

Centre Énergie Matériaux Télécommunications (EMT)

MODÉLISATION D'UNE DÉCHARGE ICP D'UN PLASMA D'HÉLIUM

Par

Augustin ANDRÉ-HOFFMANN

Mémoire présenté pour l'obtention du grade de
Maître ès Sciences, M.Sc.
en sciences de l'énergie et des matériaux

Jury d'évaluation

Président du jury	Émile CARBONE INRS - EMT
Directeur de recherche	François VIDAL INRS - EMT
Codirecteur de recherche	Jean-Pierre MATTE INRS - EMT
Codirecteur de recherche	Gerjan HAGELAAR Université Paul Sabatier - Laplace

REMERCIEMENTS

Pour l'accompagnement et l'aide apportée tout au long des stages, mes maîtres de stage François VIDAL, Jean-Pierre MATTE et Gerjan HAGELAAR.

Pour l'accueil au laboratoire LAPLACE, toute l'équipe du bâtiment 3R2 et plus particulièrement Laurent GARRIGUES, Baptiste TROTABAS, Lucas FUSTER et Marc CHUNG TO SANG.

Pour l'aide à la méthode de travail, Claire MAHEY et Armelle TOUYAROT.

Pour le soutien et la relecture, Fabienne STOCK et Charlotte MOUYEAUX.

RÉSUMÉ

La polarisation de l'hélium-3 (^3He) est un processus utile dans certaines applications mais qui est difficile à réaliser et que nous ne comprenons pas encore complètement. L'étude de la modélisation d'une décharge de plasma d'hélium avait donc pour visée de mieux comprendre les réactions qui ont lieu au cours de la décharge pour avoir les connaissances nécessaires à l'analyse de la polarisation par effet MEOP (*Metastability Exchange Optical Pumping*) du gaz.

La première partie de ce mémoire s'attarde sur la méthode que nous avons utilisée pour calculer la polarisation de l'hélium. Le programme *BOD* (pour solveur *Boltzmann 0 Dimension*) écrit par Jonathan CLAUSTRE *et al.* à l'INRS dans un ancien projet avec François VIDAL et Jean-Pierre MATTE [5] nous permet d'obtenir le suivi temporel des densités des sous-états de l'hélium. Nous utilisons ensuite ces données dans un modèle de taux écrit par François VIDAL qui calcule la polarisation du gaz en résolvant les équations de polarisation données par NACHER *et al.* [15]. Pour déterminer le régime de puissance auquel la simulation est réalisée et entrer ces conditions initiales dans *BOD*, nous utilisons le programme *Plasmasim*, un modèle fluide qui décrit la décharge dans une géométrie 2D axisymétrique et qui est écrit par Gerjan HAGELAAR. Il nous permet de trouver une valeur seuil avant extinction de la puissance absorbée par le plasma afin d'avoir des conditions expérimentales similaires à NACHER *et al.* [14, 15] et que nous puissions comparer les résultats. Nous profitons aussi de l'utilisation de *Plasmasim* pour valider l'approche "0 dimension" de *BOD*.

Dans la seconde partie, nous nous intéressons aux différents modes de couplage de la puissance de notre décharge ICP (Inductively Coupled Plasma). Le couplage capacitif étant généralement négligé dans les modèles de décharge inductive, nous avons cherché à vérifier avec *Plasmasim* que cette approximation était valable. D'autant que dans le régime de puissance défini par NACHER *et al.* [14, 15], à savoir proche de l'extinction de la décharge, c'est ce même couplage capacitif qui a été remarqué expérimentalement comme fortement présent. Nous étudions aussi l'impact des variations spatiales du domaine (nombre de spires de la bobine, emplacement des spires autour de l'enceinte du plasma).

En conclusion, ce mémoire présente une méthode fonctionnelle pour la modélisation de la polarisation de l'hélium-3, ainsi qu'une validation de certaines hypothèses généralement admises comme, entre autres, la négligeabilité du couplage capacitif dans le cas de nos conditions initiales et pour l'observation des densités.

Mots-clés Décharge ICP, hélium, polarisation, MEOP, couplage capacitif

ABSTRACT

The polarization of helium-3 (^3He) is a useful process in some applications, but it is difficult to perform and is not yet fully understood. The study of the modeling of a helium plasma discharge was therefore aimed at better understanding the reactions that take place during the discharge to have the necessary knowledge to analyze the polarization by MEOP (*Metastability Exchange Optical Pumping*) effect of the gas.

The first part of this memoir focuses on the method we used to calculate the polarization of helium. The program *BOD* (for *Boltzmann 0 Dimension* solver) written by Jonathan CLAUSTRE *et al.* at INRS in a former project with François VIDAL and Jean-Pierre MATTE [5] allows us to obtain the time tracking of the helium substate densities. We then use these data in a rate model written by François VIDAL which calculates the polarization of the gas by solving the polarization equations given by NACHER *et al* [15]. To determine the power regime at which the simulation is performed and to enter these initial conditions into *BOD*, we use the program *Plasmasim*, a fluid model which describes the discharge in an axisymmetric 2D geometry and which is written by Gerjan HAGELAAR. It allows us to find a threshold value before extinction of the power absorbed by the plasma in order to have experimental conditions similar to NACHER *et al* [14, 15] and to compare the results. We also take advantage of the use of *Plasmasim* to validate the "0 dimension" approach of *BOD*.

In the second part, we focus on the different power coupling modes of our ICP (*Inductively Coupled Plasma*) discharge. The capacitive coupling being generally neglected in inductive discharge models, we tried to verify with *Plamsasim* that this approximation was valid. Especially since in the power regime defined by NACHER *et al* [14, 15], i.e. close to the extinction of the discharge, it is this same capacitive coupling that has been experimentally noticed as strongly present. We also study the impact of spatial variations of the domain (number of turns of the coil, location of the turns around the plasma enclosure).

In conclusion, this memoir presents a functional method for the modeling of helium-3 polarization, as well as a validation of some generally accepted assumptions such as the negligibility of the capacitive coupling in the case of our initial conditions and for the observation of densities.

Keywords ICP discharge, helium, polarization, MEOP, capacitive coupling

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iii
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT.....	vii
TABLE DES MATIÈRES.....	ix
LISTE DES FIGURES.....	x
LISTE DES TABLEAUX	xiii
LISTE DES ABRÉVIATIONS.....	xv
PRÉSENTATION GÉNÉRALE	1
0.1 QU'EST-CE QU'UN PLASMA ?	2
0.2 DÉCHARGE DE TYPE <i>ICP</i>	3
1 MODÉLISATION D'UN PLASMA INDUCTIF :	
RECHERCHE DES MÉCANISMES DE POLARISATION DE L'HÉLIUM-3 (³HE)	5
1.1 INTRODUCTION	5
1.2 MODÈLE COLLISIONNEL-RADIATIF 0D D'UNE DÉCHARGE PLASMA D'HÉLIUM	
5	
1.2.1 <i>Modèle physique</i>	6
1.2.2 <i>Modèle chimique utilisé par BOD (solveur Boltzmann 0D)</i>	10
1.2.3 <i>Puissance appliquée seuil</i>	11
1.2.4 <i>Résultats</i>	14
1.3 ÉTUDE DE LA POLARISATION D'UN PLASMA D'HÉLIUM.....	15
1.3.1 <i>Principe du MEOP</i>	15
1.3.2 <i>Modèle de Nacher et Leduc</i>	16
1.3.3 <i>Taux de création et de destruction</i>	18
1.3.4 <i>Paramètres</i>	19
1.3.5 <i>Résolution du modèle pour les paramètres de l'expérience à 0,3</i>	
<i>Torr</i>	19
2 MODÉLISATION D'UN PLASMA INDUCTIF :	
PRISE EN COMPTE D'UN COUPLAGE CAPACITIF AU SEIN D'UNE DÉCHARGE INDUCTIVE	
21	
2.1 INTRODUCTION	21

2.2	MODÉLISATION FLUIDE 2D D'UN PLASMA D'HÉLIUM	21
2.2.1	<i>Modèle physique</i>	21
2.2.2	<i>Modèle chimique de l'hélium pour Plasmasim</i>	28
2.3	RÉSULTATS	29
2.3.1	<i>Comparaison avec ou sans la prise en compte du mode de cou- plage capacitif</i>	29
2.3.2	<i>Impact des variations du domaine</i>	32
2.3.3	<i>Impact des variations de pression</i>	38
	CONCLUSION GÉNÉRALE	41
	BIBLIOGRAPHIE	43
	 ANNEXES	 45
A	TAUX DE RÉACTION CALCULÉS PAR <i>BOLSIG+</i> POUR <i>PLASMASIM</i>	47
B	CALCUL DE LA PUISSANCE RADIATIVE	51

LISTE DES FIGURES

FIGURE 1 REPRÉSENTATION AXISYMETRIQUE DE L'ENCEINTE PLASMA UTILISÉE DANS NOS SIMULATIONS.....	3
FIGURE 1.1 COMPARAISON DES DENSITÉS $n_{e,i}$ ENTRE LES VALEURS MOYENNÉES ET MAXI- MALES DANS L'ESPACE OBTENUES AVEC LE CODE FLUIDE 2D À 0,3TORR.....	12
FIGURE 1.2 VALEURS DES DENSITÉS $n_{e,i}$ ET DE LA DENSITÉ NORMALISÉE DE MÉTASTABLES n_m/n_g EN FONCTION DE LA PUISSANCE.....	12
FIGURE 1.3 COMPARAISON DES DENSITÉS n_e ET n_i ENTRE <i>BOD</i> ET <i>Plasmasim</i> À 0,1 TORR..	14
FIGURE 1.4 COMPARAISON DES DENSITÉS n_e ET n_i ENTRE <i>BOD</i> ET <i>Plasmasim</i> À 0,3TORR..	14
FIGURE 1.5 COMPARAISON DES DENSITÉS n_e ET n_i ENTRE <i>BOD</i> ET <i>Plasmasim</i> À 1 TORR.....	14
FIGURE 1.6 COMPARAISON DES DENSITÉS n_e ET n_i ENTRE <i>BOD</i> ET <i>Plasmasim</i> À 3TORR.....	14
FIGURE 1.7 COMPARAISON DES DENSITÉS n_e ET n_i ENTRE <i>BOD</i> ET <i>Plasmasim</i> À 10TORR ...	14
FIGURE 1.8 (A) NIVEAUX D'ÉNERGIE DES ÉTATS 2^3S_1 ET 2^3P DE L' 3He . (B) TRANSITIONS OPTIQUES POSSIBLES ENTRE 2^3S_1 ET 2^3P	16
FIGURE 1.9 ÉVOLUTION DES MICROÉTATS a_i DE L'ÉTAT MÉTASTABLE 2^3S EN FONCTION DU TEMPS	20
FIGURE 1.10 POLARISATION DU GAZ D'HÉLIUM EN FONCTION DU TEMPS.....	20
FIGURE 2.1 RÉPARTITION DES PUISSANCES INDUCTIVE, CAPACITIVE ET RADIATIVE, ET COURANT INDUIT DANS LA BOBINE EN FONCTION DE LA PUISSANCE TOTALE APPLIQUÉE.....	30
FIGURE 2.2 COURANT INDUIT DANS LA BOBINE EN FONCTION DE LA PUISSANCE APPLI- QUÉE AVEC ET SANS COUPLAGE CAPACITIF	30
FIGURE 2.3 ÉVOLUTION DES DENSITÉS $n_{e,i}$ EN FONCTION DE LA PUISSANCE APPLIQUÉE AVEC ET SANS LA PRISE EN COMPTE DU COUPLAGE CAPACITIF	31
FIGURE 2.4 DOMAINE PRINCIPALEMENT UTILISÉ	32
FIGURE 2.5 DOMAINE AVEC LES SPIRES PLUS ÉLOIGNÉES LES UNES DES AUTRES.....	32
FIGURE 2.6 DOMAINE AVEC UNE DISTANCE ENTRE LA BOBINE ET L'ENCEINTE DE $\approx R$	32
FIGURE 2.7 DOMAINE AVEC 5 SPIRES	33
FIGURE 2.8 DOMAINE AVEC 11 SPIRES	33
FIGURE 2.9 COMPARAISON DES MODES D'ABSORPTION DE LA PUISSANCE EN FONCTION DE LA PUISSANCE TOTALE APPLIQUÉE SELON L'ÉCART DES SPIRES ENTRE ELLES	33
FIGURE 2.10 COMPARAISON DE L'ÉVOLUTION DES DENSITÉS ÉLECTRONIQUE, IONIQUE ET DE MÉTASTABLE EN FONCTION DE LA PUISSANCE SELON L'ÉCART DES SPIRES ENTRE ELLES ...	33

FIGURE 2.11 ÉVOLUTION DU COURANT INDUIT DANS LA BOBINE EN FONCTION DE LA PUISSANCE SELON L'ÉCARTEMENT DES SPIRES ENTRE ELLES.....	34
FIGURE 2.12 COMPARAISON DES MODES D'ABSORPTION DE LA PUISSANCE EN FONCTION DE LA PUISSANCE TOTALE APPLIQUÉE SELON L'ÉCART DE LA BOBINE AVEC L'ENCEINTE.....	35
FIGURE 2.13 COMPARAISON DE L'ÉVOLUTION DES DENSITÉS ÉLECTRONIQUE, IONIQUE ET DE MÉTASTABLE EN FONCTION DE LA PUISSANCE SELON L'ÉCART DE LA BOBINE AVEC L'ENCEINTE	35
FIGURE 2.14 COMPARAISON DE L'ÉVOLUTION DU COURANT EN FONCTION DE LA PUISSANCE SELON LE RAYON DE LA BOBINE	36
FIGURE 2.15 COMPARAISON DE L'ÉVOLUTION DES DENSITÉS ÉLECTRONIQUE, IONIQUE ET DE MÉTASTABLE EN FONCTION DE LA PUISSANCE SELON L'ÉCART DE LA BOBINE AVEC L'ENCEINTE	36
FIGURE 2.16 COMPARAISON DES MODES D'ABSORPTION DE LA PUISSANCE EN FONCTION DE LA PUISSANCE TOTALE APPLIQUÉE SELON L'ÉCART DE LA BOBINE AVEC L'ENCEINTE.....	36
FIGURE 2.17 COMPARAISON DE L'ÉVOLUTION DES DENSITÉS ÉLECTRONIQUE, IONIQUE ET DE MÉTASTABLE EN FONCTION DE LA PUISSANCE SELON L'ÉCART DE LA BOBINE AVEC L'ENCEINTE	37
FIGURE 2.18 COMPARAISON DES MODES D'ABSORPTION DE LA PUISSANCE EN FONCTION DE LA PUISSANCE TOTALE APPLIQUÉE SELON L'ÉCART DE LA BOBINE AVEC L'ENCEINTE.....	37
FIGURE 2.19 COMPARAISON DES DENSITÉS ÉLECTRONIQUES EN FONCTION DE LA PUISSANCE AVEC DIFFÉRENTES PRESSION	38
FIGURE 2.20 DENSITÉ ÉLECTRONIQUE □ ET PUISSANCE APPLIQUÉE ■ EN FONCTION DE LA PRESSION POUR LES CAS DE LIMITE DE QUASI-NEUTRALITÉ ET DE TRANSITION ENTRE LES MODES DE COUPLAGE CAPACITIF ET INDUCTIF	38

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 1.1	RÉACTIONS CHIMIQUES DE L'HÉLIUM UTILISÉES DANS <i>BOD</i>	10
TABLEAU 2.1	RÉACTIONS CHIMIQUES DE L'HÉLIUM UTILISÉES DANS <i>Plasmasim</i>	29
TABLEAU A.1	TAUX DE RÉACTION (m^3/s) EN FONCTION DE L'ÉNERGIE (eV)	49

LISTE DES ABRÉVIATIONS

Unités

eV	unité de température, $1 eV = \frac{k_B}{e} 1 K$
u	unité de masse atomique, $1 u = 1,6605e^{-27} kg$
torr	unité de pression, $1 Torr = 133,332 Pa$

Constantes

ϵ_0	permittivité diélectrique du vide ($\approx 8,85e^{-12}$)[$F m^{-1}$]
c	vitesse de la lumière ($= 3e^8$) [$m s^{-1}$]
e	charge élémentaire ($= 1,6e^{-19}$)[C]
k_B	constante de Boltzmann ($= 1,38e^{-23}$)[$J K^{-1}$]
m_e	masse d'un électron ($= 9,1e^{-31}$) [kg]
M_g	masse d'un atome du gaz d'hélium-3 ($= 3,0160u$ contre $= 4,0026u$ pour l'hélium-4) [kg]

Autres symboles

ϵ	énergie des électrons [J]
λ	longueur d'onde ($=c/\text{fréquence}$) [m]
λ_D	longueur de Debye [m]
ν_m	fréquence de collision entre les particules chargées et le gaz neutre [s^{-1}]
ω_p	fréquence plasma [s^{-1}]
L	longueur [m]
n_j	densité de l'espèce j [m^{-3}]
q_j	charge de l'espèce j [C]
T_j	température de l'espèce j [eV] ou [K]

PRÉSENTATION GÉNÉRALE

La polarisation de l'hélium est un processus complexe dont on ne comprend pas encore complètement les mécanismes qui en empêchent sa réalisation. De plus on ne peut polariser que l'hélium-3 (^3He), un isotope très rare de l'hélium, qui a une présence naturelle sur Terre de l'ordre de 1 ppm. La méthodologie actuelle qui permet d'y parvenir efficacement utilise la basse pression. Malgré notre capacité à produire rapidement une polarisation de plus de 80% à cette pression avec la méthode MEOP (*Metastability Exchange Optical Pumping*), c'est à pression atmosphérique qu'il est utilisé dans des applications comme l'imagerie médicale pulmonaire où le patient doit pouvoir inhaler le gaz. Pour arriver aux pressions utiles, le gaz est polarisé à basse pression puis ramené à pression ambiante en essayant de limiter la relaxation des atomes dans l'état fondamental et ainsi restreindre la baisse de polarisation.

Le projet était de modéliser un plasma d'hélium en prenant en compte un grand nombre de sous-états de l'hélium afin d'avoir une vision assez complète de la répartition des densités au cours de la décharge, puis de simuler sa polarisation par pompage optique afin de déterminer les phénomènes importants. À la suite de quoi, le projet pourrait continuer en simulant une décharge à pression atmosphérique ainsi que le pompage optique dans cette situation pour chercher les phénomènes de dépolarisation qui empêchent la production à ces pressions. Pour cela, on a utilisé le code *BOD* (pour solveur *Boltzmann 0 Dimension*) écrit par Jonathan CLAUSTRE *et al.* à l'INRS dans un ancien projet avec François VIDAL et Jean-Pierre MATTE [5]. Ce programme est un modèle collisionnel-radiatif résolvant l'équation de *Boltzmann* dépendante du temps. On s'est servi des résultats expérimentaux et numériques des publications du professeur Pierre-Jean NACHER [14, 15] afin de valider notre modèle en les comparant à ceux obtenus avec notre solveur. Mais pour obtenir les évolutions de densités utiles au calcul de la polarisation il est important d'avoir récupéré la valeur seuil de la puissance nécessaire à l'existence du plasma. Une fois la puissance limite estimée et les densités calculées, la polarisation peut être évaluée. Un modèle de taux écrit par François VIDAL basé sur les équations de polarisation de NACHER *et al.* [15] calcule le pourcentage de polarisation atteignable avec les densités mesurées au préalable ou calculées avec le code *BOD*.

Afin de trouver la limite de puissance absorbée par les électrons pour le maintien de la décharge, on a utilisé le modèle fluide *Plasmasim* écrit par Gerjan HAGELAAR. La recherche de cette valeur nous a amenés à nous questionner en parallèle sur la validité physique de notre démarche à imposer une puissance absorbée par le plasma. Comment la puissance appliquée sur le plasma est-elle absorbée ? Seul le couplage inductif est-il important ? C'est en cherchant ces réponses que nous avons choisi de ne plus imposer une puissance absorbée liée au couplage inductif mais plutôt une puissance appliquée au plasma pour pouvoir observer de quelle manière celle-ci serait absorbée (capacitivement ou inductivement), ou rayonnée. La question suivante a ensuite été de

savoir comment se passe la transition entre les différents modes de couplage, à savoir absorption de puissance capacitive à basse puissance proche de l'allumage et inductive à plus forte puissance. La puissance radiative, pour sa part, devient dominante lorsque la puissance appliquée est trop faible pour que la décharge puisse se maintenir.

0.1 Qu'est-ce qu'un plasma ?

Un plasma est un gaz quasi-neutre (c'est-à-dire qui est approximativement composé du même nombre de charges positives que de charges négatives) complètement ou partiellement ionisé. En fonction de la densité et de la température de ces particules, différents types de plasmas peuvent être produits naturellement ou artificiellement. La longueur de Debye λ_D et la fréquence plasma ω_p sont deux valeurs qui contribuent à définir le plasma.

— La longueur de Debye électronique :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e(K)}{n_e e^2}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 T_e(eV)}{n_e e}} \quad (1)$$

avec $k_B = 1,38e^{-23} \text{J.K}^{-1}$ la constante de Boltzmann, $\varepsilon_0 \approx 8,85e^{-12} \text{F m}^{-1}$ la permittivité diélectrique du vide, e la charge électronique, $e = 1,6e^{-19} \text{C}$ la charge élémentaire, n_e la densité électronique et T_e la température électronique où $T(eV) = \frac{k_B}{e} T(K)$. La longueur de Debye est la distance caractéristique définissant la capacité du plasma à écranter (occulter) le champ électrique. Les électrons sont accélérés par le champ électrique ce qui laisse place à une charge positive. Ceci induit un champ électrique qui va chercher à ralentir le mouvement des électrons dans une sphère de rayon λ_D . À cause de cet effet, pour pouvoir maintenir une décharge il faut que la taille L de cette décharge respecte la condition

$$L \gg \lambda_D, \quad (2)$$

sinon les électrons sont perdus trop rapidement par diffusion.

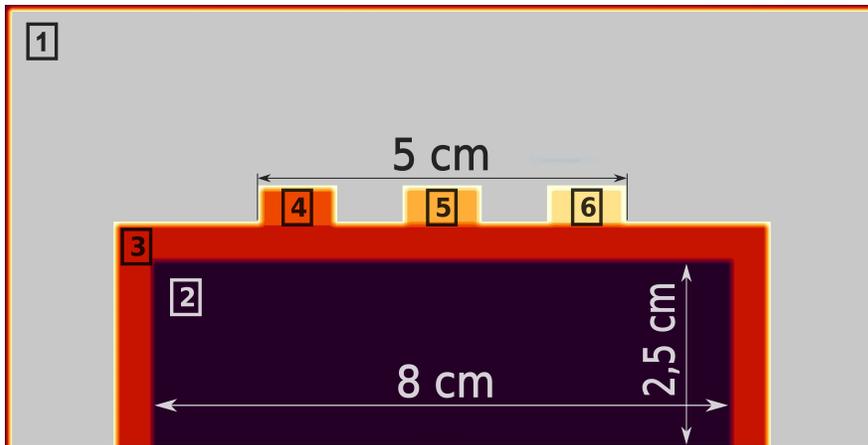
— La fréquence plasma ω_p , qui est la fréquence caractéristique des ondes de plasmas, peut s'écrire comme :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \varepsilon_0}} \quad (3)$$

avec m_e la masse d'un électron. Cette onde plasma est en fait l'oscillation des charges créées en réponse à des perturbations externes. Cette fréquence ω_p peut être vue comme l'échelle de temps ω_p^{-1} qui opère sur une force de rappel qui tend à restaurer la neutralité du plasma. La neutralité n'est jamais atteinte car dès l'instant où n_e retrouve sa valeur initiale, l'énergie potentielle du déplacement est convertie en énergie cinétique et les électrons sont alors emportés par inertie, une nouvelle charge d'espace est alors créée. Il faut ensuite recommencer le processus est c'est ce qui explique cette fréquence ω_p d'oscillation du plasma.

0.2 Décharge de type ICP

Nous simulons une décharge ICP (*Inductively Coupled Plasma*) de configuration cylindrique alimentée par un courant radio fréquence de 8MHz (RF) comme dans les publications de NACHER *et al.* [14, 15]. Le plasma est créé dans une enceinte cylindrique diélectrique autour de laquelle des spires de bobine parcourues par le courant RF sont enroulées. Pour pouvoir comparer les résultats, nous avons choisi nous aussi un domaine cylindrique, de rayon 2,5cm et de longueur 8cm, entouré par trois spires de bobine et avec une pression du gaz à 0,3torr. Avec ces paramètres, nous obtenons $L = 0,08$ m, λ_D de l'ordre de 10^{-4} – 10^{-5} m, ce qui confirme la présence d'un plasma d'après la condition donnée par l'équation (3). Notre étude a commencé avec le cas à 0,3 Torr, pour passer ensuite à des pressions différentes et observer l'impact de ces variations ainsi que les mécanismes en jeu.



Légende :

- [1] : vide
- [2] : hélium
- [3] : diélectrique
- [4] et + : spires de bobine

FIGURE 1 : Représentation axisymétrique de l'enceinte plasma utilisée dans nos simulations

Le principe d'une décharge ICP est que le champ électrique vient induire un courant à l'intérieur de l'enceinte qui va créer et entretenir cette décharge. Ce type de décharge crée un plasma basse pression et haute densité électronique (comparée à la densité d'une décharge capacitive), c'est-à-dire qu'il a un régime de fonctionnement efficace pour des densités électroniques de l'ordre de $10^{12} \lesssim n_0 \lesssim 10^{18} \text{ m}^{-3}$.

Dans certaines conditions, le plasma peut empêcher le champ électromagnétique de pénétrer, on dit qu'il l'écrante. Le champ électromagnétique adopte alors un comportement d'onde évanescente dirigé par la constante de décroissance qui vaut

$$\alpha = -\frac{\omega}{c} \text{Im} \left(\kappa_p^{1/2} \right) \equiv \delta_p^{-1} \quad (4)$$

avec δ_p l'épaisseur de peau, ω la fréquence angulaire et κ_p la permittivité complexe du plasma. On suppose $\omega_p/\omega \gg 1$, ce qui nous permet d'écrire κ_p comme :

$$\kappa_p = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\nu_m)} \approx -\frac{\omega_p^2}{\omega^2(1 - j\nu_m/\omega)} \quad (5)$$

L'épaisseur de peau δ_p correspond à la profondeur à laquelle l'onde électromagnétique arrive à pénétrer avant d'être occultée.

Comme nous ne sommes pas dans un cas où $\nu_m \ll \omega$ mais avec ν_m de l'ordre de 10^8 et $\omega = 8.10^6 \text{Hz}$, cela veut dire que nous sommes dans un plasma collisionnel. On peut écrire la permittivité complexe du plasma comme $\kappa_p = j\omega_p^2/\omega\nu_m$ et l'épaisseur de peau s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \delta_p &= -\frac{c}{\omega} \text{Im} \left(\left(\frac{\omega\nu_m}{j\omega_p^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \\ &= c \left(\frac{2\nu_m}{\omega\omega_p^2} \right)^{\frac{1}{2}} . \end{aligned} \quad (6)$$

Dans nos conditions, cette épaisseur de peau est bien plus grande que la taille du plasma et du coup n'entre pas en jeu.

1 MODÉLISATION D'UN PLASMA INDUCTIF : RECHERCHE DES MÉCANISMES DE POLARISATION DE L'HÉLIUM- 3 (^3He)

1.1 Introduction

Le programme *BOD* (pour solveur *Boltzmann 0D*) a été pensé pour résoudre l'équation de Boltzmann dépendante du temps dans le cas d'une décharge d'hélium. Ce modèle collisionnel-radiatif permet de suivre l'évolution des densités des 42 premiers sous-états de l'hélium en tenant compte de l'ensemble des processus réactionnels importants pour des pressions $P \leq 760 \text{ torr}$. Nous nous sommes cependant limités aux 18 premiers pour les simulations présentées ici (quelques simulations comparatives ont montré un faible impact sur les densités et une forte réduction du temps de calcul). Habituellement, les modèles ont tendance à user d'états effectifs représentant l'ensemble des états métastables et des états excités dans deux valeurs généralisant les réactions chimiques en jeu dans la décharge et leurs taux de réaction. Ce qui fournit un set d'éléments réduit (le fondamental et, un état métastable et un état excité généraux) à modéliser ce qui accélère le calcul mais peut apporter des imprécisions. Le programme, en suivant l'évolution de ces nombreux sous-états nous permet d'avoir une valeur assez précise des densités des deux états métastables, 2^3S et 2^1S , ainsi que de l'état excité 2^3P qui sont acteurs dans les réactions de polarisation par effet MEOP (voir section 1.3). Ce projet se partage en trois étapes pour l'étude de la polarisation de ^3He . D'abord, trouver la puissance appliquée à la décharge pour se placer dans le régime plasma proche de l'extinction comme décrit dans [14] en utilisant le modèle fluide *Plasmasim* (modèle qui sera décrit plus en détail dans la partie 2). Ensuite, obtenir par l'utilisation du solveur 0D les densités des espèces à l'état stationnaire. Et enfin calculer les taux de polarisation en utilisant un modèle de taux qui résout les équations de polarisation de [15].

1.2 Modèle collisionnel-radiatif 0D d'une décharge plasma d'hélium

Le programme *BOD* prend comme conditions initiales en entrées les caractéristiques de la décharge, à savoir la pression et température du gaz, la densité et température initiale électronique, le champ électrique ou la puissance absorbée, et la fréquence du courant. Et, bien que le modèle soit 0D, il faut aussi renseigner dans les conditions initiales les dimensions de l'enceinte du plasma parce que les pertes de particules par diffusion aux parois sont estimées et prises en compte. Il est donc possible d'adapter nos conditions pour pouvoir modéliser différents types de décharge. Dans notre cas nous avons choisi nos conditions pour observer un plasma similaire à celui décrit dans [14], à savoir les conditions citées plus haut dans la section 0.2 de la présentation générale.

Ce modèle a aussi la particularité de supposer que la plupart des électrons sont confinés dans le plasma et que seuls ceux qui sont capables de surmonter le potentiel de gaine, soit ceux avec les énergies les plus élevées, sont perdus à la vitesse de diffusion libre. Il suppose aussi que les nouveaux électrons dûs à l'ionisation Penning et l'ionisation associative sont créés avec une énergie non nulle égale à la différence entre celle des réactifs initiaux et celle des produits finaux.

1.2.1 Modèle physique

L'équation principale de notre modèle est l'équation de Boltzmann des électrons (EBE) spatialement homogène qui décrit la cinétique des électrons, moyennée spatialement, dans un gaz ionisé :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = C_E[f] + C_{el}[f] + C_{ee}[f] + C_{in}[f] + C_{amb}[f] \quad (1.1)$$

où $f = f(\varepsilon, t)$ est la fonction de distribution d'énergie des électrons (EEDF), avec $\varepsilon = \frac{m_e v^2}{2}$ l'énergie des électrons. Les trois premiers termes de la partie droite de l'équation, $C_E[f]$, $C_{el}[f]$ et $C_{ee}[f]$ décrivent les changements de la fonction de distribution dûs au chauffage par le champ électrique, les collisions élastiques entre les électrons et les atomes neutres, et les collisions électrons-électrons, respectivement. Le suivant, $C_{in}[f]$, correspond aux collisions inélastiques entre électrons et ions, atomes neutres et molécules, ainsi que les effets des collisions de particules lourdes sur l'EEDF comme l'ionisation Penning et l'ionisation associative. Le dernier terme, $C_{amb}[f]$, représente la perte d'électrons par diffusion ambipolaire en fonction de l'énergie.

1.2.1.1 Collisions élastiques et terme de chauffage

Pour un cas haute fréquence (HF), si

$$\frac{\omega}{N} \gg \left(2 \frac{m}{M_g}\right) \sigma_m \left(\frac{2\varepsilon}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.2)$$

où N est la densité de gaz, ε l'énergie des électrons et σ_m la fréquence totale de transfert de quantité de mouvement, est respecté alors le champ HF peut être estimé comme un champ de courant continu (DC) effectif [10]. L'impact de ω sur l'EEDF, les paramètres de transports, les taux de réactions et d'autres paramètres, a été comparé entre le cas DC et le cas HF dans [1]. Ils ont montré que pour des champs réduits effectifs de l'ordre de 10^{-16} – 10^{-15} V cm², typiques des décharges à basse pression, les propriétés de la cinétique moyenne des électrons sont similaires. Cette hypothèse suppose que le champ HF, qu'on peut écrire en champ harmonique comme : $E(t) = E_0(t) \sin(\omega t)$, d'amplitude E_0 et de fréquence angulaire ω , oscille suffisamment vite pour qu'il soit perçu par les autres espèces comme un champ DC. Cette approximation est bien établie dans le domaine des micro-ondes et pour des fréquences plus élevées (10^9 Hz et plus). Cependant

le cas que nous étudions est à une fréquence limite du domaine de fonctionnement vérifié. *BOD* suppose que cette approximation est aussi valable dans notre situation, mais cela implique que la fonction de distribution, et donc l'énergie moyenne, n'oscille pas au cours de la période et que seul le courant, donc la vitesse moyenne, est oscillant. Par l'étude de la même situation avec le modèle fluide *Plasmasim* on obtient une résolution temporelle du champ et d'une équation d'énergie. On observe que l'énergie moyenne oscille mais très peu, ce qui tend à confirmer le choix de *BOD* à appliquer cette hypothèse ici.

On écrit alors les trois premiers termes de l'équation (1.1) comme :

$$C_E[f] + C_{el}[f] + C_{ee}[f] = - \left[\varepsilon^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(A f_0 + B \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) \right] \quad (1.3)$$

où

$$A = \frac{2 m_e}{M_g} \varepsilon^{\frac{3}{2}} \nu_{mt}(\varepsilon) + 2 \nu_{ee}(\varepsilon, t) \varepsilon^{\frac{3}{2}} I(\varepsilon, t)$$

$$B = \frac{2}{3} \varepsilon^{\frac{3}{2}} \nu_{mt}(\varepsilon) \left(\varepsilon_c(\varepsilon, t) + \frac{3 m_e}{M_g} T_e(eV) \right) + 2 \nu_{ee}(\varepsilon, t) \varepsilon^{\frac{3}{2}} J(\varepsilon, t)$$

et

$$I(\varepsilon, t) = \int_0^\varepsilon f(\varepsilon', t) \sqrt{\varepsilon'} d\varepsilon'$$

$$J(\varepsilon, t) = \frac{2}{3} \left[\int_0^\varepsilon f(\varepsilon', t) \varepsilon'^{\frac{3}{2}} d\varepsilon' + \varepsilon^{\frac{3}{2}} \int_\varepsilon^\infty f(\varepsilon', t) d\varepsilon' \right]$$

avec ν_{ee} la fréquence de collision électron-électron, ν_{mt} la fréquence de collision électron-neutre pour les transferts de quantité de mouvement, et ε_c l'énergie moyenne transférée aux électrons par collisions avec le champ électrique. Ces trois derniers éléments s'écrivent :

$$\nu_{ee} = 4\pi n_e (e^2 / 4\pi \varepsilon_0 m_e)^2 (\ln(\Lambda_c) / v^3) \quad (1.4)$$

avec $\ln(\Lambda_c)$ le logarithme de Coulomb et $v = \sqrt{2\varepsilon/m_e}$,

$$\nu_{mt} = N_g \sigma_{mt} \left(\frac{2\varepsilon}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.5)$$

avec σ_{mt} la section efficace associée à ν_{mt} ,

$$\varepsilon_c(\varepsilon, t) = \left(\frac{e^2}{2 m_e} \right) E_0(t)^2 \left(\nu_{mt}^2(\varepsilon) + \omega^2 \right)^{-1} . \quad (1.6)$$

1.2.1.2 Collisions inélastiques

Les collisions qui font changer les états quantiques des particules lourdes et qui affectent l'énergie des électrons libres impliqués dans la réaction sont les collisions inélastiques et leur impact sur

l'équation de Boltzmann est pris en compte par le terme $C_{in}[f]$. Ce terme considère les réactions par impact électronique. Ces réactions sont données dans le tableau 1.1. Le terme de collisions inélastiques tient compte, entre autres des processus d'excitation et de désexcitation (réaction 2), d'ionisation par impact électronique (réaction 3), l'ionisation par les molécules excimères et leur dissociation (réactions 4 et 6), la recombinaison à trois corps (réaction 5) et les ionisations Penning et associative (réactions 8 et 9) qui créent de nouveaux électrons libres.

1.2.2 Modèle chimique utilisé par BOD (solveur Boltzmann 0D)

Le tableau suivant est tiré de [5].

TABLEAU 1.1 : Réactions chimiques de l'hélium utilisées dans BOD

#	Réaction	taux de réaction	Source
Processus par impact électronique			
1	$\text{He} + e^- \longrightarrow \text{He} + e^-$	$\langle \sigma_{el} \nu \rangle$	[3]
2	$\text{He}(n, l, s) + e^- \rightleftharpoons \text{He}(n', l', s') + e^-$	$\langle \sigma_{ex/dx} \nu \rangle$	[1, 19]
3	$\text{He}(n, l, s) + e^- \rightleftharpoons \text{He}^+ + e^- + e^-$	$\langle \sigma_{io} \nu \rangle$	[1, 19]
4	$\text{He}_2^* + e^- \longrightarrow \text{He}_2^+ + e^- + e^-$	$\langle \sigma_{3io} \nu \rangle^c$	[12, 19]
5	$\text{He}_2^+ + e^- + e^- \xrightarrow{0.5} \text{He}_2^* + e^-$ $\xrightarrow{0.5} \text{He}(2^3\text{S}) + \text{He} + e^-$	$\langle \sigma_{3rcb} \nu \rangle^d$	[12, 16, 19]
6	$\text{He}_2^* + e^- \longrightarrow 2 \text{He} + e^-$	$\langle \sigma_{diss} \nu \rangle$	[19]
7	$\text{He}_2^+ + e^- \xrightarrow{0.645} \text{He}(2^3\text{P}) + \text{He}$ $\xrightarrow{0.341} \text{He}(2^1\text{S}) + \text{He}$ $\xrightarrow{0.011} \text{He}(2^3\text{S}) + \text{He}$ $\xrightarrow{0.003} \text{He}(2^1\text{P}) + \text{He}$	$\langle \sigma_{rcb} \nu \rangle$	[17, 19]
Réactions particules lourdes			
8	$\text{He}(2)^e + \text{He}(2) \xrightarrow{0.3} \text{He}^+ + \text{He} + e^-$ $\xrightarrow{0.7} \text{He}_2^+ + e^-$	$2.9 \times 10^{-15} \left(\frac{T_g(K)}{300} \right)^{-1.86} [m^3 s^{-1}]$	[19]
9	$\text{He}(n \geq 3, l, s) + \text{He} \longrightarrow \text{He}_2^+ + e^-$	voir références	[1, 19]
10	$\text{He}(n, l, s) + \text{He} \longrightarrow \text{He}(n', l', s') + \text{He}$	voir références	[1]
11	$\text{He}(2) + \text{He}_2^* \xrightarrow{0.15} \text{He}^+ + 2 \text{He} + e^-$ $\xrightarrow{0.85} \text{He}_2^+ + \text{He} + e^-$	$2.9 \times 10^{-15} \left(\frac{T_g(K)}{300} \right)^{0.5} [m^3 s^{-1}]$	[21]
12	$\text{He}_2^* + \text{He}_2^* \xrightarrow{0.15} \text{He}^+ + 3 \text{He} + e^-$ $\xrightarrow{0.85} \text{He}_2^+ + 2 \text{He} + e^-$	$1.5 \times 10^{-15} \left(\frac{T_g(K)}{300} \right)^{0.5} [m^3 s^{-1}]$	[21]
13 _a	$\text{He}^+ + 2 \text{He} \longrightarrow \text{He}_2^+ + \text{He}$	$1.4 \times 10^{-43} \left(\frac{T_g(K)}{300} \right)^{-0.6} [m^6 s^{-1}]$	[19]
13 _b	$\text{He}_2^+ + \text{He} \longrightarrow \text{He}^+ + 2 \text{He}$	$\frac{1.4 \times 10^{-12}}{T_g^{-0.6}(K)} \exp \left[\frac{-28100}{T_g(K)} \right] [m^3 s^{-1}]$	[19]
14	$\text{He}(2^3\text{S}) + 2 \text{He} \longrightarrow \text{He}_2^* + \text{He}$	$\left(8.7 \exp \left[-\frac{750}{T_g(K)} \right] + 0.41 \exp \left[-\frac{200}{T_g(K)} \right] \right) T_g(K) \times 10^{-48} [m^6 s^{-1}]^f$	[11, 19]
15 _a	$\text{He}(2^3\text{P}) + 2 \text{He} \longrightarrow \text{He}_2^* + \text{He}$	$\left(2.5 + \frac{267}{T_g(K)} \right) \times 10^{-44} [m^6 s^{-1}]$	[22]
15 _b	$\text{He}_2^* + \text{He} \longrightarrow \text{He}(2^3\text{P}) + 2 \text{He}$	$3.6 \times 10^{-20} [m^3 s^{-1}]$	[19]
Transitions radiatives			
16	$\text{He}(n = 2, 3, 4) \longrightarrow \text{He}(n = 2, 3) + h\nu$	$A_i^j [s^{-1}]$	[2, 19]

^a Toutes les simulations ont été réalisées avec une température du gaz à $T_g = 300\text{K}$.

^b He_2^* correspond au métastable moléculaire $\text{He}_2(a^3\Sigma_u)$.

^c La section efficace d'ionisation par étape à trois corps est calculée depuis les taux donnés dans SANTOS [19] : $9,75e^{-16} T_e^{0,71} \exp[-3,4/T_e] [m^3 s^{-1}]$.

^d La section efficace de recombinaison à trois corps est calculée à partir de la relation d'équilibre détaillée entre les réactions 4 et 5.

^e $\text{He}(2)$ représente chacun des trois états atomiques dans l'état $n = 2$, $\text{He}(2^3\text{S})$, $\text{He}(2^1\text{S})$, $\text{He}(2^3\text{P})$.

^f Ce taux de réaction est donné pour une température $T_g < 750\text{K}$.

1.2.3 Puissance appliquée seuil

Pour obtenir un fort taux de polarisation de l'hélium-3, il faut respecter certaines conditions : on doit avoir une haute densité de métastables et des durées de vie des éléments assez longues (en particulier pour les atomes dans l'état fondamental qui portent la polarisation). On cherche alors un compromis entre ces deux hypothèses. Selon les résultats expérimentaux de NACHER *et al.* présentés dans [14], le meilleur compromis pour atteindre ces conditions se trouve proche de la limite d'extinction de la décharge. Il nous faut donc déterminer cette valeur pour que la simulation se place dans ce régime optimal de fonctionnement. Pour cela on va chercher à modéliser la même situation qu'auparavant mais cette fois avec un modèle fluide. Le solveur 0D ne nous permet pas de trouver cette limite d'extinction car il est capable de résoudre les équations, même pour de très faibles densités de puissance et d'électrons, bien que ces solutions physiques ne soient pas réalistes. C'est parce que BOD ne résout pas le champ de charge d'espace, mais suppose qu'il y a diffusion ambipolaire, même à très basse densité. C'est pourquoi les simulations avec *Plasmasim* (qui sera décrit plus tard) seront si nécessaires. Le programme *Plasmasim* prends en compte les effets spatiaux qu'il représente en géométrie 2D axisymétrique ce qui nous permet de mieux comprendre les phénomènes physiques en jeu dans l'espace et de pouvoir modéliser l'extinction de notre décharge. On peut, suite à ça, déterminer une puissance appliquée seuil en dessous de laquelle il n'y a plus de plasma dans l'enceinte. On a choisi d'imposer la condition de présence de plasma comme une condition de quasi-neutralité qu'on a fixé arbitrairement à

$$\frac{n_e}{n_i} \approx 0,9 . \quad (1.7)$$

Il n'y a cependant pas de réponse simple puisqu'on s'aperçoit avec le modèle en 2D-axisymétrique que la condition de présence d'un plasma dans l'enceinte varie dans l'espace. On peut poser facilement deux limites d'existence d'un plasma, celle de présence majoritaire dans l'espace avec les valeurs de densités moyennées dans le volume et celle de présence minimale avec les densités maximales atteintes dans l'enceinte. Comme BOD est en 0D il n'est pas question de valeur maximale ou moyennée dans le volume. Bien qu'on prenne en compte les dimensions de l'enceinte, le code ne s'en sert que pour déterminer les pertes au parois par diffusion ambipolaire. Pour déterminer la densité de puissance seuil avec BOD, on varie la puissance absorbée et on retient le cas qui donne $R/\lambda_D = 10$ (où R est le rayon de l'enceinte et λ_D est la longueur de Debye).

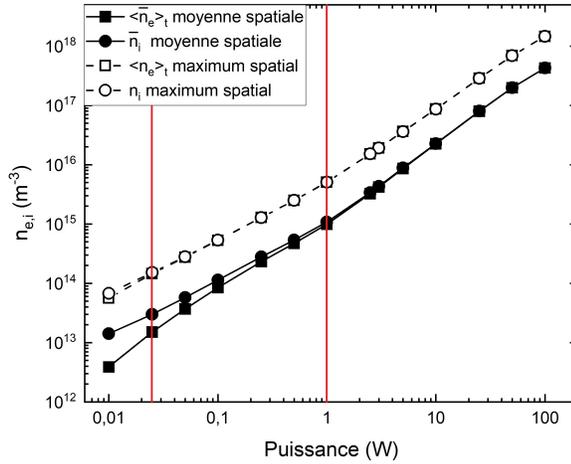


FIGURE 1.1 : Comparaison des densités $n_{e,i}$ entre les valeurs moyennées et maximales dans l'espace obtenues avec le code fluide 2D à 0,3torr

Dans ce graphique 1.1, et tous les suivants (sauf mention contraire), n_i correspond à la densité ionique totale, c'est-à-dire la somme des densités de He^+ et He_2^+ .

Les deux axes rouges verticaux sur la figure 1.1 représentent à gauche la puissance seuil pour les densités maximales atteintes dans le volume, et à droite celle pour les densités moyennées dans l'espace. Cela signifie que du plasma est présent durant toute la gamme de puissances entre ces deux axes. Le plasma ne remplit simplement plus la quasi-totalité du volume. On fixe alors graphiquement la puissance seuil comme une valeur médiane.

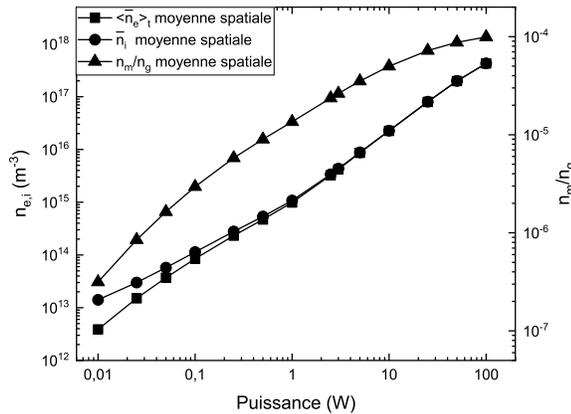


FIGURE 1.2 : Valeurs des densités $n_{e,i}$ et de la densité normalisée de métastables n_m/n_g en fonction de la puissance

On trouve ainsi une puissance seuil et une valeur de densité de métastables sur la densité de gaz associée qui est obtenue en reportant cette puissance seuil sur la figure 1.2. On trouve dans les publications du Pr.NACHER [14, 15] une valeur expérimentale de n_m/n_g pour un plasma proche de l'extinction de 2ppm ce qui est bien comparable à la valeur que nous avons trouvé et qui tend à conforter notre approche. Avec cette valeur de puissance seuil validée, nous avons pu

établir une règle de pouce où la puissance limite pour avoir un plasma quasi-neutre dans l'enceinte correspond à celle pour laquelle on obtient

$$\frac{R}{\lambda_D} \simeq 10 , \quad (1.8)$$

où R est le rayon de l'enceinte cylindrique.

1.2.4 Résultats

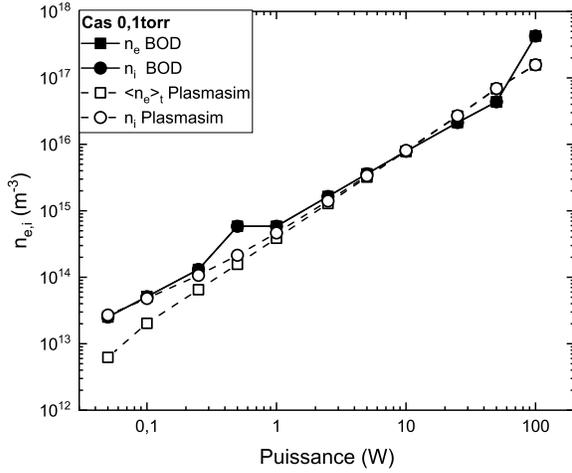


FIGURE 1.3 : Comparaison des densités n_e et n_i entre *BOD* et *Plasmasim* à 0,1torr

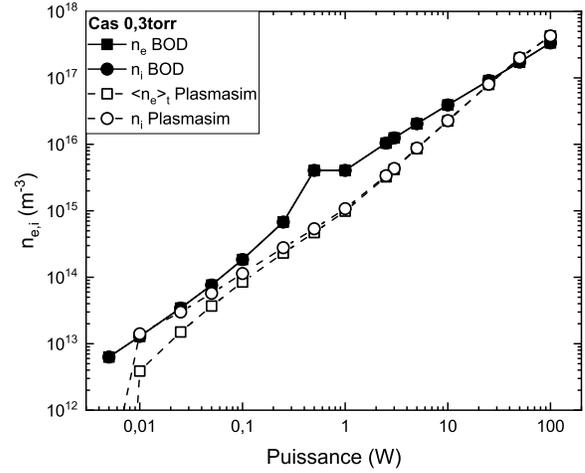


FIGURE 1.4 : Comparaison des densités n_e et n_i entre *BOD* et *Plasmasim* à 0,3torr

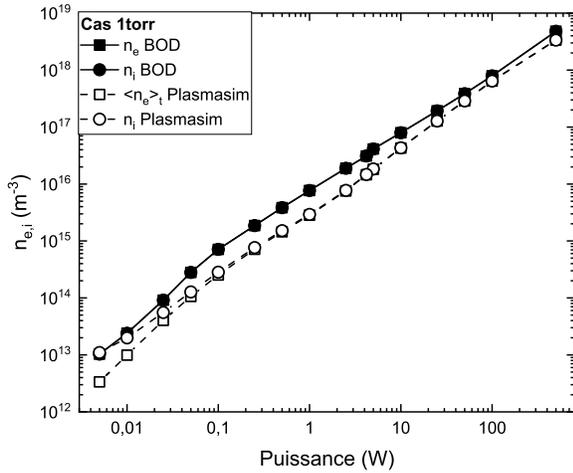


FIGURE 1.5 : Comparaison des densités n_e et n_i entre *BOD* et *Plasmasim* à 1torr

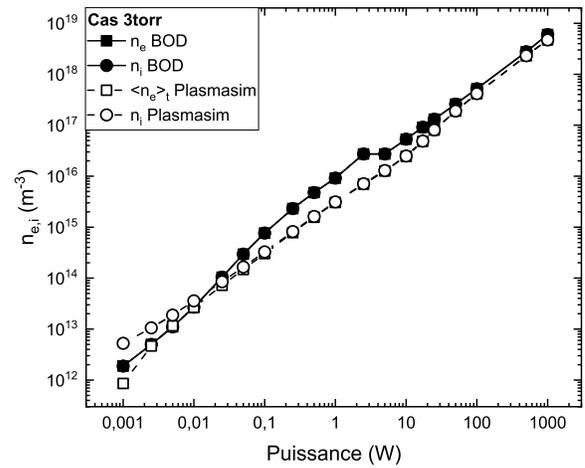


FIGURE 1.6 : Comparaison des densités n_e et n_i entre *BOD* et *Plasmasim* à 3torr

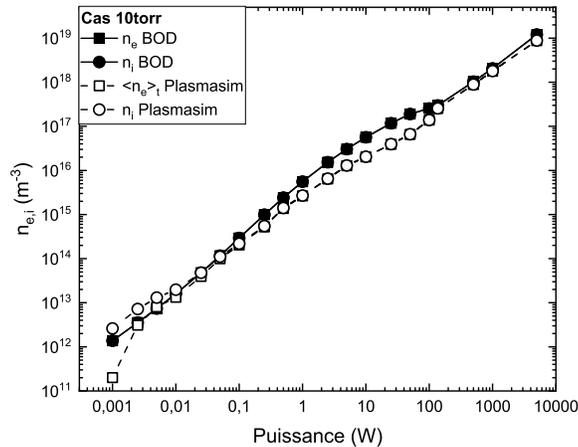


FIGURE 1.7 : Comparaison des densités n_e et n_i entre *BOD* et *Plasmasim* à 10torr

On a fait une série de simulations à différentes pressions pour comparer les résultats obtenus avec *BOD* avec ceux avec *Plasmasim* (figures 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7). On observe une bonne similitude entre les résultats obtenus avec les deux modèles pour toutes les pressions testées, ce qui valide notre approche de la recherche d'une puissance seuil avec un modèle fluide et un jeu de réactions plus simplifié (réactions de *Plasmasim* dans le tableau 2.1).

On remarque que, contrairement à *Plasmasim*, les densités n_e et n_i sont égales pour toutes les puissances dans les simulations de *BOD*. C'est cet effet qui nous a forcé à récupérer la puissance appliquée pour une décharge proche de l'extinction. Cela signifie que *BOD* calcule les densités de manière à respecter la condition de quasi-neutralité d'un plasma ($n_e = n_i$) alors que pour certaines basses puissances cette condition n'est plus observée.

1.3 Étude de la polarisation d'un plasma d'hélium

1.3.1 Principe du MEOP

Le MEOP est basé sur le pompage optique à une longueur d'onde approximative de 1083 nm de l'état métastable 2^3S_1 vers un ou plusieurs des états 2^3P_0 , 2^3P_1 ou 2^3P_2 de ^3He (notation spectroscopique $n^{2S+1}L_J$ où n est le nombre quantique principal, S le nombre quantique de spin, L le nombre quantique orbital et J le nombre quantique de moment angulaire total prenant les valeurs entre $|L - S|$ et $L + S$). Pour comprendre le principe du MEOP il est nécessaire de décrire la structure hyperfine des états 2^3S_1 et 2^3P .

L'interaction des électrons avec le noyau introduit un couplage caractérisé par le nombre quantique F qui prend les valeurs entre $|J - I_N|$ et $J + I_N$ où I_N est le nombre quantique de spin nucléaire qui vaut $3/2$ pour ^3He . Chaque valeur de F admet les $2F + 1$ microétats de moment magnétique m_F entre $-F$ et F . Pour l'état métastable 2^3S_1 , $J = 1$ et donc $F = 1/2, 3/2$ ($2 + 4$ microétats). Il y a donc 6 microétats distribués sur 2 niveaux d'énergie caractérisés par les 2 paires J, F . Pour les états 2^3P , $J = 0, 1, 2$ et donc $F = 3/2$ (4 microétats) pour $J = 0$, $F = 1/2, 3/2$ ($2 + 4$ microétats) pour $J = 1$ et $F = 1/2, 5/2$ ($2 + 6$ microétats) pour $J = 2$. Il y a donc 18 microétats entre $m_F = -5/2$ et $5/2$ distribués sur 5 niveaux d'énergie caractérisés par les 5 paires J, F .

Le calcul des niveaux d'énergie sort du cadre de ce travail et est simplement illustré qualitativement sur la Figure 1(a). Il en est de même du calcul des règles de sélection pour le pompage optique qui est illustré sur la Figure 1(b). Il y a 9 schémas de pompage optique ($C_1 - C_9$) qui se distinguent par la longueur d'onde du laser. Cependant, pour chaque schéma, il existe 3 sous-schémas qui dépendent de la polarisation du laser (σ^\pm pour $\Delta m_F = \pm 1$ et π pour $\Delta m_F = 0$) et qui couplent des microétats différents de 2^3S_1 et 2^3P .

Le pompage optique produit un déséquilibre entre les moments magnétiques $m_F > 0$ et $m_F < 0$ des états métastables 2^3S créant ainsi un moment magnétique net dans l'atome de ^3He . Par

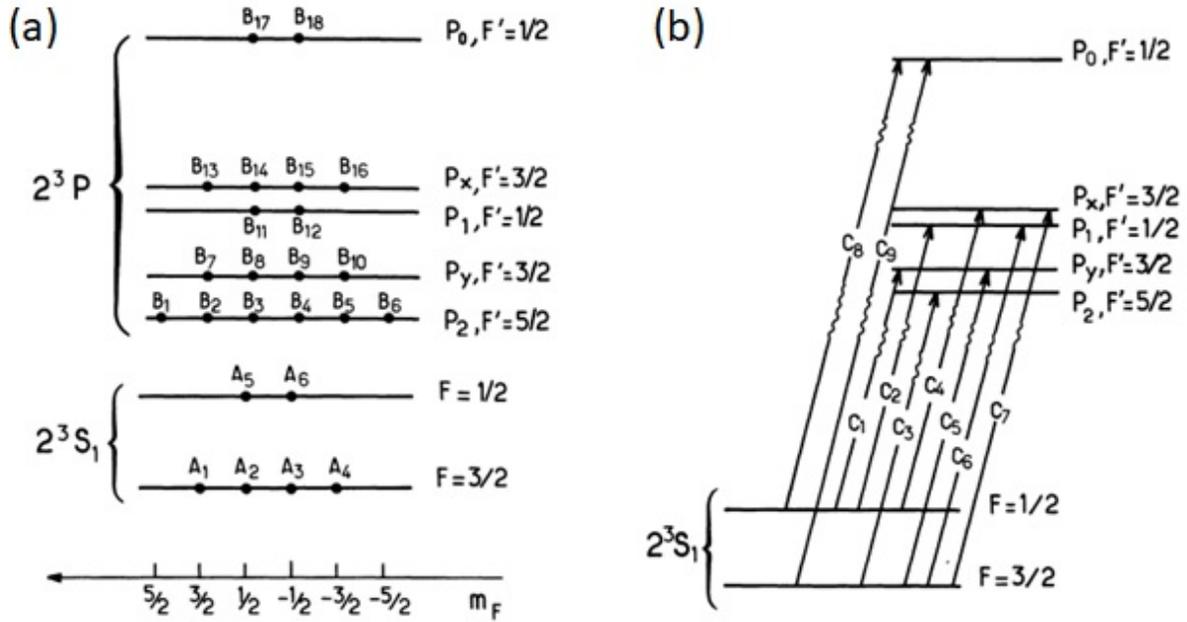
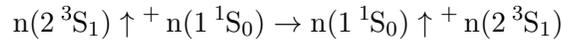


FIGURE 1.8 : (a) Niveaux d'énergie des états 2^3S_1 et 2^3P de ^3He . (b) Transitions optiques possibles entre 2^3S_1 et 2^3P .

couplage hyperfin, ce moment magnétique induit une orientation définie du noyau dans l'espace. Par collisions, les états métastables 2^3S_1 peuvent transférer leur nature métastable aux atomes dans l'état fondamental 1^1S_0 (échange de la métastabilité). Le nouvel état métastable obtenu, dont le noyau n'est pas polarisé, peut à son tour polariser son noyau sous l'effet du pompage optique. La polarisation des noyaux s'étend ainsi dans le plasma par suite de l'échange de la métastabilité. Ce processus peut se résumer par la réaction élémentaire



où le symbole \uparrow dénote la polarisation du noyau.

1.3.2 Modèle de Nacher et Leduc

On définit les a_i comme les densités des 6 sous-niveaux hyperfins du métastable 2^3S_1 et les b_i comme les densités des 18 sous-niveaux hyperfins de l'état pompé 2^3P . On a les égalités : $\sum_i a_i = n_{2^3S_1}$ et $\sum_j b_j = n_{2^3P}$ où $n_{2^3S_1}$ et n_{2^3P} sont respectivement les densités des états 2^3S_1 et 2^3P .

On définit aussi N la densité des atomes de ^3He dans l'état fondamental 1^1S_0 . La polarisation de leurs noyaux est définie comme

$$P = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = \frac{N_+ - N_-}{N}$$

où N_+ et N_- sont les densités des noyaux de ${}^3\text{He}$ ayant des polarisations en directions opposées (l'alignement étant effectué grâce à un champ magnétique quelconque). Ces densités peuvent être extraites de P par la relation $N_{\pm} = \frac{1}{2}(1 \pm P)$.

L'évolution des a_i , des b_j et de P est donnée par :

$$\frac{da_i}{dt} = \nu_r \left(\sum_k \frac{a_k}{6} - a_i \right) + \nu_e \sum_k (E_{ik} + PF_{ik}) a_k + \sum_j \nu_{ij} (b_j - a_i) + \nu_{rad} \sum_j T_{ij} b_j \quad (1.9)$$

$$\frac{db_j}{dt} = -\nu_{rad} b_j + \sum_i \nu_{ij} (a_i - b_j) + \nu_{dep} \left(\sum_k \frac{b_k}{18} - b_j \right) \quad (1.10)$$

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P}{T_r} + \frac{1}{T_e} \left[-P + \sum_i \lambda_i \frac{a_i}{\sum_k a_k} \right] \quad (1.11)$$

Dans ces expressions,

- ν_r est le taux de relaxation des a_i vers la valeur moyenne $\sum_i \frac{a_i}{6} = \frac{1}{6} n_{2^3S}$;
- $\nu_e = \langle \sigma_e v \rangle N$ est le taux d'échange de métastabilité pour les 2^3S_1 , σ_e est la section efficace d'échange de métastabilité et v est la vitesse des atomes;
- $\nu_{ij} b_j$ correspond à l'émission stimulée;
- $T_e = \frac{N}{n_{2^3S}} \frac{1}{\nu_e}$ est le temps d'échange de métastabilité pour les 1^1S_0 ;
- T_r est le temps de relaxation de la polarisation des noyaux vers $P = 0$;
- ν_{dep} est le taux de relation des b_j vers la valeur moyenne $\sum_j \frac{b_j}{18} = \frac{1}{18} n_{2^3P}$;
- ν_{rad} est le taux de désexcitation radiatif des 2^3P ;
- $\nu_{ij} = \bar{\gamma}_k T_{ij}$ est le taux d'absorption de la lumière pour la transition C_k ($k = 1-9$) entre 2^3S_1 et les 2^3P où T_{ij} ($i = 1-6, j = 1-18$) est la matrice qui relie les a_i aux b_j pour une polarisation donnée du laser (règles de sélection) et $\bar{\gamma}_k = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\alpha f}{m_e \omega_k^0} \frac{P_L}{S}$. Dans cette expression, α est la constante de structure fine, f est la force d'oscillateur, m_e est la masse de l'électron, P_L est la puissance du laser, S est la section du faisceau laser, ω_k^0 est la fréquence angulaire de la transition k dans le repère de l'atome, $D = \frac{\omega_k^0}{2\pi c} \sqrt{\frac{2k_B T_a}{M_a}}$ où c est la vitesse de la lumière, k_B est la constante de Boltzmann, T_a est la température des atomes de ${}^3\text{He}$ et M_a est leur masse.

$$— E = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} -9 & 3 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 3 & -13 & 4 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & -13 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & -9 & 0 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 0 & -13 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 6 & 1 & -13 \end{pmatrix};$$

$$- F = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 9 & 3 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ -3 & 3 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -4 & -3 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -9 & 0 & -6 \\ -6 & 0 & 2 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 6 & -1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$- \lambda = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

La matrice T est de dimension 6×18 , mais comme indiqué sur la Figure 1(b), il y a seulement 9 façons de pomper les a_i vers les b_j qui se distinguent par la longueur d'onde de la transition. Dans la suite nous considérerons la transition C_9 qui correspond à la plus petite longueur d'onde d'excitation et nous considérerons la polarisation circulaire σ^+ . Dans cette configuration, a_3 est relié à b_{17} et a_4 est relié à b_{18} avec les probabilités respectives $T_{317} = 0.09344$ et $T_{418} = 0.28014$.

Dans (1.9), les termes du membre de droite représentent respectivement la relaxation des a_i vers leur valeur moyenne, l'échange de métastabilité, le pompage des a_i vers les b_i par le laser, incluant l'émission stimulée, et finalement l'émission spontanée des 2^3P vers 2^3S_1 . Dans (1.10), les termes du membre de droite représentent respectivement l'émission spontanée du 2^3P vers le 2^3S_1 , le pompage des a_i vers les b_i et la relaxation des b_i vers leur valeur moyenne. Dans (1.11), le premier terme du membre de droite représente la dépolarisation spontanée des noyaux de 3He et le second terme représente le transfert collisionnel de la polarisation des 2^3S_1 vers les 1^1S_0 .

1.3.3 Taux de création et de destruction

Le calcul des taux de création et de destruction est un des points que nous avons améliorés dans le code d'origine. Ils sont tous calculés mais ceux qui nous intéressent sont ceux des états métastables car ils entrent en jeu dans le calcul de la polarisation.

À l'état stationnaire, les densités des espèces doivent être constantes, ce qui implique que les taux de création et de destruction doivent être égaux. On peut donc supposer que les métastables sont créés et détruits au même rythme $\nu_r n_m$, où ν_r est le taux de création/destruction des métastables et n_m est la densité des métastables. On peut écrire ces effets comme :

$$\left. \frac{\partial n_m}{\partial t} \right|_{\text{création}} = \nu_r n_m \quad , \quad \left. \frac{\partial n_m}{\partial t} \right|_{\text{destruction}} = -\nu_r n_m \quad . \quad (1.12)$$

Le métastable 2^3S_1 est composé de 6 sous-états de densités telles que $n_m = \sum_{i=1}^6 a_i$, on peut réécrire l'équation (1.12) avec ça ce qui donne :

$$\left. \frac{\partial a_i}{\partial t} \right|_{\text{création}} = \frac{\nu_r}{6} \sum_j a_j \quad , \quad \left. \frac{\partial a_i}{\partial t} \right|_{\text{destruction}} = -\nu_r a_i \quad , \quad (1.13)$$

ce qui amène à

$$\frac{\partial a_i}{\partial t} = \frac{\partial a_i}{\partial t} \Big|_c + \frac{\partial a_i}{\partial t} \Big|_d = \nu_r \left(\frac{\sum_j a_j}{6} - a_i \right). \quad (1.14)$$

On remarque avec ça que le taux de création/destruction des métastables équivaut à une relaxation des sous-niveaux a_i . La même remarque peut être faite pour les coefficients b_j . On utilise ensuite ces taux pour le calcul de la polarisation.

À la lumière des simulations BOD, il s'avère que le modèle de relaxation de Nacher et Leduc [15] est trop simple car rien n'indique physiquement que ν_r et ν_{dep} doivent être égaux à ν'_r et ν'_{dep} . Il faut donc au moins les différencier dans les équations (1.9, 1.14).

1.3.4 Paramètres

- Les taux ν_r et ν_{dep} sont prélevés du programme BOD qui résout l'équation de Boltzmann.
- Le taux d'échange de métastabilité $\nu_e = \langle \sigma_e v \rangle N$ pour les 2^3S_1 est estimé de la façon suivante. En supposant que σ_e est indépendant de la vitesse des atomes qui entrent en collision, on obtient :

$$\nu_e \simeq \sigma_e \sqrt{\frac{2k_B T_a}{M_a}} N = 5.38 \times 10^{24} \sigma_e T_a^{-1/2} P$$

À une pression de 1 Torr (133.332 Pa) et à 300 K, Nacher et Leduc estiment que $\nu_e \simeq 4.55 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ (ce qui donne $\sigma_e \simeq 1.1 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$, soit environ 1 \AA^2). Donc, en supposant $T_a = 300 \text{ K}$, on obtient : $\nu_e \simeq 4.55 \times 10^5 P(\text{Torr}) \text{ s}^{-1}$.

- Le temps d'échange de métastabilité $T_e = \frac{N}{n_{2^3S} \nu_e}$ pour les 1^1S_0 s'exprime donc : $T_e \simeq 7.1 \times 10^{10} n_{2^3S}^{-1} (\text{cm}^{-3})$ où n_{2^3S} est donné par le programme BOD.
- Le taux de désexcitation radiatif des 2^3P a été mesuré comme $\nu_{rad} = 1.02 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$.
- Le taux de pompage optique $\bar{\gamma}_k = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\alpha f}{m_e \omega_k^0 D} \frac{P_L}{S}$ où $D = \frac{\omega_k^0}{2\pi c} \sqrt{\frac{2k_B T_a}{M_a}}$ à 300 K devient, avec $\omega_k^0 = 1.74 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $\alpha = 7.3 \times 10^{-3}$ et $f = 0.5391$: $\bar{\gamma}_k = 2.61942859 \times 10^3 \frac{P_L(\text{W})}{S(\text{m}^2)}$.

1.3.5 Résolution du modèle pour les paramètres de l'expérience à 0,3 Torr

Dans ce cas, la densité de la puissance seuil pour le maintien du plasma est estimée à $6.4 \times 10^{-4} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-3}$ (0.1 W dans un volume cylindrique de 2,5 cm de rayon et 8 cm de long). Dans ces circonstances BOD prévoit des taux de création/destruction des métastables 2^3S et des 2^3P qui prennent les valeurs suivantes : $\nu_r \simeq 2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ et $\nu_{dep} \simeq 7 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$.

La densité des métastables 2^3S estimée par BOD est $5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, ce qui fait un rapport $n_{2^3S}/n_{1^1S_0} \simeq 4.7 \times 10^{-6}$.

Le temps de relaxation T_r est estimé à 100 s par Nacher et Leduc dans les conditions présentes. Nous utilisons une puissance laser $P_L = 400$ mW distribuée sur une surface de 2,5 cm de rayon et nous choisissons de pomper optiquement la transition C_9 avec la polarisation circulaire σ^+ .

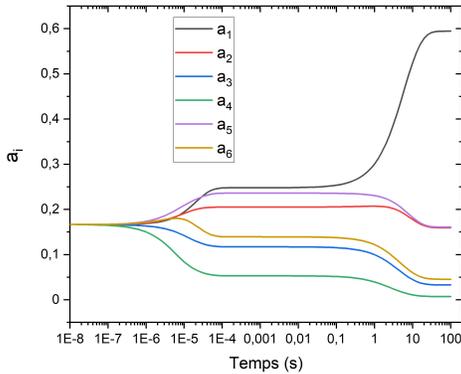


FIGURE 1.9 : Évolution des microétats a_i de l'état métastable 2^3S en fonction du temps

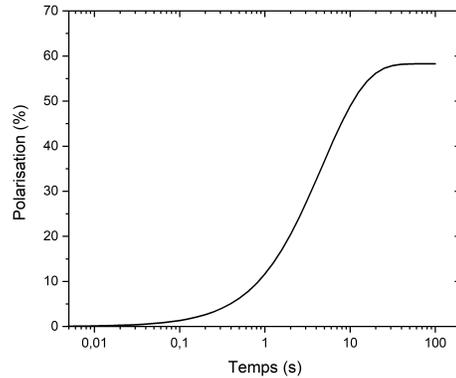


FIGURE 1.10 : Polarisation du gaz d'hélium en fonction du temps

L'évolution dans le temps des 6 microétats a_i de l'état métastable 2^3S est représentée sur la figure 1.9 et la polarisation du gaz résultante est représentée sur la figure 1.10. On constate sur la figure 1.9 que les microétats a_3 et a_4 sont minoritaires comme attendu en conséquence du pompage optique de ces deux états vers les microétats b_{17} et b_{18} de l'état 2^3P .

On constate que la polarisation atteint les 58%, ce qui constitue bon accord avec les polarisations mesurées dans des conditions similaires puisque ces dernières sont généralement inférieures à 70%.

2 MODÉLISATION D'UN PLASMA INDUCTIF : PRISE EN COMPTE D'UN COUPLAGE CAPACITIF AU SEIN D'UNE DÉCHARGE INDUCTIVE

2.1 Introduction

Tout comme dans la partie précédente, on se place dans les conditions "NACHER" afin de pouvoir comparer nos résultats entre les deux modèles, fluide avec *Plasmasim* et collisionnel-radiatif avec *BOD*. La volonté de prendre en compte le couplage capacitif dans notre décharge ICP vient de la recherche de la puissance seuil avant extinction du plasma. Le programme *Plasmasim* a été initialement créé pour ce type de décharge, qu'il modélise en résolvant les équations de continuité, de Poisson, de Maxwell-Ampère et de quantité de mouvement par la méthode des volumes finis. Il faisait l'hypothèse de l'absence d'un couplage capacitif agissant sur la décharge comme quasiment tous les modèles numériques des ICP. Cependant, étant donné la condition de basse puissance imposée par la proximité avec la puissance seuil d'extinction, nous nous sommes questionnés sur la négligeabilité de ce couplage. C'est généralement le couplage capacitif qui permet de déclencher les décharges ICP car il agit dans les faibles densités. Il disparaît ensuite quand la puissance augmente, la densité électronique étant proportionnelle à la puissance, mais son impact semble du coup important dans le régime basse puissance de ce type de décharge. On modifie alors la valeur de puissance absorbée entrée en condition initiale du modèle en une valeur de puissance appliquée répartie ensuite en puissance absorbée, inductivement et capacitivement, et en puissance rayonnée.

2.2 Modélisation fluide 2D d'un plasma d'hélium

2.2.1 Modèle physique

Ce modèle fluide résout les équations de couplage de manière auto-cohérente par le calcul de l'équation de Poisson ainsi que celle de Maxwell-Ampère pour l'absorption de puissance inductive. La force générée par le champ magnétique, qui est résolue par Maxwell-Ampère, a un effet très faible sur le mouvement des particules dans notre cas. C'est pour cela que l'équation de Maxwell-Ampère ne sert principalement que pour l'absorption de puissance inductive. On a choisi en revanche de modéliser le mouvement des ions par l'équation de quantité de mouvement qui tient compte de l'inertie, le long-libre parcours moyen des ions atomiques et moléculaires rendant les équations du type de celle de dérive-diffusion inadapté pour ces particules.

2.2.1.1 Équations de continuité

Chaque espèce définie dans notre modèle chimique a sa densité résolue par une équation de continuité du type de

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \cdot \mathbf{w}_j) = S_j = \sum_k N_{j,k} R_k \quad , \quad (2.1)$$

où \mathbf{w} est la vitesse moyenne, S est le terme source net. Ce terme source contient les contributions des k réactions avec $N_{j,k}$ le nombre net de particules de l'espèce j créées, ou perdues, par la réaction k et R_k le taux de réaction. Ce taux est proportionnel aux densités qui agissent au cours de la réaction, de telle manière que pour une réaction à deux corps il aurait la forme :

$$R_k = k_k^{(2)} n_{k,1} n_{k,2} \quad (2.2)$$

avec $k_k^{(2)}$ un coefficient qui est associé au taux de réaction de celle-ci.

On mesure aussi la température électronique T_e à partir d'une équation de continuité d'énergie. Pour chaque espèce on calcule la vitesse moyenne \mathbf{w}_j en résolvant l'équation de quantité de mouvement.

Équation de quantité de mouvement

On utilise cette équation des quantités de mouvement dans une approximation dérive-diffusion qui consiste à négliger les termes d'inertie. On obtient ainsi cette équation pour les électrons :

$$m_e \nu_e \mathbf{w}_e = e \nabla \Phi - \frac{e}{n_e} \nabla (n_e T_e) + \mathbf{F}_{ind} \quad (2.3)$$

avec ν_e la fréquence de transfert de quantité de mouvement des électrons, et \mathbf{F}_{ind} qui représente les forces liées au champ inductif RF et aux effets cinétiques relatifs au champ RF. On peut aussi l'écrire de la forme suivante :

$$\mathbf{w}_e = \mu_e \nabla \Phi - D_e \nabla (n_e T_e) + \frac{\mathbf{F}_{RF}}{m_e \nu_e} \quad (2.4)$$

avec μ_e et D_e les constantes de mobilité et diffusion respectivement.

Cette équation de quantité de mouvement est aussi résolue pour les ions mais dans ce cas on tient compte des termes d'inertie.

La force \mathbf{F}_{ind} s'écrit :

$$\mathbf{F}_{ind} = e \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - e \mathbf{w}_e \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.5)$$

avec Φ le potentiel électrostatique et \mathbf{A} le potentiel vecteur. Ces deux potentiels sont explicités dans la sous-section 2.2.1.2. Le premier terme de l'équation correspond à la force électrique induite le long de la direction azimutale dans le volume. La force magnétique, par le produit scalaire

de la vitesse moyenne des électrons qui est axiale et le champ magnétique qui est azimutal, agit radialement et est représentée par le second terme de l'équation. Pour respecter la condition de quasi-neutralité, cette force \mathbf{F}_{ind} cause une réaction du potentiel plasma pour éviter que les électrons partent n'importe où et soient perdus. On peut séparer le terme de force magnétique de \mathbf{F}_{ind} en deux parties, la première, oscillante, et la seconde, constante.

- La force magnétique est composée de deux termes oscillants à une fréquence ω , w_e et $\nabla \times \mathbf{A}$, et le produit des deux fait que la force magnétique, et donc la partie oscillante de \mathbf{F}_{RF} suit une période de 2ω . Par cet effet le mouvement radial oscillant des électrons crée un courant qui va avoir un impact sur le potentiel plasma, mais ce courant est contraint par la quasi-neutralité comme dit plus haut. Dès que les électrons se déplacent du bord vers le centre de l'enceinte, ou inversement, cela crée des charges d'espace dans la gaine et la modifie. Le potentiel Φ est couplé à ces changements, il agit en réaction à ceux-ci pour les arrêter. Ce potentiel interagit ensuite avec le potentiel plasma et c'est ce qui cause l'oscillation du potentiel plasma à 2ω .
- La moyenne temporelle de cette force, $\langle \mathbf{F}_{RF} \rangle$, est ce qu'on appelle la force pondéromotrice. C'est une force qui comprime le plasma au centre de l'enceinte par son effet radial. Elle est prise en compte dans notre modèle mais a un effet négligeable dans les conditions de notre décharge et pourrait être enlevée. En revanche, elle ne doit pas être oubliée dans des cas à plus haute puissance et/ou plus basse fréquence où son effet n'est plus sans conséquences comme dans le cas de l'article [9].

2.2.1.2 Champ électromagnétique

Dans notre cas, il n'y a pas de champ magnétique stationnaire \mathbf{B} . On fait l'hypothèse qu'il n'est pas affecté par les courants dans le plasma et on l'impose comme condition à fixer en entrée du modèle égal à 0 pour nous.

On définit dans la suite nos champs électriques et magnétiques avec les potentiels scalaire Φ et vecteur \mathbf{A} . Ces potentiels sont calculés avec les équations de Maxwell.

Comme la longueur d'onde RF ($\lambda \approx 37,5 \text{ m}$) est bien supérieure à toutes les dimensions de la source (de l'ordre de 10^{-1} m), la condition est respectée pour appliquer l'approximation des régimes quasi-stationnaires (*ARQS*) et on peut négliger le courant de déplacement.

Le champ électromagnétique est composé de deux parties :

- La diffusion ambipolaire cause un déplacement des ions et des électrons qui crée une charge d'espace car ils ne se déplacent pas à la même vitesse. On décrit ce phénomène avec le potentiel scalaire Φ , qui correspond au champ électrique $-\nabla\Phi$.
- Le courant induit par le plasma agit en réaction, et s'oppose, au courant RF appliqué qui parcourt la bobine. Ce courant induit est aussi une composante du champ électromagné-

tique. Le plasma cherche à écranter le courant induit en accord avec l'épaisseur de peau δ_p (équation (6)), épaisseur qui détermine la distance à partir de laquelle le plasma écranter complètement le courant si la taille du plasma est supérieure à l'épaisseur de peau. Ce phénomène est décrit avec le potentiel vecteur \mathbf{A} , qui correspond au champ électrique $-\partial\mathbf{A}/\partial t$ et au champ magnétique $\nabla \times \mathbf{A}$. Par la symétrie azimutale, on peut simplifier \mathbf{A} en $A_\phi \hat{\phi}$.

Pour déterminer le champ électromagnétique on résout donc deux équations, celle de Poisson et celle de Maxwell-Ampère.

Équation de Poisson

La condition de la jauge de Coulomb dit $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$. En prenant en plus en compte la condition ARQS, on obtient le potentiel scalaire par l'équation de Poisson :

$$\varepsilon_0 \nabla^2 \Phi = en_e - \sum_i q_i n_i \quad . \quad (2.6)$$

On fixe Φ à la tension appliquée comme condition aux parois des spires, et on le fixe aussi aux frontières ouvertes pour la résolution de l'équation de Poisson. Cette tension est une tension RF entre les spires successives de la bobine, induit par le courant RF qui les parcourt. C'est cette tension qui est à l'origine du couplage capacitif dans la décharge.

Équation de Maxwell-Ampère

On obtient par l'équation de Maxwell-Ampère une équation du potentiel vecteur qui donne :

$$\varepsilon_0 c^2 \nabla^2 \mathbf{A} = -\mathbf{J}_{coil} + e n_e \mathbf{w}_e \quad (2.7)$$

avec \mathbf{J}_{coil} la densité de courant dans la bobine et $e n_e \mathbf{w}_e$ la densité de courant électronique. On applique la condition d'un conducteur parfait sur les parois des spires comme condition aux frontières pour la résolution de l'équation de Maxwell-Ampère. Cette condition nous donne $A_{//} = 0$ pour la composante parallèle du champ sur la paroi du fait de l'effet de peau métallique et $\nabla_{\perp} A_{\perp} = 0$ pour la composante perpendiculaire du fait de la jauge de Coulomb, .

2.2.1.3 Équations de puissance

Comme pré-cité, la décharge ICP possède 2 modes de fonctionnement, un à basse puissance, capacitif, dit E-mode, et un à plus haute puissance, inductif, dit H-mode. Ils sont appelés modes E et H par leur rapport avec les équations de Maxwell, respectivement $\nabla \cdot \mathbf{E}$ et $\nabla \times \mathbf{H}$. Au moment du claquage, la décharge est dans le mode de couplage capacitif, et c'est en augmentant la puissance que le mode va passer à de l'inductif. Lorsque la décharge n'arrive plus à se maintenir, c'est le mode radiatif qui prend le dessus. Ce n'est pas vraiment in mode de fonctionnement mais

cela correspond au régime de non-fonctionnement de la décharge où toute la puissance est rayonnée plutôt qu'absorbée. On a séparé pour chacun de ces deux modes, ainsi que les pertes par rayonnement, la puissance qu'ils absorbent. On trouve l'amplitude de la densité de courant dans la bobine \mathbf{J}_{coil} en l'ajustant de manière à ce que la puissance totale, c'est-à-dire la somme des puissances liées aux deux régimes de fonctionnement et la puissance perdue par rayonnement P_{ind} , P_{cap} et P_{rad} , soit constante.

Le profil spatial de \mathbf{J}_{coil} lui met une valeur uniforme à l'intérieur des spires de la bobine et 0 à l'extérieur des spires

Couplage inductif

La puissance liée au couplage inductif qu'absorbent les électrons vient du champ électrique induit par la chute de tension azimutale le long des spires. Dans notre configuration, une géométrie cylindrique axisymétrique, on ne va considérer pour le couplage inductif que le courant RF d'électrons azimutal et, par définition du couplage inductif, on ne va pas tenir compte des composantes axiales et radiales qui seront prises en compte dans le couplage capacitif. Il reste alors

$$\varepsilon_0 c^2 \left[\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2} \right] = -J_{coil,\phi} + e n_e w_{e,\phi} \quad (2.8)$$

où l'indice ϕ indique la partie azimutale de \mathbf{A} , \mathbf{J}_{coil} , \mathbf{w}_e , et on pose $A_\phi = 0$ sur les parois métalliques comme condition aux limites sur les spires de la bobine. On néglige aussi le déplacement azimutal des ions car leur inertie face aux électrons les rends insensibles aux variations RF du champ, ils ne peuvent réagir qu'à la partie DC du champ, mais cette partie DC est nulle selon l'axe azimutal.

De par les symétries, la densité n_e est contrôlée par le transport axial et radial et pas directement par le champ RF azimutal, mais la vitesse moyenne azimutale des électrons $w_{e,\phi}$ oscille. Toujours par les symétries, les termes de gradient disparaissent de l'équation de la quantité de mouvement des électrons, ce qui rend $w_{e,\phi}$ dirigé par \mathbf{F}_{RF} (équation (2.5)). Avec ça, on obtient une approche simple de l'équation de la quantité de mouvement azimutale qui donne

$$\frac{\partial w_{e,\phi}}{\partial t} + \nu_e w_{e,\phi} = \frac{e}{m_e} \frac{\partial A_\phi}{\partial t} \quad (2.9)$$

Dans les articles [7, 8] on prends en compte de l'effet de peau anormal, ou chauffage stochastique, qu'on ajoute à l'équation de quantité de mouvement. En l'absence de collisions, les électrons ont une plus grande chance de traverser d'importantes distances durant la période du champ grâce à la vitesse thermique, qui détruit la relation locale entre le champ et le courant et cause l'effet de peau anormal. Il faudrait ajouter un terme de viscosité à l'équation de la quantité de mouvement des électrons pour décrire approximativement ce comportement, ce qui donnerait

$$\frac{\partial w_{e,\phi}}{\partial t} + \nu_e w_{e,\phi} - \left[\frac{1}{n_e} \nabla \cdot (\eta_{RF} n_e \nabla w_{e,\phi} - \frac{\eta_{RF} w_{e,\phi}}{r^2}) \right] = \frac{e}{m_e} \frac{\partial A_\phi}{\partial t} \quad (2.10)$$

Cependant, on observe que le chauffage stochastique n'a aucun impact sur nos résultats après avoir essayé de le prendre en compte avec *Plasmasim*. On a donc décidé de ne pas tenir compte de cet effet et d'ignorer ce terme de viscosité dans l'équation de quantité de mouvement.

La puissance nette absorbée par électron du champ RF est donc donnée par

$$P_{RF} = e \frac{\partial A_\phi}{\partial t} w_{e,\phi} \quad (2.11)$$

On obtient ainsi la densité de puissance liée au couplage inductif

$$P_{ind} = n_e e \frac{\partial A_\phi}{\partial t} w_{e,\phi} \quad , \quad (2.12)$$

qui correspond simplement à

$$P_{ind} = \mathbf{J}_{p,\phi} \mathbf{E}_\phi \quad , \quad (2.13)$$

avec \mathbf{J}_p la densité de courant dans le plasma.

Couplage capacitif

Le courant RF induit une chute de potentiel Φ entre les spires de bobine qui vaut $2\pi r_{bobine} E_\theta$. C'est cette chute de tension qui est à l'origine du couplage capacitif. On le modélise en appliquant des potentiels RF sur les spires de la bobine dans les conditions limites pour l'équation de Poisson

Dans le régime de couplage capacitif, la puissance est absorbée par les électrons grâce au chauffage dû au courant induit par la chute de tension axiale d'une spire à l'autre. La puissance capacitive découle des composantes axiales et radiales qu'on avait négligées pour la puissance inductive.

$$P_{cap} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left[\iiint_v \begin{pmatrix} E_{r,t} \\ E_{z,t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} J_{p,r,t} \\ J_{p,z,t} \end{pmatrix} dv \right] dt \quad (2.14)$$

On obtient les valeurs de la densité de courant par les équations de dérive-diffusion.

Contrairement au couplage inductif où le courant azimuthal n'a aucun effet sur les ions, la puissance radiative prend en compte les ions. On peut écrire P_{cap} tel que :

$$P_{cap} = P_{cap,e} + P_{cap,i} \quad (2.15)$$

La partie $P_{cap,e}$ de l'équation 2.15 correspond à la puissance gagnée par les électrons grâce au champ capacitif, alors que la partie $P_{cap,i}$, elle, représente plutôt la puissance que les électrons

perdent dans le champ de la gaine. Le champ transfère ensuite cette puissance aux ions en les accélérant puis ils viennent déposer cette puissance sur la paroi.

Rayonnement

La puissance radiative correspond à la puissance rayonnée par les électrons. On cherche donc le rayonnement produit durant la période, c'est-à-dire le vecteur de Poynting moyenné sur la période

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\mu_0} dt \quad (2.16)$$

dans le vide, pour pouvoir trouver la puissance radiative qui en découle

$$P_{rad} = \iint_{surface} \mathbf{S}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} \quad . \quad (2.17)$$

La surface sur laquelle on intègre le vecteur de Poynting est une sphère de rayon suffisamment grand pour contenir l'ensemble de notre système, c'est-à-dire l'enceinte du plasma et la bobine. On peut partager les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} en deux parties, une qui rayonne à l'infini en $1/r$ et une autre qui sera stockée et réabsorbée.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{1/r}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{autre}(\mathbf{r}) \quad , \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_{1/r}(\mathbf{r}) + B_{autre}(\mathbf{r}) \quad (2.18)$$

Mais comme on se place environ à l'infini, on peut supposer que :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{1/r}(\mathbf{r}) \quad , \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_{1/r}(\mathbf{r}) \quad (2.19)$$

Le calcul complet est en annexe, section B, et on obtient après intégration du vecteur de Poynting la puissance rayonnée

$$P_{rad} = \frac{\mu_0}{6\pi c^3} \omega^4 (m_{coil}^2 + m_p^2) \quad (2.20)$$

où m_{coil} et m_p correspondent respectivement aux normes des moments magnétiques de la bobine et du plasma.

2.2.1.4 Condition aux limites du domaine

Loin de notre système, la bobine peut être vue comme un dipôle et on peut calculer analytiquement la valeur du champ de ce dipôle aux niveau des limites. Avec ces données on peut construire une condition aux limites sur les frontières ouvertes de notre domaine, dite condition aux limites asymptotique. On se sert de cette condition asymptotique expliquée dans l'article [18]. Cette condition nous sert à représenter au mieux le comportement qu'il y aurait si le domaine était infini et dans lequel il n'y a aucunes perturbations en dehors de l'enceinte.

2.2.2 Modèle chimique de l'hélium pour *Plasmasim*

Contrairement à *BOD*, avec le modèle fluide nous ne voulons pas dépenser de la puissance de calcul pour suivre beaucoup de sous-états. On utilise un jeu de réactions simplifié avec seulement cinq espèces différentes, l'atome neutre d'hélium (He), les ions atomiques et moléculaires (He^+ et He_2^+), un état métastable effectif (He^*) qui correspond aux deux états $\text{He}(2^1\text{S})$ et $\text{He}(2^3\text{S})$, et l'état métastable moléculaire (He_2^*). C'est parce que les densités des $\text{He}(2^3\text{S})$ et des $\text{He}(2^3\text{P})$ ne sont pas calculées explicitement qu'il est impossible d'utiliser *Plasmasim* pour simuler le pompage optique et la polarisation des noyaux de ^3He . L'hélium est un gaz très bien détaillé dans la littérature et de nombreux articles peuvent être trouvés sur les réactions cinétiques dans un plasma d'hélium. Le rapport [6] a servi de référence dans la recherche du jeu de réactions adapté aux espèces prises en compte et citées ci-dessus. L'utilisation d'un métastable effectif He^* est fréquente dans le cas de l'hélium car le singlet $\text{He}(2^1\text{S})$ peut être converti en triplet $\text{He}(2^3\text{S})$ par la réaction



avec un fort taux de réaction, et est probablement responsable de l'habituelle abondance de $\text{He}(2^3\text{S})$ par rapport au $\text{He}(2^1\text{S})$.

Pour les taux de réactions calculés par *Bolsig+*, le jeu de sections efficaces de MORGAN [13] a été utilisé avec en complément la section efficace d'ionisation depuis le métastable de SANTOS [19].

L'énergie nécessaire aux électrons pour ioniser depuis l'état fondamental est bien plus élevée que celle pour ioniser depuis le métastable d'où la prise en compte des deux réactions (3 et 4 dans le tableau) dans le modèle chimique. Comme pour la réaction 8 qui convertit les ions atomiques en ions moléculaires par une réaction à trois corps, les ions moléculaires peuvent aussi être convertis en des ions moléculaires lourds He_3^+ par une réaction analogue. L'ion He_3^+ est stable à température ambiante, mais le taux de réaction de celui-ci est inconnu, et il est difficile à

distinguer de l'ion He_2^+ expérimentalement. Nous avons fait le choix de le considérer comme une légère dégénérescence additionnelle de l'état He_2^+ .

TABLEAU 2.1 : Réactions chimiques de l'hélium utilisées dans *Plasmasim*

#	Réaction	taux de réaction	Source
1	$\text{He} + e^- \longrightarrow \text{He}^* + e^-$	Voir tableau A.1 , colonne a)	Bolsig+
2	$\text{He}^* + e^- \longrightarrow \text{He} + e^-$	Voir tableau A.1 , colonne b)	Bolsig+
3	$\text{He} + e^- \longrightarrow \text{He}^+ + 2e^-$	Voir tableau A.1 , colonne c)	Bolsig+
4	$\text{He}^* + e^- \longrightarrow \text{He}^+ + 2e^-$	Voir tableau A.1 , colonne d)	Bolsig+
5	$\text{He}^* + 2\text{He} \longrightarrow \text{He}_2^* + \text{He}$	$\left(8.7 \exp\left(\frac{-750}{T_g(K)^a}\right) + 0.41 \exp\left(\frac{-200}{T_g(K)}\right)\right) T_g(K) \times 10^{-48} [m^6 s^{-1}]$	[11]
6	$\text{He}_2^* + e^- \longrightarrow 2\text{He} + e^-$	$2.9 \times 10^{-15} [m^3 s^{-1}]$	[20]
7	$\text{He}^+ + 2e^- \longrightarrow \text{He} + e^-$	$6 \times 10^{-32} \left(\frac{T_e(eV)}{300 \times \frac{k_B}{e}}\right)^{-4} [m^6 s^{-1}]$	[4]
8	$\text{He}^+ + 2\text{He} \longrightarrow \text{He}_2^+ + \text{He}$	$1.5 \times 10^{-43} [m^6 s^{-1}]$	[19]
9	$\text{He}^* + \text{He}^* \xrightarrow{30\%} \text{He}^+ + \text{He} + e^-$ $\xrightarrow{70\%} \text{He}_2^+ + e^-$	$2.9 \times 10^{-15} \left(\frac{T_g(K)}{300}\right)^{-0.5} [m^3 s^{-1}]$	[19]
10	$\text{He}^* + \text{He}_2^* \xrightarrow{15\%} \text{He}^+ + 2\text{He} + e^-$ $\xrightarrow{85\%} \text{He}_2^+ + \text{He} + e^-$	$2.9 \times 10^{-15} \left(\frac{T_g(K)}{300}\right)^{-0.5} [m^3 s^{-1}]$	[21]
11	$\text{He}_2^* + \text{He}_2^* \xrightarrow{15\%} \text{He}^+ + 3\text{He} + e^-$ $\xrightarrow{85\%} \text{He}_2^+ + 2\text{He} + e^-$	$1.5 \times 10^{-15} \left(\frac{T_g(K)}{300}\right)^{-0.5} [m^3 s^{-1}]$	[21]
12 ^b	$\text{He}_2^+ + e^- \xrightarrow{\frac{5}{9}} \text{He}^* + \text{He}$ $\xrightarrow{\frac{4}{9}} 2\text{He}$	$9 \times 10^{-15} [m^3 s^{-1}]$	[20]
13	$\text{He}^+ + e^- \longrightarrow \text{He} + h\nu$	$4.2 \times 10^{-18} \left(\frac{T_e(eV)}{300 \times \frac{k_B}{e}}\right)^{-0.5} [m^3 s^{-1}]$	[4]

^a Toutes les simulations ont été réalisées avec une température du gaz à $T_g = 300K$.

^b On remarque que cette réaction correspond à la réaction 7 du tableau **1.1** mais que leur taux de réaction sont différents bien que tous deux tirés de sources scientifiques. Cela reflète l'état de la littérature où dans ce domaine le consensus n'est pas encore établi.

2.3 Résultats

Contrairement à *BOD* qui est un solveur avec dépendance temporelle mais sans résolution spatiale, *Plasmasim* est un programme à résolution spatiale et temporelle.

2.3.1 Comparaison avec ou sans la prise en compte du mode de couplage capacitif

Dans la plupart des travaux de modélisation des ICP dans la littérature on ne prend pas en compte le couplage capacitif lorsqu'on modélise des décharges *ICP*. Il y a pourtant toujours au

moins un peu de puissance déposée par couplage capacitif. Ce mode de couplage est essentiel au moment de l'allumage du plasma et est utilisé lors des manipulations en laboratoire afin de déclencher la décharge avant de passer en mode inductif. Cette étape n'est pas nécessaire lorsqu'on modélise la décharge puisqu'on peut supposer notre plasma déjà allumé, ce qui fait que ce couplage est généralement ignoré. On observe, en l'ayant pris en compte, que son impact n'est pas négligeable dans les basses puissances appliquées.

En effet, dans la figure 2.1 on peut voir tout d'abord que la transition entre le moment où la puissance est absorbée par les électrons et celui où elle est rayonnée se situe à plus basse puissance lorsqu'on tient compte du couplage capacitif. On peut aussi remarquer que la transition entre les modes d'absorption capacitif et inductif ne se fait pas de manière abrupte mais plutôt de manière progressive. Enfin, on remarque qu'au moment de la transition entre les deux types de couplage, il se passe un changement de régime du courant induit dans la bobine, comme on peut le voir sur la figure 2.2. Dès que le couplage inductif devient majoritaire, les deux cas (avec et sans couplage capacitif) suivent exactement le même comportement.

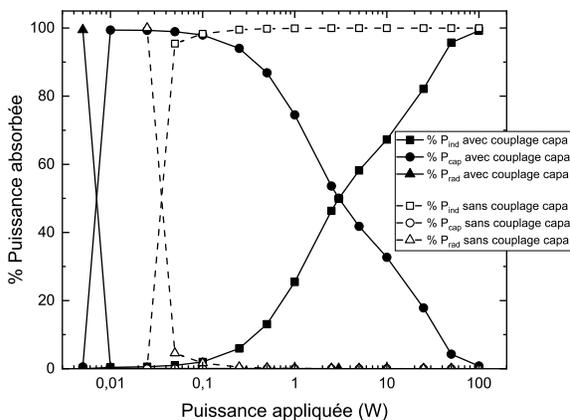


FIGURE 2.1 : Répartition des puissances inductive, capacitive et radiative, et courant induit dans la bobine en fonction de la puissance totale appliquée

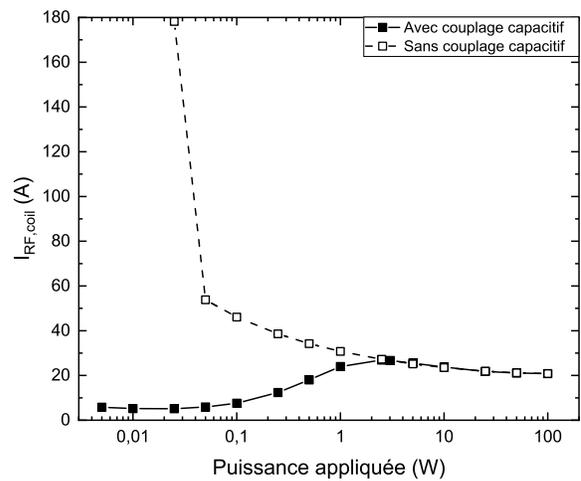


FIGURE 2.2 : Courant induit dans la bobine en fonction de la puissance appliquée avec et sans couplage capacitif

Ce comportement décroissant monotone s'explique probablement par l'enchaînement des phénomènes décrits plus bas. Lorsqu'on augmente la puissance appliquée à un plasma stationnaire, on augmente le champ induit E_ϕ et donc le courant dans la bobine I_{coil} qui lui est proportionnel. Cela cause une hausse de la température électronique T_e . Comme les électrons sont plus chauds ils ionisent plus et font augmenter la fréquence d'ionisation ν_{ionis} qui devient supérieure à la fréquence de perte aux surfaces ν_{perte} . La différence entre ces deux fréquences fait que la densité d'électrons croît et en réponse la puissance absorbée répartie par électron décroît. À ce moment on a besoin de moins de courant pour maintenir la puissance constante donc E_ϕ et I_{coil} diminuent, ce qui fait aussi baisser T_e . Cette baisse rends les électrons moins à même d'ioniser donc ν_{ionis} diminue et ce jusqu'à ce que $\nu_{ionis} = \nu_{perte}$. Le plasma s'est stabilisé à nouveau, mais la densité du plasma a changé pendant ce processus. En augmentant, la densité plasma a causé une

réduction de la taille de la gaine, cela agrandit la distance que les ions peuvent parcourir avant d'être perdus dans la gaine. Cette dernière étape correspond à une baisse de ν_{perte} , donc quand ν_{ionis} diminue en réaction à la chute de T_e elle atteint une valeur plus faible que celle initiale. De la même manière, les valeurs stationnaires atteintes par E_ϕ et I_{coil} sont plus faibles que celles pour l'état stationnaire initial. On peut donc expliquer cette baisse de courant pour le couplage inductif comme suit : lorsque la puissance augmente cela cause une augmentation de la taille du plasma (et donc une diminution de la taille de la gaine) et une baisse de ν_{perte} qui diminue le courant nécessaire au maintien de la décharge.

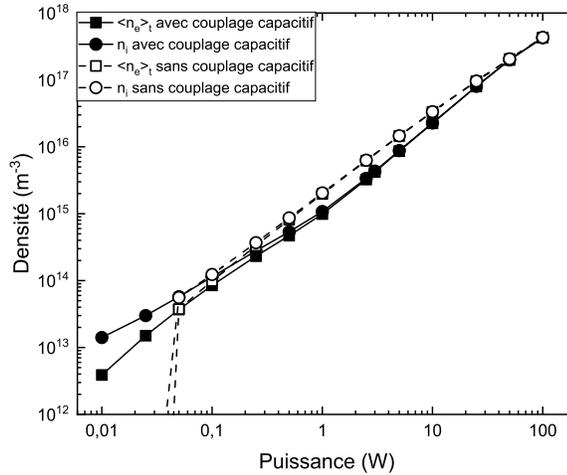


FIGURE 2.3 : Évolution des densités $n_{e,i}$ en fonction de la puissance appliquée avec et sans la prise en compte du couplage capacitif

Le courant qui croît pendant que le couplage capacitif domine correspond au comportement classique attendu de croissance monotone linéaire. I_{RF} est proportionnel à la puissance, qui, elle-même, est proportionnelle à la densité électronique comme on peut le remarquer par l'allure linéaire de la courbe de n_e . À basse densité n_e , on a théoriquement $n_e \propto P_{abs}$ et on garde cette proportionnalité tant que la densité est assez faible pour que l'épaisseur de peau δ_p soit supérieure ou du même ordre de grandeur que l'enceinte plasma. On retrouve cette allure linéaire entre n_e et P_{abs} pour le cas sans couplage capacitif ce qui est cohérent avec nos valeurs de δ_p . Comme vu plus haut, il y a toujours un couplage capacitif dans les décharges inductives, sauf pour des décharges avec des fentes de Faraday autour de l'enceinte qui viendraient le couper. Le couplage capacitif affecte la puissance absorbée, il amène une augmentation de cette puissance dans les basses densités électroniques en comparaison au cas purement inductif. On observe bien cette rupture de linéarité dans ce cas avec couplage capacitif.

Un troisième comportement est décrit dans la littérature où I_{coil} est censé augmenter à nouveau mais les densités plasma et puissances appliquées suffisantes ne sont pas atteintes pour pouvoir l'observer dans ces conditions. Cet effet s'expliquerait par une densité plasma suffisamment élevée pour que l'épaisseur de peau entre en jeu. Dans cette situation, le plasma écranterait E_ϕ et réduirait ainsi la profondeur de pénétration des ondes électromagnétiques. Le champ ne chaufferait alors

plus qu'une partie de plus en plus réduite au bord du plasma ce qui obligerait à augmenter le courant pour maintenir la même puissance de couplage dans un volume plus petit. Pour que l'effet de peau commence à agir dans le domaine de notre décharge, il faudrait que la densité plasma n_e soit au moins supérieure à $2,25 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$, δ_p étant plus grand que le domaine lorsque n_e est inférieur à cette valeur.

2.3.2 Impact des variations du domaine

2.3.2.1 Les différents domaines utilisés

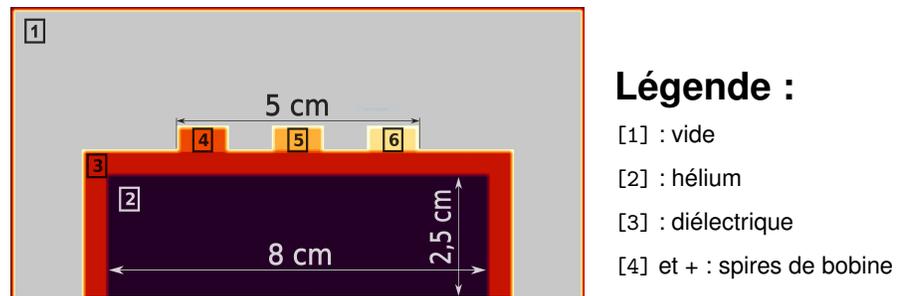


FIGURE 2.4 : Domaine principalement utilisé

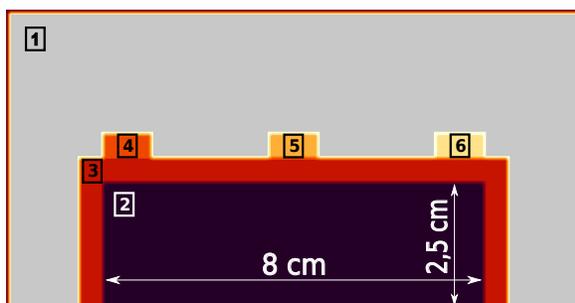


FIGURE 2.5 : Domaine avec les spires plus éloignées les unes des autres

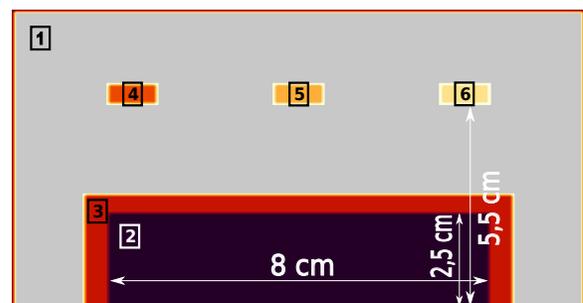


FIGURE 2.6 : Domaine avec une distance entre la bobine et l'enceinte de $\approx R$

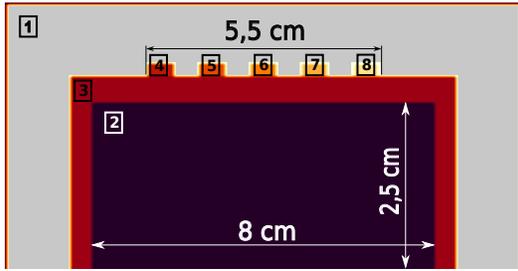


FIGURE 2.7 : Domaine avec 5 spires

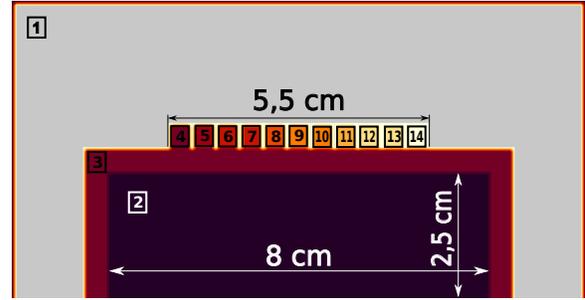


FIGURE 2.8 : Domaine avec 11 spires

2.3.2.2 Impact distance entre les spires (comparaison cas fig.2.4 avec cas fig.2.5)

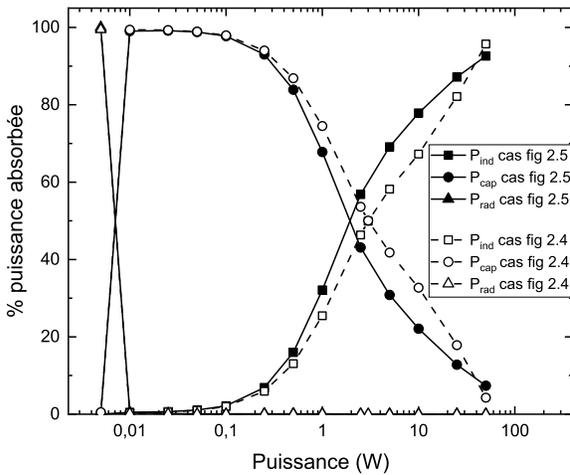


FIGURE 2.9 : Comparaison des modes d'absorption de la puissance en fonction de la puissance totale appliquée selon l'écart des spires entre elles

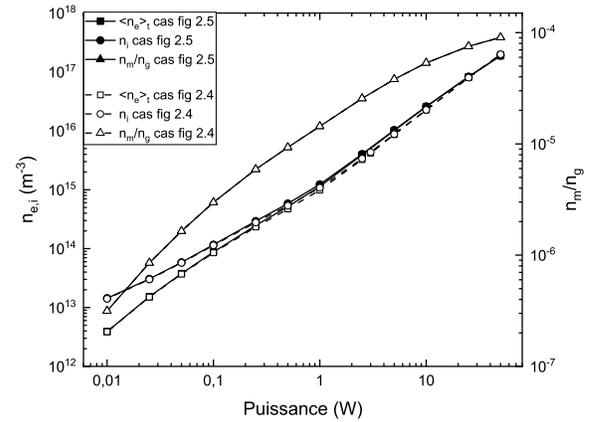


FIGURE 2.10 : Comparaison de l'évolution des densités électronique, ionique et de métastable en fonction de la puissance selon l'écart des spires entre elles

Nous observons ici les effets causés par l'écartement des spires suivant l'axe axial. On a fait deux séries de simulation avec différentes distances inter-spires qui correspondent aux figures fig.2.4, pour l'écartement dit "classique" qu'on a utilisé pour reprendre les "conditions Nacher", et fig.2.5, où on a choisi un écartement supérieur. Augmenter l'écartement des spires les unes des autres joue sur le couplage capacitif comme on peut le remarquer sur la figure 2.9. La transition de mode de couplage se passe à une puissance plus basse lorsque les spires sont plus écartées. Le mode de couplage capacitif fonctionne par la chute de potentiel radiale d'une spire à l'autre, la distance entre les spires entre alors en compte dans la valeur du champ puisque $\mathbf{E} = -\nabla\Phi$. Le champ $E_{r,z}$ qui agit sur le couplage capacitif est moins important, donc l'absorption de l'énergie par les électrons opère une transition vers le mode d'absorption inductif à une puissance appliquée plus faible étant donné que le couplage inductif n'est pas affecté par l'écart des spires.

En revanche, ce changement de domaine n'a aucun impact sur la transition entre le couplage capacitif et le mode radiatif. La transition entre les modes de couplage capacitif et inductif ne se fait pas aux mêmes puissances pour les deux domaines, comme expliqué plus haut, mais dans les deux cas la puissance appliquée est absorbée de la même manière avant d'entamer cette transition et, a priori, après l'avoir finie. On retrouve dans les deux cas la même évolution des puissances capacitives et radiatives au niveau des puissances limites de présence d'un plasma.

On remarque aussi cette convergence des valeurs entre les deux modes en dehors des puissances où la transition a lieu dans l'observation des densités électroniques et ioniques. Cependant, la différence des densités n_e et n_i entre les deux domaines reste minime et suggère qu'on peut négliger l'impact de l'écartement des spires entre elles. Et dans ce qui nous intéresse comme informations pour *BOD*, la densité de métastables étant parfaitement identique dans les deux cas, on peut supposer négligeable cette donnée d'écartement pour l'étude de la polarisation puisque les espèces en jeu dans cet effet ne sont pas perturbées par ce facteur.

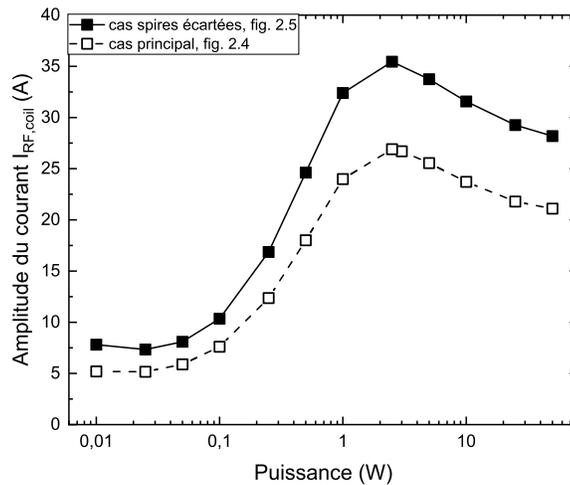


FIGURE 2.11 : Évolution du courant induit dans la bobine en fonction de la puissance selon l'écartement des spires entre elles

On peut, en poussant la configuration du domaine à l'extrême, voir cette comparaison comme la comparaison entre un cas où les trois spires sont confondues et un autre où les deux spires extérieures sont éloignées à l'infini. On aurait ainsi, en théorie, la même valeur de courant entre la somme du courant des trois spires qui sont confondues et le courant de la spire centrale, la seule qui a un impact sur le champ dans le plasma. Comme les deux spires extérieures sont supposées à l'infini dans la deuxième situation, elles ne peuvent pas avoir d'effet sur le champ induit dans le plasma. Cela revient à dire que les trois spires du premier cas créent le même champ que la seule spire centrale du deuxième cas. Il faut donc qu'il y ait trois fois plus de courant qui parcourt cette seule spire pour égaler l'effet sur le champ dans le plasma causé par les trois spires confondues. On comprend alors que d'éloigner les spires les unes des autres augmente la valeur du courant comme on peut l'observer sur la figure 2.11.

Plus on éloigne les spires du centre du domaine, plus leur champ est en partie à l'extérieur du domaine du plasma. Ces spires couplent la puissance de manière inversement proportionnelle à l'écartement axial des spires.

2.3.2.3 Impact distance entre la bobine et l'enceinte (comparaison cas fig.2.5 avec cas fig.2.6)

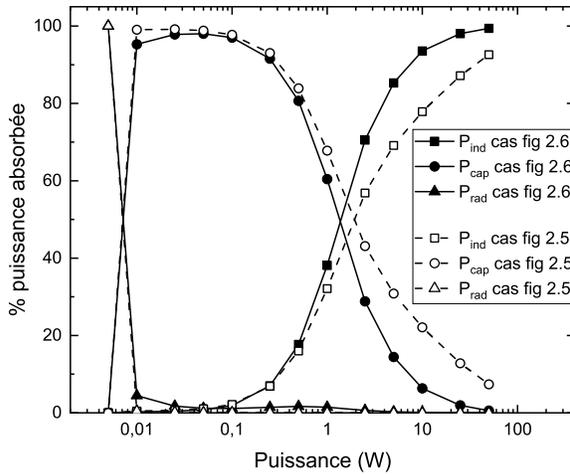


FIGURE 2.12 : Comparaison des modes d'absorption de la puissance en fonction de la puissance totale appliquée selon l'écart de la bobine avec l'enceinte

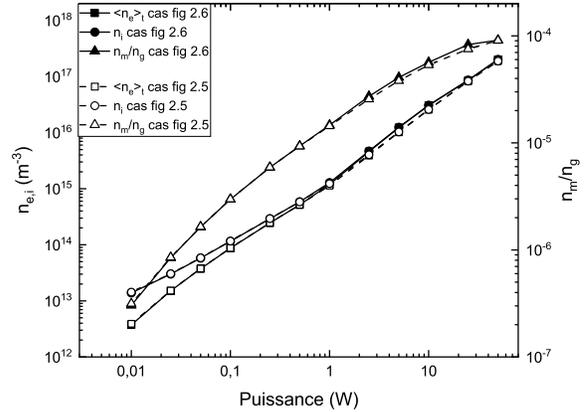


FIGURE 2.13 : Comparaison de l'évolution des densités électronique, ionique et de métastable en fonction de la puissance selon l'écart de la bobine avec l'enceinte

On regarde maintenant les effets causés par la variation du rayon de la bobine en gardant un écartement des spires constant. On remarque avec la figure 2.12 qu'augmenter le rayon de la bobine pénalise le couplage capacitif. Quand pour le domaine de la figure 2.5 l'écartement des spires entre elles causait une réduction du champ capacitif, dans le cas du domaine de la figure 2.6 le champ capacitif n'est pas affecté par ce changement mais comme il est proportionnel à $1/r$ son impact se voit réduit quand même. Ça explique donc que la gamme de puissance où le couplage capacitif agit soit amoindrie, la puissance inductive compensant cette baisse d'action du champ capacitif pour maintenir la puissance absorbée.

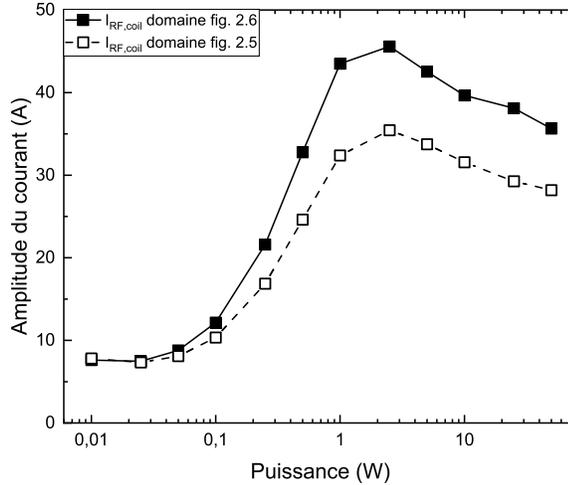


FIGURE 2.14 : Comparaison de l'évolution du courant en fonction de la puissance selon le rayon de la bobine

On se serait attendu à ce que le courant soit proportionnel au rayon des spires et qu'à basse puissance il faille fortement augmenter le courant pour encore coupler la puissance malgré l'éloignement de la bobine. Cependant, ce n'est pas ce qu'on peut observer dans la figure 2.14. Nous n'avons pas trouvé d'éléments de réponse convaincant et l'explication de ce phénomène aurait pu consister en un des points qui aurait pu nous intéresser en continuant plus longtemps ce stage.

2.3.2.4 Impact nombre de spires (comparaison entre les cas fig.2.4, fig.2.7 et fig.2.8)

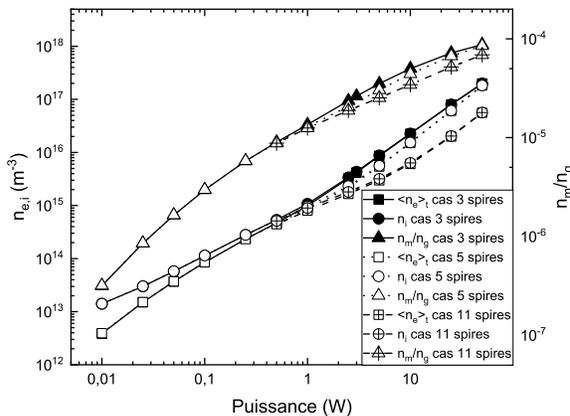


FIGURE 2.15 : Comparaison de l'évolution des densités électronique, ionique et de métastable en fonction de la puissance selon l'écart de la bobine avec l'enceinte

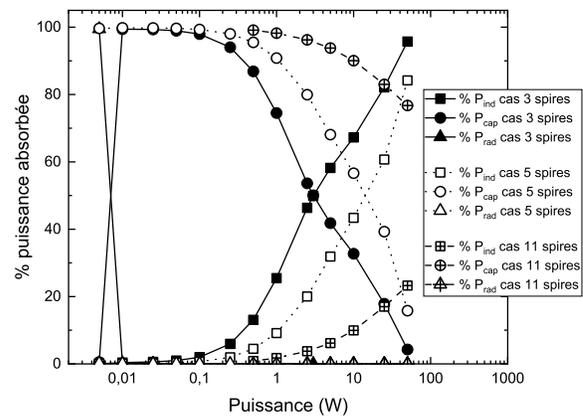


FIGURE 2.16 : Comparaison des modes d'absorption de la puissance en fonction de la puissance totale appliquée selon l'écart de la bobine avec l'enceinte

Avec le couplage inductif, le plasma est perdu par diffusion ambipolaire. Alors que le couplage capacitif a un impact sur les pertes de plasma par transport. Ce couplage accentue les pertes

aux parois ce qui peut expliquer que pour une puissance donnée la densité plasma est plus faible comme on peut le remarquer sur la figure 2.15. Plus on a de couplage capacitif, plus on a de pertes. La taille de la gaine augmente ce qui diminue la taille du plasma et accélère les ions vers la paroi.

On observe le comportement attendu dans la figure 2.16, c'est-à-dire la proportionnalité du couplage capacitif avec le nombre de spire. La tension totale entre les spires augmente avec le nombre de spires et augmente l'efficacité du couplage capacitif. Il reste donc important pour des puissances plus fortes, ce qui correspond au décalage vers les plus hautes puissances de la transition entre le couplage capacitif et le couplage inductif.

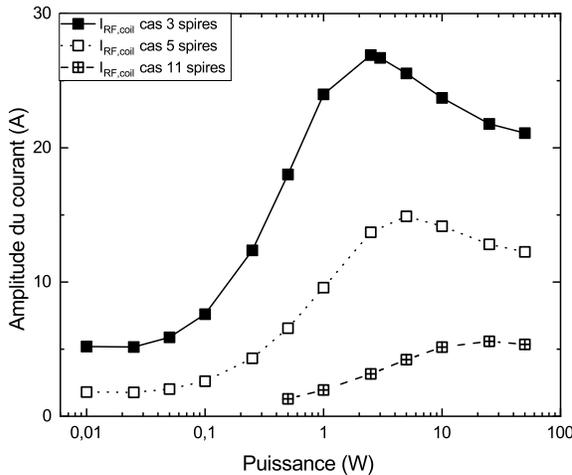


FIGURE 2.17 : Comparaison de l'évolution des densités électronique, ionique et de métastable en fonction de la puissance selon l'écart de la bobine avec l'enceinte

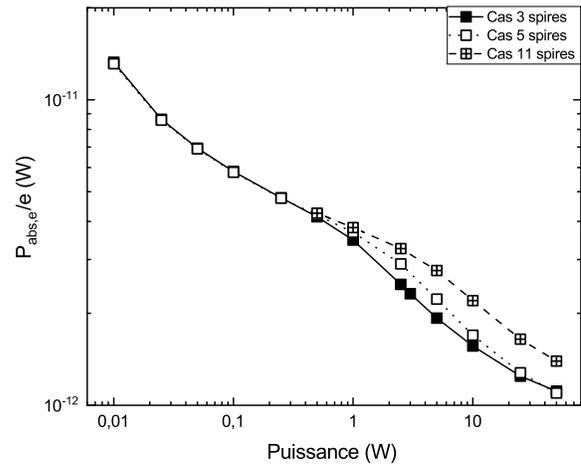


FIGURE 2.18 : Comparaison des modes d'absorption de la puissance en fonction de la puissance totale appliquée selon l'écart de la bobine avec l'enceinte

Le nombre de spires donne la tension capacitive totale que voit le plasma. On retrouve aussi le même effet que lorsqu'on a écarté les spires puisque le nombre de spire a augmenté mais pas l'écart entre les spires extérieures. On couple beaucoup plus de puissance capacitive car la tension capacitive est directement proportionnelle au nombre de spires. Le courant est donc aussi inversement proportionnel au nombre de spires, ce qu'on peut remarquer sur la figure 2.17. Plus on ajoute de spires, plus le couplage capacitif prend de l'importance et est majoritaire sur une plus grande gamme de puissances.

La puissance absorbée par électron qui est montrée dans la figure 2.18 est directement reliée à la durée de vie des électrons. Le couplage capacitif agit sur le temps de vie des électrons en augmentant les pertes par transport. Plus ces pertes sont importantes et plus il faut créer de paires électron-ion qui consomment une valeur fixe d'énergie. Il faut donc augmenter la puissance, ce qui augmente la puissance absorbée par électron.

2.3.3 Impact des variations de pression

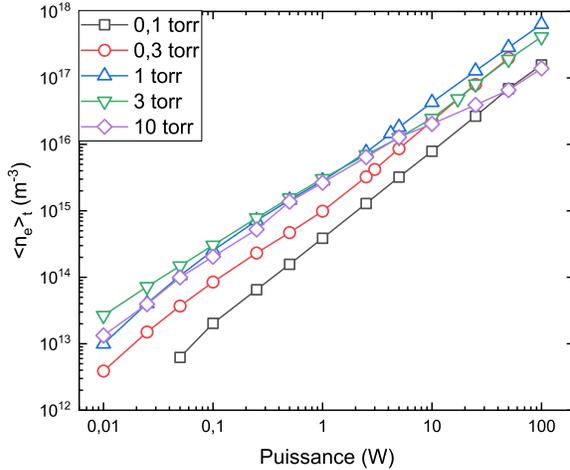


FIGURE 2.19 : Comparaison des densités électroniques en fonction de la puissance avec différentes pression

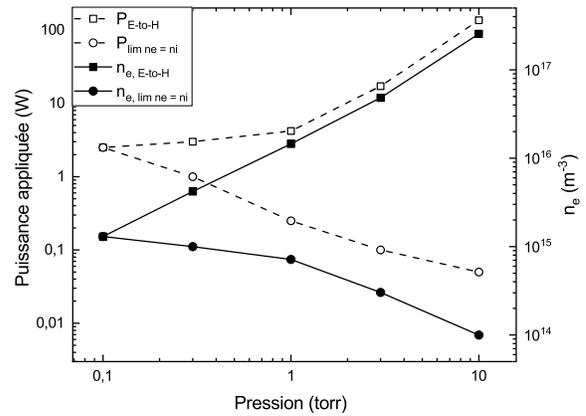


FIGURE 2.20 : Densité électronique \square et puissance appliquée \blacksquare en fonction de la pression pour les cas de limite de quasi-neutralité et de transition entre les modes de couplage capacitif et inductif

La pression a un effet sur la densité électronique comme on peut le voir sur la figure 2.20. La durée de vie est proportionnelle à la densité de gaz et cette durée est liée à la densité de gaz. On observe ce comportement attendu d'augmentation de la densité avec l'augmentation de la pression pour les pressions allant jusqu'à 3 torr. En revanche passé cette valeur, on observe comme un cap et même une diminution de la densité électronique. On s'attend à ce que ce soit dû à un phénomène physico-chimique où les réactions importantes changent. Cet effet sur les densités pourrait être en lien avec l'augmentation du pourcentage d'ions moléculaires. Ces ions moléculaires ont une plus grande mobilité que les ions atomiques ce qui augmente les pertes par diffusion ambipolaire. Dans les hautes pressions, ils commencent aussi à se recombiner. Ces deux effets pourraient donc expliquer que la densité ne monte plus et se met même à descendre à encore plus haute pression. Le coût énergétique pourrait aussi expliquer en partie cette baisse de densité. Bien que le bilan énergétique soit identique pour les réactions d'ionisation directe et par le métastable, l'étape intermédiaire de l'ionisation par le métastable à un coût supérieur. C'est-à-dire que à plus haute pression l'ionisation par les métastables devient plus importantes et, alors que l'ionisation directe se fait à environ 25 eV, il faut produire deux métastables avant d'ioniser par les métastables ce qui vaut environ 20 eV chacun. Comme la production d'un ion coûte plus cher en énergie, pour une même puissance moins d'ions sont produits comparés aux pressions où l'ionisation directe. Cela pourrait donc aussi expliquer en partie pourquoi la densité n'augmente plus aux plus hautes pressions.

Il semble, d'après la figure 2.20, que plus la pression du gaz est faible, moins le couplage est capacitif. Il semblerait donc qu'à basse pression le couplage capacitif soit moins important dans la décharge et peut être même qu'à une certaine pression le couplage capacitif ne soit plus

nécessaire au déclenchement de la décharge ICP. Nous ne sommes pas en mesure d'expliquer ce phénomène pour l'instant.

Les deux points que nous venons d'évoquer sont des questions que nous aurions aimé pouvoir approfondir si le stage avait été plus long et pour lesquelles nous n'avons que des éléments de réponse.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Après avoir fait des séries de simulation dans différentes configurations avec *Plasmasim* en prenant en compte le couplage capacitif, on se rend compte que de nombreux paramètres ont un impact sur l'absorption de puissance, les densités ainsi que le courant induit dans la bobine. Toutefois, dans les conditions "NACHER" et à propos des données qui nous intéressent (à savoir les densités électroniques, ioniques et des métastables), très peu de ces variations n'ont de réel impact. Ce qui nous permet de valider les hypothèses posées. On peut du coup confirmer l'approche de *BOD* qui suppose qu'il n'y a pas de couplage capacitif qui agit pendant la décharge. De même, on a choisi arbitrairement le nombre de spires, leur écartement, etc, et on a pu valider avec nos résultats cette décision, les différences dans l'étude de l'évolution des densités étant négligeables. En revanche, si nos observations avaient porté sur l'étude des champs électriques et des courants présents dans une décharge ICP, négliger le couplage capacitif et l'impact du domaine choisi pourrait complètement fausser les résultats. Il était donc intéressant de chercher à modéliser le couplage capacitif de la décharge ICP utilisée pour bien comprendre quand ignorer son effet sans fausser les résultats.

Nous avons aussi pu valider les hypothèses faites par *BOD*, comme par exemple le fait qu'on puisse remplacer le champ électrique RF par un champ effectif DC, confirmant l'approche faite par ce modèle sur la mesure des densités et expliquer la mesure de la polarisation par le modèle fluide.

Ce travail a mené aux conclusions suivantes :

- On a implémenté un couplage capacitif dans le modèle. Cela nous a permis de voir qu'il y a toujours une fraction de la puissance qui est couplée par couplage capacitif.
- Plus la puissance est élevée plus le couplage est inductif, mais plus elle est basse plus c'est le couplage capacitif qui est dominant et comprend quasiment toute la puissance appliquée.
- On a vu que la transition entre le couplage capacitif et le couplage inductif n'est pas abrupte comme c'est souvent décrit dans la littérature mais se fait plutôt de manière progressive dans nos conditions.
- Le prise en compte du couplage capacitif a un impact sur la puissance limite d'extinction du plasma.
- Le couplage capacitif augmente la taille des gaines, ce qui augmente les pertes par transport, là où le couplage inductif, lui, va produire l'effet inverse et diminuer la taille de la gaine.
- Le couplage capacitif ne peut pas être pris en compte dans *BOD* puisque les effets liés à ce couplage ont un impact dans l'espace.

-
- L'absence de la prise en compte du couplage capacitif pose problème pour déterminer la puissance seuil d'extinction du plasma avec *BOD* et explique l'intérêt de se servir de *Plasmasim* pour déterminer cette puissance à utiliser ensuite dans le solveur 0D.
 - La comparaison entre *Plasmasim* et *BOD* montre des résultats de densité plasma similaires, ce qui est rassurant quant à la validité des hypothèses faites par *BOD*.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Alves LL, Ferreira CM (1991) Electron kinetics in weakly ionized helium under DC and HF applied electric fields. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 24(4):581–592. DOI :10.1088/0022-3727/24/4/009.
- [2] Belmonte T, Cardoso RP, Henrion G, Kosior F (2007) Collisional–radiative modelling of a helium microwave plasma in a resonant cavity. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 40(23):7343–7356. DOI :10.1088/0022-3727/40/23/015.
- [3] Biagi S (retrieved on february 10, 2016) *Helium cross sections, Biagi v8.9 database*. www.lxcat.net/Biagi.
- [4] Chang JS, Ichikawa Y, Hobson RM, Matsumura S, Teii S (1992) The effect of molecular ions on the plasma parameters in a medium pressure rare gas radio frequency discharge positive column. *Journal of Applied Physics*, 72(7):2632–2637. DOI :10.1063/1.351563.
- [5] Claustre J, Boukandou-Mombo C, Margot J, Matte JP, Vidal F (2017) An advanced time-dependent collisional-radiative model of helium plasma discharges. *Plasma Sources Science and Technology*, 26(10):105005. DOI :10.1088/1361-6595/aa8a16.
- [6] Hagelaar GJM (1996) Modeling of micro-discharges. Mémoire de maîtrise, Eindhoven University of Technology.
- [7] Hagelaar GJM (2008a) Effective-viscosity approach for nonlocal electron kinetics in inductively coupled plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 100:025001. DOI :10.1103/PhysRevLett.100.025001.
- [8] Hagelaar GJM (2008b) Fluid description of non-local electron kinetics in inductively coupled plasmas. *Plasma Sources Science and Technology*, 17(2):025017. DOI :10.1088/0963-0252/17/2/025017.
- [9] Hagelaar GJM, Fubiani G, Boeuf JP (2011) Model of an inductively coupled negative ion source : I. General model description. *Plasma Sources Science and Technology*, 20(1):015001. DOI :10.1088/0963-0252/20/1/015001.
- [10] Hagelaar GJM, Pitchford LC (2005) Solving the Boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for fluid models. *Plasma Sources Science and Technology*, 14(4):722–733. DOI :10.1088/0963-0252/14/4/011.
- [11] Köymen A, Tang FC, Zhao X, Dunning FB, Walters GK (1990) Multiple activation energies for conversion of He(2 3S) atoms to He2(a 3 Σ u+) molecules in ternary collisions. *Chemical Physics Letters*, 168(5):405–409. DOI :10.1016/0009-2614(90)85136-Z.
- [12] Lotz W (1968) Electron-impact ionization cross-sections and ionization rate coefficients for atoms and ions from hydrogen to calcium. *Zeitschrift für Physik*, 216(3):241–247. DOI :10.1007/BF01392963.
- [13] Morgan WL (last update on 1st july 2010) *Helium cross sections, Morgan database*. www.lxcat.net/Morgan.

-
- [14] Nacher PJ (1985) *Observations d'ondes de spin dans un gaz d'hélium-3 polarisé par pompage optique laser*. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI.
- [15] Nacher PJ, Leduc M (1985) Optical pumping in ^3He with a laser. *Journal de Physique*, 46(12):2057–2073. DOI :10.1051/jphys :0198500460120205700.
- [16] Oxenius J (1986). *Kinetic Theory of Particles and Photons : Theoretical Foundations of Non-LTE Plasma Spectroscopy*. Oxenius J, éditeur, Springer, Springer Series in Electrophysics, pages 66–86. Berlin, Heidelberg.
- [17] Pedersen HB, Buhr H, Altevogt S, Andrianarijaona V, Kreckel H, Lammich L, de Ruelle N, Staicu-Casagrande EM, Schwalm D, Strasser D, Urbain X, Zajfman D, Wolf A (2005). Dissociative recombination and low-energy inelastic electron collisions of the helium dimer ion. *Phys. Rev. A*, 72:012712. DOI :10.1103/PhysRevA.72.012712.
- [18] Qiushi Chen, Konrad A, Baronijan S (Nov./1994). Asymptotic boundary conditions for axisymmetric finite element electrostatic analysis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 30(6):4335–4337. DOI :10.1109/20.334079.
- [19] Santos M, Noël C, Belmonte T, Alves LL (2014). Microwave capillary plasmas in helium at atmospheric pressure. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 47(26):265201. DOI :10.1088/0022-3727/47/26/265201.
- [20] Stevefelt J, Pouvesle JM, Bouchoule A (1982). Reaction kinetics of a high pressure helium fast discharge afterglow. *The Journal of Chemical Physics*, 76(8):4006–4015. DOI :10.1063/1.443521.
- [21] Wang Q, Economou DJ, Donnelly VM (2006). Simulation of a direct current microplasma discharge in helium at atmospheric pressure. *Journal of Applied Physics*, 100(2):023301. DOI :10.1063/1.2214591.
- [22] Zhao X, Soletsky PA, Bryan WH, Dunning FB, Walters GK (1993). Temperature dependence of $\text{He}(2^3\text{P}_j)$ reactions : Collision-induced mixing and conversion to $\text{He}_2(\text{b}^3\Pi_g)$ molecules. *Physical Review A*, 48(6):4350–4357. DOI :10.1103/PhysRevA.48.4350.

Annexes

A TAUX DE RÉACTION CALCULÉS PAR *BOLSIG+* POUR *PLASMASIM*

Énergie (eV)	a)	b)	c)	d)
	$\text{He} + \text{e}^-$ $\longrightarrow \text{He}^* + \text{e}$ Excitation 19.82 eV Taux de réaction (m^3/s)	$\text{He}^* + \text{e}^-$ $\longrightarrow \text{He} + \text{e}$ De-excitation 19.82 eV Taux de réaction (m^3/s)	$\text{He} + \text{e}$ $\longrightarrow \text{He}^+ + 2\text{e}^-$ Ionisation directe 24.59 eV Taux de réaction (m^3/s)	$\text{He}^* + \text{e}^-$ $\longrightarrow \text{He}^+ + 2\text{e}^-$ Ionisation par étape 4.77 eV Taux de réaction (m^3/s)
0.	0.	0.	0.	0.
0.1000	0.000	0.1493E-14	0.000	0.000
0.1073	0.000	0.1532E-14	0.000	0.000
0.1153	0.000	0.1570E-14	0.000	0.000
0.1241	0.000	0.1606E-14	0.000	0.000
0.1338	0.000	0.1638E-14	0.000	0.000
0.1444	0.000	0.1667E-14	0.000	0.000
0.1560	0.000	0.1692E-14	0.000	0.000
0.1688	0.000	0.1712E-14	0.000	0.000
0.1829	0.000	0.1727E-14	0.000	0.000
0.1983	0.000	0.1737E-14	0.000	0.000
0.2152	0.000	0.1742E-14	0.000	0.000
0.2338	0.000	0.1743E-14	0.000	0.000
0.2542	0.000	0.1739E-14	0.000	0.000
0.2766	0.000	0.1732E-14	0.000	0.000
0.3012	0.000	0.1721E-14	0.000	0.000
0.3283	0.000	0.1707E-14	0.000	0.000
0.3581	0.000	0.1692E-14	0.000	0.000
0.3909	0.000	0.1674E-14	0.000	0.000
0.4270	0.000	0.1655E-14	0.000	0.000
0.4668	0.000	0.1635E-14	0.000	0.000
0.5106	0.000	0.1614E-14	0.000	0.000
0.5589	0.000	0.1593E-14	0.000	0.000
0.6121	0.000	0.1571E-14	0.000	0.000
0.6709	0.000	0.1548E-14	0.000	0.4663E-25
0.7358	0.000	0.1525E-14	0.000	0.2491E-23
0.8075	0.000	0.1502E-14	0.000	0.8764E-22
0.8870	0.000	0.1478E-14	0.000	0.1856E-20
0.9752	0.000	0.1453E-14	0.000	0.2609E-19
1.073	0.000	0.1428E-14	0.000	0.2540E-18
1.183	0.000	0.1402E-14	0.000	0.1791E-17
1.305	0.000	0.1374E-14	0.000	0.9526E-17
1.442	0.000	0.1346E-14	0.000	0.3972E-16
1.597	0.000	0.1318E-14	0.000	0.1344E-15
1.773	0.000	0.1288E-14	0.000	0.3805E-15
1.974	0.1029E-24	0.1258E-14	0.000	0.9265E-15

2.204	0.4138E-23	0.1227E-14	0.000	0.1987E-14
2.473	0.8553E-22	0.1195E-14	0.4039E-27	0.3833E-14
2.789	0.1010E-20	0.1163E-14	0.1448E-25	0.6760E-14
3.164	0.7440E-20	0.1130E-14	0.2882E-24	0.1103E-13
3.603	0.3685E-19	0.1096E-14	0.3491E-23	0.1672E-13
4.091	0.1310E-18	0.1064E-14	0.2770E-22	0.2354E-13
4.594	0.3548E-18	0.1033E-14	0.1549E-21	0.3082E-13
5.068	0.7758E-18	0.1007E-14	0.6526E-21	0.3776E-13
5.484	0.1443E-17	0.9857E-15	0.2200E-20	0.4382E-13
5.834	0.2383E-17	0.9689E-15	0.6239E-20	0.4885E-13
6.125	0.3614E-17	0.9556E-15	0.1549E-19	0.5295E-13
6.370	0.5152E-17	0.9448E-15	0.3467E-19	0.5630E-13
6.581	0.7022E-17	0.9357E-15	0.7146E-19	0.5911E-13
6.770	0.9257E-17	0.9277E-15	0.1379E-18	0.6156E-13
6.946	0.1190E-16	0.9204E-15	0.2519E-18	0.6376E-13
7.113	0.1500E-16	0.9134E-15	0.4399E-18	0.6581E-13
7.277	0.1862E-16	0.9067E-15	0.7392E-18	0.6777E-13
7.442	0.2282E-16	0.9001E-15	0.1202E-17	0.6969E-13
7.610	0.2768E-16	0.8935E-15	0.1900E-17	0.7160E-13
7.783	0.3327E-16	0.8868E-15	0.2931E-17	0.7352E-13
7.964	0.3970E-16	0.8800E-15	0.4423E-17	0.7547E-13
8.155	0.4706E-16	0.8730E-15	0.6550E-17	0.7746E-13
8.356	0.5547E-16	0.8658E-15	0.9538E-17	0.7951E-13
8.572	0.6503E-16	0.8584E-15	0.1368E-16	0.8162E-13
8.803	0.7589E-16	0.8507E-15	0.1937E-16	0.8381E-13
9.053	0.8820E-16	0.8426E-15	0.2710E-16	0.8608E-13
9.325	0.1021E-15	0.8341E-15	0.3750E-16	0.8845E-13
9.623	0.1178E-15	0.8251E-15	0.5142E-16	0.9093E-13
9.951	0.1354E-15	0.8157E-15	0.6988E-16	0.9353E-13
10.31	0.1551E-15	0.8056E-15	0.9425E-16	0.9625E-13
10.72	0.1771E-15	0.7949E-15	0.1262E-15	0.9911E-13
11.18	0.2017E-15	0.7834E-15	0.1679E-15	0.1021E-12
11.69	0.2290E-15	0.7712E-15	0.2219E-15	0.1053E-12
12.27	0.2591E-15	0.7580E-15	0.2916E-15	0.1086E-12
12.94	0.2922E-15	0.7439E-15	0.3810E-15	0.1121E-12
13.70	0.3283E-15	0.7288E-15	0.4950E-15	0.1157E-12
14.58	0.3674E-15	0.7126E-15	0.6393E-15	0.1194E-12
15.60	0.4093E-15	0.6953E-15	0.8207E-15	0.1232E-12
16.78	0.4537E-15	0.6769E-15	0.1047E-14	0.1272E-12
18.15	0.5002E-15	0.6573E-15	0.1326E-14	0.1312E-12
19.74	0.5481E-15	0.6368E-15	0.1666E-14	0.1351E-12
21.58	0.5966E-15	0.6152E-15	0.2075E-14	0.1391E-12
23.72	0.6448E-15	0.5930E-15	0.2562E-14	0.1429E-12
26.19	0.6917E-15	0.5702E-15	0.3132E-14	0.1466E-12
29.05	0.7363E-15	0.5470E-15	0.3789E-14	0.1500E-12
32.33	0.7777E-15	0.5238E-15	0.4536E-14	0.1531E-12
36.11	0.8152E-15	0.5007E-15	0.5371E-14	0.1559E-12

40.43	0.8482E-15	0.4780E-15	0.6294E-14	0.1583E-12
45.39	0.8764E-15	0.4560E-15	0.7298E-14	0.1603E-12
51.07	0.8995E-15	0.4347E-15	0.8378E-14	0.1618E-12
57.60	0.9176E-15	0.4142E-15	0.9525E-14	0.1629E-12
65.12	0.9307E-15	0.3947E-15	0.1073E-13	0.1635E-12
73.81	0.9392E-15	0.3763E-15	0.1198E-13	0.1637E-12
83.92	0.9433E-15	0.3588E-15	0.1327E-13	0.1634E-12
95.74	0.9433E-15	0.3422E-15	0.1458E-13	0.1626E-12
109.7	0.9396E-15	0.3266E-15	0.1589E-13	0.1614E-12
126.2	0.9324E-15	0.3119E-15	0.1720E-13	0.1597E-12
145.9	0.9220E-15	0.2978E-15	0.1848E-13	0.1577E-12
169.7	0.9087E-15	0.2845E-15	0.1972E-13	0.1552E-12
198.8	0.8925E-15	0.2717E-15	0.2089E-13	0.1523E-12
234.6	0.8737E-15	0.2594E-15	0.2197E-13	0.1489E-12
279.2	0.8523E-15	0.2474E-15	0.2295E-13	0.1452E-12
335.4	0.8284E-15	0.2356E-15	0.2379E-13	0.1410E-12
407.2	0.8019E-15	0.2240E-15	0.2448E-13	0.1364E-12
500.0	0.7728E-15	0.2124E-15	0.2498E-13	0.1314E-12

TABLEAU A.1 : Taux de réaction (m^3/s) en fonction de l'énergie (eV)

B CALCUL DE LA PUISSANCE RADIATIVE

$$\mathbf{E}_{1/r}(\mathbf{r}) = \frac{\hat{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{m}}}{c^2 r} \quad , \quad \mathbf{B}_{1/r}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{E}_{1/r}(\mathbf{r}) \quad \text{équations en CGS}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{1/r}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{\text{autre}}(\mathbf{r}) \quad , \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_{1/r}(\mathbf{r}) + \mathbf{B}_{\text{autre}}(\mathbf{r})$$

$\mathbf{E}_{1/r}$ et $\mathbf{B}_{1/r}$ représentent la partie des champs électriques et magnétiques qui rayonne à l'infini. On peut donc négliger $\mathbf{E}_{\text{autre}}$ et $\mathbf{B}_{\text{autre}}$ puisqu'on se place environ à l'infini pour mesurer la puissance qui est rayonnée, l'autre étant absorbée par les électrons.

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad \text{équation en CGS}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\mathbf{r}) &= \frac{c}{4\pi} \left(\frac{\hat{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{m}}}{c^2 r} \right) \times \left(\hat{\mathbf{r}} \times \left(\frac{\hat{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{m}}}{c^2 r} \right) \right) \quad \text{équation en CGS} \\ &= \frac{1}{4\pi c^3 r^2} (\hat{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{m}}) \times (\hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{m}})) \\ &= \frac{1}{4\pi c^3 r^2} (\hat{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{m}}) \times \left((\hat{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{m}}) \hat{\mathbf{r}} - \|\hat{\mathbf{r}}\|^2 \ddot{\mathbf{m}} \right) \\ &= \frac{1}{4\pi c^3 r^2} \left((\hat{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{m}}) \left(\|\hat{\mathbf{r}}\|^2 \ddot{\mathbf{m}} - (\ddot{\mathbf{m}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \hat{\mathbf{r}} \right) - \|\hat{\mathbf{r}}\|^2 \left((\hat{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{m}}) \ddot{\mathbf{m}} - \|\ddot{\mathbf{m}}\|^2 \hat{\mathbf{r}} \right) \right) \\ &= \frac{1}{4\pi c^3 r^2} \left((\hat{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{m}}) \|\hat{\mathbf{r}}\|^2 \ddot{\mathbf{m}} - (\hat{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{m}})^2 \hat{\mathbf{r}} - (\hat{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{m}}) \|\hat{\mathbf{r}}\|^2 \ddot{\mathbf{m}} + \|\ddot{\mathbf{m}}\|^2 \|\hat{\mathbf{r}}\|^2 \hat{\mathbf{r}} \right) \\ &= \frac{1}{4\pi c^3 r^2} \|\ddot{\mathbf{m}}\|^2 (1 - (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{m}})^2) \hat{\mathbf{r}} \\ &= \frac{1}{4\pi c^3 r^2} \|\ddot{\mathbf{m}}\|^2 (1 - \cos^2(\phi)) \hat{\mathbf{r}} \\ &= \frac{1}{4\pi c^3 r^2} \|\ddot{\mathbf{m}}\|^2 \sin^2(\phi) \hat{\mathbf{r}} \end{aligned}$$

$$\mathbf{m} = -m_0 \sin(kr - \omega t) \hat{\mathbf{z}} \quad , \quad \ddot{\mathbf{m}} = \omega^2 m_0 \sin(kr - \omega t) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi c^3 r^2} \omega^4 \|\mathbf{m}\|^2 \sin^2(\phi) \hat{\mathbf{r}} \quad \text{équation en CGS}$$

Pour les conversions CGS \leftarrow SI :

$$\mathbf{m}_{CGS} = \sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}} \mathbf{m}_{SI}$$

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{(4\pi r)^2 c^3} \omega^4 \|\mathbf{m}\|^2 \sin^2(\phi) \hat{\mathbf{r}} \quad \text{équation en SI}$$

$$\begin{aligned} P &= \oint_s \mathbf{S} \cdot d\mathbf{s} = \oint_s \frac{\mu_0}{(4\pi r)^2 c^3} \omega^4 \|\mathbf{m}\|^2 \sin^2(\phi) \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s} \\ &= \frac{\mu_0}{(4\pi r)^2 c^3} \omega^4 \|\mathbf{m}\|^2 \oint_s r^2 \sin^3(\phi) d\phi d\theta \\ &= \frac{\mu_0}{(4\pi r)^2 c^3} \omega^4 \|\mathbf{m}\|^2 r^2 \int_0^\pi \sin^3(\phi) d\phi \int_0^{2\pi} d\theta \\ &= \frac{\mu_0}{(4\pi)^2 c^3} \omega^4 \|\mathbf{m}\|^2 \left(\frac{4}{3} 2\pi\right) \\ &= \frac{\mu_0}{6\pi c^3} \omega^4 \|\mathbf{m}\|^2 \end{aligned}$$