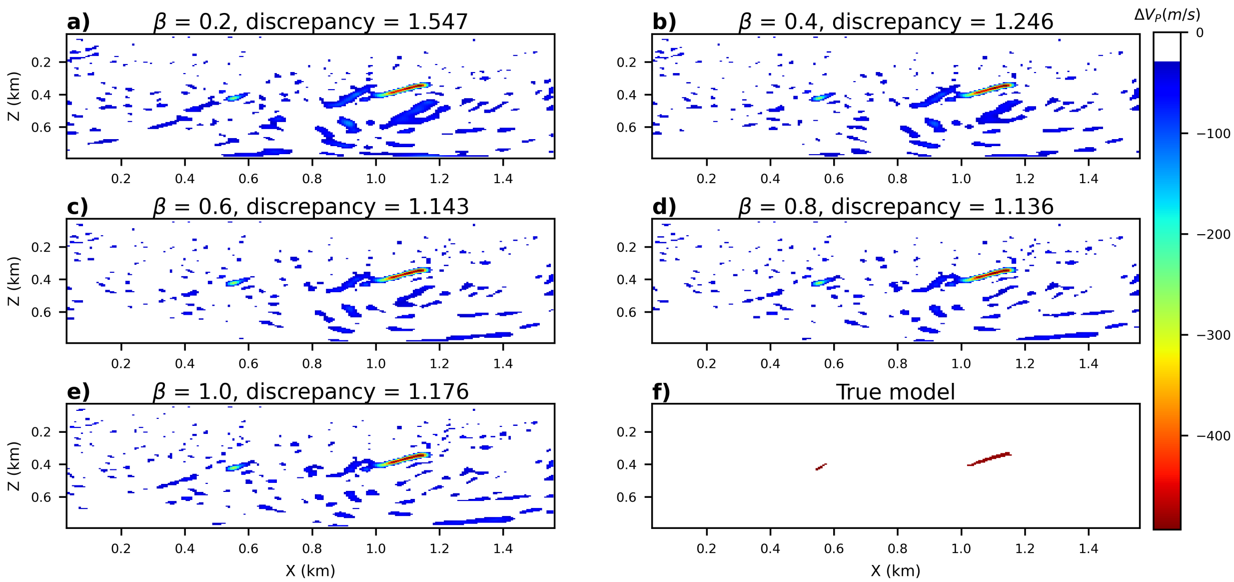

Figure 2.9 : Results of the weighted-averaged method with different values of β by using noisy data, (a) $\beta = 0.2$ (b) $\beta = 0.4$, (c) $\beta = 0.6$, (d) $\beta = 0.8$, and (e) $\beta = 1.0$. The optimum value of β for noisy data is 0.8 with error of 1.136. (f) True time-lapse changes. For better visualization, the changes less than 5% of maximum change are masked out.

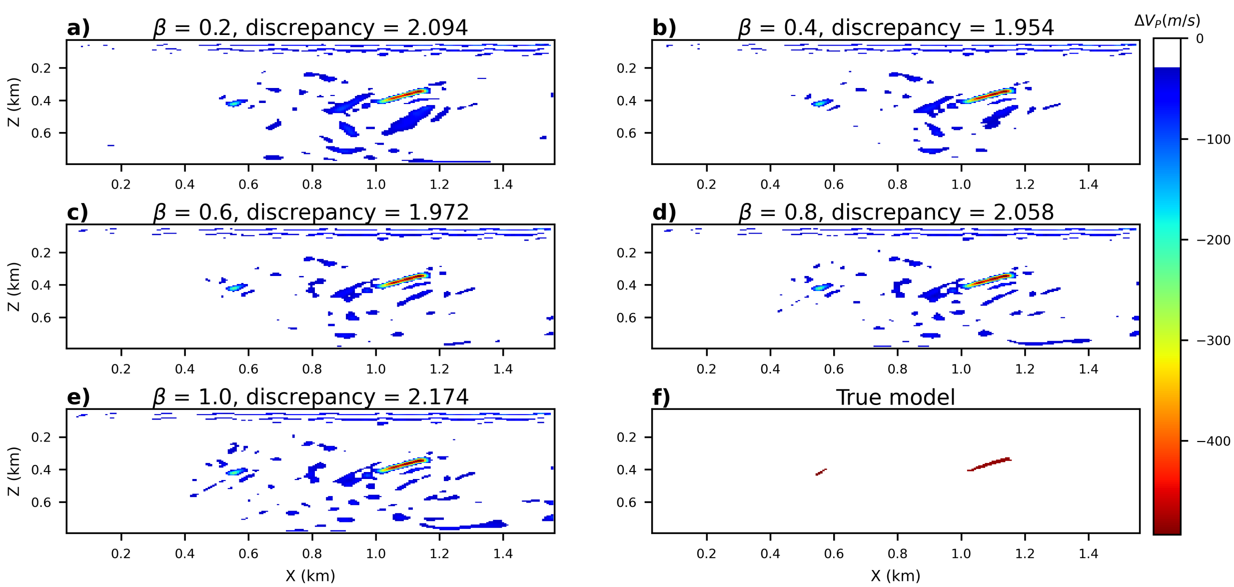

Figure 2.10 : Results of the weighted-averaged method with different values of β with NR, (a) $\beta = 0.2$ (b) $\beta = 0.4$, (c) $\beta = 0.6$, (d) $\beta = 0.8$, and (e) $\beta = 1.0$. The optimum value of β for noiseless data is 0.4 with error of 1.954. (f) True time-lapse changes. For better visualization, the changes less than 5% of maximum change are masked out.

and clean data with NR issue (Figure 2.12c). Considering that the amplitudes of artifacts tend to be depth-dependent, we can improve the accuracy by using a depth-dependent β. To do so, we compute the ℓ_1-norm for different depth windows and pick β for each window. In Figure 2.12, the ℓ_1-norm is employed to choose a unique value of β for each depth sample. Solid line in Figure 2.12 shows the optimal value of β that can maximize the match between the result of weighted-average

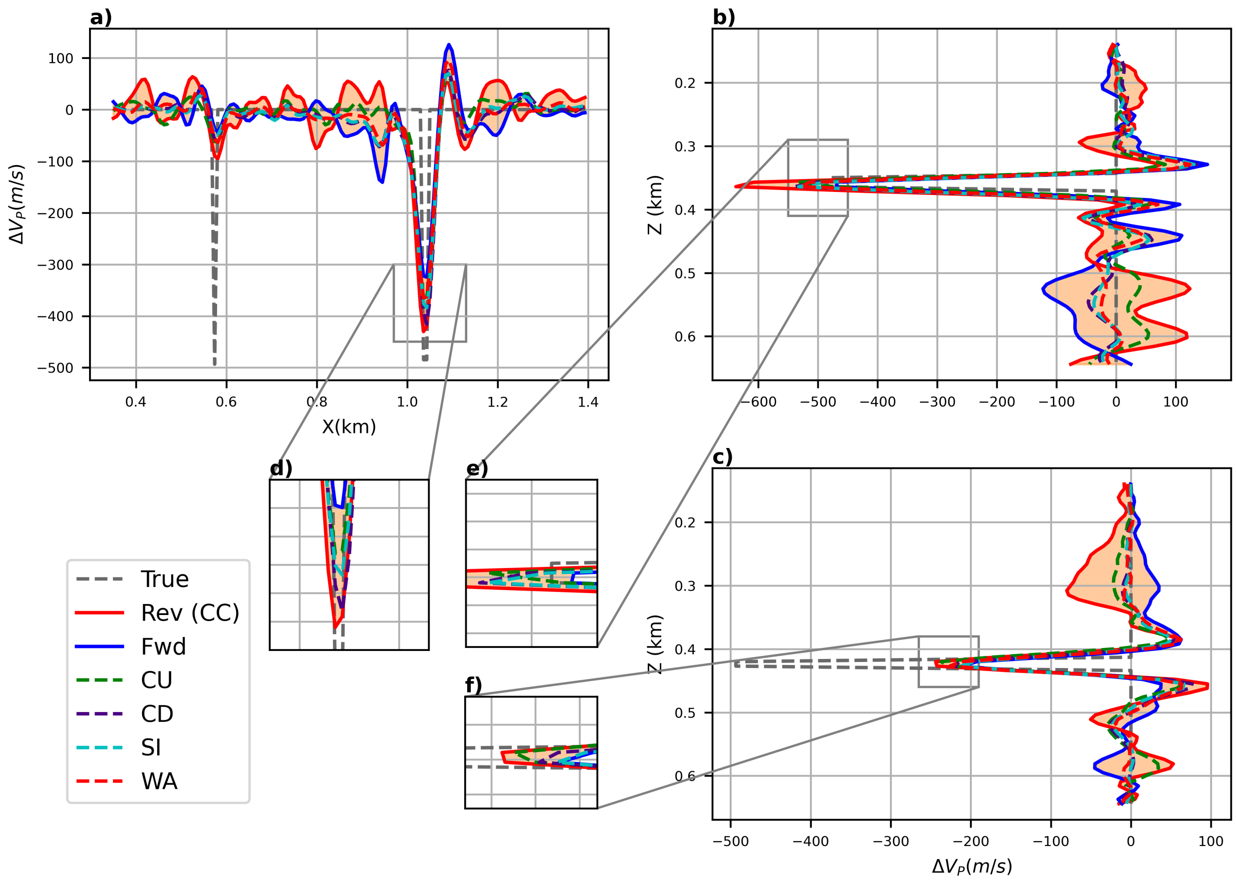

Figure 2.11 : Weighted-averaged TL-FWI can provide a range (shaded area) for possible time-lapse results from other methods. This range is limited between the reverse (red line) and forward (blue line) bootstraps. Location of (a), (b), and (c) is shown in Figure 2.2e.

method and the true time-lapse changes while the dashed line shows the estimated β using ℓ_1-norm. As can be seen, the β chosen as the minimum ℓ_1-norm reproduces very well the optimal value. The root-mean-square error (RMSE) between the estimated and best β is presented in Figure 2.12 for all cases, which show a very good fit. As the optimal value is unknown in a real case, the ℓ_1-norm criteria can be chosen as a good proxy.

Having time-lapse anomaly at a depth window, the ℓ_1-norm increases because this norm measures the absolute value of time-lapse changes and artifacts. Thereby, time-lapse anomalies in the model can be detected using increase of ℓ_1-norm in Figure 2.12 around the depth of 0.4 km. Note that, NR in the seawater velocity causes strong artifacts in the model that can be seen as extreme value of ℓ_1-norm in Figure 2.12c.

2.3.4 Comparison of time-lapse strategies

We compared all discussed time-lapse strategies on two different aspects, computation cost and discrepancy (equation 2.10). The computation time and the discrepancy of each strategy are

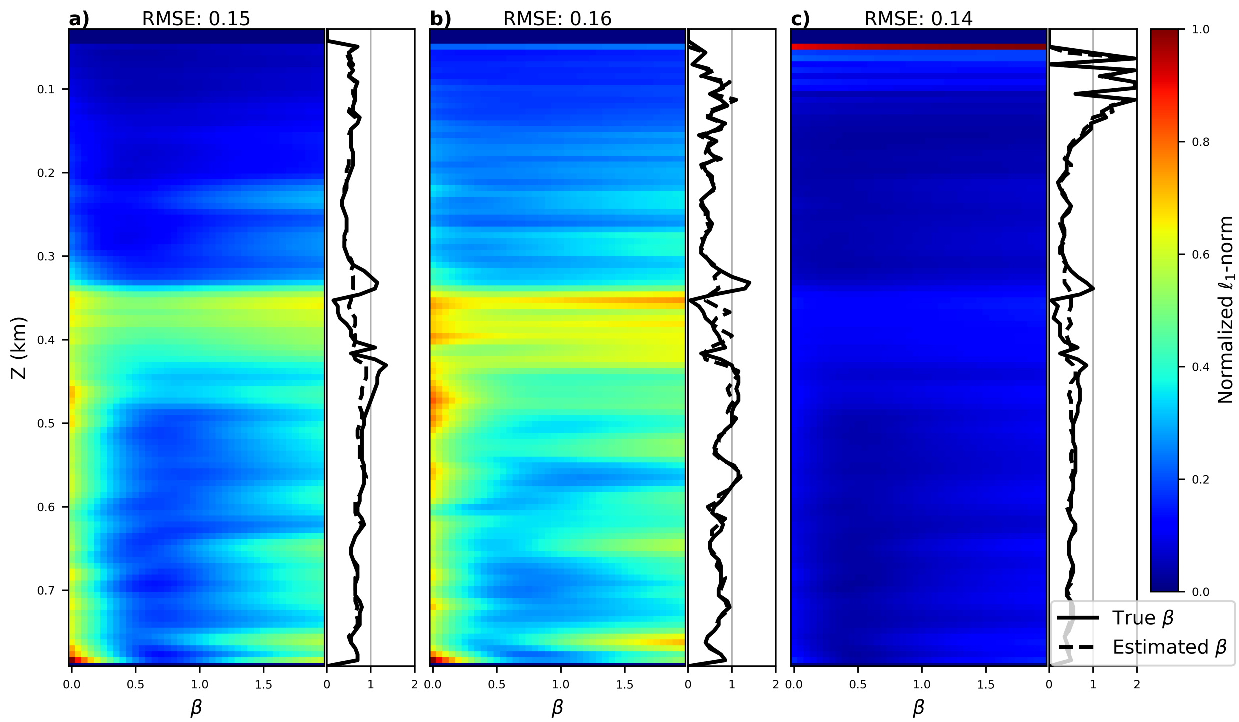

Figure 2.12 : ℓ_1-norm of the estimated time-lapse image can be plotted versus different values of β to get an insight about the optimum value of β for weighted-average method. This technique is used with a window size of one sample for TL-FWI of (a) clean data with perfect repeatability, (b) noisy data with perfect repeatability, and (c) clean data with NR. The 1D plots show the best value of β in solid line and the estimated β using ℓ_1-norm in dash line.

presented in Table 1. The number of required FWI and or joint TL-FWI for performing each method is presented in the first column. As the cascaded method is the fastest method among the studied strategies, the computation time of every method is presented with respect to the computation time of the cascaded method in the second column.

Figure 2.13-2.15 shows the results of TL-FWI obtained with all presented strategies. The poor accuracy of the cascaded method is obvious in Figure 2.13a-2.15a. This method produces strong artifacts. The results of the cross-updating method (Figure 2.13b-2.15b) appear to be better than the ones of the cascaded method, but still contains noticeable amounts of artifacts. Figure 2.13c-2.15c shows the results of central-difference method. Although this method can suppress the artifacts in clean data, it has difficulties to deal with noisy data. From a qualitative point of view, the results of weighted-average inversion (Figure 2.13d-2.15d) and simultaneous TL-FWI (Figure 2.13e-2.15e) seem better interpretable. This is supported by analyzing Table 2.1 and the quantitative study of the accuracy of the estimated time-lapse changes. Note that the value of β with minimum of ℓ_1-norm (dashed lines in Figure 2.12) is used to obtain the results of weighted-average method in Figure 2.13d-2.15d.

As can be expected after comparison of the results (Figure 2.13-2.15), the error of the conventional cascaded is higher than the one of the other strategies. The weighted-average method requires three FWI runs (one less than the cross-updating and central-difference methods) and provides the most accurate result of all strategies. From Table 2.1, we can notice that simultaneous inversion is the third fastest strategy and provides good accuracy. However, the accuracy and computation time of this method depend on the choice of the regularization parameter (equation 2.9). Hence, although joint inversion can address variety of artifacts, choosing an appropriate regularization parameter is a tedious task.

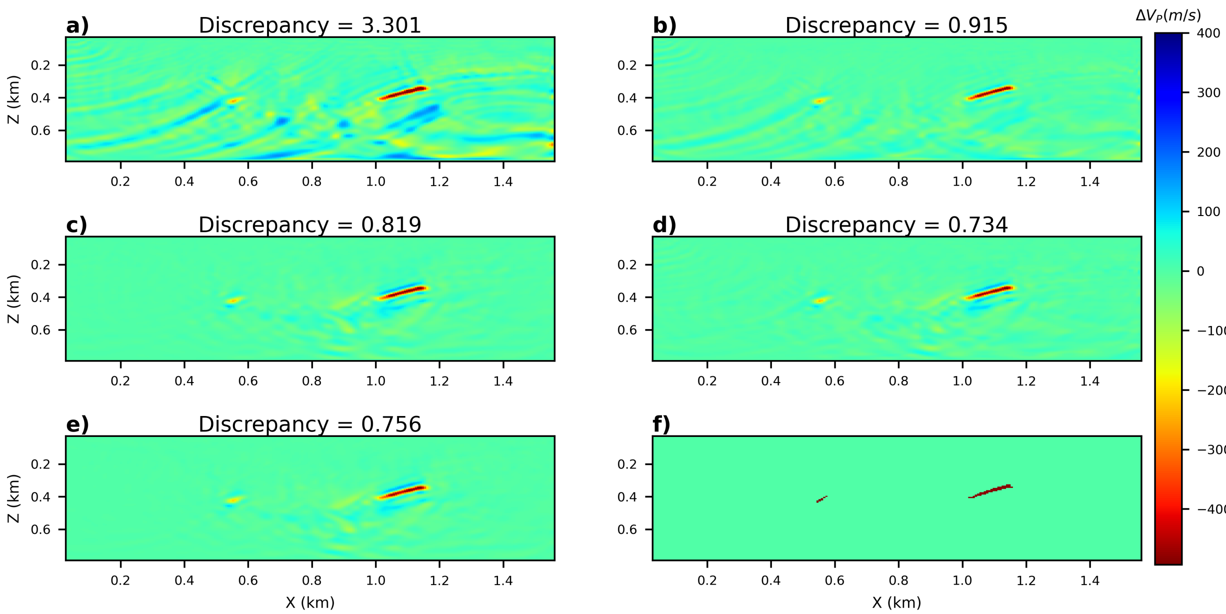

Figure 2.13 : Results of different methods using clean data with perfect repeatability. (a) Cascaded, (b) cross-updating, (c) central-difference, (d) weighted-average, and (e) simultaneous TL-FWI. (f) True time-lapse model.

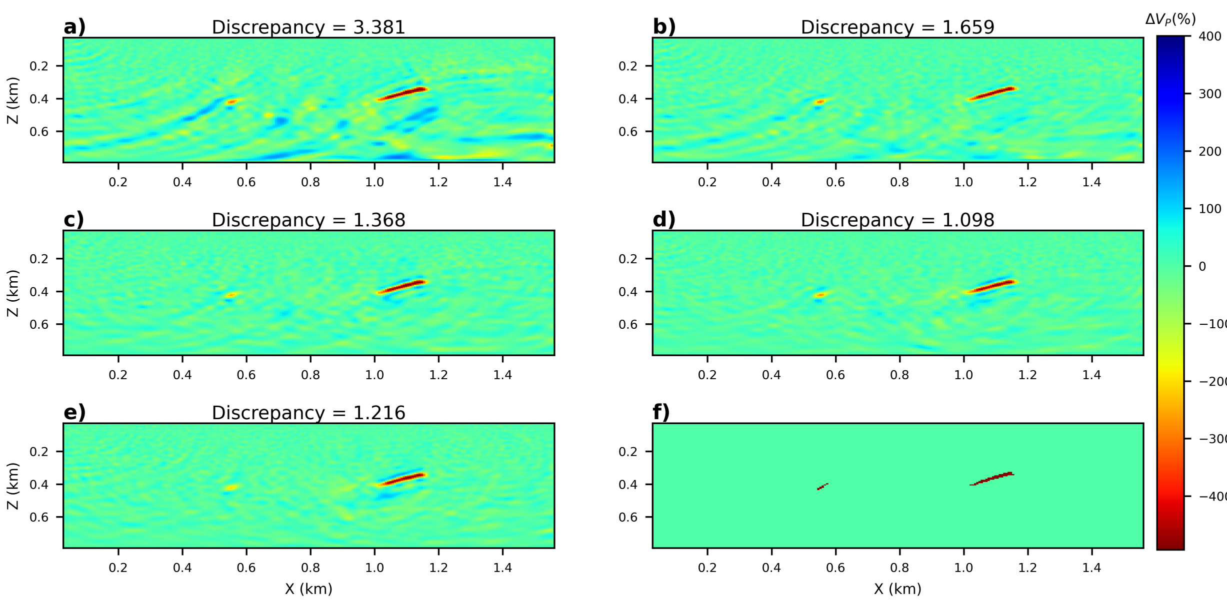

Figure 2.14 : Results of different methods using noisy data with perfect repeatability. (a) Cascaded, (b) cross-updating, (c) central-difference, (d) weighted-average, and (e) simultaneous TL-FWI. (f) True time-lapse model.

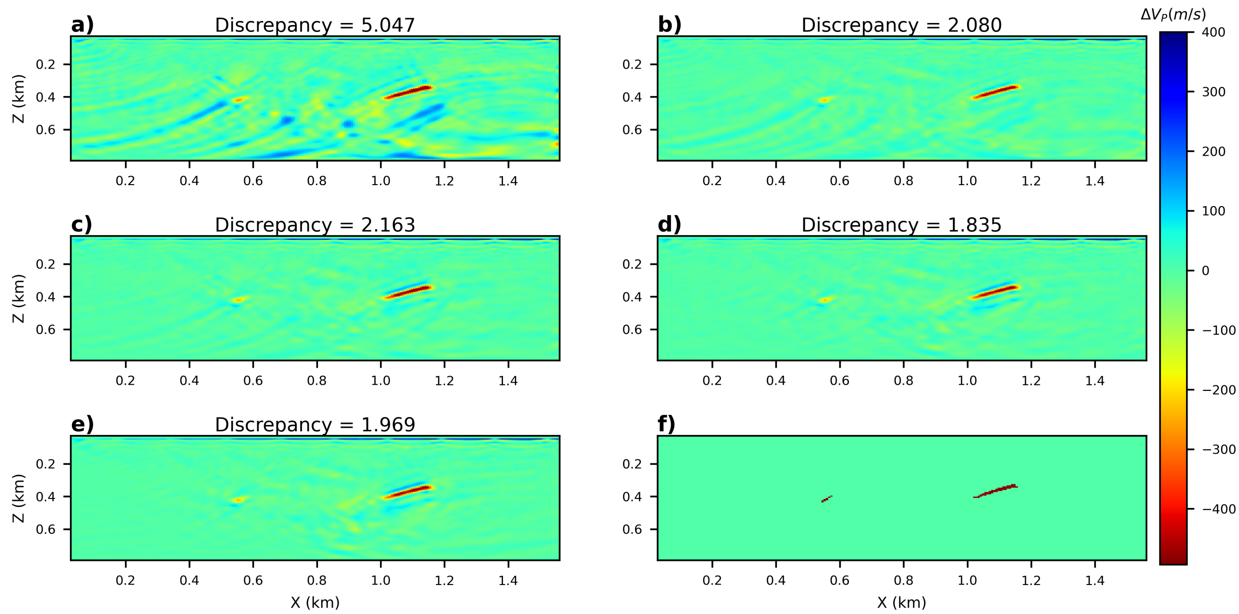

Figure 2.15 : Results of different methods using clean data with NR. (a) Cascaded, (b) cross-updating, (c) central-difference, (d) weighted-average, and (e) simultaneous TL-FWI. (f) True time-lapse model.

	Computation time		Discrepancy		
	FWI runs	With respect to CC	Clean data	Noisy data	With NR
CC	2	1	3.301	3.381	5.047
CU	4	1.871	0.915	1.659	2.080
CD	4	1.860	0.819	1.368	2.163
WA	3	1.480	**0.734**	**1.098**	**1.835**

Tableau 2.1 : Computation time and discrepancy for different strategies. CC (conventional cascaded), CU (cross-updating), CD (central-difference), WA (weighted-average), and SI (simultaneous inversion).

2.3.5 Misfit analysis of the results

The results of the different methods along the three lines (shown in dashed gray in Figure 2.2e) are analyzed in Figure 2.16. Figure 2.16a-2.16c shows the estimated time-lapse with perfect repeatability and Figure 2.16d-2.16f is obtained by considering NR.

As is shown by green arrows in Figure 2.16a- 2.16c, the cross-updating method is prone to generate spurious events more than all other strategies. Figure 2.16 shows that there is a good consistency between central-difference, weighted-average, and simultaneous inversion. Note that the result of the cascaded method is not presented here as we already showed that this method does not provide an accurate time-lapse estimate.

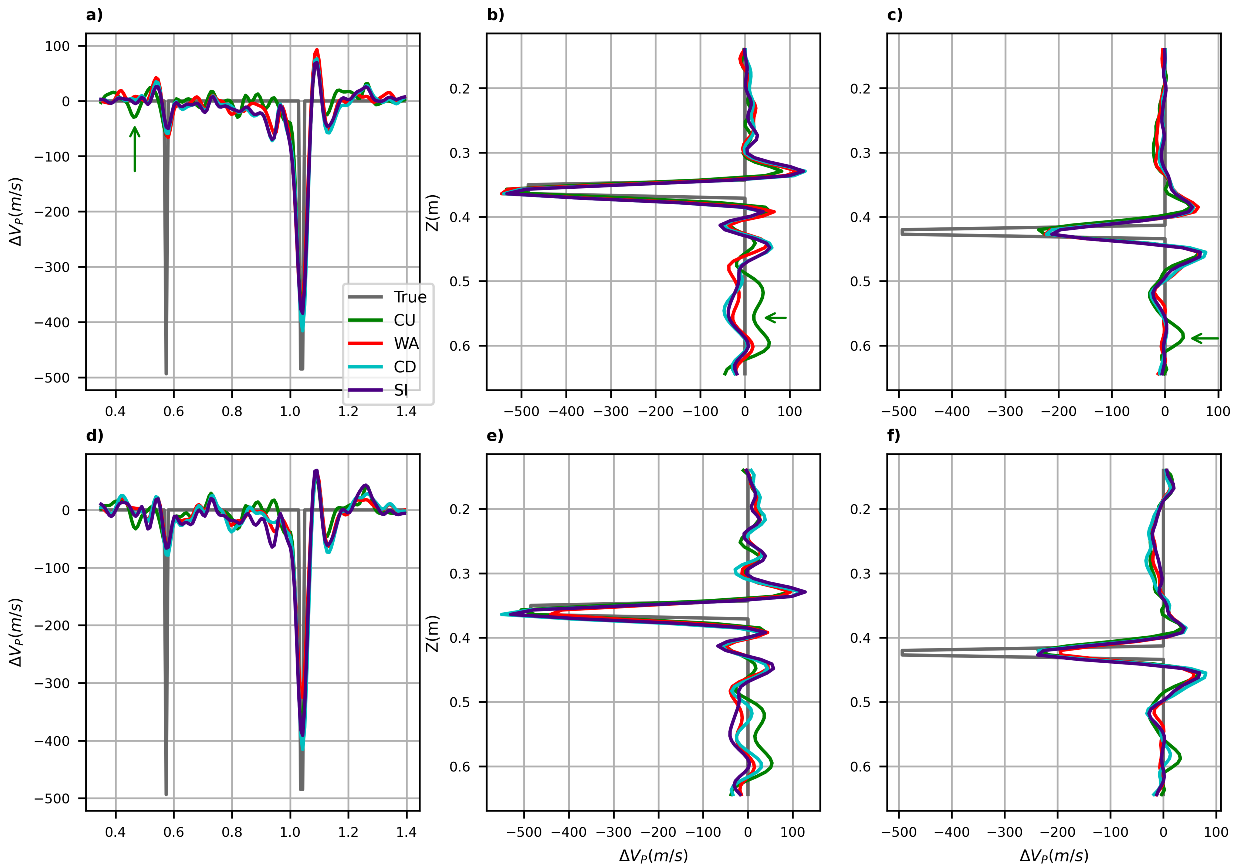

Figure 2.16 : 1D presentation of estimated model for inversion of clean data from (a-c) perfectly repeated monitor model and (d-f) monitor model with NR. The location of data is shown in Figure 2.2e. (a and d) are acquired along line A , (b and e) are obtained vertically at $x = 553$ m by line B, and (c and f) at $x = 1106$ m along line C. Green arrows show the inconsistency of the result of the cross-updating method, while other methods provide very coherent estimates.

2.3.6 Generalization with SEAM data

To confirm the previous analysis, we applied weighted-average TL-FWI on the SEAM synthetic seismic data. In 2016, a collaborative project of Society of Exploration Geophysicists (SEG) and Society of Petroleum Engineers (SPE) created a pilot project to study the efficiency of geophysical remote sensing to quantify the changes in oil and gas reservoirs inspired by geological model of Gulf of Mexico (Oppert et al., 2017). The coupled three-phase fluid flow and geomechanical response are simulated with considering 11 production and 6 water-injection wells. These wells are used to simulate 27.5 months of daily production at a simulated rate of 67,500 barrels and water injection of 32,500 barrels.

Although this model represents an area of 12.5 $\times$ 12.5 km^2 with 5 km depth, in this study, we focused on a smaller part. A 2D plane of this model from depth of 2.6 km to 4.8 km is studied. The baseline and monitor models in the studied region are shown in Figure 2.17a and Figure 2.17b, respectively. As shown with dashed lines, this zone consists three normal faults. The turbidite reservoir which starts around 3.3 km can be characterized with lower P-wave velocity due to the presence of gas. P-wave velocity then gradually increases below the gas-oil contact (GOC) due the presence of oil and then water. The injection to and production from the reservoir affected different parts of the model differently. Fluid substitution (oil replacing gas) and reservoir compaction increased the P-wave velocity significantly in the original gas cap. On the other hand, velocity decreases in the aquifer below the oil-water contact (OWC) because of water injection and reservoir depletion. The true time-lapse image is shown in Figure 2.17c.

To assess the efficiency of the weighted-average TL-FWI, surface acquisition is carried out by using sources at the depth of 10 m and regular interval of 25 m. The sources propagate the Ricker wavelet with central frequency of 25 Hz. We use the multi-scale inversion strategy with frequencies of 10, 15, 20, 25, 30, 35, and 70 Hz. The estimated time-lapse image is shown in Figure 2.17d for weighted-average inversion. The estimated changes accurately reproduce the large scale changes of the reservoir. The changes in the gas layer at the top of the reservoir are also well recovered. The oil-water contact (OWC) and GOC are marked by points at the beginning and at the end. The weighted-average method has been also able to delineate the changes beneath the GOC (solid arrow). Last but not least, the changes in the aquifer are recovered very well. The lack of resolution prevented the TL-FWI algorithm to image accurately the sharp changes at the OWC and beneath it as shown by dashed arrow.

It should be mentioned that the time-lapse changes in the both analyzed models have strong magnitude. Although the results show that the weighted-average method provides the highest accuracy with acceptable computation time, weaker time-lapse anomalies can challenge all discussed methods at different levels. Hence, the potential of these methods should be analyzed further by assessing their efficiency for recovering different magnitudes of time-lapse anomalies.

2.4 Conclusion

Time-lapse imaging using seismic data is a crucial field of study that can be used in both the oil industry (production/injection) and CO_2 storage. Due to the fact that the time-dependent changes in each of these applications are very small with respect to the prior state, time-lapse FWI is more difficult than just implementing two independent FWI and taking their difference. Therefore, we presented the weighted-average method and compared it against the cascaded inversion, cross-updating, central-difference and simultaneous inversion methods. Comparisons of the methods on two benchmark models showed that the weighted-average method leads to the most accurate time-lapse estimates while it is one of the fastest approaches. Furthermore, weighted-average inversion allows to reduce the presence of artifacts and points to uncertain features in the model. Having two time-lapse estimates at the end of TL-FWI, different criteria can be used to select the weight for weighted-average method. As is shown in this study, ℓ_1-norm can be employed to find an appropriate value for this parameter. The simultaneous TL-FWI can provide comparable

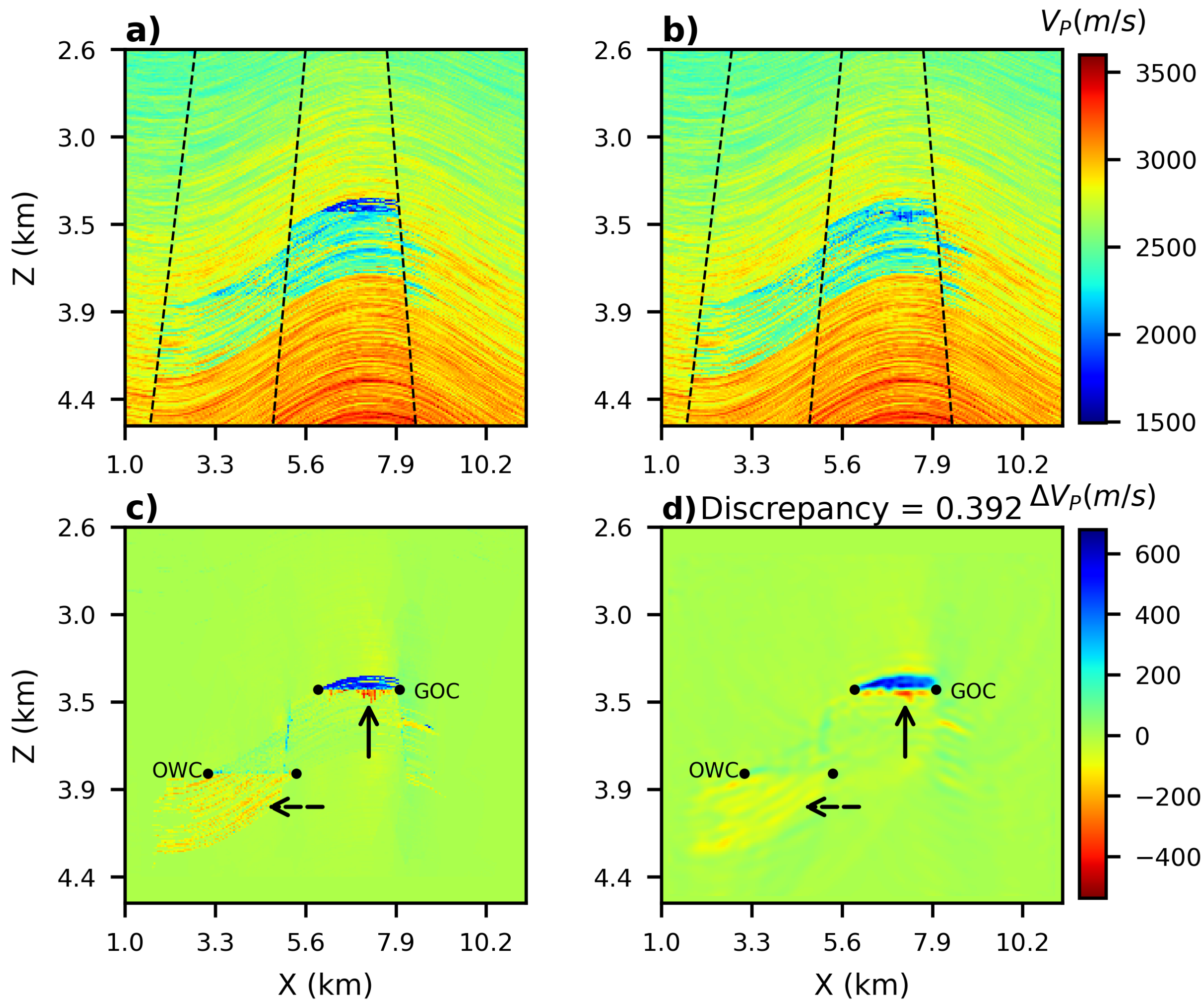

Figure 2.17 : The SEAM model is used to verify the accuracy of weighted-average method. (a) The baseline and (b) monitor models. (c) The true time-lapse image and (d) the estimated time-lapse changes of the SEAM model by weighted-average method.

performance (accuracy and computation time) with the disadvantage of requiring a regularization parameter which can change the accuracy and the computation time significantly.

2.5 Acknowledgment

This project was supported by a NSERC Discovery Grant to BG (RGPIN-2017-06215). A.Mardan was also partially supported by SEG/Landmark Scholarship.

3 MONITORING FLUID SATURATION IN RESERVOIRS USING TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM INVERSION

INRS-ETE, 490 Rue de la Couronne, Quebec, QC, G1K 9A9, Canada amirhossein.mardan@inrs.ca
This project was supported by a NSERC Discovery Grant to BG (RGPIN-2017-06215). A.Mardan was also partially supported by SEG/Landmark Scholarship.

Monitoring fluid saturation in reservoirs using time-lapse full-waveform inversion

Amirhossein Mardan*, Bernard Giroux*, Gabriel Fabien-Ouellet †, and Mohammad Reza Saberi ‡

* INRS-ETE, 490 Rue de la Couronne, Québec, QC, G1K 9A9, Canada.
† Polytechnique Montréal, 2900 Boulevard Edouard-Montpetit, Montréal, Quebec H3T 1J4, Canada.
‡ GeoSoftware, Bordewijklaan 58, 2591 XR, Den Haag, The Netherlands.

3.1 Abstract

Monitoring the rock-physics properties of the subsurface is of great importance for reservoir management. For either oil and gas applications or CO_2 storage, seismic data are a valuable source of information for tracking changes in elastic properties which can be related to fluids saturation and pressure changes within the reservoir. Changes in elastic properties can be estimated with time-lapse full-waveform inversion (TL-FWI). Monitoring rock-physics properties, such as saturation, with TL-FWI is usually a two-step process : first, elastic properties are estimated with full-waveform inversion (FWI), then, the rock-physics properties are estimated with rock-physics inversion. However, multiparameter TL-FWI is prone to crosstalk between parameter classes across different vintages. This leads to leakage from one parameter class to another, which, in turn, can introduce large errors in the estimated rock-physics parameters. To avoid inaccuracies caused by crosstalk and the two-step inversion strategy, we reformulate TL-FWI to estimate directly the changes in the rock-physics properties. Using Gassmann's model, we adopt a new parameterization containing porosity, clay content, and water saturation (PCS). In the context of reservoir monitoring, changes are assumed to be induced by fluid substitution only. The porosity and clay content can thus be kept constant during time-lapse inversion. We compare the PCS parameterization with the usual density-velocity (DV) parameterization for different benchmark models. Results indicate that the proposed parameterization eliminates crosstalk between parameters of different vintages, leading to more accurate estimation of saturation changes. We also show that using the PCS parameterization, the elastic changes can be monitored more accurately.

Keywords — full-waveform inversion, CO_2 monitoring, time-lapse inversion, reservoir monitoring, rock-physics monitoring

Introduction

Either for oil and gas applications or CO_2 sequestration, the ability to monitor reservoirs is highly important as it allows for safe and profitable operations. Time-lapse seismic monitoring is a powerful tool that allows to investigate large-scale changes in a reservoir (Lumley, 2001; Landrø et al., 2003; Dupuy et al., 2016a; Maharramov et al., 2016; Fabien-Ouellet et al., 2017b; Lang et al., 2019; Zhou et al., 2021a; Mardan et al., 2022c). Seismic monitoring is sensitive to changes in elastic parameters, which can be related to reservoir parameters, such as saturation, through a rock-physics model.

Numerous studies have been conducted to monitor saturation changes in reservoirs. Landrø et al. (2003) used PP and PS seismic data to better estimate the time-lapse changes. Buland et al. (2006) proposed a Bayesian time-lapse inversion method and applied it to monitor the Norne Field offshore Norway with seismic data acquired from 2001 to 2003. Vedanti et al. (2009) used prestack seismic data inversion to monitor the in situ combustion in the Balol oil field. Lang et al. (2019) studied the potential of the Johansen field in Norway by simulating CO_2 injection for 10 years and monitoring the reservoir. All of these studies are based on linearized amplitude variation with offset (AVO) and the convolutional model whose accuracy decreases by increasing the incidence angle (Mallick, 2007). Although AVO has been very successful and is commonly used in industry, it has some other limitations. AVO inversion only uses the amplitude of the reflected waves while for better imaging, all type of waves should be involved during the inversion (Virieux et al., 2017). In addition, AVO relies on the assumption that reflectors are flat, which is a restrictive hypothesis in many cases (Queißer et al., 2013). Last but not least, AVO suffers from the uncertainties in data preprocessing such as velocity model errors (Naeini et al., 2017; Hu et al., 2021b). These assumptions and the incomplete use of waveforms can lead to suboptimal use of the resources invested in monitoring.

A variety of studies have used time-lapse full-waveform inversion (TL-FWI) to monitor reservoirs. For example, Watanabe et al. (2005) used time-lapse crosswell seismic data to monitor the changes during a gas hydrate thermal production test at the Mallik site. Raknes et al. (2013) monitored the leakage of one producing well over a field in North Sea by studying the seismic data of two vintages with two years time difference. Hicks et al. (2016) and Lescoffit et al. (2016) showed the interest of TL-FWI when studying seismic data and changes in P-wave velocity (V_P) at Grane field due to gas-oil replacement. Maharramov et al. (2016) showed the potential of TL-FWI to image the changes in the Genesis field in the Green Canyon area of the central Gulf of Mexico. In these studies, TL-FWI is carried out to map the acoustic changes in the subsurface using a monoparameter acoustic formulation (analyzing only V_P). To obtain the changes in terms of rock-physics properties, V_P estimated from full-waveform inversion (FWI) should be inverted using rock-physics inversion. For example, this two-step procedure has been used to estimate the changes in the saturation of CO_2 at Sleipner field in North Sea (Queißer et al., 2013; Dupuy et al., 2016a,b; Yan et al., 2019; Dupuy et al., 2021; Romdhane et al., 2022).

To approach the true properties of the subsurface, an elastic formulation is preferred over acoustic as it allows taking into account the different seismic phases in the measured data. An elastic medium requires multiparameter TL-FWI. In this case, model parameters can have coupled effects on the seismic data, which is referred to as crosstalk between parameters (Operto et al., 2013; Yang et al., 2018). Ma et al. (2016) studied the Marmousi model for multiparameter acoustic TL-FWI and showed that the crosstalk problem is more severe in TL-FWI. Although Ma et al. (2016) recovered good images of the subsurface using FWI, the estimated *time-lapse* images were inaccurate due to the crosstalk problem (Figure 2 and 3 of Ma et al. (2016)). This problem can be alleviated by using different parameterizations (Tarantola, 1986; Operto et al., 2013; Ma et al., 2016; Hu et al., 2021b). A comprehensive discussion is provide by Pan et al. (2019) where the authors analyzed the efficiency of different parameterizations such as velocity-density (DV) (P-wave velocity, S-wave velocity, and density), modulus-density (DM) (bulk modulus, shear modulus, and density), impedance-density (D-IP) (P-wave impedance, S-wave impedance, and density), velocity-impedance-I (V-IP-I) (P-wave velocity, S-wave velocity, and P-wave impedance), and velocity-impedance-II (V-IP-II) (P-wave velocity, S-wave velocity, and S-wave impedance) for performing elastic FWI.

The goal of this study is to recover the changes in water saturation (S_w) by considering an elastic earth. To minimize the effects of crosstalk that can occur due to the time-lapse nature of the problem, the TL-FWI is formulated in terms of porosity (ϕ), clay content (C), and water saturation, as proposed by Hu et al. (2021b) in the context of FWI. This parameterization (called PCS) is chosen to facilitate the time-lapse inversion as we can assume that porosity and clay content are constant with time in the reservoir. To perform this technique, a connection between the elastic and rock-physical properties is required. In this work, we use Gassmann's equation for this purpose. Using the PCS parameterization, we combine the rock-physics inversion and FWI in a single inversion scheme. In this way, saturation can be directly inverted from the raw seismic data (shot gather). By performing TL-FWI with the PCS parameterization, we can also easily obtain the time-lapse images of elastic properties using the underlying rock-physics model.

This paper is organized by first presenting FWI and the required formulation to include Gassmann's model for estimating the porosity, clay content, and water saturation. This section is followed by a brief discussion on TL-FWI. Then, we study and discuss the efficiency of this method by using numerical models.

Theory

Full-waveform inversion

Full-waveform inversion is a local optimization process that minimizes residuals between the observed and estimated wavefields at the receivers locations for different source positions (Virieux et al., 2009). The objective function can be written as

$$\chi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\|\mathbf{W}_d\left(\mathbf{R}\mathbf{u}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\right)\|_2^2 + \chi_{REG}, \tag{3.1}$$

where $\mathbf{R}$ maps the wavefield ($\mathbf{u}$) to the receivers locations. Vectors $\mathbf{m}$ and $\mathbf{d}$ are the model parameter and observed data, respectively. $\mathbf{W}_d$ is a weighting operator on the data misfit and χ_{REG} is a regularization term. FWI is highly ill-posed, where an infinite number of models matches the data. A variety of regularization methods such as the Tikhonov, total variation, prior information, and parameter-relation techniques have been proposed to condition the FWI problem and reduce the ill-posedness (Virieux et al., 2009; Asnaashari et al., 2015). In this study, we use the Tikhonov regularization. This regularization method is presented in Appendix A in addition to total variation, prior information, and parameters-relation techniques. In equation 3.1, the wavefield is the solution of a partial differential equation (PDE) which is discretized to perform the forward modeling. For the 2D isotropic elastic case in time domain, this PDE can be written as

$$\begin{cases} \rho \dot{v}_x = \partial_x \tau_{xx} + \partial_z \tau_{xz}, \\ \\ \rho \dot{v}_z = \partial_z \tau_{zz} + \partial_x \tau_{xz}, \\ \\ \dot{\tau}_{xx} = (\lambda + 2G)\partial_x v_x + \lambda \partial_z v_z + s, \\ \\ \dot{\tau}_{zz} = \lambda \partial_x v_x + (\lambda + 2G)\partial_z v_z + s, \\ \\ \dot{\tau}_{xz} = G(\partial_z v_x + \partial_x v_z), \end{cases} \tag{3.2}$$

where λ and G denote lamé's parameter and where ρ and s are density and the source function. In equation 3.2, the particle velocities in x- and z-directions (v_x and v_z) as well as (τ_{xx} and τ_{zz}) and shear stresses (τ_{xz}) constitute vector $\mathbf{u}$.

In the case of equation 3.2, the vector of model parameter, $\mathbf{m}$ in equation 3.1, is

$$\mathbf{m} = [\lambda, G, \rho]^T, \tag{3.3}$$

where ^{T} is the transpose operator. Although, the forward modeling is performed using Lamé parameters and density, FWI can be performed using different parameterizations. For example, the DV parameterization is a common formulation. Switching between parameters can be carried out using the chain rule, as shown at the end of this section.

Optimization

To minimize the cost function (equation 3.1), a variety of optimization algorithms such as steepest-descent, conjugate-gradient, ℓ-BFGS, and Newton algorithms can be employed (Virieux et al., 2009). These algorithms minimize the cost function in the vicinity of a starting model, $\mathbf{m}_0$, as

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \alpha \mathbf{\Delta m}, \tag{3.4}$$

where α is step size and the search direction, $\mathbf{\Delta m}$, for gradient descent is

$$\mathbf{\Delta m} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{m}^{(1)}} \chi \\ \nabla_{\mathbf{m}^{(2)}} \chi \\ \nabla_{\mathbf{m}^{(3)}} \chi \end{bmatrix}, \tag{3.5}$$

where $\nabla_{\mathbf{m}^{(n)}} \chi$ is the gradient of the cost function with respect to model parameter $\mathbf{m}^{(n)}$.

One of the most problematic challenges of multiparameter FWI is crosstalk between parameters. Crosstalk is due to the fact that different parameters can have a coupled effect on the seismic wavefield and different combination of changes in these parameters can cause similar seismic response (Operto et al., 2013; Yang et al., 2018). To address this problem, different strategies have been deployed (Métivier et al., 2013; Operto et al., 2013; Lavoué et al., 2014; Fabien-Ouellet et al., 2017b; Keating et al., 2019). Operto et al. (2013) listed four main strategies : the choice of appropriate parameterization, the use of the Hessian as it can measure the level of coupling between parameters, a data driven strategy i.e., using multi-components data, and a sequential inversion where the dominant parameters are estimated before the secondary parameters. To further reduce the crosstalk problem, it is also proposed to scale the gradient (Kamei et al., 2013; Lavoué et al., 2014). Hence equation 3.5 can be rewritten as

$$\mathbf{\Delta m} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{m}^{(1)}} \chi \\ \xi \nabla_{\mathbf{m}^{(2)}} \chi \\ \beta \nabla_{\mathbf{m}^{(3)}} \chi \end{bmatrix}, \tag{3.6}$$

where ξ and β scale the gradient of different parameter classes.

By using a quasi-Newton method, ℓ-BFGS, we consider an approximation of the Hessian into the solution (Nocedal et al., 2006) which helps reducing crosstalk. However the most important point of this study is the chosen parameterization. Considering the fact that the time-lapse changes in P-wave velocity due to fluid substitution (more affected than S-wave velocity and density) are approximately 10% of the baseline model (Zhou et al., 2021a), the challenges of FWI are more pronounced in time-lapse studies than in conventional FWI. Ma et al. (2016) studied the possibility of deploying TL-FWI for multiparameter acoustic studies. Although they estimate the model parameters very well, crosstalk prevents from obtaining an acceptable time-lapse image of the subsurface for any of two time-variable parameters. Thereby, an efficient parameterization is required to minimize the crosstalk in multiparameter TL-FWI. Inspired by Hu et al. (2021b), we study the feasibility of performing TL-FWI using the PCS parameterization. Recalling that the porosity and clay content can be reasonably considered constant with time, water saturation is the only time-variable parameter.

In the next section, we provide the required equations to adapt the FWI problem to estimate the PCS parameters using Gassmann's equations. In this case, the vector of model parameter can be written as

$$\mathbf{m} = [\phi, C, S_w]^T. \tag{3.7}$$

Using the aforementioned assumption that porosity and clay content remain constant over time for reservoirs, the changes in water saturation can be the only parameter to be sought in the time-lapse inversion.

It is worth recalling that the chain rule is used to change the parameters for inversion. As an example, $\mathbf{q}$ parameterization, $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]^T$, can be changed to a new parameterization, $\mathbf{p} = [p_1, p_2, p_3]^T$, as

$$\frac{\partial \chi}{\partial q_i} = \frac{\partial \chi}{\partial p_1}\frac{\partial p_1}{\partial q_i} + \frac{\partial \chi}{\partial p_2}\frac{\partial p_2}{\partial q_i} + \frac{\partial \chi}{\partial p_3}\frac{\partial p_3}{\partial q_i}, \tag{3.8}$$

for $i \in (1, 2, 3)$. FWI can be performed in any parameterization while the forward modeling is implemented using equation 3.2.

This study is carried out using PyFWI (Mardan et al., 2022b) which is an open-source package that implements FWI in terms of DV parameterization. In the next section, we present the methodology to transfer the earth model from PCS parameterization to DV parameterization for forward modeling. In Appendix B, we present the required equations to obtain the gradient of the cost function in terms of PCS parameterization for performing the inversion.

Porous media homogenization

To perform TL-FWI with a rock-physics parameterization, a rock-physics model is needed to map the rock-physics properties to the elastic properties. Although there are numerous empirical rock-physics models that satisfy this requirement, we employ Gassmann's equation (Gassmann, 1951) which is valid for most of consolidated rocks (Dupuy et al., 2016b). Gassmann's relation is used to compute the variation of bulk modulus during the fluid substitution. In practice, Gassmann's model requires some information on the fluid and mineral properties. In the context of TL-FWI, this information should be available as time-lapse FWI is usually performed in well studied fields.

The effective properties of the fluid (bulk modulus, K, and density) can be calculated using weighted arithmetic averages (Voigt, 1889),

$$\begin{aligned} K_f &= S_w K_w + (1 - S_w) K_h, \\ \rho_f &= S_w \rho_w + (1 - S_w) \rho_h, \end{aligned} \tag{3.9}$$

where the subscripts f, w, and h respectively denote the effective property of the fluid, water, and hydrocarbon.

The density of the solid frame of rock can be calculated using weighted average of the density of the grains as

$$\rho_s = C\rho_c + (1-C)\rho_q, \tag{3.10}$$

where subscripts c and q denote clay and quartz, respectively. The bulk and shear moduli of the solid can be estimated using Voigt-Reuss-Hill method

$$\begin{aligned} K_s =& \frac{1}{2}\left[(CK_c + (1-C)K_q)\right. \\ &\left. + \left(\frac{1}{C/K_c + (1-C)/K_q}\right)\right], \\ G_s =& \frac{1}{2}\left[(CG_c + (1-C)G_q)\right. \\ &\left. + \left(\frac{1}{C/G_c + (1-C)/G_q}\right)\right]. \end{aligned} \tag{3.11}$$

The effective dry moduli of the rock, K_D and G_D can be computed using various effective medium theories (Berryman, 1995; Mavko et al., 2020). Following Pride (2005), we estimate the dry moduli with

$$\begin{aligned} K_D &= K_s \frac{1-\phi}{1+cs\phi}, \\ G_D &= G_s \frac{1-\phi}{1+\frac{3}{2}cs\phi}, \end{aligned} \tag{3.12}$$

where cs is the general consolidation parameter which defines the degree of consolidation among grains.

Finally, the effective properties of the porous medium is calculated with the following expressions (Voigt, 1889; Gassmann, 1951),

$$\begin{aligned} K &= \frac{\phi K_D + (1-(1+\phi)K_D/K_s)\, K_f}{\phi(1+\Delta)}, \\ G &= G_D, \\ \rho &= (1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f, \end{aligned} \tag{3.13}$$

where

$$\Delta = \frac{1-\phi}{\phi}\frac{K_f}{K_s}\left(1 - \frac{K_D}{(1-\phi)K_s}\right) = \frac{1-\phi}{\phi}\frac{K_f}{K_s}\left(1 - \frac{1}{1+cs\phi}\right). \tag{3.14}$$

The elastic properties can be calculated using equation 3.13 as

$$\begin{aligned} V_P &= \sqrt{\frac{K+\frac{4}{3}G}{\rho}}, \\ V_S &= \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \\ \rho &= \rho. \end{aligned} \tag{3.15}$$

For a detailed discussion on Gassmann's model and the provenance of equations 3.9-3.15 see Dupuy et al. (2016b).

Time-lapse full-waveform inversion

Time-lapse FWI can be performed by considering different combinations of FWI runs. These combinations can be performed sequentially such as for the cases of the cascaded, cross-updating, and weighted-average methods (Watanabe et al., 2005; Maharramov et al., 2014; Mardan et al., 2022d), or in parallel as in the case of the independent and central-difference methods (Plessix et al., 2010; Zhou et al., 2021a). In addition to these methods, Maharramov et al. (2014) proposed a joint inversion of seismic data from different vintages by introducing the cost function as

$$\begin{aligned}\chi_{tl}(\mathbf{m}_b, \mathbf{m}_m) =& \|\mathbf{R}\mathbf{u}(\mathbf{m}_b) - \mathbf{d}_b\|_2^2 + \|\mathbf{R}\mathbf{u}(\mathbf{m}_m) - \mathbf{d}_m\|_2^2 \\ &+ \delta\|\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_b\|_2^2,\end{aligned} \tag{3.16}$$

where subscripts b and m denote baseline and monitor models. The difference between the estimated baseline and monitor models is used as a regularization term and the weight of this term in the cost function is controlled by parameter δ. The flowchart of this method (hereafter called simultaneous TL-FWI) is presented in Figure 3.1. Simultaneous TL-FWI gets an initial model and observed seismic data from two vintages. In the first step, the baseline data are inverted and the estimated baseline is used as the initial model for time-lapse FWI. TL-FWI minimizes the residuals between the estimated and observed data from the baseline and monitor models regularized by the difference between the estimated models.

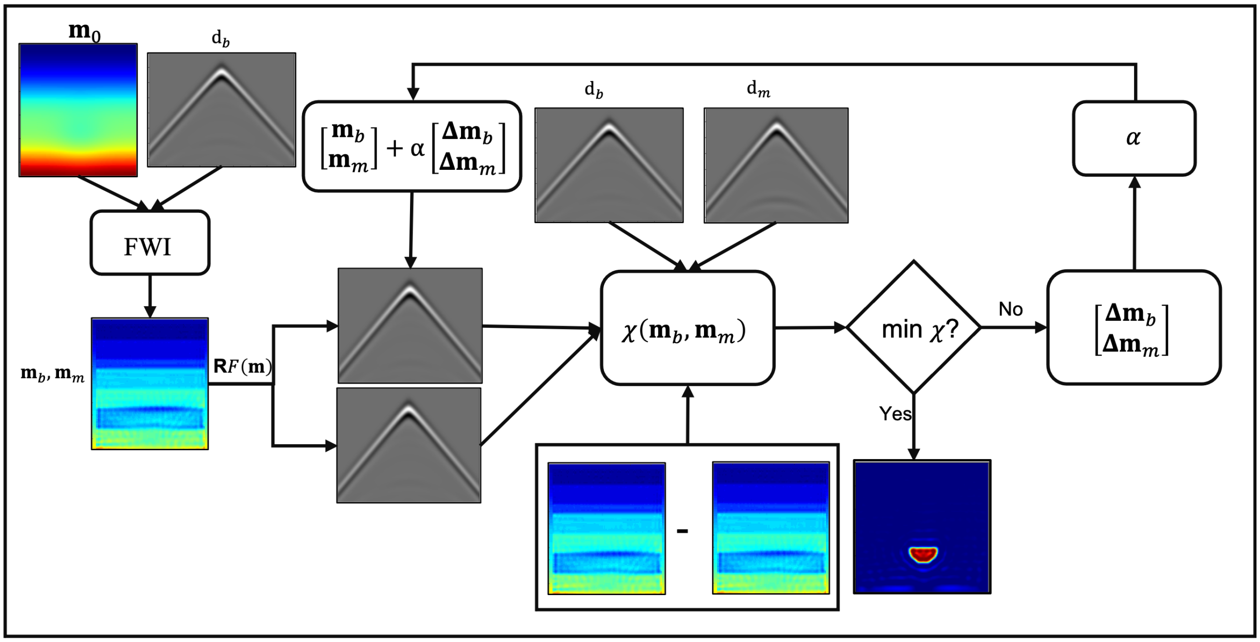

Figure 3.1 : Flowchart of simultaneous TL-FWI. After performing FWI on baseline data, a joint time-lapse FWI inverts baseline and monitor data where the inversion process is regularized by the difference between estimated baseline and monitor models.

Simultaneous TL-FWI is one of the most accurate strategies for time-lapse studies (Mardan et al., 2022, submitted paper). Incorporating a regularization term for minimizing the difference between two estimates (baseline and monitor models) helps this method to produce less artifacts.

The methodology we propose is as follows. We first estimate the baseline model, using standard FWI in the PCS parametrization. Then we perform a single-parameter inversion of S_w with jointly inverting the baseline and monitor data (equation 3.16). We justify the last step by making the hypothesis that porosity and clay content remains constant after fluid injection. In the case of inversion with the DV parameterization, the TL-FWI is a multi-parameter problem. Furthermore, it requires the additional step of inverting the elastic properties to obtain S_w. In this work, we use ℓ-BFGS to do so, which minimizes the following cost function

$$\chi_{rp} = \frac{1}{2}\|F(\phi, C, S_w) - \mathbf{m}_{DV}\|^2, \tag{3.17}$$

where F is a function that calculates V_P, V_S, and ρ based on equations 3.9-3.15 and $\mathbf{m}_{DV}$ is vector of estimated elastic properties using the DV parameterization.

Numerical analysis

In this section we assess the feasibility of the proposed strategy with two synthetic models. For both analysis, the multi-scale strategy (Bunks et al., 1995) is employed to avoid cycle-skipping. We filter the observed and estimated data using a lowpass Butterworth filter with cut-off frequencies of 10, 20, 25, 35, 40, and 55 Hz. The source for forward modeling is a Ricker wavelet with a central frequency of 30 Hz. Perfectly matched layers (PML) are used at the boundaries of the models to minimize waves reflected from the boundaries (Berenger, 1994). We use the Tikhonov regularization (equation 3.18) in the x-direction ($\mathbf{B}_z = 0$) to decrease the ill-posedness of FWI problem and make the estimated models smoother in the x-direction.

For numerical studies, we use two synthetic models. For the first experiment, a simple layered model is used. Then, TL-FWI is performed using the Marmousi model which is a more realistic case. During the inversion, the gradient is scaled using equation 3.6. The scaling weights ξ and β are obtained by trial and error, by performing FWI runs on the simple layered model. Then we use the same weights for the Marmousi model. The rock-physical properties used in this study are shown in Table 3.1.

	Bulk modulus (GPa)	Shear modulus (GPa)	Density (g/cm^3)
Quartz	37.00	44.00	2.65
Clay	21.00	10.0	2.55
Water	2.25	0.00	1.00
Gas	0.04	0.00	0.10

Tableau 3.1 : Elastic properties in this study for minerals and fluids (Hu et al., 2021b) where cs is set to 20.

Layered model

To investigate the performance of the methodology, a simple model with three flat reflectors is first used (Figure 3.2). Figure 3.2a-3.2c shows the true models for porosity, clay content and water saturation for the baseline and Figure 3.2d-3.2f shows the true monitor model. The initial model of the inversion is shown in Figure 3.2g-3.2i. Finally, the true time-lapse model is shown in Figure 3.2j-3.2l. The elastic properties of this model are shown in Figure 3.3. Comparing Figure 3.2j-3.2l with Figure 3.3j-3.3l shows that with a 25% increment of water saturation, P-wave velocity and density increase by 3% and 0.8%, respectively, while the S-wave velocity decreases by 0.4%.

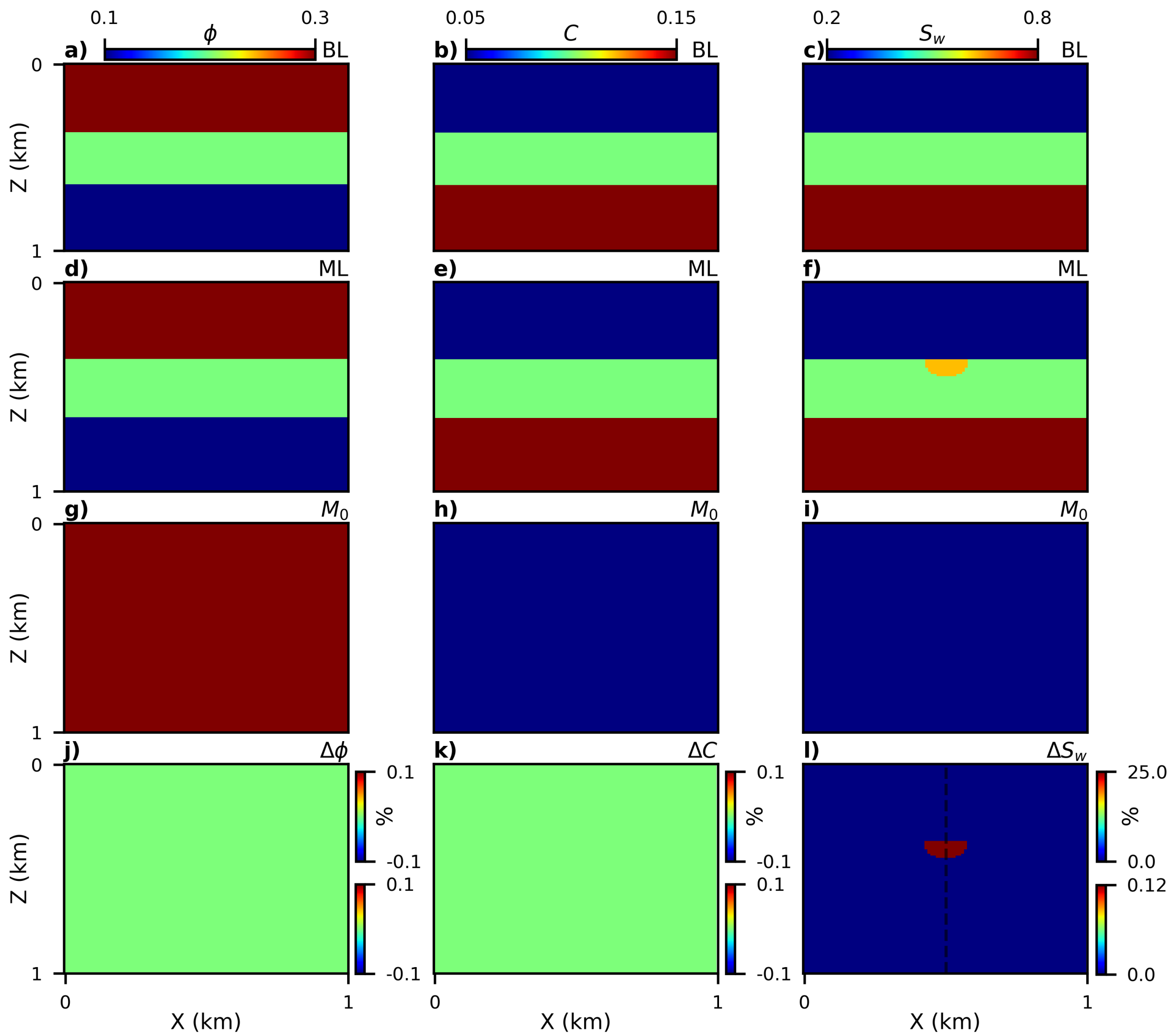

Figure 3.2 : Layered model in PCS parameterization. (a-c) True baseline, (d-f) true monitor, and (g-i) initial models. (j-l) Time-lapse changes between porosity (a and d), clay content (b and e), and water saturation (c and f). The time-lapse model is presented with two color scales which show the changes in value and percentage. Dashed line in (l) is used for 1D profile in Figure 3.5 and 3.8.

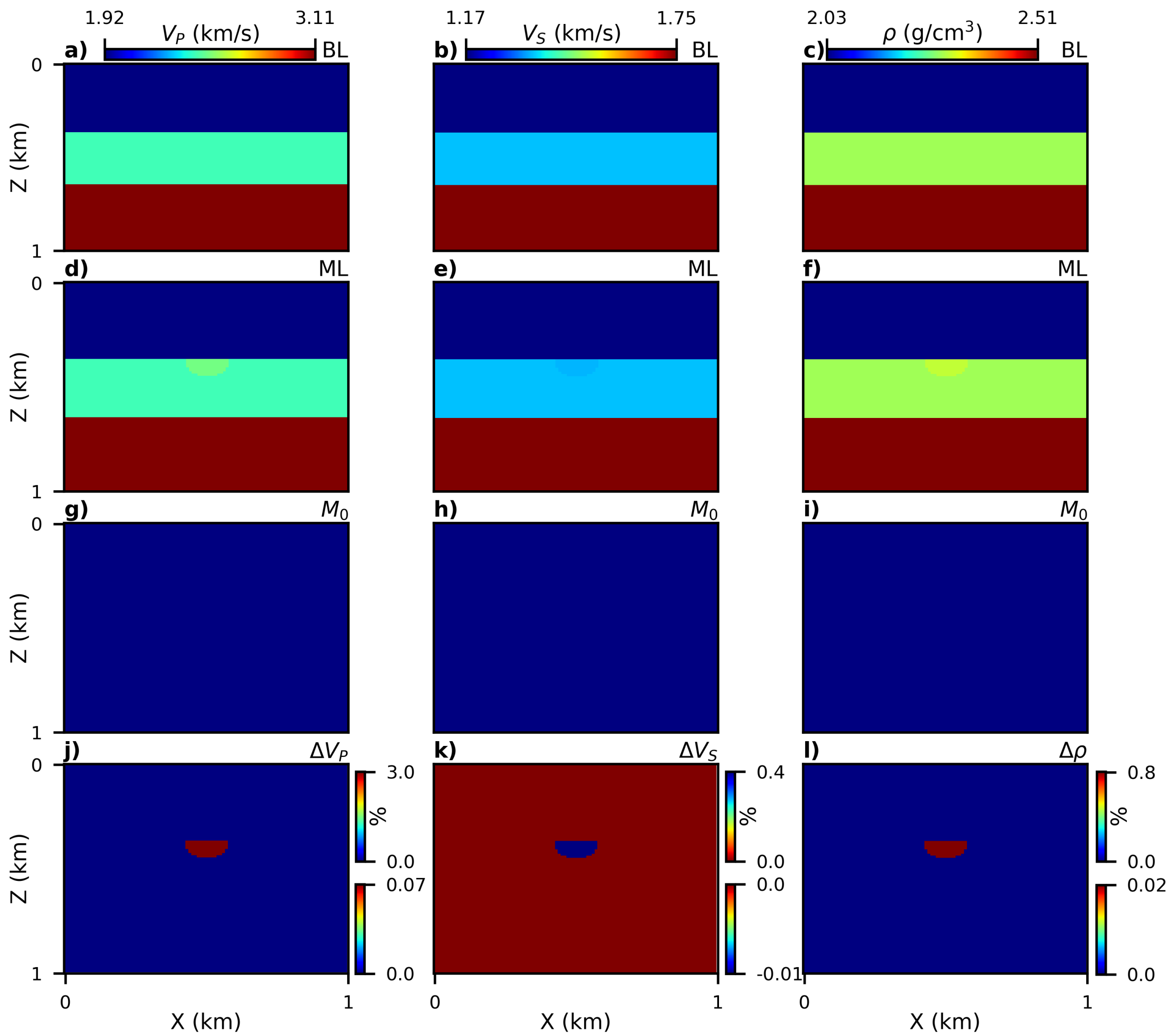

Figure 3.3 : Layered model in DV parameterization. (a-c) True baseline, (d-f) true monitor, and (g-i) initial models. (j-l) Time lapse changes between V_P (a and d), V_S (b and e), and ρ (c and f). The time-lapse model is presented with two color scales which show the changes in value and percentage.

To perform this study, seven isotropic sources are used on the surface for forward modeling. Receivers are located on the surface and in two imaginary wells at both sides of the model. Noise-free data are inverted to recover the time-lapse anomaly. The rock-physics properties estimated by using Gassmann's equation are presented in Figure 3.4a-3.4c. The parameters in this model are used to obtain an indirect estimate of P- and S-wave velocities as well as density, as shown in Figure 3.4d-3.4f. A 1D plot obtained at $X = 0.5$ km (dashed line in Figure 3.2l) is also shown in Figure 3.5 for both rock-physics properties, Figure 3.5a-3.5c, and elastic properties, Figure 3.5d-3.5f.

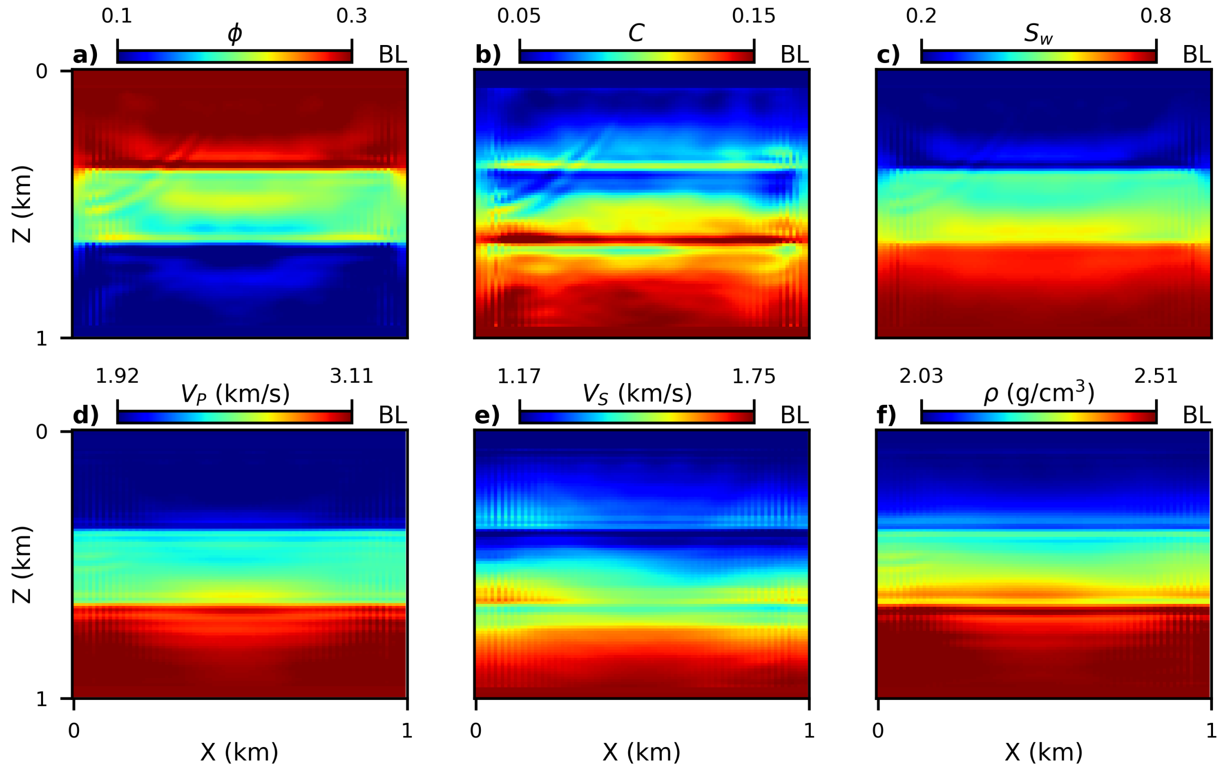

Figure 3.4 : The estimated baseline model of (a) porosity, (b) clay content, (c) water saturation, (d) P-wave velocity, (e) S-wave velocity, and (f) density using PCS parameterization.

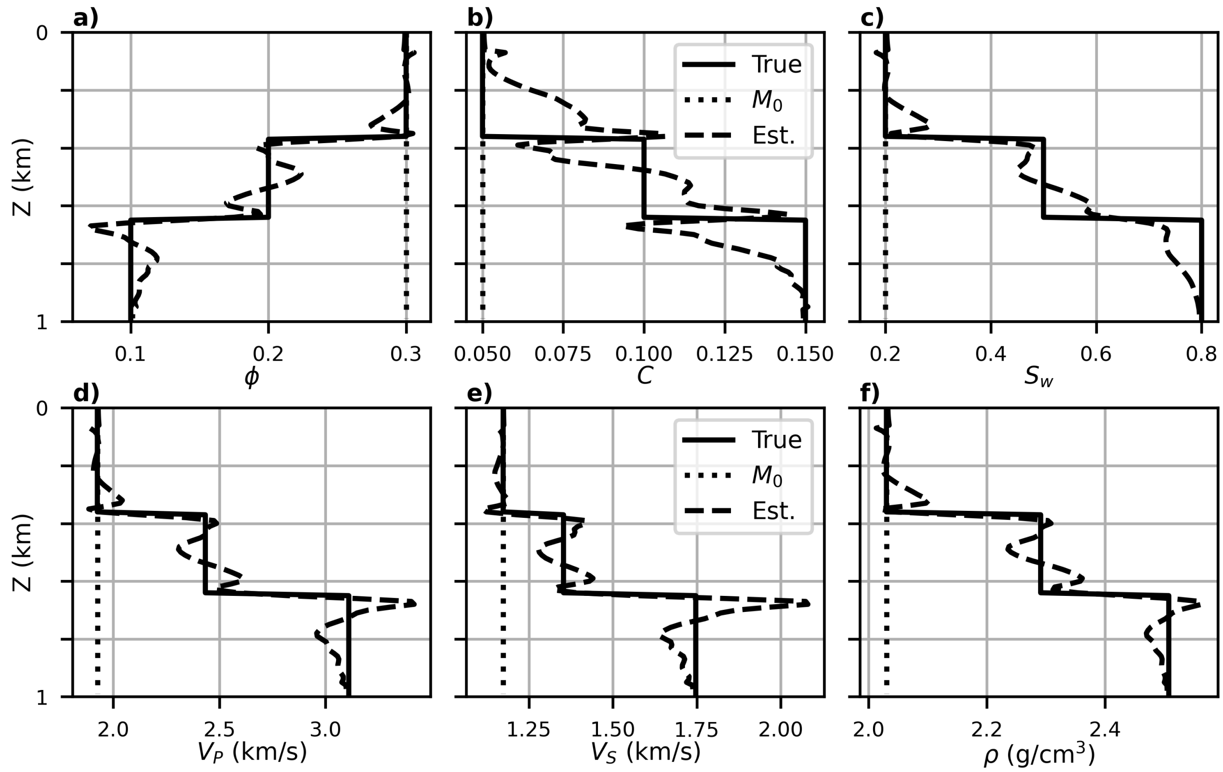

Figure 3.5 : 1D assessment of the results for (a) porosity, (b) clay content, (c) water saturation, (d) P-wave velocity, (e) S-wave velocity, and (f) density at $X = 0.5$ km (center of the 2D section). True value is shown with solid line, estimated model is shown with dashed line and dotted line presents the initial model.

Results of the first step obtained with this simple synthetic model shows that FWI and the proposed formulation have the potential to recover the rock-physics properties. However, reconstructing the clay content seems problematic and the interfaces in this parameter are not recovered sharply (Figure 3.4b and 3.5b). Although Hu et al. (2021a) showed that the C model can be estimated better by considering a parameter-relation regularization, this type of regularization is not taken into account in this study. The parameter-relation regularization allows us to regularize the inversion based on the relation between two parameters in the field. So in general, we can expect that the parameter-relation and prior-model regularization (Asnaashari et al., 2013) should improve the accuracy of the estimated clay content. These two regularization methods are provided in Appendix A for interested readers.

After estimating the baseline model (Figure 3.4), TL-FWI can be performed using equation 3.16. We first compare the efficiency of the DV and PCS parameterization to monitor the rock-physics properties. Using the DV parameterization, the changes in terms of rock-physics properties are estimated in two steps (equation 3.16 and 3.17) and the results are presented in Figure 3.6a-3.6c. This is a naive method to perform multiparameter TL-FWI. We cannot get an accurate time-lapse image using this method due to the crosstalk between parameters in different vintages. As is shown, the inversion algorithm reaches to local minima by overestimating the porosity. To improve the results, we use equation 3.17 to recover the rock-physics properties of the baseline. Then, the estimated rock-physics model of the baseline is used as initial model to estimate the rock-physics properties of the monitor model using equation 3.17. Despite the inversion of the baseline model, we perform single-parameter inversion for estimating the rock-physics properties of the monitor model during which only S_w is updated. This strategy leads to the time-lapse estimate presented in Figure 3.6d-3.6f where a better time-lapse image of the saturation is obtained. This strategy is used hereafter in this study to compute the time-lapse rock-physics properties using the DV parameterization. By using the PCS parameterization and considering time-independent porosity and clay content, direct TL-FWI is performed to only monitor the water saturation. The estimated time-lapse models of porosity, clay content and water saturation are presented in Figure 3.6g-3.6i. Comparing Figure 3.6a-3.6i to Figure 3.2j-3.2l shows that the PCS parameterization can improve the accuracy of time-lapse studies for monitoring the saturation of the fluids in the subsurface. The accuracy of the results is measured using root-mean-square error (RMSE) and direct monitoring of S_w using the PCS parameterization leads to a 37.3% higher accuracy.

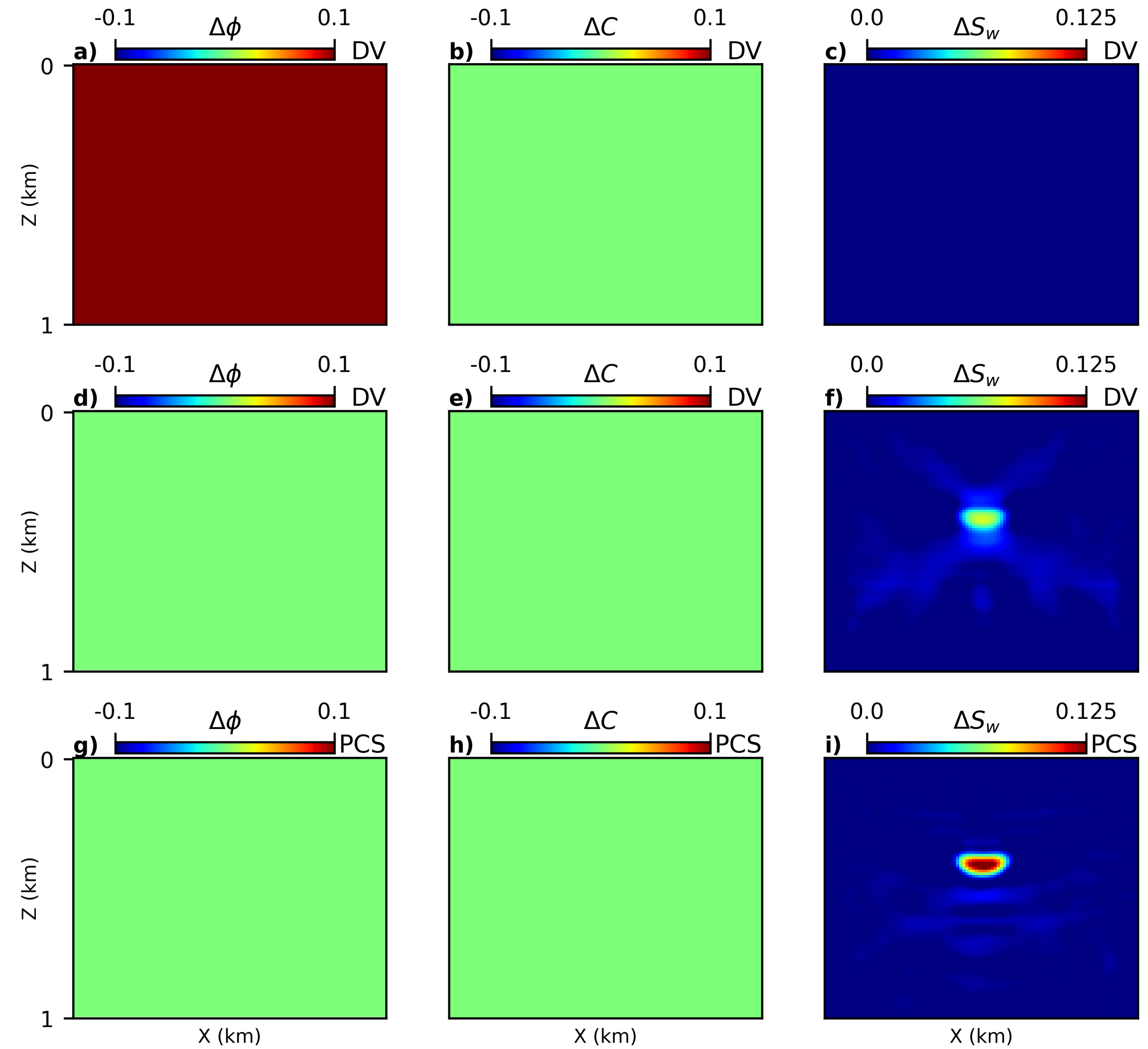

Figure 3.6 : Estimated time-lapse model for ϕ, C, and S_w with (a-c) DV parameterization while all model parameters can vary with time, (d-f) DV parameterization while S_w is the only time-dependent parameter, and (g-i) PCS parameterization.

In addition to the rock-physics properties, the PCS parameterization can be used to recover time-lapse images of the elastic properties. For this case, we use equation 3.16 to obtain the baseline and monitor models in terms of porosity, clay content and water saturation. The results are then used for rock-physics modeling (equation 3.9-3.15) to obtain the elastic properties of the baseline and monitor models. While the DV parameterization leads to time-lapse images presented in Figure 3.7a-3.7c, the PCS parameterization improves the time-lapse estimates (Figure 3.7d-3.7f). The DV parameterization does not allow recovering the changes appropriately. This can be explained by considering that 25% changes in the saturation (Figure 3.2l) is now spread out between three elastic properties and it causes only 3%, 0.4% and 0.8% variation respectively in V_P, V_S, and

ρ (Figure 3.3j-3.3l). Comparing the estimated time-lapse changes in Figure 3.7 shows that using the PCS parameterization, we can recover the elastic properties more accurately than using the DV parameterization. The time-lapse elastic properties estimated using the PCS parameterization are 53% more accurate than with the DV parameterization.

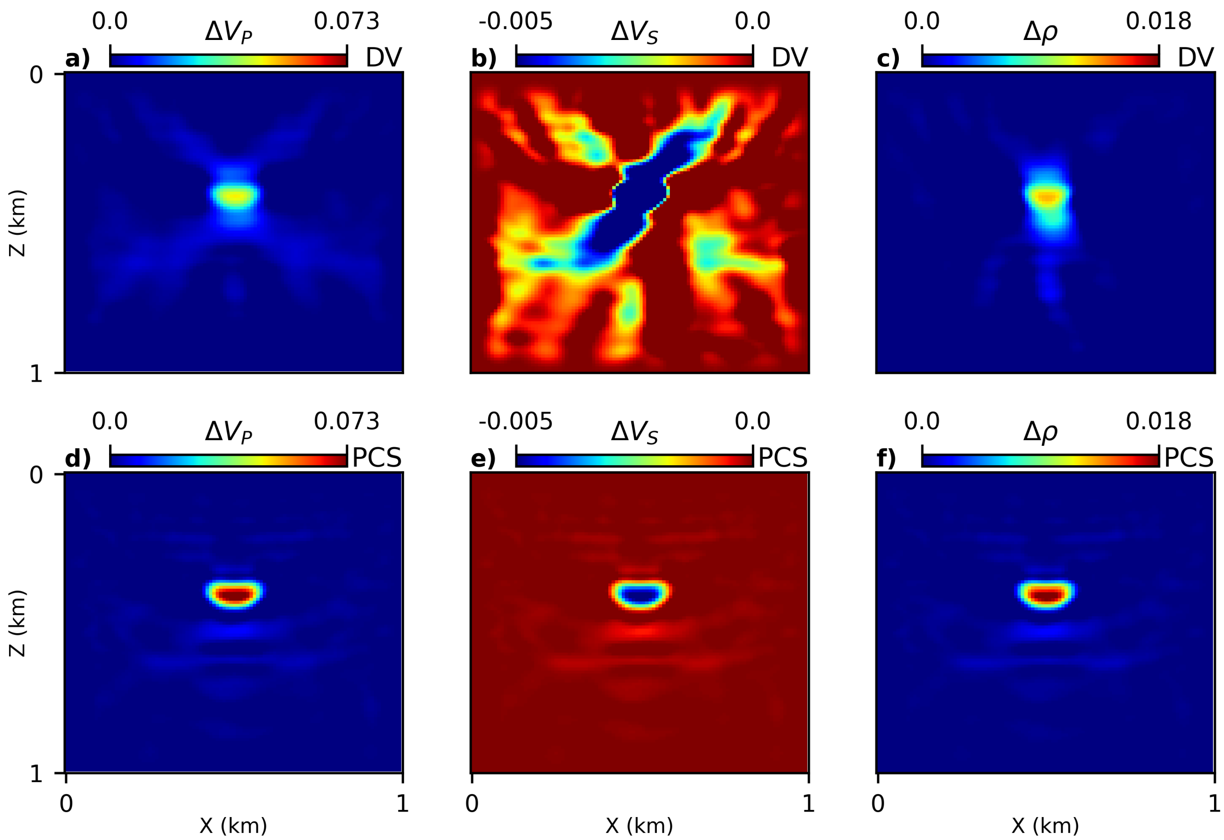

Figure 3.7 : Estimated time-lapse model for V_P, V_S, and ρ with (a-c) DV parameterization and (d-f) PCS parameterization.

Figure 3.8a-3.8c shows 1D profiles of the true and estimated changes in the rock-physics properties along the dashed line in Figure 3.2l. The estimated time-lapse elastic properties from PCS and DV parameterizations are also compared in Figure 3.8d-3.8f. This comparison shows that the results obtained using the DV parameterization (dotted lines) are far from accurate. For 1D analysis, the PCS parameterization leads to 43% higher accuracy (Figure 3.8a-3.8c). For monitoring the elastic properties, the PCS parameterization yields 57% higher accuracy (Figure 3.8d-3.8f).

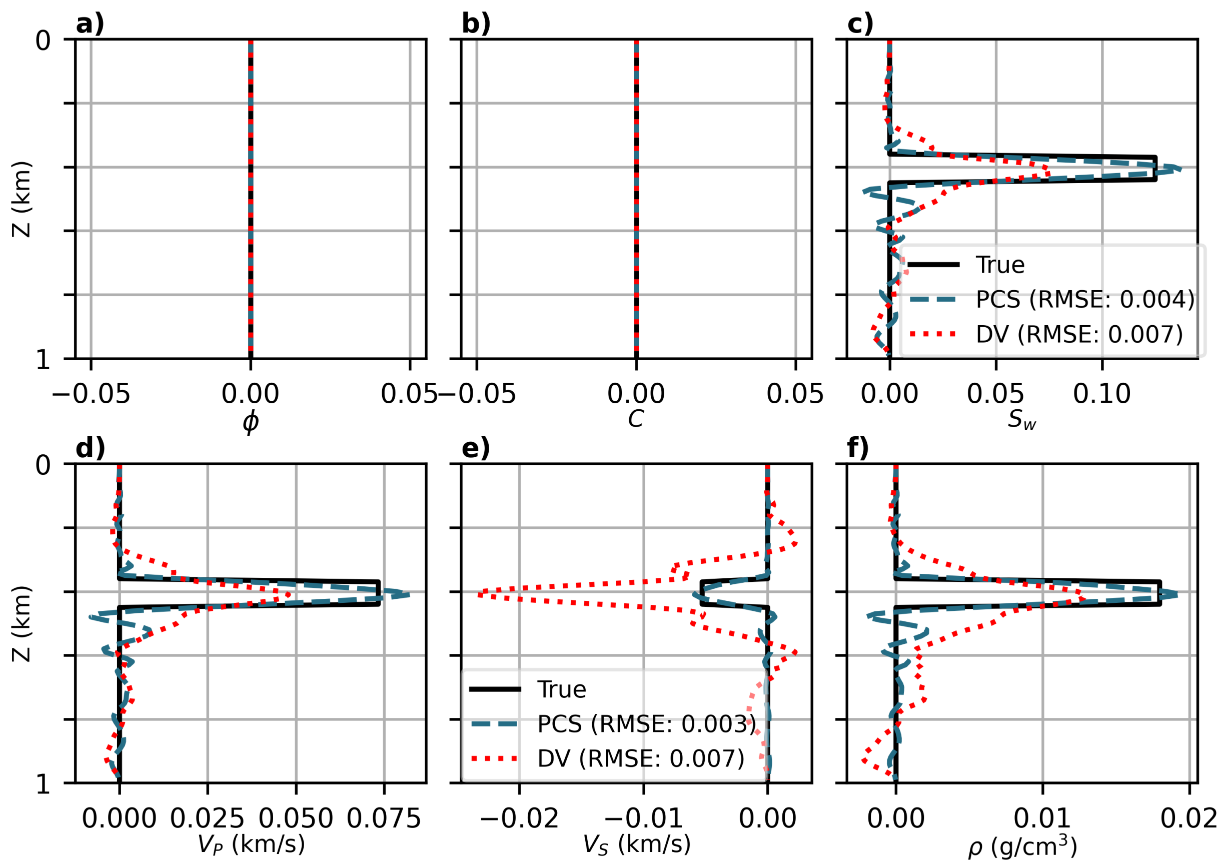

Figure 3.8 : 1D assessment of the time-lapse estimates for (a) porosity, (b) clay content, (c) water saturation, (d) P-wave velocity, (e) S-wave velocity, and (f) density at $X = 0.5$ km. True value is shown with solid line, estimated model with PCS parameterization is shown with dashed line and dotted line presents the estimated model with the DV parameterization.

Marmousi Model

In this section, we aim at assessing the methodology using a more realistic model. For this purpose, a portion of the Marmousi model is chosen (Figure 3.9). The true baseline and monitor models are shown in Figure 3.9a-3.9f. This model contains two sandstone reservoirs. The monitor model (Figure 3.9d-3.9f) is created by reducing the water saturation in the reservoir indicated by line A_1 and increasing the water saturation in the reservoir indicated by line A_2 (Figure 3.9l).

The elastic properties of this model are shown in Figure 3.10. Basically, the density of the saturated rock increases by replacing the hydrocarbon by water. Although the P-wave velocity has a reverse relationship with density, the hydrocarbon-water replacement increases the P-wave velocity due to the increase of the saturated bulk modulus. However, the fluid shear modulus is nil and S-wave velocity is decreased due to the increase in density. Figure 3.9j-3.9l and Figure 3.10j-3.10l show the time-lapse changes in rock-physics and elastic properties, respectively. The relative changes are shown in Figure 3.11a-3.11c and Figure 3.11d-3.11f for the rock-physics and elastic properties. In this case, the maximum changes in water saturation occurs in the reservoir A$_2$, which shows a 40% change with respect to the baseline. This change leads to maximum change of 6.2%, 2.31%, and 4.46% in elastic properties, V_P, V_S, and ρ respectively. Hence, we can expect that changes can be better tracked using the PCS parameterization.

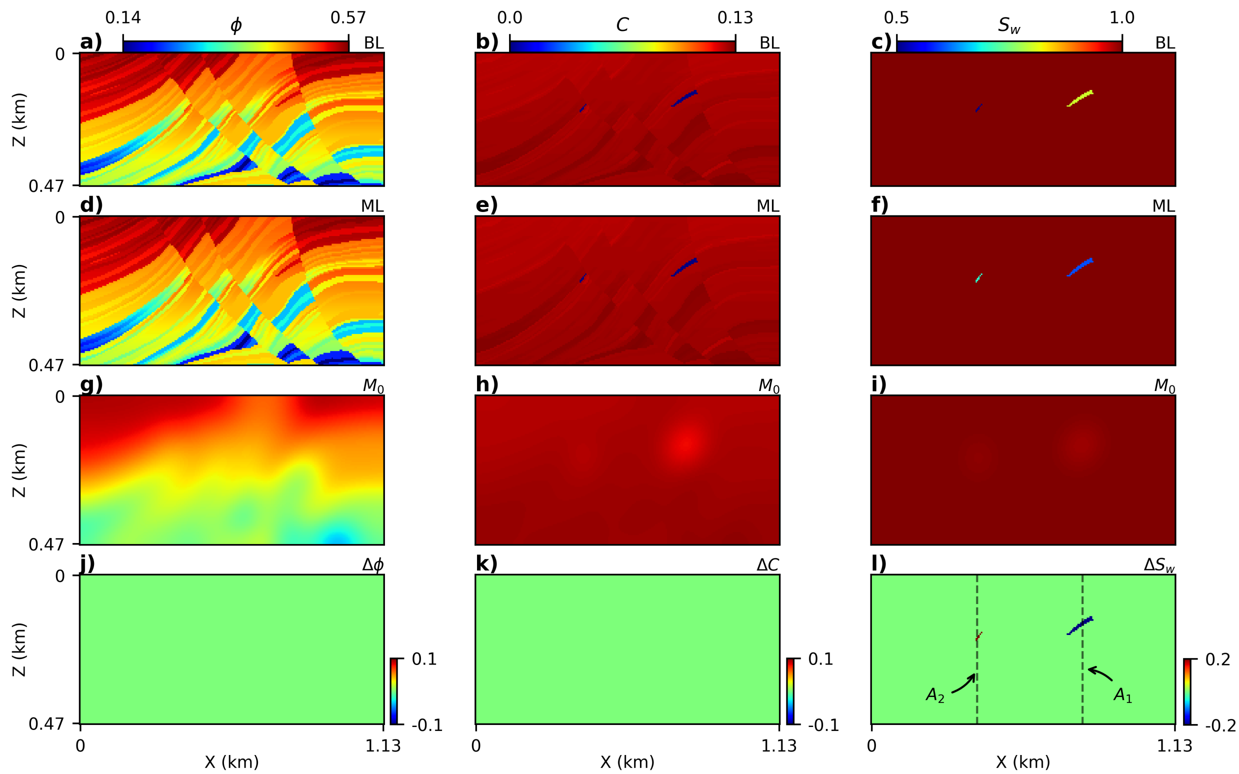

Figure 3.9 : The used Marmousi model in PCS parameterization. (a-c) True baseline, (d-f) true monitor, and (g-i) initial models. (j-l) Time-lapse changes between porosity (a and d), clay content (b and e), and water saturation (c and f). Lines A$_1$ and A$_2$ are used for 1D studies in Figure 3.14.

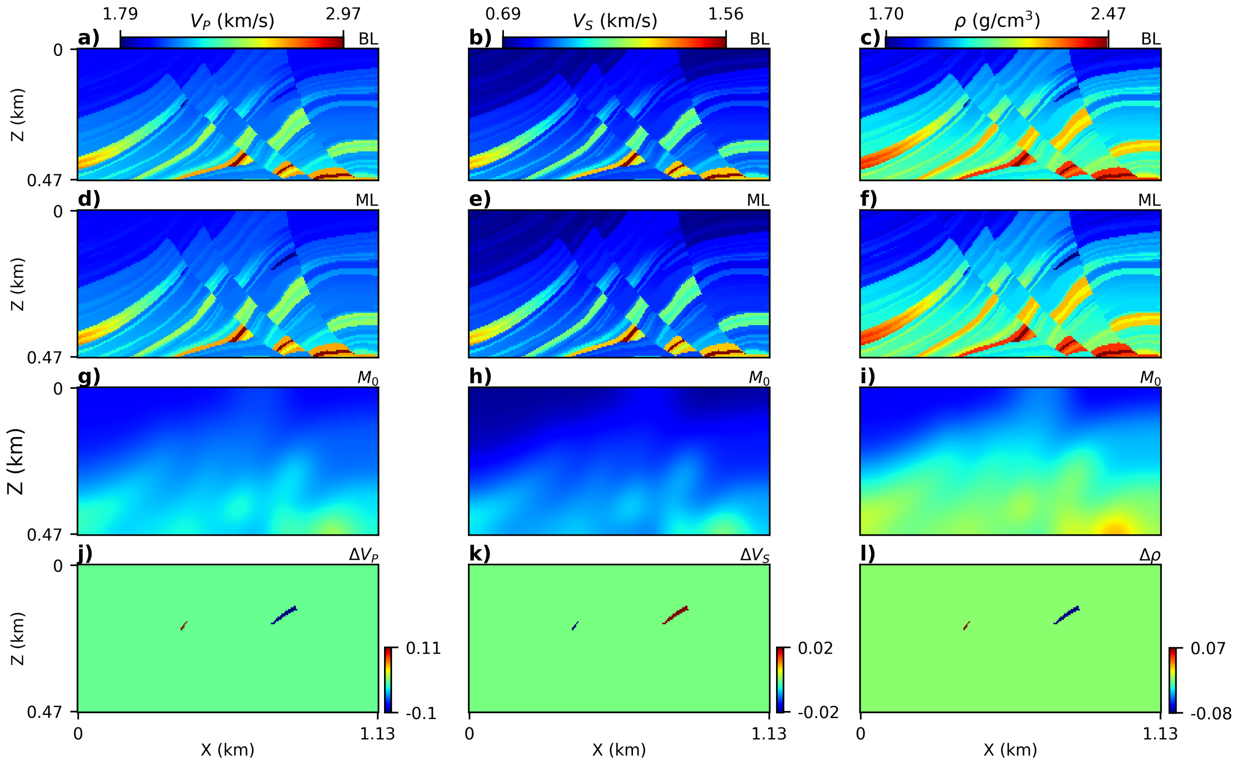

Figure 3.10 : The used Marmousi model in DV parameterization. (a-c) True baseline, (d-f) true monitor, and (g-i) initial models. (j-l) Time-lapse changes between V_P (a and d), V_S (b and e), and ρ (c and f).

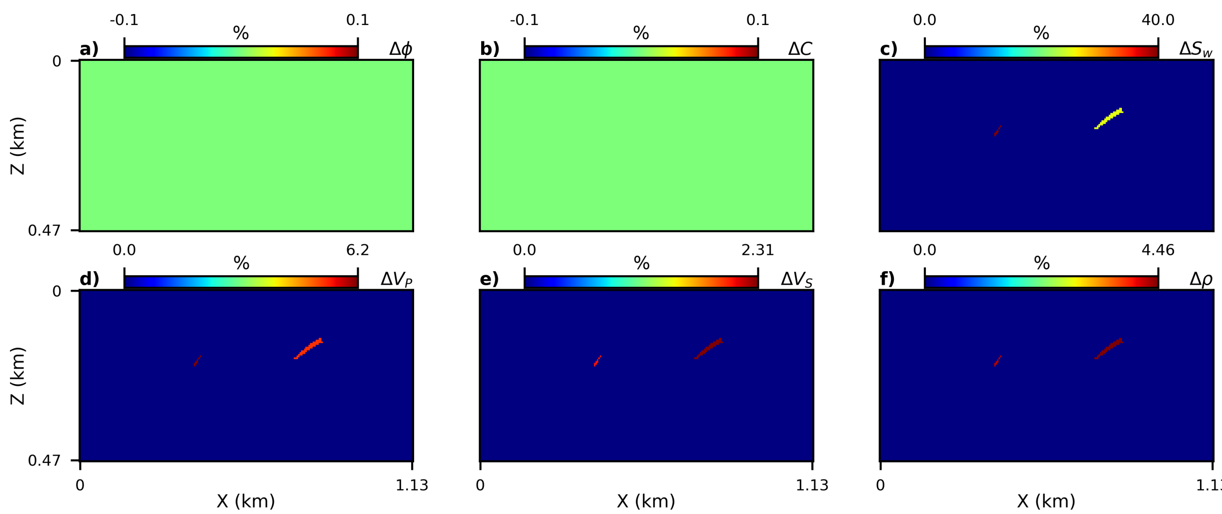

Figure 3.11 : Absolute value of percent changes relative to the baseline in (a-c) PCS and (d-f) DV parameterizations.

FWI of the baseline data is carried out using the PCS parameterization with values of respectively 5 and 8 for ξ and β, obtained from the layered model, studied in the previous section. The initial model for this inversion is presented in Figure 3.9g-3.9i. The results of the inversion of the baseline are presented in Figure 3.12. As the receivers are located only on the surface for this model, it can be seen that the quality of the model update decreases toward the edges. Finally, the results of TL-FWI are shown in Figure 3.13. As shown in Figure 3.13a-3.13c, the DV parameterization allows recovering changes in only reservoir A_1. On the other hand, the time-lapse water saturation anomalies are detected in both reservoirs using the PCS parameterization, as shown in Figure 3.13d-3.13f.

Figure 3.13g-3.13l shows the changes in elastic properties. In this case, the PCS parameterization, shown in Figure 3.13j-3.13l, yields significant improvement over the DV parameterization, shown in Figure 3.13g-3.13i. This improvement leads to 11.7% higher accuracy by using the PCS parameterization. As can be seen in Figure 3.13g, the changes in P-wave velocity are not recovered in reservoir A_2. Although the time-lapse changes in S-wave velocity can be detected, the value in reservoir A_1 is overestimated (Figure 3.13h). Last but not least, the time-lapse anomalies of density are not detectable from Figure 3.13i. Despite inaccuracies in the estimated time-lapse elastic properties, Figure 3.13j-3.13l show that the PCS parameterization can lead to a better estimation of elastic properties.

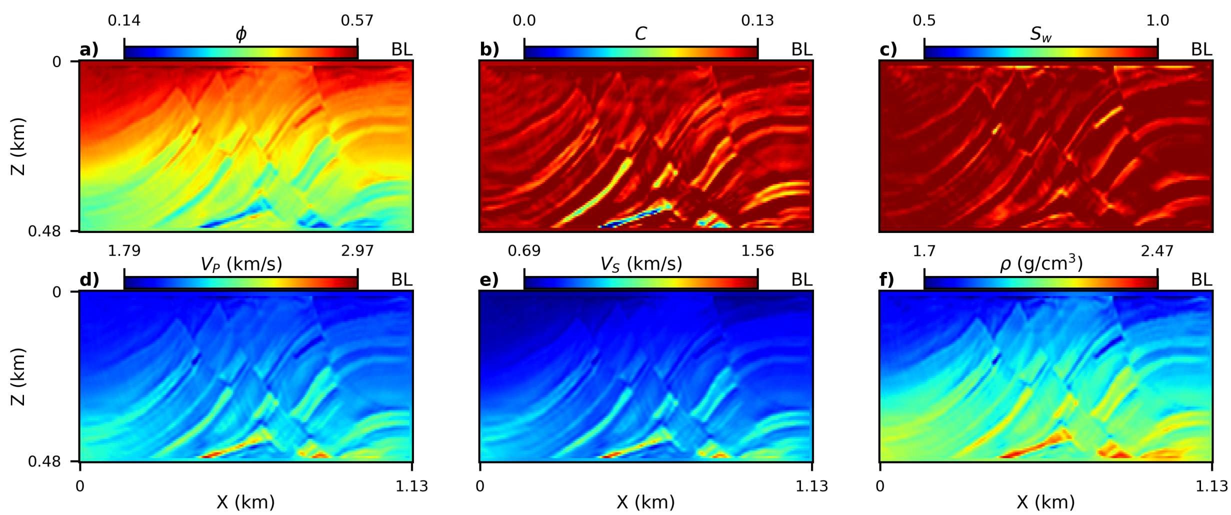

Figure 3.12 : The estimated models of (a) porosity, (b) clay content, (c) water saturation, (d) P-wave velocity, (e) S-wave velocity, and (f) density using PCS parameterization.

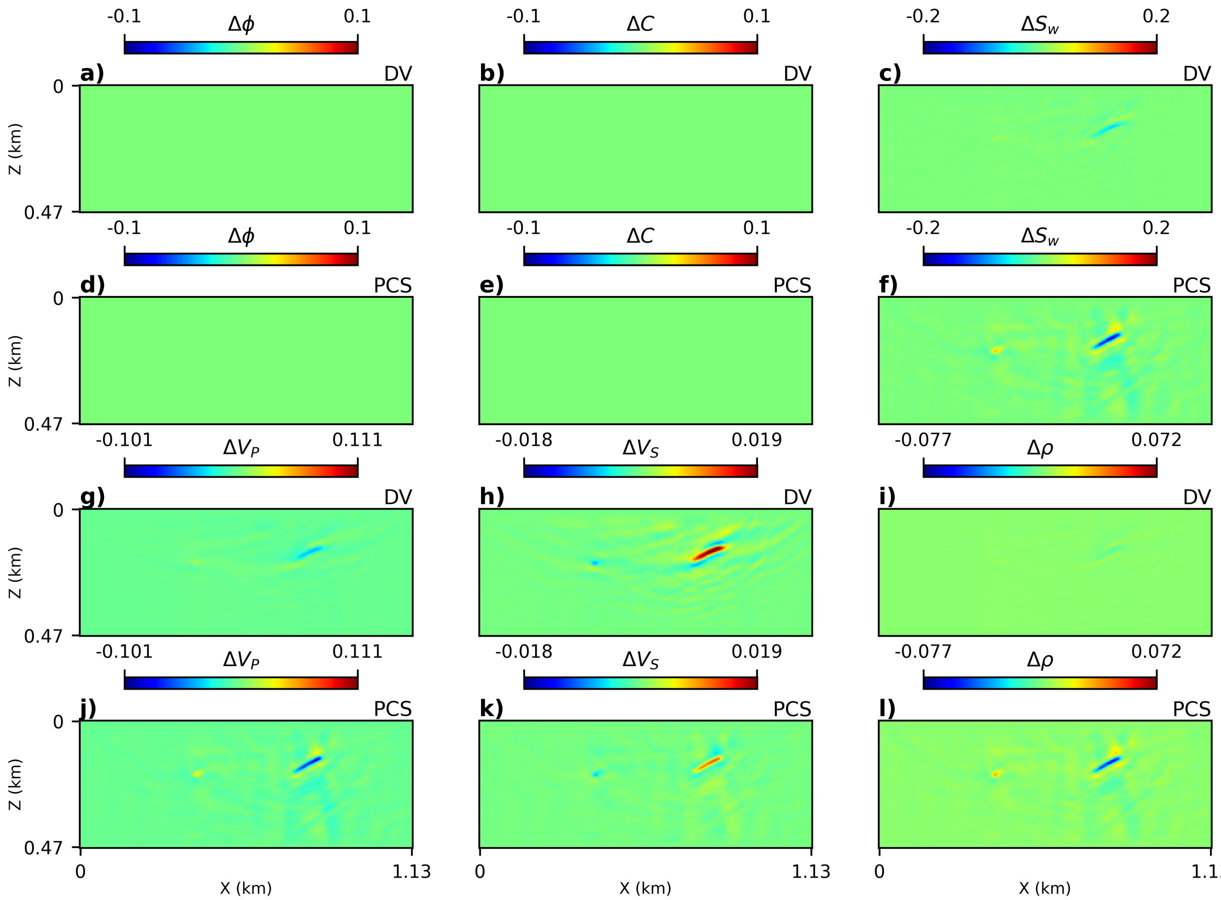

Figure 3.13 : Estimated time-lapse model for ϕ, C, and S_w with (a-c) the DV and (d-f) PCS parameterizations. Estimated time-lapse model for V_P, V_S, and ρ with (g-i) DV and (j-l) PCS parameterizations.

Finally, a 1D assessment of the results is carried out along lines A_1 and A_2, shown in Figure 3.9l. The 1D presentation of time-lapse changes (Figure 3.14) shows that TL-FWI with the DV parameterization is not able to recover the changes in the reservoirs appropriately, while using the PCS parameterization can provide accurate time-lapse images of the model for both the elastic and rock-physics properties. In this 1D analysis, the PCS parameterization leads to 24.51% higher accuracy for estimating the elastic properties and 19.57% for estimating the rock-physics properties.

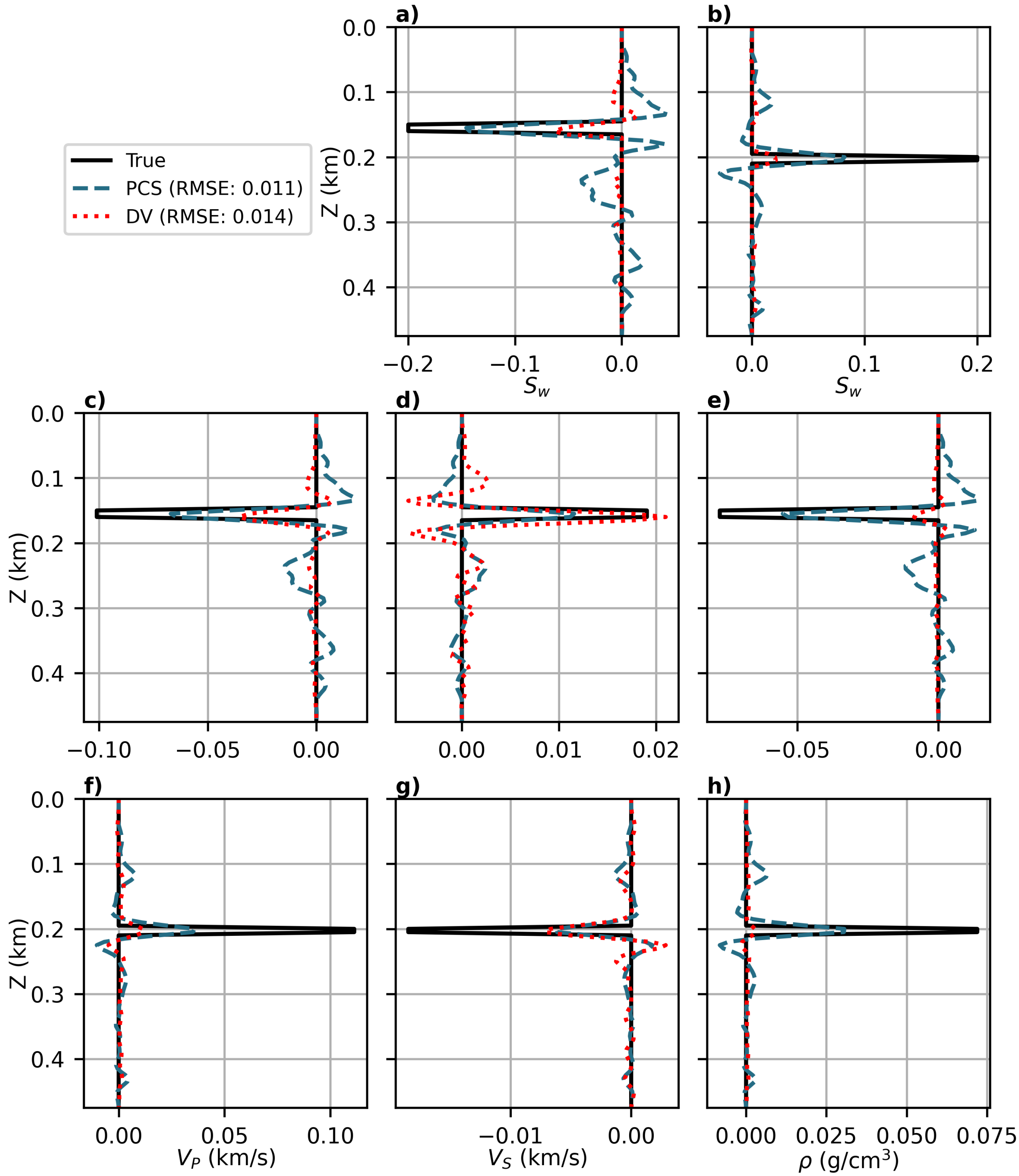

Figure 3.14 : 1D assessment of the time-lapse estimates for saturation along the line (a) A_1, (b) A_2. Time-lapse estimates for elastic properties along the line (c-e) A_1 and (f-h) A_2. True value is shown with solid line, estimated model with PCS parameterization is shown with dashed line and the dotted line presents the estimated model with DV parameterization.

Discussion

The potential of the PCS parameterization for estimating time-lapse changes in elastic and rock-physics properties is shown in this study. The direct estimation of changes in rock-physics properties provides more accurate results rather than the indirect estimation. However, the estimates presented in Figure 3.6 show clearly that an effective inversion strategy and optimization method can improve the accuracy of estimated changes using indirect inversion. As the computation time of the rock-physics modeling is negligible, global inversion methods such as Monte-Carlo methods might be a better choice for the second step of the inversion (Dupuy et al., 2016b). In addition to computation time of using global optimization methods, the direct estimation of rock-physics properties aid to avoid the challenges of picking an appropriate optimization method and parameters for the rock-physics inversion.

The estimated time-lapse changes for the two presented synthetic models show that using the PCS parameterization can also enhance the accuracy for monitoring the elastic properties (Figure 3.7 and Figure 3.13). This is due to the fact that using the PCS parameterization, the crosstalk between parameters of different vintages can be avoided. In this study, we assumed that the only variable parameter with time is fluid saturation. However, pore pressure is another important parameter that should be considered. Although the changes in the pore pressure can be negligible in some fields due to the properties such as high permeability (Dupuy et al., 2021), further studies should be conducted to analyze the efficiency of simultaneous monitoring of saturation and pore pressure.

In this work, we have assumed a simple rock-physics model in which only saturation effects on elastic properties are modeled. In reality, this model will contain errors in describing the actual subsurface properties either from the calibration and subsurface assumptions or even the model itself. However, time-lapse studies are carried out in well studied fields. The calibration of the rock-physics model should not pose too much of a problem in this scenario. Besides, the geological information and well-log data of these fields can be employed to regularize the inversion problem and increase the accuracy of FWI results.

Conclusion

Time-lapse seismic data have been proven as an important source of information for reservoir monitoring. Full-waveform inversion is a powerful tool that relies on seismic data to recover the subsurface properties. However this method generally suffers from crosstalk between parameters in multiparameter studies. This problem becomes more dramatic in time-lapse studies, because the time-lapse changes can be caused by any combination of different parameters in different vintages.

In this study, we formulated time-lapse full waveform inversion in terms of porosity, clay content, and water saturation using Gassmann's equation, to assess its performance for reducing crosstalk and improve estimates of saturation changes. Using this formulation, we can rely on the assumption that water saturation is the only variable parameter that changes in time and thereby, it is possible to avoid crosstalk caused by time-lapse study. We showed that the PCS parameterization improves the time-lapse estimate. By using Gassmann's equation and the new parameterization, it is also shown that the time-lapse estimate in elastic properties can be obtained indirectly with higher accuracy (11.7% higher accuracy in case of the Marmousi model).

Appendix A : Regularization in seismic FWI

By taking advantage of Tikhonov regularization, smoothness of the estimated model can be achieved (Asnaashari et al., 2013). This regularization can be presented as

$$\chi_1 = \lambda_1 \left(\mathbf{m}^T \mathbf{B}_x^T \mathbf{B}_x \mathbf{m} + \mathbf{m}^T \mathbf{B}_z^T \mathbf{B}_z \mathbf{m} \right), \tag{3.18}$$

where $\mathbf{B}$ and λ denote respectively the first-order spatial derivative operator and regularization hyperparameter. The subscripts x and z specify the direction.

Total variation regularization (TV) has also shown promising results in FWI to decrease artifacts and preserve the edges and the discontinuities (Anagaw et al., 2012; Esser et al., 2018). This regularization can be achieved by using

$$\chi_2 = \lambda_2 \| \sqrt{(\mathbf{B}_x \mathbf{m})^2 + (\mathbf{B}_z \mathbf{m})^2} \|_1. \tag{3.19}$$

Also, Asnaashari et al. (2013) state that where nonseismic information exists, it should be used as prior information for FWI inversion. Hence, they proposed regularizing the cost function using the prior information ($\mathbf{m}_p$) as

$$\chi_3 = \lambda_3 \| \mathbf{W}_m (\mathbf{m} - \mathbf{m}_p) \|_2^2, \tag{3.20}$$

where $\mathbf{W}_m$ is a weighting operator in the model space.

Finally, in the case of multiparameter FWI, if information about the relationship between different parameters exists, then regularization can be considered to force the optimization algorithm to follow (Hu et al., 2021a),

$$\chi_4 = \lambda_4 \| \mathbf{m}_1 - f(\mathbf{m}_2) \|_2^2, \tag{3.21}$$

where f is a function to estimates $\mathbf{m}_1$ from $\mathbf{m}_2$.

Appendix B : The gradient of cost function in PCS parameterization

In equation 3.13, we showed how to calculate the elastic properties of the porous medium using K, G, and ρ. To perform FWI with PCS parameterization, it is required to estimate the gradient of these parameters in terms of PCS parameterization. Gradient of K, G, and ρ with respect to ϕ can be obtained as

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial K}{\partial \phi} &= \frac{K_D + \phi\frac{\partial K_D}{\partial \phi} - \frac{K_f}{K_s}\left(K_D + (1+\phi)\frac{\partial K_D}{\partial \phi}\right)}{\phi(1+\Delta)} - \\
&\quad \frac{\left[\phi K_D + \left(1 - \frac{(1+\phi)K_D}{K_s}\right)K_f\right]\left(1 + \Delta + \phi\frac{\partial \Delta}{\partial \phi}\right)}{\phi^2(1+\Delta)^2}, \\
\frac{\partial G}{\partial \phi} &= \frac{\partial G_D}{\partial \phi}, \\
\frac{\partial \rho}{\partial \phi} &= \rho_f - \rho_s,
\end{aligned}
\tag{3.22}
$$

where

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial K_D}{\partial \phi} &= -K_s\frac{1+cs}{(1+cs\phi)^2}, \\
\frac{\partial \Delta}{\partial \phi} &= -\frac{K_f}{K_s\phi^2}\left(1 - \frac{1}{1+cs\phi}\right) + \frac{K_f(1-\phi)}{K_s\phi}\frac{cs}{(1+cs\phi)^2}, \\
\frac{\partial G_D}{\partial \phi} &= -G_s\frac{1+\frac{3}{2}cs}{(1+\frac{3}{2}cs\phi)^2}.
\end{aligned}
\tag{3.23}
$$

With respect to C, we have

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial K}{\partial C} &= \frac{\phi\frac{\partial K_D}{\partial C} + \frac{K_f(1+\phi)}{K_s^2}\left(\frac{\partial K_s}{\partial C}K_D - \frac{\partial K_D}{\partial C}K_s\right)}{\phi(1+\Delta)} - \\
&\quad \frac{\left[\phi K_D + \left(1 - \frac{(1+\phi)K_D}{K_s}\right)K_f\right]\phi\frac{\partial \Delta}{\partial C}}{\phi^2(1+\Delta)^2}, \\
\frac{\partial G}{\partial C} &= \frac{\partial G_D}{\partial C}, \\
\frac{\partial \rho}{\partial C} &= (1-\phi)\frac{\partial \rho_s}{\partial C},
\end{aligned}
\tag{3.24}
$$

where

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \Delta}{\partial C} &= \frac{(\phi-1)K_f}{\phi K_s^2}\left(1 - \frac{1}{1+cs\phi}\right)\frac{\partial K_s}{\partial C}, \\
\frac{\partial K_s}{\partial C} &= K_c - K_q, & \frac{\partial G_s}{\partial C} &= G_c - G_q, \\
\frac{\partial K_D}{\partial C} &= \frac{1-\phi}{1+cs\phi}\frac{\partial K_s}{\partial C}, & \frac{\partial G_D}{\partial C} &= \frac{1-\phi}{1+\frac{3}{2}cs\phi}\frac{\partial G_s}{\partial C}, \\
\frac{\partial \rho_s}{\partial C} &= (\rho_c - \rho_q).
\end{aligned}
\tag{3.25}
$$

Finally, with respect to S_w, we have

$$\begin{aligned}
\frac{\partial K}{\partial S_w} &= \frac{\left(1-\frac{(1+\phi)K_D}{K_s}\right)\frac{\partial K_f}{\partial S_w}}{\phi(1+\Delta)} - \\
&\quad \frac{\left[\phi K_D + \left(1-\frac{(1+\phi)K_D}{K_s}\right)K_f\right]\phi\frac{\partial \Delta}{\partial S_w}}{\phi^2(1+\Delta)^2}, \\
\frac{\partial G}{\partial S_w} &= 0, \\
\frac{\partial \rho}{\partial S_w} &= \phi(\rho_w - \rho_h),
\end{aligned} \tag{3.26}$$

where

$$\begin{aligned}
\frac{\partial K_f}{\partial S_w} &= K_w - K_h, \\
\frac{\partial \Delta}{\partial S_w} &= \frac{\Delta}{K_f}\frac{\partial K_f}{\partial S_w}.
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Gathering the previous terms, the gradient of the cost function with respect to model parameters in PCS parameterization can be calculated as

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \chi}{\partial \phi} \\ \frac{\partial \chi}{\partial C} \\ \frac{\partial \chi}{\partial S_w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_P}{\partial \phi} & \frac{\partial V_S}{\partial \phi} & \frac{\partial \rho}{\partial \phi} \\ \frac{\partial V_P}{\partial C} & \frac{\partial V_S}{\partial C} & \frac{\partial \rho}{\partial C} \\ \frac{\partial V_P}{\partial S_w} & \frac{\partial V_S}{\partial S_w} & \frac{\partial \rho}{\partial S_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \chi}{\partial V_P} \\ \frac{\partial \chi}{\partial V_S} \\ \frac{\partial \chi}{\partial \rho} \end{bmatrix}. \tag{3.28}$$

4 PYFWI : A PYTHON PACKAGE FOR FULL-WAVEFORM INVERSION AND RESERVOIR MONITORING

INRS-ETE, 490 Rue de la Couronne, Quebec, QC, G1K 9A9, Canada amirhossein.mardan@inrs.ca
This project was supported by a NSERC Discovery Grant to BG (RGPIN-2017-06215). A.Mardan was also partially supported by SEG/Landmark Scholarship.

PyFWI : A Python package for full-waveform inversion and reservoir monitoring

Amirhossein Mardan*, Bernard Giroux*, Gabriel Fabien-Ouellet †

* INRS-ETE, 490 Rue de la Couronne, Québec, QC, G1K 9A9, Canada.
† Polytechnique Montréal, 2900 Boulevard Edouard-Montpetit, Montréal, Quebec H3T 1J4, Canada.

4.1 Abstract

Full-waveform inversion (FWI) of seismic data is a technique that can be used to image the subsurface as well as to monitor time-lapse changes in the subsurface (TL-FWI). `PyFWI` is a package that has been designed to carry out FWI and TL-FWI efficiently on GPU for research purposes. Several time-lapse strategies are implemented in `PyFWI`, such as parallel, double-difference, cascaded, central-difference, cross-updating, simultaneous, and weighted-average. An important challenge of TL-FWI is the crosstalk between parameters across different vintages. To alleviate this problem, `PyFWI` allows using different parameterizations. `PyFWI` is written in Python and relies on OpenCL for enabling calculations on GPUs, which leads to significant reduction of computation time compared to CPU implementation. Using OpenCL makes `PyFWI` portable across systems built with GPUs from different manufacturers.

Keywords — Full-waveform inversion, Velocity modeling, Reservoir monitoring, Geophysics, Python, GPU programming

4.2 Motivation and significance

Seismic methods are used to image and characterize the subsurface. They use mechanical waves to probe the Earth (Giroux, 2021). These waves propagate based on the (visco)elastic properties of the Earth. Full-waveform inversion (FWI) has shown its ability to extract high resolution image of the (visco)elastic properties in the subsurface directly from the recorded wavefield (Maharramov et al., 2016; Fabien-Ouellet et al., 2017b). Time-lapse FWI (TL-FWI) has also shown promising results to monitor property changes in the subsurface, which is important for CO_2 sequestration and oil and gas applications (Asnaashari et al., 2015; Zhou et al., 2021a; Mardan et al., 2022d).

FWI builds a model of the subsurface by minimizing the residuals between data estimated from an initial model and the observed data at the receiver's locations (Tarantola, 1984). The minimization is carried out with local gradient descent algorithms. To estimate the gradient of the misfit function, the adjoint state method (Plessix, 2006) is used which requires one more modeling. As FWI is computationally expensive, substantial work has been done to adapt this method to GPU programming (Shin et al., 2014; Fabien-Ouellet et al., 2017a). `PyFWI` relies on OpenCL (Stone et al., 2010) in its core to accelerate the computation by taking the advantage of GPU programming. As `PyFWI` is written in Python, this integration is happening through PyOpenCL (Klöckner et al., 2012). Contrary to CUDA, OpenCL is compatible with the majority of existing processors (Fabien-Ouellet et al., 2017a) and this makes `PyFWI` a portable option.

In addition to computation cost, FWI is an ill-posed problem (Virieux et al., 2009). An additional challenge is the crosstalk between the parameters (Operto et al., 2013; Fabien-Ouellet et al., 2017b). To make the problem better posed, four common regularization methods such as Tikhonov, total-variation, prior-information, and parameters relationship (Anagaw et al., 2012; Asnaashari et al., 2015; Esser et al., 2018; Hu et al., 2021a) are integrated into this package. The most effective methods to mitigate the problem of crosstalk are performing the inversion using an optimal parameterization (Tarantola, 1986; Operto et al., 2013) and using the Hessian for optimization (Métivier et al., 2013; Yang et al., 2018). To model isotropic elastic Earth, three parameters are required (Tarantola, 1986). Depending on the problem at hand, different parameterizations (all linked to the elastic properties) can be used to perform the calculations. In the current version, `PyFWI` can be used to perform TL-FWI in four different parameterizations such as DV (density, P-wave velocity, and S-wave velocity), PCS (porosity, clay content, and water saturation), LMD (Lamé moduli and density), and KMD (bulk modulus, shear modulus, and density). It should be noted that users can easily augment this list with custom-defined parameterizations. In addition to conjugate gradient, the ℓ-BFGS method is provided to minimize the loss by taking the Hessian into account (Nocedal et al., 2006). In addition to the mentioned techniques, gradient scaling ability (Lavoué et al., 2014) is integrated into this package to better address the problem of crosstalk.

`PyFWI` is a versatile and flexible package to perform TL-FWI. Different methods have been proposed to provide accurate time-lapse estimates of the subsurface using TL-FWI. `PyFWI` allows geophysicists to conduct a time-lapse study using seven methods such as parallel, double-difference (Watanabe et al., 2005), cascaded (Routh et al., 2012), cross-updating (Maharramov et al., 2014), simultaneous (Maharramov et al., 2014), central-difference (Zhou et al., 2021a), and weighted-average inversion (Mardan et al., 2022d). These methods are discussed in more detail by Mardan et al. (2023).

4.3 Software description

`PyFWI` is a young Python package published first in January 2022 on the Python Package Index (PyPi) under the GNU General Public License (GPLv3). This package is hosted on GitHub and open to contributions.

4.3.1 Software functionality

The main functionality of `PyFWI` is providing the required tools to perform FWI and TL-FWI with a variety of techniques, considering seismic wave propagation in an elastic medium. FWI is a local minimization of residuals between the observed and estimated wavefields at the receiver's locations (Virieux et al., 2009). Taking the regularization term (χ_{REG}) into the consideration, the cost function of FWI problem can be written as

$$\chi(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}\|\mathbf{W}_d\left(\mathbf{R}F(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\right)\|_2^2 + \chi_{REG}, \tag{4.1}$$

where $\mathbf{R}$ samples the seismic wavefield at the receiver's locations. Vectors $\mathbf{m}$ and $\mathbf{d}$ represent the model parameters and observed data, respectively, along with $\mathbf{W}_d$ which is a weighting operator of the data misfit. The wavefield $\mathbf{u}$ is the solution of the partial differential operator, $F(\mathbf{m})$. In the time domain, this operator can be written for the 2D elastic case as

$$\begin{cases} \rho\dot{v}_x = \partial_x\tau_{xx} + \partial_z\tau_{xz} + s_{v_x}, \\ \rho\dot{v}_z = \partial_z\tau_{zz} + \partial_x\tau_{xz} + s_{v_z}, \\ \dot{\tau}_{xx} = (\lambda+2\mu)\partial_x v_x + \lambda\partial_z v_z + s_{\tau_x}, \\ \dot{\tau}_{zz} = \lambda\partial_x v_x + (\lambda+2\mu)\partial_z v_z + s_{\tau_z}, \\ \dot{\tau}_{xz} = \mu(\partial_z v_x + \partial_x v_z), \end{cases} \tag{4.2}$$

where s is the source function and the particle velocities in x- and z-directions (v_x and v_z) plus normal (τ_{xx} and τ_{zz}) and shear stresses (τ_{xz}) build the wavefield vector, $\mathbf{u}$.

To estimate the gradient of the cost function of a PDE-constrained optimization problem such as FWI, the adjoint state method can be used (Plessix, 2006). The adjoint of wavefield, $\tilde{\mathbf{u}}$, built as,

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\tilde{v}_x, \tilde{v}_z, \tilde{\tau}_{xx}, \tilde{\tau}_{zz}, \tilde{\tau}_{xz}]^T, \tag{4.3}$$

is the solution of the adjoint of equation 4.2, presented as

$$\begin{cases} \dot{\tilde{v}}_x = -\partial_x(\lambda+2\mu)\tilde{\tau}_{xx} - \partial_x\lambda\tilde{\tau}_{zz} - \partial_z\mu\tilde{\tau}_{xz} - r_{v_x}, \\ \dot{\tilde{v}}_z = -\partial_z\lambda\tilde{\tau}_{xx} - \partial_z(\lambda+2\mu)\tau_{zz} - \partial_x\mu\tilde{\tau}_{xz} - r_{v_z}, \\ \dot{\tilde{\tau}}_{xx} = -\partial_x\frac{\tilde{v}_x}{\rho} - r_{\tau_{xx}}, \\ \dot{\tilde{\tau}}_{zz} = -\partial_z\frac{\tilde{v}_z}{\rho} - r_{\tau_{zz}}, \\ \dot{\tilde{\tau}}_{xz} = -\partial_z\frac{\tilde{v}_x}{\rho} - \partial_x\frac{\tilde{v}_z}{\rho} - r_{\tau_{xz}}, \end{cases} \tag{4.4}$$

where ^{T} is the transpose operator and r represents the residuals between the components of seismic data. The gradient of the cost function can be obtained by

$$\nabla_{\mathbf{m}}\chi = \left\langle \tilde{\mathbf{u}}, \frac{\partial F(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}\mathbf{u} \right\rangle, \tag{4.5}$$

which is the zero-lag cross-correlation between the forward wavefield and the adjoint wavefield multiplied by the scattering matrix, $\frac{\partial F(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}$. Equation 4.2 performs forward propagation and it is solved by time ($t : 0 \rightarrow T$) where T is the recording time. This is in contrast with equation 4.4 which performs backward propagation and is solved in reverse of time ($t : 0 \leftarrow T$).

Due to the ease of implementation and great compatibility with GPU programming, finite-difference method (FDM) is used to solve equation 4.2 and equation 4.4. These equations are discretized in space using staggered grid (Virieux, 1986) as shown in Figure 4.1a. In time, derivatives are estimated using the leapfrog method where velocities and their adjoints are updated at integer time steps and stresses and their adjoints are updated at half-time steps. Figure 4.1b and 4.1c show the temporal discretizing scheme for forward and backward wave propagation, respectively.

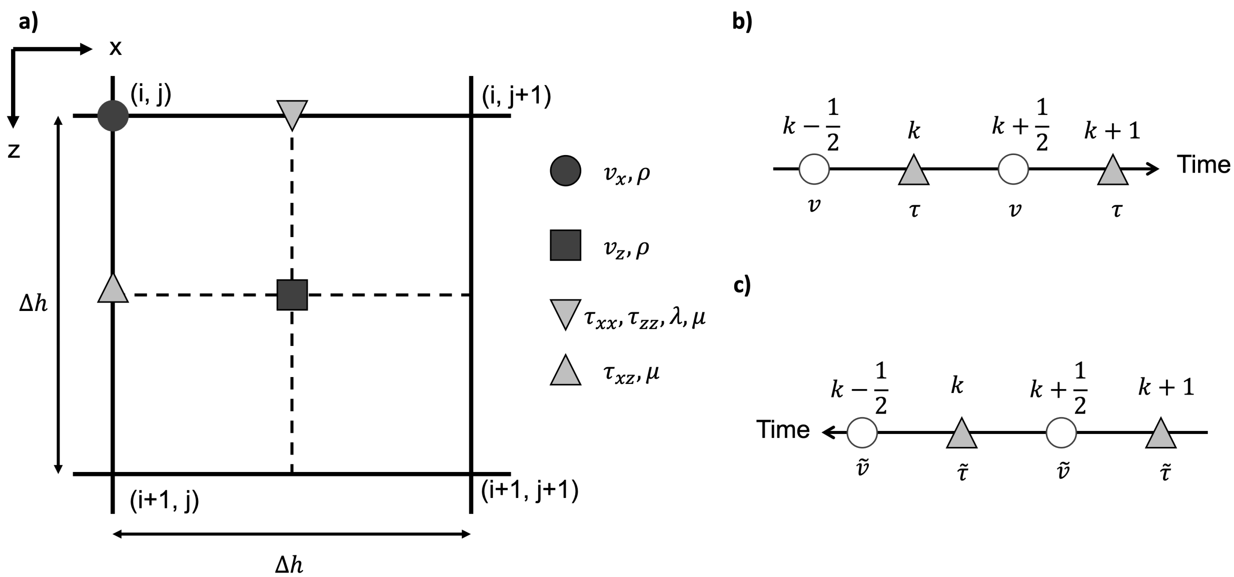

Figure 4.1 : Geometry of a grid used for discretizing equation 4.2 and equation 4.4. (a) The staggered grid is used for spatial discretizing. Temporal discretizing for (b) forward and (c) adjoint modeling where k is a time step.

4.3.2 Software architecture

Algorithm 5 describes the process of computing the gradient of the cost function (equation 4.1) with respect to model parameters using the adjoint state method. This algorithm is implemented as the core of `PyFWI` in a module named `wave_propagation` (Figure 4.2). This module allows users to perform the wave propagation (forward and backward) using the class `WavePropagator`. The `WavePropagator` consists of two main methods, `forward_modeling` for performing the forward propagation (step 3-13) and `gradient` for performing the backward propagation and computing the gradient (step 15 - 28).

Algorithm 5 Pseudo-code for computation of the gradient using the adjoint state method.

1: **Input :** d_{obs}, m_0, acquisition parameters, N_s (number of sources), N_t (number of time samples)
2: **Initialize** OpenCL
3: $s \leftarrow 1$
4: **while** $s \leq N_s$ **do**
5:     $t \leftarrow 1$
6:     **while** $t \leq N_t$ **do**
7:         **Call** kernel_updatev for v_i
8:         **Call** kernel_updatet for τ_{ij}
9:         **if** t in $checkpoints$ **then**
10:             **store** v_i and τ_{ij}
11:         **Increment** t
12:     **Increment** s
13: **Record** d_{est}
14: **Compute residuals** $d_{est} - d_{obs}$
15: **while** $1 \leq s \leq N_s$ **do**
16:     $t \leftarrow N_t$
17:     **while** $1 \leq t \leq N_t$ **do**
18:         **if** t in $checkpoints$ **then**
19:             **read** v_i and τ_{ij}
20:         **else**
21:             **Call** kernel_updatet for τ_{ij}
22:             **Call** kernel_updatev for v_i
23:         **Call** kernel_updatet for $\tilde{\tau_{ij}}$
24:         **Call** kernel_updatev for $\tilde{v_i}$
25:         **Call** kernel_updateg for $gradients$
26:         **Decrement** t
27:     **Decrement** s
28:     **Compute** $gradients$
29:     **Switch** $gradients$

To estimate the gradient using `PyFWI`, it is first required to input the acquisition geometry and define parameters such as location of sources and receivers and the source function. This step is performed with the aid of the module `acquisition`. These parameters, in addition to the observed data and an initial model are the inputs for computing the gradient. `PyFWI` prepares the buffers for forward and backward wave propagation. In the next step, the software calls OpenCL kernels that apply finite-difference stencils to offload the computation to the GPUs. Forward wave propagation is performed on GPU. In the next step, the waveform is sampled at the receiver's locations (d_{est}). To compute the gradient of the cost function, the OpenCL kernels are called for performing the back propagation and the gradient is computed using the adjoint-state method. At the end, the

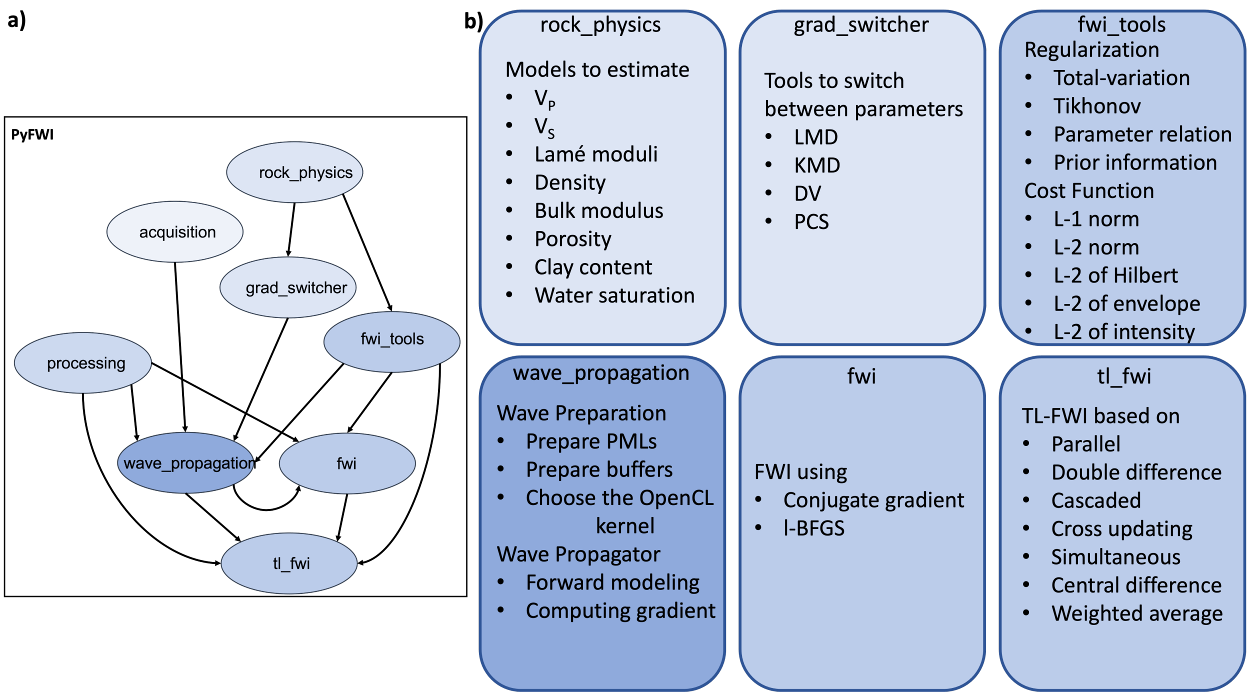

Figure 4.2 : (a) Structure of PyFWI. `PyFWI` has `wave_propagation` at its core to perform wave propagation and compute the gradient. This module is used in `fwi` and `tl_fwi` to perform FWI and TL-FWI. (b) Applications of each module where `acquisition` and `processing` are used to define the acquisition and perform gain on in the current version.

gradients are transferred to CPU and the minimization step is performed in Python. After estimating the gradient at step 28 of algorithm 5, the module `grad_switcher` can be used to provide the gradient of the cost function in terms of different parameterizations. The computation cost for such an operation is negligible. Hence, changing the parameterization is performed on CPU.

On top of `wave_propagation`, `PyFWI` consists of modules `fwi` and `tl_fwi` to perform full-waveform inversion and time-lapse full-waveform inversion, respectively. Forward and backward propagations are the essence of performing these inversions. The class `TimeLapse` in module `tl_fwi` is derived from class `WavePropagator`, and thus benefits from the latter to simulate wave propagation. The class `TimeLapse`, also uses the class `FWI` from module `fwi` in its computation. The minimization of the cost function occurs mostly in class `FWI`. The optimization procedure can be regularized using `Regularization`, defined in the module `fwi_tools`.

4.4 Illustrative Examples

In this section, we present a simple synthetic example that shows the main functionalities of `PyFWI`. In this example, we simulate two common scenarios, and make use of the Marmousi model (Brougois et al., 1990), which is a well-known model for analyzing the efficiency of FWI algorithms (Maharramov et al., 2014; Asnaashari et al., 2015; Mardan et al., 2022d). Figure 4.3a-4.3c show the properties of the true baseline model and Figure 4.3d-4.3f show the properties of the true monitor model. The Marmousi model contains two sandstone reservoirs. To create the baseline model, we changed the V_P and V_S in the reservoirs for their respective background velocity. This means the velocity decreases in time in one reservoir (mimicking CO_2 injection in the reservoir) and increases in another reservoir (simulating petroleum production). The true time-lapse changes are presented in Figure 4.3g- 4.3i, in which the reservoirs can be easily detected. The seismic data modeled with the baseline and monitor models and their difference are presented in Figure 4.4. The time-lapse data (Figure 4.4c) are amplified by a factor of 5 for better visualization. This figure illustrates a shot gather for the middle source, in an acquisition where 7 isotropic explosive sources are deployed. For these sources, the Ricker wavelet with a peak frequency of 30 Hz is employed. We also use a perfectly match layer (PML) around the model to avoid reflections from the edges of the model.

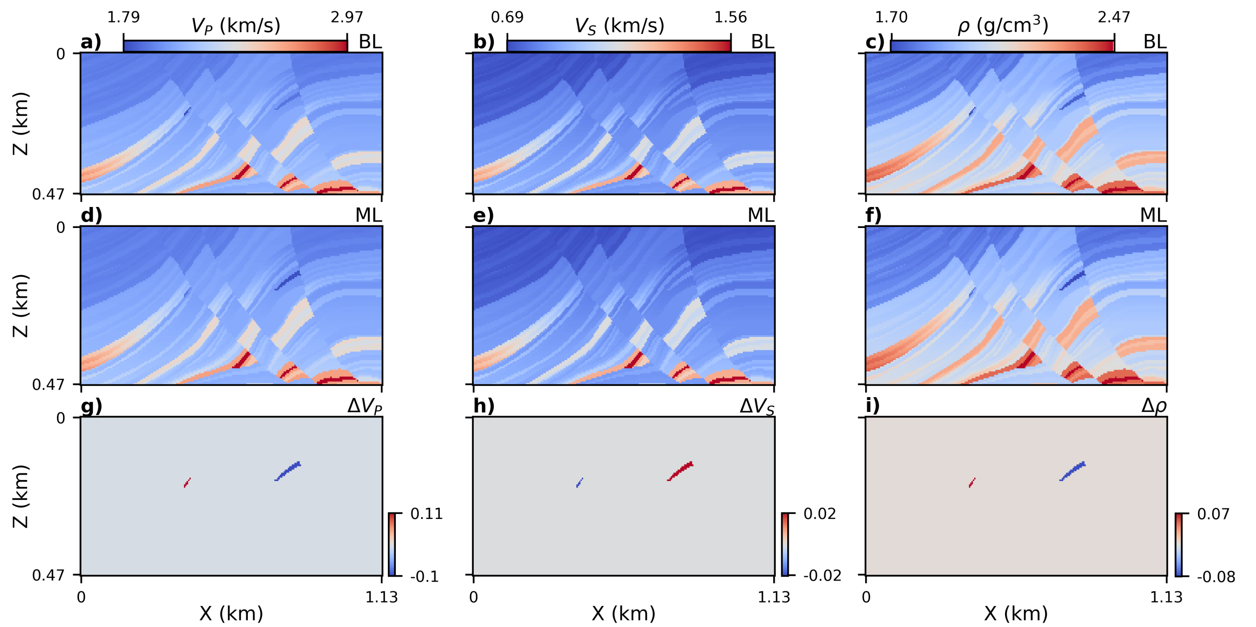

Figure 4.3 : The Marmousi model is used as an example for this study. The true (a-c) baseline, (d-f) monitor models. (g-i) The true time-lapse changes. From left to right, the columns show V_P, V_S, and ρ, respectively.

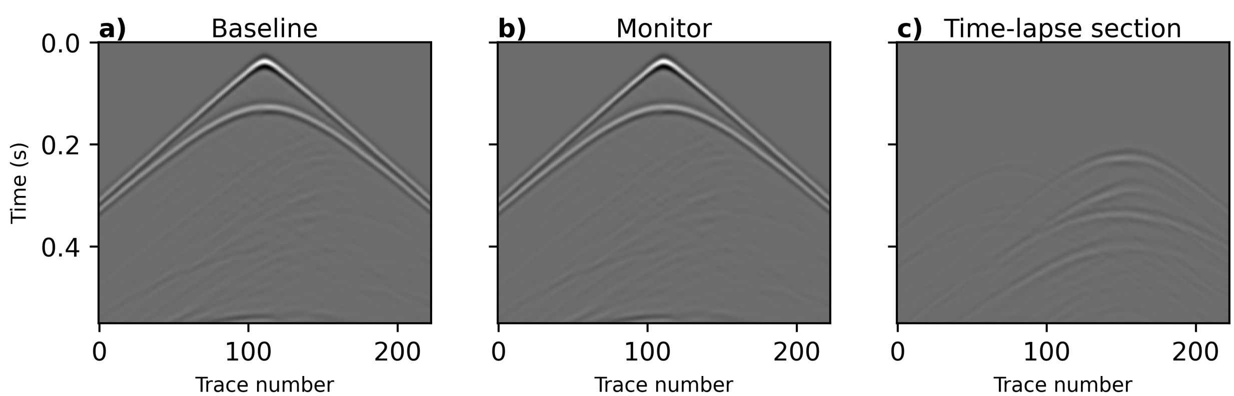

Figure 4.4 : The seismic data from (a) baseline, (b) monitor models, and (c) time-lapse difference. The amplitude of the time-lapse data is amplified by a factor of 5 for better visualization.

To perform TL-FWI, we used frequencies of [10, 20, 25, 35, 40, 55] Hz in a multi-scale strategy with 10 iterations at each frequency (listing 4.1). The multi-scale strategy is provided to mitigate the problem of cycle-skipping and consists in performing the inversion from lower frequencies toward higher ones (Bunks et al., 1995). The simultaneous time-lapse algorithm is used for this study, which minimizes the difference between the observed and estimated data from different vintages by considering a penalty term for difference between the baseline and monitor models, such that

$$\begin{aligned}\chi(\mathbf{m}_b, \mathbf{m}_m) =& \lambda_b \|\mathbf{R}F(\mathbf{m}_b, \mathbf{u}_b) - \mathbf{d}_b\|_2^2 + \lambda_m \|\mathbf{R}F(\mathbf{m}_m, \mathbf{u}_m) - \mathbf{d}_m\|_2^2 \\ &+ \lambda_\Delta \|\mathbf{m}_m - \mathbf{m}_b\|_2^2,\end{aligned} \tag{4.6}$$

where λ and the subscripts b and m represent the regularization weight for each term, baseline, and monitor models.

Listing 4.1 – Performing TL-FWI by creating the object `TL` and calling this object by providing the initial model, number of iteration for each frequency, and list of frequencies for performing multi-scale inversion.

```
from PyFWI.tl_fwi import TimeLapse

inv_freqs = [10, 20, 25, 35, 40, 55]
iterations =[10 for freq in inv_freqs]

# Creating a TL-FWI object
tl = TimeLapse(db_obs, dm_obs, inpa, src, rec_loc, model_shape)

# Call the object for estimating the time-lapse changes by
# updating m0 as the initial model
dm, rms = tl(m0, iterations, inv_freqs, tl_method="sim",
             n_params=1, k_0=3, k_end=4)
```

TL-FWI results are presented in Figure 4.5 using two different parameterizations. Figure 4.5a-4.5c are obtained using the DV parameterization while Figure 4.5d-4.5f are estimated using the PCS parameterization. Comparing the estimated time-lapse changes (Figure 4.5) with the true changes (Figure 4.3g-4.3i) shows how changing the parameterization can lead to a more accurate estimate of changes in the elastic properties of the subsurface (11.7% higher accuracy). Although the estimates still have artifacts, `PyFWI` gives the user the possibility to choose a parameterization and a strategy that is appropriate for the project at hand.

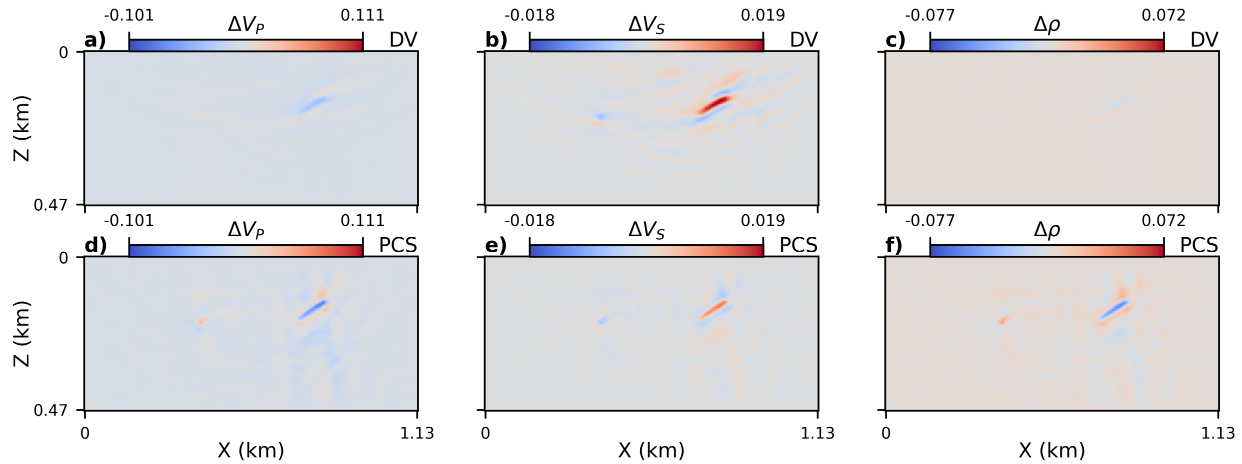

Figure 4.5 : The estimated time-lapse image using (a-c) DV parameterization and (d-f) PCS parameterization. From left to right, the columns show the changes in V_P, V_S, and ρ, respectively. The PCS parameterization leads to 11.7% higher accuracy in this study.

4.5 Impact

PyFWI can be employed to perform full-waveform inversion and time-lapse full-waveform inversion. Using the OpenCL allows this package to reduce the computation time by leveraging the compute power from GPU of most vendors. Although the authors are dedicated to further development of the package, the current version can be used only for 2D problems.

This package was first released in January 2022 and based on statistics from PePy website, it has been downloaded 9000 times. The authors used this package in a variety of studies and they published different papers (Mardan et al., 2022d,c,a,e), in addition to the papers under revision or in preparation where PyFWI is presented. This should increase the visibility of this package outside of the research group of the authors.

4.6 Conclusion

In this paper, PyFWI is presented which is a Python package for performing full-waveform inversion and time-lapse full-waveform inversion. To mitigate some challenges inherent to these problems, PyFWI provides different options such as different types of regularization, multi-scale strategy, gradient scaling, and different parameterizations. The most important aspect of this package is the ability to perform the inversion with different parameterizations which has significant effects on the results. Using OpenCL makes this package compatible with majority of GPU manufacturers. This package is hosted on GitHub and is open to contribution and further development. PyFWI is also provided on the Python Package Index (PyPi) website which leads to easy installation using the package installer for Python (pip).

Required Metadata

Current code version

Nr.	Code metadata description	Please fill in this column
C1	Current code version	0.1.9
C2	Permanent link to code/repository used for this code version	github.com/AmirMardan/PyFWI
C3	Permanent link to Reproducible Capsule	
C4	Legal Code License	GPL-3.0
C5	Code versioning system used	git
C6	Software code languages, tools, and services used	python, OpenCL
C7	Compilation requirements, operating environments & dependencies	
C8	If available Link to developer documentation/manual	https://pyfwi.readthedocs.io/en/latest/
C9	Support email for questions	amirhossein.mardan@inrs.ca

Tableau 4.1 : Code metadata

5 DISCUSSION GÉNÉRALE ET CONCLUSION

L'inversion des formes d'ondes complètes est un outil puissant pour l'imagerie du sous-sol à l'aide de données sismiques. Dans cette thèse, nous nous concentrons sur les applications de l'inversion des formes d'ondes complètes pour la surveillance du sous-sol. Cette étude comprend trois objectifs : 1-proposer une méthode moins coûteuse sans sacrifier la précision pour mener une étude d'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes, 2-formuler l'inversion *time-lapse* pour l'estimation directe de la saturation des fluides dans les réservoirs, et 3-réduire le temps de calcul de l'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes en utilisant la programmation GPU et publier un paquet Python *open-source* pour mener d'autres recherches sur l'inversion *time-lapse* des formes d'ondes complètes.

Dans le chapitre 2, nous avons proposé la méthode de la moyenne pondérée et l'avons comparée à d'autres méthodes d'inversion telles que l'inversion en cascade, la mise à jour croisée, la différence centrale et l'inversion simultanée. Cette étude a été réalisée pour surveiller les changements de vitesse des ondes P dans le sous-sol pour les modèles Marmousi et SEAM Time-Lapse. Les résultats montrent que l'inversion moyenne pondérée peut fournir les estimations les plus précises dans le temps le plus court. Cette méthode permet également d'obtenir des informations sur les artefacts. Cela signifie qu'en utilisant des pondérations différentes, nous pouvons également distinguer les artefacts dans les résultats finaux, car la modification des pondérations fait apparaître et disparaître des artefacts alors que cela n'affecte pas de manière significative les véritables anomalies. Il convient de noter que les méthodes susmentionnées tentent d'améliorer la précision des estimations de deux manières, 1-en propageant les artefacts de l'inversion d'un millésime à l'inversion du millésime suivant pour faire annuler les artefacts ou 2-en diminuant d'emblée les artefacts. À part l'inversion simultanée, l'inversion en cascade, mise à jour croisée, différence centrale et moyenne pondérée suivent la première stratégie. Nos études ont montré que pour les faibles changements dans le sous-sol, la distinction entre les artefacts et les véritables anomalies devient plus difficile et, par conséquent, l'efficacité de la première stratégie diminue.

Dans le chapitre 3, nous nous concentrons sur l'inversion des propriétés physiques des roches et sur la surveillance de la saturation en fluide dans les réservoirs. À cette fin, une paramétrisation efficace est nécessaire pour minimiser le problème de couplage entre les paramètres. Dans cette étude, différentes paramétrisations telles que DV, PCS, LMD et KMD sont développées. La paramétrisation PCS est utilisée dans le chapitre 3 pour réaliser l'inversion en termes de porosité, de volume d'argile et de saturation en eau. Nous avons montré que cette méthode est efficace pour surveiller les changements de saturation en eau. En effet, nous avons comparé les résultats de cette méthode avec des méthodes d'inversion en deux étapes avec une inversion naïve de la physique des roches dans un milieu élastique. Le résultat montre la supériorité de la méthode proposée. Cette amélioration est principalement due à la minimisation de couplage entre les paramètres de différents levés sismiques. Néanmoins, une inversion en une étape est préférée car dans une inversion en deux étapes, Queißer et al. (2013) et Dupuy et al. (2016b) ont supposé que le résultat de l'inversion des formes d'ondes complètes est parfait alors que dans la stratégie proposée dans cette étude, cette hypothèse n'est pas faite. L'algorithme d'inversion et les hyper-paramètres pour l'inversion de la physique des roches sont également des sources d'incertitude qui peuvent être évitées en utilisant la méthode d'inversion en une étape.

Enfin, le code a été empaqueté sous la licence publique générale GNU (GPLv3) et a publié sur Python Package Index (PyPi) en janvier 2022 pour effectuer des recherches supplémentaires sur l'inversion des formes d'ondes complètes en *time-lapse*. Ce paquet, nommé PyFWI, est hébergé sur GitHub et ouvert à la contribution. Cela peut aider d'autres chercheurs à développer des techniques et des études plus avancées pour surveiller le sous-sol. PyFWI utilise OpenCL pour profiter des capacités de calcul GPU afin de réduire le temps de calcul. En plus du temps de calcul, l'inversion des formes d'ondes complètes souffre de différentes difficultés telles que le caractère mal posé, le saut de cycle et le couplage entre les paramètres. PyFWI permet aux utilisateurs d'utiliser quatre techniques de régularisation telles que Tikhonov, la variation totale, l'information à priori et la relation des paramètres pour relever ces défis. Une stratégie multi-échelle est employée pour diminuer les effets du saut de cycle en effectuant l'inversion de la basse fréquence vers la haute fréquence. Nous avons également intégré différentes paramétrisations dans ce paquet qui permettent à l'utilisateur de réduire les effets de couplage entre les paramètres.

En résumé, cette thèse présente la théorie de l'inversion des formes d'ondes complètes et l'inversion des formes d'ondes complètes en *time-lapse*. Le calcul est effectué dans le domaine temporel. Les résultats montrent que la méthode de la moyenne pondérée peut être utilisée pour surveiller le sous-sol dans les milieux acoustiques monoparamètres. En raison de couplage entre les paramètres, l'inversion des formes d'ondes complètes est plus compliqué dans les milieux élastiques. Pour étudier un milieu élastique, différentes paramétrisations sont fournies pour analyser leur efficacité à réduire le problème de couplage entre les paramètres. Pour surveiller la saturation, nous avons proposé la paramétrisation PCS qui intègre les équations de Gassmann dans l'inversion des formes d'ondes complètes en *time-lapse*. Il s'agit d'une paramétrisation optimale car nous pouvons supposer que la porosité et le volume d'argile sont constants dans le temps et que les changements temporels dans les données sont dus à des changements dans la substitution de fluide. Cela permet d'éviter le problème de couplage entre les paramètres des différents levés sismiques. Bien que nous ayons supposé que la saturation est le seul paramètre qui change en raison de la substitution de fluide, la pression interstitielle est un autre paramètre important qui doit être pris en compte. Les changements de pression interstitielle sont négligeables dans certains réservoirs en raison de la perméabilité élevée. Cependant, d'autres études doivent être menées pour surveiller simultanément les changements de la pression interstitielle et de la saturation des fluides.

Le mélange de fluides dans le chapitre 3 est fait en considérant un système inégal. Cela signifie que nous avons utilisé l'équation 3.9 pour calculer le module de compressibilité du fluide à l'aide du modèle de Voigt. Cependant, le choix d'un mélange inégal ou homogène entraîne des effets importants sur la réponse sismique. Ainsi, les effets de l'utilisation des méthodes Voigt, Reuss et Voigt-Reuss-Hill pour le mélange des fluides doivent être analysés.

Enfin, PyFWI est développé comme un résultat livrable important de cette thèse. Ce paquet est développé à l'aide de la programmation GPU et comprend différentes techniques pour réduire les difficultés de l'inversion des formes d'ondes complètes et l'inversion des formes d'ondes complètes en *time-lapse*. En plus de quatre résumés étendus et trois articles comme résultat de cette thèse, PyFWI peut être utilisé dans d'autres études pour résoudre plus de problèmes liés à l'inversion des formes d'ondes complètes. Bien que nous nous soyons engagés à poursuivre le développement de ce paquet, PyFWI est publié en tant que paquet *open-source* et il peut être utilisé et développé plus par d'autres chercheurs dans la communauté.

Bien que nous ayons fourni la méthodologie pour surveiller la saturation du CO_2 dans le sous-sol directement à partir de tirs sismiques, il existe deux principales limitations qui devraient être prises en compte pour les études futures. La substitution de fluide dans le sous-sol peut affecter la pression interstitielle et les effets de ce paramètre ne sont pas pris en compte dans cette étude. Bien que les effets de la pression interstitielle puissent être négligeables dans les réservoirs à haute perméabilité, des études complémentaires doivent être menées pour prendre en compte les variations de la pression interstitielle. De plus, et pour modéliser plus précisément le sous-sol, un TL-FWI viscoélastique est nécessaire. Cela peut fournir plus d'informations pour surveiller le sous-sol en raison des effets d'atténuation du CO_2 sur les ondes sismiques.

Il existe d'autres limitations qui méritent d'être mentionnées. Nous avons réalisé cette étude avec des données synthétiques et dans le cas 2D. Pour une meilleure évaluation, les méthodes proposées doivent être appliquées sur des données réelles dans un cas 3D. Pour cela, nous devons également développer PyFWI pour prendre en compte la troisième dimension.

BIBLIOGRAPHIE

Altan S (1997) Time-lapse seismic monitoring : Repeatability processing tests. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1997*, Society of Exploration Geophysicists, pages 866–867.

Anagaw AY, Sacchi MD (2012) Edge-preserving seismic imaging using the total variation method. *Journal of Geophysics and Engineering*, 9(2):138–146.

Asnaashari A, Brossier R, Garambois S, Audebert F, Thore P, Virieux J (2013) Regularized seismic full waveform inversion with prior model information. *Geophysics*, 78(2):R25–R36. DOI :10.1190/geo2012-0104.1.

Asnaashari A, Brossier R, Garambois S, Audebert F, Thore P, Virieux J (2015) Time-lapse seismic imaging using regularized full-waveform inversion with a prior model : Which strategy? *Geophysical Prospecting*, 63(1):78–98. DOI :10.1111/1365-2478.12176.

Bai J, Yingst D, Bloor R, Leveille J (2014) Viscoacoustic waveform inversion of velocity structures in the time domain. *Geophysics*, 79(3):R103–R119.

Balhareth H, Landrø M (2016) Sensitivity analysis and application of time-lapse full-waveform inversion : synthetic testing and field data example from the north sea, norway. *Geophysical Prospecting*, 64(5):1183–1200. DOI :10.1111/1365-2478.12251.

Berenger JP (1994) A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114(2):185–200. DOI :10.1006/jcph.1994.1159.

Berryman JG (1995) Mixture theories for rock properties. *Rock physics and phase relations : A handbook of physical constants*, 3:205–228.

Biondi B, Mavko G, Mukerji T, Rickett J, Lumley D, Deutsch C, Gundesø R, Thiele M (1998) Reservoir monitoring : A multidisciplinary feasibility study. *The Leading Edge*, 17(10):1404–1414. DOI :10.1190/1.1437860.

Brougois A, Bourget M, Lailly M, Ricarte P, Versteeg R (1990) *Marmousi, model and data*.

Buland A, Ouair YE (2006) Bayesian time-lapse inversion. *Geophysics*, 71(3):R43–R48. DOI :10.1190/1.2196874.

Bunks C, Saleck FM, Zaleski S, Chavent G (1995) Multiscale seismic waveform inversion. *Geophysics*, 60(5):1457–1473. DOI :10.1190/1.1443880.

Courant R, Friedrichs K, Lewy H (1928) Über die partiellen differenzengleichungen der mathematischen physik. *Mathematische annalen*, 100(1):32–74. DOI :10.1007/BF01448839.

Dablain MA (1986) The application of high-order differencing to the scalar wave equation. *Geophysics*, 51(1):54–66. DOI :10.1190/1.1442040.

Davis K, Li Y, Batzle M (2008) Time-lapse gravity monitoring : A systematic 4D approach with application to aquifer storage and recovery. *Geophysics*, 73(6):WA61–WA69. DOI :10.1190/1.2987376.

Dupuy B, Garambois S, Asnaashari A, Balhareth HM, Landrø M, Stovas A, Virieux J (2016a) Estimation of rock physics properties from seismic attributes — part 2 : Applications. *Geophysics*, 81(4):M55–M69. DOI :10.1190/geo2015-0492.1.

Dupuy B, Garambois S, Virieux J (2016b) Estimation of rock physics properties from seismic attributes — part 1 : Strategy and sensitivity analysis. *Geophysics*, 81(3):M35–M53. DOI :10.1190/geo2015-0239.1.

Dupuy B, Romdhane A, Eliasson P, Querendez E, Yan H, Torres VA, Ghaderi A (2017) Quantitative seismic characterization of CO_2 at the Sleipner storage site, North Sea. *Interpretation*, 5(4): SS23–SS42. DOI :10.1190/INT-2017-0013.1.

Dupuy B, Romdhane A, Eliasson P, Yan H (2021) Combined geophysical and rock physics workflow for quantitative CO_2 monitoring. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 106:103217. DOI :10.1016/j.ijggc.2020.103217.

Esser E, Guasch L, van Leeuwen T, Aravkin AY, Herrmann FJ (2018) Total variation regularization strategies in full-waveform inversion. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 11(1):376–406. DOI :10.1137/17M111328X.

Fabien-Ouellet G (2017) *Inversion des formes d'ondes complètes viscoélastique*. Thèse de doctorat, INRS.

Fabien-Ouellet G, Gloaguen E, Giroux B (2017a) Time-domain seismic modeling in viscoelastic media for full waveform inversion on heterogeneous computing platforms with OpenCL. *Computers & Geosciences*, 100:142 – 155. DOI :10.1016/j.cageo.2016.12.004.

Fabien-Ouellet G, Gloaguen E, Giroux B (2017b) Time domain viscoelastic full waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 209(3):1718–1734. DOI :10.1093/gji/ggx110.

Gao Y, Song H, Zhang J, Yao Z (2017) Comparison of artificial absorbing boundaries for acoustic wave equation modelling. *Exploration Geophysics*, 48(1):76–93. DOI :10.1071/EG15068.

Gassmann F (1951) Über die elastizität poröser medien. *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich*, 96:1–23.

Giertzuch PL, Doetsch J, Jalali M, Shakas A, Schmelzbach C, Maurer H (2020) Time-lapse ground penetrating radar difference reflection imaging of saline tracer flow in fractured rock. *Geophysics*, 85(3):H25–H37. DOI :10.1190/geo2019-0481.1.

Giroux B (2021) ttcrpy : A python package for traveltime computation and raytracing. *SoftwareX*, 16:100834. DOI :10.1016/j.softx.2021.100834.

Hasym IB, Sudarmaji M, Sismanto M (2014) A comparison of second-order and high-order of finite difference staggered-grid method in 2D P-SV wave propagation modelling using graphics processing unit. *International Conference on Physics 2014 (ICP-14)*, Atlantis Press, pages 62–67.

Hayley K, Pidlisecky A, R. BL (2011) Simultaneous time-lapse electrical resistivity inversion. *Journal of Applied Geophysics*, 75(2):401–411. DOI :10.1016/j.jappgeo.2011.06.035.

Hicks E, Hoeber H, Houbiers M, Lescoffit SP, Ratcliffe A, Vinje V (2016) Time-lapse full-waveform inversion as a reservoir-monitoring tool — A North Sea case study. *The Leading Edge*, 35(10): 850–858. DOI :10.1190/tle35100850.1.

Hill R (1952) The elastic behaviour of a crystalline aggregate. *Proceedings of the Physical Society. Section A*, 65(5):349. DOI :10.1088/0370-1298/65/5/307.

Hu Q, Innanen K (2021a) Elastic full-waveform inversion with rock-physics constraints. *First International Meeting for Applied Geoscience & Energy*, Society of Exploration Geophysicists, pages 662–666.

Hu Q, Keating S, Innanen KA, Chen H (2021b) Direct updating of rock-physics properties using elastic full-waveform inversion. *Geophysics*, 86(3):MR117–MR132. DOI :10.1190/geo2020-0199.1.

Kamei R, Lumley D (2017) Full waveform inversion of repeating seismic events to estimate time-lapse velocity changes. *Geophysical Journal International*, 209(2):1239–1264.

Kamei R, Pratt RG (2013) Inversion strategies for visco-acoustic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 194(2):859–884. DOI :10.1093/gji/ggt109.

Keating S, Innanen KA (2019) Parameter crosstalk and modeling errors in viscoacoustic seismic full-waveform inversion. *Geophysics*, 84(4):R641–R653. DOI :10.1190/geo2018-0410.1.

Klöckner A, Pinto N, Lee Y, Catanzaro B, Ivanov P, Fasih A (2012) PyCUDA and PyOpenCL : A Scripting-Based Approach to GPU Run-Time Code Generation. *Parallel Computing*, 38(3):157–174. DOI :10.1016/j.parco.2011.09.001.

Lailly P (1983) The seismic inverse problem as a sequence of before stack migration. *Conference on inverse scattering : theory and application, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA.*, 206–220 pages.

Landrø M, Veire HH, Duffaut K, Najjar N (2003) Discrimination between pressure and fluid saturation changes from marine multicomponent time-lapse seismic data. *Geophysics*, 68(5):1592–1599. DOI :10.1190/1.1620633.

Lang X, Grana D (2019) Rock physics modelling and inversion for saturation-pressure changes in time-lapse seismic studies. *Geophysical Prospecting*, 67(7):1912–1928.

Lavoué F, Brossier R, Métivier L, Garambois S, Virieux J (2014) Two-dimensional permittivity and conductivity imaging by full waveform inversion of multioffset GPR data : A frequency-domain quasi-Newton approach. *Geophysical Journal International*, 197(1):248–268. DOI :10.1093/gji/ggt528.

Lescoffit SP, Houbiers M, Henstock C, Hicks E, Nilsen KM, Hoeber H, Ratcliffe A, Vinje V (2016) Time-lapse full-waveform inversion applied to permanent reservoir monitoring data from Grane, a Norwegian North Sea field. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2016*, Society of Exploration Geophysicists, pages 1304–1308.

Levander AR (1988) Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53(11):1425–1436. DOI :10.1190/1.1442422.

Li Y, Alkhalifah T, Guo Q (2021) Target-oriented time-lapse waveform inversion using deep learning-assisted regularization. *Geophysics*, 86(4):R485–R495. DOI :10.1190/geo2020-0383.1.

Lumley DE (1995a) 4-D seismic monitoring of an active steamflood. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1995*, Society of Exploration Geophysicists, pages 203–206.

Lumley DE (1995b) *Seismic time-lapse monitoring of subsurface fluid flow*. Thèse de doctorat, Stanford University.

Lumley DE (2001) Time-lapse seismic reservoir monitoring. *Geophysics*, 66(1):50–53. DOI :10.1190/1.1444921.

Ma Y, Maharramov M, Clapp R, Biondi B (2016) Multiparameter full-waveform inversion in the isotropic acoustic media with application to time-lapse seismic inverse problem. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2016*, OnePetro, pages 5557–5561.

Maharramov M, Biondi B (2014) Robust joint full-waveform inversion of time-lapse seismic data sets with total-variation regularization. *arXiv : Geophysics*. DOI :10.48550/arXiv.1408.0645.

Maharramov M, Biondi BL, Meadows MA (2016) Time-lapse inverse theory with applications. *Geophysics*, 81(6):R485–R501. DOI :10.1190/geo2016-0131.1.

Mallick S (2007) Amplitude-variation-with-offset, elastic-impedence, and wave-equation synthetics—a modeling study. *Geophysics*, 72(1):C1–C7.

Mardan A, Giroux B, Fabien-Ouellet G (2022a) Effects of nonrepeatability on time-lapse full-waveform inversion. *2nd EAGE Conference on Seismic Inversion*, European Association of Geoscientists & Engineers, pages 1–5.

Mardan A, Giroux B, Fabien-Ouellet G (2022b) *PyFWI : A Python package for full-waveform inversion and reservoir monitoring*.

Mardan A, Giroux B, Fabien-Ouellet G (2022c) Time-lapse full-waveform inversion for monitoring the fluid saturation. *Second EAGE Conference on Seismic Inversion*, European Association of Geoscientists & Engineers, pages 1–5.

Mardan A, Giroux B, Fabien-Ouellet G (2022d) Time-lapse seismic full waveform inversion using improved cascaded method. *Second EAGE Conference on Seismic Inversion*, European Association of Geoscientists & Engineers, pages 1–5.

Mardan A, Giroux B, Fabien-Ouellet G (2023) Weighted-average time-lapse seismic full-waveform inversion. *Geophysics*, 88(1). DOI :10.1190/geo2022-0090.1.

Mardan A, Giroux B, Fabien-Ouellet G, Saberi M (2022e) Direct monitoring of fluid saturation using time-lapse full-waveform inversion. *2nd International Meeting for Applied Geoscience & Energy Expanded Abstracts*, Society of Exploration Geophysicists.

Mavko G, Mukerji T, Dvorkin J (2020) *The rock physics handbook*. Cambridge university press.

Metivier L, Brossier R (2022) Nonlinear anisotropic diffusion filters for fwi : Structure preserving smoothing and data low frequency enhancement. *83rd EAGE Annual Conference & Exhibition*, European Association of Geoscientists & Engineers, volume 2022, pages 1–5.

Métivier L, Brossier R, Virieux J, Operto S (2013) Full waveform inversion and the truncated Newton method. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 35(2):B401–B437. DOI :10.1137/120877854.

Naeini EZ, Kamath N, Tsvankin I, Alkhalifah T (2017) Full waveform inversion for reservoir characterization-a synthetic study. *79th EAGE Conference and Exhibition 2017*, European Association of Geoscientists & Engineers, volume 2017, pages 1–5.

Nocedal J, Wright SJ (2006) *Numerical Optimization*. Springer, New York, NY, 664 pages.

Operto S, Gholami Y, Prieux V, Ribodetti A, Brossier R, Metivier L, Virieux J (2013) A guided tour of multiparameter full-waveform inversion with multicomponent data : From theory to practice. *The Leading Edge*, 32(9):1040–1054. DOI :10.1190/tle32091040.1.

Oppert S, Stefani J, Eakin D, Halpert A, Herwanger JV, Bottrill A, Popov P, Tan L, Artus V, Oristaglio M (2017) Virtual time-lapse seismic monitoring using fully coupled flow and geomechanical simulations. *The Leading Edge*, 36(9):750–768. DOI :10.1190/tle36090750.1.

Pan W, Innanen KA, Geng Y, Li J (2019) Interparameter trade-off quantification for isotropic-elastic full-waveform inversion with various model parameterizations. *Geophysics*, 84(2):R185–R206. DOI :10.1190/GEO2017-0832.1.

Pan W, Wang Y (2020) On the influence of different misfit functions for attenuation estimation in viscoelastic full-waveform inversion : synthetic study. *Geophysical Journal International*, 221(2): 1292–1319. DOI :10.1093/gji/ggaa089.

Pladys A, Brossier R, Li Y, Métivier L (2021) On cycle-skipping and misfit function modification for full-wave inversion : Comparison of five recent approaches. *Geophysics*, 86(4):R563–R587. DOI :10.1190/geo2020-0851.1.

Plessix R, Michelet S, Rynja H, Kuehl H, Perkins C, de Maag J, Hatchell P (2010) Some 3D applications of full waveform inversion. *72nd EAGE Conference and Exhibition-Workshops and Fieldtrips*, European Association of Geoscientists & Engineers.

Plessix RE (2006) A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, 167(2):495–503. DOI :10.1111/j.1365-246X.2006.02978.x.

Pratt RG, Worthington MH (1990) Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. *Geophysical Prospecting*, 38(3):287–310. DOI :10.1111/j.1365-2478.1990.tb01846.x.

Pride S (2005) *Hydrogeophysics : Water science and technology library*, pages 253–284. Springer.

Queißer M, Singh S (2010) Time lapse seismic monitoring of CO_2 sequestration at Sleipner using time domain 2D full waveform inversion. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2010*, pages 2875–2879.

Queißer M, Singh SC (2013) Full waveform inversion in the time lapse mode applied to CO_2 storage at Sleipner. *Geophysical Prospecting*, 61(3):537–555. DOI :10.1111/j.1365-2478.2012.01072.x.

Raknes EB, Arntsen B (2015) A numerical study of 3D elastic time-lapse full-waveform inversion using multicomponent seismic data. *Geophysics*, 80(6):R303–R315. DOI :10.1190/geo2014-0472.1.

Raknes EB, Weibull W, Arntsen B (2013) Time-lapse full waveform inversion : Synthetic and real data examples. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2013*, Society of Exploration Geophysicists, pages 944–948.

Romdhane A, Dupuy B, Querendez E, Eliasson P (2022) Toward quantitative CO_2 monitoring at Sleipner, Norway. *Geophysical Monitoring for Geologic Carbon Storage*, pages 383–402.

Routh P, Palacharla G, Chikichev I, Lazaratos S (2012) *Full Wavefield Inversion of Time-Lapse Data for Improved Imaging and Reservoir Characterization*, pages 1–6. Society of Exploration Geophysicists.

Routh PS, Anno PD (2008) Time-lapse noise characterization by inversion. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008*, Society of Exploration Geophysicists, pages 3143–3147.

Shin J, Ha W, Jun H, Min DJ, Shin C (2014) 3D Laplace-domain full waveform inversion using a single GPU card. *Computers & Geosciences*, 67:1–13. DOI :10.1016/j.cageo.2014.02.006.

Stone JE, Gohara D, Shi G (2010) Opencl : A parallel programming standard for heterogeneous computing systems. *Computing in Science Engineering*, 12(3):66–73. DOI :10.1109/MCSE.2010.69.

Tarantola A (1984) Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49(8):1259–1266. DOI :10.1190/1.1441754.

Tarantola A (1986) A strategy for nonlinear elastic inversion of seismic reflection data. *Geophysics*, 51(10):1893–1903. DOI :10.1190/1.1442046.

Um ES, Alumbaugh D, Lin Y, Feng S (2022) Real-time deep-learning inversion of seismic full waveform data for co2 saturation and uncertainty in geological carbon storage monitoring. *Geophysical Prospecting*. DOI :10.1111/1365-2478.13197.

Vedanti N, Sen MK (2009) Seismic inversion tracks in situ combustion : A case study from Balol oil field, India. *Geophysics*, 74(4):B103–B112. DOI :10.1190/1.3129262.

Virieux J (1986) P-SV wave propagation in heterogeneous media; velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 51(4):889–901. DOI :10.1190/1.1442147.

Virieux J, Asnaashari A, Brossier R, Métivier L, Ribodetti A, Zhou W (2017) *6. An introduction to full waveform inversion*, pages R1–1–R1–40. Society of Exploration Geophysicists.

Virieux J, Operto S (2009) An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, 74(6):WCC1–WCC26. DOI :10.1190/1.3238367.

Voigt W (1889) Ueber die beziehung zwischen den beiden elasticitätsconstanten isotroper körper. *Annalen der physik*, 274(12):573–587.

Watanabe T, Shimizu S, Asakawa E, Matsuoka T (2005) *Differential waveform tomography for time-lapse crosswell seismic data with application to gas hydrate production monitoring*, pages 2323–2326. Society of Exploration Geophysicists.

Yan H, Dupuy B, Romdhane A, Arntsen B (2019) CO_2 saturation estimates at $sleipner(northsea)$ from seismic tomography and rock physics inversion. *Geophysical Prospecting*, 67(4-Rock Physics : from microstructure to seismic signatures):1055–1071. DOI :10.1111/1365-2478.12693.

Yang D, Liu F, Morton S, Malcolm A, Fehler M (2016) Time-lapse full-waveform inversion with ocean-bottom-cable data : Application on Valhall field. *Geophysics*, 81(4):R225–R235. DOI :10.1190/geo2015-0345.1.

Yang P, Brossier R, Métivier L, Virieux J, Zhou W (2018) A time-domain preconditioned truncated Newton approach to visco-acoustic multiparameter full waveform inversion. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 40(4):B1101–B1130. DOI :10.1137/17M1126126.

Yin Z, Louboutin M, Herrmann FJ (2021) Compressive time-lapse seismic monitoring of carbon storage and sequestration with the joint recovery model. *First International Meeting for Applied Geoscience & Energy Expanded Abstracts*, Society of Exploration Geophysicists, pages 3434–3438.

Zhong M, Tan J, Song P, bo Zhang X, Xie C, lun Liu Z (2017) Time-domain full waveform inversion using the gradient preconditioning based on seismic wave energy : Application to the South China Sea. *International Geophysical Conference, Qingdao, China, 17-20 April 2017*, Society of Exploration Geophysicists, pages 440–443.

Zhou W, Lumley D (2021a) Central-difference time-lapse 4D seismic full-waveform inversion. *Geophysics*, 86(2):R161–R172. DOI :10.1190/geo2019-0834.1.

Zhou W, Lumley D (2021b) Nonrepeatability effects on time-lapse 4D seismic full-waveform inversion for ocean-bottom node data. *Geophysics*, 86(4):R547–R561. DOI :10.1190/geo2020-0577.1.