

Centre Eau Terre Environnement

## **ÉLABORATION D'UN FLUX DE TRAVAIL POUR SUIVRE L'INSTABILITÉ D'UNE FALAISE PAR ÉCOUTE MICROSEISMIQUE**

Par

Maher Nasr

Thèse présentée pour l'obtention du grade de  
*Philosophiae Doctor (Ph.D.) en Sciences de la Terre*

Programme géré conjointement par l'INRS et l'Université Laval

### **Jury d'évaluation**

Président du jury et  
examinateur interne

Mathieu J. Duchesne  
Commission géologique du Canada

Examinateur externe

Pascal Audet  
Université d'Ottawa

Examinateur externe

Mirko van der Baan  
Université d'Alberta

Directeur de recherche

Bernard Giroux  
INRS-ETE

Codirecteur de recherche

J. Christian Dupuis  
Université Laval



*Advances are made by answering questions.*

*Discoveries are made by questioning answers.*

- Bernhard Haisch, astrophysicist



## **REMERCIEMENTS**

Alors que je m'apprête à quitter l'université après des longues années, j'aimerais adresser une pensée particulière à toutes les personnes que j'ai côtoyées à l'école durant 25 ans de ma vie. Mes sincères remerciements vont à tous mes professeurs, mes collègues et mes amis d'ici et de l'autre coin du monde où j'ai grandi. Un grand merci pour ceux qui m'ont soutenu et m'ont encouragé durant ce long cursus et notamment ma famille. J'en suis reconnaissant. Ce travail vous est dédié.

Je tiens d'abord à exprimer ma gratitude à mon directeur recherche le Professeur Giroux pour sa qualité en tant qu'encadreur, pour sa confiance, sa disponibilité, et son appui inconditionnels durant les 5 années de la thèse. Je le remercie pour son aide, sa motivation et le travail formidable que nous avons accompli ensemble. Je voudrais aussi saluer sa qualité en tant qu'enseignant et le remercier pour tout ce qu'il nous a appris. Vous nous avez toujours poussé à nous surpasser et à aller plus loin. Je vous dois beaucoup de reconnaissances.

Je souhaite aussi exprimer mes sincères remerciements à mon codirecteur de recherche le Professeur Dupuis et notamment pour sa disponibilité, son soutien et ses efforts extraordinaires pour améliorer ce travail malgré la distance. J'ai beaucoup apprécié votre vision critique, vos réflexions constructives et vos conseils prestigieux. Je n'oublie pas de mentionner vos qualités humaines et vos courriels d'encouragement.

Je tiens également à remercier les membres du Jury : Prof. Pascal Audet, Dr. Mathieu Duchesne et Prof. Mirko van der Baan pour avoir accepté d'évaluer cette thèse malgré leurs emplois de temps très chargés.

Finalement, je n'oublie pas de remercier le gang de l'INRS : mes collègues et camarades du groupe LIAMG, l'équipe de télédétection et d'hydrologie statistique ainsi que tous les collègues que j'ai côtoyé dans mon bureau ces dernières années.



## RÉSUMÉ

Le changement climatique est un fléau qui touche les quatre sphères de la Terre : l'atmosphère, l'hydrosphère, la biosphère et même la géosphère. Cette dernière se trouve particulièrement menacée par des phénomènes météorologiques extrêmes qui redessinent les paysages partout dans le monde. L'érosion côtière, les mouvements de terrain et la dégradation de la qualité du sol ne sont que quelques exemples à citer. Dans ce sens, nous assistons ces dernières décennies à une hausse de nombre des zones à risque et l'élargissement de leurs périmètres. Une surveillance permanente et étroite de ces sites est nécessaire pour comprendre leurs évolutions et élaborer des plans d'intervention. La sismique passive s'impose parmi les outils incontournables pour un suivi de longue durée. La méthode démontre une efficacité inédite pour étudier différents mouvements gravitaires allant des éboulements jusqu'aux glissements de terrain.

Nous proposons dans ce projet de réaliser une écoute microsismique sur une falaise rocheuse montrant des fréquents éboulements. L'objectif ultime est de repérer les parties instables de la falaise afin d'orienter les opérations d'écaillage visant à minimiser les éboulis qui s'accumulent sur une voie ferroviaire voisine. Une analyse des données par détection et localisation est retenue ce qui implique trois tâches: 1- la détection et le pointé de temps d'arrivée, 2- la localisation des hypocentres, et 3- la modélisation des ondes sismiques par tracé de rai pour résoudre le problème d'inversion. Le deuxième objectif de cette thèse est d'améliorer ces trois composantes fondamentales.

Le premier fruit de ce travail est l'élaboration d'une méthodologie innovatrice pour optimiser le traitement des données microsismiques. La stratégie combine à la fois des nouvelles approches et des méthodes classiques soigneusement choisies. Ainsi, nous avons proposé des nouvelles techniques de détection, de pointé et de filtrage de données basées sur l'estimation de la polarisation par une analyse de la matrice de corrélation. L'approche s'avère plus robuste vis-à-vis du bruit et facilite énormément la distinction entre les ondes à polarisation linéaire et les signaux parasites. Concernant la modélisation par tracé de rai, une nouvelle méthode appelée '*the Dynamic Shortest Path*' a été introduite. L'approche mise sur un raffinement local du maillage autour des sources sismiques et sur la mise à jour de temps d'arrivée à partir des rais sismiques. La méthode est capable d'assurer une erreur inférieure à 1% pour un coût de calcul raisonnable pour des problèmes d'inversion. Le troisième essor pour cette thèse est un code d'inversion conjointe hypocentre-vitesse adapté aux maillages non-structurés. Des nouvelles techniques de

régularisation et d'analyse de données de calibration y sont intégrées. Le temps d'exécution du code a été optimisé en implémentant certaines tâches en parallèle.

**Mots-clés** : sismique passive; tracé de rai; maillage tétrahédrique; rectilinéarité; filtre de polarisation; inversion des hypocentres; détection et pointé des évènements sismiques.

## ABSTRACT

Climate change is a global phenomenon affecting the four spheres of the Earth: the atmosphere, the hydrosphere, the biosphere and even the geosphere. The geosphere is particularly exposed to extreme weather events which contribute to significant reshaping of landscapes worldwide. Coastal erosion, ground movements and degradation of soil quality are just a few examples. In this context, an increase in the number of areas at high gravitational risk and their perimeters were noted in recent decades. In sensitive areas, permanent monitoring of the stability of such sites is necessary in order to track their developments and to prepare intervention strategies. Passive seismic is considered to be one of the best tools for long-term monitoring of ground stability. This method was shown to be an efficient mean to track landmass movements that range from rockfalls to landslides.

In this project, we propose to carry out a microseismic monitoring experiment for an unstable cliff that hosts episodic rockfalls. The ultimate goal of this experiment is to identify portions of the cliff that become unstable over time and dispatch mitigation strategies to avoid unplanned rockfalls on a nearby railway. A strategy of data analysis by detection and localization was selected for this project, which implies three main steps: 1- detection and picking of seismic arrival times, 2- hypocenter localization, and 3- seismic wave modeling by raytracing to solve the inversion problem. This work proposes new techniques that were developed to tackle these three-fundamental tasks in microseismic.

The first outcome of this research project is the development of an innovative methodology to optimize microseismic data processing. This methodology combines several novel approaches with many classical methods well selected. The first achievement concerns new techniques for microseismic data detection, picking and filtering based on estimation of the linear polarization via the analysis of the correlation matrix. The developed methods show robust performance against seismic noise added to synthetic datasets and noise present in real data. The sought linearly polarized wavefields are therefore easily separated from unwanted signals. This work also introduces an enhanced method for ray-tracing modeling called 'the Dynamic Shortest Path'. The strategy relies on a local mesh refinement around seismic sources and on the updating of traveltimes along the seismic ray paths. The method shows a global error less than 1% with a reasonable computational cost for inversion problems. The last achievement of this thesis is a joint hypocenter-velocity inversion code adapted to unstructured meshes. New techniques for

regularization and calibration data interpretation are also tested and integrated in this last contribution. The inversion code runtime was optimized using a parallel approach.

**Keywords** : passive seismic; ray tracing; tetrahedral mesh; rectilinearity; polarization filter; hypocenter inversion; seismic event detection and picking.

# TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	V
RÉSUMÉ .....	VII
ABSTRACT .....	IX
TABLE DES MATIÈRES.....	XI
LISTE DES FIGURES .....	XVII
LISTE DES TABLEAUX.....	XXI
<b>1 INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
1.1 CONTEXTE GENERAL.....	1
1.2 ÉTAT DE L'ART : ETUDE DE LA STABILITÉ DES TERRAINS PAR MICROISMIQUE .....	3
1.2.1 <i>Analyses qualitatives et semi-quantitatives</i> .....	4
1.2.2 <i>Analyses quantitatives</i> .....	6
1.3 CONTEXTE SPECIFIQUE ET OBJECTIFS DU PROJET.....	9
1.3.1 <i>Du problème à la solution</i> .....	10
1.3.2 <i>Objectifs et aspects innovants</i> .....	11
1.4 ORGANISATION DE LA THESE.....	12
<b>2 REVUE DE LITTÉRATURE.....</b>	<b>15</b>
2.1 DETECTION ET POINTE DES EVENEMENTS SISMIQUES.....	15
2.1.1 <i>Méthode de détection des évènements sismiques</i> .....	16
2.1.2 <i>Méthodes de pointé des temps d'arrivée</i> .....	19
2.2 PROBLEME DIRECT : MODELISATION DES ONDES SISMIQUES PAR TRACE DE RAI.....	23
2.2.1 <i>Méthode de Shortest Path</i> .....	24
2.2.2 <i>Méthode de Fast Marching</i> .....	26
2.2.3 <i>Méthode de Fast Sweeping</i> .....	29
2.2.4 <i>Choix d'un algorithme de tracé de rai</i> .....	30
2.3 LOCALISATION DES ÉVÈNEMENTS SISMIQUES.....	31
2.3.1 <i>Inversion conjointe hypocentre-vitesse (ICHV)</i> .....	31
2.3.2 <i>Tomographie différence double</i> .....	35
2.3.3 <i>Méthode de Semblance</i> .....	37
2.3.4 <i>Choix d'une méthode de localisation</i> .....	39

<b>3 ARTICLE 1: A NOVEL TIME DOMAIN POLARIZATION FILTER BASED ON A CORRELATION MATRIX ANALYSIS.....</b>	<b>41</b>
3.1 ABSTRACT.....	42
3.2 INTRODUCTION.....	42
3.3 THEORETICAL BACKGROUND.....	47
3.3.1 <i>The 3D correlation coefficient</i> .....	48
3.3.2 <i>Scale factor</i> .....	51
3.4 FILTER IMPLEMENTATION AND SYNTHETIC DATA EXAMPLES .....	55
3.4.1 <i>Synthetic data</i> .....	58
3.4.2 <i>Example and comparison with other polarization filters.</i> .....	59
3.5 FILTER PARAMETERS AND INPUT SIGNAL SNR EFFECTS.....	62
3.5.1 <i>Filter order</i> .....	63
3.5.2 <i>Rectilinearity threshold</i> .....	65
3.5.3 <i>Time window</i> .....	66
3.6 NOISE EFFECTS.....	70
3.7 REAL DATA DENOISING.....	71
3.8 DISCUSSION.....	73
3.9 CONCLUSIONS.....	74
ACKNOWLEDGEMENTS .....	75
APPENDIX A3: CLASSIC 2D RECTILINEARITY FUNCTIONS VS CORRELATION COEFFICIENT .....	75
REFERENCES.....	78
<b>4 ARTICLE 2: THE CORRELATION POLARIZATION METHOD: A NOVEL AUTOMATIC TECHNIQUE FOR SEISMIC EVENT DETECTION AND FIRST-BREAK PICKING .....</b>	<b>83</b>
4.1 SUMMARY.....	83
4.2 INTRODUCTION.....	84
4.3 RECTILINEARITY ANALYSIS VIA THE CORRELATION MATRIX .....	85
4.4 EVENT DETECTION.....	86
4.5 FIRST-BREAK PICKING.....	89
4.6 REAL DATA EXAMPLE.....	91
4.7 CONCLUSIONS.....	92
REFERENCES.....	93
<b>5 ARTICLE 3: PYTHON PACKAGE FOR 3D JOINT HYPOCENTER-VELOCITY INVERSION ON TETRAHEDRAL MESHES .....</b>	<b>95</b>
5.1 ABSTRACT.....	96

5.2	INTRODUCTION.....	96
5.3	THEORY OF THE JHVI.....	100
5.4	EXTENSION THE JHVI ON TETRAHEDRAL MESHES .....	103
5.4.1	<i>Traveltimes partial derivatives</i> .....	103
5.4.2	<i>The regularization matrices</i> .....	105
5.5	THE JHVIT ALGORITHM.....	108
5.5.1	<i>Implementation overview</i> .....	108
5.5.2	<i>Parallel implementation performance</i> .....	111
5.6	SYNTHETIC EXAMPLES AND PRACTICAL CONSIDERATIONS .....	114
5.6.1	<i>Synthetic data</i> .....	114
5.6.2	<i>Vp/Vs ratio and initial velocity models</i> .....	116
5.6.3	<i>Hypocenter location examples and noise effects</i> .....	121
5.7	CONCLUSION AND OUTLOOKS.....	124
	APPENDIX A5: EXPLICIT FORMULAS OF THE MATRICES M AND H .....	126
	APPENDIX B5: REGULARIZATION MATRICES IN TETRAHEDRAL MESHES.....	126
	B5.1 <i>The 3D regression-based method (RBM_3D)</i> .....	127
	B5.2 <i>The 4D regression-based method (RBM_4D)</i> .....	128
	APPENDIX C5: CONSTRAINTS IMPLEMENTATIONS FOR Vp/Vs RATIO .....	130
	C5.1 <i>Penalty function of Vp/Vs ratio</i> .....	130
	C5.2 <i>Statistical moment constraint</i> .....	131
	ACKNOWLEDGMENTS.....	132
	REFERENCES.....	132
6	ARTICLE 4: A HYBRID APPROACH TO COMPUTE SEISMIC TRAVEL TIMES IN 3D TETRAHEDRAL MESHES .....	139
6.1	ABSTRACT.....	140
6.2	INTRODUCTION.....	140
6.3	CONCEPTUAL APPROACH.....	144
6.3.1	<i>Forward step</i> .....	145
6.3.2	<i>Backward process</i> .....	153
6.4	ACCURACY AND PERFORMANCE .....	160
6.4.1	<i>Backward process</i> .....	160
6.4.2	<i>Accuracy for complex media</i> .....	166
6.4.3	<i>Accuracy for a steep topography model</i> .....	170
6.5	DISCUSSION.....	172
6.6	CONCLUSION.....	173
	ACKNOWLEDGEMENTS .....	174

DATA AVAILABILITY STATEMENT .....	174
REFERENCES.....	174
<b>7 TRAITEMENT DES DONNÉES RÉELLES : DE LA MÉTHODOLOGIE AUX RÉSULTATS .....</b>	<b>181</b>
7.1 ZONE D'ÉTUDE.....	181
7.1.1 <i>Cadre géographique et géologique</i> .....	181
7.1.2 <i>Travaux antérieurs</i> .....	183
7.2 TRAVAUX DE TERRAIN ET ACQUISITION DE DONNEES .....	185
7.3 QUALITE DES DONNEES ET NIVEAU DU BRUIT AMBIANT.....	189
7.3.1 <i>Théorie et implémentation</i> .....	190
7.3.2 <i>Résultats et interprétation</i> .....	191
7.4 FILTRAGE DE DONNÉES.....	196
7.5 DÉTECTION DES ÉVÈNEMENTS.....	196
7.5.1 <i>Exemples de détection sur des sismogrammes 1C et 3C</i> .....	197
7.5.2 <i>Résultats</i> .....	200
7.6 POINTÉ DES ÉVÈNEMENTS.....	202
7.6.1 <i>Pointé sur les sismogrammes 3C</i> .....	203
7.6.2 <i>Pointé sur les sismogrammes 1C</i> .....	203
7.6.3 <i>Évaluer la précision des temps pointés</i> .....	206
7.6.4 <i>Corriger les temps d'arrivée par intercorrélation</i> .....	207
7.7 LOCALISATION DES HYPOCENTRES .....	210
7.8 DISCUSSION DE LA METHODOLOGIE.....	211
<b>8 CONCLUSION ET PRESPECTIVES.....</b>	<b>213</b>
8.1 ÉVALUATION DES OBJECTIFS.....	213
8.2 CONTRIBUTIONS SCIENTIFIQUES .....	214
8.3 ORIENTATIONS DES RECHERCHES FUTURES ET RECOMMANDATIONS .....	216
<b>9 BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>219</b>
<b>10 ANNEXES.....</b>	<b>231</b>
10.1 ANNEXE A : IMPLEMENTATION DE CERTAINES CONTRAINTES POUR L'ICHV .....	231
10.2 ANNEXE B : DONNEES GEOLOGIQUES COLLECTEES POUR LE SITE ETUDIE .....	232
10.3 ANNEXE C : THEORIE ET IMPLEMENTATION DES FILTRES RETENUS .....	237
10.3.1 <i>Seuillage dans le domaine temps-fréquence</i> .....	237
10.3.2 <i>La Décomposition en Modes Empiriques</i> .....	238
10.3.3 <i>Autres méthodes de filtrage</i> .....	240





# LISTE DES FIGURES

FIGURE 1.1 : LA VARIATION DE LA FREQUENCE PROPOSE ANALYSEE SUR LE SPECTROGRAMME VERSUS LA TEMPERATURE DE L'AIR (D'APRES BOTTELIN <i>ET AL.</i> (2013)).....	5
FIGURE 1.2 : FLUCTUATION DE LA VITESSE RELATIVE D'UNE MASSE ARGILEUSE GLISSANTE PAR RAPPORT AU NIVEAU DE LA NAPPE PHREATIQUE (D'APRES LAROSE <i>ET AL.</i> (2015)) .....	7
FIGURE 1.3 : SECTION DE VITESSE D'ONDE DE CISAILLEMENT OBTENUE PAR UNE TOMOGRAPHIE DE BRUIT AMBIANT (D'APRES HARBA AND PILECKI (2017)) .....	9
FIGURE 2.1: EXEMPLE DE DETECTION DE DEUX EVENEMENTS SISMIQUES PAR LA METHODE STA/LTA. ....	17
FIGURE 2.2: EXEMPLE DE DETECTION DE DEUX EVENEMENTS SISMIQUES PAR LA METHODE ATA/BTA/DTA. ....	18
FIGURE 2.3: UN EXEMPLE SYNTHETIQUE DU POINTE D'UNE ARRIVEE SISMIQUE PAR LA METHODE MER. ....	20
FIGURE 2.4: UN EXEMPLE DU POINTE DE L'ARRIVEE D'UN EVENEMENT SISMIQUE PAR LA METHODE MCM. ....	21
FIGURE 2.5 : INTERPRETATION GEOMETRIQUE DES 3 ENSEMBLES A, B ET C UTILISES PAR L'ALGORITHME DE DIJKSTRA (D'ADOPTÉ DE CAPOZZOLI <i>ET AL.</i> , 2014).....	25
FIGURE 2.6 :SCHEMA DE MISE A JOUR DE TEMPS D'ARRIVEE (NŒUD C) POUR UNE MAILLE TRIANGULAIRE (LELIEVRE <i>ET AL.</i> , 2011). ....	29
FIGURE 3.1 : AN EXAMPLE OF PARTICLE MOTION ELLIPSOID INFERRED FROM THE COVARIANCE MATRIX OF DATA.....	45
FIGURE 3.2 : PROJECTIONS OF TWO CLOUDS OF 3D POINTS HAVING DIFFERENT SHAPES.....	51
FIGURE 3.3 : THE ASPECT OF THE SAME POINT SET IN TWO DIFFERENT AXES SYSTEMS. ....	53
FIGURE 3.4 : SCALE FACTOR AS FUNCTION OF VARIABLE COVARIANCE RATIO.....	54
FIGURE 3.5 : EFFECT OF OUTLIER DATA ON SCALE FACTOR VALUE. ....	55
FIGURE 3.6 : SYNTHETIC THREE-COMPONENT SEISMOGRAM PREPARED USING THE CODE OF BOHLEN (2002). ....	59
FIGURE 3.7 : FILTERING STAGES, OUTPUT SEISMOGRAM AND RESIDUALS OF THE CORF. ....	60
FIGURE 3.8 : FILTERED SEISMOGRAMS USING DIFFERENT FILTERS.....	62
FIGURE 3.9 : EFFECTS OF PF ORDER ON THE SNR (COLUMN 1) AND ON THE ENERGY RATIO OF THE FILTERED SIGNAL (COLUMN 2 FOR P WAVE AND COLUMN 3 FOR S WAVE).....	64
FIGURE 3.10 : SNR, ERP AND ERS VARIATION AS FUNCTION OF RECTILINEARITY THRESHOLD VALUE. ....	66
FIGURE 3.11 : SNR ENHANCEMENT, $ER_p$ AND $ER_s$ VARIATIONS ACCORDING TO THE WINDOW LENGTH $L$ CALCULATED AS MULTIPLES OF THE INSTANTANEOUS PERIOD. ....	70
FIGURE 3.12 : SNR OF FILTERED SIGNAL AS FUNCTION OF INPUT SNR. DASHED LINES REPRESENT ISO-VALUES OF SNR ENHANCEMENT...71	71
FIGURE 3.13 : EXAMPLE OF REAL 3C SEISMOGRAMS BEFORE (A) AND AFTER APPLYING THE PF (B). ....	72
FIGURE 3.14 : HODOGRAM OF THE THIRD SEISMOGRAM OF FIGURE 3.13 BEFORE (IN BLACK) AND AFTER (IN RED) APPLYING THE CORF. 73	73
FIGURE 3.15 : RECTILINEARITY AS FUNCTION OF $P_{xy}$ FOR THE EQUATION OF MONTALBETTI AND KANASEWICH (1970) AND THE EQUATION OF SAMSON AND OLSON (1981).....	78
FIGURE 4.1 : EXAMPLE OF SEISMIC EVENT DETECTION USING THE CPM.....	88

FIGURE 4.2 : FIRST-BREAK PICKING EXAMPLE USING 2 RECTILINEARITY FUNCTIONS. ....	90
FIGURE 4.3 : EVENT DETECTION AND FIRST-BREAK PICKING FOR A REAL 3C SEISMOGRAM. ....	92
FIGURE 5.1 : LEFT: SEISMIC RAYS BETWEEN SOURCE (YELLOW DOT) AND RECEIVERS (BLACK TRIANGLES). RIGHT: ZOOM INSIDE A TETRAHEDRAL CELL SHOWING SINGLE SEGMENT CONSTITUTING THE RAY.....	104
FIGURE 5.2 : RELATIVES ERRORS OF THE FIRST (LEFT) AND THE SECOND (RIGHT) SPATIAL DERIVATIVES CALCULATED USING DIVERSE COMBINATIONS OF 3 METHODS (RBM_3D, RBM_4D, ABM) AND 3 TAYLOR SERIES EXPANSIONS.....	107
FIGURE 5.3 : MEASURED CPU TIMES (LEFT), SPEEDUP (CENTER) AND EFFICIENCY (RIGHT) AS FUNCTION OF THE NUMBER OF THREADS. .	113
FIGURE 5.4 : THE CLIFF DOMAIN USED TO PREPARE THE SYNTHETIC DATA SHOWING THE MODEL B STRUCTURE: LAYER 1 (BLUE), LAYER 2 (BEIGE), LAYER 3 (RED). .....	115
FIGURE 5.5 : RECEIVER CONFIGURATION (GREEN DOTS) AND CALIBRATION SHOT DISTRIBUTION (RED DOTS) PROJECTED ON THE TOPOGRAPHIC MAP. ....	115
FIGURE 5.6 : THE WADATI DIAGRAM AND FITTED AVERAGE, MINIMUM AND MAXIMUM VALUES OF Vp/Vs RATIO. ....	118
FIGURE 5.7 : VELOCITY ANALYSIS OF THE CALIBRATION DATA OF MODEL A AND B VIA THE D-T DIAGRAM.....	119
FIGURE 5.8 : PIECEWISE DELIMITATION OF SEGMENTS THAT FORM THE D-T CURVE FOR P (LEFTMOST) AND S (RIGHTMOST) DATA IN THE CASE OF LAYERED MODEL.....	121
FIGURE 5.9 : ABSOLUTE ERRORS FOR ORIGIN TIMES, FOR THE HYPOCENTER POSITIONS AND FOR X, Y AND Z COORDINATES USING 3 DATA SETS. ....	122
FIGURE 5.10 : RELATIVE ERRORS OF HYPOCENTER POSITIONS AND ORIGIN TIMES VERSUS NOISE PERCENTAGE. ....	123
FIGURE 5.11 : CROSS SECTIONS THAT SHOW EVOLUTION OF VELOCITY MODELS ACCORDING TO DIVERSE NOISE LEVELS.....	124
FIGURE 6.1: ILLUSTRATION OF SPM RAYTRACING IN A 2D HOMOGENEOUS VELOCITY MODEL WITH PATHS IMPOSED TO SECONDARY NODES. ....	144
FIGURE 6.2: CELL FACE SHOWING DIFFERENT NODE CATEGORIES AND THE NOMENCLATURE USED TO SPECIFY DISCRETIZATION.....	146
FIGURE 6.3 : ABSOLUTE (LEFT) AND RELATIVE (RIGHT) ERROR, AS WELL AS CPU TIME (RIGHT) FOR THE FMM AND SPM WITH DIFFERENT MESH RESOLUTION. ....	149
FIGURE 6.4 : RELATIVE ERROR VERSUS DISTANCE FROM SOURCE FOR THREE DISCRETIZATION SCHEMES. ....	151
FIGURE 6.5 : RELATIVE TRAVEL TIME ERROR AS FUNCTION OF DISTANCE FROM THE SOURCE FOR DIFFERENT DSPM SCHEMES AND SUBDOMAIN RADII $R$ .....	153
FIGURE 6.6 : GEOMETRIC SCHEME FOR RAYTRACING LTI SOLVER AT TETRAHEDRON CELL SCALE (LEFT) AND AT TRIANGLE FACE (RIGHT) (LELIEVRE ET AL. 2011). ....	155
FIGURE 6.7 : BOX AND WHISKER PLOTS SHOWING ACCURACY COMPARISON BETWEEN 4 BACKWARD PROCESS METHODS AS WELL AS TRAVEL TIMES COMPUTED AT THE FORWARD STEP BY INTERPOLATION. ....	161
FIGURE 6.8 : PERFORMANCE COMPARISON AS A FUNCTION OF MESH RESOLUTION BETWEEN 4 BACKWARD PROCESS METHODS WITH THE DSPM_1_1.....	163
FIGURE 6.9 : SPATIAL DISTRIBUTION OF ABSOLUTE AND RELATIVE ERROR FOR THE LTI (TOP) AND SO-RBM (BOTTOM) BACKWARD PROCESS METHODS.....	164

FIGURE 6.10 : PERFORMANCE COMPARISON BETWEEN THE DSPM WITH BACKWARD TRAVEL TIME CALCULATION (SO-RBM) AND THE TRAVEL TIMES COMPUTED WITH THE STANDARD SPM AT THE FORWARD STEP (LABELLED FW IN TOP FIGURES) AND AT THE BACKWARD STEP (MARKED BY BW IN THE BOTTOM FIGURES).....	165
FIGURE 6.11 : INFLUENCE OF THE NUMBER OF SECONDARY AND TERTIARY NODES ON THE PERFORMANCE OF THE DSPM, AS FUNCTION OF MESH RESOLUTION. .....	166
FIGURE 6.12 : VELOCITY MODELS USED TO TEST THE PROPOSED APPROACH. ....	168
FIGURE 6.13 : HISTOGRAMS OF TRAVEL TIME RELATIVE ERROR FOR THE MODELS IN FIGURE 6.12. ....	169
FIGURE 6.14 : THE CLIFF MODEL USED TO TEST THE APPROACH ON AN IRREGULAR-TOPOGRAPHY MODEL.....	171
FIGURE 6.15 : HISTOGRAMS OF RELATIVE AND ABSOLUTE ERRORS FOR THE MODEL IN FIGURE 6.14.....	171
FIGURE 7.1 : CARTE GEOGRAPHIQUE MONTRANT LA POSITION DE LA FALAISE ETUDIEE DANS LA REGION DU HAUT-PLATEAU DE LA MANICOUAGAN (ENCADREE EN ROUGE). .....	182
FIGURE 7.2 : EXTRAIT DE LA CARTE GEOLOGIQUE DU QUEBEC (1/2000000) MONTRANT LE SECTEUR D'ETUDE. ....	183
FIGURE 7.3 : CARTE SIMPLIFIEE MONTRANT LA POSITION DU SECTEUR D'INTERET (CARREAU VERT), LA GEOLOGIE LOCALE ET LES SONDAGES MECANIQUES DANS LA REGION (TIRE DE REBAGLIATI AND HASLINGER (2002)).....	185
FIGURE 7.4 : ILLUSTRATION DE LA FALAISE OBJET DE L'ETUDE ET DE QUELQUES TRAVAUX DE TERRAIN .....	187
FIGURE 7.5 : UN FOND TOPOGRAPHIQUE DE LA FALAISE MONTRANT LES IDENTIFIANTS, LES TYPES ET LA CONFIGURATION DES RECEPTEURS INSTALLEES.....	188
FIGURE 7.6 : DISTRIBUTION DE LA PROBABILITE DES DENSITES DU SPECTRE DE PUISSANCE DES CAPTEURS DE 4 STATIONS.....	194
FIGURE 7.7 : ENERGIE ET LE SPECTROGRAMME DE QUELQUES SOURCES DE BRUITS SISMIQUES CONTAMINANT LES DONNEES. ....	195
FIGURE 7.8 : DETECTION DE CINQ EVENEMENTS SUR LE SISMOGRAMME 3C DU CAPTEUR R365 DE LA STATION STN_4 (LE 03 JUILLET 2019 ENTRE 00 ET 01H). .....	198
FIGURE 7.9 : ZOOM SUR L'ETAPE DE LA DETECTION POUR LA CINQUIEME ARRIVEE SISMIQUE REPEREE SUR LE SISMOGRAMME R365 DE LA FIGURE 7.8.....	199
FIGURE 7.10 : DETECTION D'UN EVENEMENT SUR LES 3 SISMOGRAMMES UNI-AXIAUX DE LA STATION 2 PAR LA METHODE STA/LTA. ....	200
FIGURE 7.11 : DATES ET HEURE DES EVENEMENTS DETECTES SUR LES 4 STATIONS ENTRE L'AUTOMNE 2018 ET L'ETE 2019. ....	201
FIGURE 7.12 : EVENEMENT MICROSEISMIQUE CHOISI POUR TESTER LA STRATEGIE DE POINTE DES TEMPS D'ARRIVEE (STATION STN_2)...	203
FIGURE 7.13 : POINTE DU TEMPS D'ARRIVEE SUR LE SISMOGRAMME R356 PAR LA METHODE CPM. ....	203
FIGURE 7.14 : POINTE DES TEMPS DES PREMIERES ARRIVEES SUR LES SISMOGRAMMES R357, R358 ET R359 PAR 5 METHODES DIFFERENTES : MER, MCM, AIC, PAIK ET SL-K. ....	205
FIGURE 7.15 : SCHEMA RECAPITULATIF SIMPLIFIEE DE LA METHODOLOGIE PROPOSEE ET LA RELATION ENTRE LES DIFFERENTES ETAPES... <td>211</td>	211
FIGURE B.1 : LOG DE SONDAGE MECANIQUE DDH151-03 (D'APRES THIBERT AND BOULIANNE (2002)). ....	233
FIGURE B.2 : CARTE DE CHAMP MAGNETIQUE RESIDUEL DE LA REGION DE HAUT-PLATEAU DE MANICOUAGAN (REBAGLIATI & HASLINGER, 2002).....	234
FIGURE B.3 : ESQUISSE GEOLOGIQUE REGIONALE DE LA ZONE D'ETUDE PRODUITE PAR CLARK AND GOBEIL (1997).....	235

FIGURE B.4 : COUPE GEOLOGIQUE INTERPRETEE SELON LES DONNEES DE FORAGES HPM08-12 ET HPM08-13 (BISSONNETTE ET AL., 2009).....	236
FIGURE C.1 : FILTRAGE D'UN SIGNAL PAR SEUILAGE DANS LE DOMAINE TEMPS-FRÉQUENCE. LES TRANSFORMÉES S DU SIGNAL INITIAL ET FILTRÉ SONT PRÉSENTÉES AUSSI.....	238
FIGURE C.2 : EXEMPLE D'ATTÉNUATION DU BRUIT PAR DMEE. LE SIGNAL DE SORTIE EST RECONSTITUÉ EN RETIRANT LES 2 PREMIÈRES IMFs FAIBLEMENT CORRÉLÉES AVEC LE SIGNAL INITIAL.....	240
FIGURE C. 3 : FILTRAGE D'UN SISMOGRAMME UNI-AXIAL PAR FILTRE DE WIENER ET UN MODÈLE DE BRUIT DÉDUIT D'UN CAPTEUR 3C ..	241

## **LISTE DES TABLEAUX**

TABLE 3.1 : SUMMARY OF THE MOST USED RECTILINEARITY EXPRESSIONS.....	46
TABLE 3.2 : PARAMETERS OF USED FILTERS.....	61
TABLE 3.3 : COMPARISON BETWEEN SWM AND DWM.....	68
TABLE 4.1 : P AND S ARRIVAL-TIMES PICKING WITH ERROR ESTIMATION.....	91
TABLE 5.1 : LAYER PROPERTIES FOR MODEL A AND B.....	116
TABLE 5.2 : OPTIMAL AND EXTREME VALUES INFERRED FROM D/T DISTRIBUTION FOR MODEL A AND B.....	120
TABLE 6.1: NUMBER OF THE VARIABLES TO STORE AND INTERPOLATION CALLS FOR A DOUBLE AND A SIMPLE MESHING.....	148
TABLE 6.2 : COMPARISON OF THE SPM_9, SPM_7 AND DSPM_7_1 SCHEME.....	150
TABLE 6.3 : ABSOLUTE AND RELATIVE ERRORS TRAVEL TIME COMPUTED AT THE FORWARD STEP (FW) AND FOR 4 BACKWARD PROCESS METHODS (LTI SOLVER, ABM, FO-RBM, SO-RBM).....	161
TABLEAU 7.1 : DISTRIBUTION DES RECEPTEURS PAR STATION.....	189
TABLEAU 7.2 : CORRECTION DES TEMPS D'ARRIVEE DETERMINES INITIALEMENT PAR POINTE AUTOMATIQUE SUR CHAQUE TRACE.....	210
TABLEAU B.1 : LEGENDE DE LA CARTE GEOLOGIQUE REGIONALE 022O (FIGURE 7.2).....	233
TABLEAU B.2 : SONDAGES MECANIQUES FORES A LA PROXIMITE DE LA FALaise.....	234

# **1 INTRODUCTION**

---

## **1.1 Contexte général**

Le début du présent siècle a été marqué pour le secteur pétrolier par l'entrée de l'exploitation des réservoirs non conventionnels dans sa phase industrielle. Les premières tentatives ont commencé aux États-Unis comme des simples démonstrations de la fracturation hydraulique pour une éventuelle exploitation des gaz des formations de shale dans le bassin Fort Worth au Texas (Maxwell, 2014). Au fil du temps, cette activité a acquis une maturité suffisante pour devenir aujourd'hui parmi les principales techniques reconnues de production des hydrocarbures. Comme toute industrie en plein essor, la fracturation hydraulique, le noyau dur de l'exploitation des réservoirs non-conventionnels, a permis la création et le développement de plusieurs outils scientifiques et technologiques. En géophysique particulièrement, il n'y a aucune méthode qui a plus rapidement progressé grâce à cette industrie que le monitoring par sismique passive. L'apport de cette méthode sismique en fracturation hydraulique est décisif puisqu'elle permet de cartographier les réseaux des fractures créés suite à la stimulation des réservoirs. Ceci donne des informations utiles sur la densité et l'orientation des fractures ainsi que sur la perméabilité secondaire induite et les flux des fluides au sein du réservoir d'une façon générale (Bardainne & Gaucher, 2010; Han, 2010).

Bien que la commercialisation de cette méthode pour des applications en fracturation hydraulique n'ait commencé historiquement que durant les années 2000, le développement des premiers essais en sismique passive remonte aux années soixante-dix et même plus loin (Maxwell, 2014). La qualification de passive pour cette méthode sismique est due à l'absence d'une source sismique artificielle utilisée pour générer des ondes. En effet les méthodes sismiques classiques supposent que les propriétés et la position de la source sont déjà connues. L'exercice consiste ainsi à estimer les propriétés élastiques du milieu traversé par les ondes. En revanche, ce sont les propriétés du milieu qui sont généralement connues en sismique passive, bien que de façon approximative (en utilisant des données de calibration par exemple). L'objectif est de localiser le plus précisément possible des sources sismiques en temps et en espace (Bardainne & Gaucher, 2010). D'autre part, cet outil sismique est qualifié souvent de microsismique en opposition avec la télésismicité et la sismicité. Ceci est en relation avec l'ampleur de l'énergie libérée et avec l'échelle de la région étudiée. Ainsi la télésismique a pour mission d'étudier des mouvements de la terre majeurs causés par des sources très puissantes à ampleur très étendue comme les séismes et les explosions nucléaires. La microsismicité fait plutôt référence aux vibrations de

sous-sol causées par des faibles évènements sismiques sur une échelle très locale. Ces évènements ont une faible énergie sismique avec une magnitude de moment négative à nulle dans la plupart des cas (Eisner *et al.*, 2011).

Selon la position des récepteurs sismiques utilisés, on distingue deux configurations possibles. La première architecture consiste à installer les capteurs dans un ou plusieurs forages à proximité des sources sismiques potentielles (Maxwell *et al.*, 2010). Cette configuration permet surtout de réduire l'effet des bruits sismiques et ainsi d'améliorer le rapport signal sur bruit (Eisner *et al.*, 2011). La deuxième architecture possible consiste à déployer les capteurs en surface ou les enterrer à faible profondeur. Bien que les capteurs sismiques soient assez exposés aux diverses sources de bruits secondaires, le monitoring en surface trouve son avantage dans le faible cout de l'installation et la facilité de l'accès aux stations en cas de panne (Forghani-Arani *et al.*, 2011). Dans les mines, les capteurs sont généralement installés dans les galeries, de façon à couvrir le plus grand volume possible.

Outre ses contributions dans les opérations de fracturation hydraulique, le monitoring microsismique est fortement présent dans plusieurs domaines en sciences de la terre comme le génie du réservoir, la géothermie profonde, l'exploitation minière souterraine et à ciel ouvert, le génie civil et le stockage de dioxyde de carbone dans le sous-sol. À titre d'illustration, la sismique passive est utilisée en génie du réservoir pour suivre l'évolution dans le temps et l'espace des microfractures et permet ainsi d'estimer le volume effectif du réservoir (Maxwell & Urbancic, 2001; Rutledge *et al.*, 1998). Elle est utilisée aussi pour surveiller et contrôler l'état du cimentage et du tubage du puits (Han, 2010).

En géothermie, le monitoring microsismique reste utile pendant la phase de stimulation des réservoirs ainsi que pendant la phase de la production (Block, 1991; House, 1987). Pour la première phase, la sismique passive est largement employée pour les systèmes géothermiques dits ouvrages (*Enhanced Geothermal System*, ou EGS) où une stimulation de réservoir par fracturation hydraulique est nécessaire pour améliorer la perméabilité. L'objectif de l'utilisation de la microsismique dans ce cas reste le même que pour la stimulation des réservoirs d'hydrocarbures non conventionnels, à savoir la cartographie et la modélisation des fractures ouvertes ou réactivées. Pendant l'étape de production, la microsismique est employée essentiellement pour étudier la sismicité causée par la circulation des eaux injectées dans le sous-sol.

En génie minier, les premières applications de cette technologie remontent au début du siècle précédent, notamment pour les mines souterraines (Gibowicz & Andrzej, 1994). L'objectif de

l'installation d'un système de monitoring microsismique dans un environnement minier est d'améliorer essentiellement la sécurité de la mine (Hudyma & Potvin, 2010). En effet, à travers l'écoute sismique permanente, on parvient à localiser la formation de nouvelles fractures et la réactivation des anciennes failles. Ceci fournit des données précieuses sur la distribution des contraintes dans le sous-sol, leurs variations en fonction du temps et de l'espace ainsi que sur le comportement mécanique du milieu rocheux. De telles informations sont souvent nécessaires pour éviter des ruptures brusques dans les roches, des dangereux effondrements des parois des galeries et des explosions soudaines de poches gazeuses, d'eau sous pression et des matériaux mal consolidés (Wu *et al.*, 2012). Pour les mines à ciel ouvert, les applications potentielles de la microsismique incluent la surveillance de la stabilité des pentes, l'estimation de l'impact de travaux miniers sur les structures cassantes et l'évaluation de la sismicité induite. Pour la séquestration géologique du CO<sub>2</sub>, des systèmes de monitoring microsismique sont souvent installés dans les sites de stockage afin de contrôler l'avancement du front de fluide injecté (CO<sub>2</sub>) et pour garantir que la migration du gaz se fait vers les zones ciblées par le programme d'injection (Daugherty & Urbancic, 2009; Mathieson *et al.*, 2010). Le contrôle de l'intégrité de la formation couverture du réservoir est parmi les objectifs recherchés pour continuer la surveillance microsismique après l'arrêt de l'injection de CO<sub>2</sub> (Mathieson *et al.*, 2010). Les fuites possibles à travers la couche couverture sont ainsi repérables en temps et en espace. En géotechnique, la sismique passive a été appliquée pour étudier les différents types de mouvements de terrain (Bottelin *et al.*, 2013; Larose *et al.*, 2015; Lévy *et al.*, 2010; Mainsant *et al.*, 2012) et pour la surveillance de certaines infrastructures comme les barrages et les ponts malgré la forte atténuation sismique rencontrée sur ces sites (Giroux, 2001).

## 1.2 État de l'art : étude de la stabilité des terrains par microsismique

L'utilisation de la sismique passive pour résoudre des problèmes de stabilité des terrains est devenue un outil indispensable ces dernières années. Elle permet d'accéder à des informations inaccessibles par d'autres méthodes géophysique telle que la variation temporelle des propriétés physiques du terrain surveillé comme la vitesse des ondes sismiques et la fréquence de résonance (Jongmans & Garambois, 2007; Whiteley *et al.*, 2019). Des projets de monitoring microsismique sont fréquemment utilisés pour étudier différents mouvements de terrain allant des effondrements et des chutes des blocs aux glissements de terrain et aux coulées boueuses (Jongmans & Garambois, 2007). Les projets de monitoring microsismique réalisés récemment sont assez diversifiés. En effet, bien que les techniques d'acquisition soient souvent très similaires, une grande diversité est remarquée pour les méthodes du traitement et d'interprétation

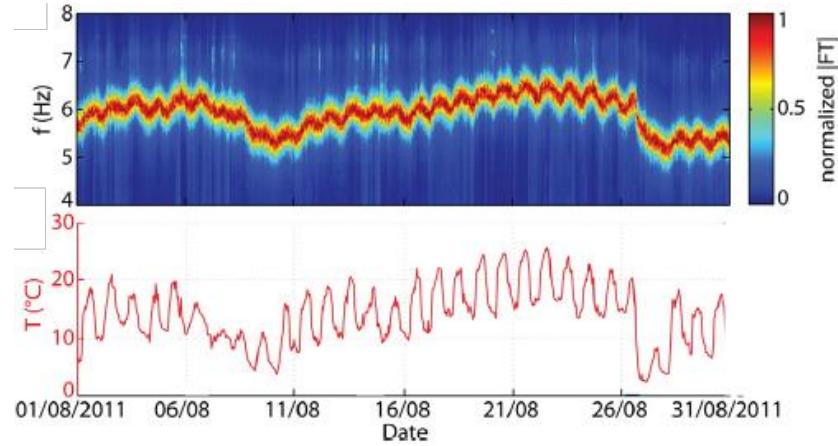
(Whiteley *et al.*, 2019). Selon les objectifs à atteindre, les données acquises sur le terrain peuvent être analysées d'une façon qualitative, semi-quantitative ou bien purement quantitative.

### 1.2.1 Analyses qualitatives et semi-quantitatives

Les premières méthodes développées pour interpréter la sismicité des zones d'aléas étaient essentiellement des approches descriptives à semi-quantitatives. Ces méthodes s'avèrent encore assez utilisées et même indispensables pour une première analyse en amont. Une analyse qualitative s'impose parfois soit à cause de la qualité médiocre de données, soit due à l'absence de données et des informations suffisantes et nécessaires comme un modèle de vitesse fiable, soit comme un choix stratégique pour un traitement rapide et peu couteux (Colombero *et al.*, 2018; Helmstetter *et al.*, 2017; Kleinbrod *et al.*, 2017; Yan *et al.*, 2020). Ces méthodes comportent entre autres l'étude du niveau de bruit ambiant enregistré, sa variation temporelle, l'interprétation du spectre de fréquence ainsi que la corrélation visuelle qui pourrait exister entre l'activité microsismique et des paramètres climatiques et géotechniques tels que la température, la précipitation et les propriétés mécaniques du terrain étudié (Bottelin *et al.*, 2013). Dans ce sens, des méthodes de la statistique descriptive sont parfois utilisées pour renforcer les conclusions tirées visuellement (Bontemps *et al.*, 2020; Klein *et al.*, 2013; Manconi & Giordan, 2016). Les analyses semi-quantitatives incluent l'interprétation dans le domaine temporel ou fréquentiel de certaines variables issues de données microsismiques brutes. À la tête de ces paramètres, on peut citer les différents attributs sismiques connus tels que la polarisation, l'azimut d'incidence, l'ellipticité (Burjánek *et al.*, 2012; Fores *et al.*, 2018; Kleinbrod *et al.*, 2017) ainsi que la fréquence propre (Colombero *et al.*, 2018). Les objectifs ultimes de ces analyses restent d'expliquer les données observées afin d'identifier le mécanisme de rupture et le mode de déplacement, investiguer les causes et les agents déclencheurs de certains mouvements de terrain ainsi que la délimitation des zones à risque et le développement de systèmes d'alerte précoce (Bottelin *et al.*, 2013; Dong *et al.*, 2018; Manconi & Giordan, 2016; Yan *et al.*, 2020).

À titre d'illustration, Bottelin *et al.* (2013) ont suivi quatre falaises ayant des caractéristiques morphologiques, géologiques et mécaniques différentes situées dans les Alpes françaises. Des stations de surveillance ont été déployées dans les parties intactes ainsi que sur les zones à risque sur les massifs investigués. Les spectres de fréquences mesurés dans les comportements instables ont permis de mettre en évidence des pics d'énergie interprétés comme les fréquences de résonances de la masse rocheuse (Figure 1.1). Une interprétation chronologique de ces fréquences fondamentales a montré certaines fluctuations périodiques et réversibles (Figure 1.1).

Ces fluctuations varient d'un site à un autre et sont attribuées soit à la variation saisonnière de température soit à un contraste de rigidité au sein des massifs très fracturés. Les variations irréversibles sont interprétées comme étant dues à des ruptures brusques ou des changements dans les propriétés mécaniques telles que le module de Young ou la friction interne.



**Figure 1.1 : La variation de la fréquence propose analysée sur le spectrogramme versus la température de l'air (d'après Bottelin *et al.* (2013)).**

En haut : Spectre moyen de bruit ambiant, en bas : température de l'air.

Un traitement similaire a été mené en partie par Colombero *et al.* (2018) pour surveiller une falaise granitique instable sur une longue période. À travers une analyse spectrale, les auteurs ont pu mettre en évidence des variations qui touchent l'amplitude du signal et la fréquence propre des falaises étudiées. Des déformations élastiques dans le massif ont été recensées aussi. Toutes ces fluctuations saisonnières et même journalières sont fortement contrôlées par l'effet de la température selon les mêmes auteurs. Contrairement à Bottelin *et al.* (2013), ces auteurs expliquent cette influence par des phénomènes de dilatation et de contraction thermiques de la colonne rocheuse qui agissent sur la rigidité du massif. Des corrélations similaires ont été aussi dégagées visuellement par Kuo *et al.* (2018); Lotti *et al.* (2018) dans le cas des terrains argileux et avec les précipitations journalières en tant que variable explicative.

Yan *et al.* (2020) se sont basés sur une interprétation du spectre et de l'amplitude des signaux issus de 14 stations d'observation pour caractériser un glissement de terrain majeur qui a eu lieu en Chine. L'analyse spatio-temporelle menée par ces auteurs a abouti à délimiter et à qualifier dans le temps les stades évolutifs du terrain investigué. Ceci leur a permis de reconstituer l'évolution de la masse glissante peu avant le déclenchement du mouvement et jusqu'au point de rupture. Ces résultats ont été vérifiés par des simulations numériques du mouvement par la méthode des éléments discrets.

Klein *et al.* (2013) et Bontemps *et al.* (2020) ont eu recours à des outils statistiques comme les séries chronologiques et les modèles autorégressifs pour étudier diverses déformations de terrain. Klein *et al.* (2013) ont essayé d'exploiter la méthode de corrélation croisée afin d'expliquer et d'étudier la corrélation entre l'activité sismique des zones à risques et des facteurs météorologiques tels que la température de l'air et du sol, la pression atmosphérique et la précipitation. Les résultats obtenus viennent renforcer statistiquement les observations faites dans d'autres travaux sur le rôle des agents climatiques sur les ruptures de pentes, mais sans tirer des conclusions très favorables sur l'utilisation de ces processus pour prédire des futures ruptures. Bontemps *et al.* (2020) ont pu démontrer à travers les études des séries chronologiques une certaine synergie entre l'effet des fortes averses et celui des tremblements de terre locaux pour amplifier le nombre des effondrements dans des régions montagneuses du Pérou.

### 1.2.2 Analyses quantitatives

Pour approfondir leurs investigations, les sismologues qui s'intéressent aux mouvements de terrain étaient obligés de faire appel à des méthodes de traitement plus sophistiquées. Au fil du temps, plusieurs approches quantitatives ont été proposées et testées sur plusieurs cas de figure. Ces techniques peuvent être classées dans quatre approches majeures détaillées ci-dessous (Dong *et al.*, 2018; Whiteley *et al.*, 2019). Des démarches visant à utiliser plusieurs techniques à la fois ne sont pas rares et certains auteurs parviennent à intégrer des analyses du bruit ambiant avec d'autres méthodes sismiques, électriques ou électromagnétiques, pour contraindre les résultats obtenus (Lotti *et al.*, 2018; Pastén *et al.*, 2016; Preiswerk & Walter, 2018; Zhou *et al.*, 2010).

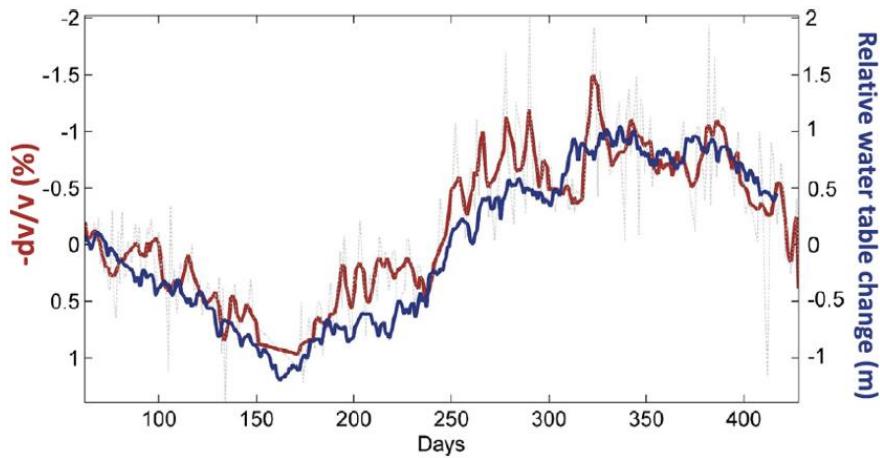
#### ***La technique du rapport H/V (HVSR)***

Cette méthode, qui a été introduite par Nakamura (1989), est fréquemment utilisée pour analyser le bruit ambiant de faible énergie (Imposa *et al.*, 2017; Jongmans & Garambois, 2007; Lévy *et al.*, 2010; Piña-Flores *et al.*, 2017). La méthode consiste à calculer le rapport de spectre d'amplitude entre la composante horizontale et verticale des données sismiques multi-composantes. La méthode HVSR est un outil de base pour quantifier certaines propriétés des terrains étudiés comme la fréquence propre et l'impédance sismique de sous-sol ainsi que l'épaisseur, la pente et la vitesse d'onde de cisaillement du niveau de décollement ou de surface de rupture (Jongmans & Garambois, 2007; Martorana *et al.*, 2018; Whiteley *et al.*, 2019; Zhou *et al.*, 2010). À titre d'exemple, Méric *et al.* (2007) et Lévy *et al.* (2010) ont utilisé la technique de HVRS pour déterminer la fréquence propre et cartographier le contraste de vitesse d'onde S décrivant

l'interface entre des terrains instables et leurs substratums. Lounis *et al.* (2017) ont réussi grâce à la méthode HVSR à délimiter la géométrie d'un glissement de terrain en Algérie et à identifier les zones à risque élevé. Imposa *et al.* (2017) se sont basés sur la HVRS pour investiguer la profondeur de la surface de glissement à travers l'élaboration d'une section du contraste d'impédance sismique. Rezaei *et al.* (2019) ont procédé par une inversion de la courbe de l'ellipticité des ondes de Rayleigh combinée à l'estimation du rapport H/V pour préparer un modèle 3D de vitesse d'onde S. Le modèle a été utilisé pour imager le plan de glissement et trouver la profondeur du substratum.

### **L'interférométrie sismique passive (IFSP)**

La méthode de l'interférométrie est basée sur l'étude de l'intercorrélation entre des pairs de signaux enregistrés sous des conditions semblables (Hussain *et al.*, 2019; Larose *et al.*, 2015; Rodrigues *et al.*, 2019; Whiteley *et al.*, 2019). L'objectif est d'estimer la fonction de Green (G) décrivant une impulsion qui se propage entre les récepteurs deux à deux. La fonction G n'est que la dérivée de la fonction d'intercorrélation par rapport au temps (Szanyi *et al.*, 2016). Appelé aussi méthode de source virtuelle, l'IFSP trouve ses applications dans la caractérisation de sources sismiques des événements enregistrés et dans la détermination de la courbe de dispersion des ondes de surface (Renalier *et al.*, 2010; Rodrigues *et al.*, 2019). Sur le plan pratique, la technique est souvent utilisée pour estimer les variations relatives de vitesse ( $dV/V$ ) et des propriétés élastiques du sous-sol comme la rigidité et la densité (Figure 1.2) (Guillemot *et al.*, 2020; Whiteley *et al.*, 2019).



**Figure 1.2 : Fluctuation de la vitesse relative d'une masse argileuse glissante par rapport au niveau de la nappe phréatique (d'après Larose *et al.* (2015))**

Mainsant *et al.* (2012) ont appliqué l'IFSP pour suivre l'évolution des terrains argileux situés en France. Les auteurs ont révélé une baisse rapide de la vitesse des ondes de cisaillement

quelques jours avant l'enregistrement des glissements de terrain suite à des averses intenses. Ils expliquent cette baisse par la diminution de la rigidité mécanique du sol suite à l'augmentation de teneur en eau. Une analyse similaire a été conduite par Bièvre *et al.* (2018) pour caractériser un écoulement boueux. La variation de vitesse retrouvée laisse supposer selon les auteurs des contrôles météorologiques par la température et la précipitation. La même méthode, appliquée par Fores *et al.* (2018) pour prospecter une cavité karstique, a permis de détecter des variations relatives de vitesse des ondes Rayleigh. Les auteurs ont interprété ces variations par des fluctuations de niveau de saturation attribuées à des signaux hydrogéologiques.

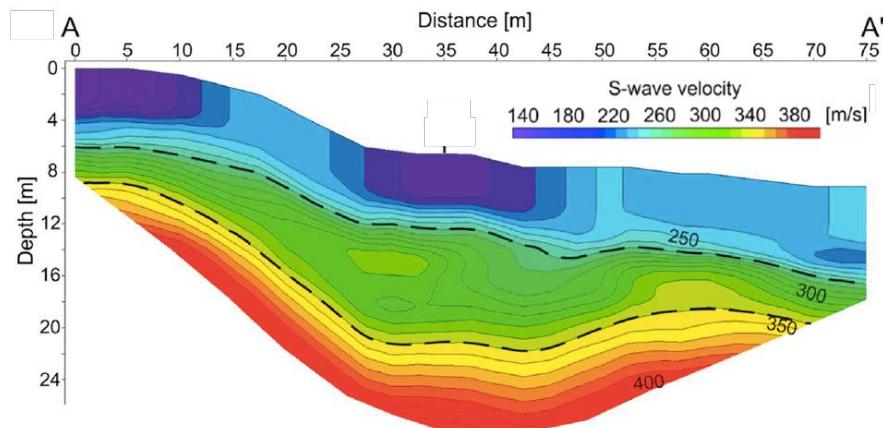
### **Détection et localisation des hypocentres**

La détection et la localisation des hypocentres figurent parmi les premières approches développées pour suivre la sismicité des terrains instables (Collins *et al.*, 2014; Walter *et al.*, 2013; Whiteley *et al.*, 2019). La méthode est héritée de la sismologie classique et consiste à localiser les hypocentres des événements détectés (Whiteley *et al.*, 2019). La détection peut se faire manuellement ou à l'aide d'une méthode automatique. Le traitement s'achève souvent par classer les hypocentres localisés en fonction de leurs positions ou selon le type de mécanisme au foyer. Par exemple, Tonnellier *et al.* (2013) ont choisi de localiser des événements microsismiques pour étudier la sismicité induite par deux glissements de terrain. Les hypocentres ont été classés spatialement et selon le mécanisme à la source : cisaillement, charriage de matériels ou sismicité externe. Walter *et al.* (2013) ont utilisé l'approche pour étudier et comparer les modes du glissement derrière trois mouvements de terrain aux États-Unis, en France et en Australie. Dietze *et al.* (2017) ont appliqué un traitement similaire pour étudier les éboulements dans la vallée Lauterbrunnen en Suisse. Au total, 49 éboulements ont été détectés, localisés et classés selon le mode de déclenchement probable : averse, gel-dégel, baisse de température. Cao (2011) s'est basé sur cette technique pour suivre la sismicité induite par une cavité saline. Provost *et al.* (2017) ont proposé et testé une approche basée sur l'apprentissage automatique pour classer les hypocentres des événements sismiques détectés.

### **Tomographie du bruit ambiant (TBA)**

La méthode TBA est appelée aussi tomographie sismique passive. C'est une technique du traitement de bruit ambiant en pleine expansion ces dernières années (Renalier *et al.*, 2010; Whiteley *et al.*, 2019). Elle est basée sur l'inversion de courbes de dispersion des ondes de surface pour déterminer la vitesse du groupe d'onde de Rayleigh et surtout pour obtenir un modèle de vitesse d'onde S en proche surface (Szanyi *et al.*, 2016; Whiteley *et al.*, 2019). Ceci est possible étant donné la vitesse des ondes S est le principal facteur qui contrôle la courbe de

dispersion, surtout en hautes fréquences (Harba & Pilecki, 2017). Les courbes de dispersion sont souvent calculées par une analyse IFSP des données mesurées sur terrain (Szanyi *et al.*, 2016). Pilz *et al.* (2013) ont pu prospecter un niveau décollement formé par du matériel peu consolidé grâce à la TBA. La variation latérale du modèle de vitesse d'onde S déterminé par TBA a permis de délimiter l'expansion spatiale de la couche en question. Szanyi *et al.* (2016) ont utilisé la TBA pour imager le plan de glissement sur un terrain accidenté. Des anomalies de vitesses positives et négatives ont été observées. Diverses hypothèses ont été proposées pour interpréter ces anomalies. Harba and Pilecki (2017) se sont basés sur une inversion 1D des courbes de dispersion pour obtenir des profils de vitesse d'onde S qui ont été interpolés pour obtenir des sections 2D (Figure 1.3). Pilz *et al.* (2013) ont procédé par une inversion conjointe des courbes de dispersion d'onde de Rayleigh et celle de Love pour trouver un modèle 3D pour la vitesse d'onde S et pour le coefficient de Poisson.



**Figure 1.3 : Section de vitesse d'onde de cisaillement obtenue par une tomographie de bruit ambiant (d'après Harba and Pilecki (2017))**

### 1.3 Contexte spécifique et objectifs du projet

La contribution de la sismique passive à la résolution des problèmes impliquant de mouvements de terrain a été bien prouvée (Collins *et al.*, 2014; Larose *et al.*, 2015). Cette thèse est une autre occasion de démontrer cet apport, de faire avancer les connaissances derrière cette technologie, et de préparer des codes versatiles applicables ailleurs dans d'autres projets de microsismique. En résumé, cette recherche doctorale présente un projet d'écoute microsismique destiné à surveiller l'évolution d'une falaise située à l'est du Canada.

### **1.3.1 Du problème à la solution**

Les risques naturels liés aux déformations de terrain se sont aggravés ces dernières années. Les changements climatiques et l'intensification des phénomènes météorologiques extrêmes comme les inondations, les fortes variations de températures contribuent négativement à façonner la morphologie des paysages partout dans le monde entier (Amitrano *et al.*, 2009; Spillmann *et al.*, 2007). L'expansion rapide des activités humaines, économiques et urbaines vers les régions montagneuses vient amplifier davantage ces risques (Spillmann *et al.*, 2007). La problématique à traiter dans ce projet s'inscrit dans ce contexte global et concerne une falaise dont la structure a été fragilisée par des facteurs à la fois anthropiques et naturels. Cette falaise, localisée au nord du Québec, est le siège aujourd'hui de plusieurs activités reflétant cette instabilité : des chutes des blocs ainsi que des éboulements rocheux sont fréquemment recensés. La falaise en jeu est traversée de près par une voie ferrée utilisée par une compagnie minière (ArcelorMittal) pour acheminer la production des mines de fer de la région. Les éboulis s'accumulent parfois sur la voie ferrée et gênent considérablement le passage des véhicules ferroviaires. L'intention de la compagnie minière est de résoudre ce problème qui perturbe le transport le long du chemin ferré utilisé, engendre des pertes de temps et représente une source de risque pour les employés utilisant la voie. La solution retenue et appliquée depuis longtemps consiste à programmer des campagnes régulières d'écaillage pour nettoyer les parties de la falaise susceptibles d'engendrer des éboulements. Cependant, ces campagnes d'écaillage menées sans « diagnostiques préalables » n'ont pas abouti à résoudre complètement le problème de façon définitive.

Pour optimiser ce type d'intervention, une bonne caractérisation des zones instables de la falaise est requise. C'est à ce niveau du problème que notre projet d'écoute sismique s'inscrit. En effet, en déployant des stations sismiques sur le site, nous espérons étudier la sismicité induite au sein de cette falaise. Les données recueillies sur le terrain seront traitées en utilisant une approche de détection et de localisation des évènements. Le choix de cette méthode d'analyse est justifié d'abord par les nombreux cas d'étude qui prouvent tous la fiabilité et l'apport de cette technique pour le suivi des terrains déformés et surtout les falaises et les pentes rocheuses (Brückl & Mertl, 2006; Collins *et al.*, 2014; Dietze *et al.*, 2017; Helmstetter & Garambois, 2010; Lacroix & Helmstetter, 2011; Tonnellier *et al.*, 2013; Walter *et al.*, 2013). Notons que la méthode est considérée parmi les techniques d'analyse du bruit ambiant les plus utilisées selon le nombre de travaux publiés (Whiteley *et al.*, 2019). Par ailleurs, le choix d'une méthode de détection-localisation s'explique aussi par certains résultats prometteurs publiés ces dernières années. À titre d'indication, le système d'alerte par microsismique mis en œuvre par Collins *et al.* (2014)

pour surveiller des voies ferroviaires menacées par des éboulements a montré un certain succès bien que la chaîne du traitement se soit limitée uniquement au stade de détection.

Finalement le choix d'une telle approche est notamment dicté par la problématique en main dans la mesure où la localisation des hypocentres semble être plus adéquate pour le problème à résoudre que d'autres techniques comme l'interférométrie ou la HVSR. Les détails du problème impliquent qu'il est plus judicieux de chercher les hypocentres pour orienter les opérations d'écaillages. En effet, ces hypocentres coïncident souvent avec les parties du massif rocheux qui sont le siège de fortes contraintes mécaniques. En pratique, la localisation des microévenements sur une bonne période du temps devrait emmener à repérer les microfailles et les fractures actives au sein de la falaise qui sont susceptibles de rejouer ultérieurement pour causer des nouveaux éboulements. L'idée est ainsi de fournir un catalogue d'événements sismiques et de le mettre à jour régulièrement. Ce catalogue comporte les événements détectés et leurs coordonnées dans le temps et dans l'espace. Ces informations pourraient être communiquées à la compagnie minière en préparant une carte thématique ou un modèle numérique 3D qui montre la distribution spatiale des structures cassantes au sein de la falaise. De telles informations peuvent servir de guide pour bien planifier les futures opérations d'écaillage. Elles permettent de réduire par conséquent le nombre et les durées des jours nécessaires pour l'entretien de la voie ferrée utilisée.

### 1.3.2 Objectifs et aspects innovants

Les objectifs de cette thèse se résument dans trois points impliquant des retombées directes en ingénierie sismique et en sismologie.

#### ***L'optimisation des opérations d'écaillage : une question d'ingénierie qui conduit à un cas d'étude***

Si le but direct de ce projet reste d'aider ArcelorMittal à résoudre le problème d'éboulements, l'objectif plus large consiste à démontrer la fiabilité de l'écaillage de falaises orienté par microsismique. Le projet tente en quelque sorte de répondre à la question d'ingénierie suivante : l'étude du bruit ambiant couplé à des opérations d'écaillage peut-il devenir un remède efficace pour les problèmes d'éboulement ? À quel niveau des opérations d'écaillage assistées par microsismique peuvent-elles réduire l'intensité des éboulements ?

Avec toutes ses caractéristiques morphologiques, mécaniques et géologiques, et les facteurs climatiques régnant dans la région, la falaise en question est un cas de figure particulier digne

d'être investigué de près. Le second objectif de cette thèse consiste à traiter le projet comme un cas d'étude nord-américain à présenter à la communauté scientifique intéressée par cette thématique. Rappelons que la plupart des projets similaires abordés dans la littérature faisaient intervenir des zones d'étude situées principalement en Europe.

### ***Mettre à jour les codes du traitement des données microsismiques***

L'approche retenue de détection-localisation des hypocentres est une tâche fastidieuse comparée aux autres méthodes du traitement. Ainsi, notre intention est de réduire au maximum le coût de calcul élevé de cette méthode. Trois solutions ont été envisagées puis mises en place. La première consiste à adopter un maillage non structuré, adapté à la morphologie du terrain, pour réduire la taille des problèmes directs et inverses à résoudre. Par ailleurs, l'utilisation de ce type de maillage est une nécessité aujourd'hui pour s'adapter aux modèles de terrain fournis par la majorité des logiciels de modélisation utilisés en science de la terre (ex. : Gocad, Datamine, Vulcan). Le calcul pour ces logiciels fait intervenir des grilles discrétisées selon un maillage non structuré. Dans ce sens, adapter certains algorithmes de modélisation comme le tracé de rai à un tel maillage restait un défi à relever. La deuxième solution consiste à réviser ces algorithmes de modélisation, souvent très lents à exécuter, pour améliorer la précision et réduire les coûts de calcul. Proposer des nouvelles approches reste parmi les objectifs souhaités de ce travail. Profitant du progrès dans l'architecture des ordinateurs, des routines implémentées et exécutées en parallèle s'avèrent sans doute parmi les solutions à investiguer afin de baisser le temps d'exécution.

### ***Faire avancer la microsismique et la sismologie appliquée***

Le projet en main est une autre occasion pour réviser les différents aspects fondamentaux en sismologie et en traitement de signal. Le but reste ainsi d'introduire des nouvelles techniques de filtrage des données sismiques ainsi que des méthodes novatrices pour la détection et le pointé de temps d'arrivée des événements microsismiques.

## **1.4 Organisation de la thèse**

Cette thèse comporte huit chapitres. Dans le premier chapitre, des généralités sur le monitoring microsismique ainsi qu'une description détaillée des objectifs de la thèse sont présentées. Un inventaire des méthodes d'analyse de bruit ambiant les plus populaires aujourd'hui a été inclus. Le deuxième chapitre est une revue de littérature de la théorie du traitement de données en microsismique : un sous-chapitre est consacré aux méthodes de détection et de pointé de temps

d'arrivée, un deuxième pour la modélisation des ondes sismiques par tracé de rai et un dernier pour la localisation des hypocentres. Les quatre chapitres suivants résument les contributions accomplies dans cette thèse. Ils correspondent à trois articles scientifiques publiés ou soumis dans des revues avec comité de lecture ainsi qu'un texte de conférence. Au septième chapitre, on décrit la méthodologie proposée pour analyser les données microsismiques mesurées sur le terrain. Des exemples réels sont inclus à titre d'illustration. Le chapitre prend fin avec quelques résultats obtenus suite à ce traitement et une brève discussion. Le huitième chapitre offre une récapitulation des travaux entrepris dans cette thèse. On y trouve une évaluation de l'avancement des objectifs fixés, une analyse des contributions scientifiques de cette thèse ainsi qu'une liste des recommandations pour les futurs travaux.



## **2 REVUE DE LITTÉRATURE**

---

Réaliser un projet d'écoute microseismique nécessite au moins deux composantes : 1- un support matériel, soit des stations sismiques, des capteurs, des équipements d'alimentation électrique et de stockage de données, et 2- une stratégie efficace du traitement des données. Cette dernière fait intervenir souvent trois (3) étapes principales, à savoir :

- La détection et le pointé des évènements sismiques : les données microseismiques brutes collectées sur le terrain sont des signaux électriques qui représentent la vitesse ou l'accélération de la vibration du sol. Bien que certaines méthodes de localisation puissent opérer sur des signaux bruts sans traitement préalable, la majorité des méthodes exigent une étape de traitement. Cette étape comporte des opérations de base comme le filtrage ainsi que des tâches plus sophistiquées visant à interpréter les signaux sismiques et extraire l'information utile à savoir la présence ou non d'un évènement sismique et les temps d'arrivée des différents types d'ondes sismiques.
- La modélisation des ondes sismiques : la détermination de la trajectoire des ondes sismiques entre les récepteurs et les sources potentielles est souvent requise pour la localisation des évènements sismiques. Elle constitue souvent le problème direct à résoudre pour trouver les hypocentres sismiques. La plupart des approches d'analyse des données microseismiques se contentent en général d'une modélisation par tracé de rai pour approximer la propagation de ces ondes.
- La localisation des hypocentres : c'est l'objectif principal pour les approches de traitement des données microseismique par détection/localisation. Il s'agit de l'exercice classique de la recherche des hypocentres des séismes en sismologie générale. Différents principes et stratégies ont été exploités au fil du temps pour accomplir cette tâche.

### **2.1 Détection et pointé des évènements sismiques**

La détection et le pointé des évènements sismiques est une étape majeure en monitoring microseismique. L'importance de cette phase découle de sa position en amont dans la chaîne de traitement. Toute erreur à ce stade peut persister ou même s'amplifier au cours des étapes subséquentes et aboutit à une incertitude significative lors de la localisation des hypocentres. Pour éviter cette situation, le choix d'une stratégie efficace pour la détection des évènements sismiques et le pointé des temps d'arrivée doit être soigneusement réalisé. Étant donné que l'information à dégager d'un enregistrement microseismique concerne à la fois la recherche des

événements valides et la détermination de leurs temps d'arrivée, nous faisons généralement la différence entre deux sortes d'algorithmes : une première catégorie est conçue pour la détection alors que la seconde est plus optimisée pour pointer les temps de premières arrivées. Nous proposons dans ce chapitre de présenter quelques méthodes de détection et de pointé les plus abordées en littérature ainsi que leurs principes de base. Une discussion succincte concernant le choix de la méthode adéquate est faite vers la fin du chapitre.

### 2.1.1 Méthode de détection des événements sismiques

Détecter des événements microsismiques consiste à repérer l'arrivée des différentes ondes sismiques et à les séparer du bruit ambiant (Munro, 2005). Ceci est possible vu qu'un événement sismique se distingue par certaines propriétés du bruit comme la fréquence, l'amplitude et les moments statistiques. Des dizaines d'algorithmes ont été proposés et révisés régulièrement pour automatiser et optimiser cette tâche (Akram, 2014; Bakari, 2015; Chen & Stewart, 2005; Han, 2010; Wong *et al.*, 2009).

#### **Méthode STA/LTA**

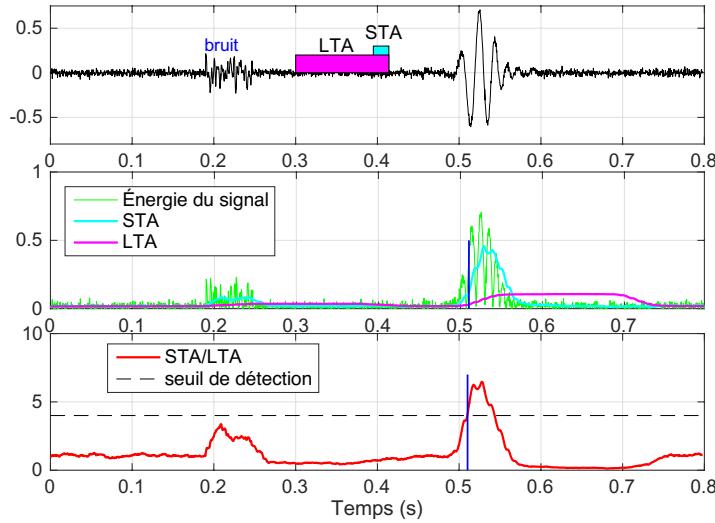
La technique *Short-Time-Average Long-Time-Average* (STA/LTA) est considérée parmi les premières méthodes automatiques développées et utilisées pour la détection des événements sismiques. Elle reste aujourd'hui aussi la technique de référence à la base de plusieurs autres approches de détection. Le principe de base consiste à balayer le signal sismique par deux fenêtres temporelles de longueurs différentes, à savoir une longue et une courte (Trnkoczy, 2002). Pour chaque pas d'échantillonnage, la moyenne du signal est calculée à l'intérieur des deux fenêtres de la façon suivante :

$$STA(i) = \frac{1}{n_s} \sum_{k=i-n_s+1}^{k=i} CF_k, \quad (2.1)$$

$$LTA(i) = \frac{1}{n_l} \sum_{k=i-n_l+1}^{k=i} CF_k, \quad (2.2)$$

où  $n_s$  et  $n_l$  sont respectivement la largeur de la fenêtre courte et longue et  $CF$  est la fonction caractéristique considérée. Cette fonction peut représenter la valeur absolue du signal, son énergie ou n'importe quelle autre grandeur mathématique caractéristique du signal sismique (Akram, 2014; Trnkoczy, 2002; Wong *et al.*, 2009). Notons que la fenêtre courte STA est sensible à l'arrivée des événements sismiques alors que la fenêtre longue LTA est diagnostic du niveau local du bruit ambiant (Figure 2.1). Le rapport de deux moyennes permet de détecter l'existence d'un événement lorsqu'il dépasse un certain critère fixé à l'avance (Figure 2.1). D'après Trnkoczy (2002), la fenêtre STA est une mesure de l'enveloppe de signal. Elle doit être choisie plus longue que la période dominante du signal, typiquement deux à trois fois (Han, 2010). La largeur de la

fenêtre LTA optimale recommandée est comprise entre cinq à dix fois la largeur de la fenêtre STA utilisée (Bakari, 2015; Han, 2010).



**Figure 2.1: Exemple de détection de deux événements sismiques par la méthode STA/LTA.**

Pour cet exemple, un seuil de 4 a été utilisé avec une fenêtre STA de 20 ms et une fenêtre LTA de 200 ms.

Un critère de détection doit être prédéfini pour distinguer les événements valides à considérer. Plus le seuil est élevé, moins des faux événements seront enregistrés et plus de vrais événements seront ratés. En revanche, un critère très bas peut affecter la sensibilité de la méthode. Les événements valides ratés seront rares mais on risque de se faire inonder avec des milliers de faux événements. Le critère de détection optimal dépend du niveau du bruit, de la distance récepteur source et de l'existence des sources sismiques secondaires dans le site (Akram, 2014).

### Méthode ATA/BTA/DTA

Cette méthode a été proposée par Chen and Stewart (2005) comme une version améliorée de la technique STA/LTA. La méthode continue à opérer dans le domaine du temps, mais en utilisant cette fois trois fenêtres : (*Before Term Average*) BTA, (*After Term Average*) ATA et (*Delayed Term Average*) DTA. Trois grandeurs sont calculées dans chaque fenêtre en utilisant l'amplitude absolue du signal, de la façon suivante :

$$BTA(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{i=m} |u(t - i)|, \quad (2.3)$$

$$ATA(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} |u(t + j)|, \quad (2.4)$$

$$DTA(t) = \frac{1}{q} \sum_{k=1}^{k=q} |u(t + k + d)|, \quad (2.5)$$

où  $u(t)$  représente l'amplitude du signal ;  $m$ ,  $n$  et  $q$  sont respectivement la largeur de la fenêtre BTA, ATA et DTA.  $d$  est le délai temporel à appliquer pour la fenêtre DTA. La valeur absolue est choisie comme fonction caractéristique pour cette technique pour détecter des éventuels événements à haute amplitude. Deux nouveaux termes ( $R_2$  et  $R_3$ ) sont introduits ensuite en calculant les rapports des moyennes issues de différentes fenêtres de la manière suivante :

$$R_2(t) = \frac{\overline{ATA(t)}}{\overline{BTA(t)}}, \quad (2.6)$$

$$R_3(t) = \frac{\overline{DTA(t)}}{\overline{BTA(t)}}. \quad (2.7)$$

Les termes  $R_2$  et  $R_3$  sont utilisés pour différencier entre une haute amplitude de faible durée qui correspond généralement à un évènement et entre une haute amplitude prolongée dans le temps qui correspond à un bruit. Au total, trois critères de détection sont utilisés pour cette technique  $H_1$ ,  $H_2$  et  $H_3$  : les deux derniers sont associés aux termes  $R_2$  et  $R_3$  alors que le seuil  $H_1$  est lié au signal lui-même. La valeur de ce critère est censée dépasser toujours la fluctuation du bruit ambiant tout en restant inférieur aux arrivées sismiques.  $H_1(t)$  est déterminé en mesurant pour chaque temps  $t$  la moyenne  $E_m$  et l'écart type  $E_{sd}$  de l'enveloppe du signal. Il est exprimé par :

$$H_1(t) = E_m(t-p) + \alpha E_{sd}(t-p), \quad (2.8)$$

où  $p$  est la largeur de la fenêtre de décalage et  $\alpha$  représente un coefficient d'ajustement fixé à 3. Cette valeur de  $\alpha$  est choisie de telle sorte que 99% des amplitudes identifiées comme un bruit ne dépasseraient pas  $H_1(t)$  (Chen & Stewart, 2005). Si le critère  $H_1(t)$  est dépassé à un temps  $t$ , les termes  $R_2$  et  $R_3$  sont utilisés pour distinguer entre un bruit à forte amplitude et une courte durée, et un évènement à forte amplitude et longue durée (Figure 2.2).

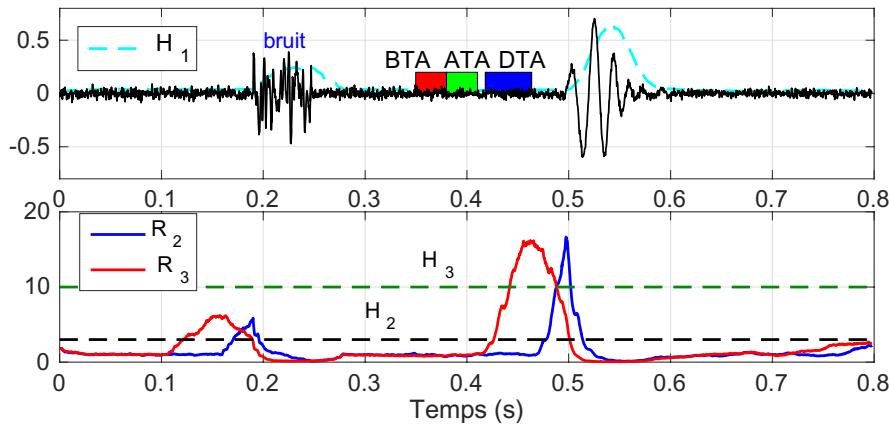


Figure 2.2: Exemple de détection de deux évènements sismiques par la méthode ATA/BTA/DTA.

Dans cet exemple, le terme  $R_3$  est utilisé pour différencier le vrai événement sismique du bruit (faux événement).

### 2.1.2 Méthodes de pointé des temps d'arrivée

L'étape de la détection des événements sismiques est suivie par une étape de pointé des temps d'arrivée. Souvent, une trainée formée de plusieurs ondes de nature différente est enregistrée chaque fois qu'un évènement est détecté. Les ondes P sont les premières ondes enregistrées suivies par les ondes S et finalement les ondes de surface (Rayleigh, Love). Le but derrière cette étape de pointé est d'estimer le temps d'arrivée des ondes sismiques d'intérêt avec l'erreur la plus faible possible.

#### ***Méthode du rapport d'énergie modifié (MER)***

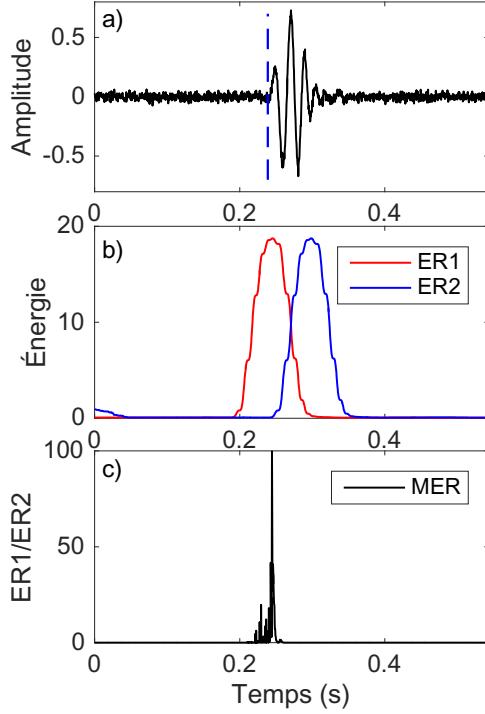
Cette méthode a été introduite pour la première fois par Wong *et al.* (2009) comme un algorithme amélioré de la technique du rapport d'énergie qui constitue à son tour une version dérivée de la méthode STA/LTA. Le rapport d'énergie est calculé pour chaque échantillon  $i$  du signal en utilisant deux fenêtres mobiles de même largeur  $L$  :

$$ER(i) = \frac{\sum_{j=i}^{i+L} u_j^2}{\sum_{j=(i-L)}^i u_j^2}, \quad (2.9)$$

où  $u_j$  est l'amplitude instantanée du signal. La fenêtre  $L$  doit être suffisamment longue pour englober la totalité de l'évènement sismique mais pas trop pour éviter de couvrir le bruit postérieur à l'évènement ou d'autres arrivées sismiques proches. En se basant sur divers tests, Han (2010) suggère que la largeur de la fenêtre optimale doit être comprise entre deux à trois fois la période dominante. Plusieurs versions modifiées de la technique du rapport d'énergie ont été discutées et comparées par Han (2010) pour déterminer la version la plus précise quant au pointé des temps d'arrivée. Les tests ont été conduits sur des données synthétiques perturbées par plusieurs niveaux de bruit blanc. Le résultat dégagé par Han (2010) montre que le terme de rapport d'énergie optimal est donné par :

$$MER(i) = (ER(i) \cdot |u(i)|)^3 \quad (2.10)$$

Le maximum de la fonction  $MER$  indique le temps de l'arrivée sismique (Figure 2.3).



**Figure 2.3: Un exemple synthétique du pointé d'une arrivée sismique par la méthode MER.**

a) Signal à pointer, b) Énergies sismiques évaluées à l'intérieur de deux fenêtres, c) Le rapport d'énergie modifié (MER) calculé par l'Équation 2.10.

### Méthode modifiée de Coppens (MCM)

Cette méthode a été proposée par Sabbione and Velis (2010) comme une nouvelle version optimisée de la méthode de Coppens (1985). Le principe de base derrière la MCM consiste à distinguer la partie utile du signal (événement) du bruit ambiant (cohérent ou non) en utilisant la différence de leurs énergies. L'approche est basée sur l'estimation de l'énergie du signal sur deux fenêtres mobiles  $E_1(t)$  et  $E_2(t)$ . Après normalisation du signal, deux termes sont calculés comme suit :

$$E_1(t) = \sum_{i=t-n_l+1}^t u_i^2, \quad (2.11)$$

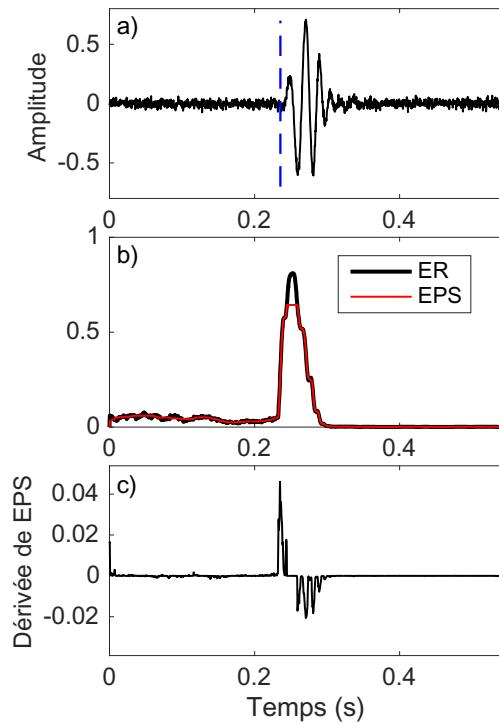
$$E_2(t) = \sum_{i=1}^t u_i^2, \quad (2.12)$$

où  $n_l$  est la largeur de la première fenêtre. Notons que la largeur de la seconde fenêtre  $E_2(t)$  augmente au fur et à mesure que l'analyse avance dans le temps. Le rapport d'énergie défini par le MCM est calculé ensuite comme suit :

$$ER(t) = \frac{E_1(t)}{E_2(t)+\beta}, \quad (2.13)$$

où  $\beta$  est un coefficient de stabilisation utilisé pour réduire la fluctuation rapide de  $ER$ . Sabbione and Velis (2010) recommandent d'utiliser la période dominante comme la largeur optimale  $n_l$  de

la première fenêtre, et de fixer la valeur de la constante  $\beta$  à 0,2. La dérivée de la courbe  $ER(t)$  est ensuite calculée et le temps d'arrivée est assigné au maximum de cette courbe (Figure 2.4). Le passage entre un bruit ambiant et un évènement sismique se fait parfois progressivement sans montrer une pente détectable (Figure 2.4). Dans ce cas, les auteurs recommandent de filtrer la courbe de  $ER(t)$  avant d'estimer sa dérivée. Un filtre EPS (*Edge Preserving Smoothing*) est utilisé ainsi pour réduire le bruit contaminant la courbe  $ER(t)$  (Figure 2.4).



**Figure 2.4:** Un exemple du pointé de l'arrivée d'un événement sismique par la méthode MCM.

a) Signal à pointer, b) Le rapport d'énergie calculé via l'Équation 2.13 avant et après filtrage EPS, c) dérivée temporaire de ER filtré, le temps d'arrivée correspond au maximum de cette courbe.

### Critère d'Information d'Akaike

Le Critère d'Information d'Akaike (AIC) a été introduite par Leonard and Kennett (1999) et Sleeman and Van Eck (1999). Il se base sur le principe qu'une trace sismique statistiquement non stationnaire peut être approximée localement par des séries stationnaires (Sleeman & Van Eck, 1999). Les portions du signal avant et après un évènement sont modélisées par deux processus autorégressifs. Les modèles retrouvés sont souvent différents vu que les deux segments contiennent deux signaux différents : un bruit ambiant pour le premier segment et une arrivée sismique pour le second. À titre d'exemple, un bruit sismique est souvent approximé par un processus autorégressif d'ordre relativement faible alors qu'un signal qui correspond à un

événement demande un ordre plus élevé en général (Bakari, 2015). Le critère d'information d'Akaike est calculé ensuite de la façon suivante :

$$AIC(k) = k \cdot \log(var(u(1, k))) + (N - k - 1) \cdot \log(var(u(k + 1, N))), \quad (2.14)$$

où  $k$  est l'indice de l'échantillon,  $N$  est le nombre d'échantillons du signal  $u$  et  $var(x)$  est une estimation de la variance locale du signal sur le segment  $x$ . Le minimum global de la courbe d'AIC est utilisé pour pointer le temps d'arrivée. Il faut par conséquent isoler en avance la portion qui contient l'évènement à pointer.

### **L'intercorrélation**

La fonction d'intercorrélation est définie pour deux signaux réels  $x(t)$  et  $y(t)$  par :

$$C_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot y(t + \tau) d\tau. \quad (2.15)$$

Cette fonction permet de mesurer la cohérence entre les signaux et de déterminer le délai temporel qui les sépare. La cohérence est évaluée par le maximum de la fonction d'intercorrélation alors que le délai temporel coïncide avec le temps qui correspond à ce maximum.

En microseismique, plusieurs auteurs ont tenté d'utiliser l'intercorrélation comme méthode du pointé des temps d'arrivée (Ait Laasri *et al.*, 2014; Brown *et al.*, 2008; Gibbons & Ringdal, 2006; VanDecar & Crosson, 1990). Ces auteurs décrivent principalement deux approches. La première consiste à utiliser l'intercorrélation sur une seule trace d'une manière similaire aux méthodes opérant sur des sismogrammes à composante unique (Ait Laasri *et al.*, 2014). Ainsi, le signal en jeu est parcouru par deux fenêtres pour calculer à chaque temps l'intercorrélation entre les deux segments du signal définis à l'intérieur de ces fenêtres. Si les deux segments ne contiennent que du bruit, l'intercorrélation est forte puisqu'un bruit aléatoire est *localement* stationnaire. Par contre, la présence d'un événement sismique dégrade considérablement la stationnarité et un coefficient d'intercorrélation plus faible est attendu. Le pointé de l'événement est marqué ainsi par un passage abrupt vers des valeurs d'intercorrélation plus faibles (Ait Laasri *et al.*, 2014).

Pour la deuxième approche, l'intercorrélation est appliquée sur un réseau de sismogrammes et utilisée comme une méthode du contrôle pour estimer la qualité des traces sismiques et évaluer la précision des pointés des temps d'arrivée réalisés (VanDecar & Crosson, 1990). En premier lieu les temps d'arrivée sont pointés approximativement pour chaque trace. L'intercorrélation est calculée pour toutes les paires des traces deux à deux. Le maximum de cette fonction ainsi que le délai séparant les sismogrammes sont ensuite déterminés. Le coefficient d'intercorrélation

entre chaque paire de traces est calculé comme le rapport entre le maximum de la fonction d'intercorrélation et les variances de deux traces. La moyenne et l'écart type de tous les coefficients d'intercorrélation de la même trace permettent d'évaluer la qualité de cette dernière. Les délais estimés sur l'ensemble du réseau permettent de corriger les temps d'arrivée pointés (VanDecar & Crosson, 1990).

### ***Choix d'une méthode de pointé***

Le choix d'une méthode adéquate pour pointer l'arrivée des différentes ondes sismiques est une question très posée en littérature. Les tests réalisés par plusieurs auteurs prouvent qu'il reste difficile de désigner une méthode capable d'opérer sur tous les terrains et pour toutes les circonstances (Akram, 2014; Bakari, 2015; Han, 2010). Ceci est expliqué par la différence de niveau du bruit ambiant d'un site à un autre, par la variation en temps et en espace des propriétés du bruit, par la sensibilité et la fidélité des capteurs utilisés ainsi que par la puissance du signal utile et la distance source-station. Pour un site donné, des tests sont nécessaires pour déterminer la méthode de pointé compatible avec les conditions d'acquisition locales. Le test fréquemment réalisé consiste à pointer manuellement des temps d'arrivée sur plusieurs signaux et essayer ensuite de repointer automatiquement ces arrivées sismiques. La fiabilité de chaque technique est évaluée ensuite en utilisant l'erreur par rapport aux pointés manuels ainsi que le coût de calcul. La méthode qui garantit la meilleure précision est retenue. Loin des tests expérimentaux, il semble que parmi les méthodes présentées, le critère de l'information d'Akaike et ses versions hybrides donnent en général les meilleurs résultats (Akram & Eaton, 2016). L'intercorrélation trouve sa place comme une méthode de relocalisation des temps d'arrivée mal pointés.

## **2.2 Problème direct : modélisation des ondes sismiques par tracé de rai**

La modélisation des ondes sismiques directes, réfléchies ou réfractées est un exercice omniprésent dans plusieurs domaines de la géophysique. En sismologie et selon le type d'application, on peut s'intéresser à modéliser la forme d'onde complète ou seulement une partie de ses caractéristiques physiques comme la trajectoire, le premier temps d'arrivée ou encore l'amplitude. Dans notre cas, la formulation du problème direct a pour objectif de construire essentiellement le noyau **G** de l'équation de l'inversion pour la localisation des hypocentres. Il suffit par conséquent de déterminer uniquement les rais et les temps mis par l'onde pour voyager entre les sources sismiques et les récepteurs. Par définition, un rai sismique est une courbe fictive perpendiculaire au front d'onde en tout point de l'espace. C'est une bonne approximation de la propagation des ondes sismiques sur laquelle est fondée une catégorie des codes de

modélisation communément appelée « algorithmes de tracé de rai ». Cette classe de méthodes cherche à modéliser la propagation d'une onde sismique à travers les temps d'arrivée calculés à chaque point de l'espace.

### 2.2.1 Méthode de Shortest Path

La méthode de *Shortest Path* (SPM) a été décrite pour la première fois dans des travaux de Nakanishi and Yamaguchi (1986) et Moser (1991). L'idée derrière cet algorithme consiste à retrouver le schéma le plus court reliant une source sismique ponctuelle à un ou à plusieurs points récepteurs dans un graphe composé de plusieurs nœuds interconnectés. La SPM est fondée sur deux notions de base : le principe de Huygens et la théorie de graphe. L'algorithme de la SPM dans ses premières versions n'était qu'une application directe de l'algorithme de Dijkstra qui était conçu pour résoudre des problèmes de plus courte distance dans des domaines plus vastes incluant la navigation routière, le réseau informatique et la tomographie.

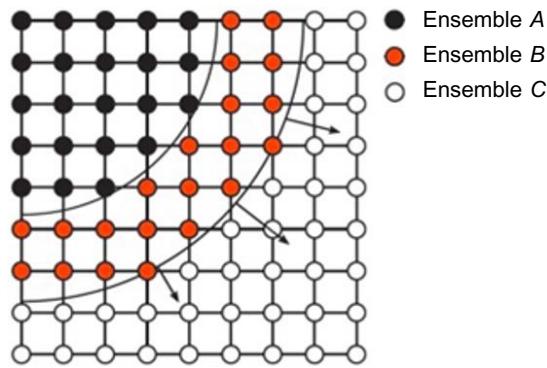
Pour illustrer les étapes à exécuter pour l'algorithme de Dijkstra, considérons un graphe  $G(S, E)$  où  $S$  est l'ensemble des sommets formé par  $n$  nœuds et  $E (E \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N})$  est l'ensemble des arcs du graphe appelés aussi branches ou arêtes. Un réseau  $(G, D)$  est un graphe non orienté avec  $D$  comme fonction de pondération définie sur :  $S \times S \rightarrow \text{IR}_+$ . Cette fonction permet d'attribuer une valeur réelle positive ( $d_{ij}$ ) pour chaque arête du graphe. On définit aussi le degré d'un nœud  $i$  comme l'ensemble des sommets qui y sont directement liés :  $\deg(i) = \{j / (i,j) \in E\}$ . De même, le degré du graphe ( $m$ ) est le degré maximal de tous ses sommets. Par convention  $d_{ij} = d_{ji} = \infty$  est le poids donné à deux nœuds  $i$  et  $j$  non connectés (Moser, 1991). Initialement les sources considérées sont stockées dans un ensemble  $S$ . L'algorithme de Dijkstra divise puis maintient l'ensemble des sommets du graphe dans trois (3) ensembles complémentaires et disjoints  $A$ ,  $B$  et  $C$  ( $A \cup B \cup C = S$  et  $A \cap B \cap C = \emptyset$ ) (Felner, 2011). Au fur et à mesure que l'algorithme est exécuté, les nœuds, dont la distance ( $L$ ) aux sources a été déterminée, sont stockés dans l'ensemble  $A$ . L'ensemble  $B$  est réservé pour les nœuds connectés au moins à un nœud de l'ensemble  $A$  (Figure 2.5). L'ensemble  $C$  correspond aux nœuds dont la distance  $L$  aux sources n'est pas encore déterminée jusqu'à une certaine itération (Algorithme 2.1). L'algorithme de Dijkstra est exécuté sur quatre étapes pour retourner en fin la distance la plus courte ( $L$ ) des sources pour tous les sommets du graphe. Les étapes à exécuter se résument comme suit (Klimeš & Kvasnička, 1994):

- i- L'initialisation : pour le démarrage de l'algorithme  $A$  est initié à un ensemble vide,  $B$  inclut tous les éléments de  $S$  et  $C$  renferme les sommets restants ( $A = \emptyset$  ;  $B = S$  et  $C = S \setminus S$ ). Les

distances des nœuds dans B sont assignées à leurs vraies valeurs (nulle généralement).

De même, on assigne des distances  $\infty$  pour tous les nœuds de C ( $\text{dist}(j) = \infty$  pour  $j \in C$ ).

- ii- Sélection : on cherche l'élément de B qui a la distance la plus courte de S noté i.
- iii- Mise à jour : Pour tous les nœuds j entourant i et déjà dans B ( $j \in \text{deg}(i) \cap B$ ), on met à jour  $\text{dist}(j)$  en assignant  $\text{dist}(j) = \min(\text{dist}(j), \text{dist}(i) + d_{ij})$  ainsi que tous les nœuds entourant i et stockés dans C ( $j \in \text{deg}(i) \cap C$ ) par  $\text{dist}(j) = \text{dist}(i) + d_{ij}$ . Ces nœuds sont déplacés de C dans B alors que i est désormais stocké dans A.  $\text{dist}(j) = \min(\text{dist}(j), \text{dist}(i) + d_{ij})$  est appelé opération du relaxe (Felner, 2011).
- iv- Itération de vérification : si B est vide, l'algorithme est arrêté sinon il reprend de nouveau à la seconde étape.



**Figure 2.5 : Interprétation géométrique des 3 ensembles A, B et C utilisés par l'algorithme de Dijkstra  
(d'après Capozzoli et al., 2014)**

Dans cet exemple, le graphe est construit à partir d'une grille régulière. Les flèches donnent l'ordre suivi pour visiter les nœuds.

Pour l'implémentation du code, l'ensemble A et B seront stockés dans des conteneurs faiblement triés (file de priorité généralement), notés respectivement P et Q (Algorithme 2.1). Le choix de ces conteneurs est d'une importance extrême surtout pour l'ensemble B. Il influence la complexité de l'algorithme et le temps d'exécution. Pour utiliser l'algorithme de Dijkstra pour faire de tracé de rai, il suffit de remplacer les poids de pondération  $d_{ij}$  par le temps mis par l'onde pour voyager en ligne droite entre les nœuds i et j. Ceci laisse supposer un modèle de lenteur défini sur tous les nœuds du graphe.

### **Algorithme 2.1 : Algorithme de Dijkstra**

---

```
Entrées: Graphe G (S, E); source s
1 ( $\forall x \in S$  et  $x \neq s$ )  $dist(x) \leftarrow \infty$  //initialisation
2  $dist(s) \leftarrow 0$ 
3  $Q \leftarrow S$ 
4 Tant que ( $Q$  non vide) faire :
5    $i \leftarrow Q.extraire\_min()$ 
6   transférer  $i$  de  $Q$  dans  $P$ 
7   Pour nœud  $j \in deg(i)$  faire :
8      $dist(j) \leftarrow \min(dist(j), dist(i) + d_{ij})$ 
9   Fin Pour
10 Fin Tant que
11 Fin
```

---

Les premières routines de la SPM opèrent en passant les rais sismiques uniquement par les nœuds du domaine. Ceci entraîne une faible couverture angulaire et par conséquent limite la précision de la méthode (Giroux & Larouche, 2013). Deux solutions sont entreprises pour remédier à ce problème. La première consiste à permettre la mise jour de temps d'arrivée d'un nœud donné par les sommets de son deuxième ou troisième voisinage. La deuxième solution est d'ajouter des nœuds secondaires au graphe. Ces nœuds secondaires sont placés sur les arêtes et sur les faces de chaque cellule de la maille. Notons que le modèle de lenteur reste défini uniquement sur les sommets primaires du graphe et interpolé si nécessaire aux nœuds secondaires. Plus de nœuds secondaires sont ajoutés, meilleure sera la précision et plus de mémoire et de temps d'exécution seront requis. Un certain compromis entre la précision et le coût de calcul est à faire ainsi.

#### **2.2.2 Méthode de Fast Marching**

La méthode de *Fast Marching* (FMM) est basée principalement sur une solution numérique de l'équation Eikonale avec certaines approximations concernant la forme du front d'onde (onde plane). Une approche par différences finies est utilisée par exemple.

##### **L'algorithme**

La FMM utilise un algorithme principal hérité de celui de Dijkstra. De ce fait, elle partage plusieurs éléments en commun avec la SPM. Ainsi, l'algorithme de la FMM est amorcé aussi par une étape d'initialisation où les temps d'arrivée sont calculés pour tous les nœuds se trouvant à un certain voisinage de la source. Ce calcul se fait directement en multipliant la distance entre la source et

le nœud en question par la valeur de la lenteur considérée localement homogène (Lelièvre *et al.*, 2011). Les nœuds du domaine sont divisés ensuite en trois (3) ensembles (Sethian, 1996) :

- Ensemble des nœuds ‘Acceptés’ : correspond à l’ensemble A de l’algorithme de Dijkstra. Ce sont les nœuds dont les temps d’arrivée sont déjà calculés et assignés définitivement. Cet ensemble contient initialement la source sismique.
- Ensemble des nœuds ‘Loin’ : correspond à l’ensemble C de l’algorithme de Dijkstra. Les nœuds qui ne sont pas encore visités. Des temps d’arrivée infinis leur sont assignés initialement.
- Ensemble des nœuds ‘Proches’ : C’est une étroite bande des nœuds qui sépare les deux ensembles précédents. Directement liés à un nœud accepté, les temps d’arrivée pour ces nœuds sont déjà calculés mais ils ne sont pas définitivement assignés. C’est l’ensemble B pour l’algorithme de Dijkstra.

Le calcul de temps d’arrivée pour les nœuds du domaine se fait dans la boucle principale de l’algorithme. En premier lieu, le nœud ( $x$ ) qui possède le temps d’arrivée minimal parmi la bande des nœuds ‘Proches’ est déterminé. Une file de priorité est utilisée pour stocker cet ensemble afin d’optimiser la recherche de  $x$ . Le nœud en question est passé d’un nœud ‘Proche’ à un nœud accepté. Les sommets connectés à  $x$  et qui ne sont pas encore des nœuds acceptés, sont considérés des nœuds voisins. Un nouveau temps d’arrivée est calculé pour chacun nœud voisin suivant un mécanisme de mise à jour (expliqué ci-dessous). Les nœuds voisins ‘loin’ sont déplacés dans la catégorie ‘Proches’. Cette boucle est exécutée jusqu’à ce que tous les sommets soient placés l’ensemble des nœuds acceptés.

### **Mécanisme de mise à jour**

Pour expliquer le mécanisme de la mise à jour pour la FMM, nous considérons d’abord un domaine 3D discrétilisé suivant un maillage régulier. L’étape de la mise à jour repose pour ce type de maillage sur une solution de l’équation Eikonale. Cette dernière équation peut être vue comme une approximation locale de l’équation de d’Alembert décrivant l’avancement du front d’onde. Elle s’écrit à un point donné comme suit :

$$\|\nabla T\| = \left( \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right)^{1/2} = s, \quad (2.16)$$

où  $T$  est le temps de propagation de l’onde et  $s$  est la lenteur. Supposons que nous souhaitons chercher le temps d’arrivée pour un nœud arbitraire d’indices ( $i, j, k$ ). En pratique, l’équation

Eikonale est approximée au voisinage du nœud considéré grâce à un opérateur de différence finie de la manière suivante :

$$\|\nabla T\| = (T_x^2 + T_y^2 + T_z^2)^{1/2} = [\max\left(\frac{T_{ijk} - T_{(i-1)jk}}{h}, \frac{T_{ijk} - T_{(i+1)jk}}{h}, 0\right)^2 + \max\left(\frac{T_{ijk} - T_{ij(j-1)k}}{h}, \frac{T_{ijk} - T_{ij(j+1)k}}{h}, 0\right)^2 + \max\left(\frac{T_{ijk} - T_{ij(k-1)}}{h}, \frac{T_{ijk} - T_{ij(k+1)}}{h}, 0\right)^2]^{1/2}, \quad (2.17)$$

où  $h$  est le pas de discréétisation supposé constant pour les trois directions. Le maximum est utilisé pour s'assurer que temps d'arrivée pour le nœud  $(i,j,k)$  soit supérieur aux temps des nœuds déjà mis à jour dans des itérations précédentes. À titre d'exemple, si nous envisageons que  $T_{(i+1)jk} > T_{(i-1)jk}$ ;  $T_{ij(j+1)k} > T_{ij(j-1)k}$  et  $T_{ij(k+1)} > T_{ij(k-1)}$ . L'équation de mise à jour à résoudre se simplifie à :

$$(T_{ijk} - T_{(i-1)jk})^2 + (T_{ijk} - T_{ij(j-1)k})^2 + (T_{ijk} - T_{ij(k-1)})^2 = (s_{ijk} h)^2. \quad (2.18)$$

Pour les maillages non structurés, le mécanisme de mise à jour a été introduit par Fomel (1997). La démarche proposée par cet auteur est basée sur le principe de Fermat. Fomel (1997) précise que l'équation Eikonale et le principe de Fermat sont strictement équivalents. Pour retracer le raisonnement entrepris par cet auteur, nous considérons un espace 2D discréétisé suivant un maillage triangulaire et une maille ABC (Figure 2.6). Le temps d'arrivée du point A ( $t_A$ ) et du point B ( $t_B$ ) sont supposés être calculés dans des étapes précédentes. Nous considérons aussi un front d'onde sensiblement planaire au voisinage de la cellule ABC (Figure 2.6). Le but de l'exercice est de chercher et mettre à jour le temps d'arrivée pour le troisième nœud C ( $t_C$ ). Pour cela, Lelièvre *et al.* (2011) commence par exprimer le temps d'arrivée  $t_C$  en fonction des paramètres géométriques de la Figure 2.6 comme suit :

$$t_C(\xi) = t(\xi) + s \rho = t_A + u \xi + s (c^2(\xi - \xi_0) + \rho_0)^{1/2}, \quad (2.19)$$

où  $u = t_B - t_A$ ,  $c$  représente la distance AB et  $s$  est la valeur moyenne de la lenteur au niveau de la cellule ABC. Selon le principe de Fermat, le temps d'arrivée vers le nœud C doit être le plus bref possible. Le problème revient donc à un cas classique d'optimisation. Pour chercher la valeur de  $\xi$  qui minimise le temps d'arrivée au nœud C, il suffit de trouver le zéro de la dérivée première de  $t_C$ . Le temps d'arrivée qui correspond à  $\xi_{\text{optimal}}$  est donné par l'expression suivante (Lelièvre *et al.*, 2011):

$$t_C = t_A + u \xi_0 + \rho_0 w/c. \quad (2.20)$$

La quantité  $w$  est calculée à partir de  $w^2 = s^2 c^2 - u^2$  qui devrait être positif. Une démarche analogue peut être entreprise pour un domaine 3D avec des résultats similaires.

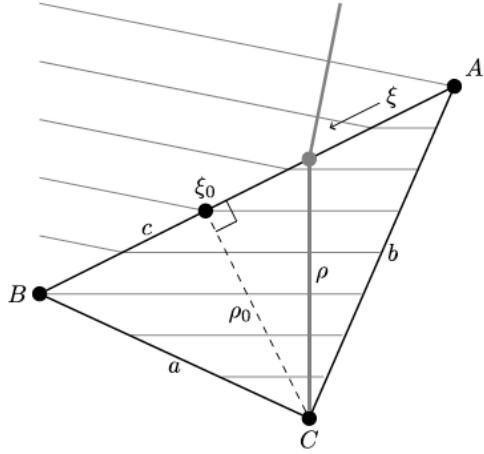


Figure 2.6 :Schéma de mise à jour de temps d'arrivée (nœud C) pour une maille triangulaire (Lelièvre et al., 2011).

### 2.2.3 Méthode de Fast Sweeping

La méthode de *Fast Sweeping* (FSM) a été développée par Boué and Dupuis (1999) et Zhao et al. (2000) pour résoudre une large gamme d'équations appelées équation de Hamilton-Jacobi. L'équation Eikonale, cas particulier du problème de Hamilton-Jacobi, a été traitée plus tard dans un travail publié par Zhao (2004). La FSM repose sur une stratégie particulière pour parcourir les nœuds du domaine. Par rapport aux méthodes présentées, la FSM reprend certains éléments de la FMM. Ainsi, la mise à jour de temps d'arrivée aux nœuds repose encore sur une solution par différences finies. Un opérateur Hamiltonien de Godunov est utilisé pour approximer l'équation Eikonale (Luo et al., 2014; Zhao, 2004). Pour une grille rectangulaire, cet opérateur s'écrit :

$$[(T_{ijk} - T_{x \min})^+]^2 + [(T_{ijk} - T_{y \min})^+]^2 + [(T_{ijk} - T_{z \ min})^+]^2 = s_{ijk}^2 h^2, \quad (2.21a)$$

Où

$$T_{x \ min} = \min (T_{(i-1)jk}, T_{(i+1)jk}) \quad (2.21b)$$

$$T_{y \ min} = \min (T_{i(j+1)k}, T_{i(j-1)k}) \quad (2.21c)$$

$$T_{z \ min} = \min (T_{ij(k-1)}, T_{ij(k+1)}) \quad (2.21d)$$

avec  $x^+ = \max(x, 0)$ .

La différence majeure entre la FSM et les deux méthodes déjà présentées (FMM, SPM) réside dans la stratégie utilisée pour parcourir les nœuds du domaine. L'implémentation de la FSM est conçue spécialement pour éviter d'utiliser une file de priorité pour chercher à chaque itération le nœud ayant le temps d'arrivée minimale. Cette recherche, souvent couteuse en temps de calcul, réduit beaucoup l'efficacité de la SPM et la FMM. L'alternative proposée pour la FSM consiste à

balayer le domaine discrétisé par un certain nombre d'itérations (dites de Gauss-Seidel) en alternant à chaque fois le sens de balayage (Algorithme 2.2). L'équation (2.21) est résolue pour chaque nœud au cours de chaque itération. Bien qu'aucune file de priorité ne soit utilisée, la convergence et la causalité de cette stratégie de balayage ont été bien prouvées (Zhao, 2004).

---

**Algorithme 2.2 : Itération de Gauss-Seidel d'après Qian et al. (2007).**

---

```

1 Répéter Entrées : R (points de référence),  $S_i$  (nœuds en ordre)
2   Pour ( $i = 1$  à  $R$ ) faire
3     Pour ( $j = +, -$ ) faire
4       Pour  $c \in S_i^j$  :  $T_c \leftarrow F(c)$  //  $F$  solveur local
5     Fin pour
6   Fin pour
7 jusqu'à ( $\|T(k+1) - T(k)\| \leq \epsilon$ ) //  $\|\cdot\|$  norme à spécifier (1, 2 ou  $\infty$ )

```

---

Pour un maillage non structuré, la stratégie décrite doit être légèrement révisée (Qian *et al.*, 2007). Ces modifications concernent essentiellement deux étapes : le mécanisme de mise à jour et le balayage du domaine. À l'instar de la FMM, la résolution l'équation d'Eikonale par différences finies est remplacée par un solveur local basé sur le principe de Fermat (Qian *et al.*, 2007). Étant donné que le maillage non structuré n'offre pas un ordre naturel comme le cas d'une grille rectangulaire, certains points dits de référence ( $x_{ref}$ ) sont introduits pour ordonner les nœuds du domaine. La distance entre chaque point de référence et le reste de nœuds est calculée. Ces derniers sont ensuite triés selon leurs distances. Ceci permet de balayer le domaine suivant l'ordre croissant et décroissant par rapport à chaque point de référence (Qian *et al.*, 2007). L'algorithme prend fin si la norme du résidu entre deux solutions consécutives est inférieure à un certain critère d'arrêt  $\epsilon$  fixée à l'avance (Algorithme 2.2).

#### 2.2.4 Choix d'un algorithme de tracé de rai

Le choix d'un algorithme de tracé de rai est dicté essentiellement par la précision de la méthode utilisée et par le coût de calcul. Les tests publiés dans certains travaux montrent que les trois méthodes de tracé de rai présentées ont grossièrement un ordre de précision similaire avec un léger avantage pour la SPM (Giroux, 2013; Kim, 2001). La différence principale réside dans le temps mis pour chaque algorithme pour converger vers la bonne solution. La détermination de la meilleure méthode dépendra fortement du coût de calcul et le choix revient essentiellement à comparer ce paramètre. Sur ce point, La FSM semble être la plus rapide puisque aucune file de priorité n'est utilisée. Cependant, cette méthode perd de son efficacité lorsqu'elle est utilisée sur des milieux complexes avec des forts contrastes de vitesse. Les courbes caractéristiques de

l'équation Eikonale sont fortement non linéaires dans ce cas et plusieurs itérations de Gauss-Seidel sont nécessaires pour atteindre la convergence. À titre d'indication la FSM met plus qu'une cinquantaine d'itérations pour des milieux montrant plusieurs barrières (Kim, 2001). En réalité, la FSM est conçue pour montrer une meilleure efficacité pour un milieu à vitesse homogène. Plus les variations spatiales de la vitesse sont fortes, plus le temps est long pour que la FSM converge. En revanche, la FMM et la SPM opèrent souvent de la même façon pour tous les milieux. Ainsi, elles sont plus lentes dans un milieu homogène que la FSM mais largement plus efficaces pour des domaines à structure complexe (Kim, 2001). Le choix de la meilleure méthode devient donc une question de notre évaluation de la complexité du milieu modélisé.

## 2.3 Localisation des évènements sismiques

La localisation des évènements sismiques est une étape fondamentale en monitoring microsismique. Elle permet d'associer à chaque évènement détecté ses coordonnées spatiotemporelles à une erreur près. Nous proposons de présenter dans cette section quelques techniques répandues pour la localisation des évènements sismiques. Étant donné que plusieurs versions existent pour chaque technique, des brefs aperçus seront donnés pour chacune.

### 2.3.1 Inversion conjointe hypocentre-vitesse (ICHV)

Cette technique a été introduite par Pavlis and Booker (1980) et par Thurber (1981) pour des applications essentiellement en sismologie classique. Ses premières utilisations incluent la détermination des hypocentres des séismes et l'imagerie des zones tectoniques actives. Block (1991) s'est basée sur l'ICHV pour repérer les microséismes et modéliser la distribution spatiale de champs de vitesse des ondes P et S dans deux réservoirs géothermiques aux États-Unis et en Italie. L'objectif principal était de cartographier les réseaux des fractures afin d'évaluer le potentiel des réservoirs géothermiques stimulés. La même technique a été utilisée aussi par Giroux (2001) pour étudier la microsismicité au niveau des structures des barrages. L'objectif de cette écoute microsismique était de suivre le vieillissement des barrages par méthodes indirectes et de détecter toute défaillance dans leurs squelettes. Récemment, des versions 2D de l'ICHV ont été utilisées pour localiser les munitions non explosées dans des champs de tirs (Bakari, 2015; Van De Mark *et al.*, 2013).

#### ***Formulation du problème***

Le principe de base derrière l'ICHV consiste à minimiser par moindres-carrés la différence entre le temps d'arrivée observée  $t_{\text{ob}}$  et le temps d'arrivée calculée  $t_{\text{cl}}$ . C'est un problème d'optimisation

classique qui cherche à minimiser le résidu  $r$  entre les données mesurées et la réponse calculée ( $r = t_{\text{obs}} - t_{\text{cl}}$ ). Il s'agit d'un problème non linéaire étant donné que le temps de parcours de l'onde est une fonction non linéaire de la vitesse et de la position de source sismique. Une approche itérative s'impose ainsi pour obtenir une solution. À chaque itération, les paramètres du modèle sont légèrement perturbés pour que le nouveau résidu soit plus petit. Après un certain nombre d'itérations, le nouveau temps calculé est sensiblement égal à celui observé :

$$t_{\text{cl}} + \Delta t_{\text{cl}} = t_{\text{obs}} \quad (2.22)$$

Ceci revient à écrire aussi que :

$$\Delta t_{\text{cl}} = t_{\text{obs}} - t_{\text{cl}} = r. \quad (2.23)$$

Pour trouver l'expression analytique de  $\Delta t_{\text{cl}}$  permettant de minimiser le résidu, nous commençons par exprimer le temps d'arrivée calculé en fonction des paramètres du problème. Ainsi, pour un événement sismique détecté par un récepteur donné,  $t_{\text{cl}}$  est évalué comme suit

$$t_{\text{cl}} = t_0 + t = t_0 + \int_{\text{source}}^{\text{récepteur}} \frac{1}{v(x, y, z)} ds + sc \quad (2.24)$$

où  $ds$  est un élément infinitésimal de rai sismique,  $t_0$  est le temps d'origine de l'événement,  $t$  est le temps parcouru par l'onde entre la source et le récepteur correspondant,  $sc$ , appelée correction statique, est un délai temporel ajouté pour refléter les erreurs non quantifiables du problème à savoir l'erreur sur le modèle de vitesse, la discrétisation du domaine, le mort-terrain et l'erreur des instruments de mesures utilisés. La vitesse  $v(x, y, z)$  est une fonction continue de l'espace échantillonnée sur les nœuds ou les cellules du domaine. En dérivant l'expression de  $t_{\text{cl}}$  par rapport aux variables du problème, à savoir  $t_0$ , les coordonnées de l'hypocentre  $(x_0, y_0, z_0)$ , la correction statique  $sc$ , et les valeurs de la vitesse aux nœuds, on obtient :

$$\Delta t_{\text{cal}} = t_0 + \frac{\partial t}{\partial x_0} \Delta x_0 + \frac{\partial t}{\partial y_0} \Delta y_0 + \frac{\partial t}{\partial z_0} \Delta z_0 + \sum_{j=1}^{n\text{nœuds}} \frac{\partial t}{\partial v_j} \Delta v_j + \Delta sc = r, \quad (2.25)$$

où  $v_j$  est la valeur de la vitesse au  $j^{\text{ème}}$  nœud et  $n\text{nœuds}$  est le nombre total des nœuds utilisés.

Notons que l'égalité  $\frac{\partial t_{\text{cl}}}{\partial t_0} = \frac{\partial t_{\text{cl}}}{\partial sc} = +1$  a été exploitée directement dans l'équation 2.25 pour simplifier l'expression. Les autres dérivées partielles de  $t$  par rapport à  $x_0, y_0, z_0$  et  $v_j$  seront évaluées analytiquement. Le modèle de vitesse dans l'Équation 2.25 correspond à un seul type d'onde sismique (généralement l'onde P). Pour utiliser les données d'autres modes sismiques, il suffit d'insérer les dérivées partielles de  $t$  par rapport aux vitesses des nœuds et aux corrections statiques pour chaque type considéré.

Pour un évènement  $i$  détecté par  $narr$  capteurs, nous obtenons  $narr$  équations du type (2.25) qui peuvent être insérées dans le système matriciel suivant à raison d'une équation par ligne :

$$\mathbf{H}_i \Delta \mathbf{h}_i + \mathbf{M}_i \Delta \mathbf{m} = \mathbf{r}_i, \quad (2.26)$$

où  $\mathbf{H}_i$  ( $narr \times 1$ ) est la matrice des dérivées partielles des  $t_{ci}$  par rapport à  $t_0$ ,  $x_0$ ,  $y_0$  et  $z_0$ .

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial t_1}{\partial x_0} & \frac{\partial t_1}{\partial y_0} & \frac{\partial t_1}{\partial z_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{\partial t_{narr}}{\partial x_0} & \frac{\partial t_{narr}}{\partial y_0} & \frac{\partial t_{narr}}{\partial z_0} \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

$\Delta \mathbf{h}_i$  ( $4 \times 1$ ) est un vecteur colonne qui contient les perturbations sur les paramètres de l'hypocentre à savoir les coordonnées spatiales et le temps d'origine  $\Delta x_0$ ,  $\Delta y_0$ ,  $\Delta z_0$ ,  $\Delta t_0$  :

$$\Delta \mathbf{h}_i = [\Delta t_0 \quad \Delta x_0 \quad \Delta y_0 \quad \Delta z_0]^t. \quad (2.28)$$

La matrice  $\mathbf{M}_i$  ( $narr \times (nnœuds + nstations)$ ) est définie pour stocker les dérivées partielles par rapport aux vitesses des noeuds et les corrections statiques des stations.

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial t_1}{\partial v_1} & \dots & \frac{\partial t_1}{\partial v_{nnœuds}} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial t_{narr}}{\partial v_1} & \dots & \frac{\partial t_{narr}}{\partial v_{nnœuds}} & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Les dérivées partielles  $\frac{\partial t_m}{\partial sc_p}$  sont toujours nulles sauf pour la station qui a correspond au temps  $t_m$ .

Les dérivées partielles  $\frac{\partial t}{\partial v_j}$  sont non nulles uniquement pour les noeuds proches d'un rai sismique.

De ce fait  $\mathbf{M}_i$  est une matrice creuse. Un vecteur colonne,  $\Delta \mathbf{m}$  ( $(nnœuds + nstation) \times 1$ ) est utilisé pour stocker les perturbations sur les vitesses aux noeuds  $\Delta v_j$  et sur les corrections statiques des stations  $\Delta sc_p$ :

$$\Delta \mathbf{m} = [\Delta v_1, \Delta v_2, \dots, \Delta v_{nnœuds}, \Delta sc_1, \dots, \Delta sc_{nstations}]^t \quad (2.30)$$

En forme matricielle, les inconnus du problème sont ainsi les vecteurs  $\Delta \mathbf{m}$  et  $\Delta \mathbf{h}_i$ .

### Séparation des paramètres

La méthode de la séparation des paramètres permet de chercher chaque inconnus  $\Delta \mathbf{h}_i$  et  $\Delta \mathbf{m}$  indépendamment de l'autre et d'inverser par conséquent une seule matrice. Ceci est possible si le nombre des observations de temps d'arrivée pour chaque événement dépassent quatre. Dans ce cas, il existe une matrice  $\mathbf{T}_i$  qui vérifie  $\mathbf{T}_i^t \mathbf{H}_i = \mathbf{0}$  (Pavlis & Booker, 1980). En pratique, la matrice  $\mathbf{T}_i$  est calculée à partir d'une décomposition QR de  $\mathbf{H}_i$ . En multipliant l'équation 2.26 de deux cotés par la transposée de  $\mathbf{T}_i$ , on obtient :

$$\mathbf{T}_i^t \mathbf{M}_i \Delta \mathbf{m} = \mathbf{T}_i^t \mathbf{r}_i, \quad (2.31a)$$

Ou encore

$$\mathbf{M}_i' \Delta \mathbf{m} = \mathbf{r}_i'. \quad (2.31b)$$

$\mathbf{M}_i'$  et  $\mathbf{r}_i'$  sont respectivement de dimension  $((narr-4) \times (nnœud+ nstations))$  et  $((narr-4) \times 1)$ . Ainsi, on parvient à éliminer le terme incluant  $\Delta \mathbf{h}_i$  de l'équation de l'inversion. Cette procédure est appliquée pour chaque évènement détecté afin de retrouver les matrices  $\mathbf{M}_i'$  et  $\mathbf{r}_i'$  correspondantes. L'ensemble est rassemblé ensuite dans un système plus large comme suit :

$$\mathbf{M}' \Delta \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}'_1 \\ \mathbf{M}'_2 \\ \vdots \\ \mathbf{M}'_{n\_événements} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}'_1 \\ \mathbf{r}'_2 \\ \vdots \\ \mathbf{r}'_{n\_événements} \end{bmatrix} = \mathbf{r}. \quad (2.32)$$

Résoudre le système 2.32 permet d'obtenir les perturbations à appliquer aux valeurs de vitesse  $\Delta v_i$  et aux corrections statiques  $\Delta s_c$  pour chaque itération. La forte non linéarité de l'ICHV fait que ces perturbations doivent être relativement petites afin d'assurer la stabilité de l'algorithme et permettre la convergence vers une solution acceptable. Block (1991) propose par exemple d'imposer des limites supérieure et inférieure à  $\Delta \mathbf{m}$ .

### Détermination du modèle de vitesse et localisation de l'hypocentre

Le système 2.32 est généralement à la fois sous- et surdéterminé. La plupart des auteurs comptent sur une solution par moindres-carrés sous certaines contraintes (c.-à-d. lissage, valeurs de vitesse connues, pénalité sur les valeurs extrêmes) pour retrouver  $\Delta \mathbf{m}$  (Bakari, 2015; Block, 1991; Giroux, 2001). C'est une façon d'ajuster les données observées tout en respectant certaines informations *a priori* issues de la physique et la géologique locales. Mathématiquement, la solution passe par la minimisation de la fonction objectif suivante :

$$\min [(\mathbf{M}' \Delta \mathbf{m} - \mathbf{r}')^t \cdot (\mathbf{M}' \Delta \mathbf{m} - \mathbf{r}') + \lambda (\mathbf{c} + \mathbf{K}' \Delta \mathbf{m})^t \cdot (\mathbf{c} + \mathbf{K}' \Delta \mathbf{m}) + \gamma (\mathbf{p} + \partial \mathbf{P}' \Delta \mathbf{m})^t \cdot (\mathbf{p} + \partial \mathbf{P}' \Delta \mathbf{m}) + (\mathbf{u}'^t \Delta \mathbf{m} + \mathbf{s})^t \cdot (\mathbf{u}'^t \Delta \mathbf{m} + \mathbf{s})], \quad (2.33)$$

où  $(\mathbf{M}' \Delta \mathbf{m} - \mathbf{r}')^t \cdot (\mathbf{M}' \Delta \mathbf{m} - \mathbf{r}')$  minimise le résidu des temps observés, le terme  $\lambda (\mathbf{c} + \mathbf{K}' \Delta \mathbf{m})^t \cdot (\mathbf{c} + \mathbf{K}' \Delta \mathbf{m})$  permet le lissage du modèle de vitesse, le terme  $\gamma (\mathbf{p} + \partial \mathbf{P}' \Delta \mathbf{m})^t \cdot (\mathbf{p} + \partial \mathbf{P}' \Delta \mathbf{m})$  reflète une contrainte appliquée sur les valeurs maximales et minimales de la vitesse et  $(\mathbf{u}'^t \Delta \mathbf{m} + \mathbf{s})^t \cdot (\mathbf{u}'^t \Delta \mathbf{m} + \mathbf{s})$  représente une contrainte sur la variation des corrections statiques (Annexe A).

Les coefficients  $\lambda$  et  $\gamma$  sont déterminés par un processus d'essai-erreur afin d'obtenir un modèle de vitesse acceptable. La solution est trouvée en cherchant les zéros de la dérivée primaire de la fonction objectif. Block (1991) l'exprime de la manière suivante :

$$\Delta \mathbf{m} = (\mathbf{M}'^t \mathbf{M}' + \lambda \mathbf{K}'^t \mathbf{K}' + \gamma \partial \mathbf{P}'^t \partial \mathbf{P}' + \mathbf{u}' \mathbf{u}'^t)^{-1} (\mathbf{M}'^t \mathbf{r}' - \lambda \mathbf{K}'^t \mathbf{c} - \gamma \partial \mathbf{P}'^t \mathbf{p} - \mathbf{u}' \mathbf{s}) \quad (2.34)$$

Les matrices  $\mathbf{M}'$ ,  $\mathbf{K}'$  et  $\partial\mathbf{P}'$  sont souvent des matrices creuses. L'utilisation d'une méthode itérative comme l'algorithme de gradient conjugué s'avère plus efficace que le calcul direct de l'inverse de la matrice  $(\mathbf{M}'^t \mathbf{M}' + \lambda \mathbf{K}'^t \mathbf{K}' + \gamma \partial\mathbf{P}'^t \partial\mathbf{P}' + \mathbf{u}' \mathbf{u}'^t)$ .

Une fois que le modèle de vitesse est déterminé, la localisation des événements sismiques peut être amorcée. Il faut considérer pour cela le résidu obtenu après correction du modèle de vitesse (de la dernière itération). La recherche des paramètres de l'hypocentre revient à minimiser la quantité suivante :

$$\sum (\text{nouveaux résidus})^2 = \mathbf{H}_i \Delta \mathbf{h}_i - \mathbf{r}_i)^t (\mathbf{H}_i \Delta \mathbf{h}_i - \mathbf{r}_i). \quad (2.35)$$

C'est aussi un problème non linéaire et demande par conséquent une approche itérative. La perturbation  $\Delta \mathbf{h}_i$  à appliquer sur les coordonnées de l'hypocentre à chaque itération est calculée par :

$$\Delta \mathbf{h}_i = (\mathbf{H}_i^t \mathbf{H}_i)^{-1} \mathbf{H}_i^t \mathbf{r}_i. \quad (2.36)$$

Ce processus est répété jusqu'à ce que la perturbation sur les coordonnées et le temps d'origine devient plus petite qu'un critère d'arrêt préétabli ou jusqu'à ce que le nombre maximal d'itérations soit dépassé.

### 2.3.2 Tomographie différence double

La deuxième méthode qui pourrait être intéressante pour localiser des hypocentres est la tomographie différence double (TDD). Historiquement, cette technique a été introduite comme étant une généralisation de la méthode de différence double proposée par Waldhauser and Ellsworth (2000). Les applications de la TDD comportent la caractérisation des zones à tectonique cassante (Zhang & Thurber, 2003), l'imagerie haute résolution des zones de subduction (Zhang et al., 2004) et l'estimation de la distribution du champ de vitesses au sein des volcans (Brown et al., 2004). En ingénierie de réservoir, la TDD a été utilisée pour suivre l'injection de CO<sub>2</sub> dans le sous-sol (Zhou et al., 2010). L'idée centrale derrière cette technique consiste à exploiter les temps d'arrivée relatifs entre les différents événements pour déterminer leurs hypocentres (Zhang & Thurber, 2006).

#### **Formalisation du problème**

Partant de l'équation 2.25, le résidu du temps d'arrivée pour un événement sismique i ayant Np temps d'arrivée, peut se réécrire comme :

$$\mathbf{H}_i \Delta \mathbf{h}_i + \mathbf{C}_i \Delta \mathbf{m} + \mathbf{S}_i = \mathbf{r}_i, \quad (2.37)$$

où  $\mathbf{C}_i$  ( $N_p \times nnœuds$ ) est la matrice des dérivées partielles des temps d'arrivées par rapport aux valeurs de lenteur des nœuds.  $\Delta\mathbf{m}$  ( $nnœuds \times 1$ ) est le vecteur de perturbation sur le modèle de lenteur.  $\mathbf{S}_i$  ( $N_p \times 1$ ) est un vecteur colonne pour stocker les corrections statiques des stations. Pour plusieurs événements sismiques détectés, on peut écrire autant d'équations que le nombre d'événements, soit  $P$  événements sismiques. On peut insérer les  $P$  équations associées dans un seul système matriciel de la façon suivante :

$$\mathbf{H} \Delta\mathbf{h} + \mathbf{C} \Delta\mathbf{m} + \mathbf{S} = \mathbf{r}, \quad (2.38a)$$

où  $\mathbf{H}$  ( $N_T \times M_T$ ),  $\Delta\mathbf{h}$  ( $M_T \times 1$ ),  $\mathbf{C}$  ( $N_T \times nnœuds$ ),  $\mathbf{S}$  ( $N_T \times 1$ ) et  $\mathbf{r}$  ( $N_T \times 1$ ) sont construits comme suit :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_P \end{bmatrix} \quad (2.38b)$$

$$\Delta\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{h}_1 \\ \Delta\mathbf{h}_2 \\ \vdots \\ \Delta\mathbf{h}_P \end{bmatrix} \quad (2.38c)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_P \end{bmatrix} \quad (2.38d)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{S}_P \end{bmatrix}, \quad (2.38e)$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_P \end{bmatrix}. \quad (2.38f)$$

$N_T$  est le nombre total des temps d'arrivée disponibles ( $N_T = \sum_{p=1}^P N_p$ ) alors que  $M_T$  est le nombre total des inconnus à chercher ( $M_T = 4P$ ). Pour tous les événements sismiques enregistrés par la même station, la correction statique est identique. Cet effet est exploité pour récrire le vecteur de la correction statique  $\mathbf{S}$  sous cette forme :  $\mathbf{S} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{s}_0$ . Le vecteur colonne  $\mathbf{s}_0$  contient les corrections statiques de l'ensemble des stations.  $\mathbf{B}$  est une matrice ( $N_T \times \text{nombre des stations}$ ) qui contient des zéros sauf pour les couples  $(i, j)$  qui correspondent à un événement  $i$  capté par une station  $j$ .

Pour passer dans le domaine des temps d'arrivée relatifs, l'idée consiste à appliquer un opérateur de différence sur l'équation (2.38a). Cet opérateur peut être exprimé par la matrice  $\mathbf{Q}_{DD}$  suivante :

$$\mathbf{Q}_{DD} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & -1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

Si  $w_k$  est le nombre d'évènements enregistré par station, la matrice  $\mathbf{Q}_{DD}$  ( $(\sum_{k=1}^{n_{station}} \frac{(w_k-1)w_k}{2}) \times N_T$ ) correspond aux différentes combinaisons possibles de la différence entre les temps d'arrivée (Zhang & Thurber, 2006). En appliquant l'opérateur  $\mathbf{Q}_{DD}$  sur l'équation (2.38a), on obtient

$$\mathbf{Q}_{DD} \mathbf{H} \Delta\mathbf{h} + \mathbf{Q}_{DD} \mathbf{C} \Delta\mathbf{m} = \mathbf{Q}_{DD} \mathbf{r} \quad (2.40)$$

Ainsi le terme incluant les corrections statiques est éliminé puisque le produit  $\mathbf{Q}_{DD} \mathbf{B} \mathbf{s}_0 = \mathbf{0}$ . Ceci représente un avantage par rapport à l'utilisation des temps d'arrivée absous qui demande nécessairement l'évaluation de ces corrections.

En outre, les matrice  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{C}$  peuvent être concaténées dans une seule matrice  $\mathbf{E}$  ( $N_T \times M_{T+L}$ ) =  $[\mathbf{H} \ \mathbf{C}]$  et les vecteurs  $\Delta\mathbf{h}$  et  $\Delta\mathbf{m}$  dans un vecteur  $\mathbf{Y}$  ( $M_{T+L} \times 1$ ) =  $[\Delta\mathbf{h} \ \Delta\mathbf{m}]^T$ , la solution pour l'équation (2.39) est donnée ainsi par

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{Q}_{DD} \mathbf{E})^{-1} \mathbf{Q}_{DD} \mathbf{r}. \quad (2.41)$$

Par ailleurs, la solution faisant intervenir les données absolues des temps d'arrivée est donnée par  $\mathbf{Y} = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{r}$ . Il est possible de combiner les temps d'arrivée absous et relatifs pour obtenir une solution de type  $\mathbf{Y} = \left(\frac{\mathbf{Q}_{DD} \mathbf{E}}{w\mathbf{E}}\right)^{-1} \left(\frac{\mathbf{Q}_{DD}}{w\mathbf{I}}\right) \mathbf{r}$ , où  $w$  est le poids accordé à chaque type de donnée et  $\mathbf{I}$  est la matrice identité. Les tests réalisés par Zhang and Thurber (2006) montrent que la dernière solution est celle qui offre la meilleure résolution de paramètres.

### 2.3.3 Méthode de Semblance

Outre les méthodes basées sur l'inversion des temps d'arrivée relatifs et absous, certaines techniques n'exigent la formalisation d'aucun problème d'inversion. La semblance est un bel exemple à présenter parmi cette catégorie. Le principe de base derrière cette méthode consiste à balayer le domaine en temps et en espace pour chercher des sources sismiques potentielles. Ceci est possible vu que l'énergie émise par une source donnée devrait en principe montrer une certaine cohérence dans les traces sismiques enregistrées par les capteurs. L'idée ainsi est de quantifier cette cohérence et de l'utiliser pour localiser les évènements. Ce principe a donné naissance à plusieurs versions désignées sous différentes appellations comme : la semblance, la localisation par migration de Kirchhoff, la tomographie d'émission sismique et l'imagerie de source. Les applications de ces méthodes en sismologie classique concernent l'étude de la structure de croute terrestre, des volcans et des zones tectoniquement actives (Kugaenko *et al.*,

2005). Leurs utilisations en industrie incluent la localisation des évènements microsismiques (Chambers *et al.*, 2010), la caractérisation des sources hydrothermales et l'imagerie des microfractures.

L'implémentation de la méthode de semblance est assez simple comparée aux méthodes précédentes. En pratique, on procède d'abord par la construction d'une grille de recherche pour les hypocentres et les temps d'origine possibles. La grille est ensuite scannée élément par élément. Les temps de parcours entre chaque élément et les récepteurs sont utilisés pour déterminer le décalage temporal entre les traces et éliminer ainsi l'effet du déport entre les capteurs. Les signaux décalés dans le temps sont ensuite sommés le long d'une fenêtre prédéterminée. Un terme désigné par le coefficient de semblance  $S(x, \tau)$  est calculé pour chaque pas de la grille en utilisant la formule suivante :

$$S(x, \tau) = \frac{[\sum_{i=1}^{N} u_i(t = T_i(x) + \tau)]^2}{N \sum_{i=1}^{N} [u_i(t = T_i(x) + \tau)]^2}, \quad (2.42)$$

où  $u_i(t)$  est l'amplitude du signal enregistré pour le capteur  $i$ ,  $T_i(x)$  est le temps de parcours source/capteur,  $x$  est la position du point image (élément de la grille de recherche) et  $\tau$  est le temps d'origine (Chambers *et al.*, 2010). Ce coefficient est interprété comme le rapport entre l'énergie du signal sommé et la somme des énergies pour tous les capteurs utilisés. Selon la dimension du domaine, on obtient un cube ou une section qui représente la fonction semblance calculée. Ces valeurs sont ensuite lissées en utilisant une moyenne mobile sur une fenêtre donnée :

$$S'(x, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(x, \tau - q) w(q) dq \quad (2.43)$$

La fonction de pondération  $w$  suit une distribution gaussienne d'un écart type de 0.1 seconde (Chambers *et al.*, 2010). La fonction  $S'(x, \tau)$  est définie sur un domaine 4D. Le passage vers un espace 3D se fait en calculant  $S''(x)$  comme le maximum de la semblance  $S'(x, \tau)$  à un point image donné.

L'avantage de la méthode de semblance est qu'elle n'exige pas de pointer manuellement ou automatiquement les temps d'arrivée. Ceci permet d'une part d'éliminer une source potentielle d'erreur et d'autre part l'accélération le temps du traitement. La semblance est présentée souvent comme la technique propice pour localiser des évènements à faible rapport signal/bruit. Les inconvénients de la méthode se résument dans deux points :1- le calcul de la semblance demande une très bonne connaissance du modèle de vitesse, ce qui n'est pas toujours le cas. 2-

l'incertitude liée à la localisation des évènements est difficile à évaluer avec cette méthode (Chambers *et al.*, 2010).

#### **2.3.4 Choix d'une méthode de localisation**

Le choix d'une technique de localisation dépend fortement des caractéristiques physiques et géologiques du site et de la connaissance de certaines de ses propriétés. Le choix d'une méthode donnée doit aussi prendre en considération les avantages et les inconvénients de chaque méthode. Les objectifs techniques, scientifiques ou économiques derrière la localisation des évènements sismiques doivent être bien définis pour faire un choix judicieux de la technique de localisation. Pour un bref rappel, on a présenté dans ce chapitre trois méthodes de localisation. L'ICHV et la TDD sont basées sur l'inversion des temps d'arrivée des différentes ondes sismiques alors que la méthode de semblance repose sur la mesure de la cohérence entre les traces sismiques. Les méthodes par inversion sont capables de localiser les évènements sismiques tout en renvoyant une mise à jour du modèle de vitesse du domaine étudié. Leurs inconvénients se résument dans l'utilisation impérative d'une méthode de pointé des temps d'arrivée et dans l'incertitude supplémentaire ainsi imposée sur les coordonnées des hypocentres notamment dans un environnement bruité à faible rapport signal/bruit. Pour la méthode de semblance, l'avantage de cette technique se voit dans sa capacité à opérer dans les environnements très bruités et sa chaîne de traitement réduite. Elle demande par contre une connaissance plus avancée du modèle de vitesse.

Il s'ensuit ainsi que les méthodes de l'ICHV et la TDD sont plus adéquates à utiliser lorsque le champ de vitesses montre une variation dans le temps de telle façon qu'une mise à jour continue est nécessaire pour tenir en compte cet aspect dynamique. Cette classe de méthodes est plus intéressante à utiliser aussi lorsque le modèle de vitesse est requis pour inférer certaines propriétés du domaine. De même, les méthodes par inversion sont recommandées dans le cas où une forte incertitude est liée à la détermination du modèle de vitesse initial. La mise à jour continue de ce dernier permet à long terme d'améliorer l'incertitude liée à ce paramètre et à la localisation des hypocentres. En revanche, la méthode de semblance est plus adéquate lorsque la variation temporelle du champ de vitesses est faible à négligeable et que son modèle initial a été déterminé d'une façon précise pour le considérer comme le 'vrai' modèle.

Concernant l'ICHV et la TDD, la différence majeure entre les deux techniques réside dans l'utilisation des données relatives. En général, la stratégie d'inclure les temps relatifs entre les évènements permet d'obtenir un gain non négligeable en termes de précision sur les

coordonnées des hypocentres (Tian *et al.*, 2014). Ceci donne un certain avantage pour la TDD sur l'ICHV. En bref, ce gain en précision est possible étant donné que l'inversion des données relatives permet de minimiser l'effet de vitesse pour les événements à hypocentres très proches. Classer les événements en groupes homogènes selon leurs positions probables est cependant requis pour inverser les temps d'arrivée relatifs. C'est une tâche supplémentaire pour la chaîne de traitement de la TDD qui est souvent délicate et fastidieuse. La différence entre l'ICHV et la TDD est ainsi un compromis entre le temps et le coût de traitement d'un côté et le gain en précision à réaliser de l'autre côté.

### **3 ARTICLE 1: A NOVEL TIME DOMAIN POLARIZATION FILTER BASED ON A CORRELATION MATRIX ANALYSIS**

---

**Titre en français :** Un nouveau filtre de polarisation basé sur l'analyse de la matrice de corrélation.

Le contenu de ce chapitre a été publié sous forme d'un article scientifique.

**Auteurs :** Maher Nasr<sup>1</sup>, Bernard Giroux<sup>1</sup> and J. Christian Dupuis<sup>2</sup>

1-Institut National de la Recherche Scientifique, Centre Eau Terre Environnement

2- Université Laval, Département de Géologie et de Génie Géologie.

**Titre de la revue :** *Geophysics*, 86(2)

**DOI:** [10.1190/geo2020-0002.1](https://doi.org/10.1190/geo2020-0002.1)

**Soumis :** Janvier 2020

**Révisé :** Juin 2020

**Accepté :** Octobre 2020

**Contribution des auteurs :**

- Maher Nasr: proposition, conception et implémentation de l'approche ; rédaction de l'article.
- Bernard Giroux: amélioration du contenu et rédaction de l'article.
- J. Christian Dupuis: amélioration du contenu et rédaction de l'article.

**Résumé :**

Nous présentons dans cet article une nouvelle approche pour analyser la polarisation des ondes de volume. Contrairement aux méthodes classiques qui reposent sur la matrice de covariance, cette technique introduit une analyse basée principalement sur la matrice de corrélation. Une nouvelle équation de rectilinéarité issue de cette analyse est présentée. Elle permet essentiellement de faciliter la distinction entre les arrivées sismiques des ondes P et S et les bruits non polarisés. L'approche introduite démontre que l'estimation de la polarisation linéaire revient à un problème de corrélation 3D qui pourrait être ramené à 3 sous-problèmes classiques de corrélation 2D. Ceci a été exploité pour construire un nouveau filtre de polarisation destiné au filtrage des données sismiques récoltées sur le site de la falaise. Différents tests ont été réalisés sur des sismogrammes synthétiques pour retrouver les paramètres optimaux du filtre et évaluer

son efficacité. Les résultats montrent que la nouvelle implémentation est capable d'améliorer le rapport signal/bruit jusqu'aux 20 dB.

### 3.1 Abstract

Polarization filters are widely used for denoising seismic data. These filters are applied in the field of seismology, microseismic monitoring, vertical seismic profiling and subsurface imaging. They are primarily useful to suppress ground-roll in seismic reflection data and enhance P and S wave arrivals. Traditional implementations of the polarization filters involved the analysis of the covariance matrix or the SVD decomposition of a three-component seismogram matrix. The linear polarization level, known as rectilinearity, is expressed as a function of the covariance matrix eigenvalues or by the data matrix singular values. Wavefield records that are linearly polarized are amplified while others are attenuated. Besides the described implementations, we introduced a new time domain polarization filter based on the analysis of the seismic data correlation matrix. The principal idea is to extend the notion of the correlation coefficient in 3D space. This new filter avoids the need for diagonalization of the covariance matrix or SVD decomposition of data matrix, which are often time consuming. The new implementation facilitates the choice of the rectilinearity threshold: we demonstrate that linear polarization in 3D can be represented as three classic 2D correlations. A good linear polarization is detected when a high linear correlation between the three seismogram components is mutually observed. The tuning parameters of the new filter are the length of the time window, the filter order, and the rectilinearity threshold. Tests using synthetic seismograms show that optimal results are reached with a filter order that spans between 2 and 4, a rectilinearity threshold between 0.3 and 0.7, and a window length that is equivalent to one to three times the period of the signal wavelet. Compared to covariance-based filters, the new filter can enhance the signal-to-noise ratio by 6 to 20 dB and reduces computational costs by 25%.

**Keywords:** filtering; polarization; signal processing; seismic attributes; time-domain.

### 3.2 Introduction

Most of the seismic imaging and interpretation workflows in exploration seismology and applied geophysics use compressional (P) and shear (S) wavefields (Zheng and Stewart, 1992; Paulus, 2006). Unfortunately, seismic data measured in the field are often contaminated by a plethora of seismic noise sources that are outside of the control of the acquisition team. These recording conditions result in seismic data that exhibit poor signal-to-noise-ratio (SNR) (Montalbetti and Kanasewich, 1970; Lu et al., 2010). In practical terms, this means that P and S arrivals are

masked in these seismograms, which significantly limits any qualitative or quantitative analyses. To alleviate these SNR problems, a preprocessing stage is often required (Mars et al., 2004). Given the pervasive nature of diverse noise sources, a broad range of filtering techniques have been proposed. Classic bandpass filtering is often used as a first-processing step towards reducing unwanted signals. The main drawback of this approach is that the bandwidth of the seismic signals may also be shared by the noise sources. As such, the aggressive use of bandpass filtering can significantly alter the signal sought (Schimmel and Gallart, 2003; Vera Rodriguez et al., 2012). More efficient methods have been proposed such as the frequency-wavenumber filter (Schimmel and Gallart, 2003; Mars et al., 2004), the  $\tau$ - $p$  filter (Mitchell and Kelamis, 1990; Tatham, 1989); polarization filters (de Franco and Musacchio, 2001; Kulesh et al., 2007; Amoroso et al., 2012); the time-frequency thresholding (Pinnegar, 2006; Parolai, 2009; Sánchez Galvis et al., 2016) and the empirical mode decomposition (Huang et al., 1998). To distinguish background noises from seismic arrivals, these filters rely on several assumptions, some of which are based on signal decomposition while others exploit specific seismic wave features to eliminate undesirable noises. Wavefield polarization is the feature that is exploited in the case of the polarization filter (PF), the filter of interest in this work. This time-varying nonlinear-filter operates only on three-component seismograms (Akram, 2018). By inferring particle polarization over a moving time-window, the filter preserves the high-linear polarization signals corresponding to S or P waves, and removes or attenuates low-linear polarization noises (Zheng and Stewart, 1992).

The PF takes its origin from the early analyses of seismic polarization attributes conducted by Flinn (1965), Montalbetti and Kanasewich (1970) and Vidale (1986). The first polarization filters were conceived by Montalbetti and Kanasewich (1970) for the time domain and by Samson (1973) for the frequency domain. Their version is an adaptive filter based on an analysis of the seismogram covariance matrix. The transfer function (TF) is derived from the semi-major and semi-minor axes of particle trajectories both deduced from the eigenvalues of covariance matrix (Montalbetti and Kanasewich, 1970; Nguyen et al., 1989; Zheng and Stewart, 1992). Later, a second PF category, based on an SVD decomposition of the triaxial data matrix, was introduced by de Franco and Musacchio (2001). In this case, filtered seismograms were expressed as the sum of the first two eigenimages of the data matrix weighted by the singular values of the same data matrix (De Meersman et al., 2006; Porsani et al., 2010; Sánchez Galvis et al., 2016). The PF can be implemented in either the time (Montalbetti and Kanasewich, 1970; Vidale, 1986), the frequency (Samson and Olson, 1981; Park et al., 1987) or in the time-frequency domain to handle non-stationary signals. In the latter case, the TF of the filter is calculated using the continuous

wavelet transform (Diallo et al., 2006a; Kulesh et al., 2007) or the S Transform (Pinnegar, 2006; Tan et al., 2013) of the input signal. To avoid signal windowing, Vidale (1986) relies on the analytic signal to infer the TF of the filter. Hence, in this case, the covariance matrix is a complex symmetric Hermitian matrix and can be analyzed to get the instantaneous polarization attributes (Diallo et al., 2006b; Lu et al., 2010; Chen et al., 2013). The same approach, that involves complex analytic signals, was presented with an SVD decomposition of seismogram components (De Meersman et al., 2006).

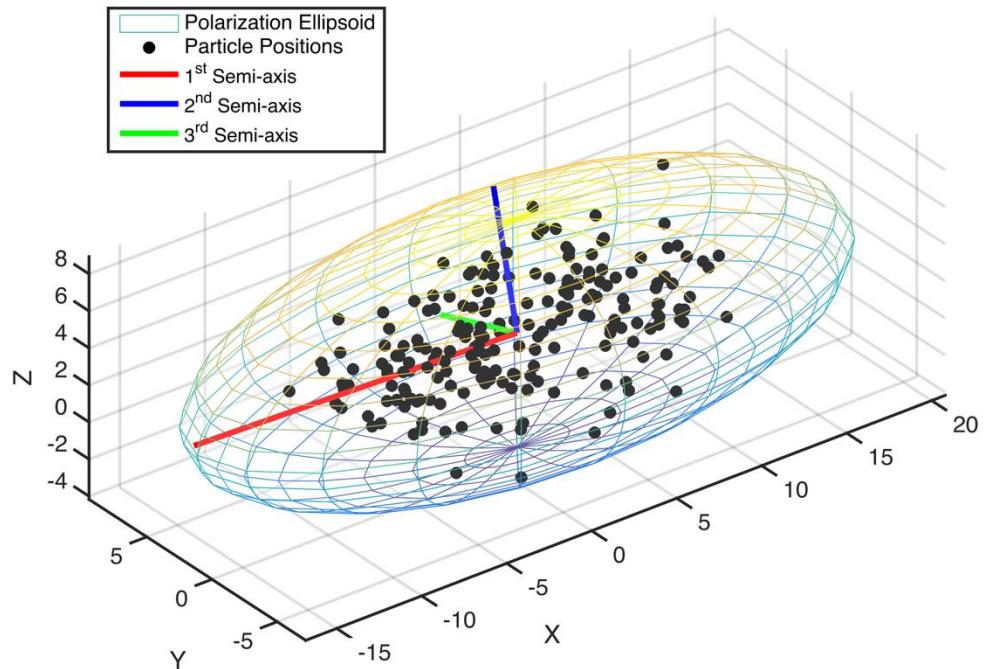
Shifting to potential applications, polarization filters proved to be an efficient pre-processing technique in pure seismology, earthquake characterization as well as in many active and passive seismic methods for subsurface imaging and monitoring (Rene et al., 1986; Schimmel and Gallart, 2003; Chen et al., 2013). For example, Montalbetti and Kanasewich (1970) and Du et al. (2000) use a time domain PF to enhance the SNR of tele-seismic data and reduce microseismic noise. Reading et al. (2001) include the PF as a part of an automatic workflow to improve S and P wave picking while Amoroso et al. (2012) apply a PF on ray-coordinate system data recorded in a multiple station seismic network to facilitate identification of SH and SV waves. In the microseismic industry, the polarization filters are mainly useful to denoise data for better detection and picking of seismic events (De Meersman et al., 2006; Akram, 2018). In exploration seismology, Mars et al. (2004), De Meersman et al. (2006), and Kulesh et al. (2007) applied a PF to mitigate the effects of ground roll in land seismic survey data. This approach is retained because ground roll that contaminates raw seismic records is essentially an elliptically polarized train of surface waves (Tan et al., 2013).

Details with regards to the design of a PF can vary between different authors (Montalbetti and Kanasewich, 1970; Nguyen et al., 1989; Zheng and Stewart, 1992). In this work we focus on the most common implementation as suggested by Montalbetti and Kanasewich (1970). We consider a three-components seismogram organized in a data matrix  $\mathbf{D}$  ordered such that  $\mathbf{D}=[X(t), Y(t), Z(t)]$ , where  $X(t)$  and  $Y(t)$  are the horizontal components and  $Z(t)$  is the vertical. The concept behind the covariance-based polarization filter consists in defining a symmetric sliding time window and browsing the whole 3C seismogram. At each time step, the covariance matrix  $\mathbf{K}$  of the three signal components is calculated using the samples inside the time window (Montalbetti and Kanasewich, 1970; Nguyen et al., 1989; Greenhalgh et al., 2018), such that

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} cov(x, x) & cov(x, y) & cov(x, z) \\ cov(y, x) & cov(y, y) & cov(y, z) \\ cov(z, x) & cov(z, y) & cov(z, z) \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

where  $\text{cov}(m,n)$  is the covariance between  $m$  and  $n$ , and the variables  $x$ ,  $y$  and  $z$  are the windowed portions of the seismogram components centered at the considered time-step. The eigenvalues and the eigenvectors of the covariance matrix are then obtained via a matrix diagonalization. Let  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  and  $\lambda_3$  be the three eigenvalues of matrix  $\mathbf{K}$  sorted in descending order. The eigenvectors of matrix  $\mathbf{K}$  give the directions of the axes of the particle motion ellipsoid as shown in Figure 3.1. The eigenvector associated with the largest eigenvalue  $\lambda_1$  allows the characterization of the direction of maximum polarization described generally by the azimuth and the dip angle from the vertical (Jurkevics, 1988; Nguyen et al., 1989). The eigenvalues of the covariance matrix are proportional to the length of ellipsoid axes and they permit calculation of other polarization attributes such as: (1) rectilinearity  $R(t)$ , a measurement of the linear polarization that characterizes body waves, (2) ellipticity  $E(t)$ , an indicator of the elliptic polarization associated with plane-polarized waves like Rayleigh waves, and (3) the SNR (De Meersman et al., 2006; Greenhalgh et al., 2018).

We turn our attention to the rectilinearity function, for which many possible formulations have been proposed, as detailed in Table 3.1. Regardless of the expression, expected rectilinearity values always range from 0 for unpolarized noise, to 1 for perfect-linear polarization. In the time domain,  $R$  is directly identified as the transfer function of the PF and the filtered traces are computed by rescaling the three-component seismograms according to  $R(t)$ .



**Figure 3.1 : An example of particle motion ellipsoid inferred from the covariance matrix of data.**

**Table 3.1 : Summary of the most used rectilinearity expressions.**

Author(s)	Equation	$R(t)$ <sup>(1)</sup>
Montalbetti and Kanasewich (1970)	$1 - \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^n$	0.85 <sup>(2)</sup> , 0.98 <sup>(3)</sup>
Samson and Olson (1981)	$\frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (\lambda_1 - \lambda_3)^2 + (\lambda_2 - \lambda_3)^2}{2(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)^2}$	0.48
Kanasewich (1981)	$\left(1 - \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^q\right)^p$	0.72 <sup>(4)</sup> , 0.96 <sup>(5)</sup>
Esmersoy (1985)	$\frac{1}{2} \left( \frac{3\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} - 1 \right)$	0.7
Jurkevics (1988)	$1 - \frac{\lambda_2 + \lambda_3}{2\lambda_1}$	0.87
Nguyen et al. (1989)	$1 - \left(\frac{\lambda_2 + \lambda_3}{\lambda_1}\right)^n$	0.74 <sup>(2)</sup> , 0.93 <sup>(3)</sup>
de Franco and Musacchio (2001)	$1 - \frac{\sigma_3^2}{\sigma_1^2}$	0.90 <sup>(6)</sup>
Akram (2018)	$\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^n\right) \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (\lambda_1 - \lambda_3)^2 + (\lambda_2 - \lambda_3)^2}{2(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)^2}}$	0.64 <sup>(2)</sup> , 0.69 <sup>(3)</sup>

1- rectilinearity calculated for the example of Figure 3.1

2- for  $n = 1$ , 3- for  $n = 2$

4- for  $q = 1$  and  $p = 2$

5- for  $q = 2$  and  $p = 2$

6- rectilinearity along the first principal axis calculated via singular values of D:  $\sigma_1, \sigma_3$

The efficiency of polarization filtering depends on two parameters: (1) the length of the time window and (2) the choice of the rectilinearity threshold value. The first parameter was well studied in the literature and mainly two approaches were proposed. The first introduces an automatic method that defines iteratively a window such that the SNR is maximized (De Meersman et al., 2006). At each iteration, noisy samples are removed from the analysis window until no outlier data are found or the window attains a fixed minimum length. The second approach is based on an instantaneous estimation of polarization attributes using complex analytic signal or a time-frequency analysis. Choosing to compute instantaneous attributes curtails the need to window the signal (Diallo et al., 2006b; Kulesh et al., 2007; Lu et al., 2010).

The second PF parameter, the rectilinearity threshold value, is rarely discussed in literature. Setting this parameter can be a difficult task given this lack of documentation. The plurality of rectilinearity functions represents a first challenge since there are no obvious discriminating factors that can help the uninitiated make an informed decision. For the same dataset, different rectilinearity values can be obtained according to the choice of the rectilinearity expression used

from. Each rectilinearity equation has its own threshold and this value is not directly transferable to another definition of rectilinearity. Furthermore, authors often neglect to mention the chosen rectilinearity threshold to differentiate between a good linear polarization and background noise. To make matters worse, rectilinearity expressions often contain seldom documented empirical parameters that contribute significantly to the calculated rectilinearity value (equations 1-3-6 in Table 3.1). There are no clear recommendations about the range of values or the procedure that were used to establish these constants in the literature. Conversely, the rectilinearity threshold should be carefully chosen according to the SNR of input signals in order to ensure maximum noise suppression without damaging seismic arrivals. The SNR effect on threshold choice is not always well discussed in previous works (Schimmel and Gallart, 2003; Akram, 2018). Finally, as we demonstrate in this paper, the rectilinearity expressions that are based on the analysis of the covariance matrix are prone to errors caused by outlier data and can cause erroneous polarization estimations.

To overcome these drawbacks, we propose a new rectilinearity function that can easily identify linear polarization and facilitates the choice of the rectilinearity threshold. Since the correlation coefficient is a parameter that is widely used as statistical measurement of linear dependence between 2D variables, we derive a rectilinearity expression from the correlation matrix, the 3D equivalence of the correlation coefficient. We show that all the rectilinearity expressions calculated from the covariance matrix (Table 3.1) are in fact a function of a special matrix determinant derived from the correlation matrix. Thus, a more elegant function can unify and replace the existing covariance matrix analysis functions. The main advantage of the proposed correlation matrix approach is that the 3D linear polarization can be reduced to three independent 2D problems. The classic correlation coefficient threshold becomes sufficient to judge the quality of the 3D linear polarization. The filter designed following this approach is tested using synthetic seismograms. The influence of filter parameters as well as the effects of SNR of input signal are examined to draw proper recommendations for a successful polarization filtering. Finally, we use this filter on real microseismic data to illustrate its reliability under real conditions.

### 3.3 Theoretical background

The classic rectilinearity expressions derived from the covariance matrix show that rectilinearity detection involves two elements: (1) a statistical term and (2) a non-statistical term that is defined by a scale factor (Appendix A3). We propose in this paper a new statistical measurement of

rectilinearity inferred from the correlation matrix, which we call the 3D correlation coefficient. We also introduce a new scale factor based on  $P_5$  and  $P_{95}$  percentiles.

### 3.3.1 The 3D correlation coefficient

We start from the fundamental principle that P and S waves are linearly polarized (Zheng and Stewart, 1992; Amoroso et al., 2012; Greenhalgh et al., 2018). This means that the particle motion trajectories induced by the propagation of these waves are assumed to be linear. More generally, the trajectories are quasi-linear due to background noises and measurement errors (Nguyen et al., 1989). Detection of linear-polarization is equivalent to finding the time intervals when particle motion becomes rectilinear. The exercise can be formulated like a physical problem: given the time coordinates of a particle in random motion, one should find local segments where the particle trajectory is linear. Common solution consists in browsing the particle trajectory over a small lap of time and check if it corresponds to a line segment. For that, consider the particle positions over just one local time window as a set of points in a Cartesian coordinate system. The linear polarization problem can be solved as a classic task of geometric alignment.

#### *The correlation matrix*

In 2D space, the alignment of a cloud of points can be described statistically by the degree of linear correlation between two coordinates. A high correlation coefficient indicates a good alignment. Let  $X$  and  $Y$  be two random variables representing respectively abscissas and ordinates of a set of  $N$  random points. The correlation coefficient, noted here  $\rho_{XY}$ , is expressed as:

$$\rho_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{(X - E(X))^t \cdot (Y - E(Y))}{\sigma_X \sigma_Y}, \quad (3.2)$$

where  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $\sigma_X$  and  $\sigma_Y$  are respectively the expected values and the standard deviations of  $X$  and  $Y$ . If  $X$  and  $Y$  are normalized by their own standard deviation ( $X=X/\sigma_X$ ,  $Y=Y/\sigma_Y$ ), the covariance and correlation coefficient become equivalent ( $cov(X, Y) = \rho_{XY}$ ). To extend the notion of correlation coefficient in 3D space, the same reasoning can be followed. Start by assuming the random variable  $Z$  as the third coordinate of the point set and define  $X'$ ,  $Y'$  and  $Z'$  as the normalized variables of  $X$ ,  $Y$  and  $Z$ :

$$X' = \frac{X}{\sigma_X}, \quad (3.3a)$$

$$Y' = \frac{Y}{\sigma_Y}, \quad (3.3b)$$

$$Z' = \frac{Z}{\sigma_Z}. \quad (3.3c)$$

The covariance in 3D space is represented by a matrix named the covariance matrix that is calculated for variables  $X'$ ,  $Y'$  and  $Z'$  as

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} cov(X', X') & cov(X', Y') & cov(X', Z') \\ cov(X', Y') & cov(Y', Y') & cov(Y', Z') \\ cov(X', Z') & cov(Y', Z') & cov(Z', Z') \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Since  $X'$ ,  $Y'$  and  $Z'$  are the normalized variable of  $X$ ,  $Y$  and  $Z$ , the matrix  $\mathbf{K}$  is necessarily the 3D equivalent of the correlation coefficient of initial variables ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) noted the correlation matrix ( $\mathbf{Cm}$ ). Using the linearity of covariance function and Equation 3.2, the correlation matrix can be written using initial variables  $X$ ,  $Y$  and  $Z$ .

$$\mathbf{Cm} = \begin{pmatrix} \frac{cov(X, X)}{\sigma_X \cdot \sigma_X} & \frac{cov(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} & \frac{cov(X, Z)}{\sigma_X \cdot \sigma_Z} \\ \frac{cov(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} & \frac{cov(Y, Y)}{\sigma_Y \cdot \sigma_Y} & \frac{cov(Y, Z)}{\sigma_Y \cdot \sigma_Z} \\ \frac{cov(X, Z)}{\sigma_X \cdot \sigma_Z} & \frac{cov(Y, Z)}{\sigma_Y \cdot \sigma_Z} & \frac{cov(Z, Z)}{\sigma_Z \cdot \sigma_Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{XY} & \rho_{XZ} \\ \rho_{XY} & 1 & \rho_{YZ} \\ \rho_{XZ} & \rho_{YZ} & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

The correlation matrix has been introduced already in multivariate statistics (Velicer, 1976; Borgognone et al., 2001), but to our knowledge never used as an indicator of 3D point alignment. The level of correlation of three random variables is totally represented by this matrix. As an example, if no correlation is observed between variables, the correlation matrix is equal to the identity matrix since  $\rho_{XY} = \rho_{XZ} = \rho_{YZ} = 0$ . We note this matrix  $\mathbf{Cm}_0$ .

### ***The 3D correlation coefficient formulation***

Describing the degree of correlation of a 3D point set by the correlation matrix is the most pertinent approach but not the most useful for the problem at hand since the sought rectilinearity function should be a scalar value proportional to the degree of linear correlation between variables. Therefore, the proposed solution is to derive a scalar function from the correlation matrix. Obviously, there is no scalar function that can replace a matrix, and this function will necessarily be an abstraction of the full information initially present in the correlation matrix. This scalar function, called the 3D correlation coefficient and noted  $\rho_{XYZ}$ , should satisfy the following conditions:

- $0 \leq \rho_{XYZ} \leq 1$ .
- $\rho_{XYZ} = 0$  If no linear correlation exists between variables.
- $\rho_{XYZ} = 1$  If the three variables are perfectly linearly correlated.
- $\rho_{XYZ}$  should equal to  $\rho_{XY}$ ,  $\rho_{XZ}$  or  $\rho_{YZ}$  if the points fall respectively on the XY, XZ or YZ plane.

To derive a scalar function from the correlation matrix, the determinant operator seems to be an appropriate alternative. The choice is also justified by the existing rectilinearity functions. Indeed, most of the previous rectilinearity expressions based on the analyses of covariance matrices are implicitly functions of the correlation matrix determinant (Appendix A3). However, applying the determinant operator directly to the conventional correlation matrix leads to a 3D correlation coefficient that does not conform to the conditions listed above: when no correlation is observed the correlation matrix determinant is equal to 1. In the case of a perfect linear correlation, the correlation matrix becomes singular and its determinant tends to 0. To overcome this issue, we propose to derive a rectilinearity function from a modified version of the correlation matrix called the relative correlation matrix, noted here  $\mathbf{Cm}_r$  and defined by

$$\mathbf{Cm}_r = (\mathbf{Cm} - \mathbf{Cm}_0) \cdot \mathbf{Cm}_0^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \rho_{XY} & \rho_{XZ} \\ \rho_{XY} & 0 & \rho_{YZ} \\ \rho_{XZ} & \rho_{YZ} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

The relative correlation matrix is the zero matrix when no linear correlation is observed. It is a measure of the linear correlation between three random variables with respect to a zero-linear-correlation state. It includes the same information as the absolute correlation matrix but without considering the autocorrelation between variables ( $\rho_{XX}$ ,  $\rho_{YY}$  and  $\rho_{ZZ}$ ). The determinant of this matrix can be written as:

$$|\det(\mathbf{Cm}_r)| = \left| \det \begin{pmatrix} 0 & \rho_{XY} & \rho_{XZ} \\ \rho_{XY} & 0 & \rho_{YZ} \\ \rho_{XZ} & \rho_{YZ} & 0 \end{pmatrix} \right| = |2\rho_{XY} \cdot \rho_{XZ} \cdot \rho_{YZ}|, \quad (3.7)$$

where  $\det(\cdot)$  refers to the determinant operator and  $|\cdot|$  represent the absolute value. It is easy to demonstrate that the relative correlation matrix determinant ranges between 0 and 2. The 3D linear correlation coefficient can set to be half of the relative correlation matrix determinant:

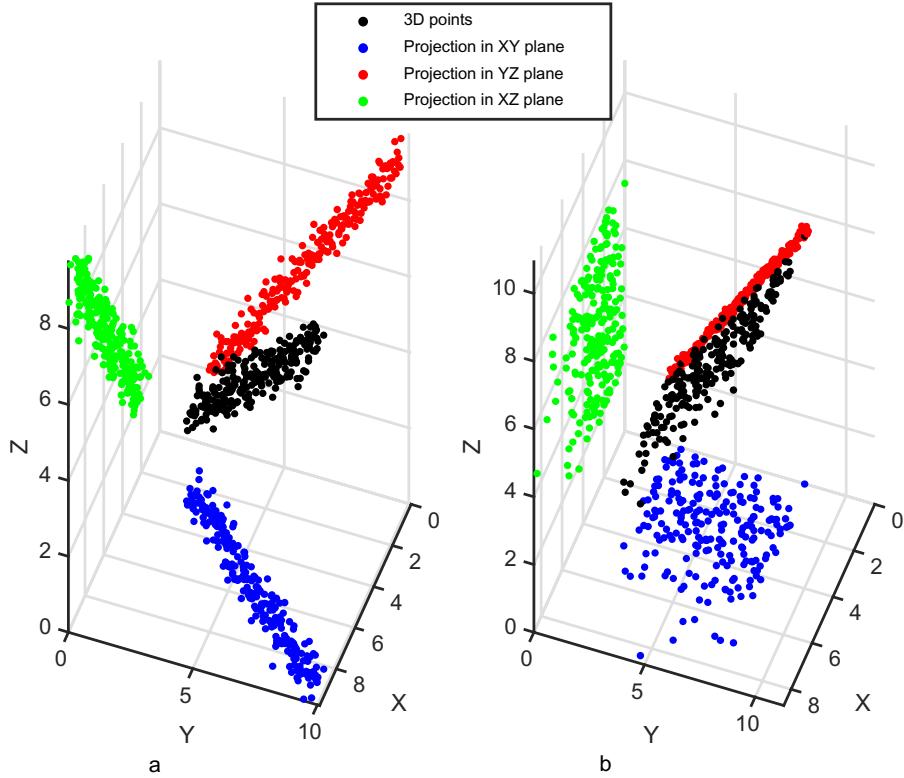
$$\rho_{XYZ} = \frac{1}{2} |\det(\mathbf{Cm}_r)| = |\rho_{XY} \cdot \rho_{XZ} \cdot \rho_{YZ}|. \quad (3.8)$$

We can easily verify that the proposed coefficient  $\rho_{XYZ}$  satisfies all the conditions listed above for a meaningful 3D-correlation coefficient.

### **Geometric approach and examples**

Geometrically, the proposed 3D correlation coefficient can be interpreted to ensure that: (1) a set of 3D point is aligned and that (2) the projections of points on the XY, XZ, YZ planes must be linearly correlated. In other words, a line in space that is projected in three orthogonal planes always gives 2D lines in these planes (Figure 3.2).  $\rho_{XYZ}$  is expressed as the product of the three correlation coefficients to emphasize the obligation of the simultaneous presence of a good linear

correlation in each of the three space directions. In the leftmost example of Figure 3.2, points are highly correlated so are their projections onto the XY, YZ and XZ planes. In the second example, points fall randomly in a dipping plane. Even though the projection of this set onto YZ plane makes a perfect line, the other projections lead to poor correlations in the XY and XZ planes (Figure 3.2).



**Figure 3.2 : Projections of two clouds of 3D points having different shapes.**

In the leftmost example, the points are randomly located along a line while in the rightmost example, points fall randomly in a plane. In Figure a, the correlation coefficient is about 0.98, 0.97 and 0.99 on respectively XY, XZ and YZ planes. The 3D correlation coefficient is of 0.94 in this case. In Figure b,  $\rho_{xy}$ ,  $\rho_{xz}$ ,  $\rho_{yz}$  are respectively about 0.25, 0.26, 0.99 which gives a  $\rho_{xyz}$  of 0.06.

### 3.3.2 Scale factor

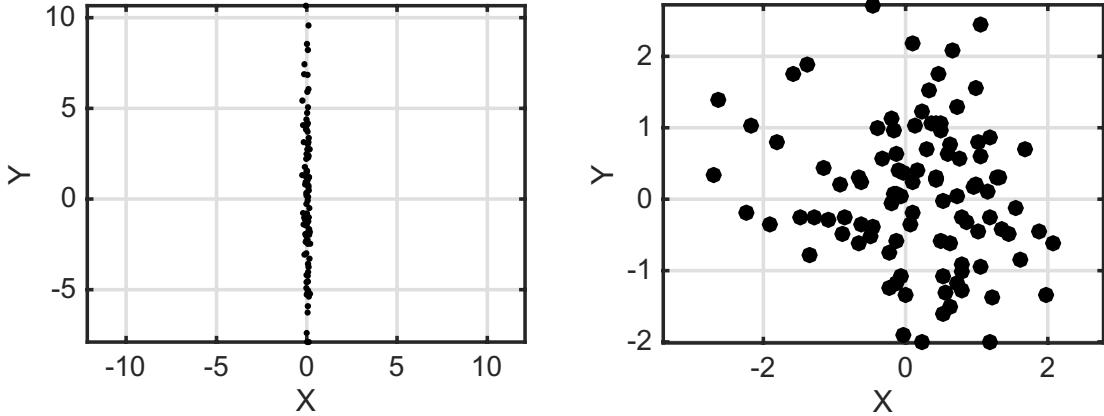
The correlation coefficient in 2D space and correlation matrix in 3D space are simply a statistical measurement of linearity. We adopt the term of statistical rectilinearity (SR) as reference to these rectilinearity measurements. In practice, SR can detect the majority of linearity cases. However, this statistical linearity is not enough to deal with all geometric linearity scenarios. A large difference between variable scales, for instance, can lead to a pseudo-geometric linearity that is often undetectable by any statistical approach. Most rectilinearity functions derived from covariance matrix analysis rely implicitly on a scale factor to treat these exceptions (Appendix A3). In this subsection, we start by enumerating some cases where the statistical correlation fails

to detect linearity and thus justify the necessity to define an appropriate scale-factor. We then analyze and discuss the scale-factors used in covariance matrix approaches and introduce more efficient ones.

### ***Statistical rectilinearity exceptions***

For illustrative purposes, the exceptions are presented in 2D space. There are two main limitations met when using SR to detect linearity. The first is related to the definition of the domain in which the correlation coefficient is calculated. Indeed, the correlation coefficient between two variables  $X$  and  $Y$  cannot be calculated when the covariance of  $X$  or of  $Y$  is null ( $\text{cov}(X, X) = 0$  or  $\text{cov}(Y, Y) = 0$ ). A null covariance means that the random variable is a constant. The points defined by these two coordinates fall in a perfect line parallel to one of the axes. Geometrically, the points are perfectly linear but cannot be detected by a SR.

The second issue with the SR consists in the absence of the notion of dimensionality between variables. Since the correlation coefficient uses variables normalized by their standard deviation, the SR loses the notion of scale: each variable is considered in an independent metric system. This can lead to the omission of geometric linearity since components that are much greater than the others can force an alignment even if the two variables are not statistically correlated. This is illustrated in Figure 3.3, where the same point set is plotted in two different axis systems. In Figure 3.3a, variables are plotted at the same scale. Placed on an orthonormal basis, the points seem highly aligned. The calculated rectilinearity function using the equation of Samson and Olson (1981) gives a value of 0.99. In Figure 3.3b, the same points are replotted after applying a standard deviation normalization on both coordinates. The points no longer appear aligned in this basis. A low correlation coefficient of 0.14 confirms the inability of SR to detect this case of alignment. We use the term of non-statistical rectilinearity (NSR) to refer to this kind of linearity.



**Figure 3.3 : The aspect of the same point set in two different axes systems.**

(a): original data, (b): data normalized by their standard deviation. Figure a illustrates how scale notion is missed after variable normalization: The two variables  $X$  and  $Y$ , initially highly disproportional, become comparable in scale when normalized.

### The 2D scale factor

It seems clear that the correlation coefficient alone is not sufficient to resolve all 2D alignment cases. We can demonstrate that most classic rectilinearity expressions based on the covariance matrix introduced a scale factor ( $Sf$ ) to deal with the NSR (Appendix A3). As an example, the rectilinearity equation of Samson and Olson (1981) implicitly includes a  $Sf$  computed as following:

$$Sf = \frac{4 \operatorname{cov}(X,X) \cdot \operatorname{cov}(Y,Y)}{(\operatorname{cov}(X,X) + \operatorname{cov}(Y,Y))^2}. \quad (3.9)$$

The  $Sf$  is a dimensionless quantity that ranges between 0 and 1. If the covariances of the two variables are of the same order, the scale factor tends to 1 (Figure 3.4a). Conversely, if a variable covariance is much larger than the second, the scale factor tends to 0 (Figure 3.4a). A null covariance leads to a null scale factor. The scale factor is simply a function of variable covariance ratio  $\alpha$  and can be rewritten as following:

$$Sf = \frac{4 \alpha}{(\alpha+1)^2}, \quad (3.10a)$$

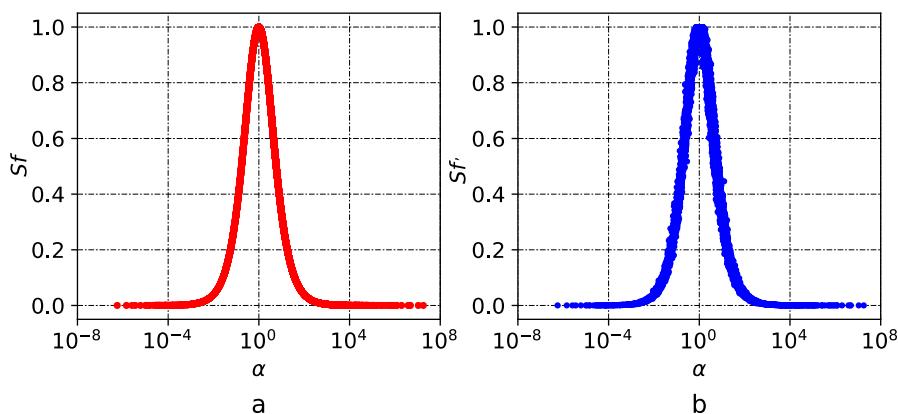
where

$$\alpha = \frac{\operatorname{cov}(X,X)}{\operatorname{cov}(Y,Y)}. \quad (3.10b)$$

Similar expressions of the scale factor involving variable covariances can be found with other rectilinearity functions. Note that this factor is not explicitly calculated for classic rectilinearity equations (Appendix A3).

Expressing the scale factor as function of variable covariance ratio is a useful way to describe scale difference between variables, but it suffers from a major drawback: this  $Sf$  pattern is largely

affected by outlier data. Figure 3.5a illustrates an example of instability observed when computing the scale factor using the classic covariance matrix analysis (Equation 3.9). This example consists in calculating a scale-factor for several random point-sets before and after adding outlier data. In total 10,000 sets of 100 points were used. For each set, two scale factors were computed: the first using the initial dataset without the outlier while for the second, the variable Y was perturbed by adding one outlier point having a value four times the maximum of the initial data. Figure 3.5a shows a high statistical dispersion of scale factor values when the rectilinearity function of Equation 3.9 is used. Since the outlier has an important effect on the covariance of variable Y, the scale factor is deviated from its initial value.



**Figure 3.4 : Scale factor as function of variable covariance ratio.**

(a)  $Sf$  using Equation 3.9, (b)  $Sf'$  using Equation 3.11.

### New scale factors

To overcome the dispersive behavior of Equation 3.9, we introduce a new expression for the scale factor, noted here  $Sf'$ . The proposed equation keeps the same form as Equation 3.9, but rely on the percentile ratio rather than the covariance ratio, as following:

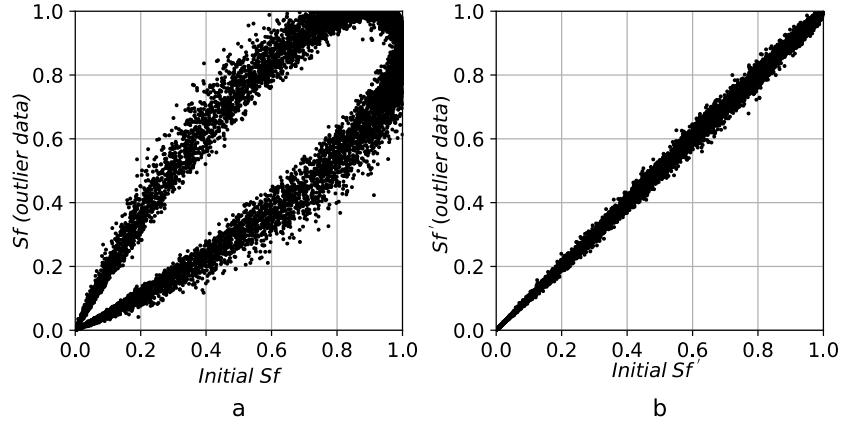
$$Sf' = \frac{4 \Delta P_X \Delta P_Y}{(\Delta P_X + \Delta P_Y)^2}, \quad (3.11)$$

where  $\Delta P_X$  and  $\Delta P_Y$  are respectively proportional to the squared difference between the 5<sup>th</sup> ( $P_5$ ) and 95<sup>th</sup> ( $P_{95}$ ) percentiles, and calculated as follows:

$$\Delta P = \left( \frac{1}{2} (P_{95} - P_5) \right)^2. \quad (3.12)$$

The proposed  $Sf'$  is similar to the classic scale factor. Plotted as function of covariance ratio,  $Sf$  and  $Sf'$  give comparable curves (Figure 3.4), but the improved scale factor  $Sf'$  is less sensitive to outlier data. A similar test that involved adding outlier data was also performed using  $Sf'$ , and shows that estimating scale disproportionality via  $Sf'$  is more stable in comparison to  $Sf$  (Figure

3.5b). The proposed scale factor is less perturbed because percentiles are more immune to the effects of data outliers.



**Figure 3.5 : Effect of outlier data on scale factor value.**

In abscissa axis the initial  $Sf$  value calculated for a set of 100 points, in ordinate axis the  $Sf$  is recalculated for the same set after adding one outlier point. The  $Sf$  is computed using the equations 3.9 (a) and 3.11 (b).

This new scale factor can easily be extended to 3D space. The 3D scale factor, noted here  $Sf_{3D}$ , can be expressed as:

$$Sf_{3D} = \frac{4 \Delta P_{\max 1} \Delta P_{\max 2}}{(\Delta P_{\max 1} + \Delta P_{\max 2})^2}, \quad (3.13)$$

where  $\Delta P_{\max 1}$  and  $\Delta P_{\max 2}$  are the largest and the second-largest elements between  $\Delta P_X$ ,  $\Delta P_Y$  and  $\Delta P_Z$ , all calculated using the 5<sup>th</sup> and 95<sup>th</sup> percentiles (Equation 3.12). Like  $Sf'$  in 2D, the proposed  $Sf_{3D}$  describes perfectly the scale differences between the three variables and shows more stability against the presence of outlier data.  $Sf'$  and  $Sf_{3D}$  should be calculated for each point set to detect any scale rectilinearity. A threshold has to be set to define when two or three variables are dimensionally disproportional. Figure 3.4 shows that a  $Sf'$  below 0.10 is enough to detect most scale rectilinearity. This value of  $Sf'$  corresponds to a covariance ratio greater than 38 or a percentile ratio greater than 6.

### 3.4 Filter implementation and synthetic data examples

The classic PF implementations via the covariance matrix eigenvalues lead to complex rectilinearity expressions. All of these functions are a combination of the correlation matrix determinant and a scale factor that can take different forms (Appendix A3). For this reason, it seems difficult to set a rectilinearity threshold for these equations since they include two different terms. To overcome this issue, we propose a new PF implementation where the two terms of rectilinearity (the SR and the NSR) are examined separately. Each parameter is calculated

individually and compared to its predefined threshold. The rectilinearity is then calculated from both terms and used directly as the transfer function of the filter.

Calculating the 3D correlation coefficient ( $\rho_{XYZ}$ ) can be done using different alternatives. The first option is to estimate this parameter by rigorously following Equation 3.8. In this case,  $\rho_{XYZ}$  is expressed as the product of the three correlation coefficients computed for the seismogram components pairwise. Using this method, however, can lead to the same issue met with existing rectilinearity expressions, namely it is not easy to define a threshold for  $\rho_{XYZ}$ . The 3D correlation coefficient does not reflect the same rectilinearity level as the classic correlation coefficient. As an example, a 3D correlation coefficient value of 0.2 does not always mean a bad correlation between the three variables as is the case for the correlation coefficient. A simple alternative derived from the geometric interpretation of  $\rho_{XYZ}$  can be undertaken: to have a good 3D correlation, the three variables should be mutually correlated pairwise. Since  $\rho_{XYZ}$  is calculated using the three correlation coefficients, a threshold can be chosen for each coefficient instead of the final product. The classic correlation coefficient is well known and it is easy to set a threshold for it. Although the interpretation of the correlation coefficient depends on the field of interest, many guides suggest that an absolute value of the correlation coefficient (Hinkle et al., 1988; Taylor, 1990; Mukaka, 2012):

- higher than 0.9 proves a very strong linear correlation.
- from 0.70 to 0.90 indicates a high correlation between variables.
- between 0.5 to 0.7 leads to a moderate linear correlation.
- between 0.3 to 0.5 shows low linear correlation.
- Less than 0.3 indicates a negligible correlation between variables.

The new PF version still follows classic approaches in which rectilinearity is computed over a moving time window of length  $L$ . For every time step  $t$ , the  $L$  particle coordinates are projected onto the XY, YZ and XZ planes. A rectilinearity function is then introduced to estimate linearity in each plane. This function has the capacity to deal with all the different types of 2D linearity already discussed including the SR and the NSR. In the case of the XY plane for example, this function noted  $r_{XY}$  is defined by:

$$r_{XY} = \begin{cases} 1 - Sf'(1 - \rho_{XY}), & \text{if } Sf' \leq Sf'_0, \\ \rho_{XY}, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (3.14)$$

where  $Sf'_0$  is the 2D scale factor threshold. In this case  $r_{XY}$  is defined as a piecewise function. Since the  $Sf' < 1$ , always including the scale factor makes  $r_{XY}$  higher than the correlation coefficient and overestimates of the rectilinearity when only a SR is observed. In the proposed function, the scale factor is considered only when a NSR is detected ( $Sf' \leq Sf'_0$ ). This avoids the contamination of the correlation coefficient by the scale factor when it is not necessary.  $r_{XY}$  corresponds to the conventional correlation coefficient if the variables are proportional in scale. The function  $r_{XY}(t)$  has to be calculated for all the time samples of the signal. A moving average filter is then applied to smooth the  $r_{XY}(t)$  curve obtained. The same task is also repeated to compute  $r_{XZ}(t)$  and  $r_{YZ}(t)$  for planes XZ and YZ. The values of  $r_{XY}(t)$ ,  $r_{XZ}(t)$  and  $r_{YZ}(t)$  are then compared to a predefined rectilinearity threshold. A second function, named  $R_{XY}(t)$ , is then derived from the  $r_{XY}(t)$ , with:

$$R_{XY}(t) = \begin{cases} 1, & \text{if } r_{XY} \geq \eta, \\ r_{XY}^n, & \text{if } r_{XY} < \eta, \end{cases} \quad (3.15)$$

where  $\eta$  and  $n$  are respectively the threshold and the order of the filter. Parameter  $n$  is an integer number assumed to be greater than 1 to reduce further the non-linearly polarized noises.  $R_{XY}(t)$  is equal to 1 for  $r_{XY}(t)$  values greater than the rectilinearity threshold. Conversely, the exponent of  $r_{XY}(t)$  gives small values for  $R_{XY}(t)$ .

Inspired by the 3D correlation coefficient  $\rho_{XYZ}$ , the proposed 3D rectilinearity function is calculated from the functions  $R_{XY}(t)$ ,  $R_{XZ}(t)$  and  $R_{YZ}(t)$  as:

$$R_{XYZ}(t) = R_{XY}(t) \cdot R_{XZ}(t) \cdot R_{YZ}(t). \quad (3.16)$$

$R_{XYZ}(t)$  is automatically equal to 1 if  $R_{XY}(t)$ ,  $R_{XZ}(t)$  and  $R_{YZ}(t)$  are higher than  $\eta$  and does not need to be compared to any threshold to judge the presence of linear polarizations. Since it is expressed as a product,  $R_{XYZ}(t)$  becomes negligible when no rectilinearity is observed for the three directions. The filter TF is then calculated by combining the 3D rectilinearity function  $R_{XYZ}(t)$  with the 3D scale factor as:

$$Tf(t) = \begin{cases} 1 - Sf_{3D}(1 - R_{XYZ}(t)), & \text{if } Sf_{3D} \leq Sf_{3D0}, \\ R_{XYZ}(t), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3.17)$$

Like the 2D scale factor,  $Sf_{3D0}$  is the threshold for the 3D scale factor that should be set between 0.1 and 0.2.  $Sf_{3D}(t)$  should be calculated in parallel to  $R_{XYZ}(t)$  using the same moving time window. It allows, as introduced in Equation 3.13, to detect any non-statistical rectilinearity. Thus, the 3D scale factor is calculated separately from  $R_{XYZ}(t)$  and taken into consideration in the transfer function of the filter only when non-statistical rectilinearity is observed. The filtered signal is thus calculated by rescaling the input 3C seismogram according to the transfer filter:

$$\mathbf{D}_f = [\mathbf{X}_f, \mathbf{Y}_f, \mathbf{Z}_f] = [\mathbf{T}f \circ \mathbf{X}, \mathbf{T}f \circ \mathbf{Y}, \mathbf{T}f \circ \mathbf{Z}], \quad (3.18)$$

where  $\mathbf{T}f$  is a vector holding the values of  $Tf(t)$ , and  $(\circ)$  is the element-wise matrix multiplication.

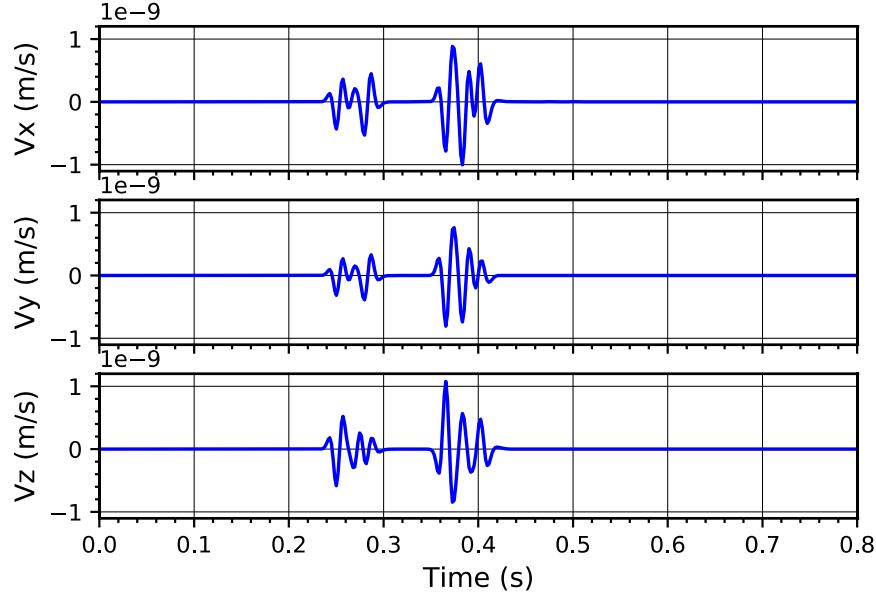
To summarize, the new filter can be implemented using these five steps:

- 1- Select the filter parameters:  $n$ ,  $\eta$  and  $L$
- 2- Calculate  $r_{XY}(t)$ ,  $r_{XZ}(t)$  and  $r_{YZ}(t)$   $Sf'$  and  $Sf'_{3D}$ .
- 3- Deduce  $R_{XY}(t)$ ,  $R_{XZ}(t)$  and  $R_{YZ}(t)$  by comparing  $r_{XY}(t)$ ,  $r_{XZ}(t)$  and  $r_{YZ}(t)$  to the chosen rectilinearity threshold.
- 4- Calculate  $R_{XYZ}(t)$  and the TF from Equations 3.16 and 3.17.
- 5- Compute filtered seismogram (Equation 3.18).

Since it is based on a correlation matrix analysis, we call the proposed filter the correlation-based filter, and use the acronym CORF to distinguish it from the covariance-based filter (COVF).

### 3.4.1 Synthetic data

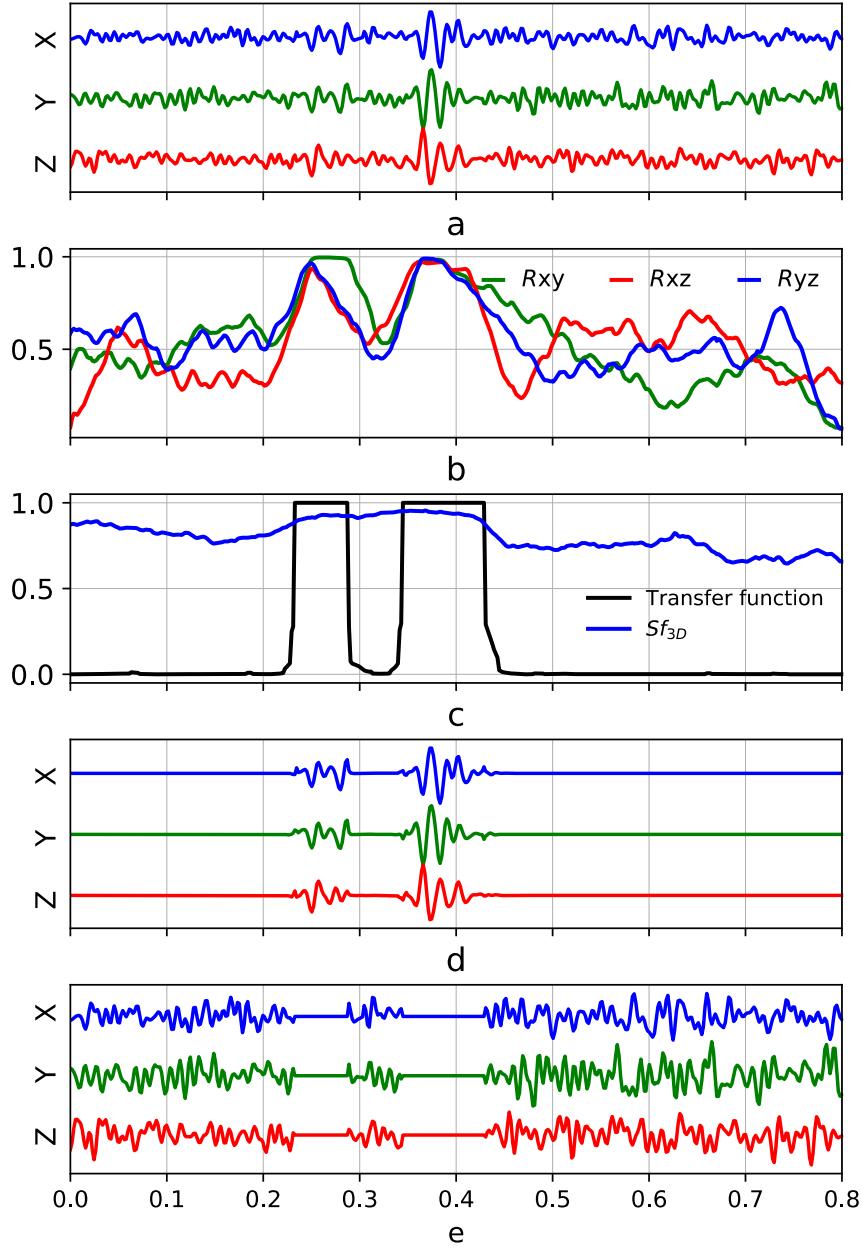
To test the new polarization filter, a 3C synthetic seismogram was prepared using a 3D viscoelastic seismic modeling code (Bohlen, 2002). This algorithm is based on a finite-difference solution of the viscoelastic wave equation. An 8<sup>th</sup>-order Taylor scheme was adopted in this work to avoid numerical dispersion. To ensure stability, the modeling time step was set to 0.35 ms. The computed seismograms were down-sampled to 1.75 ms in order to have the same sampling frequency as the real data used to test this filter. Modeling was carried on a cubic domain of 560 m edge length with a free surface and an absorbing CPML frame 60 m thick. The domain is constituted of one homogeneous layer that was discretized using a regular grid composed of almost 3.8 million cells. P- and S-wave velocities were set to 5000 m/s and 2700 m/s, respectively. The receiver position was set to simulate a geophone placed in an observation well, at a depth of 60 m and at an x position of 188 m from the origin and 288 m along the y-axis. A seismic source with a fundamental frequency of 50 Hz was placed in the lower right-hand corner of the domain. The focal mechanism corresponds to a failure along a fault with a strike of 100°, a dip of 80°, a rake of -25° and a magnitude of 10<sup>7</sup> m/s, simulating a microcrack opening or being reactivated.



**Figure 3.6 : Synthetic three-component seismogram prepared using the code of Bohlen (2002).  
The modeling mimics the particle velocity instead of displacement.**

### 3.4.2 Example and comparison with other polarization filters.

Before applying the PF to the synthetic data, the three components of the original seismogram shown in Figure 3.6 are normalized by their maximum amplitudes. Stationary, unpolarized and uncorrelated noise with an average amplitude of 0.15 is added to the normalized seismograms. This noise was colored by band-limiting its spectrum to the frequencies associated with the seismograms (0-120 Hz). The SNR is defined in this paper as the ratio between the root mean square (RMS) amplitude of the signal window that correspond to seismic waves and the RMS amplitude of the noise (Akram, 2018). In this example, the computed SNR is approximately 3.05 dB for the seismograms contaminated with the noise (Figure 3.7a). The filter parameters were chosen as follows: the filter order was set to 3, the rectilinearity threshold to 0.67 and the length of the moving time window to  $L=44$  ms. The SNR of the output signal is approximately 12.56 dB. The improved SNR metric and a visual inspection of the output signal both show a significant improvement of the signal via a successful filtering operation. This result shows that this filter is able to distinguish the seismic waves of interest from noises: the filter transfer function is equal to 1 when linear polarization is detected and becomes small otherwise (Figure 3.7c).



**Figure 3.7 : Filtering stages, output seismogram and residuals of the CORF.**

(a) input seismogram; (b) 2D rectilinearity functions in each direction; (c)  $Sf_{3D}$  and filter TF.  $Sf_{3D}$  values prove that the seismogram components are proportional; (d) Filtered seismogram; and (e) the filtering residuals.

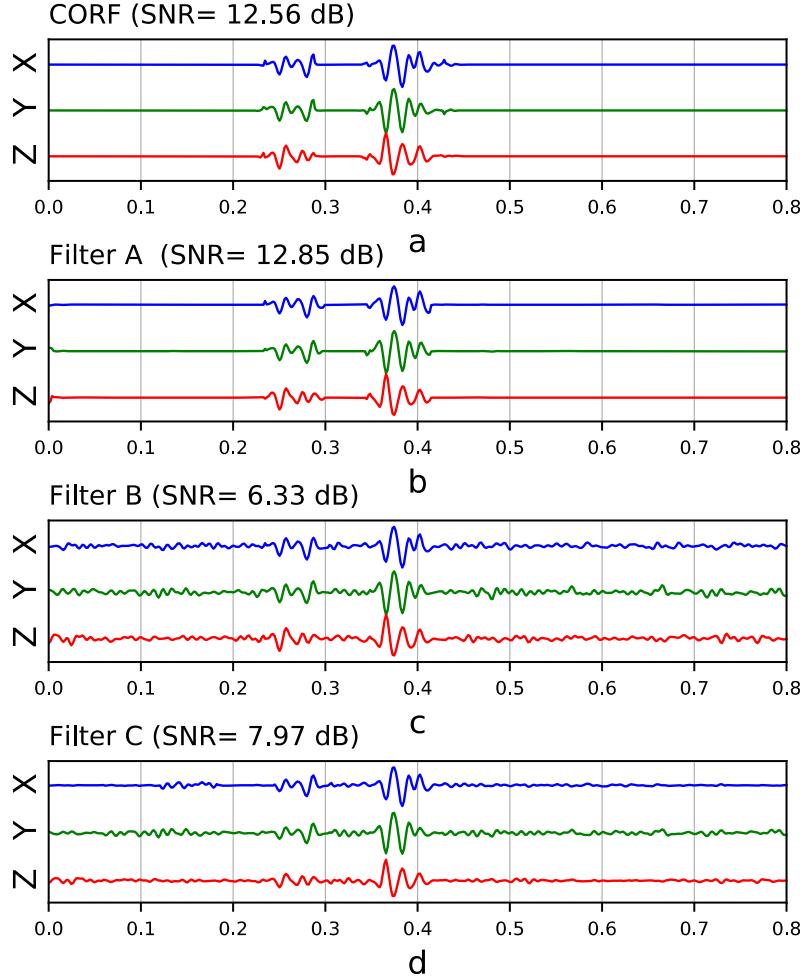
Our second test involves a comparison of the CORF with other conventional polarization filters. The comparison is carried out with three existing approaches: two PFs based on a covariance matrix analysis using the equation of Samson and Olson (1981) (noted Filter A) and the equation of Montalbetti and Kanasewich (1970) (Filter B), as well as a third PF based on matrix data decomposition (Filter C) introduced by de Franco and Musacchio (2001). The comparison criteria can be both qualitative (i.e., visual scanning the filter outputs) and quantitative by calculating the

SNR and the RMSE with respect to the synthetic seismogram. Filter parameters for the CORF are kept the same as in the previous example while for the other filters, the parameters were set by trial and error (Table 3.2).

**Table 3.2 : Parameters of used filters.**

Filter	Rectilinearity threshold	Window length (ms)	Filter Order	RMSE
CORF	0.67	44	3	0.47
Filter A	0.47	32	3	0.71
Filter B	0.72	52	1	1.51
Filter C	-	61.5	-	1.11

Comparing different SNR, it seems clear that the CORF and filter A both yield the highest SNR enhancements (Figure 3.8). A slightly higher value is achieved with Filter A. However, the signal quality of this filtered signal is not as good as the CORF: Filter A removes some parts of the seismic wavelets and slightly damages the input signals (Figures Figure 3.6 and Figure 3.8). It generates a RMSE of 0.7 compared to 0.47 for the CORF. In comparison to the Filter B and C, the CORF produces a SNR almost 3 to 5 times higher than both filters and preserves a better output signal quality (Figure 3.8a, Figure 3.8c and Figure 3.8d). Furthermore, the CORF can reduce the rectilinearity computation cost up to 30% when compared to these other filters because it does not require any time-consuming matrix diagonalizations or singular value decomposition. By considering the whole filtering steps, Filter A takes on average 38 ms to denoise the synthetic seismogram (500 samples) whereas the CORF needs only 28 ms which represents a gain of 25%. In short, the different tests show that CORF is more efficient, provides a filtered signal that has higher fidelity at reduced computation cost making it the best choice for denoising large datasets.



**Figure 3.8 : Filtered seismograms using different filters.**

(a) the CORF, (b) Filter A: COVF based on the equation of Samson and Olson (1981), Filter B: (c) COVF using equation of Montalbetti and Kanasewich (1970), and Filter C: (d) matrix data decomposition-based filter.

### 3.5 Filter Parameters and input signal SNR effects

Like the covariance-based filters, the CORF needs a careful selection of parameters to work efficiently. The parameters to deal with are the filter order  $n$ , the rectilinearity threshold  $\eta$  and the moving time window length  $L$ . In this section, the effect of each parameter on filtering quality is examined separately. The purpose of this analysis is to find the adequate parameters and to draw some recommendations for establishing their values.

In this paper, the quality of filtering is evaluated using two criteria: (1) the SNR to quantify the signal noise mitigation; and (2) seismic energy to characterize the conservation of information (seismic arrivals) initially present in the input signals. The SNR formula was already introduced

above while the energy  $E$  of a seismic event is computed from the instantaneous signal amplitude  $s(t)$  as following:

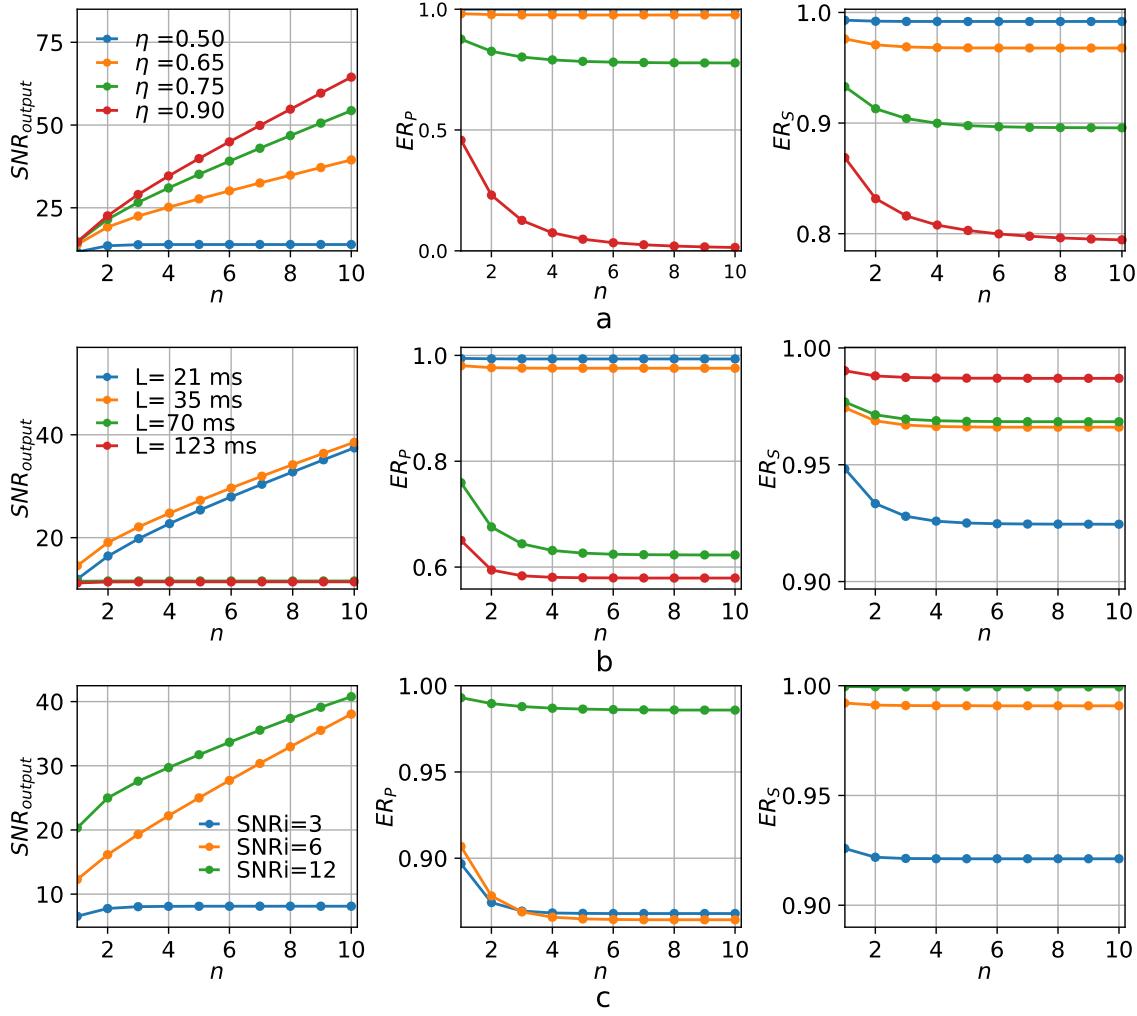
$$E = \int_{t_1}^{t_2} s(t)^2 dt, \quad (3.19)$$

where  $t_1$  and  $t_2$  are the time steps defining the signal interval that corresponds to the seismic wave arrival. The energy ratio  $ER$  is calculated as the ratio between the energy of the input and the filtered signals for the same seismic arrival (the same interval). In each test, an energy variation coefficient is expected for the P wave ( $ER_P$ ) and the S wave ( $ER_S$ ).

The choice of the SNR and especially the seismic energy ratio to assess filtering quality is justified here by the specificity of the polarization filtering. Indeed, the polarization filters simply rescale the input signal in such a way that noise is attenuated. This attenuation can be quantified by the SNR. On the other hand, such filters should not introduce any phase or temporal delay in the output signal. Suppressing some portions of seismic arrivals that show low linear polarization is the main risk. To detect if such distortions are generated during the trials, using the ratio of seismic energy seems to be more efficient than the RMSE and the cross-correlation coefficient. Compared to the  $ER$  calculated on portions of seismogram corresponding to seismic arrivals, the other two parameters are defined on the entire signal and are sometimes difficult to interpret: A bad RMSE or cross-correlation value can be due to remnant noise, damaged or distorted seismic arrivals or a combination of all these.

### 3.5.1 Filter order

To investigate the influence of the filter order  $n$ , a broad array of tests was carried out. The tests involved an analysis of the SNR and the seismic energy variations according to the PF order as well as the eventual interactions between the order and the other filter parameters ( $\eta$  and  $L$ ). The first test aims to examine the effects of  $n$  on SNR enhancements and the quality of the filtered signal depending on the chosen rectilinearity threshold. Results show that the output signal SNR increases quasi-linearly when the filter order is increased (Figure 3.9). The slope is positive and proportional to the rectilinearity threshold. With low  $\eta$  values, the slope is weak and the filter order has almost no effect on the output (Figure 3.9a). On the other hand, an abrupt slope is observed for high threshold values. Considering output signal quality, one can notice that the order has a nonlinear and negative influence on the conservation of seismic energy (Figure 3.9a). The higher the order, the more seismic energy is removed. In most cases, a plateau is observed for high  $n$  values.



**Figure 3.9 : Effects of PF order on the SNR (column 1) and on the energy ratio of the filtered signal (column 2 for P wave and column 3 for S wave).**

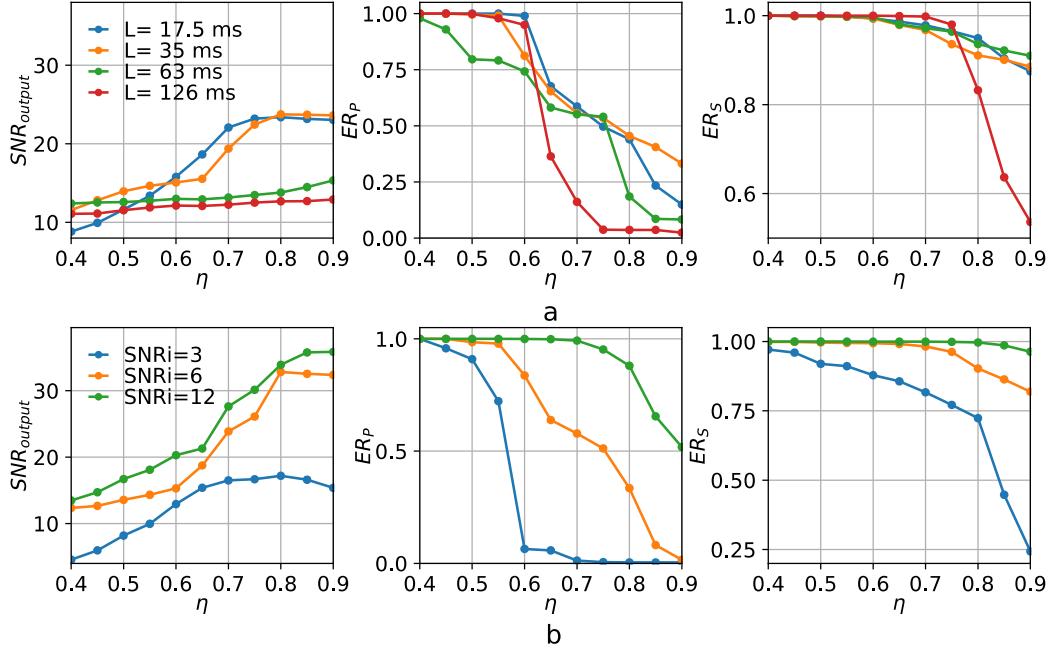
The figures in each row belong to the same test and due to a lack of space, they share the same legend (placed in the leftmost figure) and subtitle.

The second test investigated the existence of relations between filter order  $n$  and time window length. For a fixed window length, the same signal was denoised according to different filter orders. The results show some mutual influence of both parameters. Large time windows ( $L=70$  ms and  $L=123$  ms) show minimum filter order effects: SNR of the filtered signal remains mostly invariant with increases of  $n$  (Figure 3.9b). This is because large time windows do not permit a local analysis of rectilinearity. On the other hand, smaller windows allow better SNR enhancement especially with high  $n$  values. They ensure finer time resolution analysis of rectilinearity. With regards to the energy ratio, the filter order still has a nonlinear effect with a plateau for the highest values.

The last test aims to study the potential interactions that may exist between the filter order  $n$  and the quality of the input signal. The test consists in denoising three seismograms with different SNRs: low ( $\text{SNR1} \approx 3 \text{ dB}$ ), medium ( $\text{SNR2} \approx 6 \text{ dB}$ ) and high ( $\text{SNR3} \approx 12 \text{ dB}$ ). As one may expect, results show that the influence of filter order on SNR enhancements depends also on input signal (Figure 3.9c). The SNR of signals with low noise levels ( $\text{SNR2}$  and  $\text{SNR3}$ ) are enhanced further when the filter order is increased. The energy ratio is less influenced by  $n$  for input signals with higher SNR.

### 3.5.2 Rectilinearity threshold

The rectilinearity threshold  $\eta$  is one of the most important parameters to deal with when applying a PF. Fixing the correct rectilinearity threshold can be a non-trivial endeavor. Several factors that may influence rectilinearity threshold choice as the other filter parameters and the input signal are analyzed to figure out their effects. Results show that the SNR of the output signal and the rectilinearity threshold are positively correlated (Figure 3.10). The SNR curve is marked by a plateau for high values: from a given threshold, all noise is almost removed and increasing the threshold values no longer improves the SNR (Figure 3.10). The energy ratio results, for their part, exhibit a negative correlation between  $\eta$ ,  $ER_P$  and  $ER_S$ : seismic energy progressively decreases when the rectilinearity threshold is increased. In general, relatively small threshold values (lower than 0.4 - 0.6 in this example) result in better seismic energy conservation than higher values ( $> 0.75$ ). For high threshold values, the energy mitigation can range from a partial attenuation of small amplitude seismic arrivals, to a total destruction of the input signal information.



**Figure 3.10 : SNR, ERP and ERS variation as function of rectilinearity threshold value.**

(a) different time window lengths are considered, and (b) test is made with input signals having various SNR.

We also studied the interactions between the rectilinearity threshold and window length. This test consists in denoising the same signal under different length time windows and using many rectilinearity thresholds (Figure 3.10a). Results show that the threshold effects on SNR depend on the window length adopted. Increasing the rectilinearity threshold enhances the SNR when small time windows are used while the SNR remains constant when larger windows are considered (Figure 3.10a). The window length, however, appears to have little influence on the energy ratio.

The second set of tests in this section aims to analyze filtering quality as function of rectilinearity thresholds for different input SNR (Figure 3.10b). Results show that usually increasing rectilinearity threshold leads to an increase of SNR and a decrease in P and S energy ratio. However, the variation rates of both parameters depend on the input signal: Highest SNR signal shows the maximum of SNR enhancements and energy conservation, whereas signal with the lowest SNR leads to a moderate output quality.

### 3.5.3 Time window

Time resolution of the rectilinearity analysis is defined by the length of the moving window. This parameter shares similar importance as the rectilinearity threshold and has direct effects on the

quality of the input signal. The number and the length of time window to be adopted are reviewed to ensure a maximum SNR enhancement and seismic energy conservation.

### **Number of windows**

Time-domain implementations of PF generally rely on a single overlapping window to calculate rectilinearity function (Montalbetti and Kanasewich, 1970; Nguyen et al., 1989; Zheng and Stewart, 1992). This strategy of the single window is usually efficient, but may suffer from a major drawback. It works well when the signal segment defined by the window is stationary and corresponds to a pure noise or seismic arrival. Issues arise in the transitions between noises and seismic arrivals and vice versa. In such a case, the window contains highly and weakly polarized portions. The rectilinearity is an average value between these two contributing parts, which can sometimes lead to filtering out the seismic energy at the beginning and the end of seismic arrivals. To illustrate this effect, assume that the rectilinearity is calculated at the first break arrival time ( $t_0$ ). The first half of the window contains unpolarized noise that preceded the event while the second half contains only the linearly polarized part of the seismic event. Depending on the degree of polarization of the noise and the seismic event, the rectilinearity value at  $t_0$  can exceed or not the threshold. In the worst-case scenario, the first break arrivals will be attenuated.

To overcome this drawback, we propose to use a double window scheme to compute rectilinearity. This approach is similar to the strategy introduced by Wong et al. (2009) to detect microseismic events. At a given time  $t$ , the rectilinearity is first calculated in an early window ( $W_1$ ) prior to  $t$  to get a value labeled  $R_1$  and then calculated in a second window ( $W_2$ ) posterior to  $t$  to get  $R_2$ . The rectilinearity at time  $t$  is chosen to be the maximum of  $R_1$  and  $R_2$ . The rational for adopting this double window strategy can be understood by considering the following:

- If  $t$  falls in a pure unpolarized noise: both  $R_1$  and  $R_2$  will be close to the same small value. The maximum between  $R_1$  and  $R_2$  leads to a moderate value of rectilinearity.
- If the two windows fall in a highly polarized segment:  $R_1$  and  $R_2$  will also have similar values and a high rectilinearity is observed.
- If  $t$  is at the beginning of seismic arrivals,  $W_1$  contains only the noise signal and  $R_1$  will have a small value while  $W_2$ , that contains a high linear polarization signal, will have exhibit high value of  $R_2$ . The final value of rectilinearity will depend solely on  $R_2$ .

- If  $t$  is at the end of seismic arrivals,  $W_2$  will mostly contain unpolarized noise and  $W_1$  will contain a portion of the seismic event. In this case  $R_1$  will be greater than  $R_2$ . The rectilinearity value assigned to  $t$  will depend on  $R_1$ .
- For any given seismic arrivals, the rectilinearity, calculated at any time between the beginning and the end of the event will be such that either  $W_1$  or  $W_2$  will contain only signal.

To show the efficiency of the double window method (DWM), the strategy is compared to the conventional approach based on a single window. The test consists in denoising three seismograms with three different SNR: 3 dB, 6 dB and 12 dB (Table 3.3). The same filter parameters were adopted to carry out the comparison: the threshold for rectilinearity was fixed to 0.35 for signal 1, 0.5 for signal 2 and 0.55 for signal 3. The filter order was set to tow regardless of the input signal. The conventional single window method (SWM) was set to use a window length of 61 ms while the DWM was set to use two windows of 35 ms. Results given in Table 3.3, show that the DWM is better at preserving the seismic energy than is SWM regardless of input signal. The best P wave energy ratio reached by the SWM, for example, does not exceed 0.65, which is much lower than the worst  $ER_P$  obtained with the DWM. Similar results are also obtained for  $ER_S$ . For the SNR of output signals, no clear trend was noted: in some cases, DWM performs better while in other cases the best results were achieved with SWM (Table 3.3).

**Table 3.3 : Comparison between SWM and DWM.**

		<b>SWM</b>	<b>DWM</b>
Signal 1 ( $SNR_{inp}^1=3$ )	$SNR_{outp}^2$	12.83	7.56
	$ER_P$	0.55	0.90
	$ER_S$	0.93	0.96
Signal 2 ( $SNR_{inp}^1=6$ )	$SNR_{outp}^2$	17.95	12.89
	$ER_P$	0.61	0.86
	$ER_S$	0.93	0.98
Signal 3 ( $SNR_{inp}^1=12$ )	$SNR_{outp}^2$	45.38	45.79
	$ER_P$	0.62	0.99
	$ER_S$	0.92	1.00

<sup>1</sup> SNR of input signal (dB)

<sup>2</sup> SNR of output signal (dB)

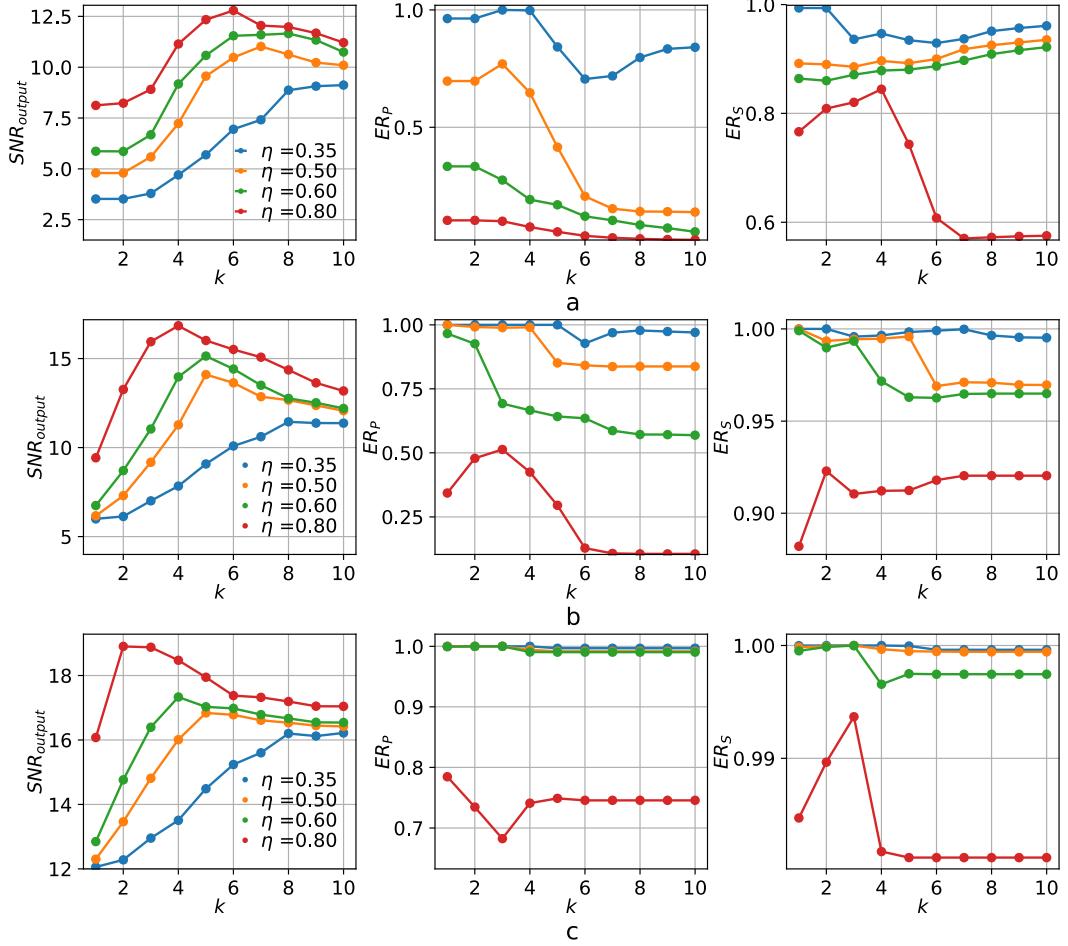
### **Window lengths**

Following the adoption of DWM strategy, the next step is to determine the window length that ensures optimal filtering quality. The methodology proposed by Vidale (1986), Diallo et al. (2006b) and Chen et al. (2013) is used in this work. This approach uses a method based on an automatic determination of the window length inferred from instantaneous frequency. To calculate the instantaneous frequency  $F(t)$ , we adopt the frequency-moment method using the S-transform (Stockwell et al., 1996). The length of the window is expressed then as:

$$L(t) = k \cdot F_s / F(t), \quad (3.20)$$

where  $F_s$  is the sampling frequency and  $k$  is a coefficient of proportionality. Obviously,  $L$  should respect a minimum and a maximum value for adequate time resolution analysis ( $L_{\min} < L(t) < L_{\max}$ ). Note that according to the strategy used, the coefficient  $k$  defines the length sum of the two moving windows ( $W_1 + W_2$ ).

As previously done for the other filter parameters, we investigate the effect of the coefficient of proportionality ( $k$ ) on filtering quality. The SNR of the input seismogram ranged from 3 to 12 dB. The filter order was set to three for all denoising operations and rectilinearity was computed with the double window strategy. Results of this test reveal different behaviors for SNR,  $ER_p$  and  $ER_s$  as a function of the coefficient  $k$ . For small  $k$  values, the SNR enhancement increases rapidly, before reaching a maximum and then decreasing again (Figure 3.11). The optimal  $k$  given the maximum of SNR enhancement as well as the maximum reached are both function of input signal and the threshold used. For the energy ratio, Figure 3.11 shows that the variation of this parameter depends on the length of the windows used. The energy ratio curves present two distinct stages. In the first one,  $ER_p$  and  $ER_s$  display maximum variation with diverse trends. This behavior is observed for small windows. For larger windows ( $k > 6$ ), a small plateau emerges where the seismic energy remains constant. Considering different SNR enhancements and energy ratios obtained during this test, we observe the best results when the coefficient of proportionality  $k$  ranges between 3 and 6.



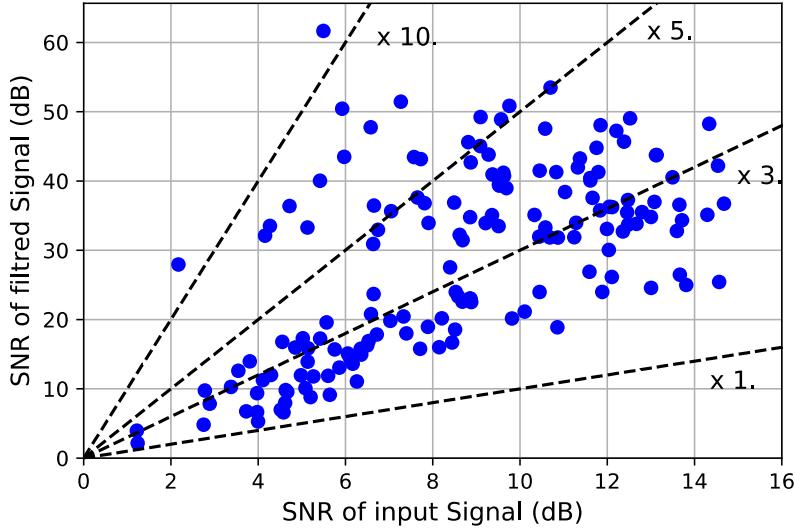
**Figure 3.11 : SNR enhancement,  $ER_P$  and  $ER_S$  variations according to the window length  $L$  calculated as multiples of the instantaneous period.**

(a) for an input signal of  $\text{SNR} \approx 3 \text{ dB}$ ; (b) for an input signal of  $\text{SNR} \approx 6 \text{ dB}$  and (c) for an input signal of  $\text{SNR} \approx 12 \text{ dB}$ . Four threshold values were considered for each test.

### 3.6 Noise effects

The quality of the input signal has a fundamental influence upon filtering results and the choice of most filter parameters are closely connected to the quality of the initial signal. To quantify this effect, we propose to investigate the effect of noise initially present in the input signals on the filtering process. The objective of this investigation is to evaluate the level of enhancement that can be achieved using PF in terms of SNR for varying level of contamination of input signals. The filter parameters for this experiment were tuned to maximize the SNR of the output signal and the energy ratios. A total of 160 different seismograms were used in this test. The initial SNR (SNR<sub>i</sub>) ranged from 1.2 to 14.7 dB while SNR of output signals were situated between 2 and 61 dB.

Cross plotting the SNR of input and output signals shows that the application of PF succeeds in raising initial SNR by 1.3 to 13 dB (Figure 3.12). The average improvement is about 3.5. The scale of the SNR enhancements is linked to the SNR of the input signal. A quick overview of Figure 3.12 reveals that input signals with higher SNR usually have better filtering outcomes when compared to lower SNR synthetic data.



**Figure 3.12 : SNR of filtered signal as function of input SNR. Dashed lines represent iso-values of SNR enhancement.**

### 3.7 Real data denoising

The efficiency of the filter was tested on real seismic data. The dataset is composed of four 3C seismograms taken from a surface microseismic monitoring array (Figure 3.13). Raw data are shown in Figure 3.13a and are organized in such a way that every 3C seismogram components are successively plotted to get a total of 12 traces. Note that all traces are normalized before filtering and that sampling frequency is 500 Hz. In some traces, noise and seismic arrivals exhibit similar bandwidths. Frequency content, for example, ranges from 30 to 70 Hz for the first seismogram (the first three traces) and from 20 to 60 Hz for the second seismogram. Given this overlap a bandpass filter is not appropriate and the use of a PF is thus recommended. The filtering parameters were set according to the recommendations presented in previous sections: the rectilinearity threshold was set to 0.5 and the filter order to two. The rectilinearity analysis was carried out using a DWM strategy. The length of the two-time windows totals 3 times the instantaneous signal period. Before filtering, most traces had low SNR which makes differentiating events from background noises difficult. After filtering one can note that most unpolarized noises were reduced while seismic events have become more visible. The filter succeeded in removing

post-arrival and pre-arrival event noises (especially from  $t= 2\text{ s}$  onwards) and highlighted seismic events that were originally masked by noise (Figure 3.13b). The filter also allowed us to eliminate false events such as the ones that appear in seismogram 3 around  $t=2.4$  second.

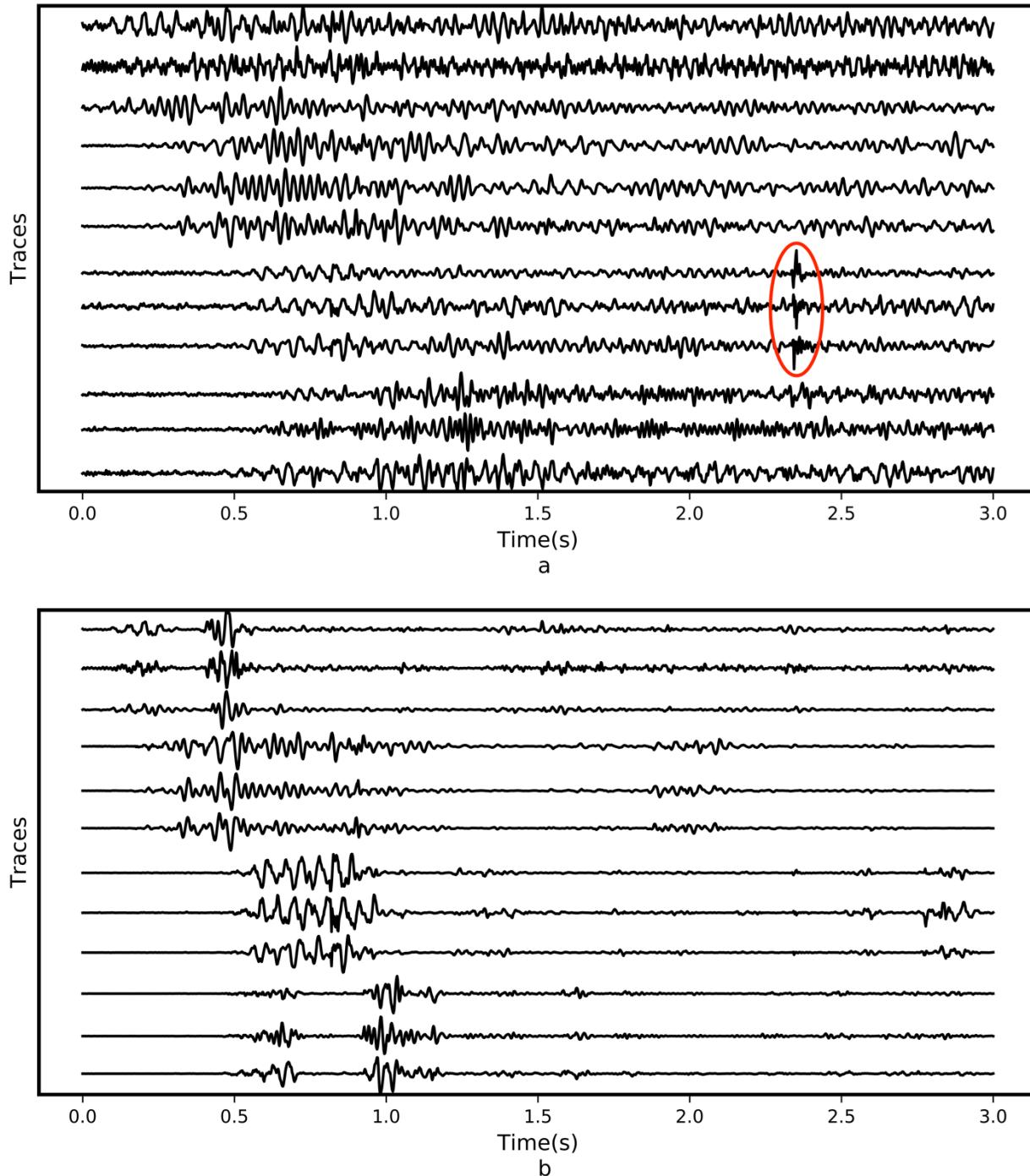
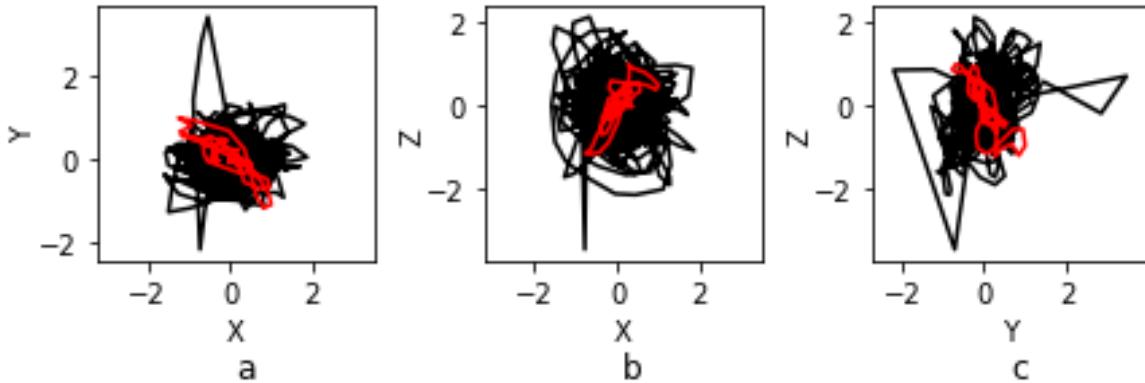


Figure 3.13 : Example of real 3C seismograms before (a) and after applying the PF (b).

To illustrate the performance of the filtering process, the hodogram of the third trace was plotted in Figure 3.14. The correlation coefficients were estimated at 0.78, 0.76 and 0.86 respectively for the XY, XZ and YZ planes. The linear shape of particle motion shown in the hodogram as well as the values of correlation coefficients both confirm that only linearly polarized waves were preserved after filtering. Most of the non-linearly polarized noise were suppressed, which show that the designed CORF can also operate efficiently with real data.



**Figure 3.14 : Hodogram of the third seismogram of Figure 3.13 before (in black) and after (in red) applying the CORF.**

(a) plane XY, (b) plane XZ, and (c) YZ.

### 3.8 Discussion

To compare our new CORF to the traditional COVF we have found it useful to establish a list of strength and weaknesses between the two different strategies. Initially, we can note that the CORF introduces three new concepts related to the analysis of rectilinearity. The first concept is that CORF uses two separate estimators of the statistical rectilinearity (SR) and non-statistical rectilinearity (NSR). This plurality avoids getting mixed rectilinearity value between the two terms as in the classic covariance-based analysis. We thus avoid to deal with a complex rectilinearity function that is difficult to interpret and to threshold. One could argue that calculating two rectilinearity estimators means that two thresholds have to be set each time if the CORF is used. However, the proposed estimator of NSR (Equation 3.13) is robust to noise and can be set regardless of the data to be filtered. Hence, the CORF needs only to adopt a threshold for the SR. This SR threshold should be proportional to the noise level. The second concept is that the CORF permits to reformulate the 3D correlation problem into three subproblems of 2D classic correlation. Thereby, commonly used interpretations of the correlation coefficient can be adopted to set a meaningful threshold of the estimated SR. The interpretation guides for the correlation coefficient allow to easily set the rectilinearity threshold according to noise level present in data

which makes them widely applicable (Taylor, 1990; Mukaka, 2012). The final concept introduced by the CORF is that the rectilinearity analysis via the correlation matrix can only describe the SR and, consequently, it needs a complementary estimator to deal with the NSR. The notion of scale is lost because the correlation matrix is calculated using normalized variables as demonstrated in Equation 3.4. The covariance matrix analysis does not need any SNR estimator since it implicitly incorporates an NSR estimator. The CORF implementation relies on a robust scale factor to estimate the NSR that is missed when using the correlation matrix analysis. The new scale factor is less sensitive to noise and ensures stability when evaluating the NSR. Consequently, the new strategy of separating the two terms of rectilinearity makes the whole filtering process less sensitive to noise.

Relying on the correlation matrix to evaluate the rectilinearity seems to be more efficient than the classic approaches based on the covariance matrix. However, the new PF implementation cannot completely replace the analysis of 3C seismograms using the covariance matrix approach. Even if the CORF can operate as effectively as the covariance-based filter with lower computational cost, the analysis of the correlation matrix does not permit calculation of other seismic attributes such as the degree of polarization, the instantaneous incidence and dip angles of polarization as well as the ellipticity function. The CORF is just an elegant method to reformulate the rectilinearity measurement without estimating the polarization ellipsoid parameters from the covariance matrix. The evaluation of rectilinearity from the polarization ellipsoid is delicate, time consuming and sensitive to noise. Thus, we recommend to use covariance matrix analysis for a full evaluation of the seismic attributes and the correlation matrix analysis to estimate rectilinearity, especially when setting up a polarization filter.

### 3.9 Conclusions

We proposed in this paper a new time-domain PF based on the correlation matrix analysis. The approach is conceived to circumvent the difficulties met with previous methods when it comes to setting an adequate rectilinearity threshold. Instead of calculating the data covariance matrix and proceeding with diagonalization of the matrix to get a rectilinearity estimate, the transfer function of the new PF is directly deduced from the correlation matrix and it is simply equal to what has been introduced as the 3D correlation coefficient. This coefficient is a statistical measurement of rectilinearity in 3D space that is similar to the well-established correlation coefficient. In addition, it was demonstrated that a second parameter named the scale factor is needed to consider non-statistical linearity. A robust formulation of this variable was introduced. The advantage of this

scale parameter is that it deals more efficiently with outlier data. This strategy of calculating the scale factor separately is beneficial for two reasons. It avoids overestimating the 3D correlation coefficient, which can occur with covariance-based filters, and permits to include the scale factor in the rectilinearity function expression only if the situation warrants it. It also facilitates the interpretation of the rectilinearity function and permits to easily set the proper thresholds. Based on synthetic seismograms, our tests show that the rectilinearity threshold should be fixed according to the noise level and it must not exceed 0.75 to prevent signal distortion. Furthermore, lower thresholds have to be adopted if the initial signal has a low SNR and values lower than 0.5 are recommended for highly contaminated signals (SNR < 1dB for example).

Beside the rectilinearity threshold, the other filter parameters were also shown to play fundamental roles in achieving the best results possible and need to be carefully set to guarantee safe and efficient filtering. These parameters are the filter order, the number and the length of the moving time window. This work showed that the optimal filter order ranges between two and four. The same tests proved that a double moving window strategy is an effective solution to avoid the distortion of early and late seismic arrivals. The recommended length of the two windows spans between 3 and 6 times the instantaneous period.

The efficiency of the new PF was tested on synthetic data and compared to a classic PF. The filtering results were equivalent or much better than traditional PF implementations with a reduction in computational time of up to 25 %. The new PF successfully denoised real data in a subsequent example achieving a SNR increase of 9 dB. Future work will aim to generalize the proposed PF for elliptically polarized waves, in the frequency domain or in the time-frequency domain. Adopting other operators to derive rectilinearity function from correlation matrix is probably possible.

## Acknowledgements

This research was funded by the Fonds de recherche du Québec – Nature et technologie (FRQNT), project 2015-MI-194018 and NSERC grant RDCPJ 523050-17 with ArcelorMittal. Both are acknowledged for their support.

## APPENDIX A3: CLASSIC 2D RECTILINEARITY FUNCTIONS VS CORRELATION COEFFICIENT

Classic approaches used to detect a linear polarization in multicomponent seismograms often involve the analysis of the covariance matrix of data (Samson and Olson, 1981). This analysis is

carried out through an overlapping time window. For this, let  $x(t)$  and  $y(t)$  be the two components of a 2C seismogram. Suppose that  $x$  and  $y$  are the local segments of that seismogram defined inside the used time window. A rectilinearity function called  $R$  is calculated from the covariance matrix to measure the linear polarization (Born and Wolf, 1970; Samson and Olson, 1981). To estimate  $R$ , most classic approaches start by computing the data covariance matrix noted  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} cov(x, x) & cov(x, y) \\ cov(x, y) & cov(y, y) \end{pmatrix}. \quad (\text{A-1})$$

The characteristic polynomial  $P$  associated with  $\mathbf{K}$  is:

$$P(\lambda) = \det(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{I}_2) = \lambda^2 - \lambda(cov(x, x) + cov(y, y)) + cov(x, x)cov(y, y) - cov(x, y)^2, \quad (\text{A-2a})$$

$$\text{Or, } P(\lambda) = \lambda^2 - \lambda \text{Tr}(\mathbf{K}) + \det(\mathbf{K}), \quad (\text{A-2b})$$

where  $\det(\cdot)$  and  $\text{Tr}(\cdot)$  are respectively the matrix determinant and trace operators while  $\mathbf{I}_2$  is the identity matrix. The roots of  $P(\lambda)$  allow us to get the eigenvalues of  $\mathbf{K}$  noted here  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  ( $\lambda_1 \geq \lambda_2$ ). Since  $\mathbf{K}$  is a positive semi-definite matrix, the  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  are both real and positive:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left( cov(x, x) + cov(y, y) + \sqrt{(cov(x, x) - cov(y, y))^2 + 4 cov(x, y)^2} \right), \quad (\text{A-3a})$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left( cov(x, x) + cov(y, y) - \sqrt{(cov(x, x) - cov(y, y))^2 + 4 cov(x, y)^2} \right). \quad (\text{A-3b})$$

Most of the rectilinearity functions are expressed using the covariance matrix eigenvalues. For example, Samson and Olson (1981) calculate the rectilinearity function  $R$  for 2C seismogram as:

$$R = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}. \quad (\text{A-4})$$

Replacing  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  by their expressions above,  $R$  can be rewritten as function of data covariances:

$$R = 1 - 4 \frac{cov(x, x) \cdot cov(y, y) - cov(x, y)^2}{(cov(x, x) + cov(y, y))^2}, \quad (\text{A-5a})$$

$$R = 1 - \frac{cov(x, x) \cdot cov(y, y)}{\left( \frac{cov(x, x) + cov(y, y)}{2} \right)^2} \left( 1 - \rho_{xy}^2 \right), \quad (\text{A-5b})$$

$$R = \frac{(cov(x, x) - cov(y, y))^2 + 4 cov(x, y)^2}{(cov(x, x) + cov(y, y))^2}, \quad (\text{A-5c})$$

where  $\rho_{xy}$  is the correlation coefficient of  $x$  and  $y$ :  $\rho_{xy} = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{cov(x,x) \cdot cov(y,y)}}$ . Thus, the rectilinearity function  $R$  can be expressed as function of the correlation coefficient  $\rho_{xy}$  and a scale factor term  $Sf$ :

$$Sf = \frac{4 \cdot cov(x,x) \cdot cov(y,y)}{(cov(x,x) + cov(y,y))^2}. \quad (\text{A-6})$$

Adopting these notations,  $R$  is simply written as:

$$R = 1 - Sf \cdot (1 - \rho_{xy}^2). \quad (\text{A-7})$$

$Sf$  expresses the difference of covariance between  $x$  and  $y$ . If the variable covariances are in the same order ( $cov(x,x) \approx cov(y,y)$ ),  $Sf$  trends to 1 and  $R$  becomes:  $R = \rho_{xy}^2$ . Under these conditions,  $R$  is just the absolute value of the determinant of this matrix  $\begin{pmatrix} 0 & \rho_{xy} \\ \rho_{xy} & 0 \end{pmatrix}$ . In this work, we show that this matrix, named in this paper the relative correlation matrix, is strongly related to the conventional correlation matrix **Cm** defined by  $\mathbf{Cm} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{xy} \\ \rho_{xy} & 1 \end{pmatrix}$ .

Similar results can be reached also when considering other rectilinearity functions like the one proposed by Montalbetti and Kanasewich (1970):

$$R = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}. \quad (\text{A-8})$$

Replacing  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  by their expressions, we get:

$$R = 1 - \frac{(cov(x,x) + cov(y,y))^2 - (cov(x,x) - cov(y,y))^2 - 4cov(x,y)}{(cov(x,x) + cov(y,y) + \sqrt{(cov(x,x) - cov(y,y))^2 + 4cov(x,y)})^2}, \quad (\text{A-9a})$$

$$R = 1 - 4 \frac{cov(x,x) \cdot cov(y,y) - cov(x,y)^2}{(cov(x,x) + cov(y,y) + \sqrt{(cov(x,x) - cov(y,y))^2 + 4cov(x,y)})^2}, \quad (\text{A-9b})$$

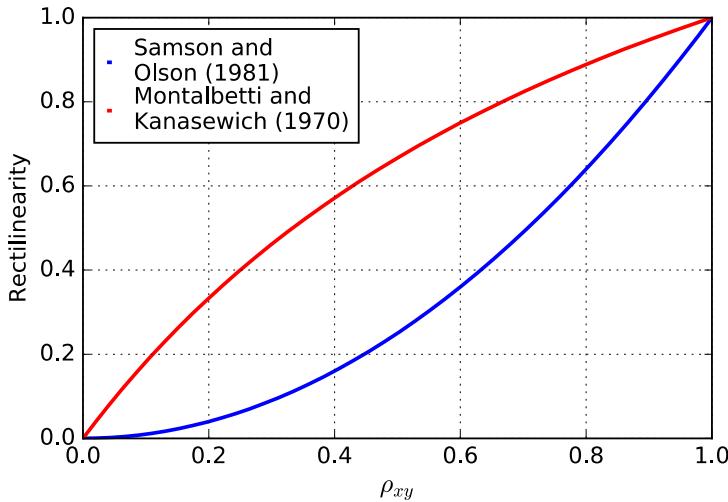
$$R = 1 - \frac{cov(x,x) \cdot cov(y,y) (1 - \rho_{xy}^2)}{\left(\frac{cov(x,x) + cov(y,y)}{2} + \sqrt{\left(\frac{cov(x,x) - cov(y,y)}{2}\right)^2 + cov(x,y)}\right)^2}, \quad (\text{A-9c})$$

$$R = 1 - \frac{(1 - \rho_{xy}^2)}{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2\sigma_x\sigma_y} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\sigma_x\sigma_y}\right)^2 + \rho_{xy}^2}\right)^2}, \quad (\text{A-9d})$$

where  $\sigma_x$  and  $\sigma_y$  are respectively the standard deviation of  $x$  and  $y$ . Montalbetti and Kanasewich's rectilinearity function is also a combination of a scale factor  $Sf$  and a second term derived from the correlation matrix. The two terms are not dissociated in this case. If  $cov(x,x) \approx cov(y,y)$ ,  $R$  reduces to:

$$R = \frac{2|\rho_{xy}|}{1+|\rho_{xy}|}. \quad (\text{A-10})$$

The rectilinearity function given by Montalbetti and Kanasewich (1970) and Samson and Olson (1981) are plotted in the figure below for close covariance values ( $\text{cov}(x,x) \approx \text{cov}(y,y)$ ). Taking the correlation coefficient as reference, it seems that the two equations provide poor estimates of the rectilinearity value: Samson and Olson's equation underestimates these values while Montalbetti and Kanasewich's equation overestimates them (Figure 3.15). The classic interpretations of correlation coefficients are no longer useful to set rectilinearity thresholds for these equations.



**Figure 3.15 : Rectilinearity as function of  $\rho_{xy}$  for the equation of Montalbetti and Kanasewich (1970) and the equation of Samson and Olson (1981).**

## References

- Akram, J., 2018, An application of waveform denoising for microseismic data using polarization–linearity and time–frequency thresholding: Geophysical Prospecting, **66**, no. 5, 872-893.
- Amoroso, O., N. Maercklin, and A. Zollo, 2012, S-wave identification by polarization filtering and waveform coherence analyses: Bulletin of the Seismological Society of America, **102**, no. 2, 854-861.
- Bohlen, T., 2002, Parallel 3-D viscoelastic finite difference seismic modelling: Computers & Geosciences, **28**, no. 8, 887-899, doi: 10.1016/s0098-3004(02)00006-7.
- Borgognone, M. G., J. Bussi, and G. Hough, 2001, Principal component analysis in sensory analysis: covariance or correlation matrix?: Food Quality and Preference, **12**, no. 5-7, 323-326, doi: 10.1016/s0950-3293(01)00017-9.
- Born, M., and E. Wolf, 1970, Principles of optics, Press Syndicated.

- Chen, H. F., X. Y. Li, Z. P. Qian, and G. L. Zhao, 2013, Robust adaptive polarization analysis method for eliminating ground roll in 3C land seismics: *Applied Geophysics*, **10**, no. 3, 295-304, doi: 10.1007/s11770-013-0386-0.
- de Franco, R., and G. Musacchio, 2001, Polarization filter with singular value decomposition: *Geophysics*, **66**, no. 3, 932-938.
- De Meersman, K., M. van der Baan, and J. M. Kendall, 2006, Signal Extraction and Automated Polarization Analysis of Multicomponent Array Data: *Bulletin of the Seismological Society of America*, **96**, no. 6, 2415-2430, doi: 10.1785/0120050235.
- Diallo, M. S., M. Kulesh, M. Holschneider, F. Scherbaum, and F. Adler, 2006a, Characterization of polarization attributes of seismic waves using continuous wavelet transforms: *Geophysics*, **71**, no. 3, V67-V78, doi: 10.1190/1.2194511.
- Diallo, M. S., M. Kulesh, M. Holschneider, K. Kurennaya, and F. Scherbaum, 2006b, Instantaneous polarization attributes based on an adaptive approximate covariance method: *Geophysics*, **71**, no. 5, V99-V104., doi: 10.1190/1.2227522.
- Du, Z., G. R. Foulger, and W. Mao, 2000, Noise reduction for broad-band, three-component seismograms using data-adaptive polarization filters: *Geophysical Journal International*, **141**, no. 3, 820-828, doi: 10.1046/j.1365-246x.2000.00156.x.
- Esmersoy, C., 1985, Polarisation analysis, orientation and velocity estimation in three-component VSP in M. N. Toksoz, and R. R. Stewart, eds., *Vertical Seismic Profiling Part B: Advanced Concepts* London: Geophysical Press, 236-255.
- Flinn, E. A., 1965, Signal analysis using rectilinearity and direction of particle motion: *Proceedings of the IEEE*, **53**, no. 12, 1874-1876.
- Greenhalgh, S., D. Sollberger, C. Schmelzbach, and M. Rutty, 2018, Single-station polarization analysis applied to seismic wavefields: A tutorial: *Advances in Geophysics*, **59**, 123-170, doi: 10.1016/bs.agph.2018.09.002.
- Hinkle, D. E., W. Wiersma, and S. G. Jurs, 1988, *Applied statistics for the behavioral sciences*. 5 ed: Houghton Mifflin.
- Huang, N. E., Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, C. Yen, C. C. Tung, and H. H. Liu, 1998, The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **454**, no. 1971, 903-995, doi: 10.1098/rspa.1998.0193.
- Jurkevics, A., 1988, Polarization analysis of three-component array data: *Bulletin of the Seismological Society of America*, **78**, no. 5, 1725-1743.

- Kanasewich, E. R., 1981, Time sequence analysis in geophysics: The University of Alberta Press.
- Kulesh, M., M. S. Diallo, M. Holschneider, K. Kurennaya, F. Krüger, M. Ohrnberger, and F. Scherbaum, 2007, Polarization analysis in the wavelet domain based on the adaptive covariance method: *Geophysical Journal International*, **170**, no. 2, 667-678.
- Lu, J., Y. Wang, and C. Y. Yang, 2010, Instantaneous polarization filtering focused on suppression of surface waves: *Applied Geophysics*, **7**, no. 1, 88-97, doi: 10.1007/s11770-010-0001-6.
- Mars, J. I., F. Glangeaud, and J. L. Mari, 2004, Advanced signal processing tools for dispersive waves: *Geophysics*, **2**, no. 4, 199-210, doi: 10.3997/1873-0604.2004017
- Mitchell, A. R., and P. G. Kelamis, 1990, Efficient tau-p hyperbolic velocity filtering: *Geophysics* **55**, no. 5, 619-625, doi: 10.1190/1.1442873
- Montalbetti, J. F., and E. R. Kanasewich, 1970, Enhancement of teleseismic body phases with a polarization filter: *Geophysical Journal International*, **21**, no. 2, 119-129, doi: 10.1111/j.1365-246x.1970.tb01771.x
- Mukaka, M. M., 2012, A guide to appropriate use of correlation coefficient in medical: Malawi Medical Journal **24**, no. 3, 69-71.
- Nguyen, D. T., R. J. Brown, and D. C. Lawton, 1989, Polarization filter for multi-component seismic data: CREWES Research Report, **7**, 93.
- Park, J., F. L. Vernon III, and C. R. Lindberg, 1987, Frequency dependent polarization analysis of high-frequency seismograms: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **92**, no. B12, 12664-12674., doi: 10.1029/jb092ib12p12664
- Parolai, S., 2009, Denoising of seismograms using the S transform: *Bulletin of the Seismological Society of America*, **99**, no. 1, 226-234.
- Paulus, C., 2006, Filtrage de données sismiques multicomposantes et estimation de la polarisation: Doctoral, Université Grenoble-Alpes.
- Pinnegar, C. R., 2006, Polarization analysis and polarization filtering of three-component signals with the time—frequency S transform: *Geophysical Journal International*, **165**, no. 2, 596-606.
- Porsani, M. J., M. G. Silva, P. E. Melo, and B. Ursin, 2010, SVD filtering applied to ground-roll attenuation: *Geophysics and Engineering*, **7**, no. 3, 284-289, doi: 10.1190/1.3255563
- Reading, A. M., W. Mao, and D. Gubbins, 2001, Polarization filtering for automatic picking of seismic data and improved converted phase detection: *Geophysical Journal International* **147**, no. 1, 227-234, doi: 10.1046/j.1365-246X.2001.00501.x.

- Rene, R., J. Fitter, P. Forsyth, K. Kim, D. Murray, J. Walters, and J. Westerman, 1986, Multicomponent seismic studies using complex trace analysis: *Geophysics*, **51**, no. 6, 1235-1251, doi: 10.1190/1.1442177.
- Samson, J. C., 1973, Descriptions of the polarization states of vector processes: Applications to ULF magnetic fields: *Geophysical Journal International*, **34**, no. 4, 403-419, doi: 10.1111/j.1365-246x.1973.tb02404.x
- Samson, J. C., and J. V. Olson, 1981, Data-adaptive polarization filters for multichannel geophysical data: *Geophysics* **46**, no. 10, 1423-1431., doi: 10.1190/1.1441149
- Sánchez Galvis, I. J., J. O. Serrano Luna, C. A. Niño Niño, D. A. Sierra Bueno, and W. M. Agudelo Zambrano, 2016, SVD polarization filter taking into account the planarity of ground roll energy: *CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro*, **6**, no. 3, 5-24, doi: 10.29047/01225383.07.
- Schimmel, M., and J. Gallart, 2003, The use of instantaneous polarization attributes for seismic signal detection and image enhancement: *Geophysical Journal International*, **155**, no. 2, 653-668, doi: 10.1046/j.1365-246X.2003.02077.x.
- Stockwell, R. G., L. Mansinha, and R. P. Lowe, 1996, Localization of the complex spectrum: the S transform: *IEEE Transactions on Signal Processing*, **44**, no. 4, 998-1001, doi: 10.1109/78.492555
- Tan, Y. Y., C. He, Y. D. Wang, and Z. Zhao, 2013, Ground roll attenuation using a time-frequency dependent polarization filter based on the S transform: *Applied Geophysics*, **10**, no. 3, 279-294, doi: 10.1007/s11770-013-0383-3.
- Tatham, R. H., 1989, Tau-p Filtering in P. L. Stoffa, ed., *Tau-p: A plane wave approach to the analysis of seismic data*: Springer Science & Business Media, 35-70.
- Taylor, R., 1990, Interpretation of the correlation coefficient: a basic review: *Journal of Diagnostic Medical Sonography*, 6, no. 1, 35-39., doi: 10.1177/875647939000600106
- Velicer, W. F., 1976, Determining the number of components from the matrix of partial correlations: *Psychometrika*, **41**, no. 3, 321-327, doi: 10.1007/bf02293557.
- Vera Rodriguez, I., D. Bonar, and M. Sacchi, 2012, Microseismic data denoising using a 3C group sparsity constrained time-frequency transform: *Geophysics*, **77**, no. 2, V21-V29.
- Vidale, J. E., 1986, Complex polarization analysis of particle motion: *Bulletin of the Seismological society of America*, **76**, no. 5, 1393-1405.
- Wong, J., L. Han, J. Bancroft, and R. Stewart, 2009, Automatic time-picking of first arrivals on noisy microseismic data: *CSEG Conference Abstracts*, 1, 4.
- Zheng, Y., and R. R. Stewart, 1992, Polarization filter: Design and testing: *CREWES Research Report*, **4**, no. 8, 1-19.



## **4 ARTICLE 2: THE CORRELATION POLARIZATION METHOD: A NOVEL AUTOMATIC TECHNIQUE FOR SEISMIC EVENT DETECTION AND FIRST-BREAK PICKING**

---

**Titre en français :** Une nouvelle méthode de détection et de pointé des arrivées sismiques basée sur l'analyse de la polarisation par corrélation.

Le contenu de ce chapitre fait l'objet d'un article de conférence.

**Auteurs :** Maher Nasr<sup>1</sup>, Bernard Giroux<sup>1</sup> and J. Christian Dupuis<sup>2</sup>

1- Institut National de la Recherche Scientifique, Centre Eau Terre Environnement.

2- Université Laval, Département de Géologie et de Génie Géologique.

**Conférence visée :** SEG Annual Meeting 2021

**Contribution des auteurs :**

- Maher Nasr : proposition et conception de la méthode ; rédaction de l'article.
- Bernard Giroux : amélioration du contenu et rédaction de l'article.
- J. Christian Dupuis : amélioration du contenu et rédaction de l'article.

**Résumé :**

Nous proposons dans ce chapitre d'utiliser la nouvelle analyse de la polarisation introduite dans le chapitre précédent pour détecter et pointer des évènements microsismiques sur des séismogrammes triaxiaux. L'approche de détection mise sur le fait que les arrivées sismiques des ondes P et S sont associées à des valeurs de rectilinéarité nettement plus élevées que le bruit ambiant. Le pointé se fait en cherchant le laps de temps qui correspond à la transition entre une faible et une forte polarisation linéaire. Le recours à une analyse de la polarisation par corrélation est justifié par : 1- la capacité de l'approche à faciliter le choix du critère de détection ; 2- sa tolérance aux bruits ; et 3- son coût de calcul réduit comparé aux approches classiques basées sur la diagonalisation de la matrice de covariance. La méthode a été testée sur des données synthétiques et réelles afin de démontrer sa fiabilité.

### **4.1 Summary**

We present a new single-level method for microseismic event detection and first-break picking. The method is added to the arsenal of window-based techniques that are available to deal with multicomponent data. It was conceived to be less time consuming and easy to parameterize. The proposed method estimates the linear polarization level through a new rectilinearity function that

analyzes the signal polarization using the correlation matrix. This innovative approach allows users to establish a meaningful set of metrics for the interpretation of rectilinearity. These metrics facilitate the choice of thresholds used to distinguish seismic events from ambient noise. The performance of this novel time-domain approach is presented for synthetic and real microseismic data. Results show that the proposed method can be an efficient alternative to more traditional schemes.

## 4.2 Introduction

Over the last decades, multicomponent sensors have gained broader use in varied seismic acquisition scenarios (Li and Zhang, 2011). Particular examples of surveys that have benefited from the use of multi-component sensors include Ocean Bottom Seismic, travel-time tomography, vertical seismic profiling along with microseismic monitoring (Diehl et al., 2009; Farfour and Yoon, 2016). Many multicomponent acquisition modes are available today. These include, for instance, 3C/2D, 3C/3D, 4C/3D and even 6C/3D and 9C/3D schemes. The adoption of this higher density of multicomponent sensors is motivated by the data processing benefits afforded by multicomponent data. This richer dataset can provide invaluable information at the processing and interpretation stages such as the computation of seismic attributes, ray-centered coordinate rotation, wave-field separation and data denoising (Akram, 2014; Barak et al., 2014). The microseismic industry also benefited from these recent advances. As such, it is increasingly common to find microseismic installations that use 3C sensors. The use of multicomponent receivers in the microseismic industry was largely ushered in by the increased popularity of hydraulic fracturing projects and CO<sub>2</sub> injection tests (Steinhoff, 2013; Kim et al., 2017).

Despite the advantages afforded by multicomponent surveys, there are only a few methods for seismic event detection and first-break picking that were specifically conceived to perform on 3C seismograms. Most of existing algorithms are originally designed to process single component data such that the well-known STA/LTA technique. One of the solutions to adapt multicomponent data to these single component algorithms consists in computing an absolute amplitude stack. This step, however, represents an important loss of information that is captured in multicomponent data (Oye and Roth, 2003; Khalaf, 2016). The single-level techniques adapted to operate with 3C data are often hybrid combinations of seismic attribute estimations and time-frequency analyses. The list of these methods includes peak eigenvalues (PEV), joint energy ratio (JER), some wavelet-transform-based schemes as well as a few workflows that combine JER, PEV and other single component algorithms (Akram and Eaton, 2016). For instance, PEV is mainly proposed as

an event-detection method. This algorithm computes a characteristic function that takes into consideration the maximum eigenvalue of the data covariance matrix defined within a sliding time window (Akram, 2014). The JER relies on similar function but to pick event arrival-times. The algorithm starts by computing the ratio of the eigenvalue peaks in post- and pre-sample windows (Akram, 2014). The result is then multiplied by the STA/LTA ratio to get the final JER value which is an arrival time estimate. Examples of hybrid workflows operating with multicomponent data include for instance the approach proposed by Anant and Dowla (1997). These authors relied on a discrete wavelet decomposition to calculate two characteristic functions at every scale: the rectilinearity function and the composite envelope obtained were used respectively to pick the first-arrival times of P and S waves. A similar hybrid approach was proposed by Tan et al. (2014) where the STA/LTA ratio is combined with the linear polarization level (Equation 9 of Samson and Olson (1981)) to pick first-break times.

The different implementations of these schemes all share the requirement that one must estimate the signal polarization through the decomposition of the covariance matrix. The rectilinearity values derived from this analysis are generally difficult to interpret and to threshold because their physical meaning may vary according to the equation considered. Furthermore, the multiple matrix decompositions steps make this approach computationally intensive and it has difficulty scaling to large data sets. To overcome these two issues, we propose in this paper a new event-detection and first-break picking method based on the correlation analysis of 3C seismograms proposed by Nasr et al. (2020). The method uses an innovative approach to estimate rectilinearity and seismic polarization. We show that the wave polarization can be described properly through new equations. Their implementation yields a method that is less computationally intensive and facilitates the selection of robust thresholding criteria. The benefits of the proposed workflow are demonstrated through a theoretical analysis and validated through numerical experiments conducted on synthetic and field data.

### 4.3 Rectilinearity analysis via the correlation matrix

Linear polarization refers to the linear trajectory observed for particles subjected to body wave oscillations. According to Nasr et al. (2020), such polarization can be fully described in 2D space by the correlation coefficient and by the correlation matrix for 3D space. This is obviously possible only for waves whose incidence is not perfectly parallel to a given axes of the 3C geophones. For the latter case, the seismic energy would be only recorded in one component and hence correlation with the other non-existent components would be meaningless. In this case, a classic

single-component method would be the best solution but further discussion of these particular case falls outside the scope of this work. In 3D space, the correlation matrix (**Cm**) can be written as:

$$\mathbf{Cm} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{xy} & 1 & \rho_{yz} \\ \rho_{xz} & \rho_{yz} & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.1)$$

We call this matrix the absolute correlation matrix. This matrix reduces to a simple identity matrix (**Cm<sub>0</sub>**) when no correlations are present. The relative correlation matrix (**Cmr**) is introduced to measure the rectilinearity according to zero correlation state (pure random noise). The matrix **Cmr** is defined as follows:

$$\mathbf{Cmr} = (\mathbf{Cm} - \mathbf{Cm}_0) \cdot \mathbf{Cm}_0^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{xy} & 0 & \rho_{yz} \\ \rho_{xz} & \rho_{yz} & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

It follows that we expect the relative correlation matrix to be equivalent to the null matrix when no correlation is observed. Since rectilinearity must be a scalar-valued function, the idea proposed in Nasr et al. (2020) is to generalize the concept of the Pearson correlation coefficient in 3D space by creating a 3D correlation coefficient ( $\rho_{xyz}$ ) that can be directly identified as a new rectilinearity estimator. The sought coefficient  $\rho_{xyz}$  can be simply derived by applying a scalar operator to **Cmr**. The determinant and the Frobenius norm were chosen to define the new rectilinearity equations:

$$R_d(t) = \frac{|\det(\mathbf{Cmr})|}{\max(|\det(\mathbf{Cmr})|)} = \frac{1}{2} |\det(\mathbf{Cmr})| = |\rho_{xy} \cdot \rho_{xz} \cdot \rho_{yz}|, \quad (4.3a)$$

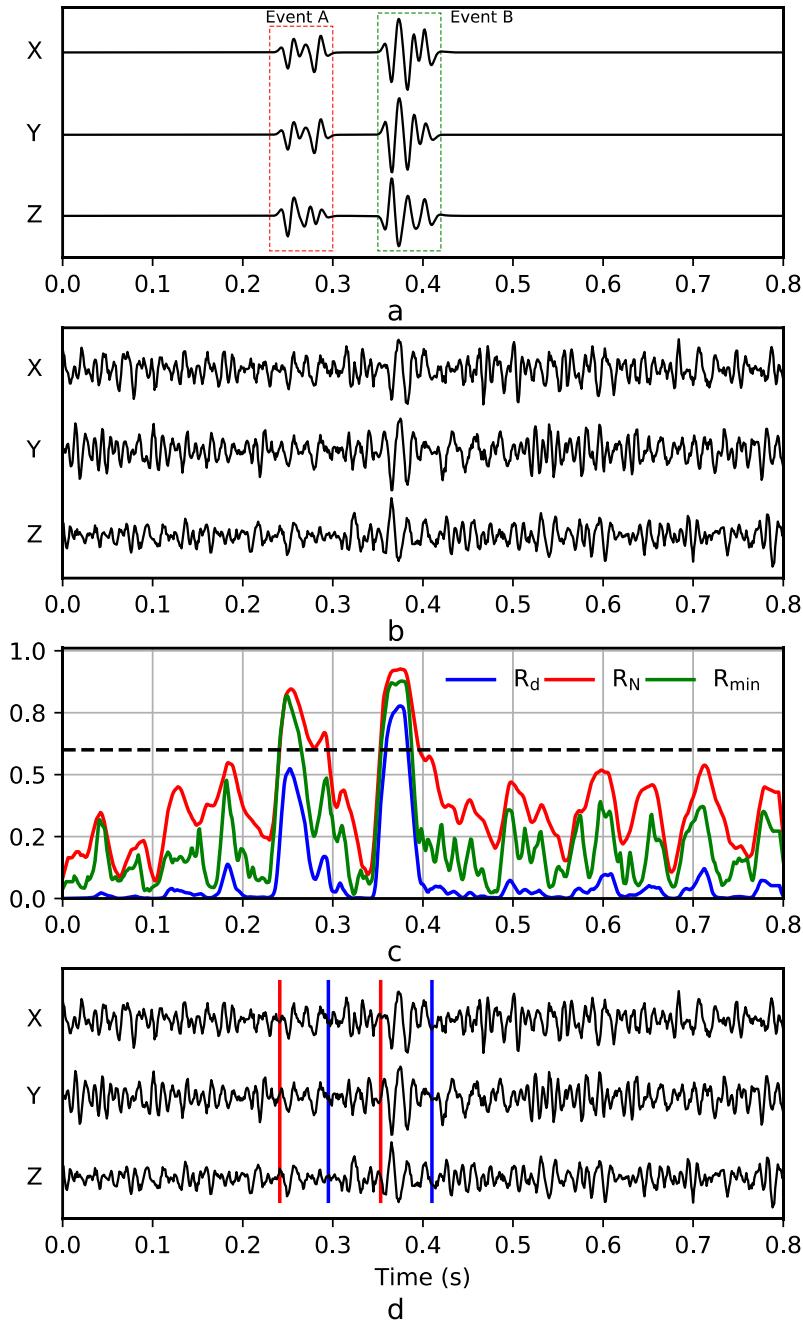
$$R_N(t) = \frac{\|\mathbf{Cmr}\|_F}{\max(\|\mathbf{Cmr}\|_F)} = \sqrt{\frac{\rho_{xy}^2 + \rho_{xz}^2 + \rho_{yz}^2}{3}}, \quad (4.3b)$$

where  $\det(\cdot)$  and  $\|\cdot\|_F$  are respectively the determinant and the Frobenius norm operators. Both functions are normalized by their maxima to keep the rectilinearity values between 0 and 1. Note that function  $R_N$  is the root mean square of the correlation coefficients calculated for the 3 directions in space. Both equations do not imply any matrix diagonalization to estimate the linear polarization level. According to tests conducted by Nasr et al. (2020), this may save up to 25% of computational cost compared to classic schemes using the covariance matrix. The reference also discussed the robustness of equation  $R_d$  versus different levels of noise.

#### 4.4 Event detection

The workflow for event detection is then a straightforward application of the functions established. The strategy consists of windowing the entire signal through a single moving time window where the level of linear polarization is calculated at each time step using equation for  $R_d$  or  $R_N$ . The

results are then compared to a fixed threshold that was set to identify the onset of eventual seismic events in the seismograms. We call the proposed approach the correlation polarization method, abbreviated CPM. The performance and the capacity of CPM to detect seismic events were evaluated using synthetic data. The simulated 3C seismogram was prepared via 3D viscoelastic modeling. The signal exhibits 2 seismic events that correspond to P and S arrivals labeled respectively as Event A and Event B (Figure 4.1). White and colored noises [10-120 Hz] were added to mimic real recording conditions with a SNR lower than 1dB. The bandwidth and energy spectrum of noise that were added are roughly similar to the seismic events that were to be identified in the synthetic dataset. This was done to confirm the ability of the workflow to distinguish seismic events under unfavorable circumstances. The initial signals, the computed values for  $R_N$  and  $R_d$  and the triggering events are shown in Figure 4.1. The results obtained show that  $R_N$  and  $R_d$  were both successful to identify seismic events: they display high rectilinearity values for seismic arrivals compared to ambient noise (Figure 4.1). Although  $R_d$  and  $R_N$  functions may appear as a possible generalization of the sought 3D correlation coefficient, interpretations of these functions are different and deviate from the classic Pearson correlation coefficient that is customary for a 2D space. Figure 4.1 shows that  $R_N$  provides an adequate rectilinearity estimate for seismic events, but in doing so it appears to overestimate the rectilinearity of random noises. This can be seen, for instance, when unpolarized planar waves whose particle motions fall randomly in the slope plane induce  $R_N$  values that trend to  $\sqrt{\frac{1+0+0}{3}} \approx 0.58$ . Hence, using the norm-based function  $R_N$  may increase the false detections when low thresholds are considered. On the other hand,  $R_d$  seems to return acceptable rectilinearity values for random noises, but it tends to underestimate the linear polarization level for seismic events (Figure 4.1). For example, the  $R_d$  values computed for Events A (0.5) would fall short of the threshold that was fixed previously for  $R_N$  (0.6). Thus, one can expect a good linear polarization even when the  $R_d$  values are lower than 0.3 (case of  $\rho_{xy} = \rho_{xz} = \rho_{yz} = 0.67$ ). This may be tricky to anticipate for potential users who are used to interpret 2D correlation via the Pearson coefficient.



**Figure 4.1 : Example of seismic event detection using the CPM.**

**a**-Noise-free traces showing Event A and B; **b**- Synthetic seismogram after adding noises; **c**- Calculated rectilinearity using  $R_d(t)$ ,  $R_N(t)$ , and  $R_{\min}(t)$  functions; **d**- Triggered events at a threshold of 0.6.

To simplify rectilinearity interpretation and thresholding, we propose an equation derived from an hodogram analysis. In theory, the orthogonal projection of particle motions corresponding to linearly polarized waves should exhibit strong correlation. This arises from the observation that the projection of a 3D line upon non-perpendicular planes always yields 2D lines on these planes.

Linear polarization becomes thereby a question of mutual correlation between the 3 components of a seismogram. This may be evaluated at each time step by considering the minimum spatial correlation. This rule allows us to introduce another rectilinearity function denoted as  $R_{\min}$  and is defined by:

$$R_{\min}(t) = \min(\rho_{xy}, \rho_{xz}, \rho_{yz}). \quad (4.4)$$

We anticipate that the values returned by the function  $R_{\min}$  would be equivalent to the 2D correlation coefficient. This implies that their analysis and thresholding are expected to be analogous to the classic interpretation of the Pearson coefficient. As such, this transformation allows us to use standard interpretation strategies used for 2D statistical correlations and hence adopt what we consider as more meaningful thresholds.

## 4.5 First-break picking

Like other energy transient methods, the proposed CPM can be adapted to pick first-arrival times ( $t_0$ ). This is possible because the seismic event onset is often marked by a rapid transition between weak (noise) and strong linear polarization (event). The maximum variation of the rectilinearity function occurs during this transition. Mathematically, we can define the onset of the seismic event as the inflection point on the rectilinearity curve that is proximal to the triggered event. This coincides with the local positive peak of the rectilinearity function derivative with respect to time:

$$t_0 = \max_t \left( \frac{dR(t)}{dt} \right). \quad (4.5)$$

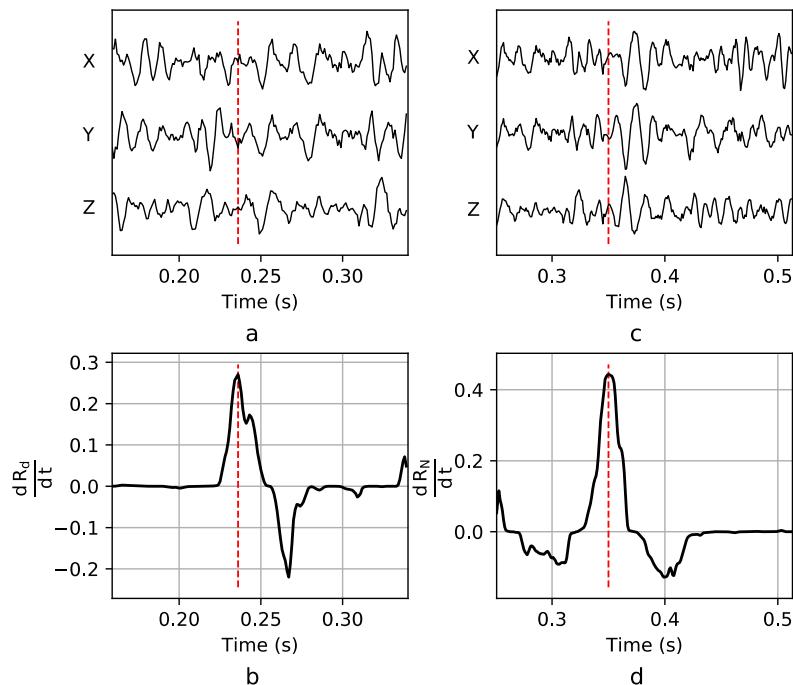
The derivative of rectilinearity is approximated using a finite difference scheme. At each time step, the rectilinearity function is estimated in a pre-sample window in order to get  $R_{\text{pre}}$  and in a post-sample window in order to obtain  $R_{\text{post}}$ . The derivative is expressed as the difference of  $R_{\text{post}}$  and  $R_{\text{pre}}$ . The seismic onset corresponds to time step where the pre-sample window falls completely in unpolarized noises and the post-sample window contains a high-polarized seismic event:

$$t_0 = \max_t \left( R_{\text{post}}^p - R_{\text{pre}}^p \right)^n. \quad (4.6)$$

Exponent  $n$  is an odd number taken between 1 and 5. It defines the sharpness of the expected peaks of rectilinearity derivative. Exponent  $p$  is a second integer constant chosen between 1 and 3 and controls the smoothness of derivative curve. This CPM picking strategy can be summarized in five steps: (1) Select and separate the local segment that contains the detected event. (2) Define the length of sliding windows as well as the  $p$  and  $n$  values. The optimal length of the window ranges between 1 and 3 times the dominant period of the seismic event. (3) Browse the local signal and calculate the rectilinearity derivative. (4) Locate the time step ( $t_{\max}$ ) that

corresponds to the derivative peak. (5) Assign  $t_{\max}$  to the first-break time. Note that contrary to the detection step, the CPM picker does not require the selection of thresholding values.

To investigate the reliability of the CPM picking strategy, we propose a numerical experiment performed on synthetic data. This validation experiment consists in estimating first-arrival times for Event A and B and to compare them to the first-breaks that were picked by an experienced operator. Both determinant- and norm-based functions were used to examine the accuracy of each rectilinearity equation. Tests were carried out with double windows, twice the dominant period each. The values of  $n$  and  $p$  values were set to 3 and 1 respectively. The synthetic signal used has a sampling rate of 1000 Hz (Figure 4.2).



**Figure 4.2 : First-break picking example using 2 rectilinearity functions.**

a- Event A extraction; b- derivative of  $R_d$  and estimated onset time of Event A (0.236 s); c- Event B extraction; d-derivative of  $R_N$  and Event B onset time determination (0.35 s).

The comparison of the manual and automatic first-break times reveals a resounding success for the proposed CPM (Figure 4.2, Table 4.1). Indeed, the picking time errors do not exceed 3 ms for this example. This represents a reasonable accuracy given the low SNR of the input signal (1dB). Other trials were performed by varying the window length, as well as the values of  $n$  and  $p$ . Throughout these permutations the maximum picking error recorded remained inferior to 10 ms. The results show also that the equations for  $R_d$  and  $R_N$  can bring similar results and provide estimates that are close to the first-break picks generated from both functions. In these

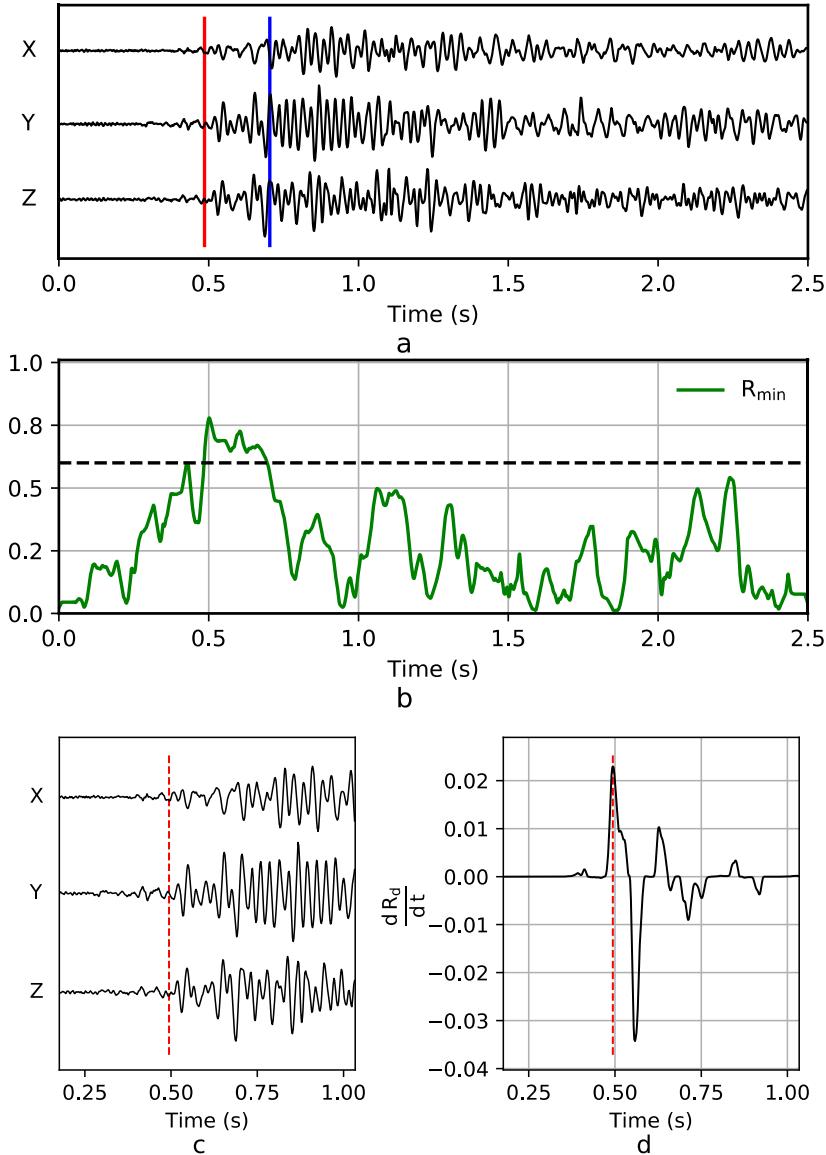
experiments, the determinant-based equation seems more appropriate since the curve extrema that are generated are easier to differentiate. This is to say that sharper derivative peaks were observed for  $R_d$  compared to  $R_N$ , as illustrated in Figure 4.2 and were easier events to identify.

**Table 4.1 : P and S arrival-times picking with error estimation.**

	Manual	$R_d$	$R_N$
<b>Event A <math>t_o</math> (s)</b>	0.235	0.236	0.234
<b>Event B <math>t_o</math> (s)</b>	0.348	0.351	0.350
<b>Event A <math>t_o</math> error (ms)</b>	----	1.0	-1.0
<b>Event B <math>t_o</math> error (ms)</b>	----	3.0	2.0

## 4.6 Real data example

The CPM workflow was also tested on real data. The example involves a 3C seismogram taken from a surface microseismic monitoring experiment (Figure 4.3). The task consists again in detecting potential events and picking their first-arrival times. The detection step was carried out by calculating the  $R_{min}$  function. With a threshold of 0.6, the CPM detected an array of linearly polarized waves located between  $t \approx 0.5$  s and  $t \approx 0.7$  s (Figure 4.3). This continuous wave train may be attributed to several interfering P and S arrivals issued from direct, refracted and reflected waves. Following the established guidelines, the first arrival picking is done by isolating the signal portion that contains the events. The CPM picker is then applied using a window length twice the dominant period and values of  $n=3$  and  $p=2$ . The estimated polarization level uses once again the determinant-based function. This leads us to determine that the onset of the seismic event occurs at 0.494 s (Figure 4.3). The smaller peaks that are recorded are attributed to secondary events.



**Figure 4.3 : Event detection and first-break picking for a real 3C seismogram.**

a- Input signal and event triggering; b- Rectilinearity function calculated via  $R_{\min}$ ; c- Estimated onset time; d- The rectilinearity derivative used to pick the event first-break time.

## 4.7 Conclusions

This work proposes an original workflow to detect and pick microseismic events. The method introduces three new rectilinearity equations derived from the correlation matrix. The results of numerical experiments suggest to use the  $R_{\min}$  function for event detection. This function is easy to threshold since it allows to project the 3D rectilinearity interpretation to a standard 2D frame of reference where the standard correlation coefficient analysis can be used. The workflow is able also to pick seismic onset by taking the local maximum of the rectilinearity derivative. The

determinant-based function  $R_d$  emerged as the most successful this task. Future works include the integration of the proposed method into more sophisticated workflows and the implementation of a dynamic rectilinearity threshold.

## References

- Akram, J., 2014, Downhole microseismic monitoring: processing, algorithms and error analysis: Doctoral thesis, University of Calgary.
- Akram, J., and D. W. Eaton, 2016, A review and appraisal of arrival-time picking methods for downhole microseismic data: *Geophysics*, **81**, no. 2, KS71-KS91, doi: 10.1190/geo2014-0500.1.
- Anant, K. S., and F. U. Dowla, 1997, Wavelet transform methods for phase identification in three-component seismograms: *Bulletin of the Seismological Society of America*, **87**, no. 6, 1598-1612.
- Barak, O., F. Herkenhoff, R. Dash, P. Jaiswal, J. Giles, S. de Ridder, R. Brune, and S. Ronen, 2014, Six-component seismic land data acquired with geophones and rotation sensors: Wave-mode selectivity by application of multicomponent polarization filtering: *The Leading Edge*, **33**, no. 11, 1224-1232, doi: 10.1190/tle3311224.1.
- Diehl, T., N. Deichmann, E. Kissling, and S. Husen, 2009, Automatic S-wave picker for local earthquake tomography: *Bulletin of the Seismological Society of America*, **99**, no. 3, 1906-1920, doi: 10.1785/0120080019.
- Farfour, M., and W. J. Yoon, 2016, A review on multicomponent seismology: A potential seismic application for reservoir characterization: *Journal of Advanced Research*, **7**, no. 3, 515-524, doi: 10.1016/j.jare.2015.11.004.
- Khalaf, A., 2016, Développement d'une nouvelle technique de pointé automatique pour les données de sismique réfraction: Doctoral thesis, Paris 6.
- Kim, T. H., J. Cho, and K. S. Lee, 2017, Evaluation of CO<sub>2</sub> injection in shale gas reservoirs with multi-component transport and geomechanical effects: *Applied Energy*, **190**, 1195-1206, doi: 10.1016/j.apenergy.2017.01.047.
- Li, X.-Y., and Y.-G. Zhang, 2011, Seismic reservoir characterization: how can multicomponent data help? *Journal of Geophysics and Engineering*, **8**, no. 2, 123-141, doi: 10.1088/1742-2132/8/2/001.
- Nasr, M., B. Giroux, and J. C. Dupuis, 2020, A novel time domain polarization filter based on a correlation matrix analysis: *Geophysics*, **86**, no. 2.

- Oye, V., and M. Roth, 2003, Automated seismic event location for hydrocarbon reservoirs: Computers & Geosciences, **29**, no. 7, 851-863, doi: 10.1016/S0098-3004(03)00088-8.
- Samson, J., and J. Olson, 1981, Data-adaptive polarization filters for multichannel geophysical data: Geophysics, **46**, no. 10, 1423-1431, doi: 10.1190/1.1441149
- Steinhoff, C., 2013, Multicomponent seismic monitoring of the effective stimulated volume associated with hydraulic fracture stimulations in a shale reservoir, Pouce Coupe field, Alberta, Canada: Master's thesis, Colorado School of Mines.
- Tan, Y., C. He, J. Yu, and G. Feng, 2014, A combined method for automatic microseismic event detection and arrival picking, SEG Technical Program Expanded Abstracts 2014: Society of Exploration Geophysicists, 2335-2340

## **5 ARTICLE 3: PYTHON PACKAGE FOR 3D JOINT HYPOCENTER-VELOCITY INVERSION ON TETRAHEDRAL MESHES**

---

Le contenu de ce chapitre fait l'objet d'un article scientifique intitulé : Python package for 3D joint hypocenter-velocity inversion on tetrahedral meshes : parallel implementation and practical considerations.

**Titre en français :** Un paquet Python pour l'inversion conjointe hypocentre-vitesse sur maillage tétraédrique : implémentation parallèle et considérations pratiques.

**Auteurs :** Maher Nasr<sup>1</sup>, Bernard Giroux<sup>1</sup> and J. Christian Dupuis<sup>2</sup>

1- Institut National de la Recherche Scientifique, Centre Eau Terre Environnement.

2- Université Laval, Département de Géologie et de Génie Géologie.

**Revue ciblée :** Computational Geosciences

**Soumis :** pas encore

**Contribution :**

- Maher Nasr : implémentation de code ; conception et réalisation des tests, rédaction de l'article.
- Bernard Giroux : implémentation de code, amélioration de contenu et rédaction de l'article.
- J. Christian Dupuis : amélioration de contenu et rédaction de l'article.

**Résumé :**

Cet article présente un paquet Python pour localiser des évènements sismiques sur des maillages tétraédriques. Le code principal est basé sur l'extension de la méthode de l'ICHV sur ce type maillage non structuré en modifiant le calcul de la matrice jacobienne de l'inversion et de la matrice de régularisation. De plus, l'implémentation de certaines parties de code a été révisée afin de permettre une exécution en parallèle. Cette approche intéresse essentiellement le tracé de rai et l'étape de localisation et parvient à sauver respectivement 80% et 90% de coûts de calcul. Les tests réalisés pour évaluer l'incertitude de localisation montrent une erreur entre 8% et 11% de la distance moyenne sources-récepteurs pour des données perturbées par un bruit gaussien de 5%. L'article présente enfin des nouvelles stratégies pour analyser efficacement les données de calibration. Cette analyse permet essentiellement de dégager des informations a

*a priori* concernant la structure de domaine et les paramètres de l'inversion à imposer pour le modèle de vitesse.

## 5.1 Abstract

We present a new Python package to locate microseismic events. The principal algorithm is a modified version of the joint hypocenter-velocity inversion technique that was adapted to operate on tetrahedral meshes. The adaptation of this method to unstructured meshes required modifications to the way the Jacobian matrix and the smoothness constraint matrices were computed. The package is documented, tested and offers many options for downloading data, seismic wave selection and inversion variables (slowness, velocity and/or Vp/Vs ratio). The algorithm was parallelized using task and process-based approaches. Parallelism occurs during the construction of the Jacobian matrix and during the hypocenter location stage. The performance of this package was benchmarked using synthetic data and different velocity models. Results demonstrate that the algorithms, as implemented in this package, are able to locate seismic hypocenters with an uncertainty that ranges between 8% and 11% of the average distance sources-receivers when data are contaminated with 5% noise and minimal constraints on velocity are used. Computational cost estimates show that the implementation of these algorithms can operate quickly thanks to the implemented parallelism. Depending on number of available cores, it can reduce the time required to compute the Jacobian matrix by 80 % and shaves 90% off the time required to locate the hypocenters. A pre-processing step is also proposed to take full advantages of calibration shots available. Doing so allows us to extract additional *a priori* information to further constrain the initial velocity and Vp/Vs ratio models and improves convergence towards more realistic solutions.

**Keywords:** joint hypocenter velocity inversion; hypocenter location; passive seismic; computational seismology; parallelism; tetrahedral meshes.

## 5.2 Introduction

The localization of hypocenters is a fundamental task in pure and applied seismology [15, 32]. Although the first robust algorithms that were developed for this purpose date back to the beginning of the last century, the first attempts to locate seismic events can be traced back in time much further [17]. Locating a hypocenter requires the estimation of the time and space coordinates of a given seismic event recorded at a single or multiple seismograph(s). This source positioning of the energy released by the seismic event is evidently intimately linked with tele-

seismicity and earthquake characterization. The ability to accurately locate hypocenters has also proven to be useful in the petroleum industry and for the geotechnical and mining engineers in order to detect and map mechanical stress evolution in the subsurface [43]. In principle, there is little difference between methods that are suitable for the earthquake location and the ones that are used to locate the hypocenter of smaller scale microseismic events. Looking at the panoply of strategies available for this ranging exercise, it soon becomes apparent that there is a great diversity of potential solutions. This diversity can be explained, in part, by the organic evolution of these techniques that evolved according to given local and specific circumstances or circumstances imposed by the quality and availability of data, the subsurface velocity uncertainty and complexity and the computing infrastructure of the time. Most strategies developed for locating hypocenters and still in use today can be classified in three broad categories, namely: (1) relative location, (2) absolute location and (3) migration-based methods [43, 27].

Relative location methods use the difference between seismic arrival times recorded at a given receiver location. For a close pair of events, these methods assume that the seismic waves will roughly travel through the same ray paths. This assumption allows us to neglect velocity and the geological structure uncertainties when working with relative data [23, 45]. This makes most of the advantages of these methods since no robust velocity models nor extensive computational and memory resources are required. They do require, however, upstream processing in order to classify and cluster events to locate into homogeneous groups which may be sometimes slow to achieve and could add some subjectivity into the location process [3, 56]. The most notable examples amongst this category are arguably the master event technique (MET) and the double difference (DD) method. The general construct of MET is to relocate clustered events relative to a reference that is called the master event [9, 30]. This master event is chosen subjectively among events that exhibit the highest energy and signal-to-noise ratio [40]. Introduced by Waldhauser [59], the DD method aims to minimize the residuals between arrival time differences for each pair of events recorded at the same receiver. The assumption that seismic waves from proximal events will travel along similar ray paths allows us to attribute traveltime difference to the spatial offset between corresponding hypocenters. The method also imposes a weighting scheme and constraints on cluster centroid to further stabilize the solution [30, 59].

Migration methods, also known as stack-based techniques, operate on a plurality of single events and do not require first-break picking or seismic wave identification [43]. This category makes it possible to locate events with small amplitudes that are difficult to locate with other methods, which makes them suitable for use in noisy environments [27]. Their downside that precludes

their ubiquitous use is that they tend to be memory and processing time intensive. They also require dense data and extensive array of receivers and their performance degrades rapidly if the used velocity model is erroneous [20, 25, 32]. The most notable subsets of this category are the methods that use standard seismic migration, while others use semblance to achieve their goal. For the methods that use standard seismic migration, the Kirchhoff reverse time migration and more recently the time reverse acoustics migration are usually used to backpropagate the recorded wavefield [5, 38]. This permits to focus the seismic energy in the initial hypocenter location [25]. Event origin time corresponds to the time step when the maximum energy focusing is achieved [15]. The methods that rely on semblance, a systematic spatiotemporal search, rely on the coherence of the seismic events across multiple receivers to infer the location and the time of the seismic event. [32, 55]. This is done by visiting all potential source locations using a source scanning algorithm and evaluate the semblance functions via the summation of amplitudes, signal envelopes or cross-correlation for each space and time steps, after accounting for traveltimes from the test source location and the receivers [55]. The maximum of these functions corresponds to a coherent summation and thereof can be identified as the potential hypocenter position.

The methods that fall into the absolute location category use deterministic or stochastic inversion of the seismic arrival times of a single or multiple seismic wave(s). The most notable examples for this category are the joint hypocenter velocity inversion (JHVI) and other modified versions of the DD method that include relative arrival times and absolute data in order to infer the velocity model. Absolute methods aim to minimize the residuals between observed and calculated arrival times of P or/and S waves. Over time, different algorithms were proposed to solve this optimization problem. They include Newton, Gauss-Newton and the simplex methods as well as the sampling strategies, such as genetic algorithm [16, 20]. Given that most absolute methods share many conceptual similarities, we chose to focus on the JHVI method. Aki and Lee [1], Crosson [11], Ellsworth [13] pioneered the use of the JHVI to map the crustal and the upper mantle structures. They did so by locating several earthquakes sets and estimating P wave velocity structures in different regions across the globe. Thurber [54] had similar objectives when he included S wave data in the inversion process. The author introduced the variable separation technique to solve the inversion problem and adopted a first order Tikhonov regularization to stabilize the solution. The first JHVI applications in the microseismic industry was proposed by Block [7] who used the method to locate seismic events and map the P and S velocity models in two geothermal reservoirs. In her work, the author introduced three additional concepts in the JHVI algorithm: 1- A static correction was considered at each station to model random noise, theoretical approximations and other measurement errors. 2-The second improvement was to

invert for some cases the P wave velocity and the Vs/Vp ratio instead of S wave model in order to constrain the Poisson's ratio model. 3- A second-order Tikhonov regularization as well as other constraints and penalties were implemented to get acceptable velocity models. Similar versions of the JHVI have since been proposed for use in pure seismology and microseismic applications. This is the case of Rutledge et al. [47] who relied on the JHVI to refine the location of seismic events induced by oil production and succeeded to infer certain geometric and structural features for the reservoir under-study. Phillips et al. [44] also used the JHVI to map fractures created during the hydraulic stimulation at two hydrocarbon production fields. Haggag et al. [26] and Zhou et al. [64] applied the JIVH to geotechnical engineering problems by adapting it to monitor the induced seismicity caused by supplement shear stresses and high pore pressures nearby water reservoirs [50]. Giroux [21] attempted to use the method to detect concrete dam cracking. In this work, the author demonstrated the advantages afforded by inverting velocity and hypocenter update steps in each iteration and further proposed to locate hypocenters using two sequential stages. For mining applications, King [33] developed a stochastic version of the JHVI to monitor induced seismicity in coal mines. A Bayesian approach was adapted to locate microseismic events and infer in parallel a velocity model.

One of the important advantages of the JHVI over other methods is that it is more tolerant to noisy data and it remains comparatively frugal in terms of memory and computational requirements [27]. Furthermore, the JHVI has three other attractive attributes that warrant further discussion. First, it strikes a reasonable balance between the relative methods that neglect the velocity model and the stack-based methods that requires very accurate velocity models. This is done by considering the spatial velocity variations that are inferred from the raw or/and calibration data [7, 54]. The second important attribute is that the P and S velocity models returned by the JHVI are often strongly correlated to mechanical rock features like effective pressure, porosity, water saturation and other elastic proprieties [2, 12, 61]. These rock parameters are usually sought after by mining and reservoir engineers to understand subsurface stress variations and distributions over time [28, 33, 39]. Finally, The JHVI offers the possibility of an iterative improvement of the velocity model by incorporating additional data. This dynamic estimation of the velocity model through time allows to better approximate the true velocity model that always remains undetermined.

Recent JHVI implementations have required the definition of features with irregular shapes. Especially true for geotechnical and mining applications, these can include steep topography, concavity contacts and subsurface media with underground cavities. Unstructured meshes are

best suited to represent these domains at reasonable resolution. This alternative meshing solution makes it possible to reduce the size of the space parameters in the inversion problems. This reduction ultimately translates to a reduction in the computing resources required [37]. Others have already proposed implementations of the JHVI on unstructured meshes [62]. However, many of the proposed implementations were never made available to public users. For the few exceptions that seemed accessible to researchers, their codes were written in disused programming languages that are no longer supported on modern computing infrastructure. Furthermore, these old codes do not take advantage of the new theory and topology afforded by innovations in raytracing, inversion regularizations and the enormous progress in computer architecture and the advent of multicore processors.

It is with a view towards the future and the objective to incorporate the latest advances in this field that we developed a new script that extends the JHVI to tetrahedral meshes. The package is called the JHVIT and hosted on GitHub (<https://github.com/groupeLIAMG/JHVIT>). The principal algorithm of JHVIT is written in Python to ensure maximum diffusion. The codebase also incorporates Cython interfaced C++ code to speed up the raytracing step. This choice also made it possible to easily parallelize parts of the processes in order to decrease the time required for computation. We also took this opportunity to revisit the theory that supports the JHVI and offer some enhancements to the implementation of the Tikhonov regularization, the constraining of Vp/Vs models and the interpretation of calibration data. JHVIT was tested with synthetic examples showing steep topography domains and an assortment of velocity models with varying levels of complexity. The accuracy of hypocenter location was determined by comparing the hypocenters computed through JHVIT and their true location from the model used to generate the synthetic dataset.

### 5.3 Theory of the JHVI

This section presents a brief overview of the theory that supports our JHVI developments. We limit the discussion to the elements that are important to understand the rest of the material that is presented in this work. For more specific details, we recommend that the reader consult the publications of the following authors who have already eloquently described these particularities in their work [21, 34, 54]. These theoretical aspects are discussed through a style that is adapted from Thurber [54] that was itself improved by Block [7]. It should be noted that in the reference works, the inverse problem was cast considering seismic velocity. In this work we chose to present the theory, as the original JHVI work was, in terms of slowness. This choice was motivated by the

greater ease of computing traveltime partial derivatives when slowness is used instead of velocities [34].

Thurber [54] was the first to propose the JHVI method. In his seminal work, he highlighted the improved efficiency of using joint-inversion instead of separate estimation of the velocity and hypocenter parameters. He introduced the JHVI as a deterministic inversion based on the minimization of an objective function defined as:

$$\min_{\mathbf{h}, \mathbf{m}} \varphi(\mathbf{h}, \mathbf{m}) = \varphi_d(\mathbf{h}, \mathbf{m}) + \sum_k^{nc} \lambda_k \varphi_k^c(\mathbf{m}, \mathbf{sc}), \quad (5.1)$$

where  $\varphi_d$  is the data misfit term, a function of hypocenter parameters  $\mathbf{h} = (x_0, y_0, z_0, t_0)^t$ , slowness model and static corrections all stored in variable  $\mathbf{m} = (sP_1, sP_2, \dots, sP_j, \dots, sP_{nn}, sS_1, sS_2, \dots, sS_j, \dots, sS_{nn}, scP_1, scP_2, \dots, scP_i, \dots, scP_{nsta}, scS_1, scS_2, \dots, scS_i, \dots, scS_{nsta})^t$ . In this formulation, slowness is defined at the vertices of the tetrahedra making the mesh.  $sP_j$  and  $sS_j$  represent respectively the slowness values of P and S waves at the  $j^{\text{th}}$  node.  $scP_i$  and  $scS_i$  are the P and S static corrections of  $i^{\text{th}}$  station, included to express different errors and approximations such as picking uncertainty of arrival times, calibration data noises and theoretical simplifications [46]. Finally, indices  $nn$  and  $nsta$  are respectively the total number of domain nodes and stations, and  $t$  is the transpose operator. The last terms  $\varphi_k^c$  refer to an ensemble of  $nc$  constraints added to express *a-priori* information for the P and S slowness models and the static correction values. Each constraint is weighted by the corresponding Lagrangian multiplier noted  $\lambda_k$  [8]. The data misfit function  $\varphi_d$  can be written for arrival times belonging to the same seismic events recorded at the  $nsta$  stations as follows:

$$\varphi_d(\mathbf{h}, \mathbf{m}) = \frac{1}{2} \mathbf{r}^t \mathbf{r} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{t}^{\text{obs}} - \mathbf{F}(\mathbf{h}, \mathbf{m}, \mathbf{x}_{\text{st}}) \right)^t \left( \mathbf{t}^{\text{obs}} - \mathbf{F}(\mathbf{h}, \mathbf{m}, \mathbf{x}_{\text{st}}) \right), \quad (5.2)$$

where  $\mathbf{r}$  and  $\mathbf{t}^{\text{obs}}$  are two vectors that hold respectively the traveltime residuals and the observed arrival times.  $\mathbf{F}(\mathbf{m}, \mathbf{h}, \mathbf{x}_{\text{st}})$  is the forward modeling function that allows us to calculate arrival times between a seismic source (S) described by  $\mathbf{h}$  and the station R defined by its spatial coordinates that are found in the vector  $\mathbf{x}_{\text{st}}$ :

$$\mathbf{F}(\mathbf{h}, \mathbf{m}, \mathbf{x}_{\text{st}}) = t_0 + \int_L sl dl + sc_i, \quad (5.3)$$

where  $L$  is the seismic ray path joining the seismic source S to the station R and  $sc_i$  is the station correction value at R.  $t_0$  is the event origin time. Equation 5.2 defines a nonlinear optimization problem that requires a local linearization of the objective function and an iterative method to be solved. Most previous works relied on the Gauss-Newton algorithm to solve such problem [8]. The normal equation associated with the optimization problem of Equation 5.2 can be written as follows [24]:

$$\left[ -\frac{\partial F}{\partial h} \quad -\frac{\partial F}{\partial m} \right] \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta m \end{bmatrix} = -r. \quad (5.4a)$$

The first left term is the Jacobian matrix associated to the function  $F(m, h, x_{st})$ . The second term on the left holds the model parameter perturbations at each iteration. Equation 5.4a can be rearranged so that:

$$H \Delta h + M \Delta m = r, \quad (5.4b)$$

where  $H$  and  $M$  are respectively the sensitivity matrix of the calculated arrival times with respect to the hypocenter parameters for the first matrix, and with respect to the node slowness and static correction values. Elements of the two matrices are calculated based on the ray paths. Block [7] provides further insights into the calculation of these matrices in the case of 3D regular grids (Appendix A5). To solve Equation 5.4b, Thurber [54] implemented the method of parameter separation which consists in finding a matrix  $T$  such that its product with  $H$  results in a null matrix. Two methods were introduced to compute this matrix. The first technique was suggested by Pavlis and Booker [42] where the matrix  $T$  was identified as the last ( $nst-4$ ) columns of the matrix  $Q$  obtained by a QR factorization of  $H$ . The second method was proposed by Spencer and Gubbins [51]. In this second solution, matrix  $T$  is deduced by writing the normal equations of the least-squares solution of Equation 5.4b ( $T = M^T - M^T H (H^T H)^{-1} H^T$ ). The method proposed by Pavlis and Booker [42] is the one that is more commonly used because it is less time intensive [7, 21, 54]. This is also the method that was retained in this work for the development of the JHVIT algorithm.

By multiplying both terms of Equation 5.4b with matrix  $T$  it is possible to drop the term that contains the hypocenter parameters:

$$T M \Delta m + T H \Delta h = T r, \quad (5.5a)$$

$$M' \Delta m = r'. \quad (5.5b)$$

Equation 5.5b is written for each seismic event. A system of equations including all matrices  $M'$  is obtained by assembling the left terms of Equation 5.5b for all events. The resulting system of these equations is often mixed-determined and needs additional *a-priori* information to converge to a meaningful solution. Block [6], for example, used four types of constraints to obtain P and S velocity models that agreed with the known geological context. These constraints and *a priori* information took the form of: 1- a 2<sup>nd</sup> order Tikhonov regularization, 2- a penalty constraint to keep P and S velocity values as well as the Vp/Vs ratio within a predefined interval, 3- known velocity values inferred from other active seismic methods, 4- static correction constraints to minimize the fluctuation of their values.

Solving the described system of equations allows to get to P and S slowness models and the static correction perturbations ( $\Delta m$ ). This iterative update mechanism guarantees to progressively

minimize the data misfit [7]. With  $\mathbf{r}_2$  the new residual vector after velocity model update such as  $\|\mathbf{r}_2\| < \|\mathbf{r}\|$ , the hypocenter parameter perturbations are calculated by solving:

$$\mathbf{H} \Delta \mathbf{h} = \mathbf{r}_2. \quad (5.6)$$

This process is repeated until hypocenter and slowness improvements become negligible. The described process is nonlinear. This implies that small perturbation steps must be respected to achieve convergence. More details about the implementation of the algorithm are discussed in the works of Block [7], Giroux [21].

## 5.4 Extension the JHVI on tetrahedral meshes

Two aspects must be reviewed to allow the JHVI to be used on tetrahedral meshes. The first task is to calculate the partial derivative of the arrival-times with respect to slowness at the mesh vertices. The second is to find a suitable regularization matrix that is adapted to tetrahedral meshes. These modifications involve mainly the construction of the Jacobian matrix and the implementation of the Tikhonov regularization.

### 5.4.1 traveltimes partial derivatives

In order to calculate the partial derivative of traveltimes with respect to slowness values, we follow the same reasoning that was proposed by Block et al. [8]. The approach was slightly modified given that we are dealing with slowness instead of velocities. First, the traveltimes ( $t$ ) is expressed using seismic parameters along the corresponding ray path joining source and receiver. Assuming that the ray can be approximated by  $n$  segments of length  $\Delta s_{g_l}$ , it is possible to write  $t$  as:

$$t = t_0 + \sum_{l=1}^n \Delta s_{g_l} s_l(x_l, y_l, z_l), \quad (5.7)$$

where  $x_l$ ,  $y_l$ ,  $z_l$  and  $s_l$  are the coordinates and the slowness value at the center of the  $l^{\text{th}}$  segment (Figure 5.1). In Equation 5.7, the slowness is defined as a piecewise linear function along the seismic ray so that its average value along the segment  $\Delta s_{g_l}$  is simply the slowness at the center of the segment ( $l$ ). Since the slowness model is defined at mesh nodes, an interpolation method may be used to get its value at point  $l$ :

$$s_l(x_l, y_l, z_l) = \sum f_{lj} s_l, \quad (5.8)$$

where  $s_l$  is the slowness value at the  $j^{\text{th}}$  node and  $f_{lj}$  is the contribution weight of the  $j^{\text{th}}$  node in the interpolated slowness value at center of the segment  $l$ . Combining Equations 5.7 and 5.8 leads to:

$$t = t_0 + \sum_{j=1}^N s l_j \left( \sum_{l=1}^{n_j} f_{lj} \Delta s g_{lj} \right), \quad (5.9a)$$

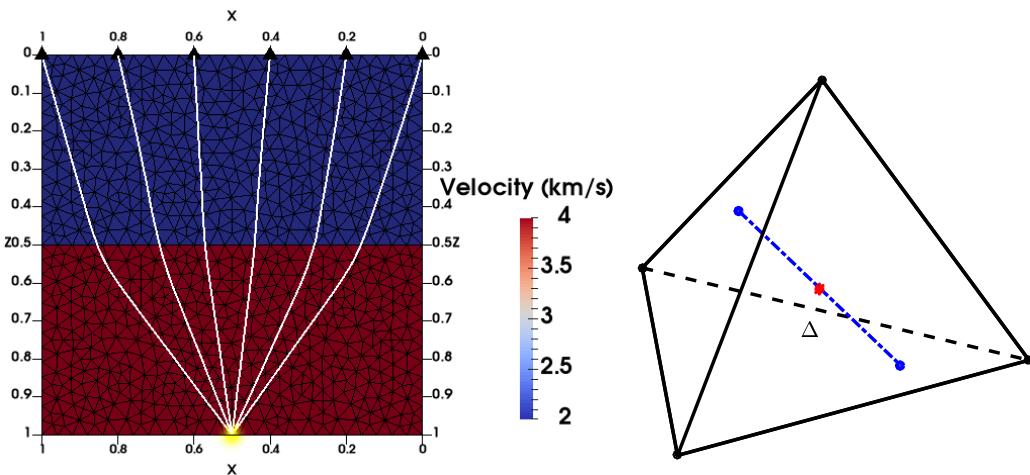
$$\frac{\partial t}{\partial s l_j} = \sum_{l=1}^{n_j} f_{lj} \Delta s g_{lj}. \quad (5.9b)$$

where  $N$  is the total number of nodes surrounding the ray path,  $\Delta s g_{lj}$  and  $n_j$  are respectively an element and the number of ray path segments passing inside cells connected to the vertex  $j$ . According to Equation 5.9b, the derivative of  $t$  with respect to the slowness value of node  $j$  is nonzero only if the ray passes inside the cell holding node  $j$  [8]. Furthermore, this derivative does not depend directly on the slowness value at the segments center as is the case of the travelttime derivative with respect to velocity [8]. It is only a function of the interpolation method and the orientation of ray segments inside the cell (Figure 5.1). For slowness interpolation, 3D linear interpolation, the inverse distance method, the Lagrange polynomial and the spline function are most commonly used [62]. We chose in this project the inverse distance as the default method since it is efficient for small distance interpolation and fast to compute.

Note that the sensitivity matrix of traveltimes with respect to slowness node values ( $\mathbf{M}$ ) is time consuming to compute. This is why this matrix is built in the C++ function used at the raytracing step and returned to the principal algorithm as a Python object. Recall that the partial derivatives with respect to hypocenter parameters do not depend on the discretization used and their expressions are still invariant for tetrahedral meshes. For instance, derivatives with respect to hypocenter coordinates ( $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$ ) are given according to Thurber [54] by:

$$\frac{\partial t}{\partial x_i} = -s l(x_1, x_2, x_3) \frac{d x_i}{d s}, i = 1, 2, 3, \quad (5.10)$$

where  $s l(x_1, x_2, x_3)$  is the hypocenter slowness and  $d x_i / d s$  is the direction cosine of the seismic ray.



**Figure 5.1 : Left:** seismic rays between source (yellow dot) and receivers (black triangles). **Right:** zoom inside a tetrahedral cell showing single segment constituting the ray.

Seismic ray paths are assumed to be straight inside cells.

### 5.4.2 The regularization matrices

To get acceptable velocity or slowness models, most previous work relied on second order Tikhonov regularization [7, 21]. The constraint is applied by minimizing the model roughness in order to achieve a smooth aspect [37]. With regular grids, the regularization matrix is often built using strategies based on finite difference operators [4]. Block et al. [8], Giroux [21] both adopted a second order central scheme in their respective implementation. Unfortunately, using the same methods to prepare the regularization matrix in tetrahedral meshes is not straightforward. The implementation of smoothness constraints for inversion problems defined on tetrahedral meshes is still an active research field and is far from trivial. One of the earlier solutions proposed by Zhang and Thurber [62] is to construct an intermediate computational regular grid for the regularization matrix and project this matrix to the matrix elements of the unstructured mesh. Stenerud et al. [52] proposed a geostatistical approach to create a smooth operator using the covariance function. Lelièvre and Farquharson [37] relied on a local linear interpolation at cell centroids to obtain the coefficient of the regularization matrix via a least-squares solution. Generally, all these approaches can be a possible option to regularize inversion problems in unstructured meshes. The major difference lies in the calculation costs of each method. In this sense, the last approach seems the most optimized.

#### **Theory**

By definition, spatial regularization implies the minimization of the first or the second derivative of the variables concerned. Matrices used to calculate these derivatives were adopted from the gradient calculation methods proposed by Correa et al. [10]. The details required to build such matrices are presented in Appendix B5. Regularization techniques are useful to ensure smooth solution models and to prevent convergence problems that arise from underdetermined systems. Hence, a set of tests using synthetic examples was prepared to compare the accuracy of the different methods available. A closer scrutiny of the derivative matrices via these tests is warranted because they are also used, in the case of the JHVI, to estimate the velocity or the slowness gradient at each iteration. This requires sufficient accuracy because an inaccurate derivative matrix can cause artifacts in the final model, particularly at the domain edges.

In their work, Correa et al. [10], Lelièvre and Farquharson [37] proposed a least-squares approach that was restricted to calculate gradient fields. The system of equation to be solved was hence prepared using a Taylor series expansion. We adapted this method to the Laplacian operator in order to build the second derivative matrix. We note  $\mathbf{K}$  and  $\mathbf{K}_2$  respectively the regularization matrix

based on the first and the second derivative. According to Correa et al. [10], three methods may be used to estimate the gradient (or Laplacian) at a given node  $i$  (Appendix B5, Figure 5.2):

- The Average-based method (ABM): the gradient is approximated as the average of the gradient vectors calculated at the neighboring cells of node  $i$ .
- The 3D Regression-based method (RBM\_3D): A linearization via Taylor series is made at the vicinity of node  $i$ . The least squares system includes, besides the value of node  $i$ , the cloud of nodes surrounding the point.
- The 4D Regression-based method (RBM\_4D): it involves the same system as the RBM\_3D but without including node  $i$ . A filtered value at this node is re-estimated via the least-squares solution [10] (Appendix B5).

For the RBM\_3D and the RBM\_4D schemes, the Taylor series can be expanded up to different orders before choosing to neglect higher order terms. We implemented three different expansions in JHVIT. Each method can operate using the first or the second order Taylor series except for the ABM which, by definition, may only use the first order expansion term. For the second derivative matrix  $\mathbf{K}_2$ , using the first order Taylor series expansion implies a two-step approach in which (1) the first derivative matrix  $\mathbf{K}$  is computed and (2)  $\mathbf{K}_2$  is evaluated by taking the square of  $\mathbf{K}$  ( $\mathbf{K}_2 = \mathbf{K} \cdot \mathbf{K}$ ). We also introduce the expansion  $\frac{1}{2}$  which refers to a matrix  $\mathbf{K}_2$  calculated as the square of matrix  $\mathbf{K}$  built via a second order Taylor series (Appendix B5).

### **Performance tests**

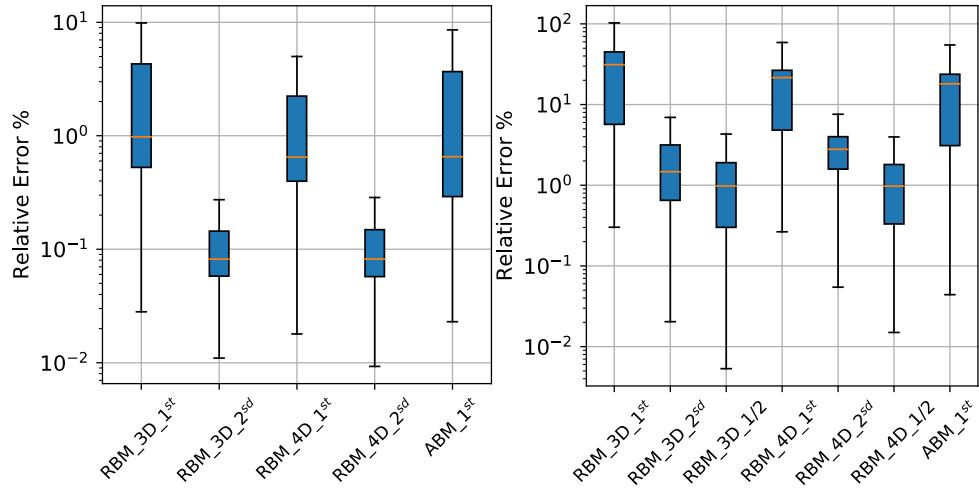
To compare the accuracy of these methods, a test involving a synthetic example was prepared. The domain was cubic in shape with an edge length of 1 km. The mesh generated contained approximately 20,000 tetrahedral cells sharing 4500 nodes. The slowness field was chosen to allow computing the spatial derivatives analytically and performing error analysis. A synthetic slowness model, defined at the vertices of tetrahedra composing the mesh, was built for this purpose. At each point, the three components of the slowness vector were calculated as linear functions of spatial coordinates:

$$sl = \sqrt{sl_x^2 + sl_y^2 + sl_z^2} = \sqrt{(a_x x + b_x)^2 + (a_y y + b_y)^2 + (a_z z + b_z)^2}, \quad (5.11)$$

Where  $a_x, b_x, a_y, b_y, a_z, b_z$  are four independent constants. To have similar computational uncertainty in all directions, we take  $a_x = a_y = a_z = 0.15$  and  $b_x = b_y = b_z = 0.1$ .

From Equation 5.11, the analytical spatial derivatives of  $sl$  with respect to  $x, y$  and  $z$  were calculated and compared to the numeric derivatives calculated via the regularization matrices.

The comparison of accuracy between the different methods was done using the relative error (Figure 5.2).



**Figure 5.2 : Relatives errors of the first (left) and the second (right) spatial derivatives calculated using diverse combinations of 3 methods (RBM\_3D, RBM\_4D, ABM) and 3 Taylor series expansions.**

Each combination is identified by a notation which starts by the method name following by the expansion used (1st, 1/2, 2nd).

For the first derivative (matrix  $\mathbf{K}$ ), similar errors are obtained for all methods when the same expansion is used (Figure 5.2). The first order approximation errors show that some preferences can be attributed to the RBM\_4D. The method ensures an average error of 1.6% compared to 2.2% for the RBM\_3D and 1.75% for the ABM. On the other hand, the second Taylor series can improve the accuracy by one order of magnitude: both the RBM\_4D and the RBM\_3D generate an average error in the order of 0.1% (Figure 5.2). Shifting to the second derivative (matrix  $\mathbf{K}_2$ ), one can note the high error recorded when the first order expansion is used. An average error of 16% for the ABM, 18% for the RBM\_4D and 30% for the RBM\_3D are respectively obtained (Figure 5.2). This low accuracy is expected since the first order Taylor series do not contain second derivative terms. Obviously, a second order expansion is required to evaluate the second derivative terms. Figure 5.2 also reveals that the expansion  $\frac{1}{2}$  is more accurate than the second order expansion: relying on the second order Taylor series to infer the first derivatives and use them to calculate the second derivative seems to be more accurate than estimating directly the second derivative terms of the Taylor series. The computational costs of these methods are all similar and reveal reasonable execution times.

To sum up, the results show that: 1- the expansion order has more influence on the accuracy of the computed derivatives than the method used. 2- The results from RBM\_3D and RBM\_4D are generally similar. Using either method is therefore possible. 3- the expansion  $\frac{1}{2}$  appears more

accurate than the second order at least for the present example. More experiments are required to generalize this result.

## 5.5 The JHVIT algorithm

We present in this section an overview of the proposed (JHVIT) package. Details of the script organization, the functions available and their inputs and outputs are first discussed. Subsequently, performances of the parallel implementation of JHVIT are analyzed for a number of different use cases.

### 5.5.1 Implementation overview

As introduced in previous sections, JHVIT is a Python package that was implemented for microseismic event location on tetrahedral meshes. The script is fundamentally written using the procedural paradigm. Early in the design, performance bottlenecks were identified in a number of subroutines such as scripts used to perform raytracing or to create the Jacobian and the regularization matrices. These codes were implemented, for the most part, in C++ and are accessed by the main program via Cython. The script main functions are documented, tested and carefully implemented to handle most potential exceptions. With the proposed JHVIT implementation, users can call and run, within the main scope, eight possible functions:

- “jointHypoVel\_T” and “jntHypoSlow\_T” are used for P wave arrival time inversions. The first method is able to read automatically input data from external files. The second requires data being downloaded or/and created and stored in relevant Python variables. Details on how these input data files are prepared are illustrated by examples available in the GitHub repository ('CalibData\_P.dat', 'Model.msh', 'localisation\_P.par', 'Traveltimes\_P.dat'...).
- “jointHypoVelPS\_T” and “jntHypoSlowPS\_T” are used to perform a joint inversion of P and S wave data. Like in the case of a single wave inversion, each function is running with a specific type of arguments (files or python objects).
- Four similar functions are available for users who prefer parameterizing their inversion problems using velocity models.

Note that all these functions use inversion parameters set upon mesh nodes. This allows the reduction of the size of the parameter space when compared to the same problem that involves domain cells. This is possible because a tetrahedral mesh often has many more cells than vertices.

In order to properly run the JHVIT functions, users must ensure the availability and the relevant forms of the following inputs:

- Input mesh: a tetrahedral discretization of the study domain is required. The input mesh may be described through a set of cells and nodes that form the domain. Nodes, for example, have to be indexed and defined by their Cartesian coordinates. Mesh cells must also be indexed and identified using connected node indices (4 for each cell). Many open-source mesh generators are available to provide a quality discretization of a given domain. Standalone application like Gmsh [19] and Tetgen [49] can be adopted for this purpose. It is also possible to generate meshes through Python libraries (e.g. pygmsh [48], Meshpy [35] and PyMesh [65]). Currently, we recommend that Gmsh be used since JHVIT has an option to read the mesh information directly in Gmsh format (mesh.py). Note that during the raytracing step, absolute node coordinates are converted to relative coordinates to limit rounding errors.
- Data: the first input data required for JHVIT correspond to arrival times of P or/and S waves. First guesses of the hypocenter coordinates, the event origin times and an initial velocity model are all essential. The simplest initial model that can be proposed is a constant velocity model. The data must imperatively follow a strict order to be correctly read. They should be sorted according to event identifiers and following by receiver indices. Furthermore, users are given the possibility to enter data as input arguments. The data supplied to the JHVIT functions have to respect the format described in the documentation string.
- Calibration Data and known velocity values: For a stable inversion, using calibration data is recommended to constrain slowness models [7, 21]. The calibration data are seismic events with known parameters in time and space (calibration shots). JHVIT can also take into consideration additional *a priori* information such as known velocity values deduced from active seismic methods, well logs and laboratory measurements on rock samples [6]. All this data must also respect a specific format and a strict internal organization (see ‘WellData\_P.dat’, ‘CalibData\_P.dat’).
- Station configuration: The station coordinates where the seismic data were recorded are mandatory. A unique identifier must be assigned to each receiver.
- Inversion parameters: These include values of Lagrangian multipliers for the given constraints, the number of iterations, the spatial convergence criterion, the maximum perturbation steps for slowness models and hypocenter parameters along with the confidence level for the result uncertainty calculation. These parameters are gathered in an instance of the class ‘Parameters’. Functions that contain a data reader (from files) can generate automatically an object of the class ‘Parameters’. Otherwise, users must manually prepare an

instance of this class. If the verbose option is turned on, JHVIT starts by displaying all the setting parameters on the console once the program is launched. Readers can refer to Block [7], Giroux [21], Thurber [54] for an adequate choice of most of these parameters.

According to the options chosen, JHVIT outputs are returned in a Python dictionary. The list of these outputs includes:

- Hypocenter parameters: an estimation of hypocenter coordinates and origin times for each seismic event. Units are consistent with input data.
- Event convergence: the state of convergence is also returned for each event. Three possible states are expected: 1- True if the convergence criterion was fulfilled. 2- False if the number of iterations was reached without ensuring the convergence. 3- A state ‘out’ is added to point out events that could not be located inside the study domain.
- Residual norm evolution: At each iteration, the  $\ell^2$ -norm of the data misfit function is stored and returned at the end.
- Static correction values: if the option “static correction” is activated, the final static correction values of P and S waves are provided for each station.
- Velocity model(s): The velocity models obtained are returned for the entire domain nodes. The velocities are always provided even if slowness is used during the inversion process. This alternative is preferred since most users are more familiar with velocity whereas slowness seems to be more technical. The velocity model is provided in the VTK format which makes possible the visualization of its spatial distribution with tools such as Paraview.
- Result uncertainty: expected uncertainties of each hypocenter parameter are calculated. These uncertainties are expressed by an interval of confidence for the origin time and by an ellipsoid of uncertainty for the spatial coordinates. The ellipsoid is described for each hypocenter by its three axes written in a vector notation. Uncertainties are calculated following the approach described by Block [7]: The covariance matrix for the computed parameters are approximated by the matrix  $\mathbf{H}$  and posterior estimation of the unknown variance of data. Like all nonlinear least-squares estimators, the uncertainty evaluation represents a tricky task for JHVIT. First, only a minimum estimation of data variance can be inferred since the number of independent variables in the JHVI problem is difficult to know [7]. Secondly, the Jacobian used to calculate the covariances of parameters is a linear approximation of the modeling function  $F(\mathbf{m}, \mathbf{h}, \mathbf{x}_{st})$ . An ill-conditioned Jacobian matrix can lead to wrong estimates of this uncertainty.

### 5.5.2 Parallel implementation performance

Using JHVIT requires a significant computational cost, due among other things to the iterative solution imposed by the nonlinearity of the problem. To reduce the amount of time required to execute the code, a parallel approach was implemented. These efforts sought to parallelize tasks that were identified as performance bottlenecks, which are namely the hypocenter location and the construction of the Jacobian matrix. The parallel implementation of the **M** matrix is achieved using a modified version of the ray tracing code that was proposed by Nasr et al. [41]. The matrix **H** and the other instructions for hypocenter location are parallelized using the module Multiprocessing of Python.

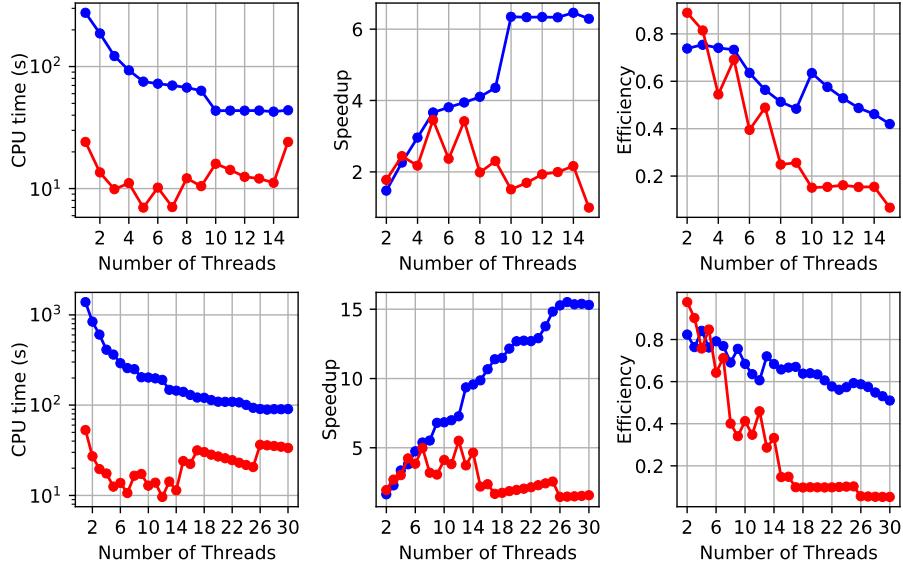
Ray tracing parallelism is achieved through a task-based approach that is implemented via the standard library ‘Thread’ found in C++. First, a list of thread objects is created. The seismic sources are equally divided into small groups amongst the available threads. Data needed to perform ray tracing are then shared between all threads. Processes have thereby full access to node and cell parameters, velocity model, receivers, and source origin times. Each thread runs the raytracing code in a *sequential* pattern and returns elements of Matrix **M** for a single group of seismic sources.

Hypocenter location parallelism is achieved through a process-based approach by creating an instance of the Python class Pool. This refers to what often called a worker-crew model. The Pool instance has a set of processes, called workers, equal to the number of machine cores. The master worker then sends tasks to all other workers (called slaves). Each single task is an association of a portion of instructions (written in Python functions called ‘\_hypo\_relocation’ or ‘\_hypo\_relocationPS’) and a copy of corresponding data (arrival times, slowness model, initial hypocenter coordinate guesses, static correction values). Each slave runs the localization steps for one hypocenter and returns the results to the master process which provides the slave with a new hypocenter to locate. This process is repeated until all hypocenters have been located.

To evaluate the performance of this parallel implementation, validation tests were devised in order to estimate the computational costs of these parallelized tasks. The construction of the **M** matrix and the location of hypocenters were performed for two sets of events both constrained by 15 calibration shots. The two sets contain respectively 10 (set1) and 50 (set2) events. The evolution of execution time as function of the number of threads used was measured (Figure 5.2). The runtime-cost is estimated as being the average over several trials equal to 5 times the thread count. Two metrics, namely the speedup and the efficiency as defined below, are considered to compare the computational gains between the serial and the parallel implementations [22]. The

first metric is defined as the ratio between the execution times for the sequential and the parallel implementations given  $n$  threads. The efficiency is described as the ratio of the speedup over the number of threads used. These two metrics are evaluated for thread counts going from 2 to a maximum of 30 (Figure 5.3). The results shown in this work were obtained on a machine with four CPUs (3.3 GHz 8-Core Intel Xeon E5-4627 v2) under CentOS Linux 7 with 256 Go MHz DDR3 RAM. In this workstation, each physical core can run only one thread which implies that the number of active threads and cores are always equal. The C++ script adopted to build the **M** Matrix was compiled using the g++ compiler version 4.8.5 with ‘O3’ optimizations turned on. The domain used in these tests was discretized with 16 thousand tetrahedral cells sharing 4350 nodes. The raytracing step was performed using the dynamic shortest-path (DSPM) [41]. A DSPM\_2\_1 scheme was used such that two secondary nodes were added at each cell edge within the domain. The mesh is further refined at the vicinity of seismic sources using tertiary nodes [41]. The refinement is made within a radius equal to 3 times the average cell edge.

Results of these tests show that the proposed parallel implementation decreases the computational time at different rates for the parallelized tasks (Figure 5.3). The speedup and the efficiency of hypocenter location are often better than those recorded for the raytracing step especially when many threads are used. This observation may be explained in part by the difference of parallelizability, memory access patterns and granularity (ratio of computation to communication times) between the two algorithms. For a quantitative comparison, we estimated the fractions of parallelizable instructions by fitting the speedup curves of Figure 5.3 according to Amdahl’s law [6, 31]. The values obtained ranged from 95% for the hypocenter location to 66% for the Jacobian parallel implementation. These results further confirm that event location is more parallelizable compared to the raytracing code. Note also that set2 with the largest data size shows better efficiency and speedup for both parallelized tasks (Figure 5.3).



**Figure 5.3 : Measured CPU times (left), speedup (center) and efficiency (right) as function of the number of threads.**

**Red curves for the Jacobian matrix construction, blue curves for the hypocenter location step. In the top figures, calculation is done for a set of 10 events. The bottom figures implicate a set of 50 events.**

To explain these results, four potential sources of parallelization overheads may be considered such as (1) memory access times, (2) communication overheads, (3) load balancing and (4) synchronization issues [6, 22]. We suspect the first three to be the principal causes behind increases in computational costs since the parallelism granularity is coarse for the two parallelized tasks [6]. Synchronization issues are not expected to play a major role since synchronization primitives and barriers were used sparingly and the synchronization is limited to a basic implicit level. The other possible sources of parallelization overheads depend on the number of threads used. For example, load imbalance overheads are mainly observed for raytracing step and at a small number of threads ranging between 2 and 15 for set2 (Figure 5.3). Each core runs sequentially the raytracing program for many seismic sources. The workload between cores is sometimes unequal because some seismic sources take more time to finish traveltimes calculation instructions. This difference is due to source position, the refinement and the quality of the local mesh, domain concavity and topography, and the velocity model. Obtained results also suggest that load imbalance overheads seem to have less effects on event location. This is because the tasks that are required to compute hypocenter coordinates are roughly proportional for all events and thanks to a better synchronization between workers achieved by the master process.

For higher number of threads, most parallelization overheads come from the additional cost allocated to start, initialize, synchronize and terminate threads. One must also consider the time

required for data transfer and the memory access [6]. In the case of raytracing, the parallel implementation relies on a shared memory model with a uniform access. Increasing the number of threads causes additional communication overheads by rising traffic between cache and main memory and between different levels of cache [22]. For hypocenter location parallelism, the memory access pattern used by the workers-crew model only gives the master process a full access to variables [6]. Thus, additional cost is expected here to pickle and send data from master to slave workers. All these parallelization overheads are cumulative and finish by creating a non-negligible additional cost when many cores are used. This explains the plateauing behavior observed at the ends of the efficiency and the speedup curves.

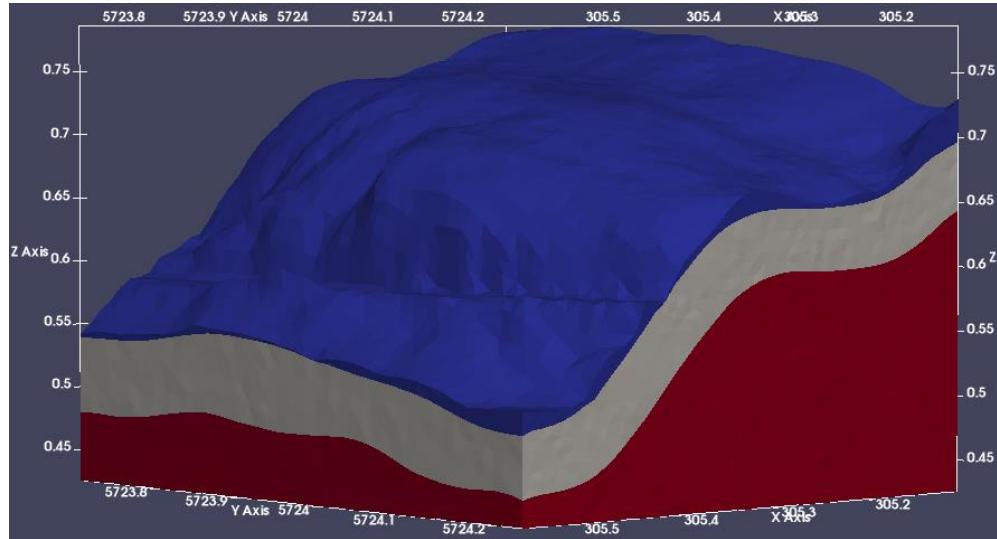
## 5.6 Synthetic examples and practical considerations

In this section, our JHVIT implementation is put through the paces with different synthetic examples. The synthetic datasets are also considered to illustrate some common issues that can be encountered when JHVIT is used. These issues are selected according to our experience among rarely discussed questions in literature or among those that still represent an active research area. Two of such issues one may encounter are the variation of Vp/Vs ratio ( $\gamma$ ) during the inversion iterative process and the choice of an appropriate initial models and the velocity limits for the penalty constraints.

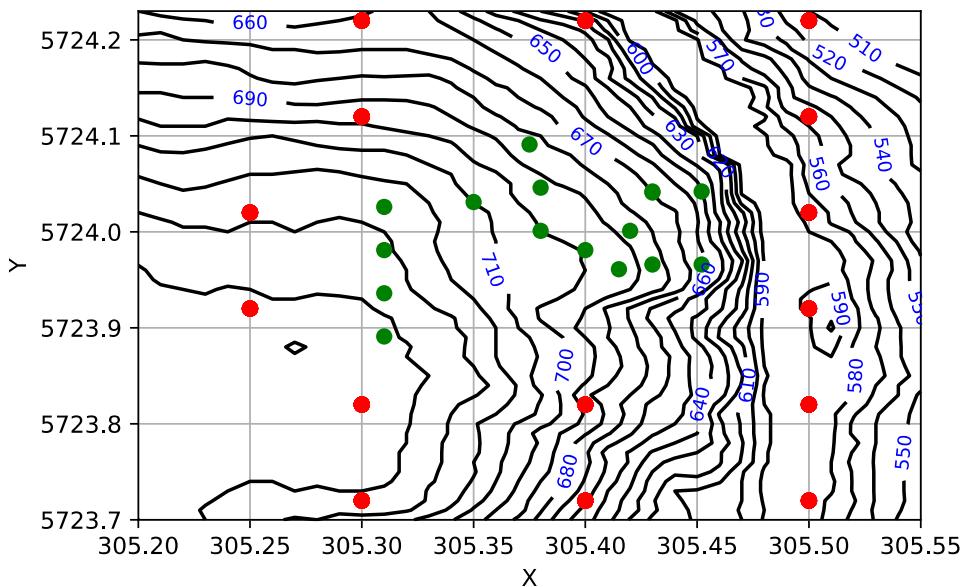
### 5.6.1 Synthetic data

The synthetic models prepared for this work share the same study domain that is used to mimic a surface to near-surface microseismic monitoring application. The domain is representative of a location situated in the lower north shore of the province of Quebec, Canada. The site is the subject of a pilot project aimed to track the stability of a local cliff using passive seismic monitoring (Figure 5.4). The subsurface structure and the velocity models are both synthetic since no *a priori* information is available other than the general geological context. The domain is characterized by a steep and irregular topography (the slope may reach 80°), which is a good test case for the selected tetrahedral discretization. The horizontal domain dimensions are roughly 450 m by 530 m and the relative elevation ranges from 50 m to 330 m (Figure 5.4). The domain was discretized using 16,000 tetrahedral cells sharing 4350 nodes. A total of sixteen receivers are used and placed on the cliff surface or shallowly buried. The configuration is shown in Figure 5.5. Fifteen calibration shots with known coordinates were also modeled, to constrain velocity models (Figure 5.5). traveltimes from each shot to receivers are computed using the raytracing algorithm of Nasr

et al. [41]. A white noise with a variance of 5% was added to the calibration data in order to consider diverse noise sources present in real acquisition such as the instrument uncertainty, first break error and origin time estimation. Two sets of synthetic data were prepared according to the assumed velocity model and the supposed domain structure. In Model A, a homogeneous velocity model was considered whereas Model B was represented by a folded structure with 3 layers of different thickness (Figure 5.4). A detailed description of model parameters is given in Table 5.1.



**Figure 5.4 : The cliff domain used to prepare the synthetic data showing the Model B structure: Layer 1 (blue), Layer 2 (beige), Layer 3 (red).**



**Figure 5.5 : Receiver configuration (green dots) and calibration shot distribution (red dots) projected on the topographic map.**

**Table 5.1 : Layer proprieties for model A and B**

	layer	Vp (km/s)	Vs (km/s)	$\gamma(-)$	$\sigma(-)$
<b>Model A</b>	-	5.0	2.7	1.852	0.294
<b>Model B</b>	Layer 1	2.6	1.6	1.625	0.195
	Layer 2	4.0	2.0	2.000	0.333
	Layer 3	5.5	3.0	1.833	0.288

$\sigma$  = Poisson's ratio,  $\gamma$  = Vp/Vs ratio

### 5.6.2 Vp/Vs ratio and initial velocity models

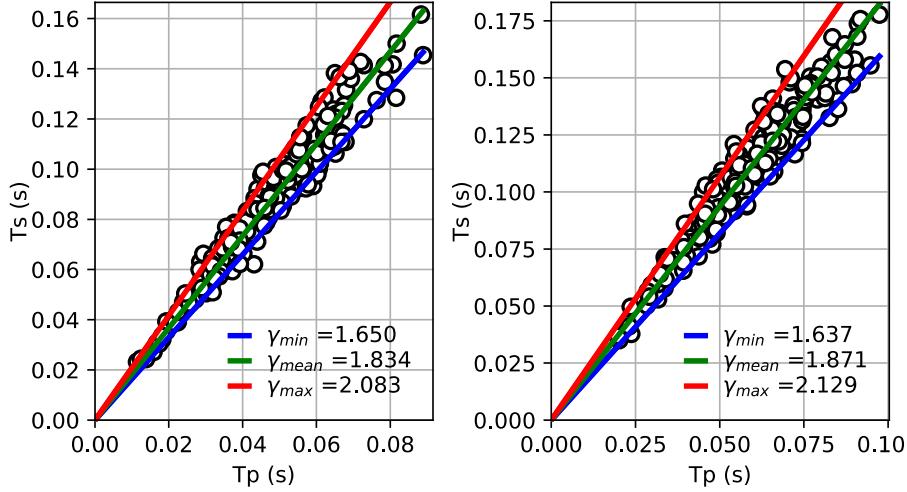
JHVI users have two options that will depend on the data available. They could choose to perform (1) a single-wave inversion that uses P wave arrival times or (2) a joint inversion of compressional and shear wave data [7, 21]. While the first alternative is relatively simple, the second one can be challenging. In particular, the two velocity (or slowness) models of P and S waves may evolve separately during the iterative process and the inversion could end up with unreasonable Vp/Vs ratio (Poisson's ratio) [7]. Such undesirable result can limit the interpretation of the Poisson's ratio model and may introduce a bias during the hypocenter location stage [7]. A first intuitive solution to this problem consists in imposing a constraint to the P and S velocity model so that a prior Vp/Vs ratio value must be reproduced [57]. This approach is simple to implement but can only guarantee a homogeneous Vp/Vs ratio. This assumption, however, cannot always be justified. A second alternative was proposed by Block [7] and reproduced by Koulakov et al. [36], Zhou et al. [64]. Instead of working with Vp and Vs models, the authors proposed to find the Vp as well as Vp/Vs ratio (or Vs/Vp) so that different constraints and linear penalties can be easily applied to Vp/Vs model in order to get reasonable values. This solution allows the user to consider spatial variation of Vp/Vs, but it suffers sometimes from a major drawback. For the hypocenter location, the S wave model is inferred from Vp and the Vp/Vs ratio. This leads to two undesirable effects. The first is that the S velocity model will not be as reliable as P velocity model. The model for S deduced from Vp and Vp/Vs ratio will incur errors from both P and S arrival-times. In fact, we get similar issues obtained when deducing Vp/Vs ratio by dividing Vp by Vs [63]. The second problem is that the Vs model may be oversmoothed compared to Vp. A larger Lagrangian multiplier is assigned to the smoothness constraint associated with this Vp/Vs ratio [7]. This is especially

encountered when fewer S arrival times are available due to the multiple interferences with P arrivals [14]. This high Vs/Vp regularization is transmitted to the Vs model that is inferred.

Previous reports on JHVI implementations omit the discussion of setting Vp/Vs ratio limits, constraints on extremum values and initial models of velocity fields. The choice of these parameters is left to the user [7,21]. With the synthetic examples, we show how two diagrams can help to determine first estimates of these parameters for simple geological environments. These are the Wadati diagram and the d-t diagram. Note that both diagrams require calibration data.

### ***The Wadati diagram (WD)***

The WD is a graphic representation in which the S wave traveltimes ( $T_s$ ) are plotted against the P wave traveltimes ( $T_p$ ) [64]. Other authors draw the diagram by considering the quantity  $T_s - T_p$  as a function of  $T_p$  [29]. Despite these differences, all WD representations define a line with slope proportional to the Vp/Vs ratio. Stewart et al. [53] demonstrated that if P and S waves follow similar ray paths, the average Vp/Vs should be roughly equal to  $T_s/T_p$  ( $\gamma \approx T_s/T_p$ ). Thus, the WD can be useful to extract crucial information about the average value of the Vp/Vs ratio (eventually Poisson's ratio). To establish this feature, we plotted this diagram for the synthetic calibration shots. A least-squares regression line was fitted through the graph points to reproduce the average Vp/Vs ratio for Model A and B (Figure 5.6). Following the approach of Vergne et al. [58], the extreme values of  $(T_s/T_p)$  distribution were also linearly regressed to estimate  $\gamma_{\min}$  and  $\gamma_{\max}$  (Figure 5.6). Results show that the WD succeeds to provide an accepted estimation of Vp/Vs ratio: in the case of the homogeneous model (Model A), we obtain an approximation of 1.83 whereas the true value is 1.85 (Table 5.1). For the layered model, the Vp/Vs ratio computed is a weighted average of the different values in each layer. The extreme Vp/Vs values fitted are close to the real Vp/Vs limits. We computed 1.64 and 2.13 for the lowest and highest Vp/Vs limits against 1.63 and 2 for true data values (Table 5.1).



**Figure 5.6 : The Wadati diagram and fitted average, minimum and maximum values of Vp/Vs ratio.**

The leftmost figure: Model A, the rightmost figure: Model B.

To consider the set of information obtained via the WD, two constraints are implemented in the JHVIT code. The first one is a penalty constraint to keep the Vp/Vs ratio within an interval specified by the WD. As will be shown below, we chose to apply a nonlinear penalty that involves the P and S slowness models instead applying this penalty to the Vp/Vs ratio as was done by Block [7]. At each node, the penalty is computed from a nonlinear function  $Pn$  with 2 variables:

$$Pn(sl^P, sl^S) = \begin{cases} \left(\gamma_{\min} - \frac{sl^S}{sl^P}\right)^n, & \text{if } \frac{sl^S}{sl^P} < \gamma_{\min} \\ 0, & \text{if } \gamma_{\min} \leq \frac{sl^S}{sl^P} \leq \gamma_{\max} \\ \left(\frac{sl^S}{sl^P} - \gamma_{\max}\right)^n, & \text{if } \frac{sl^S}{sl^P} > \gamma_{\max} \end{cases}, \quad (5.12)$$

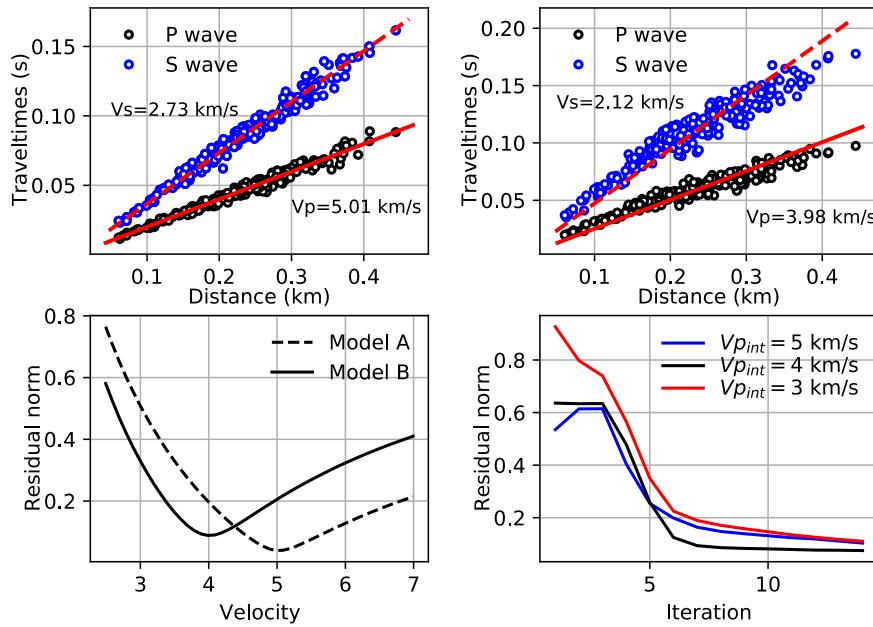
Where  $n$  is the penalty order taken between 1 and 2. This variable controls the shape of the penalty curve. The implementation details are given in Appendix C5.

A second constraint was added in order to reproduce  $\gamma_{\text{mean}}$  in the final solution. This nonlinear constraint is used to impose the first 4 statistical moments to the Vp/Vs model. The statistical moment values were inferred from the  $Ts/Tp$  distribution [53]. Implementation details are given in Appendix C5. Generally, the mean and the variance are better reproduced in the final model than the higher moments. However, the constraint proposed is still able to reproduce the slope defined by the WD in the inversion solution.

### **The d-t Diagram**

Like the Vp/Vs ratio, setting the initial P wave velocity ( $V_{\text{pint}}$ ) and S wave velocity ( $V_{\text{sint}}$ ) is rarely documented. Despite the role of these parameters on the convergence speed, the final model

smoothness, and thus the hypocenter location accuracy, their selection is left to the user. The penalty constraint, aimed to keep the velocity model under specific range, obviously needs to be predefined according to velocity limits ( $V_{p\min}$ ,  $V_{p\max}$ ,  $V_{s\min}$ ,  $V_{s\max}$ ). To standardize the choice of such parameters, we propose to perform a pre-analysis of velocities that can be obtained from calibration data. This analysis is based on the interpretation of the diagram d-t, which is a plot of the seismic traveltimes against the distance between calibration shot and corresponding receiver. To illustrate the reliability of such analysis, we propose to plot an example of the d-t diagram for the synthetic data (Figure 5.7).



**Figure 5.7 : Velocity analysis of the calibration data of Model A and B via the d-t diagram.**

**Top figures:** d-t diagrams with fitted velocity values for P and S waves. The bottom leftmost figure: norms of P wave residual for different homogeneous models. The bottom rightmost figure: Model B convergence curve for 3 different initial  $V_p$  models.

A quantitative and qualitative interpretation of d-t diagram can be done. The quantitative interpretation consists in fitting the d-t diagram to get the apparent P and S wave velocity values, which is akin to refraction seismology. For example, the d-t diagram of Model A provides P and S wave velocities of 5.01 km/s and 2.73 km/s respectively which are very close to true values (5 km/s and 2.7 km/s). This result is to be expected since the d-t diagram provides a very good estimate of the velocities for homogeneous structures. For Model B, the  $V_p$  and  $V_s$  estimates that were computed are respectively 4 and 2.12 km/s. These values represent the optimal constant velocity models that best fit the data (Figure 5.7, Table 5.2). It seems that using the optimal velocity as the initial model can reduce the computational time of the hypocenter location step by

ensuring quick convergence. The convergence is faster because the inversion is launched with an initial model that already shows low residuals (Figure 5.7). This choice is also motivated since the JHVI converges to a final solution with smaller residual norm than would be achieved using other homogeneous models. These lower residuals enhance event location accuracy. In practical terms, using the optimal value (4 km/s) to relocate 10 events with Model B allows us to achieve an average error of 8.4 m instead of 10.1 m when a homogeneous model with an initial velocity of 3 km/s is used.

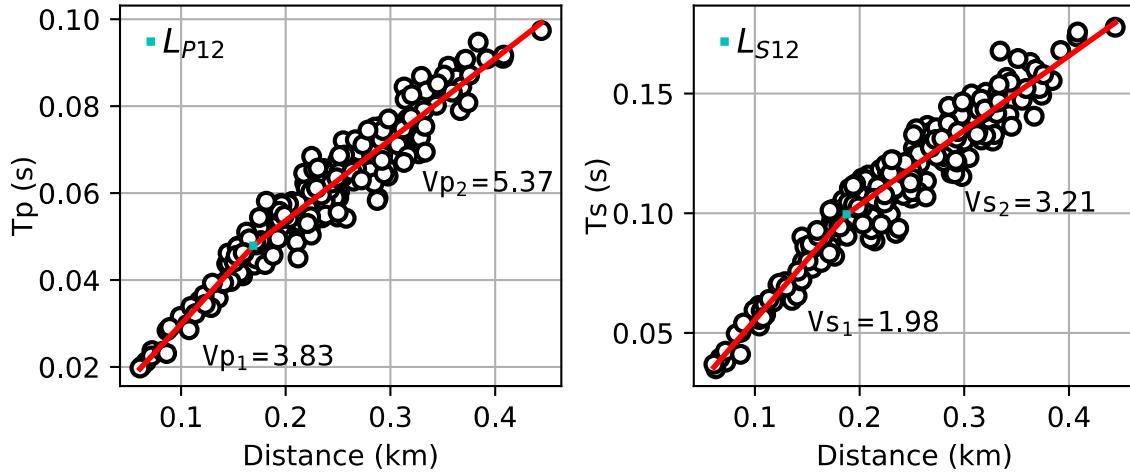
The extreme values of  $V_p$  and  $V_s$ , models can be deduced by taking the maximum and the minimum of d/t distribution. Table 5.2 shows the values obtained for Models A and B. Compared to true values (Table 5.2), the determined bounds seem more relevant for the homogeneous model (Table 5.2). In the case of layered model, extreme velocity values are still a mixed average between different layer velocities. The absolute limits are slightly missed.

**Table 5.2 : Optimal and extreme values inferred from d/t distribution for Model A and B.**

Velocity (km/s)	$V_p_{\min}$	$V_p_{\max}$	$V_p_{\text{opt}}$	$V_s_{\min}$	$V_s_{\max}$	$V_s_{\text{opt}}$
<b>Model A</b>	4.52	5.89	5.01	2.42	3.30	2.73
<b>Model B</b>	3.04	4.93	3.98	1.61	2.61	2.12

The quantitative interpretation of d-t diagram consists in splitting and fitting the segments that constitute the d-t curves. This provides crucial information about the domain subsurface structure. As an example, the d-t diagram of Model A shows only one set of points aligned in the same direction (Figure 5.7). This indicates a homogeneous velocity model. Model B, conversely, shows at least 2 segments with two different slopes (Figure 5.8). Fitting the slope of these segments provides a good estimate of the apparent velocity in each layer. A least-squares fit is used for this purpose. The unknown parameters of the optimization problem are the slope of the line segments and the coordinates of the breakpoints that separate these segments. In the case of Model B, this involves searching for three parameters: two slopes (e.g.  $V_p1$  and  $V_p2$  or  $V_s1$  and  $V_s2$ ) and the point  $L_{P12}$  (or  $L_{S12}$ ) that is the transition point between the two slopes (Figure 5.8). Fitting curves to the Model B data provides a velocity estimates of  $V_p1 = 3.830$  and of  $V_p2 = 5.370$  km/s and  $V_s1=1.980$  and  $V_s2=3.210$  km/s. From the data in Table 5.1 we can see that these velocities correspond to layers 2 and 3 in our model. In this model, layer 1 is too thin and our velocity analysis was not able to identify it. It remains a hidden layer. Note that these apparent velocity values are not usually reproduced by the JHVI because of, among others, the smoothness

constraint. Hence, the diagram d-t can be seen as a pre-analysis of velocity model based entirely on the raw data and without applying any constraints.



**Figure 5.8 : Piecewise delimitation of segments that form the d-t curve for P (leftmost) and S (rightmost) data in the case of layered model.**

Corresponding velocity values (in km/s) are fitted for each segment. Delimitation is obtained via a least-squares fitting approach involving a piecewise linear function.

### 5.6.3 Hypocenter location examples and noise effects

Several different noise sources such as human activities, instrumental errors, climate factors and electromagnetic spurious signals can contaminate real microseismic data and significantly degrade our ability to accurately position hypocenters [7]. In order to test the robustness of the hypocenters computed with JHVIT, we devised an accuracy test that consisted in locating 300 synthetic events with known hypocenter coordinates. Increasing levels of Gaussian noise contamination were added to the original data in order to study the degradation of the hypocenter positioning in terms of this added noise. For this test, three datasets were prepared, set1 with a noise variance of 3%, set2 with a noise variance of 5% and set3 with a noise variance of 10%. The JHVIT was used to locate the synthetic events from these 3 sets such that these could be compared to the true positions. The hypocenter location was done in a homogeneous (Model A) and in layered model (Model B) to track any domain structure effects.

The following measurement metrics were adopted to compare the accuracy of the JHVIT: the first is the error in calculating the origin time ( $t_0$ ), the second is the error in absolute position of the hypocenter and finally the positional errors in each orthogonal plane. The absolute position error is defined as the Euclidian distance between true and calculated hypocenter. Spatial error of each X, Y and Z component was evaluated by considering the error along the corresponding direction.

The origin time error is calculated by taking the difference between the estimated and the true values. As could be expected, results show that hypocenter location errors increase with increasing noise level (Figure 5.9). The results show that the Z component is the most affected by increasingly noisy environments, as was also found by [7, 21]. The results also reveal that the events located in the homogeneous structure are generally less sensitive to errors than those in the layered model. This is mainly because the homogeneous model is less complicated and therefore easy to reproduce by the inversion. However, high noise level can affect similarly both models and close error distributions are observed in this case (Figure 5.9).

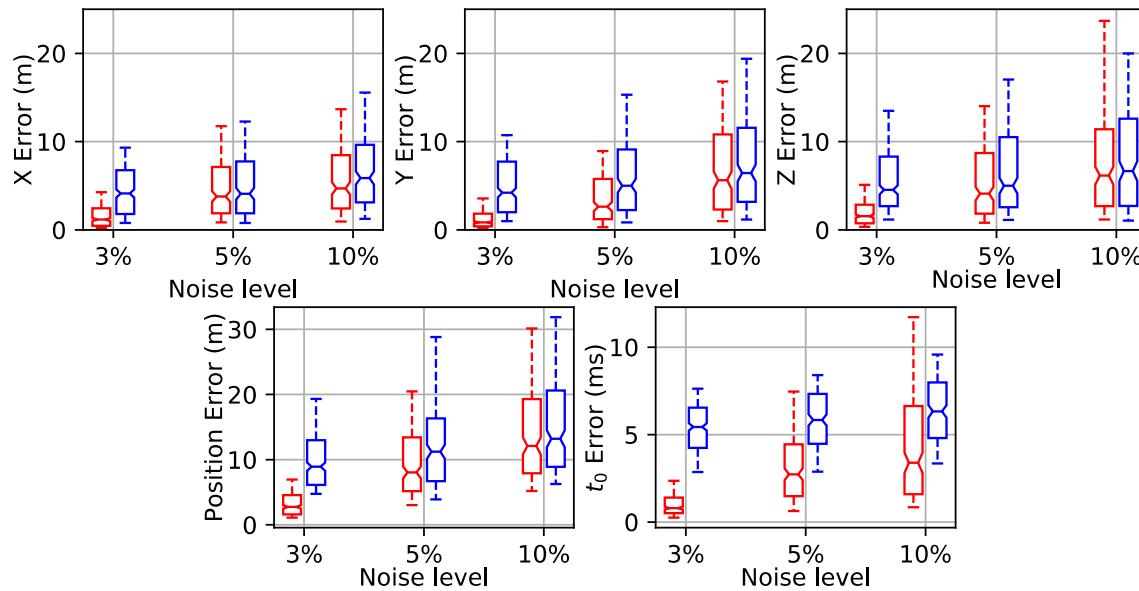
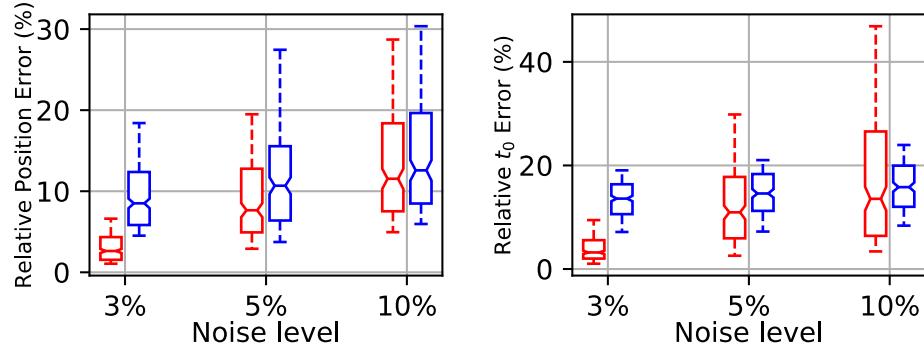


Figure 5.9 : Absolute errors for origin times, for the hypocenter positions and for X, Y and Z coordinates using 3 data sets.

Red and blue boxplots refer respectively to Model A and Model B.

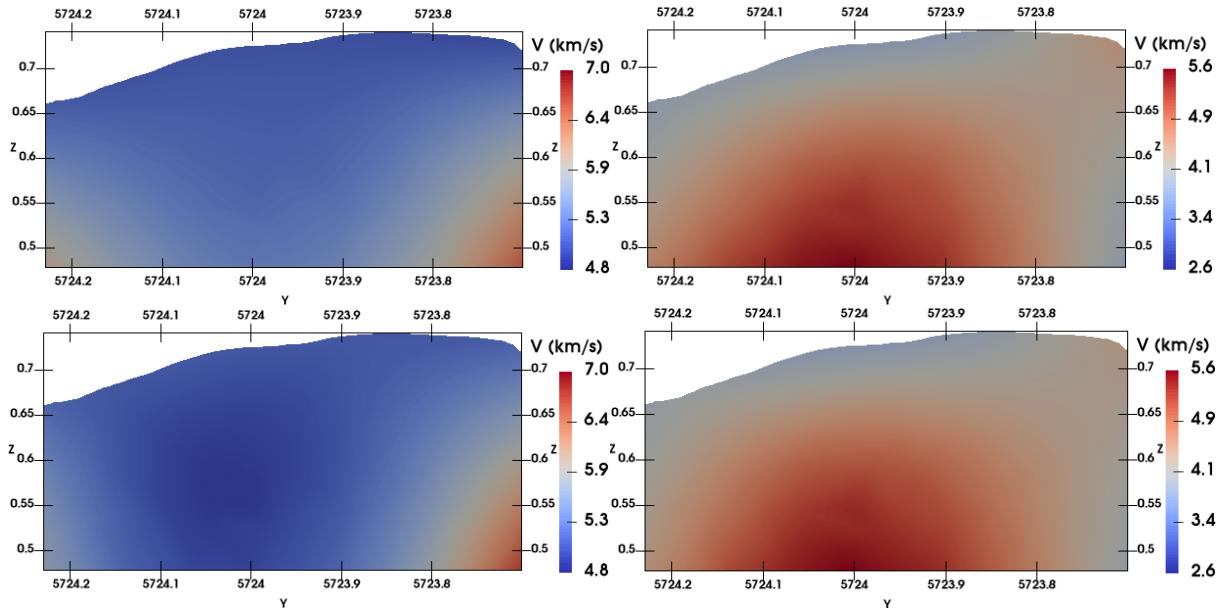
To quantify the magnitude of errors generated with respect to the problem parameters and domain dimensions, we tried to normalize the absolute errors calculated. The normalization of the hypocenter position errors was achieved by dividing them by the average distance between seismic sources and receivers while the normalization of origin time error was made possible by considering the average traveltimes. The results of this experiment are plotted in Figure 5.10. For the hypocenter coordinates, obtained relative errors range in average between 2.5% to 12%. The minimum is recorded in the case of a homogeneous model with a noise level of 3%. Under these circumstances, JHVIT is able to reproduce highly accurate hypocenter positioning with 75% of simulated hypocenters being located within 5% error. Lower accuracy is observed when adding more noise. These values remain, however, acceptable for such poorly constrained solutions.

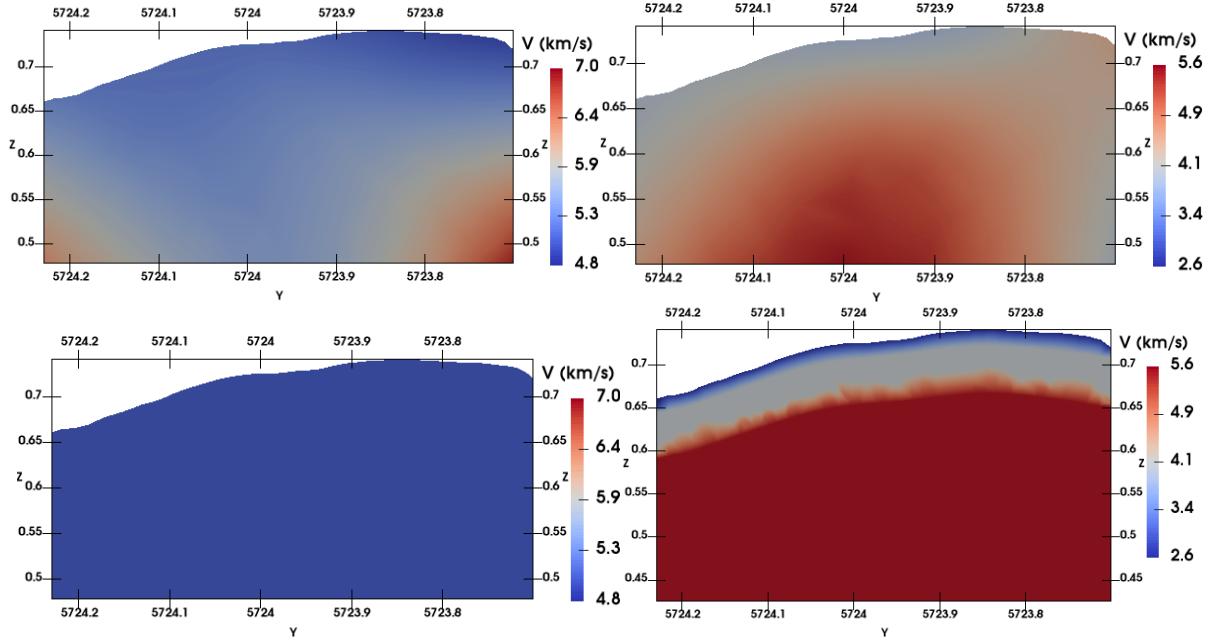
For the origin times, the relative errors calculated range between 3% and 16% (Figure 5.10). Note that the normalization of this parameter is not straightforward since it depends a lot on the velocity model considered. Generally, we expect small traveltimes for models with high velocity so that the relative errors seem larger. This was particularly observed for errors generated by Model A. In fact, the same experiment involving a homogeneous model of 2 km/s (results not shown) generated relative errors 50% smaller than those calculated for Model A.



**Figure 5.10 : Relative errors of hypocenter positions and origin times versus noise percentage.**

Concerning the velocity model, Figure 5.11 shows that compared to the hypocenter location the noise level has little effect on obtained results. Presented sections for both Model A and model B are roughly similar regardless of the added noises. For instance, the relative evolution of velocity models when the noise level is increased from 3% to 10% does not exceed on average 2% for Model A and 1% for Model B. This may be explained by the smoothness constraint: Tikhonov regularization has the propriety of a filter that cuts off the contribution of the small eigenvalues of matrix  $\mathbf{M}$  in the solution [4]. This limits the propagation of errors from data to solutions.





**Figure 5.11 : Cross sections that show evolution of velocity models according to diverse noise levels.**

The noise levels are respectively from top to bottom: 3%, 5% and 10%. Leftmost sections are for Model A and rightmost sections are for Model B. Both true velocity models are plotted in the bottom.

## 5.7 Conclusion and outlooks

In this work we presented a new Python package to locate seismic hypocenters and refine associated velocity models using seismic arrival times. The script is an extension of the JHVI algorithm that was adapted to tetrahedral meshes. The new implementation required modifications to the strategy used to compute the Jacobian matrix and the regularization constraint applied to smooth the velocity model. This was done by developing specific mathematical expressions to calculate traveltimes derivatives with respect to slowness at tetrahedral cells. New approaches were also presented to implement second order Tikhonov regularization on tetrahedral meshes. The accuracy of the solutions obtained from the first and the second derivative matrices were evaluated through synthetic data examples. The results from these validation tests suggest that regression-based methods with second order expansion are preferable since they ensure increased accuracy of first and second derivatives.

Currently, the proposed JHVIT script offers eight principal methods to localize microseismic hypocenters with many options. These methods enable the user to invert only P wave arrival times or P and S waves jointly. Solving the inversion problem by assuming the  $V_p/V_s$  ratio instead of  $V_s$  model is still possible. The user can also choose to enter data and inversion parameters

manually or via a parameter file as an argument invoked with the script. In the latter case, specific methods were added in the package to read calibration and arrival time data as well as domain discretization information and the other inversion parameters. To reduce computational time, the JHVIT algorithm was parallelized using a task-based approach for the raytracing step and a workers-crew model for the hypocenter location stage. This parallel implementation can save more than 80 % of the execution time despite some parallelization overheads. These overheads are often observed when several threads are used and due to memory access times, data transfer and multiprocessing or/and multithreading additional costs.

The location accuracy of hypocenter for the JHVIT implementation was tested with synthetic data that contained increasing levels of white noise. The topography from a real cliff located in Eastern Canada was used as a starting point to build the mesh. Within this mesh two different models were implemented. The first is a homogeneous velocity model (Model A) with ( $V_p = 5$  km/s and  $V_s = 2.7$  km/s) whereas the second is a model with three distinct layers (Model B). The results obtained for synthetic data that contained 5% noise showed an average absolute positioning error that represents 8 to 11% of the average distance sources-receivers. For the geometry of the current example, the results obtained showed that positional errors are greatest in the vertical plane. We also noted that evolution of the velocity models is less sensitive to noisy data when compared to locating hypocenters. A relative average variation that does not exceed 1 or 2% was obtained when increase noise level from 3 to 10%.

Calibration shots play a crucial role to the veracity of the results obtained from the inversion. For this reason, we proposed in this work two approaches to better interpret them. These methods are mainly the Wadati and the d-t diagrams. The information from theses diagrams can be considered as the solution of a pre-inversion of calibration data before constraining the model. The d-t diagram is used to investigate apparent velocity and may help to set the initial velocity models and the maximum and minimum values for the penalty constraints. The qualitative interpretation of this plot can be useful to reveal the structures within the domain. The Wadati diagram provides a mean to estimate the average and the limits to set for the  $V_p/V_s$  ratio. This additional information is included in the final solution by imposing two new penalty constraints (Equations 5.12 and 5.25). It is important to note that the two diagrams are more advantageous to plot for near surface microseismic monitoring. This is therefore of particular interest for geotechnical applications such as passive seismic monitoring of landslides, rockfalls and built infrastructure like bridges and water reservoirs. For these applications, domain structures (for example, subsurface in the case of mass movement monitoring) are expected to be

homogeneous and/or to have a limited number of layers with limited independent data. The proposed velocity analyses from the two aforementioned diagrams are simple and can provide insights into the number of layers and the apparent velocity within. Complex structures and significant lateral velocity variations may limit the efficacy of the proposed diagrams.

Next steps of this work involve to try a new geostatistical inversion to better constraint the Vp/Vs model and to test the JHVIT on real data. Additional works are also expected to deal with two enduring problems. The first one is in relation with the choice of the Lagrangian multipliers (Equation 5.1) in order to avoid concurrency between the different constraints. The second aims to enhance the estimation of the result uncertainties.

### Appendix A5: Explicit formulas of the matrices $\mathbf{M}$ and $\mathbf{H}$

According to Block [7], matrices  $\mathbf{M}$  and  $\mathbf{H}$  can be written for a single event recorded in  $nst$  stations as follows:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{\partial t_1}{\partial sl_1^P} & \dots & \frac{\partial t_1}{\partial sl_i^P} & \dots & \frac{\partial t_1}{\partial sl_{nn}^P} & \frac{\partial t_1}{\partial sl_1^S} & \dots & \frac{\partial t_1}{\partial sl_i^S} & \dots & \frac{\partial t_1}{\partial sl_{nn}^S} & \frac{\partial t_1}{\partial sc_1^P} & \dots & \frac{\partial t_1}{\partial sc_{nst}^P} & \frac{\partial t_1}{\partial sc_1^S} & \dots & \frac{\partial t_1}{\partial sc_{nst}^S} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial t_j}{\partial sl_1^P} & \dots & \frac{\partial t_j}{\partial sl_i^P} & \dots & \frac{\partial t_j}{\partial sl_{nn}^P} & \frac{\partial t_j}{\partial sl_1^S} & \dots & \frac{\partial t_j}{\partial sl_i^S} & \dots & \frac{\partial t_j}{\partial sl_{nn}^S} & \frac{\partial t_j}{\partial sc_1^P} & \dots & \frac{\partial t_j}{\partial sc_{nst}^P} & \frac{\partial t_j}{\partial sc_1^S} & \dots & \frac{\partial t_j}{\partial sc_{nst}^S} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial t_{nst}}{\partial sl_1^P} & \dots & \frac{\partial t_{nst}}{\partial sl_i^P} & \dots & \frac{\partial t_{nst}}{\partial sl_{nn}^P} & \frac{\partial t_{nst}}{\partial sl_1^S} & \dots & \frac{\partial t_{nst}}{\partial sl_i^S} & \dots & \frac{\partial t_{nst}}{\partial sl_{nn}^S} & \frac{\partial t_{nst}}{\partial sc_1^P} & \dots & \frac{\partial t_{nst}}{\partial sc_{nst}^P} & \frac{\partial t_{nst}}{\partial sc_1^S} & \dots & \frac{\partial t_{nst}}{\partial sc_{nst}^S} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial t_1}{\partial x_1} & \frac{\partial t_1}{\partial x_2} & \frac{\partial t_1}{\partial x_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{\partial t_j}{\partial x_1} & \frac{\partial t_j}{\partial x_2} & \frac{\partial t_j}{\partial x_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{\partial t_{nst}}{\partial x_1} & \frac{\partial t_{nst}}{\partial x_2} & \frac{\partial t_{nst}}{\partial x_3} \end{bmatrix}$$

where  $x_1, x_2, x_3$  are the coordinates of event hypocenter.

### Appendix B5: Regularization matrices in tetrahedral meshes

Assume a domain D discretized into nc tetrahedral cells connected by nn nodes. Without loss of generality, we consider an inversion problem parametrized using the slowness model defined at vertices of tetrahedra. The first derivative ( $\mathbf{K}$ ) and the second derivative ( $\mathbf{K}_2$ ) used in Tikhonov regularization are both nn by nn square matrices. Each row i of matrices  $\mathbf{K}$  and  $\mathbf{K}_2$  permits to

calculate the gradient or the Laplacian at the node with index  $i$ . Assume that this node  $i$  is shared by a set  $T$  of  $m_i$  tetrahedra and is connected to  $n_i$  nodes forming a collection  $N$ . The Taylor theorem can be written for the slowness variable  $sl(x,y,z)$  at the vicinity of node  $i$  as follows:

$$sl_j \approx sl_i + \frac{\partial sl}{\partial x} \Big|_i \Delta x_{ij} + \frac{\partial sl}{\partial y} \Big|_i \Delta y_{ij} + \frac{\partial sl}{\partial z} \Big|_i \Delta z_{ij}, \quad (5.13)$$

where  $\Delta x_{ij}=x_j-x_i$ ,  $\Delta y_{ij}=y_j-y_i$  and  $\Delta z_{ij}=z_j-z_i$ .  $x_i, y_i, z_i, x_j, y_j, z_j, s_i$  and  $s_j$  are respectively the coordinates and the slowness value for the node  $i$  and for a random node  $j$  belongs to the set  $N$ . Further, the second order Taylor expansion can be written as:

$$\begin{aligned} sl_j \approx sl_i &+ \frac{\partial sl}{\partial x} \Big|_i \Delta x_{ij} + \frac{\partial sl}{\partial y} \Big|_i \Delta y_{ij} + \frac{\partial sl}{\partial z} \Big|_i \Delta z_{ij} + \frac{\partial^2 sl}{\partial x \partial y} \Big|_i \Delta x_{ij} \Delta y_{ij} + \frac{\partial^2 sl}{\partial x \partial z} \Big|_i \Delta x_{ij} \Delta z_{ij} + \\ &\frac{\partial^2 sl}{\partial y \partial z} \Big|_i \Delta y_{ij} \Delta z_{ij} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 sl}{\partial x^2} \Big|_i \Delta x_{ij}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 sl}{\partial y^2} \Big|_i \Delta y_{ij}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 sl}{\partial z^2} \Big|_i \Delta z_{ij}^2. \end{aligned} \quad (5.14)$$

### B5.1 The 3D regression-based method (RBM\_3D)

Writing Equation 5.13 for the  $n_i$  vertices surrounding the node  $i$  permits to build the following linear system:  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ , where:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Delta x_{i1} & \Delta y_{i1} & \Delta z_{i1} \\ \Delta x_{i2} & \Delta y_{i2} & \Delta z_{i2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta x_{ij} & \Delta y_{ij} & \Delta z_{ij} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta x_{in_i} & \Delta y_{in_i} & \Delta z_{in_i} \end{bmatrix}, \quad (5.15a)$$

$$\mathbf{b} = [sl_1 - sl_i \quad sl_2 - sl_i \quad \dots \quad sl_j - sl_i \quad \dots \quad sl_{n_i} - sl_i]^t, \quad (5.15b)$$

$$\mathbf{x} = \left[ \frac{\partial sl}{\partial x} \quad \frac{\partial sl}{\partial y} \quad \frac{\partial sl}{\partial z} \right]^t. \quad (5.15c)$$

This system is overdetermined and can be solved using the least-squares method:  $\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b} = \mathbf{A}^+ \cdot \mathbf{b}$ .  $\mathbf{A}^+$  is the pseudo-inverse of the matrix  $\mathbf{A}$  since the latter is usually full column rank. The vector  $\mathbf{b}$  can be decomposed into two sub-vectors  $\mathbf{b}'$  and  $\mathbf{b}_0$  with  $\mathbf{b}' = [sl_1, sl_2, \dots, sl_j, \dots, sl_{n_i}]^t$  and  $\mathbf{b}_0 = [sl_i, sl_i, \dots, sl_i, \dots, sl_i]^t$ . Hence, the least-squares solution can be rewritten as:  $\mathbf{x} = \mathbf{A}^+ \cdot (\mathbf{b}' - \mathbf{b}_0) = \mathbf{A}^+ \cdot \mathbf{b}' - \mathbf{A}^+ \cdot \mathbf{b}_0$ . The matrix  $\mathbf{K}$  can also be decomposed into 3 matrices:  $\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{K}_z$ . Multiplying each matrix by the vector  $\mathbf{S} (nn, 1)$  holding the slowness model must return the numeric derivative in the corresponding direction. For instance, matrix  $\mathbf{K}_x$  can be built by assigning the values of the first row of  $\mathbf{A}^+ (3, n_i)$  to the indices of the row  $i$  corresponding to the  $n_i$  nodes surrounding  $i$  (set  $N$ ). The index  $(i,i)$  of matrix  $\mathbf{K}_x$  takes the sum of the elements of the first row of matrix  $\mathbf{A}^+$  multiplied by -1. Following this method, the matrix  $\mathbf{K}_x$  may be constructed as:

$$\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} -\sum A_i^+(1,) & \cdots & A_i^+(1,1) & \cdots & A_i^+(1,2) & 0 & \cdots & A_i^+(1,k) & \cdots & A_i^+(1,n_i) & \cdots & 0 \\ 0 & -\sum A_i^+(1,) & \cdots & A_i^+(1,1) & \cdots & A_i^+(1,2) & \cdots & A_i^+(1,k) & \cdots & A_i^+(1,n_i) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & A_i^+(1,1) & \cdots & -\sum A_i^+(1,) & \cdots & A_i^+(1,2) & \cdots & A_i^+(1,k) & \cdots & A_i^+(1,n_i) & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & A_{nn}^+(1,1) & \cdots & A_{nn}^+(1,2) & \cdots & A_{nn}^+(1,k) & \cdots & A_{nn}^+(1,n_{nn}) & 0 & \cdots & -\sum A_{nn}^+(1,) \end{bmatrix}, \quad (5.16)$$

where  $\mathbf{A}_i^+$  refers to the matrix  $\mathbf{A}^+$  for the  $i^{\text{th}}$  node and  $\sum \mathbf{A}_i^+(1,)$  is the sum over all the elements of the first  $\mathbf{A}_i^+$  row.  $\mathbf{K}_y$  and  $\mathbf{K}_z$  are built following the same strategy by considering respectively the second and the third row of  $\mathbf{A}^+$ .

Similar reasoning can be undertaken for the second order expansion. Only the least-squares system has to be modified to take into consideration the second-order terms of Taylor series.  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{x}$  are adjusted as follows:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Delta x_{i1} & \Delta y_{i1} & \Delta z_{i1} & \frac{1}{2}\Delta x_{i1}^2 & \frac{1}{2}\Delta y_{i1}^2 & \frac{1}{2}\Delta z_{i1}^2 & \Delta x_{i1}\Delta y_{i1} & \Delta x_{i1}\Delta z_{i1} & \Delta y_{i1}\Delta z_{i1} \\ \Delta x_{i2} & \Delta y_{i2} & \Delta z_{i2} & \frac{1}{2}\Delta x_{i2}^2 & \frac{1}{2}\Delta y_{i2}^2 & \frac{1}{2}\Delta z_{i2}^2 & \Delta x_{i2}\Delta y_{i2} & \Delta x_{i2}\Delta z_{i2} & \Delta y_{i2}\Delta z_{i2} \\ \vdots & \vdots \\ \Delta x_{ij} & \Delta y_{ij} & \Delta z_{ij} & \frac{1}{2}\Delta x_{ij}^2 & \frac{1}{2}\Delta y_{ij}^2 & \frac{1}{2}\Delta z_{ij}^2 & \Delta x_{ij}\Delta y_{ij} & \Delta x_{ij}\Delta z_{ij} & \Delta y_{ij}\Delta z_{ij} \\ \vdots & \vdots \\ \Delta x_{in_i} & \Delta y_{in_i} & \Delta z_{in_i} & \frac{1}{2}\Delta x_{in_i}^2 & \frac{1}{2}\Delta y_{in_i}^2 & \frac{1}{2}\Delta z_{in_i}^2 & \Delta x_{in_i}\Delta y_{in_i} & \Delta x_{in_i}\Delta z_{in_i} & \Delta y_{in_i}\Delta z_{in_i} \end{bmatrix}, \quad (5.17a)$$

$$\mathbf{x} = \left[ \frac{\partial s}{\partial x} \quad \frac{\partial s}{\partial y} \quad \frac{\partial s}{\partial z} \quad \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \quad \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \quad \frac{\partial^2 s}{\partial x \partial y} \quad \frac{\partial^2 s}{\partial x \partial z} \quad \frac{\partial^2 s}{\partial y \partial z} \right]^T. \quad (5.17b)$$

In this case, the matrix  $\mathbf{A}^+$  has a size of  $(9, n_i)$ .  $\mathbf{K}_x$ ,  $\mathbf{K}_y$ ,  $\mathbf{K}_z$  are constructed by following the same steps described below for the first order expansion, but only the terms corresponding to  $\frac{\partial s}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial s}{\partial y}$  and  $\frac{\partial s}{\partial z}$  in  $\mathbf{x}$  are retained to build the respective matrices.

For the second derivative matrix  $\mathbf{K}_2$ , similar strategy can be adopted. The derivative matrix is first decomposed into 3 matrices  $\mathbf{K}_{2x}$ ,  $\mathbf{K}_{2y}$  and  $\mathbf{K}_{2z}$ . For example, the matrix  $\mathbf{K}_{2x}$  that allows to evaluate the second derivative at x direction is built as follows: Each row  $i$  of  $\mathbf{K}_{2x}$  is initialized to zero. Indices of nodes belong to the set  $N$  are filled with corresponding elements of the 4<sup>th</sup> row of matrix  $\mathbf{A}^+$ . The element  $(i,i)$  is identified as the opposite of the sum of the values of the row  $i$  elements.

## B5.2 The 4D regression-based method (RBM\_4D)

Contrary to RBM\_3D, the RBM\_4D does not use the slowness at the node  $i$ . In this case, all terms of the Taylor series (Equations 5.13 and 5.14) are estimated via the least-squares approach. This

brings additional accuracy when compared to the RBM\_3D according to numeric tests conducted by [10]. For a first-order expansion, the RBM\_4D implies for example the following system:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Delta x_{i1} & \Delta y_{i1} & \Delta z_{i1} & 1 \\ \Delta x_{i2} & \Delta y_{i2} & \Delta z_{i2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta x_{ij} & \Delta y_{ij} & \Delta z_{ij} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta x_{in_i} & \Delta y_{in_i} & \Delta z_{in_i} & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.18a)$$

$$\mathbf{b} = [sl_1 \quad sl_2 \quad \cdots \quad sl_j \quad \cdots \quad sl_{n_i}]^t. \quad (5.18b)$$

$$\mathbf{x} = \left[ \frac{\partial sl}{\partial x} \quad \frac{\partial sl}{\partial y} \quad \frac{\partial sl}{\partial z} \quad sl_i^f \right]^t, \quad (5.18c)$$

where  $sl_i^f$  is the estimated slowness at node i. Similar to the RBM\_3D, the matrix  $\mathbf{K}_x$  is built by assigning the values of the first row of  $\mathbf{A}^+$  ( $4, n_i$ ) to the  $n_i$  indices of the row i. However, the value of index i takes 0 in this case. Using the RBM\_4D with second order expansion is also possible. The second derivative terms must be included in matrix  $\mathbf{A}$  of Equation (5.18a).

### B5.3 The average-based method (ABM)

The gradient at node i is estimated from the average gradient calculated at the  $m_i$  cells sharing the vertex i:

$$\nabla sl = \sum_j^{m_i} w_j \nabla sl_j. \quad (5.19)$$

$w_j$  is the weight of the  $j^{\text{th}}$  cell. This weighting factor may be equal for all cells or proportional to the inverse centroid distance or the cell volume. The first derivative matrix is constructed as follows. For each cell j connected to node i, we start by building a matrix  $\mathbf{A}_j$ :

$$\mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} \Delta x_{i1} & \Delta y_{i1} & \Delta z_{i1} \\ \Delta x_{i2} & \Delta y_{i2} & \Delta z_{i2} \\ \Delta x_{i3} & \Delta y_{i3} & \Delta z_{i3} \end{bmatrix}. \quad (5.20)$$

Let  $\mathbf{A}_j^{-1}$  be the inverse matrix of  $\mathbf{A}_j$  multiplied by the corresponding weighting factor  $w_j$ . For row i of  $\mathbf{K}_x$ , we assign the first-row values of  $\mathbf{A}_j^{-1}$  to indices of nodes belonging to cell j. The central node index receives the sum of the first  $\mathbf{A}_j^{-1}$  row values multiplied by -1. The same task is repeated for the  $m_i$  tetrahedra forming the set T. The second order derivative matrix  $\mathbf{K}_{2x}$  can be calculated as:  $\mathbf{K}_{2x} = \mathbf{K}_x \cdot \mathbf{K}_x$ . Relying on a second order Taylor series to build  $\mathbf{K}_{2x}$  is not possible for the ABM since obtained system will be underdetermined.

Finally, expansion  $\frac{1}{2}$  refers to the expansion in which the second derivative matrix  $\mathbf{K}_{2x}$  is calculated by taking the square of  $\mathbf{K}_x$ :  $(\mathbf{K}_{2x} = \mathbf{K}_x \cdot \mathbf{K}_x)$ , where  $\mathbf{K}_x$  is obtained via a second order

Taylor series by solving the system of Equation 5.17. This expansion is available only with the RBM\_3D and the RBM\_4D.

## Appendix C5: constraints implementations for Vp/Vs ratio

### C5.1 Penalty function of Vp/Vs ratio

We note the Vp/Vs penalty function  $Pn(sl_j^P, sl_j^S)$ . After small slowness perturbations of P and S models, the penalty function becomes  $Pn(sl_j^P + \Delta sl_j^P, sl_j^S + \Delta sl_j^S)$ . Using a first-order Taylor expansion,  $Pn$  can be written as:

$$Pn(sl_j^P + \Delta sl_j^P, sl_j^S + \Delta sl_j^S) \approx Pn(sl_j^P, sl_j^S) + \frac{\partial Pn}{\partial sl_j^P} \Delta sl_j^P + \frac{\partial Pn}{\partial sl_j^S} \Delta sl_j^S. \quad (5.21)$$

From Equation 5.12, the partial derivatives of  $Pn$  are calculated as follows:

$$\frac{\partial Pn(sl_j^P, sl_j^S)}{\partial sl_j^P} = \begin{cases} n \frac{sl_j^S}{(sl_j^P)^2} \left( \gamma_{\min} - \frac{sl_j^S}{sl_j^P} \right)^{n-1}, & \text{if } \frac{sl_j^S}{sl_j^P} < \gamma_{\min} \\ 0, & \text{if } \gamma_{\min} \leq \frac{sl_j^S}{sl_j^P} \leq \gamma_{\max} \\ -n \frac{sl_j^S}{(sl_j^P)^2} \left( \frac{sl_j^S}{sl_j^P} - \gamma_{\max} \right)^{n-1}, & \text{if } \frac{sl_j^S}{sl_j^P} > \gamma_{\max} \end{cases}, \quad (5.22a)$$

$$\frac{\partial Pn(sl_j^P, sl_j^S)}{\partial sl_j^S} = \begin{cases} -n \frac{1}{sl_j^P} \left( \gamma_{\min} - \frac{sl_j^S}{sl_j^P} \right)^{n-1}, & \text{if } \frac{sl_j^S}{sl_j^P} < \gamma_{\min} \\ 0, & \text{if } \gamma_{\min} \leq \frac{sl_j^S}{sl_j^P} \leq \gamma_{\max} \\ n \frac{1}{sl_j^P} \left( \frac{sl_j^S}{sl_j^P} - \gamma_{\max} \right)^{n-1}, & \text{if } \frac{sl_j^S}{sl_j^P} > \gamma_{\max} \end{cases}. \quad (5.22b)$$

This gives in matrix notation:

$$Pn(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m}) = \begin{bmatrix} Pn(sl_1^P, sl_1^S) \\ \vdots \\ Pn(sl_n^P, sl_n^S) \\ \vdots \\ Pn(sl_{nn}^P, sl_{nn}^S) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial Pn(sl_1^P, sl_1^S)}{\partial sl_1^P} & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \frac{\partial Pn(sl_1^P, sl_1^S)}{\partial sl_1^S} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{\partial Pn(sl_j^P, sl_j^S)}{\partial sl_j^P} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \frac{\partial Pn(sl_j^P, sl_j^S)}{\partial sl_j^S} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & \frac{\partial Pn(sl_{nn}^P, sl_{nn}^S)}{\partial sl_{nn}^P} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \frac{\partial Pn(sl_{nn}^P, sl_{nn}^S)}{\partial sl_{nn}^S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta sl_1^P \\ \Delta sl_1^S \\ \vdots \\ \Delta sl_n^P \\ \Delta sl_n^S \\ \vdots \\ \Delta sl_{nn}^P \\ \Delta sl_{nn}^S \end{bmatrix}, \quad (5.23)$$

$$Pn(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m}) = \mathbf{p} + \partial\mathbf{P} \begin{bmatrix} \Delta s l_1^P \\ \vdots \\ \Delta s l_j^P \\ \vdots \\ \Delta s l_{nn}^P \\ \Delta s l_1^S \\ \vdots \\ \Delta s l_j^S \\ \vdots \\ \Delta s l_{nn}^S \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

Terms of Equation 5.24 can be re-arranged as:  $Pn(\mathbf{m} + \Delta\mathbf{m}) = \mathbf{p} + [\partial\mathbf{P} \quad \mathbf{0}] \cdot \Delta\mathbf{m}$

To take into consideration this constraint, the quantity  $(\mathbf{p} + \partial\mathbf{P} \cdot \Delta\mathbf{m})^t \cdot (\mathbf{p} + \partial\mathbf{P} \cdot \Delta\mathbf{m})$  must be included in the objective function to minimize (Equation 5.1). A Lagrangian multiplier is associated to this constraint.

## C5.2 Statistical moment constraint

To ensure a Vp/Vs ratio model with similar statistical moments as the Ts/Tp distribution, the following condition must be fulfilled at each iteration:

$$\sum_{i=1}^{nn} (\gamma_i + d\gamma_i - \gamma_m)^k = nn \alpha_k, \quad (5.25)$$

where  $\gamma_i$  and  $d\gamma_i$  are respectively the value and the perturbation of Vp/Vs ratio at the  $i^{\text{th}}$  node. Recall that  $nn$  represents the total number of nodes.  $\gamma_m$  is the average of Vp/Vs calculated over the whole domain and  $\alpha_k$  is the  $k^{\text{th}}$  central moment calculated from the Ts/Tp distribution [18]. Since the first central moment is by definition equal to 0, we used for  $k = 1$ , the first sample moment equal to the mean of Ts/Tp [60].

A linearization of the right-hand term of Equation 5.25 via the first order Taylor expansion gives:

$$\sum_{i=1}^{nn} (\gamma_i + d\gamma_i - \gamma_m)^k \approx \sum_{i=1}^{nn} \left[ (\gamma_i - \gamma_m)^k \left( 1 + k \frac{d\gamma_i}{\gamma_i - \gamma_m} \right) \right]. \quad (5.26)$$

Injecting Equation 5.26 in Equation 5.25, we get:

$$\sum_{i=1}^{nn} [(\gamma_i - \gamma_m)^k + k(\gamma_i - \gamma_m)^{k-1} d\gamma_i] = nn \alpha_k. \quad (5.27a)$$

Or

$$\sum_{i=1}^{nn} k(\gamma_i - \gamma_m)^{k-1} d\gamma_i = nn \alpha_k - \sum_{i=1}^{nn} (\gamma_i - \gamma_m)^k. \quad (5.27b)$$

Since  $\gamma_i = sl_i^S / sl_i^P$  the differential form of  $\gamma_i$  can be written as:

$$d\gamma_i = -\frac{sl_i^S}{(sl_i^P)^2} dsl_i^P + \frac{1}{sl_i^P} dsl_i^S, \quad (5.28a)$$

$$d\gamma_i = -\frac{\gamma_i}{sl_i^P} ds l_i^P + \frac{\gamma_i}{sl_i^S} ds l_i^S. \quad (5.28b)$$

Replacing the expression of  $d\gamma_i$  in the equation 5.27b, we get:

$$\sum_{i=1}^{nn} (-k(\gamma_i - \gamma_m)^{k-1} \frac{\gamma_i}{sl_i^P}) ds l_i^P + \sum_{i=1}^{nn} (k(\gamma_i - \gamma_m)^{k-1} \frac{\gamma_i}{sl_i^S}) ds l_i^S = nn \alpha_k - \sum_{i=1}^{nn} (\gamma_i - \gamma_m)^k. \quad (5.29)$$

In matrix notation, Equation 5.29 becomes:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\gamma_1}{sl_1^P} & \dots & -\frac{\gamma_j}{sl_j^P} & \dots & -\frac{\gamma_{nn}}{sl_{nn}^P} & \frac{\gamma_1}{sl_1^S} & \dots & \frac{\gamma_j}{sl_j^S} & \dots & \frac{\gamma_{nn}}{sl_{nn}^S} \\ -m_2^1 \frac{\gamma_1}{sl_1^P} & \dots & -m_2^j \frac{\gamma_j}{sl_j^P} & \dots & -m_2^{nn} \frac{\gamma_{nn}}{sl_{nn}^P} & m_2^1 \frac{\gamma_1}{sl_1^S} & \dots & m_2^j \frac{\gamma_j}{sl_j^S} & \dots & m_2^{nn} \frac{\gamma_{nn}}{sl_{nn}^S} \\ \vdots & \vdots \\ -m_k^1 \frac{\gamma_1}{sl_1^P} & \dots & -m_k^j \frac{\gamma_j}{sl_j^P} & \dots & -m_k^{nn} \frac{\gamma_{nn}}{sl_{nn}^P} & m_k^1 \frac{\gamma_1}{sl_1^S} & \dots & m_k^j \frac{\gamma_j}{sl_j^S} & \dots & m_k^{nn} \frac{\gamma_{nn}}{sl_{nn}^S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s l_1^P \\ \Delta s l_j^P \\ \Delta s l_{nn}^P \\ \Delta s l_1^S \\ \Delta s l_j^S \\ \Delta s l_{nn}^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} nna_1 - a'_1 \\ nna_2 - a'_2 \\ \vdots \\ nna_k - a'_k \end{bmatrix}. \quad (5.30)$$

To simplify the notation, we assume that  $m_k^j = k(\gamma_j - \gamma_m)^{k-1}$  (thus,  $m_1^j = 1, \forall j$ ) and  $\alpha'_k = \sum_{i=1}^{nn} (\gamma_i - \gamma_m)^k$ . For  $k = 1$ ,  $\alpha'_1 = \sum_{i=1}^{nn} \gamma_i$  since we use the first sample moment.

Equation 5.30 can be rewritten as:  $[\partial Sm \quad 0] \cdot \Delta m = Sm$ . Finally, the statistical moment constraint is taken into consideration by minimizing the following quantity:  $(Sm - \partial Sm \cdot \Delta m)^t \cdot (Sm - \partial Sm \cdot \Delta m)$ .

## Acknowledgments

Authors are grateful for the funding support offered by the Fonds de recherche du Québec – Nature et technologie (FRQNT), project 2015-MI-194018 and ArcelorMittal, NSERC grant RDCPJ 523050-17.

## References

1. Aki, K., Lee, W.H.K.: Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes: 1. A homogeneous initial model. J. Geophys. Res. **81**(23), 4381-4399 (1976). <https://doi.org/10.1029/JB081i023p04381>
2. Al-Zubedi, A.: Determination of Water Saturation (SW%) by Using P-wave Velocities for Saturated Sandstone. J. Environ. Eng. Sci. **5**(3), 253-255 (2011).
3. Arrowsmith, S.J., Eisner, L.: A technique for identifying microseismic multiplets and application to the Valhall field, North Sea. Geophysics **71**(2), V31-V40 (2006). <https://doi.org/10.1190/1.2187804>

4. Aster, R.C., Borchers, B., Thurber, C.H.: Parameter estimation and inverse problems, 2nd ed. Elsevier, (2012)
5. Baker, T., Granat, R., Clayton, R.W.: Real-time earthquake location using Kirchhoff reconstruction. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **95**(2), 699-707 (2005). <https://doi.org/10.1785/0120040123>
6. Barney, B.: Introduction to parallel computing. Lawrence Livermore National Laboratory **6**(13), 10 (2010).
7. Block, L.V.: Joint hypocenter-velocity inversion of local earthquake arrival time data in two geothermal regions. Doctoral thesis, Massachusetts Institute of Technology (1991)
8. Block, L.V., Cheng, C.H., Fehler, M.C., Phillips, W.S.: Seismic imaging using microearthquakes induced by hydraulic fracturing. *Geophysics* **59**(1), 102-112 (1994). <https://doi.org/10.1190/geo1992-0156>
9. Cieplicki, R., Eisner, L., Abbott, D.: Correlation detection and location for microseismic events induced by hydraulic fracturing. In: 74th EAGE Conference and Exhibition incorporating EUROPEC 2012, Copenhagen, Denmark 2012, pp. cp-293-00111. European Association of Geoscientists & Engineers
10. Correa, C.D., Hero, R., Ma, K.L.: A comparison of gradient estimation methods for volume rendering on unstructured meshes. *IEEE Trans Vis Comput Graph* **17**(3), 305-319 (2011). <https://doi.org/10.1109/TVCG.2009.105>
11. Crosson, R.S.: Crustal structure modeling of earthquake data: 1. Simultaneous least squares estimation of hypocenter and velocity parameters. *J. Geophys. Res.* **81**(17), 3036-3046 (1976). <https://doi.org/10.1029/JB081i017p03036>
12. Eberhart-Phillips, D., Han, D.H., Zoback, M.D.: Empirical relationships among seismic velocity, effective pressure, porosity, and clay content in sandstone. *Geophysics* **54**(1), 82-89 (1989). <https://doi.org/10.1190/1.1442580>
13. Ellsworth, W.L.: Three-dimensional structure of the crust and mantle beneath the island of Hawaii. Doctoral thesis, Massachusetts Institute of Technology (1977)
14. Fang, H., Yao, H., Zhang, H., Thurber, C., Ben-Zion, Y., van der Hilst, R.D.: V p/V s tomography in the southern California plate boundary region using body and surface wave traveltimes data. *Geophys. J. Int.* **216**(1), 609-620 (2019).
15. Gajewski, D., Tessmer, E.: Reverse modelling for seismic event characterization. *Geophys. J. Int.* **163**(1), 276-284 (2005). <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2005.02732.x>
16. Ge, M.: Analysis of source location algorithms: Part II. Iterative methods. *J. Acoust. Emiss.* **21**(1), 29-51 (2003).

17. Geiger, L.: Probability method for the determination of earthquake epicenters from the arrival time only. *Bulletin of Saint Louis University* **8**, 56–71 (1912).
18. Gerlovina, I., Hubbard, A.E., Sun, Y.: Computer algebra and algorithms for unbiased moment estimation of arbitrary order. *Cogent math. stat* **6**(1), 1701917 (2019). <https://doi.org/10.1080/25742558.2019.1701917>
19. Geuzaine, C., Remacle, J.-F.: Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *Int J Numer Methods Eng* **79**(11), 1309-1331 (2009). <https://doi.org/10.1002/nme.2579>
20. Gharti, H.N., Oye, V., Roth, M., Kühn, D.: Automated microearthquake location using envelope stacking and robust global optimization. *Geophysics* **75**(4), MA27-MA46 (2010). <https://doi.org/10.1190/1.3432784>
21. Giroux, B.: Auscultation des barrages en béton par écoute microseismique: détectabilité et localisation des événements. Doctoral thesis, Université de Montréal (2001)
22. Giroux, B., Larouche, B.: Task-parallel implementation of 3D shortest path raytracing for geophysical applications. *Comput. Geosci.* **54**, 130-141 (2013). <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2012.12.005>
23. Got, J.L., Fréchet, J., Klein, F.W.: Deep fault plane geometry inferred from multiplet relative relocation beneath the south flank of Kilauea. *J. Geophys. Res.* **99**(B8), 15375-15386 (1994). <https://doi.org/10.1029/94jb00577>
24. Gratton, S., Lawless, A.S., Nichols, N.K.: Approximate Gauss–Newton Methods for Nonlinear Least Squares Problems. *SIAM J. Optim.* **18**(1), 106-132 (2007). <https://doi.org/10.1137/050624935>
25. Grigoli, F., Cesca, S., Vassallo, M., Dahm, T.: Automated Seismic Event Location by Travel-Time Stacking: An Application to Mining Induced Seismicity. *Seismol. Res. Lett.* **84**(4), 666-677 (2013). <https://doi.org/10.1785/0220120191>
26. Haggag, H.M., Bhattacharya, P.M., Kamal, S., Kayal, J.R.: Seismicity and 3D velocity structure in the Aswan Reservoir Lake area, Egypt. *Tectonophysics* **476**(3-4), 450-459 (2009). <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2009.07.015>
27. Han, L.: Microseismic monitoring and hypocenter location. Master's thesis, University Of Calgary (2010)
28. Hosseini, N., Oraee, K., Shahriar, K., Goshtasbi, K.: Studying the stress redistribution around the longwall mining panel using passive seismic velocity tomography and geostatistical estimation. *Arab. J. Geosci.* **6**(5), 1407-1416 (2011). <https://doi.org/10.1007/s12517-011-0443-z>

29. Julia, J., Nyblade, A.A., Durrheim, R.J., Linzer, L.M., Gok, R., Walter, W., Spottiswoode, S.M., Dirks, P.H.G.M.: A Wadati Filter for Mine-Induced Seismicity. *S. Afr. J. Geol.* **112**(3-4), 371-380 (2010). <https://doi.org/10.2113/gssaig.112.3-4.371>
30. Jurado, F.R.C.: Microseismic event location using the double-difference technique for multiplet analysis. Master's thesis, University of Alberta (2013)
31. Juurlink, B.H., Meenderinck, C.H.: Amdahl's law for predicting the future of multicores considered harmful. *ACM SIGARCH Computer Architecture News* **40**(2), 1-9 (2012).
32. Kao, H., Shan, S.J.: The source-scanning algorithm: Mapping the distribution of seismic sources in time and space. *Geophys. J. Int.* **157**(2), 589-594 (2004). <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2004.02276.x>
33. King, A.: Velocity model determination for accurate location of mining-induced seismic events. Paper presented at the 22nd International Geophysical Conference and Exhibition, Sydney, Australia
34. Kissling, E., Ellsworth, W.L., Eberhart-Phillips, D., Kradolfer, U.: Initial reference models in local earthquake tomography. *J. Geophys. Res. [Solid Earth]* **99**(B10), 19635-19646 (1994). <https://doi.org/10.1029/93jb03138>
35. Kloeckner, A.: MeshPy. In: Andreas Klöckner, accessed July 1, 2017. p. <https://mathematician.de/software/meshpy/>. (2008)
36. Koulakov, I., Bohm, M., Asch, G., Lühr, B.G., Manzanares, A., Brotopuspito, K.S., Fauzi, P., Purbawinata, M.A., Puspito, N.T., Ratdomopurbo, A., Kopp, H., Rabbel, W., Shevkunova, E.: PandSvelocity structure of the crust and the upper mantle beneath central Java from local tomography inversion. *J. Geophys. Res. [Solid Earth]* **112**(B8) (2007). <https://doi.org/10.1029/2006jb004712>
37. Lelièvre, P.G., Farquharson, C.G.: Gradient and smoothness regularization operators for geophysical inversion on unstructured meshes. *Geophys. J. Int.* **195**(1), 330-341 (2013). <https://doi.org/10.1093/gji/gqt255>
38. Lu, R.: Time reversed acoustics and applications to earthquake location and salt dome flank imaging. Doctoral thesis, Massachusetts Institute of Technology (2008)
39. Maxwell, S.C., Urbancic, T.I.: Real-Time 4D Reservoir Characterization Using Passive Seismic Data. Paper presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Texas, USA,
40. Myers, S.C., Schultz, C.A.: The Use of Imperfect Calibration for Seismic Location. In., p. 9. Lawrence Livermore National Laboratory, (2000)

41. Nasr, M., Giroux, B., Dupuis, J.C.: A hybrid approach to compute seismic travel times in three-dimensional tetrahedral meshes. *Geophys. Prospect.* **68**(4), 1291-1313 (2020). <https://doi.org/10.1111/1365-2478.12930>
42. Pavlis, G.L., Booker, J.R.: The mixed discrete-continuous inverse problem: Application to the simultaneous determination of earthquake hypocenters and velocity structure. *J. Geophys. Res. [Solid Earth]* **85**(B9), 4801-4810 (1980). <https://doi.org/10.1029/JB085iB09p04801>
43. Peng, P., Wang, L.: Targeted location of microseismic events based on a 3D heterogeneous velocity model in underground mining. *PLoS One* **14**(2), e0212881 (2019). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0212881>
44. Phillips, W.S., Rutledge, J.T., Fairbanks, T.D., Gardner, T.L., Miller, M.E., Schuessler, B.K.: Reservoir Fracture Mapping using Microearthquakes: Austin Chalk, Giddings Field, TX and 76 Field, Clinton Co., KY. *SPE Reserv. Evaluation Eng.* **1**(02), 114-121 (1998). <https://doi.org/10.2118/36651-pa>
45. Poupinet, G., Ellsworth, W.L., Frechet, J.: Monitoring velocity variations in the crust using earthquake doublets: An application to the Calaveras Fault, California. *J. Geophys. Res. [Solid Earth]* **89**(B7), 5719-5731 (1984). <https://doi.org/10.1029/JB089iB07p05719>
46. Rodi, W., Li, Y., Cheng, C.: Location of microearthquakes induced by hydraulic fracturing. In., p. 42. Massachusetts Institute of Technology. Earth Resources Laboratory, (1993)
47. Rutledge, J.T., Phillips, W.S., Schuessler, B.K.: Reservoir characterization using oil-production-induced microseismicity, Clinton County, Kentucky. *Tectonophysics* **289**(1-3), 129-152 (1998). [https://doi.org/10.1016/s0040-1951\(97\)00312-0](https://doi.org/10.1016/s0040-1951(97)00312-0)
48. Schlömer, N., Antonio, C., Geordie, M., Filip, G., Matthias, B., Siwei, C., nilswagner, natesime, Fred, F.: pygmsh. In., p. Zenodo. <http://doi.org/10.5281/zenodo.1173106>. (2018)
49. Si, H.: TetGen, a Delaunay-Based Quality Tetrahedral Mesh Generator. *ACM Trans Math Softw* **41**(2), 1-36 (2015). <https://doi.org/10.1145/2629697>
50. Simpson, D., Leith, W., Scholz, C.: Two types of reservoir-induced seismicity. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **78**(6), 2025-2040 (1988).
51. Spencer, C., Gubbins, D.: Travel-time inversion for simultaneous earthquake location and velocity structure determination in laterally varying media. *Geophys. J. Int.* **63**(1), 95-116 (1980). <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1980.tb02612.x>
52. Stenerud, V.R., Lie, K.-A., Kippe, V.: Generalized travel-time inversion on unstructured grids. *J. Pet. Sci. Eng.* **65**(3-4), 175-187 (2009). <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2008.12.030>

53. Stewart, R.R., Bland, H., Zhang, Q., Guthoff, F.: Average versus interval VP/VS. *Can. J. Explor. Geophys.* **33**(1-2), 29-31 (1997).
54. Thurber, C.H.: Earth structure and earthquake locations in the Coyote Lake area, central California. Doctoral thesis, Massachusetts Institute of Technology (1976)
55. Trojanowski, J., Eisner, L.: Comparison of migration-based location and detection methods for microseismic events. *Geophys. Prospect.* **65**(1), 47-63 (2017).  
<https://doi.org/10.1111/1365-2478.12366>
56. Trugman, D.T., Shearer, P.M.: GrowClust: A Hierarchical Clustering Algorithm for Relative Earthquake Relocation, with Application to the Spanish Springs and Sheldon, Nevada, Earthquake Sequences. *Seismol. Res. Lett.* **88**(2A), 379-391 (2017).  
<https://doi.org/10.1785/0220160188>
57. Tryggvason, A., Linde, N.: Local earthquake (LE) tomography with joint inversion for P- and S-wave velocities using structural constraints. *Geophys. Res. Lett.* **33**(7) (2006).  
<https://doi.org/10.1029/2005gl025485>
58. Vergne, J., Wittlinger, G., Hui, Q., Tapponnier, P., Poupinet, G., Mei, J., Herquel, G., Paul, A.: Seismic evidence for stepwise thickening of the crust across the NE Tibetan plateau. *Earth Planet. Sci. Lett.* **203**(1), 25-33 (2002). [https://doi.org/10.1016/s0012-821x\(02\)00853-1](https://doi.org/10.1016/s0012-821x(02)00853-1)
59. Waldhauser, F.: A Double-Difference Earthquake Location Algorithm: Method and Application to the Northern Hayward Fault, California. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **90**(6), 1353-1368 (2000). <https://doi.org/10.1785/0120000006>
60. Wu, Q., Vos, P.: Inference and Prediction. In: Rao, C.R., Gudivada, V.N. (eds.) *Computational Analysis and Understanding of Natural Languages: Principles, Methods and Applications*, vol. 38. pp. 111-172. Elsevier, (2018)
61. Yagiz, S.: P-wave velocity test for assessment of geotechnical properties of some rock materials. *Bull. Mater. Sci.* **34**(4), 947-953 (2011). <https://doi.org/10.1007/s12034-011-0220-3>
62. Zhang, H., Thurber, C.: Adaptive mesh seismic tomography based on tetrahedral and Voronoi diagrams: Application to Parkfield, California. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* **110**(B4) (2005). <https://doi.org/10.1029/2004jb003186>
63. Zhang, H., Thurber, C., Bedrosian, P.: Joint inversion for Vp, Vs, and Vp/Vs at SAFOD, Parkfield, California. *Geochem. Geophys. Geosyst.* **10**(11), Q11002 (2009).  
<https://doi.org/10.1029/2009gc002709>

64. Zhou, L., Zhao, C., Chen, Z., Zheng, S.: Three-Dimensional Vp and Vp /Vs Structure in the Longtan Reservoir Area by Local Earthquake Tomography. *Pure Appl. Geophys.* **169**(1-2), 123-139 (2011). <https://doi.org/10.1007/s00024-011-0300-8>
65. Zhou, Q.: PyMesh-Geometry Processing Library for Python. In: Software available for download at <https://github.com/PyMesh/PyMesh>. (2019)

## **6 ARTICLE 4: A HYBRID APPROACH TO COMPUTE SEISMIC TRAVEL TIMES IN 3D TETRAHEDRAL MESHES**

---

**Titre en français :** Une approche hybride pour calculer les temps de parcours sismiques sur des maillages tétraédriques.

Le contenu de ce chapitre a été publié sous forme d'un article scientifique.

**Auteurs :** Maher Nasr<sup>1</sup>, Bernard Giroux<sup>1</sup> and J. Christian Dupuis<sup>2</sup>

1- Institut National de la Recherche Scientifique, Centre Eau Terre Environnement.

2- Université Laval, Département de Géologie et de Génie Géologie.

**Titre de la revue :** *Geophysical Prospecting*, 68(4)

**DOI:** [10.1111/1365-2478.12930](https://doi.org/10.1111/1365-2478.12930)

**Soumis :** Aout 2019

**Accepté :** Décembre 2019

### **Contribution des auteurs:**

- Maher Nasr : proposition et conception de la méthode, implémentation de l'algorithme et des tests, rédaction de l'article.
- Bernard Giroux : conception de la méthode, implémentation de l'algorithme et des tests, rédaction de l'article.
- J. Christian Dupuis : amélioration du contenu et rédaction de l'article.

### **Résumé :**

Cet article présente le code de tracé de rai intégré dans le JHVIT. Il s'agit d'un nouveau solveur Eikonale appelé la dynamic shortest path. L'approche a été conçue et optimisée pour réaliser de tracé de rai sur un maillage tétraédrique sous la condition d'un modèle de vitesses lisse. La méthode opère sur deux temps : En premier lieu, les temps de parcours sont calculés pour tous les nœuds du domaine en utilisant une version modifiée de la méthode de SPM qui permet de raffiner localement le maillage autour des sources sismiques. En seconde étape, les rais sismiques sont tracés en calculant le gradient de temps de parcours. Les temps d'arrivée aux différents récepteurs sont recalculés ensuite le long de ces rais. Les tests réalisés sous diverses conditions montrent qu'une erreur relative moyenne de l'ordre de 0,1% est possible pour un coût de calcul raisonnable comparé à la SPM ou à la FMM. Ce temps d'exécution réduit reste très favorable pour des problèmes d'inversion tel que l'ICHV.

## 6.1 Abstract

We propose an optimized method to compute travel times for seismic inversion problems. It is a hybrid method combining several approaches to deal with travel time computation accuracy in unstructured meshes based on tetrahedral elementary cells. As in the linear travel time interpolation method, the proposed approach computes travel times using seismic ray paths. The method operates in two sequential steps: At a first stage, travel times are computed for all nodes of the mesh using a modified version of the shortest path method. The difference with the standard version is that additional secondary nodes (called tertiary nodes) are added temporarily around seismic sources in order to improve accuracy with a reasonable increase in computational cost. During the second step, the steepest travel time gradient method is used to trace back ray paths for each source-receiver pair. Travel times at each receiver are then recomputed using slowness values at the intersection points between the ray path and the traversed cells. A number of numerical tests with an array of different velocity models, mesh resolutions and mesh topologies have been carried out. These tests showed that an average relative error in the order of 0.1% can be achieved at a computational cost that is suitable for travel time inversion.

**Keywords:** Travel time; Seismic modelling; Ray-tracing; Seismic; Computing aspects.

## 6.2 Introduction

Numerical wave modelling based on ray tracing is often considered as a good approximate simulation of wave propagation (Grunberg, Genaud and Mongenet 2004; Červený 2005). The applications range from migration and seismic tomography in exploration geophysics (Symes *et al.* 1994; Yoon *et al.* 2003; Červený 2005; Majdański *et al.* 2006; Göktürkler and Balkaya 2010) to earth structure determination and earthquake hypocentre localization in seismology (Zhang and Thurber 2003; Trampert and van der Hilst 2005; Doser 2006). In addition to tracing ray-paths, computing first-arrival travel times is equally important for most applications. The numerical evaluation of arrival times can be achieved through different modes of domain discretization and ray tracing methods. Considering grid-based methods, the first step consists in defining a 2D or 3D velocity or slowness model that is subsequently discretized. Conventionally, a ray-tracing method is then applied to propagate the wave front from the seismic source to all domain nodes giving the travel time value at each one. In order to calculate seismic travel times as efficiently as possible, many approaches have been proposed and improved over time. Despite a plethora of solutions and philosophies for solving this problem, a careful study allows to identify some common threads. For instance, in order to compute travel times, whatever method is used, two

components are required: (1) an efficient strategy to visit the domain nodes and (2) an update mechanism to compute travel times at the cell scale. Independent from mesh type (regular or unstructured), the first component aims to conserve causality during wave front propagation. For instance, the Shortest Path Method (SPM) introduced by Nakanishi and Yamaguchi (1986) and the Fast-Marching Method (FMM) implemented by Sethian (1999 a), both rely on a strategy derived from Dijkstra's algorithm (Dijkstra 1959). During wave front propagation, domain nodes are maintained into three complementary and disjoint sets: the upwind set, the downwind set and the narrow band (Moser 1991; Sethian 1999 a). The upwind set contains nodes where travel time values are already calculated and assigned while the downwind set includes non-visited nodes and the narrow band represents nodes directly connected to the upwind node set. At each iteration, causality is ensured by considering only narrow band nodes with the smallest travel time ( $T_{min_i}$ ) as the new upwind nodes to update neighbouring vertices. In order to avoid costly searches, narrow band nodes should be sorted according to their travel time values and kept in that sorted-order.

The Group Marching Method (GMM), proposed by Kim (2001), uses a similar strategy but offers an improvement by considering many active sources at the same time. In order to ensure causality, the updated group of nodes should be selected such that at every iteration, narrow band nodes with travel times less than  $T_{min_i} + \frac{h s_{min}}{\sqrt{3}}$  are placed in the upwind set. Note that  $h$  is the spatial step and  $s_{min}$  is the narrow node minimum slowness. Neighbouring nodes are then updated and displaced to the narrow band set (Kim 2001).

The Fast-Sweeping Method (FSM), introduced by Zhao (2004), avoids the requirement to maintain a sorted list of nodes which can be time consuming and resource intensive. The method relies on Gauss-Seidel iterations to propagate the wave front. At each iteration, all the domain nodes are visited and convergence is reached for nodes along characteristic curves parallel to sweeping directions (Zhao 2004; Qian, Zhang and Zhao 2007). The causality is ensured by using several Gauss-Seidel iterations with different directions so that all characteristic curves are scanned.

Jeong and Whitaker (2008) proposed the Fast-Iterative Method (FIM) an easily parallelizable ray-racing method. In this approach, all the narrow band nodes, named here active list nodes, are updated at each iteration. Convergence is assumed to be reached for unchanged travel time nodes. Thereby, they are removed from the active list and their neighbouring nodes are added to active list. The task is repeated until the active list is empty (Jeong and Whitaker 2008). To

preserve causality, all the neighbours of the converged nodes are displaced to active list even those already converged at previous iterations (Capozzoli *et al.* 2014).

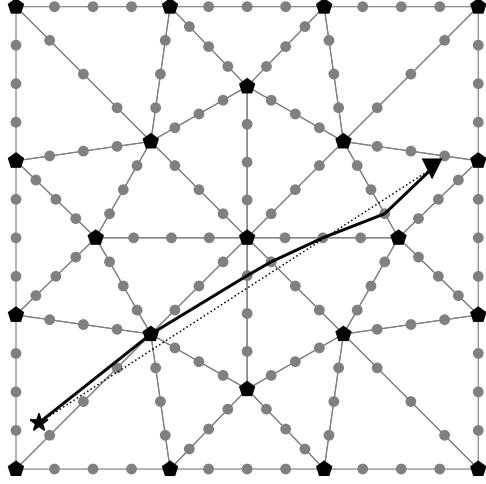
Shifting to travel time update mechanisms at cell scale, three different schemes have been described. The first, often associated with the SPM, is based on Huygens' principle (Leidenfrost *et al.* 1999). It considers a transmitted wave through cell interfaces so that the node update is done by taking the neighbour vertex with the smallest travel time and increasing it by the time needed for the wave front to propagate between the two nodes (Moser 1991; Leidenfrost *et al.* 1999; Bai, Li and Tang 2011). This mechanism is recognized as the diffraction mode propagation (Podvin and Lecomte 1991; Lelièvre, Farquharson and Hurich 2011). For accuracy purposes, secondary nodes can be added on cell edges and faces to take into account the transmission of the wave through the cell (Gruber and Greenhalgh 1998). The second mechanism, called the Godunov upwind scheme, is derived from a finite-differences solution of the Eikonal equation (Sethian 1999 a; Zhao 2004; Capozzoli *et al.* 2014). This scheme is only suitable for regular grids. For unstructured meshes, generalized local solvers based on Fermat's principle have been proposed by several authors (Fomel 1997; Sethian 1999 b; Qian *et al.* 2007; Huang, Zhang and Liu 2011; Lelièvre *et al.* 2011). The update mechanism consists of finding face or edge points so that the travel time to the updated node is smallest. To find such a point, some authors rely on a geometric solution (Sethian 1999 b; Qian *et al.* 2007; Fu, Kirby and Whitaker 2013) while others consider an optimization problem solution based on spatial derivatives and linear travel time interpolation (Fomel 1997; Lelièvre *et al.* 2011; Zhang *et al.* 2011). Asakawa and Kawanaka (1993) used the latter type of solver to trace back ray paths from receivers to the corresponding seismic source. This allowed to compute the travel times along the ray. This method, known as the Linear Travel time Interpolation Method (LTIM), can be implemented in both regular grid and unstructured meshes (Cardarelli and Cerreto 2002; Huang *et al.* 2011; Zhang *et al.* 2011).

In general, the accuracy and performance of all these methods depend on mesh resolution, slowness model, cell shape and neighbourhood size (Hysing and Turek 2005; Jeong and Whitaker 2008; Giroux 2014). The choice of the wave front propagation strategy has the greatest incidence on computing cost while the update mechanism has the most influence on the accuracy of the results. As such, many hybrid approaches have been proposed to enhance travel time computation efficiency, such as the combination of the FMM, the GMM or the SPM with the LTIM (Zhang, Chen and Xu 2004; Huang *et al.* 2011; Zhang *et al.* 2011).

Seismic travel time computations underpin inversion problems and as such authors often tend to increase mesh resolution in order to get the highest accuracy possible when computing the

forward problem (Bai *et al.* 2018). The task may be expensive for nonlinear problems like velocity inversion and hypocentre location since many iterations of a quadratic ( $O(n^2)$ ) to quasilinear ( $O(n \log(n))$ ) complexity are required to reach convergence. Repeatedly calculating travel times using high resolution meshes incurs long computation times and affects the overall inversion performance (Bai *et al.* 2018). This motivates the development of algorithms that provide efficient travel time computation with high accuracy and at reasonable computational cost. Such an approach is the aim of the present work. Based on the results of a large number of tests, we found that the proposed hybrid approach provides the sought trade-off between accuracy and time cost. Similar to LTIM, the presented approach relies on the computation of travel times along ray paths and combines these with other methods such as SPM and FMM. Briefly, this approach operates in two stages: (1) travel times are calculated for all domain nodes using the SPM or the FMM and (2) the ray paths joining receivers to corresponding seismic source are traced back and travel times are recalculated along the seismic rays. When ray paths are not explicitly needed, the second step can be avoided by interpolating travel times stored at grid nodes, at the receiver locations. Furthermore, in the case of the SPM, ray paths can be deduced directly at the first step, by storing in memory, for each node, the index of the source node yielding the final value of travel time (the so-called “parent” node). This procedure, however, results in ray path segments that necessarily pass at nodes, yielding somewhat discontinuous ray trajectories. Figure 6.1 illustrates this effect for a case in 2D for a homogeneous velocity model. Increasing the number of secondary nodes reduces this effect, at the expense of increased computational cost. There is therefore a balance to find between avoiding the second step, which reduces computation time, and increasing the number of secondary nodes.

In this paper, the two steps, i.e. travel time computation and ray path determination, are analysed for unstructured meshes and different options that can be included at each stage are tested to enhance travel time computation accuracy and computational cost. Several experiments have been realized in order to find the most efficient combination between different approaches available at each stage. Smooth velocity models similar to those derived from inversion processes are used. In addition to hybrid combinations, the standard LTIM version is implemented for real tetrahedral meshes. To our knowledge, this is the first time that the LTIM is tested with that kind of unstructured meshes. Its performance is evaluated and compared to hybrid and standard approaches. Accuracy and computational cost for the optimal combination are then evaluated with different complexity slowness models and compared to two classic methods: the SPM and the LTIM.



**Figure 6.1: Illustration of SPM raytracing in a 2D homogeneous velocity model with paths imposed to secondary nodes.**

Black pentagons are primary nodes, grey circles are secondary nodes. The solid black line is the discrete path crossing secondary nodes. The path should be linear from the source to the receiver (dashed line).

### 6.3 Conceptual approach

The main concept behind the proposed strategy consists in calculating travel times along ray paths. This technique was introduced by Asakawa and Kawanaka (1993) as a part of LTIM on regular 2D grids. Since then, several researchers have looked at ways to enhance the accuracy and the performance of the method (Li and Ulrych 1993; Cardarelli and Cerreto 2002; Vanelle and Gajewski 2002; Zhou, Zhang and Chen 2004; Zhang *et al.* 2015; Li, Liu and Zhang 2019). The method was extended to 3D regular grids by Zhang *et al.* (2011) and to unstructured mesh by Huang *et al.* (2011). In their work, Huang *et al.* (2011) relied on a hybrid mesh to discretize the study domain: a cubic elementary cell is the initial kernel and the cell shape has been slightly perturbed to fit undulating interfaces. Implementing the LTIM on unstructured meshes based on tetrahedral elements is trickier compared to a cubic grid due to the triangular shape of cell faces. As a first hurdle, local solvers based on linear travel time interpolation are less accurate because only three nodes are available instead of four. Thus, while the bilinear interpolation in a quadrilateral face is equivalent to a 4-term polynomial with a linear travel time gradient:

$$T(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy, \quad (6.1)$$

the travel time for a triangular face is represented with only a 3-term polynomial and a constant travel time gradient:

$$T(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y. \quad (6.2)$$

The second hurdle is that causality is not always respected in the case of obtuse angle triangles (Qian et al. 2007; Lelièvre et al. 2011; Fu et al. 2013) and can generate an additional error. The standard LTIM therefore appears to be theoretically less accurate and stable when used with tetrahedral meshes. Given these limitations, LTIM should be combined with other methods to enhance its performance.

The strategy that is proposed still requires two sequential steps, similar to current LTIM implementations. Consider a tetrahedral mesh in which slowness is defined at the vertices of the tetrahedra, i.e. at the so-called primary nodes. During the first step that is commonly known as the forward process, travel times are computed for all mesh nodes using either SPM or FMM. The choice of method depends on the accuracy that can be reached for the given problem. The second step, often called the backward process, consists in tracing the ray paths for all source-receiver pairs. Travel times ( $T$ ) can be then recalculated, during this second step, along the seismic rays (Huang et al. 2011).

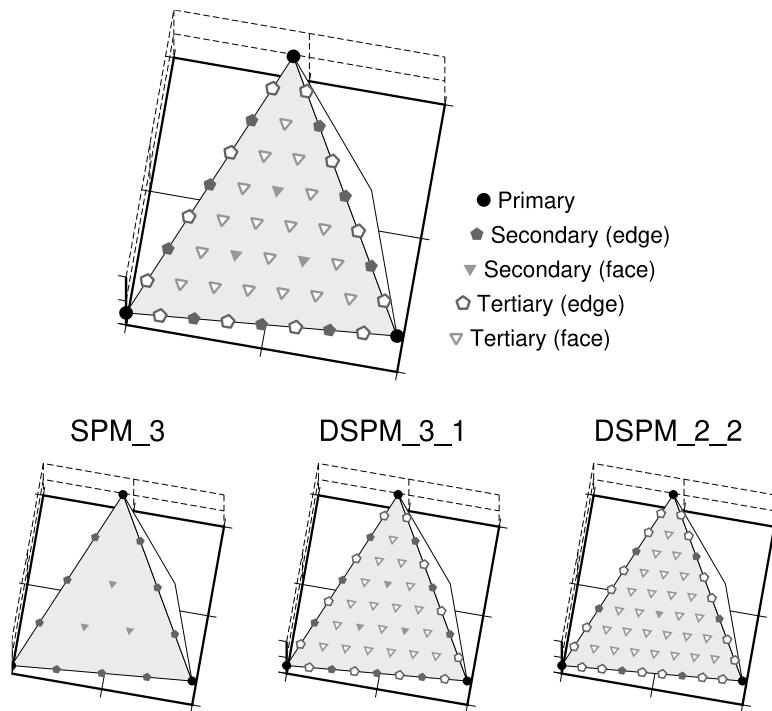
$$T(x, y, z) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} (s_{i+1} + s_i) \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}, \quad (6.3)$$

Where  $s_i$ ,  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  and  $(n-1)$  are respectively the slowness, the coordinates and the number of segments constituting the ray joining the source node to the receiver, while  $x$ ,  $y$  and  $z$  are the receiver coordinates. The segments are defined by the intersection of the ray path with the faces of the traversed tetrahedra, and slowness values at intersection points on the interfaces ( $s_i$ ) are interpolated from the values stored at the primary nodes (Figure 6.1). This second stage is referred to be the backward process because computation is done going from the receiver back to the source (Asakawa and Kawanaka 1993).

### 6.3.1 Forward step

During the forward step, wave fronts are propagated from seismic source to the whole domain so that travel times can be computed for all nodes. In theory, this step can be considered as a classic travel time computation problem. Any method previously discussed such as the SPM, the GMM or the FMM should work for this stage. One should note however that the update mechanism can impact the computational accuracy of the solution. To illustrate this effect, we propose to compare the accuracy of the SPM update mechanism (Giroux 2014) to the accuracy of the LTI local solver (Lelièvre et al. 2011) used in the FMM. Solutions based on Godunov schemes that are hinged on finite-differences solution of Eikonal equation were discarded since they are inappropriate for unstructured meshes as shown by Fomel (1997) and Sethian (1999b). These tests consist of

calculating travel times for all primary nodes of the domain using the SPM and the FMM. A model with a vertical velocity gradient of  $v(z) = 1.5 + 4.5 z$  was considered with four different mesh resolutions. The study domain is cubic with an edge of 1 km. The receivers, at a number of 1000, were randomly placed within the domain while seismic source was placed at the centre. All the meshes that were used during these tests were prepared using Gmsh version 4, an open-source software originally proposed by Geuzaine and Remacle (2009). Following the approach of Gruber and Greenhalgh (1998), the SPM was used in this example with three secondary nodes on each cell edge and three on each cell face. The distribution of these secondary nodes inside cell face is illustrated below, in Figure 6.2. The absolute and relative errors are then calculated for each primary node and the travel times computed for each method were compared to the analytic solution given by Červený (2005) and Fomel, Luo and Zhao (2009). The results obtained, shown in Figure 6.3, were examined to determine the most suitable update mechanism for tetrahedral meshes. These results suggest that, in terms of accuracy, SPM outperforms FMM regardless of the number of primary nodes and hence can be considered as the most accurate method in this case. On the other hand, the SPM computational cost is somewhat higher than for the FMM, even when using few secondary nodes like in the present example (3 secondary nodes). We propose below a modification to the SPM to reduce its computational cost and preserve accuracy.



**Figure 6.2: Cell face showing different node categories and the nomenclature used to specify discretization.**

The first number indicates the number of secondary nodes on an edge, and the second number indicates the number of tertiary nodes between secondary nodes, on an edge.

The conclusions regarding accuracy of the methods have previously been reached by Bai, Huang and Zhao (2010) and Giroux (2014) who showed that SPM provides more accurate solutions than FMM based on the LTI solver. This emphasizes the fact that the LTI local solver appears to be less suitable for 3D unstructured meshes, especially those based on tetrahedral elementary cells, because the number and the configuration of nodes make travel time computations less accurate in comparison to a regular grid. Recall that a good approximation of the Eikonal equation solution at cell scale requires at least two nodes at each quadrant (Gavete, Gavete and Benito 2003). Furthermore, cells of domain presenting triangular faces with an obtuse angle could affect the accuracy of LTI solver and cause additional errors as previously discussed (Qian *et al.* 2007; Lelièvre *et al.* 2011). The generated errors at the vicinities of such cells can propagate to other nodes along characteristic curves and induce more travel time computation errors sometimes further at other cells. This is a common occurrence for real unstructured meshes created by most generators such as Gmsh or Tetgen, even with optimization option turned on. In contrast, the SPM updater does not show any causality problems or cell geometry dependency. This also holds when secondary nodes are used and it is considered to be efficient (Giroux 2014). A common parametrization strategy is to associate slowness values at the nodes of the mesh instead of within the cells. A velocity model is then interpolated at secondary nodes which allows to take slowness variations into account and thus provide a better approximation of the seismic ray shape inside the cell. This strategy that uses secondary nodes is also useful to enhance the performance of the inversion algorithm. In order to have a reasonable number of model parameters, meshes for inversion problems are usually coarser in comparison to forward problems. In the forward case, it is important to increase the mesh resolution in order to get better travel time accuracy. Commonly, two meshes must be defined and stored separately in order to achieve reasonable accuracy and acceptable numerical performance (Serretti and Morelli 2011; Penz 2012). This is the case for the majority of raytracing methods such as FMM, GMM and FSM. Such a double meshing can be avoided, however, when SPM is used. This is because the inversion problem can be cast such that it works only with the primary nodes. During the ray tracing step, the mesh is refined by adding secondary nodes to the list of primary nodes. Consequently, this makes SPM a suitable choice for inversion algorithms since it saves memory and reduces computation cost: less nodes are stored and less slowness interpolations are done (Table 6.1).

**Table 6.1: Number of the variables to store and interpolation calls for a double and a simple meshing.**

	<b>Double meshing</b>	<b>Simple meshing (with SPM)</b>
Nodes for the inversion process	4,920	4,920
Nodes at ray-tracing step	35,132	34,961
Total stored nodes	40,052	34,961
Cells for the inversion process	22,744	22,744
Cells at ray-tracing step	175,708	22,744
Total stored cells	198,452	22,744
Slowness interpolation operations	40,052	30,041

The example assumes a model of almost 5,000 nodes for the inversion problem and 35,000 for the ray-tracing step. SPM is used with one secondary node.

At cell scale, the LTI local solver assumes homogeneous slowness values which therefore implies a straight ray paths within each cell. This assumption induces further error contrary to the SPM solver which insures a better approximation of seismic ray shape via the addition of secondary nodes. The LTI local solver also has another important weakness in that it violates the planar wave hypothesis near seismic sources. This results in high travel time errors in the vicinity of the sources. The common workaround for LTI is to refine the mesh around the source nodes. This is possible on most mesh generators. However, in the case of nonlinear inversion problems, source location may change from iteration to another and therefore the whole domain should be discretized anew at every iteration to get the refinement at the source positions. It soon becomes apparent that this approach is cumbersome to implement and can be computationally intensive. In comparison, SPM allows for an efficient alternative that we propose in this paper. The idea is to create a mesh of homogeneous resolution and preserve its topology for all iterations, and perform mesh refining at each iteration using temporary nodes placed in the vicinity of the source nodes. These dynamic nodes are added on cell edges and faces with the approach of Gruber and Greenhalgh (1998) and are removed once travel times are computed for the corresponding source. Three node types are thus defined for SPM as illustrated in Figure 6.2: (1) primary nodes, located at the tetrahedron vertices, that define the inversion model parameters, (2) secondary nodes added on the cell edges and faces to increase mesh resolution for the whole domain and (3) temporary tertiary nodes placed within a given radius of the seismic sources to refine the mesh locally. Inversions are carried out considering only primary nodes, while the ray tracing step operates with all nodes. The slowness model is defined at primary nodes and interpolated at both secondary and tertiary node sets. The total number of nodes within a given cell is given by:

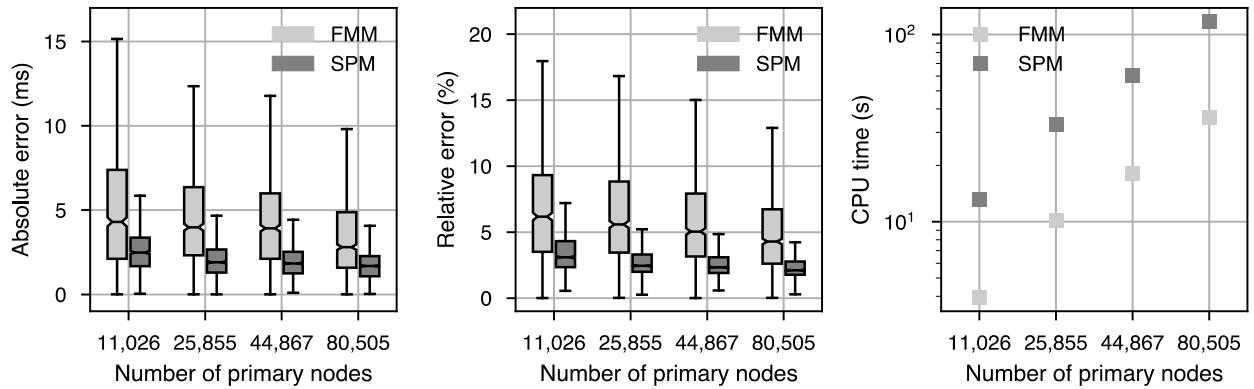
$$N = N_p + N_s + N_t, \quad (6.4)$$

where  $N_p$  is equal to 4, the number of primary nodes.  $N_s$  and  $N_t$  are respectively the number of secondary and tertiary nodes.  $N_s$  and  $N_t$  are calculated as follow:

$$N_s = 2ns (ns + 2), \quad (6.5)$$

$$N_t = 2nt (nt + 2) (ns + 1)^2, \quad (6.6)$$

where  $ns$  represents the number of secondary nodes added on each cell edge and  $nt$  is the number of tertiary nodes added between two successive secondary nodes. While the number of primary and secondary nodes is always invariant, the number of tertiary nodes may change during the inversion processes. The total number of tertiary nodes  $N_t$  depends on the local mesh resolution, the source position, and the radius around the source where these nodes are added. This makes the whole mesh resolution dynamic. For this reason, we call this modified SPM the dynamic shortest-path method (DSPM). In further sections, DSPM\_s\_t refers to the DSPM with  $s$  secondary nodes and  $t$  tertiary nodes (Figure 6.2).



**Figure 6.3 : Absolute (left) and relative (right) error, as well as CPU time (right) for the FMM and SPM with different mesh resolution.**

For the SPM, 3 secondary nodes were added in each cell face and edge. The target and the box limits correspond respectively to error median, first and third quartiles, and the whisker refers to the 5% and 95% percentiles (McGill, Tukey and Larsen1978).

### The DSPM vs the SPM

As stated previously, we use accuracy and computational time as metrics to compare DSPM and SPM. As such, the relative errors at primary nodes as a function of distance from seismic source are illustrated in Figure 6.4 for three different levels of discretization. Each domain in this example contains 11,026 primary nodes. The velocity model was derived using a vertical gradient model ( $v(z) = 1.5 + 4.5 z$ ). The domain under study is still a  $1 \text{ km}^3$  cube with average cell edges length of approximately 57 m. The receivers and seismic source were kept at the same positions as the example shown in Figure 6.3. Three different schemes are tested, with parameters given in Table 6.2. In the first discretisation, 9 secondary nodes are placed on every edge and 36 inside each

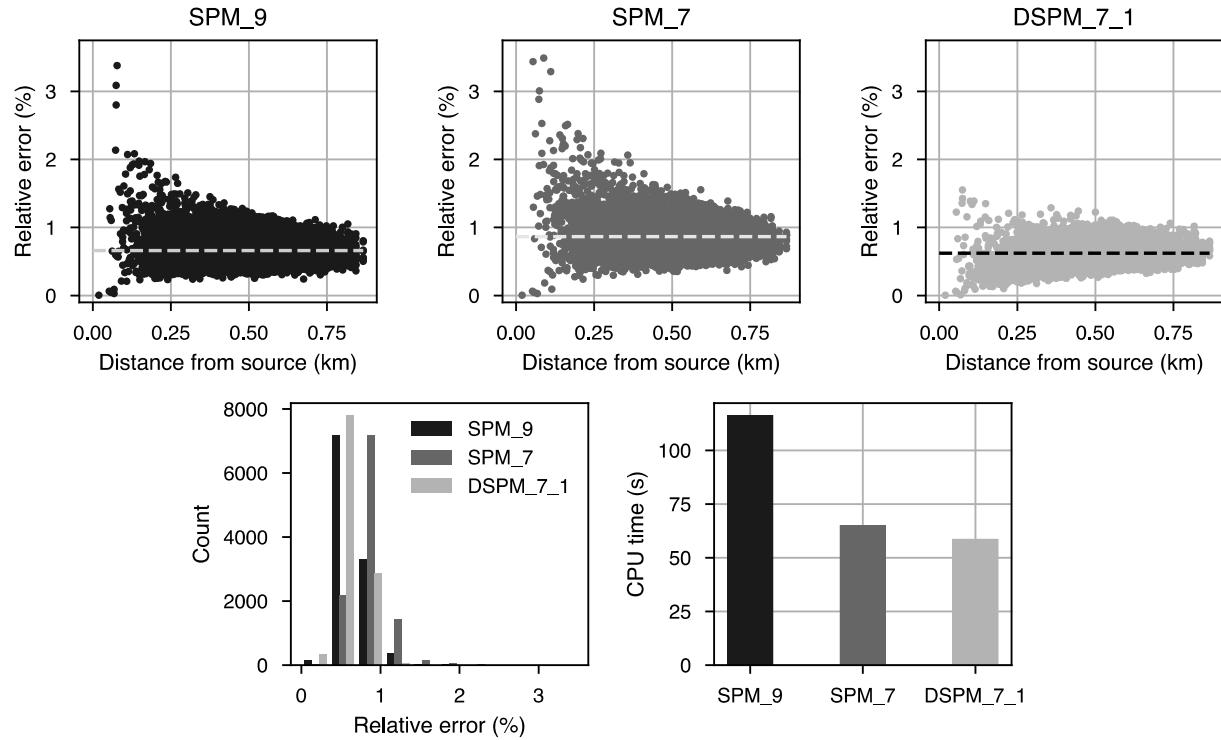
face (SPM\_9). For the second discretization, 7 secondary edge nodes and 21 face nodes were added to every edge and face respectively (SPM\_7). The last discretization considered has one tertiary node between edge nodes (DSPM\_7\_1), for cells distributed uniformly around the seismic source in a sphere with a radius of 150 m. This scheme increased the overall number of nodes by 4% in comparison to SPM\_7 bringing total number of nodes close to  $3.0 \times 10^6$ , a reduction of 37% relative to the overall number of nodes in SPM\_9.

**Table 6.2 : Comparison of the SPM\_9, SPM\_7 and DSPM\_7\_1 scheme.**

	SPM_9	SPM_7	DSPM_7_1
Secondary nodes per edge	9	7	7
Secondary nodes per face	36	21	21
Secondary nodes per cell	198	126	126
Tertiary nodes per edge	0	0	8
Tertiary nodes per face	0	0	84
Tertiary nodes per cell	0	0	384
Total nodes ( $\times 10^6$ )	~4.7	~2.8	~3.0

The modelling results, shown in Figure 6.4, reveal that the accuracy of SPM is improved when tertiary nodes are introduced. These results also show that despite a significant reduction in the number of nodes, the results from DSPM\_7\_1 have lower relative error than the more resource intensive SPM\_9 discretization. In fact, the maximum recorded relative error decreased from 3.4 % and 3.5% respectively when homogeneous mesh resolution models SPM\_9 and SPM\_7 were considered, to 1.6% when higher mesh resolution was used around seismic sources (DSPM\_7\_1). It is interesting to note that the improvements are not restricted to the regions proximal to the nodes that are coincident with the source points but also at greater distances in the model. This can be explained by the fact that error at nodes close to the source often propagates over all domain nodes: travel times calculated at a far location from source depend on the travel time of near nodes. The global average error was evaluated to 0.66% and 0.86% for SPM\_9 and SPM\_7 respectively and to 0.62% after applying the mesh-refinement process of DSPM\_7\_1. The strategy of increasing mesh resolution locally represents an interesting alternative to deal with the planar wave approximation problem: the DSPM ensures more accuracy with a reasonable mesh resolution. Avoiding mesh refinement of the whole domain can enhance the performance of the method by saving memory and reducing computation costs while still maintaining a reasonable relative error. As an example, the computation time was decreased by 45 % when SPM\_7 was used instead of SPM\_9 and by 50% when DSPM\_7\_1 was used instead of SPM\_9. It is interesting to note that, although the total number of nodes is 7% higher

for DSPM\_7\_1 relative to SPM\_7, the computation time for the latter is 8% higher. This is explained by differences in implementation that relates to the information stored for each node. For SPM, the index of the parent node is saved to allow raytracing during the forward step. This incurs additional memory access during computations and therefore slows down the solution. For the DSPM, the raytracing is performed at a backward step (as detailed in section 6.3.2 below) and thus the forward step is not affected by the same memory access overhead.



**Figure 6.4 : Relative error versus distance from source for three discretization schemes.**

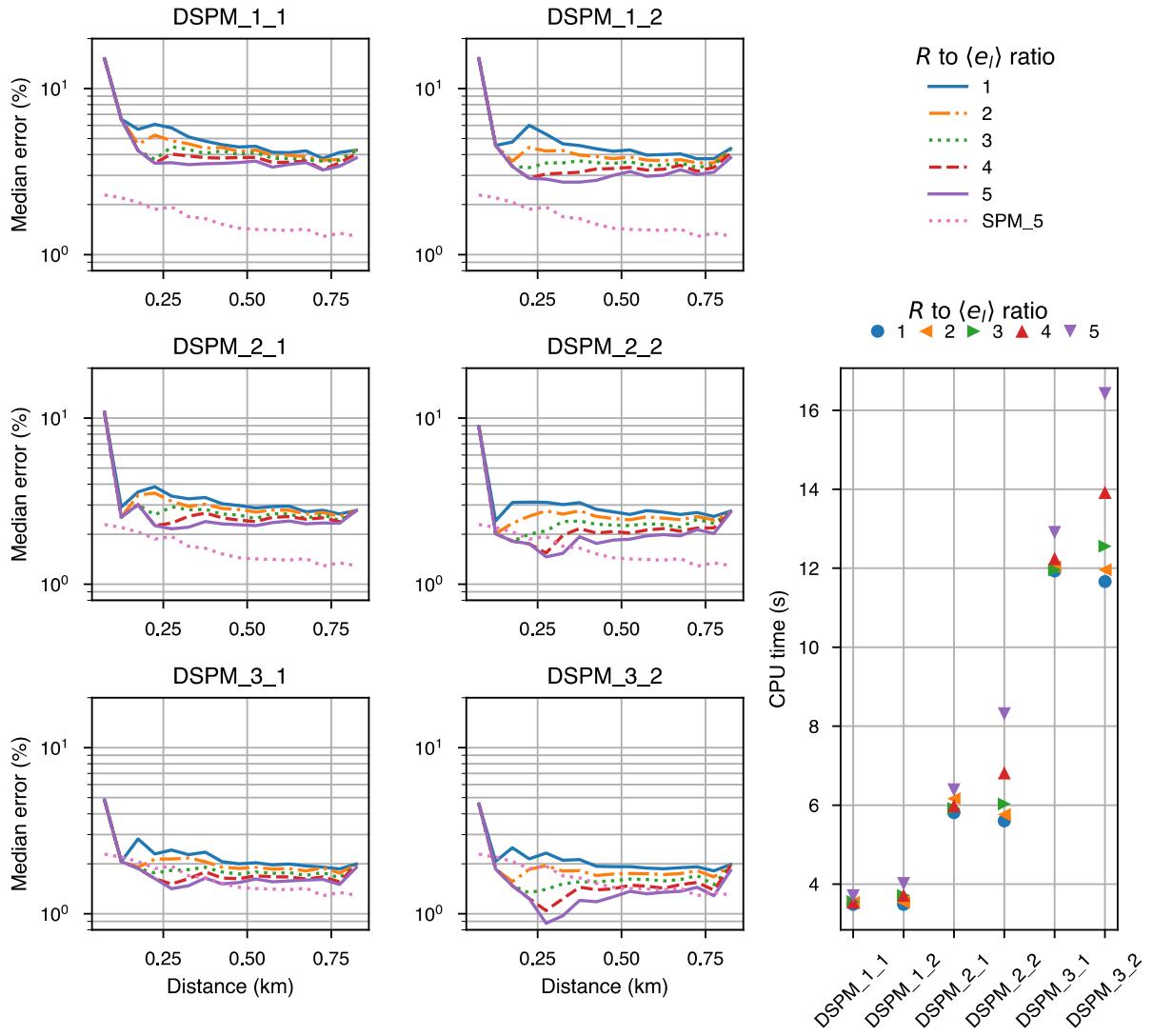
Dashed lines are the average errors. The bottom left figure is the relative error histogram for the tested schemes, and the bottom right is the CPU time for the three runs.

### **Tertiary node Subdomain**

The extent of the subdomain around sources where tertiary nodes are used plays a crucial role for the DSPM accuracy. In this work, the subdomain is assumed to be spherical with a radius  $R$  and centred on the seismic source. Since many factors influence its choice, the criteria to set the radius are examined in this section. These factors are the initial mesh resolution and quality, the number of secondary and tertiary nodes and the used velocity model. The radius has to be set in order to increase mesh resolution in the source vicinity, where the wave front curvature is more pronounced in comparison to the size of the cells. Recall that the SPM is based on Huygens's principle, which states that every point on a wave front is itself the source of a spherical wave,

and these waves which sum up to propagate the wave front in space. By increasing the density of nodes close to the source, the number of potential secondary source is increased and a highly curved wave front will be better represented.

To illustrate the influence of the choice of the radius  $R$ , we consider the previous example with a mesh of about 11 thousand nodes. The mesh has a relatively narrow cell size distribution, with mean cell edge length  $\langle e \rangle$  of  $57 \pm 14$  m. Tests are performed for five increasing values of radius  $R$  normalized by  $\langle e \rangle$ , for six discretization schemes: DSPM\_1\_1, DSPM\_1\_2, DSPM\_2\_1, DSPM\_2\_2, DSPM\_3\_1, and DSPM\_3\_2. The results are presented in Figure 6.5, which shows the median of the relative error computed for bins of increasing distance to the source, as well as computational cost. For comparison, the results for SPM\_5 are also presented. We can observe that the effect of radius  $R$  on accuracy remains proportionally constant as the number of secondary nodes  $n_s$  increases. On the other hand, the effect of  $R$  is more pronounced if the number of tertiary nodes is increased. In most cases, the benefit of using a radius larger than  $3\langle e \rangle$  appears marginal, especially considering that the computation cost increases substantially for  $R > 3\langle e \rangle$ . A second series of tests were performed with a finer mesh (results not shown), and the same trends were observed.



**Figure 6.5 : Relative travel time error as function of distance from the source for different DSPM schemes and subdomain radii  $R$ .**

Radii are normalized by the mean cell edge length ( $\langle e_i \rangle$ ). Upper right legend refers to the error plots.

### 6.3.2 Backward process

After calculating the travel times for all domain nodes, a backward step is started. The objective of this step is to get the ray paths connecting each receiver to the corresponding source (Asakawa and Kawanaka 1993; Zhou *et al.* 2004; Huang *et al.* 2011; Zhang *et al.* 2011). The ray is approximated by using a finite number of line segments that are defined by points of intersection between the maximum travel time gradient and mesh cells. The methods used to trace back seismic rays fall into one of two camps: the first relies on the LTI local solver to trace the ray from the receiver back the seismic source (Asakawa and Kawanaka 1993; Huang *et al.* 2011; Zhang

*et al.* 2011) while the second is based on a local calculation of the steepest travel time gradients (Zhang *et al.* 2013; Ding *et al.* 2016). Accuracy and performance are compared for both approaches after the brief introduction that follows below.

### The LTI local solver

LTI updaters were already introduced for solving the forward step problem. At any given receiver ( $R$ ), the solver provides the point on the cell face ( $P$ ) that minimizes travel time. The line joining  $R$  to  $P$  is considered as a segment of the ray path and  $P$  is then assumed to be a new receiver. The task is repeated until the source node is reached. To calculate the coordinates of  $P$ , we follow the approach presented by Lelièvre *et al.* (2011). For this, we suppose that a point receiver  $R$  is located inside a tetrahedron cell (ABCD). We then assume that  $P_1, P_2, P_3$  and  $P_4$  are respectively the points that minimize travel times on face ABC, ABD, BCD and ACD (Figure 6.6). According to Lelièvre *et al.* (2011), the position of  $P_1$  is given by its relative coordinates  $(\xi, \zeta)$  in the base ( $A, b, c$ ):

$$AP_1 = \xi c + \zeta b, \quad (6.7)$$

where  $\xi$  and  $\zeta$  are calculated as following:

$$\xi = \xi_0 + \frac{|b^2(T_B - T_A) - (T_C - T_A) \mathbf{b}^t \cdot \mathbf{c}|}{\varphi w} \rho_0, \quad (6.8a)$$

$$\zeta = \zeta_0 + \frac{|c^2(T_C - T_A) - (T_B - T_A) \mathbf{b}^t \cdot \mathbf{c}|}{\varphi w} \rho_0. \quad (6.8b)$$

Here  $\xi_0$  and  $\zeta_0$  are the relative coordinates of  $R'$  the orthogonal projection of  $R$  onto face ABC and  $\rho_0$  is the distance from the point  $R$  to  $R'$  (Figure 6.6). The norm of cross product between vectors  $b$  and  $c$  is given by  $\varphi$  ( $\varphi = \|b \times c\|$ ). The transpose operator is  $t$  while  $T_A, T_B$  and  $T_C$  are respectively the travel times at nodes A, B and C computed during the forward step. The 3 nodes are labelled such that the travel time at node A is the smallest ( $T_A < T_B$  and  $T_A < T_C$ ).

The difference between cell slowness ( $s$ ) and travel time gradient is denoted as  $w$  (Lelièvre *et al.* 2011), i.e.

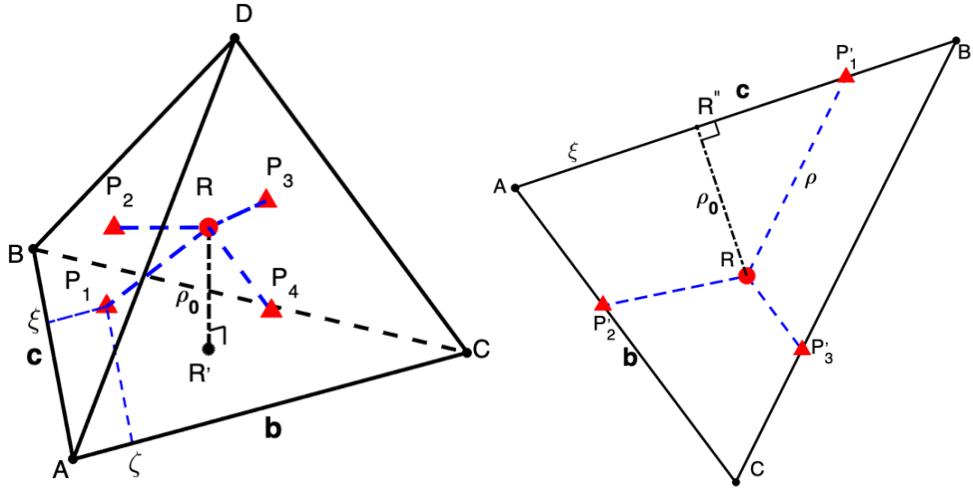
$$w^2 = s^2 \varphi^2 - (T_B - T_A)^2 b^2 - (T_C - T_A)^2 c^2 + 2(T_B - T_A)(T_C - T_A) \mathbf{b}^t \cdot \mathbf{c}. \quad (6.9)$$

Note that the slowness value is assumed to be constant inside the cell. Obviously,  $w^2$  should be positive to calculate  $\xi$  and  $\zeta$ . Moreover, the point  $P_1$  has to be inside the face ABC. The condition is fulfilled by testing the following expressions:

$$0 < \xi < 1, \quad (6.10a)$$

$$0 < \zeta < 1, \quad (6.10b)$$

$$0 < \xi + \zeta < 1. \quad (6.10c)$$



**Figure 6.6 : Geometric scheme for raytracing LTI solver at tetrahedron cell scale (left) and at triangle face (right) (Lelièvre et al. 2011).**

In addition to the transmitted waves inside cells, head waves travelling along the edges should be considered (Sethian 1999 a; Qian et al. 2007; Lelièvre et al. 2011). For this task we need to determine points that minimize travel time onto edges AB, AC and BC. The pseudo-code that meets this requirement is shown in Algorithm 6.1 below. To investigate how this algorithm works, we start by considering the case for the edge AB where the position of the point sought is given by the normalized distance  $\xi$  from node A such that:

$$\mathbf{AP}_1 = \xi \mathbf{c}. \quad (6.11)$$

The value of  $\xi$  that minimize travel time along this edge is calculated as shown below:

$$\xi = \xi_0 + \frac{(T_B - T_A)\rho_0}{\tilde{w}c}. \quad (6.12)$$

---

**Algorithm 6.1 : 2D LTI solver for cell scale raytracing.**


---

```

inputs: Receiver R, face F, Slowness s
1 t ← ∞
2 for all edges that belong to face F
3     calculate  $\tilde{w}^2$ 
4     if  $\tilde{w}^2 > 0$ 
5         calculate  $\xi$ 
6          $P_i \leftarrow A + \xi c$  // A is the edge node with smallest travelttime
7         if  $T(P_i) + s RP_i < t$ 
8              $P \leftarrow P_i$ 
9              $t \leftarrow T(P_i) + s RP_i$ 
10        end if
11    end for
12    for all vertices V that belong to face F
13        if  $T(V) + s RV < t$ 
14             $P \leftarrow V$ 
15             $t \leftarrow T(V) + s RV$ 
16        end if
17    end for
18 return P

```

---

The task is similar for the 3D case, where  $\rho_0$  is defined as the distance to R from its orthogonal projection  $R''$  onto line AB (Figure 6.6).  $\xi_0$  is the normalized distance between A et  $R''$  while  $\tilde{w}$  is computed as:

$$\tilde{w}^2 = s^2 c^2 - (T_B - T_A)^2. \quad (6.13)$$

When  $\tilde{w}^2$  is negative or P falls outside the line segment AB ( $\xi > 1$  or  $\xi < 0$ ), the solution is given by the node that minimizes the head wave travel time along the edges AR and BR ( $\min(T_A + s AR, T_B + s BR)$ ).

For each face around the receiver, 7 points have to be computed such that travel time values are minimized for transmitted and head waves. These points fall onto edges and faces of the cells surrounding receiver R (Lelièvre *et al.* 2011; Algorithm 6.1; Algorithm 6.2). Considering face ABC for example, the first point, if it exists, is due to the transmitted wave traveling inside the volume RABC computed using equations 6.8a and 6.8b. The second corresponds to head waves travelling inside faces RAB, RAC and RBC and along edges RA, RB and RC. The only point that minimizes travel times to the receiver is preserved while the others are discarded. The task is repeated for all faces around the receiver (faces ABD, BCD and ACD in Figure 6.6).

---

**Algorithm 6.2 : 3D LTI solver for cell scale raytracing.**


---

Inputs: Receiver R, the  $n$  faces surrounding R, Slowness s

- 1  $t \leftarrow \infty$
- 2 for  $i = 1$  to  $n$
- 3 calculate  $w^2$
- 4 if  $w^2 > 0$
- 5 calculate  $\xi$  and  $\zeta$
- 6  $P_i \leftarrow A + \xi c + \zeta b$  // A is the face node with smallest travel time
- 7 if  $T(P_i) + s RP_i < t$  //  $T(P_i)$  is the interpolated travel time at  $P_i$
- 8      $P \leftarrow P_i$
- 9      $t \leftarrow T(P_i) + s RP_i$
- 10 end if
- 11 end if
- 12  $P_i \leftarrow$  2D-LTI solver (R, faces(i), s)
- 13 if  $T(P_i) + s RP_i < t$
- 14      $P \leftarrow P_i$
- 15      $t \leftarrow T(P_i) + s RP_i$
- 16 end if
- 17 end for
- 18 return P

---

Finally, for the  $n$  faces around the receiver, point P is chosen such that it has the smallest travel time to the receiver (Algorithm 6.1):

$$P_i | \min(T_{Pi} + s_i RP_i). \quad (6.14)$$

Depending on the receiver position, the number of faces  $n$  can take different values. Thus, for a receiver falling inside a cell, the four faces that belong to the cell have to be considered. The number of faces to consider increases to 6 when the receiver is located on a face, between two cells. It is also possible to get yet a greater number of faces when the receiver is located on a cell vertex or an edge. Faces belonging to cells sharing the vertex or the edge have to be tested. The overall number for each receiver position will therefore depend strongly on the local mesh topology.

### ***The Steepest travel time gradient methods***

According to Fermat's principle, the steepest travel time gradient is always normal to the wave front and tangent to the seismic ray at a local scale (Zhang *et al.* 2013; Wang *et al.* 2014; Ding *et al.* 2016). Thus, ray paths can be traced following the travel time gradient. The negative direction of the gradient should be taken since the ray is traced back from receivers to the source. Similar to the LTI solver approach, the method operates iteratively to find the intersections between ray

paths and mesh cells. The ray is traced by connecting the segments defined by travel time gradient intersections with the cell faces.

Many methods have been proposed to approximate travel time gradient on unstructured meshes. Some approaches rely on a first order linear gradient reconstruction such as the Averaging-Based method (ABM), the Regression-Based method (RBM), the Green-Gauss method and the Raycasting (ter Braak and Juggins 1993; Ledergerber *et al.* 2008; Correa, Hero and Ma 2011). For such methods, travel times are approximated at each point  $\mathbf{x}_0(x_0^1, x_0^2, x_0^3)^t$  using a first order Taylor expansion:

$$T(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}) \approx T(\mathbf{x}_0) + \mathbf{h}^t \nabla T(\mathbf{x}_0), \quad (6.15)$$

where  $\nabla T(\mathbf{x}_0)$  is the travel time gradient and  $\mathbf{h}$  is the discretization step. Some approaches can be extended to higher order gradient reconstruction, such as the Regression-Based method (RBM). A second order approximation of the travel times is used in this case:

$$T(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}) \approx T(\mathbf{x}_0) + \mathbf{h}^t \nabla T(\mathbf{x}_0) + \frac{1}{2} \mathbf{h}^t \mathbf{H}(\mathbf{x}_0) \mathbf{h}, \quad (6.16)$$

where  $\mathbf{H}(\mathbf{x}_0)$  is the travel time Hessian matrix.

Three methods were tested in this study. The first is the ABM. The second is the RBM with a first order approximation of travel time gradient and the last one is the second order version of the RBM.

**-The Averaging-Based method:** For this method, the travel time gradient is calculated at a given cell vertex as a weighted linear combination of gradients computed at each neighbouring cell (Correa *et al.* 2011). The gradient at point  $\mathbf{x}_0$  is given by

$$\nabla T(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^{nc} f_i \nabla T(i), \quad (6.17)$$

where  $\nabla T(i)$ ,  $f_i$  and  $nc$  are respectively the travel time gradient, the cell weighting factor and the number of neighbouring cells. The travel time gradient  $\nabla T(i)$  inside each cell  $i$  is assumed constant and is computed by solving (Correa *et al.* 2011).

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0)^t \\ (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0)^t \\ (\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_0)^t \end{bmatrix} \cdot \nabla T = \begin{bmatrix} T(\mathbf{x}_1) - T(\mathbf{x}_0) \\ T(\mathbf{x}_2) - T(\mathbf{x}_0) \\ T(\mathbf{x}_3) - T(\mathbf{x}_0) \end{bmatrix}, \quad (6.18)$$

where  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{x}_2$  and  $\mathbf{x}_3$  are the other three vertices of the cell  $i$ . The left-hand side is a  $3 \times 3$  matrix with full rank in the case of non-degenerated tetrahedron. Thereby, the system can be solved exactly using direct methods.

Different representations were proposed to express weighting factors appearing in Equation 6.17.

- 1- A uniform function: in this case, all cells have the same weights. The method is recommended for meshes showing homogeneous cell size.
- 2- A volumetric function: each cell is weighted using its relative volume. The method is equivalent to the Green-Gauss Method (Correa *et al.* 2011).
- 3- An inverse centroid distance function: the travel time gradient at each cell is weighted using inverse distance from vertex  $\mathbf{x}_0$  to correspondent cell centroid.

Correa *et al.* (2011) compared different weighting functions and proved that the inverse centroid distance gives the highest accuracy compared to the other methods. Thus, the ABM with inverse centroid distance weighting was chosen for this work. This approach is only valid to calculate travel time gradient at cell vertices and thus if the receiver falls on an edge, on a face, or inside a cell, travel time gradients must be computed at each neighbouring vertex. The gradient components are then approximated at the receiver position using respectively 1D, 2D or 3D linear interpolation.

**-The Regression-Based method:** The method is also known as the Least-squares gradient reconstruction (Dahoe and Cant 2004) or the method of Moving Least-Squares (Gavete *et al.* 2003; Ledegerber *et al.* 2008). The travel time gradient computed makes use of multidimensional regressions. For  $M$  nodes surrounding the point  $\mathbf{x}_0$ , Equation 6.15 can be written  $M$  times and gives the following linear system of equations which is written in matrix notation as:  $\mathbf{A} \cdot \nabla T(\mathbf{x}_0) = \mathbf{b}$ , where:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0)^t \\ (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0)^t \\ \vdots \\ (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)^t \\ \vdots \\ (\mathbf{x}_M - \mathbf{x}_0)^t \end{bmatrix}, \quad (6.19a)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} T(\mathbf{x}_1) - T(\mathbf{x}_0) \\ T(\mathbf{x}_2) - T(\mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ T(\mathbf{x}_i) - T(\mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ T(\mathbf{x}_M) - T(\mathbf{x}_0) \end{bmatrix}. \quad (6.19b)$$

An  $M \times M$  diagonal matrix  $\mathbf{W}$  can be inserted in the system to give different weights to nodes. The system can be written as:

$$\mathbf{W} \mathbf{A} \nabla T(\mathbf{x}_0) = \mathbf{W} \mathbf{b}. \quad (6.20)$$

The weight coefficients can follow a uniform or an inverse distance function. Tests conducted by Mavriplis (2003) and Correa *et al.* (2011) have shown that better accuracy is achieved with inverse

distance weighting and thus this weighting scheme was retained for this study. The linear system of equations described by Equation 6.20 is usually overdetermined and can therefore be solved using the least-squares method.

One should note that RBM is easily extended to second order gradient reconstruction by adopting the second order Taylor expansion (Equation 6.16). The system of equations to be solved then becomes:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0)^t & \text{vect}((\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) \cdot (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0)^t) \\ (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0)^t & \text{vect}((\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0)^t) \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)^t & \text{vect}((\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)^t) \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{x}_M - \mathbf{x}_0)^t & \text{vect}((\mathbf{x}_M - \mathbf{x}_0) \cdot (\mathbf{x}_M - \mathbf{x}_0)^t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \nabla T(\mathbf{x}_0) \\ \text{vect}(\mathbf{H}(\mathbf{x}_0)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T(\mathbf{x}_1) - T(\mathbf{x}_0) \\ T(\mathbf{x}_2) - T(\mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ T(\mathbf{x}_i) - T(\mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ T(\mathbf{x}_M) - T(\mathbf{x}_0) \end{bmatrix}, \quad (6.21)$$

where  $\text{vect}(\cdot)$  is an operator transforming a matrix to a vector by vertically appending its columns in order (Erem and Brooks 2011). The system is solved the same way as for Equation 6.19, using least-squares. The travel time gradient components are stored in the first 3 elements of the solution vector.

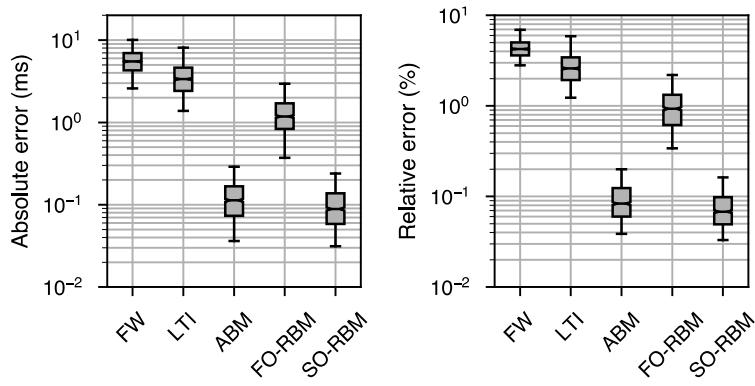
## 6.4 Accuracy and performance

### 6.4.1 Backward process

The averaging and regression-based methods as well as the LTI local solver ray-tracing were evaluated in terms of their accuracy and computing time requirements. All of the results presented were obtained using a 3 GHz 8-Core Intel Xeon machine running macOS Mojave 10.14.1 with 64 Go 1866 MHz DDR3 RAM. All algorithms have been implemented in C++ and compiled with the clang compiler version 10.0 with level 3 optimization turned on. The source code is available on github (Giroux and Nasr 2018). Although these implementations have been parallelized following a task-based approach (Giroux and Larouche 2013), parallel performance is not assessed in this paper.

The accuracy of the methods was the first metric to be investigated by using the same mesh resolution, slowness model and forward step solution (the DSPM). The only modification was the method used for the backward process. The analysed approaches include the LTI solver, the steepest gradient reconstruction using the ABM, the first order regression-based method (FO-RBM) and the second order regression base method (SO-RBM). Travel times obtained after interpolation of the forward-step travel times at receiver locations are also presented to help quantify the benefits of the different processes used for computing the backward step. For all tests

in this section, the domain dimensions, the velocity model as well as the receivers and the seismic source remain the ones described in section 6.3.1. Thus, a vertical gradient velocity model, a point seismic source placed at the centre of the cubic domain and one thousand randomly distributed receivers were used. In this first test, the number of primary nodes is still 11,026 and one secondary node per edge was added for all domain cells. The total number of nodes was increased to 3 edge nodes and 3 face nodes (DSPM\_1\_1 according to the nomenclature presented in Figure 6.2) within a radius of 0.1 km around the source. This brings the total number of nodes to 82,172. Since the smoothness of this model is comparable to velocity models that are typically obtained from inversion, this seems an appropriate choice. For this numerical experiment, the seismic source was placed at the centre of the domain. The absolute and relative travel time errors were computed for each receiver and are shown in Figure 6.7 and Table 6.3.



**Figure 6.7 : Box and whisker plots showing accuracy comparison between 4 backward process methods as well as travel times computed at the forward step by interpolation.**

**Table 6.3 : Absolute and relative errors travel time computed at the forward step (FW) and for 4 backward process methods (LTI solver, ABM, FO-RBM, SO-RBM).**

	Forward	LTI solver	ABM	FO-RBM	SO-RBM
Average of absolute error (ms)	5.8	3.8	0.13	1.37	0.11
Absolute RMSE* (ms)	6.3	4.4	0.15	1.61	0.13
Average of relative error (%)	4.5	2.9	0.10	1.07	0.08
Relative RMSE (%)	4.8	3.3	0.11	1.25	0.09
Maximum absolute error (ms)	16.1	15.6	0.51	8.42	0.42
Maximum relative Error (%)	30.0	14.4	0.31	5.59	0.31

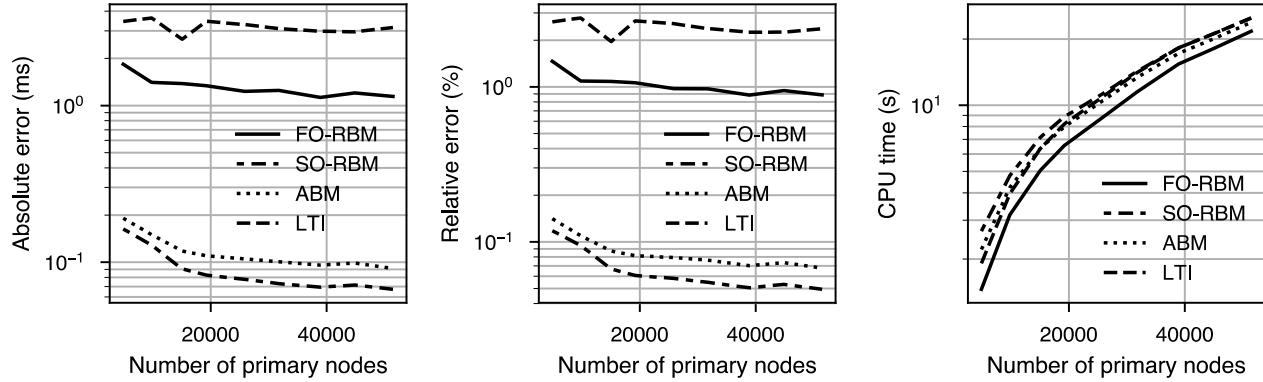
\* Root-mean-square error

Errors computed for different methods show that the LTI solver is less accurate than the steepest gradient methods (the ABM, the FO-RBM and the SO-RBM) by one to two orders of magnitude. To explain the low accuracy of the LTI solver, three hypotheses can be postulated. The first is that the method operates at the scale of one cell and uses only 4 nodes to determine ray path intersection with mesh cells, whereas the steepest gradient methods rely on a cloud of nodes 5 to 8 times greater for this mesh resolution. The number of nodes used is therefore a crucial factor to better approximate the ray path. Indeed, tests that used the FO-RBM with travel time gradient computed at the scale of one cell (only the 4 cell nodes are used) showed accuracy that, albeit slightly less, is of the same order of magnitude as was obtained with the LTI solver. This is to say that the LTI solver approach is somewhat equivalent to the steepest gradient methods operating at the scale of one cell but it gets left behind when more nodes are available.

The second hypothesis is that the LTI solver depends more on the geometry of the cells because faces with obtuse angles have a significant deleterious effect on the accuracy of the LTI solver. Unfortunately, unlike for the forward process, there are no ingenious modifications that can be brought to bear this issue. Consequently,  $w^2$  can have a negative value and thus it is impossible to calculate a point that minimizes the travel time at this position (Equation 6.9; Lelièvre *et al.* 2011). It is also conceivable to have a positive value of  $w^2$  that leads to a point that falls outside face borders. Under both scenarios, the ray path is forced to pass through cell vertices. This deviation increases considerably the travel time error along the ray especially with low mesh resolution. As a consequence, this means that the LTI solver accuracy depends more on cell density than the steepest gradient methods. The final hypothesis to explain the poor performance of LTI is that the solver operates poorly near source nodes. The violation of the plane wave approximation at source vicinities is likely the main culprit.

For the steepest gradient methods, the tests showed that SO-RBM gives the highest travel time accuracy, as can be seen in Figure 6.7 and Figure 6.8. The second order approximation of travel times based on the computation of the Hessian Matrix  $\mathbf{H}(\mathbf{x}_0)$  ensures higher accuracy for the travel time gradient calculation. However, the RBM based on first order approximation (FO-RBM) seems to be less accurate by one order of magnitude compared to other methods. Indeed, with increasing neighbouring node number, matrix  $\mathbf{A}$  of Equation 6.19a, an overdetermined system, becomes more ill-conditioned, which implies more travel time gradient error. On the other hand, the ABM shows an absolute and a relative error with the same order of magnitude as the SO-RBM despite the fact that it calculates travel time gradient using a first order approximation. Contrary to the FO-RBM that uses the same approximation order, the ABM provides an exact

solution to a series of 3 by 3 well-posed systems (Equation 6.18) for non-degenerated neighbouring tetrahedron and does not suffer consequently from conditioning problems as does the FO-RBM.

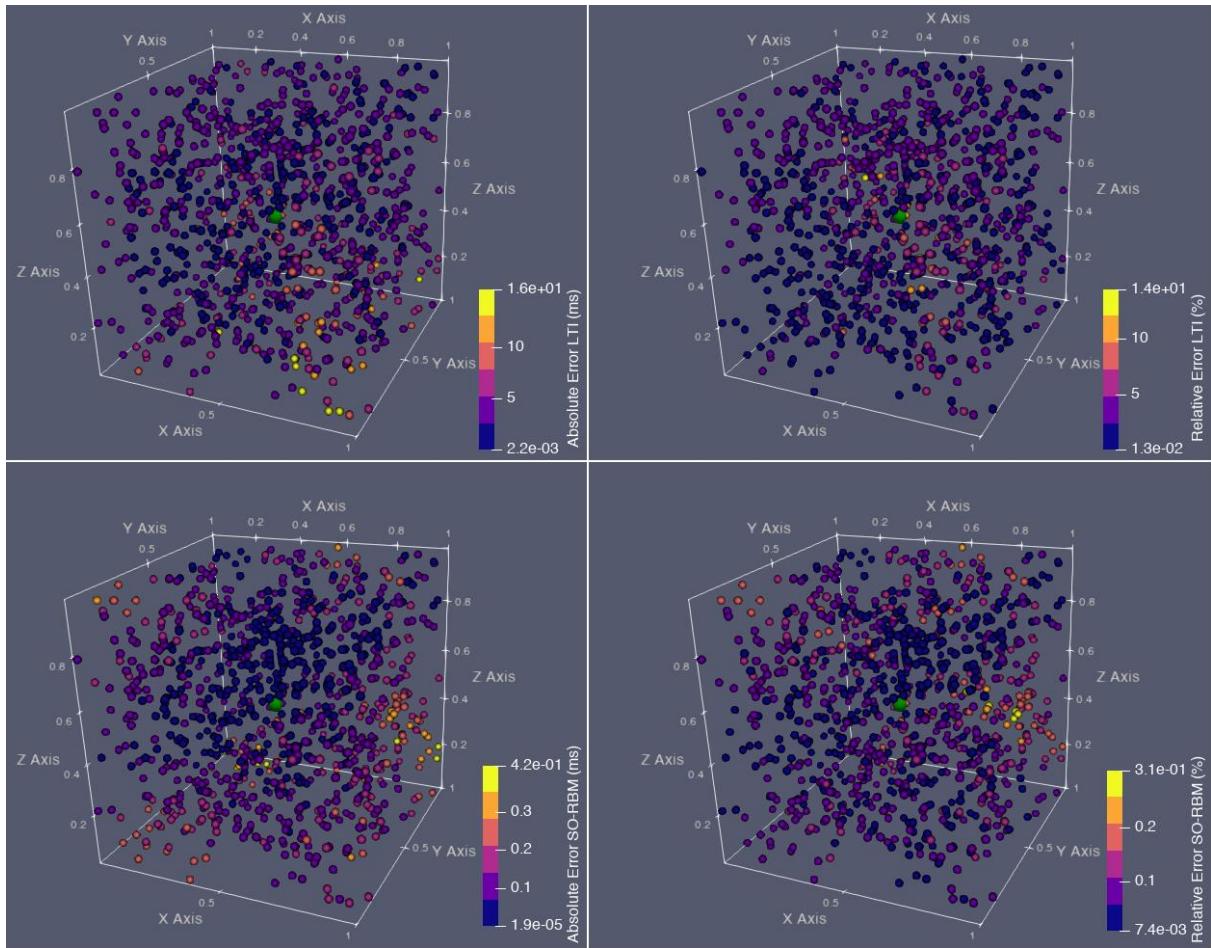


**Figure 6.8 : Performance comparison as a function of mesh resolution between 4 backward process methods with the DSPM\_1\_1.**

Average of absolute error (left), average of relative error (centre), and CPU time (right). Velocity model, domain dimensions, seismic source and receiver positions remain those described in section 6.3.1.

The second evaluation metric evaluated for these backward step processes is computation time. For assessing this metric, numerical experiments with different mesh resolutions were performed. The results reveal that CPU time for all methods are closely matched as shown in Figure 6.8. FO-RBM remains the fastest and the SO-RBM remains the slowest for all the tests. The relative difference between the fastest and slowest method tends to decrease as mesh resolution increases. It is possible to see that the ABM has a slight advantage over the SO-RBM in terms of computation speed, but the increase in accuracy for the latter is significant. For this reason, and because computation time difference is rather small, we opt to favour the SO-RBM.

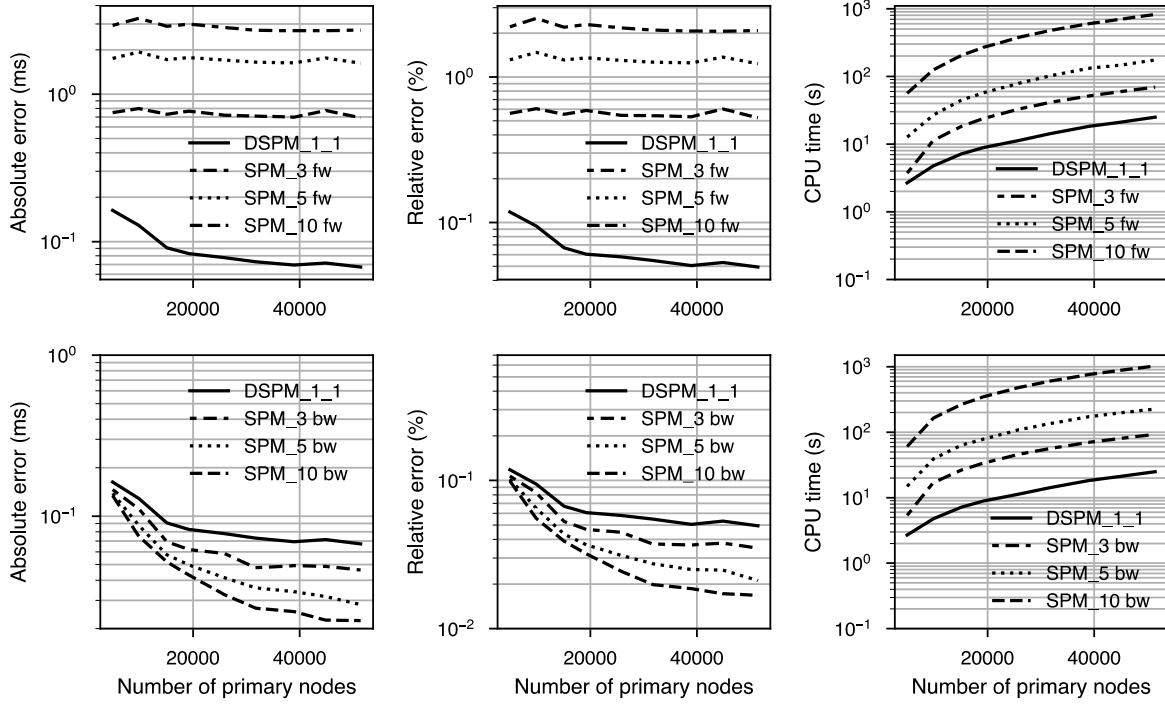
Looking at the spatial distribution of errors, there is no clear correlation with distance to the source for the backward process which is at odds with the results of the forward step performed in section 6.3.1. Figure 6.9 shows the absolute and relative errors for LTI and SO-RBM as examples. Results for the ABM and FO-RBM are comparable. There is no evidence that absolute errors are higher further away from the source or that relative errors are higher closer to the source. After close inspection it seems that higher errors are aggregated in some portions of the model. We have examined the source of this aggregation to see if there is a correlation with mesh quality or error at primary nodes, but there is no obvious cause at this stage. Nonetheless, this aggregation is likely caused by a combination of factors such as: mesh quality, accuracy of gradient computation or LTI solver, and propagation of error at primary nodes.



**Figure 6.9 : Spatial distribution of absolute and relative error for the LTI (top) and SO-RBM (bottom) backward process methods.**

Source position is indicated by the green sphere.

In another series of tests, the steepest gradient method has been compared to the standard SPM. Figure 6.10 shows the errors and CPU time for the DSPM\_1\_1 with SO-RBM presented above with errors and CPU time for standard SPM. Two different tests were done with SPM, the first with travel times calculated at the forward step (SPM fw, top figures) and the second with travel times calculated with the SO-RBM (SPM bw, bottom figures).



**Figure 6.10 : Performance comparison between the DSPM with backward travel time calculation (SO-RBM) and the travel times computed with the standard SPM at the forward step (labelled fw in top figures) and at the backward step (marked by bw in the bottom figures).**

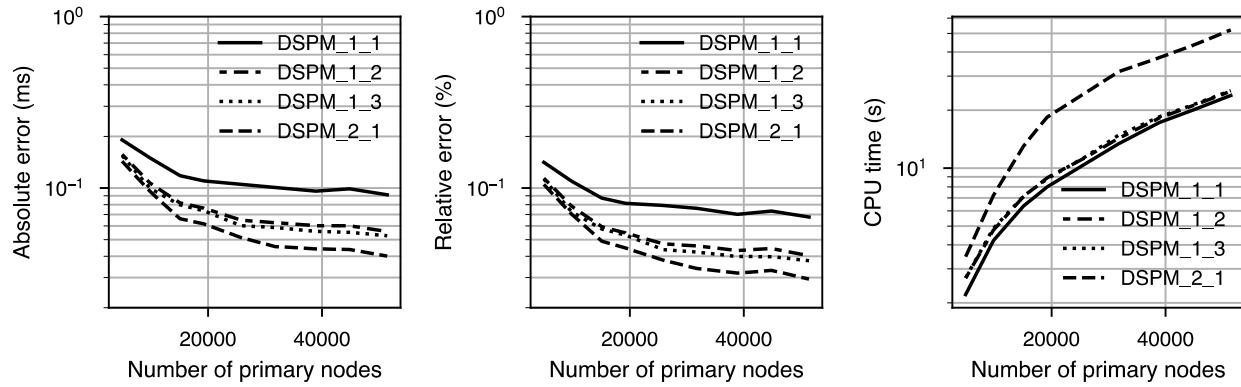
Velocity model, domain dimensions, seismic source and receiver positions remain those described in section 6.3.1.

The first observation that can be made is that computing travel times during the backward step has a tremendous impact on accuracy. It effectively reduces the errors by more than one order of magnitude. This effect is most pronounced at finer mesh resolution. Comparing results for the SPM alone, this improvement in accuracy is obtained at the cost of an increase in computation time ranging between 5% and 45% (27% on average). The second observation that can be made is that the level of error with DSPM is in the same order of magnitude as the SPM with SO-RBM, albeit slightly higher. On the other hand, using the DSPM is always faster by a significant proportion.

In the final series of tests for the backward step process, we examined the influence of the number of secondary and tertiary nodes on the performance of DSPM. Three configurations were compared to the DSPM\_1\_1 (i.e. DSPM\_1\_2, DSPM\_2\_1 and DSPM\_1\_3). All of these tests used the SO-RBM. Moreover, we also used the same domain, velocity model, seismic source and receiver positions described in section 6.3.1. Errors and CPU times are shown in Figure 6.11. As expected, increasing the number of nodes improves accuracy. It is interesting to note, however, the difference between DSPM\_1\_1 and DSPM\_1\_2, where we can see that an increase

in the number of tertiary nodes improves accuracy at the cost of a very slight increase in computation time (Figure 6.11). The use of tertiary nodes thus appears to be an efficient way to improve accuracy.

To sum up, it seems clear that the DSPM at the forward step and the SO\_RBM at the backward process both ensures better accuracy compared to similar methods. The hybrid approach proposed in this work is the combination of these two methods.



**Figure 6.11 : Influence of the number of secondary and tertiary nodes on the performance of the DSPM, as function of mesh resolution.**

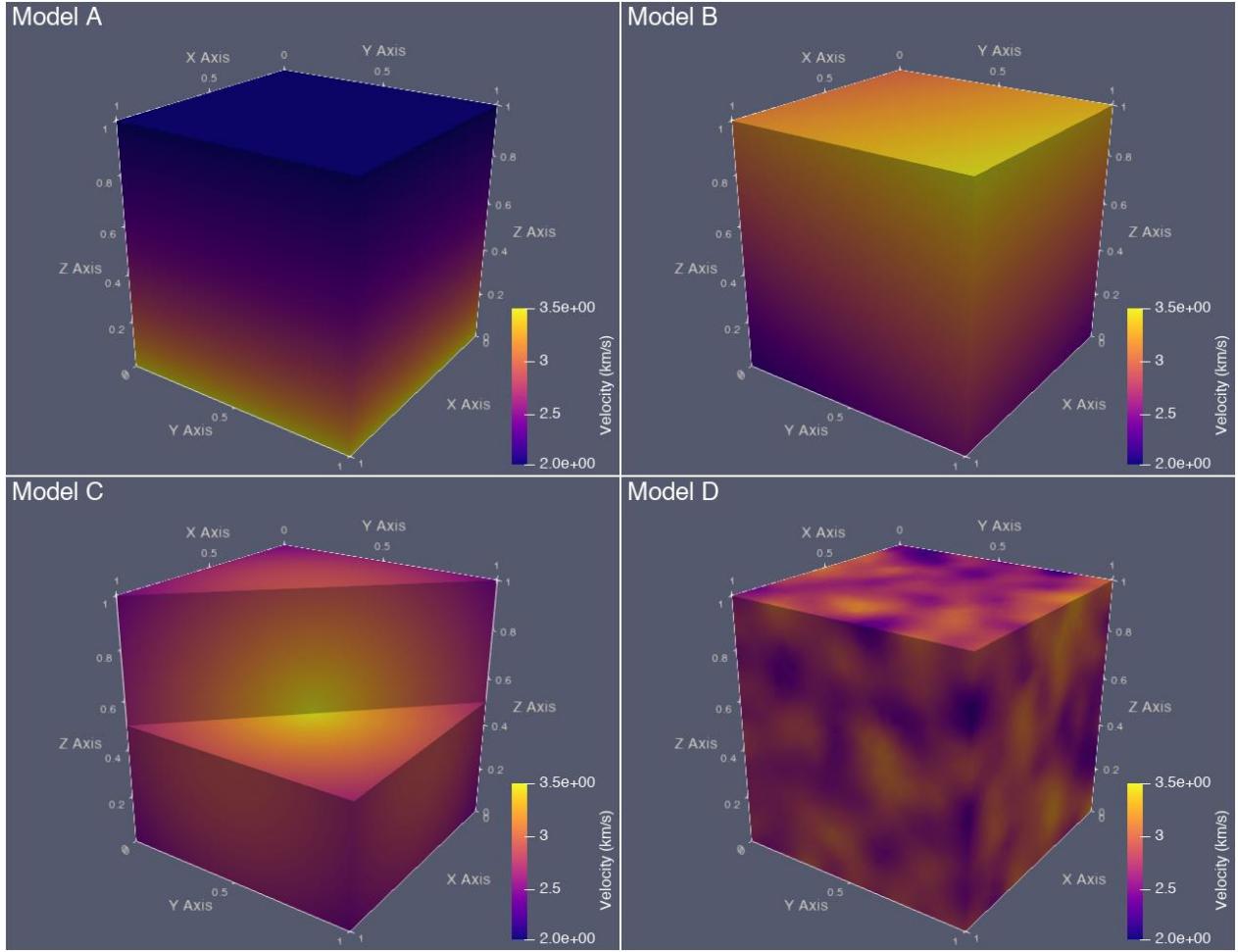
#### 6.4.2 Accuracy for complex media

Many alternative approaches were examined in the previous sections for forward and the backward processes. Based on the tests, the proposed solution to achieve the best accuracy while limiting computing cost is to combine the following two elements: (1) use DSPM to propagate the wave front during the forward process and (2) use SO-RBM to trace back the ray path from each receiver to the corresponding source. This approach ensures the best compromise between accuracy and computational cost. This solution can be considered as a hybrid combination between a modified version of the SPM and the steepest gradient raytracing method based on the SO-RBM.

In order to further investigate its accuracy, the proposed approach was used to calculate travel times for other velocity models. Tests were done to see if the performance metrics observed in the initial phase of this work could withstand more complex slowness models. The new tests used the same basic model that consists of a  $1 \text{ km}^3$  volume that contains 11,026 primary nodes. The seismic source and receiver positions also remained unaltered. For these tests, the only change was the inclusion of more complex slowness models. In all, a total of 4 slowness models were created, as shown in Figure 6.12. The first one (Model A) is a vertical constant gradient of

slowness squared:  $s^2(z) = 0.83 + 0.16 z$  or  $v(z) = \frac{1}{\sqrt{0.83+0.16z}}$ . The second is a 3 D linear velocity gradient model. Velocity values are expressed at each point as a first order polynomial of position coordinates:  $v(x, y, z) = 2.04 + 0.15 x + 0.35 y + 0.95 z$ . Model C is a radial model in which velocity values decrease linearly as a function of distance  $d$  from the seismic source:  $v = 3.52 - 1.25 d$ . The last model (Model D) was built using random slowness values taken from a uniform distribution of velocity values in the interval 2000-3400 m/s. To get a smooth velocity aspect similar to those obtained with inversion process, a low-pass moving-average filter was applied to this last model. The filter window contains for each node their first and second neighbours.

In order to test the accuracy for each model, true travel time values have been determined for each receiver using one of two strategies. For models for which an analytical solution exists, which is the case for the first three models, the true values were computed using the travel time analytic expression. The analytical solution is given by Fomel *et al.* (2009) for Model A and Model B and by Červený (2005) for Model C. When no analytical solution can be considered, as for Model D, an approximate solution is determined by computing travel times to receivers using the standard SPM and a high mesh resolution. Refinement was ensured here by adding about 1920 secondary nodes at each cell (SPM\_30). A domain of nearly 52 million nodes was thus built. The travel times were calculated at the backward step with the SO-RBM scheme and are considered as the true values to be compared to those obtained using the proposed solution.



**Figure 6.12 : Velocity models used to test the proposed approach.**

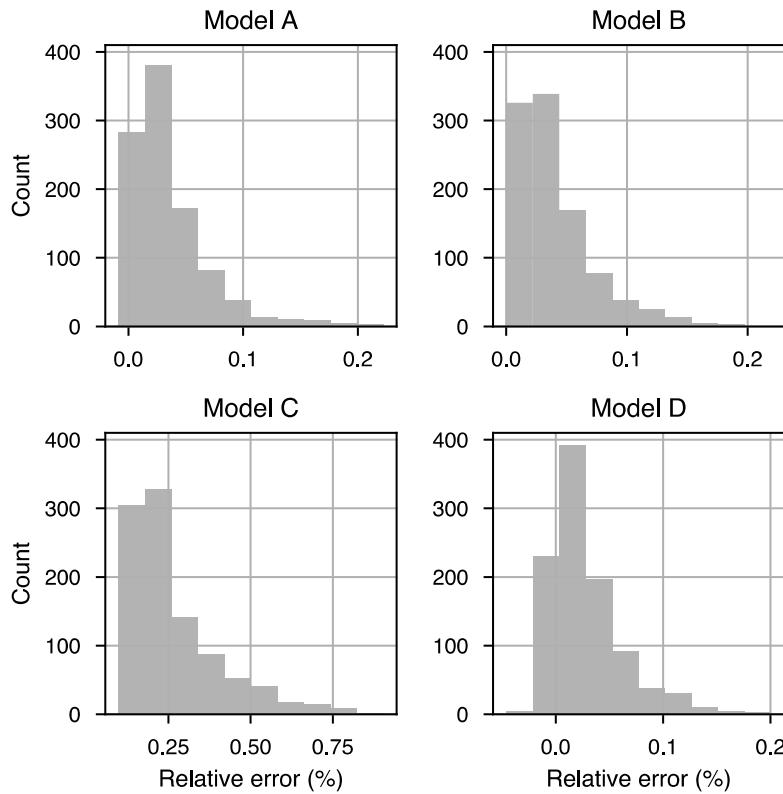
**Model A:** constant gradient of slowness squared, **Model B:** 3D constant gradient of velocity, **Model C:** radial velocity model, **Model D:** random velocity model.

Results are presented in Figure 6.13. Note that only relative errors were considered to evaluate each model accuracy. The absolute errors were excluded here since it depends on the slowness distributions along ray paths which are not the same for all models.

Model A shows a median relative error of 0.03%, a relative RMSE of 0.05% and maximum relative error of 0.22%. The same values were recorded for Model B. Error for Model C is slightly higher: recorded values reach 0.22% for the median relative error, 0.3% for the RMSE error and 0.9% for the infinity norm. Note that this high error is more strongly influenced by the slowness interpolation process at points constituting ray path rather than to the raytracing step. Comparison of interpolated and true slowness values for this model shows a significant deviation specially near the seismic source, with a difference reaching 1.11%. Furthermore, travel times calculated along ray paths using the true slowness values show error closer to the previous two models: a median

relative error of 0.03%, a relative RMSE of 0.05% and a maximum relative error of 0.52% were calculated.

The random slowness model (Model D) leads to some negative differences with the reference model: the travel times computed using the proposed method are smaller than those derived from the standard SPM. Since the reference travel time values were calculated based on the SPM with a high density of nodes, the process can be seen as a comparison between the two methods more than an accuracy test. Qualitatively travel times computed using the proposed method can be considered as acceptable: they are slightly different than those given by the SPM. For Model D, the median relative difference is about 0.02% while the relative RMSE and the maximum difference are estimated respectively to 0.04% and 0.2%.



**Figure 6.13 : Histograms of travel time relative error for the models in Figure 6.12.**

The different tests showed that the combination of the SPM method with dynamic nodes and the SO-RBM for raytracing can work efficiently for a number of different slowness models. Although the accuracy varies from one model to another, the proposed method is still able to calculate seismic travel times with negligible errors even when a relatively coarse mesh is used. For example, with Model D, the proposed solution, using only 84,014 nodes (primary, secondary, and tertiary), ensures accuracy within the same order of magnitude as the standard SPM operating

with more than 618 times the number of nodes. The proposed solution is therefore less time consuming since only 4.3 s are required to calculate travel times for all receivers while the same task is just below 875 times longer with the classic SPM at the required mesh resolution.

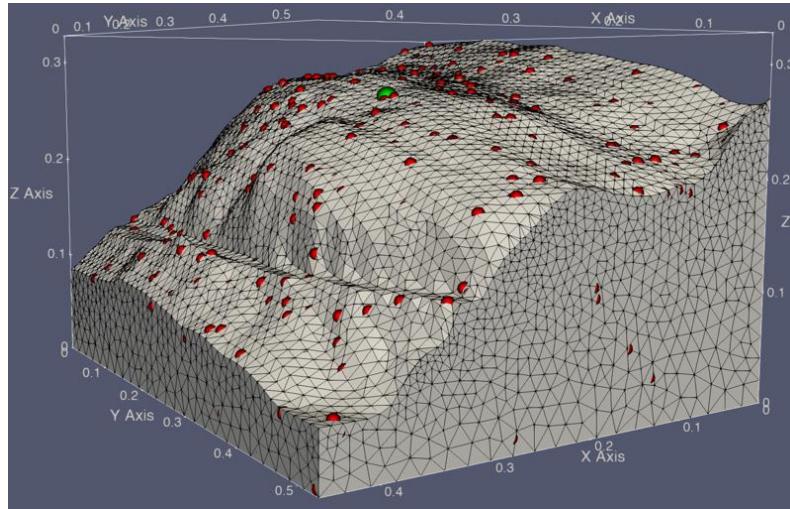
#### 6.4.3 Accuracy for a steep topography model

Unstructured meshes are usually used to better approximate geological domains that present steep topography or internal discontinuity like faults, cavities or stratigraphic unconformities. These meshes generally outperform regular meshes when fitting irregular borders or lithologic contacts. For that reason, we present in this section performance tests for such particular domains. We considered for this purpose the case of an irregular topography model, representative of a cliff. The horizontal dimensions are 450 m by 530 m and the relative elevation of the cliff ranges from 50 m to 330 m (Figure 6.14). To mimic a hypocentre relocation problem, we used in this test one receiver and 1000 seismic sources randomly placed in the model. The receiver is placed in the centre of the model at the surface. The domain was discretized using about 12,000 primary nodes and 56,000 cells. A variable mesh density is adopted in this test, with cells 10 times finer at the top of the model to better approximate the topology. The choice is also justified by our intention to test the proposed approach on mesh with variable density, another advantage of tetrahedral meshes widely exploited. A total of 16 secondary nodes are used to refine the mesh everywhere in the whole domain while 144 tertiary nodes are added in each cell locally around seismic sources at a radius of 100 m (scheme DSPM\_2\_2). This raises the number of primary and secondary nodes close to 277,000, and the number of tertiary nodes is about 180,000 on average.

We performed this test with a homogeneous velocity having a value of 3.5 km/s (Figure 6.14). Using a constant velocity model allows observing the effect of topography on the seismic rays. For instance, most rays outgoing from seismic sources on the surface of the model are forced to follow topographic irregularities to reach the receiver.

As for the random velocity model, there is no analytic solution to calculate the true travel times for this model. To evaluate the efficiency of the proposed approach, approximative travel time values calculated via the classical SPM after update at the backward step are taken as a reference solution. To further improve accuracy, the mesh used with the DSPM method was refined by splitting the cells, which allows preserving the topographic surface. The number of nodes used to get this solution is over 289 million nodes, of which over 85,000 are primary (SPM\_25). The error

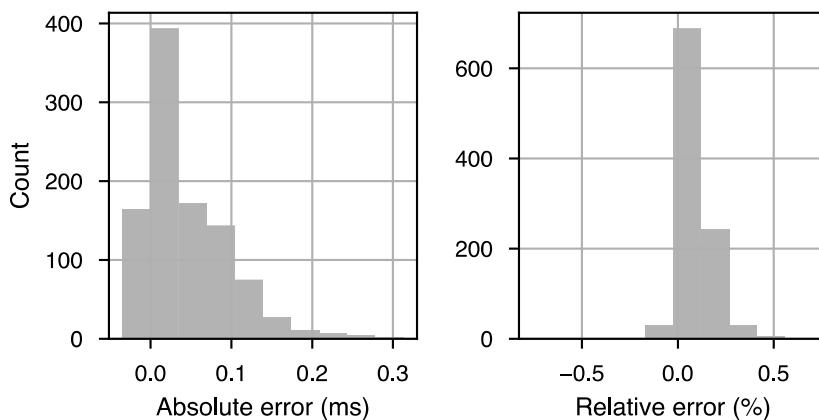
generated by this high-resolution mesh is expected to be negligible, and the obtained travel times are considered as the true solution.



**Figure 6.14 : The cliff model used to test the approach on an irregular-topography model.**

Green dot is the receiver while the red dots are some visible seismic sources that appear on the surface (other sources are placed inside the domain).

The errors are calculated for each seismic source and shown in Figure 6.15. For the absolute error, the average value is about 0.05 ms, the maximum does not exceed 0.32 ms and the RMSE is of 0.07 ms. These values correspond to an average relative error in the order of 0.08%, a relative RMSE of 0.12% and a maximum of 0.76%. Thus, deviations between travel times calculated via SPM and the proposed method remain negligible for this model also. This indicates that the approach operates well in the case of steep topography and concave domains. Furthermore, these results are similar to errors obtained in the case of models without topography and show that the topography has generally little effect on the performance of our approach.



**Figure 6.15 : Histograms of relative and absolute errors for the model in Figure 6.14.**

## 6.5 Discussion

Through this paper, various tests and comparisons have been made to find an efficient approach to compute seismic travel times. In this section, we discuss the innovative sides of the work as well as the interconnections that may exist with previous studies. Firstly, we presented in this work a new SPM version called the DSPM. The concept behind this solution is simple to set up, proved to increase accuracy and reduce significantly the computation cost. Instead of adding many secondary nodes homogeneously over the study domain as suggested by Gruber and Greenhalgh 1998, the DSPM operates by increasing the density of nodes in the vicinity of the source using tertiary nodes. It was shown that this approach permits enhancing travel time accuracy not only in the vicinity of sources but further for the entire domain. Using the DSPM implies specifying the subdomain radius where the tertiary nodes are added. A series of simple tests on a mesh with a narrow cell size distribution indicates that the benefits of using a radius larger than three times the average cell edge length are marginal, even at low mesh resolution and node density. These observations should, however, be reassessed for meshes with wide cell size distribution.

The second point to discuss is the accuracy of the first order LTI solver on tetrahedral meshes. For the forward step, our results match those obtained by Lelièvre *et al.* (2011): the first order LTI solver suffers from some accuracy problems to ensure an efficient travel time computation at low and moderate mesh resolutions. Moreover, we tested this LTI solver to trace back seismic ray paths in the case of tetrahedral meshes. We proved that this mechanism is still not enough even when calculating travel times at a backward step along ray paths. Thus, we join to Lelièvre *et al.* (2011) to emphasize the importance of creating a second order LTI solver in order to enhance the solver accuracy. Until the implementation of that solver, the hybrid approach presented in this work is still among the most efficient ways to calculate seismic travel time on tetrahedral meshes. Despite its high accuracy and lower computation cost, this approach finds its application limits when it remains mainly recommended for smooth velocity models. The stationarity of velocity models is needed here since the gradient is calculating locally using many cells. With models showing sharp variations, the travel time gradients calculating at these vicinities will have different directions and cannot be correctly summed to get a representative average. Approximating the ray path using the average gradient is no longer valid in this case. This issue is more common to low-resolution meshes and can be solved by refining local domain regions where sharp variations are expected. However, this solution supposes that the positions of the sharp velocity variations are well known which is not always the case. Finally, we have presented an application of the

proposed approach on a steep topography model. Results showed that projection the seismic rays upon the irregular domain borders can be an efficient solution to calculate travel times in such cases. This avoids to make any transformation into curvilinear coordinates or other systems as made in some previous approaches aiming to calculate travel time in irregular topography domains (Lan and Zhang 2013).

## 6.6 Conclusion

In this work, an efficient method to compute seismic travel times for unstructured tetrahedral meshes is presented. The method uses a combination of approaches carefully chosen to reach maximum precision and efficiency. The proposed solution adopts the strategy of calculating travel times along the ray paths as was introduced in the LTIM. The method is justified since seismic rays represent a good approximation of the paths along which the seismic waves travelled. This allows for better accuracy without the necessity of increasing mesh resolution and thus reduces memory and computational requirements.

Similar to the LTIM, the proposed solution operates in two separate steps: (1) a forward process to propagate the wave front from the seismic sources to the whole domain and (2) a backward process to back-trace ray paths for all source-receiver pairs and compute final travel times. Many alternatives were tested for each step. Results from our tests for the forward process showed some advantages of the SPM update mechanism compared to the LTI local solver. Indeed, the LTI solver, widely stable when a regular grid is used, suffers from accuracy issues when used on unstructured meshes that are based on tetrahedral elementary cells. With such cell shape, neither the node number nor their arrangement are suitable for linear interpolation of the travel times which leads to a rapid degradation of the accuracy of results. Achieved tests confirmed that the precision of the LTI solver depends significantly on the mesh topology. The results from the tests involving the SPM updater demonstrated that this mechanism works really well with tetrahedral cells and that it can be an alternative solution for the cases where there is a violation of the planar wave approximation proximal to the source nodes or when the causality conditions are no longer valid near cell faces with obtuse angles. The results also showed that adding secondary nodes dynamically around sources can enhance travel time computation accuracy everywhere in the domain and especially near source nodes. The DSPM approach was thus adopted for the forward process.

For the backward process, two categories of methods were tested: (1) the method based on the LTI solver and (2) those using the steepest travel time gradient to approximate the ray paths from

receiver to corresponding seismic source. The LTI solver mechanism proved less accurate for the same reasons as enumerated in the discussion of the forward process. The steepest gradient approach using the second-order regression-based method (SO-RBM) was therefore chosen in order to compute the travel time gradient. This approach provides the best compromise between accuracy and computation time and works well with relatively coarse meshes, which is a big advantage for inversion problems. The method has been parallelized, another advantage for inversion problems. Note that the presented approach emphasizes the major role of the hybridization between different raytracing methods to enhance accuracy and computational cost when calculating seismic travel times. A hybrid approach such as the proposed one can operate more efficiently than the standard versions of SPM and of LTIM.

The method was tested on various models that include relatively sharp velocity gradients and irregular topography, and results have shown an acceptable error and computation time. The results of the tests also emphasize the crucial role of the slowness interpolation method and the error that can be introduced at this step. Future work includes testing more accurate local solvers such as those based on cubic spline interpolation (Zhang *et al.* 2013) and using the proposed solution as part of inversion codes. More accurate slowness interpolation approaches for the backward step will also be tested.

## Acknowledgements

This research was funded by the Fonds de recherche du Québec –Nature et technologie (FRQNT), project 2015-MI-194018.

## Data availability statement

The source code and data that support the findings of this study are openly available on GitHub (Giroux and Nasr, 2018).

## References

- Asakawa E. and Kawanaka T. 1993. Seismic ray tracing using linear travelttime interpolation. *Geophysical Prospecting* **41**, 99-111.
- Bai C.Y., Huang G.J. and Zhao R. 2010. 2-D/3-D irregular shortest-path ray tracing for multiple arrivals and its applications. *Geophysical Journal International* **183**, 1596-1612.

- Bai C.Y., Li X.L. and Tang X.P. 2011. Seismic wavefront evolution of multiply reflected, transmitted, and converted phases in 2D/3D triangular cell model. *Journal of Seismology* **15**, 637-652.
- Bai C.Y., He L.Y., Li X.W. and Sun J.Y. 2018. Simultaneous travel time tomography for updating both velocity and reflector geometry in triangular/tetrahedral cell model. *Journal of Seismology* **22**, 569-574.
- Capozzoli A., Curcio C., Liseno A. and Savarese S. 2014. A comparison of fast marching, fast sweeping and fast iterative methods for the solution of the eikonal equation. *Telfor Journal* **6**, 142-147.
- Cardarelli E. and Cerreto A. 2002. Ray tracing in elliptical anisotropic media using the linear travelttime interpolation (LTI) method applied to travelttime seismic tomography. *Geophysical Prospecting* **50**, 55-72.
- Červený V. 2005. *Seismic ray theory*. Cambridge University Press.
- Correa C.D., Hero R. and Ma K.L. 2011. A comparison of gradient estimation methods for volume rendering on unstructured meshes. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* **17**, 305-319.
- Dahoe A. and Cant R. 2004. On least-squares gradient reconstruction and its application in conjunction with a Rosenbrock method. Technical Report, Ulster University, Antrim.
- Dijkstra E.W. 1959. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik* **1**, 269-271.
- Ding P., Yang G., Li Z., Zhang K. and Liu Q. 2016. Ray tracing based on 3D multi-stencils fast marching algorithm for complex near-surface model. *Geophysical Prospecting for Petroleum* **55**, 483-492, in Chinese.
- Doser D.I. 2006. Relocations of earthquakes (1899-1917) in south-central Alaska. *Pure and Applied Geophysics* **163**, 1461-1476.
- Erem B. and Brooks D.H. 2011. Differential geometric approximation of the gradient and Hessian on a triangulated manifold. Proceedings/IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: from nano to macro, Chicago, IL, USA.
- Fomel S. 1997. A variational formulation of the fast marching eikonal solver. *SEP-95: Stanford Exploration Project*, 127-147.
- Fomel S., Luo S.T. and Zhao H.K. 2009. Fast sweeping method for the factored eikonal equation. *Journal of Computational Physics* **228**, 6440-6455.
- Fu Z., Kirby R.M. and Whitaker R.T. 2013. A Fast-Iterative Method for Solving the Eikonal Equation on Tetrahedral Domains. *SIAM Journal on Scientific Computing* **35**, c473-c494.

- Gavete L., Gavete M.L. and Benito J.J. 2003. Improvements of generalized finite difference method and comparison with other meshless method. *Applied Mathematical Modelling* 27, 831-847.
- Geuzaine C. and Remacle J. 2009. Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79, 1309-1331.
- Giroux B. and Larouche B. 2013. Task-parallel implementation of 3D shortest path raytracing for geophysical applications. *Computers and Geosciences* 54, 130-141.
- Giroux B. 2014. Comparison of grid-based methods for raytracing on unstructured meshes. 84th SEG Annual Meeting, Denver, Colorado, USA, Expanded Abstracts, 3388-3392.
- [Data set] Giroux B. and Nasr M. 2018. ttcr with DSPM: groupeLIAMG/ttcr, Version (v0.1).767 doi:10.5281/zenodo.1495231.
- Göktürkler G. and Balkaya Ç. 2010. Traveltime tomography of crosshole radar data without ray tracing. *Journal of Applied Geophysics* 72, 213-224.
- Gruber T. and Greenhalgh S.A. 1998. Precision analysis of first-break times in grid models. *Geophysics* 63, 1062-1065.
- Grunberg M., Genaud S. and Mongenet C. 2004. Seismic ray-tracing and Earth mesh modeling on various parallel architectures. *Journal of Supercomputing* 29, 27-44.
- Huang Y.Q., Zhang J.Z. and Liu Q.H. 2011. Three-Dimensional GPR Ray Tracing Based on Wavefront Expansion with Irregular Cells. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 49, 679-687.
- Hysing S.R. and Turek S. 2005. The Eikonal equation: numerical efficiency vs. algorithmic complexity on quadrilateral grids. Proceedings of ALGORITMY 2005, 22-31.
- Jeong W.K. and Whitaker R.T. 2008. A Fast-Iterative Method for Eikonal Equations. *SIAM Journal on Scientific Computing* 30, 2512-2534.
- Kim S. 2001. An O(N) Level Set Method for Eikonal Equations. *SIAM Journal on Scientific Computing* 22, 2178-2193.
- Lan H. and Zhang Z. 2013. Topography-dependent eikonal equation and its solver for calculating first-arrival traveltimes with an irregular surface. *Geophysical Journal International* 193, 1010-1026.
- Ledergerber C., Guennebaud G., Meyer M., Bacher M. and Pfister H. 2008. Volume MLS ray casting. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 14(6), 1372-1379.
- Leidenfrost A., Ettrich N., Gajewski D. and Kosloff D. 1999. Comparison of six different methods for calculating traveltimes. *Geophysical Prospecting* 47, 269-297.

- Lelièvre P.G., Farquharson C.G. and Hurich C.A. 2011. Computing first-arrival seismic traveltimes on unstructured 3-D tetrahedral grids using the Fast-Marching Method. *Geophysical Journal International* **184**, 885-896.
- Li T., Liu J. and Zhang J. 2019. A 3D reflection ray-tracing method based on linear travelttime perturbation interpolation. *Geophysics* **84**, T181-T191.
- Li X.G. and Ulrych T.J. 1993. LTI formulations and application to curved wave fronts. *Journal of Seismic Exploration* **2**, 239-246.
- Majdański M., Grad M., Guterch A. and the SUDETES 2003 Working Group 2006. 2-D seismic tomographic and ray tracing modelling of the crustal structure across the Sudetes Mountains basing on SUDETES 2003 experiment data. *Tectonophysics* **413**, 249-269.
- Mavriplis D. 2003. Revisiting the least-squares procedure for gradient reconstruction on unstructured meshes. 16th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Orlando, Florida, USA, 3986.
- McGill R., Tukey J.W. and Larsen W.A. 1978. Variations of box plots. *The American Statistician* **32**, 12-16.
- Moser T.J. 1991. Shortest-Path Calculation of Seismic Rays. *Geophysics* **56**, 59-67.
- Nakanishi I. and Yamaguchi K. 1986. A numerical experiment on nonlinear image reconstruction from first-arrival times for two-dimensional island arc structure. *Journal of Physics of the Earth* **34**, 195-201.
- Penz S. 2012. Modélisation et inversion de données électriques en courant continu: vers une prise en compte efficace de la topographie. PhD Thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, in french.
- Podvin P. and Lecomte I. 1991. Finite-Difference Computation of Traveltimes in Very Contrasted Velocity Models - a Massively Parallel Approach and Its Associated Tools. *Geophysical Journal International* **105**, 271-284.
- Qian J.L., Zhang Y.T. and Zhao H.K. 2007. Fast sweeping methods for eikonal equations on triangular meshes. *SIAM Journal on Numerical Analysis* **45**, 83-107.
- Serretti P. and Morelli A. 2011. Seismic rays and travelttime tomography of strongly heterogeneous mantle structure: application to the Central Mediterranean. *Geophysical Journal International* **187**, 1708-1724.
- Sethian J.A. 1999 a. Advancing interfaces: level set and fast marching methods. Proceedings of the international conference on industrial and applied mathematics, plenary lectures.
- Sethian J.A. 1999 b. Fast marching methods. *SIAM Review* **41**, 199-235.

- Symes W.W., Versteeg R., Sei A. and Tran Q.H. 1994. Kirchhoff simulation migration and inversion using finite-difference travel-times and amplitudes. Annual Report, The Rice Inversion Project.
- ter Braak C.J. and Juggins S. 1993. Weighted averaging partial least squares regression (WA-PLS): an improved method for reconstructing environmental variables from species assemblages. *Hydrobiologia* **269**, 485-502.
- Trampert J. and van der Hilst R.D. 2005. Towards a quantitative interpretation of global seismic tomography. In: *Earth's Deep Mantle: Structure, Composition, and Evolution*, Geophysical Monogram series, vol. 160 (Eds. R. van der Hilst, J. D. Bass, J. Matas, J. Trampert), pp. 47-62. American Geophysical Union.
- Vanelle C. and Gajewski D. 2002. Second-order interpolation of traveltimes. *Geophysical Prospecting* **50**, 73-83.
- Wang F., Qu X., Liu S., Li Y. and Wu J. 2014. A new ray tracing approach based on both multi-stencils fast marching and the steepest descent. *Oil Geophysical Prospecting* **49**, 1106-1114.
- Yoon K., Shin C., Suh S., Lines L.R. and Hong S. 2003. 3D reverse-time migration using the acoustic wave equation: An experience with the SEG/EAGE data set. *The Leading Edge* **22**, 38-41.
- Zhang D., Zhang T.T., Zhang X.L., Yang Y., Hu Y. and Qin Q.Q. 2013. A new 3-D ray tracing method based on LTI using successive partitioning of cell interfaces and traveltime gradients. *Journal of Applied Geophysics* **92**, 20-29.
- Zhang H.J. and Thurber C.H. 2003. Double-difference tomography: The method and its application to the Hayward Fault, California. *Bulletin of the Seismological Society of America* **93**, 1875-1889.
- Zhang J., Shi J., Song L.-P. and Zhou H.-w. 2015. Linear travelttime perturbation interpolation: a novel method to compute 3-D traveltimes. *Geophysical Journal International* **203**, 548-552.
- Zhang J.Z., Chen S.J. and Xu C.W. 2004. A method of shortest path raytracing with dynamic networks. *Chinese Journal of Geophysics* **47**, 1013-1018.
- Zhang J.Z., Huang Y.Q., Song L.P. and Liu Q.H. 2011. Fast and accurate 3-D ray tracing using bilinear travelttime interpolation and the wave front group marching. *Geophysical Journal International* **184**, 1327-1340.
- Zhao H.K. 2004. A fast-sweeping method for eikonal equations. *Mathematics of Computation* **74**, 603-627.

Zhou Z.S., Zhang S.M. and Chen L.J. 2004. Seismic ray-tracing calculation based on parabolic travel-time interpolation. *Journal of Central South University of Technology* 11, 199-205



## **7 TRAITEMENT DES DONNÉES RÉELLES : DE LA MÉTHODOLOGIE AUX RÉSULTATS**

---

Ce chapitre est consacré à la présentation de la méthodologie proposée pour traiter les données microsismiques enregistrées sur la falaise. Le chapitre enchaîne avec les résultats obtenus jusqu'à présent.

### **7.1 Zone d'étude**

Pour bien mener ce projet d'écoute microsismique, une connaissance approfondie des caractéristiques géologiques et géotechniques de la zone d'étude est requise. Ainsi, un survol bibliographique sur les anciens travaux réalisés dans la région est présenté dans cette section. Le but est de tirer un maximum d'informations *a priori* sur la structure interne de la falaise, le type de roche à rencontrer en profondeur et leurs propriétés mécaniques. Les informations collectées sont extrêmement utiles pour fixer les paramètres de l'inversion et pour une discussion argumentée des résultats obtenus.

#### **7.1.1 Cadre géographique et géologique**

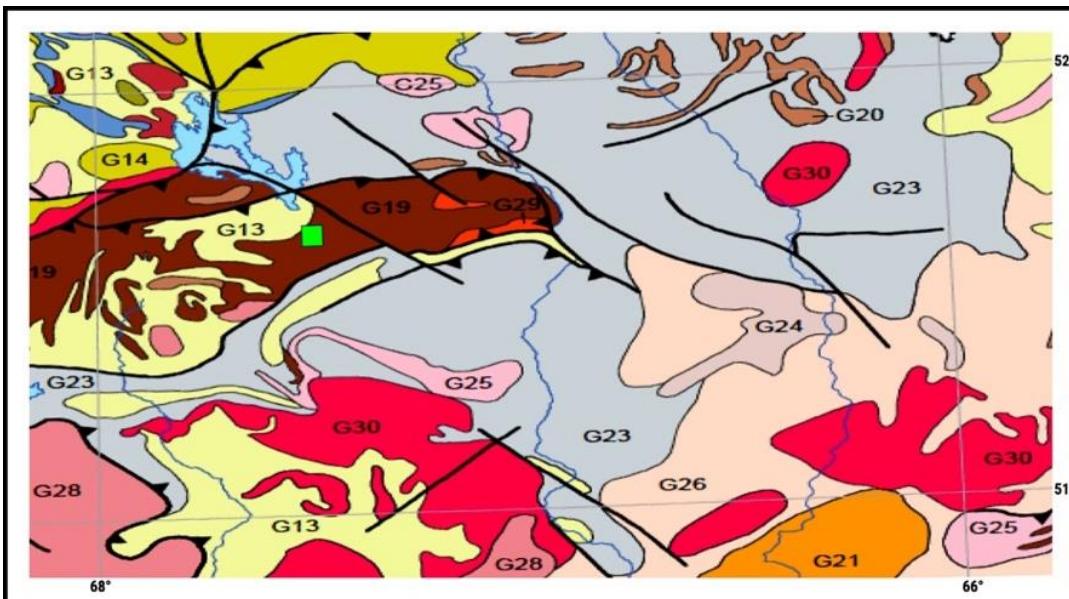
La zone d'étude de ce projet est localisée au Nord du Québec à mi-chemin entre la ville côtière de Port-Cartier et le village de Fermont (Bissonnette *et al.*, 2009; Giovenazzo & Boulianne, 2003). La falaise objet de cette étude se situe à la proximité de la voie ferroviaire qui relie les deux agglomérations, à 180 km à vol d'oiseau de la ville de Sept-Îles. Le massif se trouve à l'extrémité sud de la vallée de rivière de Mouchalagane qui s'ouvre vers le nord sur le Petit lac de Manicouagan (Figure 7.1). Cette région, appelée d'ailleurs le Haut-Plateau de la Manicouagan, constitue un vaste plateau qui s'étend sur plus que 80 km (Thibert & Boulianne, 2002). La morphologie de ce plateau est dominée par des nombreux monts culminants parfois à plus que 900 m et sillonnés par des vallées profondes. La région abrite quelques infrastructures en relation avec le barrage hydroélectrique exploité par Hydro-Québec et avec les travaux miniers menés par certaines compagnies (Giovenazzo & Boulianne, 2003).



**Figure 7.1 : Carte géographique montrant la position de la falaise étudiée dans la région du Haut-Plateau de la Manicouagan (encadrée en rouge).**

Géologiquement, la zone d'étude est située à la limite de la province de Grenville Allochtone et fait partie précisément du Complexe Métamorphique de Manicouagan (CMM) d'âge Mésoprotérozoïque / Paléoprotérozoïque (Clark & Gobeil, 1997; Figure B.3). Au fil du temps, cette région a fait l'objet de plusieurs études géologiques qui s'inscrivent dans le cadre de l'exploration minière active depuis le début du siècle précédent (Clark & Gobeil, 1997; Moukhsil *et al.*, 2013; Tremblay *et al.*, 2009). Afin de comprendre la géologie de la zone d'intérêt, un extrait de la carte géologique du Québec montrant la feuille 022O qui couvre la région du CMM a été préparée (Figure 7.2). Selon cette carte, la géologie du massif investigué est essentiellement dominée par des roches ignées mafiques (riche en fer) formées par du gabbronorite granulitique, du gneiss et d'amphibolite. Des affleurements sédimentaires métamorphisés composés par de paragneiss, de gneiss pélitique, de marbre et de quartzite avec des intrusions ultramafiques de type péridotite et pyroxénite sont observés au nord de la falaise (Moukhsil *et al.*, 2013) (Figure 7.2, Annexe B). Du point de vue structural, l'histoire géologique du CMM fut marquée par une

tectonique active : la région est cernée par des failles et des chevauchements et le plateau lui-même est affecté par plusieurs décrochements dextres principalement de direction NW-SE (Figure 7.2). D'autres figures structurales métamorphiques telles que les foliations et les schistosités sont observées mais elles restent de moindre utilité pour ce projet. L'ensemble des structures tectoniques cassantes et ductiles rencontrées sur CMM pourrait expliquer en partie la forte instabilité des parois rocheuses observée le long de la voie ferrée. Ces structures sont susceptibles aussi de mettre en contact des unités géologiques différentes et de créer une variation latérale et verticale de la vitesse des ondes sismiques.



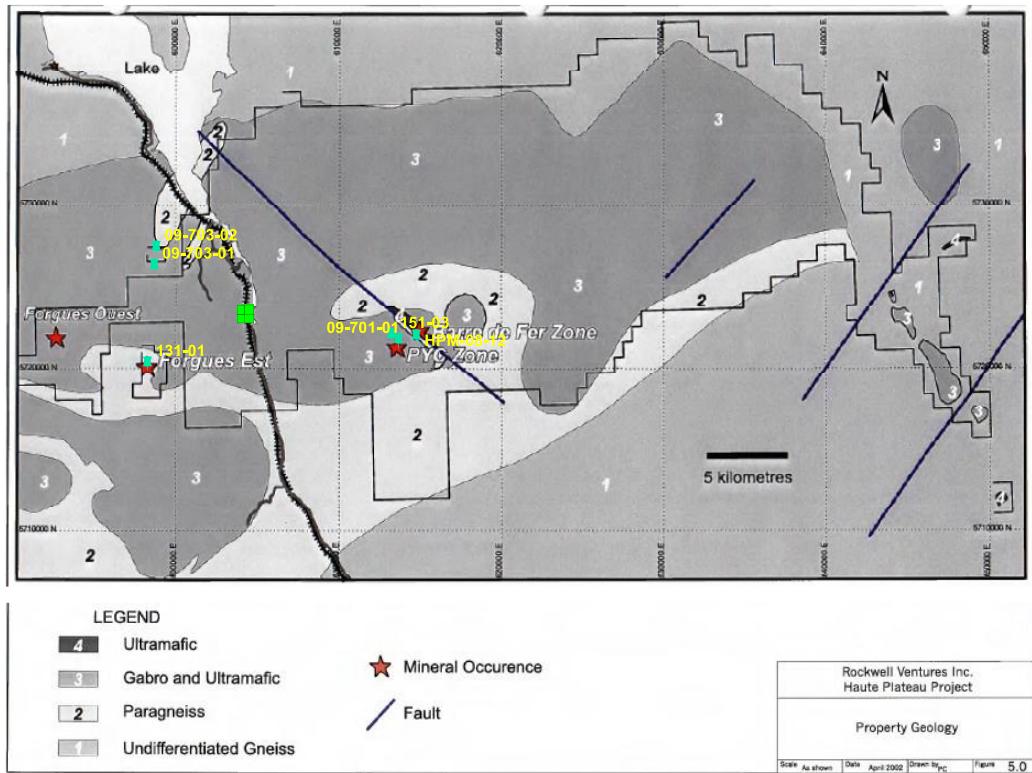
**Figure 7.2 : Extrait de la carte géologique du Québec (1/2000000) montrant le secteur d'étude. La légende de la carte est placée dans l'annexe B. Le site de la falaise est indiqué par un carreau vert.**

### 7.1.2 Travaux antérieurs

Outre la géologie régionale, une documentation intensive a été effectuée pour collecter et analyser divers types d'informations sur la falaise étudiée. Malgré l'absence des données en relation directe avec le massif investigué, la région ne manque pas des travaux de prospection et des études réalisées à la proximité de la falaise en question ont été retrouvées. Ainsi des levés géologiques, des données géophysiques et géochimiques et des logs de sondages mécaniques sont récoltés dans la base de données de la Ministère de l'Énergie et des Ressources Naturelles de Québec (SIGÉOM). Notre recherche a abouti aussi à une étude géotechnique réalisée sur des falaises semblables situées sur la même voie ferrée (Cloutier et al., 2017).

- Levés géologiques : des coupes et des esquisses géologiques ont été réalisées par des géologues lors des différentes expéditions de reconnaissance dans la région. Consulter ces données cartographiées permet de détailler davantage la géologie locale de la falaise. Parmi les rapports consultés, le travail publié par Clark and Gobeil (1997) reste le plus pertinent. Durant cette expédition, les auteurs ont noté la présence d'affleurements locaux de granitoïdes et d'orthogneiss et ils ont surtout rapporté l'existence d'une série des fracturations mineures à extension locale (failles) à quelques centaines de mètres au Sud-Ouest de la falaise (Annexe B).
- Données gravimétriques : la carte régionale d'anomalie de Bouguer montre une importante anomalie positive pour toute la région de Haute-plateau de Manicouagan. La falaise se trouve à l'extrémité de cette anomalie. Les abondantes intrusions ignées plus riches en Nickel en sont probablement la cause (Bissonnette *et al.*, 2009).
- Sondages mécaniques : des sondages mécaniques carottés destinés à l'exploration minière ont été creusés proches de la falaise étudiée (à 6-9 km). Les données de 6 forages les plus proches de falaise ont été consultées ainsi que les interprétations associées faites par les géologues responsables. La position et l'identifiant de ces forages sont présentés sur une esquisse de la géologie locale (Figure 7.3, Annexe B). Notons que trois de ces forages font preuve d'un intérêt particulier vu qu'ils coupent le même affleurement observé sur la falaise. L'ensemble des logs examinés montre une structure interne marquée par des roches métamorphiques (paragneiss) coupées par des intrusions plutoniques formant des dykes de différentes tailles et plus ou moins ramifiées. Ces dykes sont composés par des granodiorites et des gabbros. Leur extension géographique varie d'un endroit à un autre. Ils parviennent parfois à former des structures très imposantes. Le forage ddh 131-01 (98m) passe entièrement dans l'un de ces dykes majeurs.
- Données magnétiques : des données aéro-magnétiques et électromagnétiques ont été mesurées pour la région de Haute-Plateau. L'interprétation de ces données avait comme objectif d'identifier les dykes majeurs et d'imager leurs expansions géographiques (Annexe B). Plusieurs anomalies magnétiques ont été recensées pour la région de CMM (Bissonnette *et al.*, 2009). Néanmoins, la falaise ne fait pas partie de ces anomalies (Giovenazzo & Boulianne, 2003).
- Études géotechniques : certaines falaises le long de la voie ferrée exploitée par ArcelorMittal ont fait l'objet d'une étude géotechnique conduite par le laboratoire d'études sur les risques naturels de l'université Laval (Cloutier *et al.*, 2017). Les auteurs se sont basés sur des données de télédétection, des travaux de terrain et des analyses structurales. Plusieurs

mécanismes de rupture (planaire, circulaire, renversé...) ont été envisagés pour une simulation cinématique des trajectoires des chutes de pierres afin d'évaluer le risque d'atteindre la voie ferrée en cas d'éboulement. Les auteurs ont pu ainsi délimiter et classifier différents secteurs selon le risque associé aux parois rocheuses adjacentes. Les résultats dégagés ont été communiqués à l'aide des cartes thématiques enregistrées dans une base de données géo-scientifiques.



**Figure 7.3 : Carte simplifiée montrant la position du secteur d'intérêt (carreau vert), la géologie locale et les sondages mécaniques dans la région (tiré de Rebagliati and Haslinger (2002)).**

## 7.2 Travaux de terrain et acquisition de données

Les travaux de terrain programmés et réalisés dans le cadre de ce projet incluent l'ensemble des tâches requises pour mettre en place le système d'acquisition ainsi que les opérations nécessaires pour la calibration du modèle de vitesse. La première étape, à savoir l'installation des équipements d'acquisition, a eu lieu au début du septembre 2018. Pour des mesures de sécurité, l'opération a été accomplie par le professeur Giroux et le professeur Dupuis assistés par une équipe de la compagnie ArcelorMittal. Une partie de falaise a été déboisée afin de faciliter l'installation des matériels et pour renforcer le couplage entre les capteurs et le sol. L'acquisition de données sismique pour ce projet repose exclusivement sur des capteurs de type géophone.

La totalité du système d'acquisition a été fournie par le Laboratoire d'Interprétation et d'Acquisition des Mesures en Géosciences (LIAMG) de l'INRS. L'inventaire des équipements utilisés et leurs caractéristiques inclut :

- Les capteurs : on dispose de 16 géophones au total : 12 géophones uni-axiaux G1-1.1-1.0 15 Hz et 4 géophones triaxiaux G3-1.1-2.0 15 Hz. La longueur des câbles est de cent mètres pour les deux cas.
- Quatre (4) stations sismiques notées stn\_1, stn\_2, stn\_3, stn\_4 : chaque station est reliée à quatre (4) capteurs : 3 géophones uniaxiaux et un géophone triaxial (Tableau 7.1). Ces stations disposent d'une auto-alimentation électrique grâce à des panneaux solaires qui alimentent un onduleur (Figure 7.4). L'alimentation des stations est ainsi effectuée avec une tension de 120 VAC. En outre, on recense pour les stations utilisées les caractéristiques techniques suivantes : une dynamique de 24-bit (stations 1, 2 et 3) et 32-bit (station 4), le nombre de canaux par station: 6, le gain :10, chaque unité est équipée d'un GPS avec antenne et une batterie interne. Le pas d'échantillonnage a été réglé à 1000 Hz pour ce projet (Figure 7.4). Chaque station enregistre en continu et stocke les données sur mémoire Flash. En raison de la quantité de données générées et de l'éloignement du site, le transfert des données par télémétrie a été exclu ; les données doivent être recueillies sur place, à intervalle périodique (4 mois).

La configuration des capteurs utilisée est présentée sur un fond topographique du site d'intérêt (Figure 7.5). La configuration a été planifiée afin d'avoir des groupes de capteurs constitués chacun par 3 géophones uni-axiaux et un géophone triaxial. Cette disposition a été ajustée sur place afin de s'adapter au terrain accidenté et à la couverture végétale du site. Les identifiants des récepteurs par station sont listés dans le Tableau 7.1.

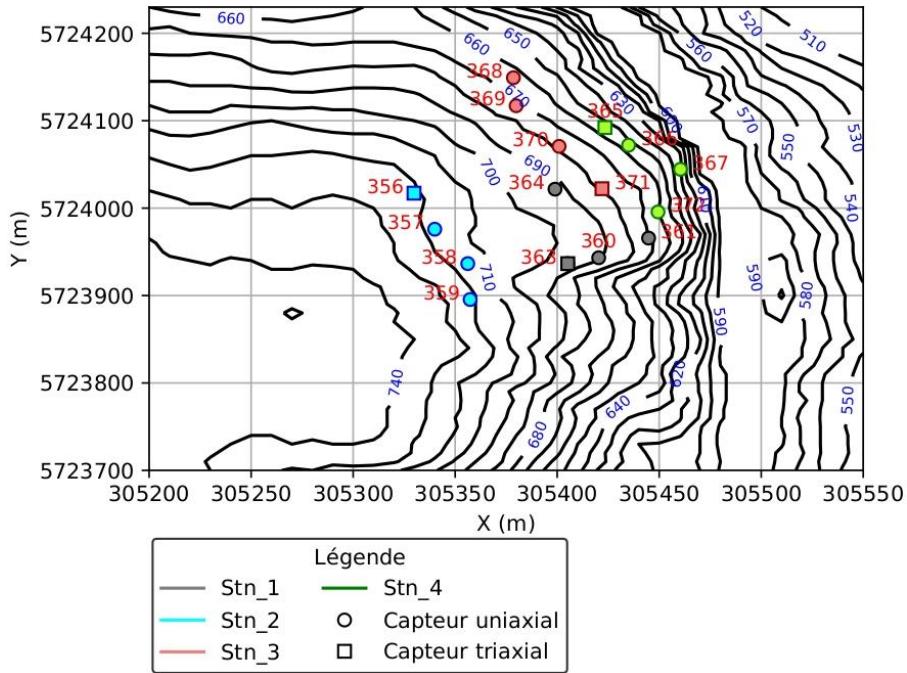


**Figure 7.4 : Illustration de la falaise objet de l'étude et de quelques travaux de terrain**

**A- une des 4 stations d'acquisition installées sur le site. B- une vue aérienne sur le terrain d'étude.**

Des échantillons attribués aux affleurements rocheux de la falaise ont été récoltés durant l'installation du système d'acquisition. Des mesures de la vitesse des ondes P et S au laboratoire ont ensuite été réalisées afin de tirer des informations *a priori* concernant le modèle de vitesse envisagé pour chaque type d'onde sismique. La technique utilisée consiste à envoyer une onde mécanique à l'aide d'un pulseur-transducteur dans l'échantillon préalablement taillé et de mesurer le temps de parcours pour estimer la vitesse. Les tests sur des étalons attribuent une erreur de 1 à 3% à cette méthode. Les mesures faites sur les deux échantillons à disposition montrent des vitesses d'onde P entre 4500 et 5100 m/s et des vitesses d'onde S entre 1540 et 2805 m/s. Une anisotropie non négligeable a été observée dans les deux cas. Les valeurs obtenues pour l'onde P et surtout pour l'onde S ne semblent pas être en harmonie avec les conclusions tirées de la documentation consultée qui supposent une structure globalement homogène. Nous interprétons

ces résultats avec prudence vu le nombre limité de ces mesures ainsi que l'échelle et la représentativité discutables de ces échantillons.



**Figure 7.5 : Un fond topographique de la falaise montrant les identifiants, les types et la configuration des récepteurs installés.**

La deuxième étape des travaux de terrain concernant la calibration du modèle de vitesse a débuté à l'été 2020. Cette tâche consiste à créer des sources sismiques dont les coordonnées sont bien connues en temps et en espace. Un premier essai de calibration en surface a eu lieu au mois d'août 2020. Un marteau a été utilisé pour cette fin. Cette source a été retenue parmi d'autres pour sa mise en œuvre extrêmement simple. L'énergie libérée par ce dispositif est assez adaptée à la nature et aux dimensions du terrain étudié. Elle reste suffisamment forte pour être captée par les différents géophones et relativement modérée pour éviter de fragiliser encore la falaise. Afin de caler les temps zéro  $t_0$  des événements générés, les positions des sources ont été planifiées pour être toujours à moins d'un mètre d'un capteur. Les temps  $t_0$  pouvaient être ainsi lus directement sur le premier géophone du voisinage. De ce fait, au moins 16 sources de calibration ont été effectuées durant cette campagne de calibration. Malheureusement, ces données ne sont pas encore disponibles : l'équipe qui a réalisé cette mission a dû quitter le site d'une façon imprévue sans télécharger les données.

**Tableau 7.1 : Distribution des récepteurs par station**

Station	Stn_1	Stn_2	Stn_3	Stn_4
Récepteurs	<b>R360 - R361</b>	<b>R356***- R357</b>	<b>R368 - R369</b>	<b>R365*** - R366</b>
	<b>R363***- R364</b>	<b>R358 - R359</b>	<b>R370 - R371***</b>	<b>R367 - R372</b>

\*\*\*Géophone triaxial

### 7.3 Qualité des données et niveau du bruit ambiant

L'élaboration d'un modèle du bruit ambiant (MBA) pour la falaise investiguée est une tâche essentielle et de même importance que les autres étapes de détection et de localisation. Les motivations pour réaliser une telle analyse du bruit découlent de sa capacité à fournir des informations utiles sur le déroulement de l'acquisition et sur le choix des techniques à adopter pour le filtrage et la détection (Goertz *et al.*, 2012; McNamara & Buland, 2004). En effet, l'estimation d'un MBA permet d'évaluer la performance de l'instrumentation et de la configuration utilisées et de s'assurer du bon fonctionnement de l'appareillage d'acquisition (capteur, station...). Il permet aussi de quantifier la qualité de données mesurées, d'identifier les principales sources du signaux indésirables et d'évaluer les caractéristiques des bruits prépondérants et leurs variations spatiales et temporaires (Ugalde *et al.*, 2013).

Généralement, les approches adoptées pour analyser le bruit ambiant en sismique passive sont largement empruntées de la sismologie classique. À titre d'indication, Giroux (2001) a utilisé les valeurs quadratiques moyennes des amplitudes, une analyse spectrale et l'intercorrélation entre les signaux de différents capteurs pour analyser le bruit ambiant dans l'environnement d'un barrage. Goertz *et al.* (2012) se sont basés sur l'interprétation de la fonction densité de probabilité (PDF) du bruit sismique afin d'estimer le seuil de détection des événements. Plusieurs densités spectrales de puissance (DSP) ont été échantillonnées pour générer la PDF décrivant le bruit. Ugalde *et al.* (2013) ont eu recours à la même méthode pour étudier le niveau de bruit ambiant dans un site de stockage de CO<sub>2</sub>. La distribution de probabilité du spectre de puissance (DPSP) est calculée dans les deux cas via l'approche de McNamara and Buland (2004). Bakari (2015) a repris aussi cette technique pour estimer un MBA pour un champ de tir surveillé par microsismique. Les résultats obtenus ont été présentés en traçant le 5<sup>e</sup> et le 95<sup>e</sup> percentile des DSPs. Nous proposons ainsi de reprendre l'approche de McNamara and Buland (2004) pour préparer un MBA pour le site étudié. La réputation de cette méthode en sismologie générale ainsi

qu'en microseismique, fait d'elle aujourd'hui la technique de référence pour analyser le bruit ambiant (Goertz *et al.*, 2012; Kumar *et al.*, 2012; Marzorati & Bindi, 2006; Soliman, 2013).

### 7.3.1 Théorie et implémentation

Le principe de base derrière la méthode de McNamara and Buland (2004) consiste à estimer et interpréter la DPSP. Cette approche probabiliste s'avère très avantageuse puisqu'elle n'exige aucune sélection préalable de données : contrairement aux approches de Peterson (1993) et Stutzmann *et al.* (2000), la technique opère sur toutes les données brutes disponibles sans isoler les segments de signal contenant du bruit. En effet, les événements sismiques sont considérés par les auteurs de la méthode comme des occurrences de faibles fréquences et durées que leurs signatures spectrales apparaissent négligeables et de probabilité minime dans la DPSP. Outre la simplicité, la méthode fournit des courbes de DPSP lisses et faciles interpréter. Des comparaisons entre les modèles du bruit de différentes stations ou avec les niveaux de référence définis par Peterson (1993) (le NLNM : *New Low model noise* et le NHNM : *New High model noise*) sont toutefois possibles avec cette méthode.

Pour estimer la DPSP, la première étape consiste à calculer la densité du spectre de puissance sur plusieurs segments du signal de même longueur  $T$ . La DSP est définie à partir de la transformée de Fourier  $\text{TF}(f)$  par :

$$\text{DPS} = \frac{2}{T} |\text{TF}(f)|^2. \quad (7.1)$$

Le spectre de puissance est interprété ainsi comme étant le carré du spectre d'amplitude pondéré par la longueur du signal utilisé McNamara and Buland (2004). Il peut être vu aussi comme la TF de l'autocorrélation du signal. McNamara and Buland (2004) utilisent des segments d'une durée de 60 minutes chacune superposées à 50% pour réduire la variance d'estimation. Avant de calculer la DSP, la moyenne et la tendance générale (linéaire ou non) des données brutes sont soustraîtes. Un fenêtrage de Hann de 10% est appliqué aux extrémités du signal afin de lisser le spectre d'amplitude. La réponse de l'instrument de mesure est retirée en divisant les DPS par la fonction de transfert (McNamara & Buland, 2004) . Une fois que les spectres de puissance sont calculés pour toutes les données, leurs valeurs sont échantillonées pour retrouver la distribution de spectre de puissance. La DPSP d'une fréquence  $f_c$  donnée est calculée à partir de l'histogramme des DPS comme suit :

$$\text{DPSP}(f_c, p) = \frac{N_p f_c}{N_{f_c}}, \quad (7.2)$$

Où  $N_{pfc}$  est le nombre des spectres qui ont des valeurs non nulles pour la fréquence  $f_c$  (Hz) et la puissance  $p$  (dB).  $N_{fc}$  est le nombre total de spectres estimés pour la fréquence  $f_c$ .

Pour ce projet, la préparation de la DPSP a été réalisée en utilisant une routine de la méthode de McNamara and Buland (2004) implémentée sur la librairie *Obspy*. Les données brutes, initialement stockées dans des fichiers de 5 seconds sont rassemblées dans des fichiers d'une durée de 60 minutes. Une DPSP est calculées ensuite pour chaque jour. L'ensemble des DPSPs permet finalement d'obtenir le graphe de la DPSP. Notons que quelques modifications ont été apportées à la méthode standard de McNamara and Buland (2004) afin de s'adapter aux données disponibles. En effet, ni la période (seulement quelques jours parfois) ni la qualité de données (plusieurs lacunes d'enregistrement) ne permettent d'utiliser intégralement la stratégie décrite ci-dessus. De ce fait, nous avons calculé les spectres sur des enregistrements de 30 minutes au lieu d'une heure afin d'augmenter le nombre des spectres à échantillonner lors de la préparation de la DPSP. De plus, la réponse des capteurs utilisés (géophones 15 Hz) est décrite seulement par le gain et la sensibilité des instruments. Ceci limite toute comparaison des modèles de bruit obtenus entre les stations et avec les courbes de références NHNM et NLNM.

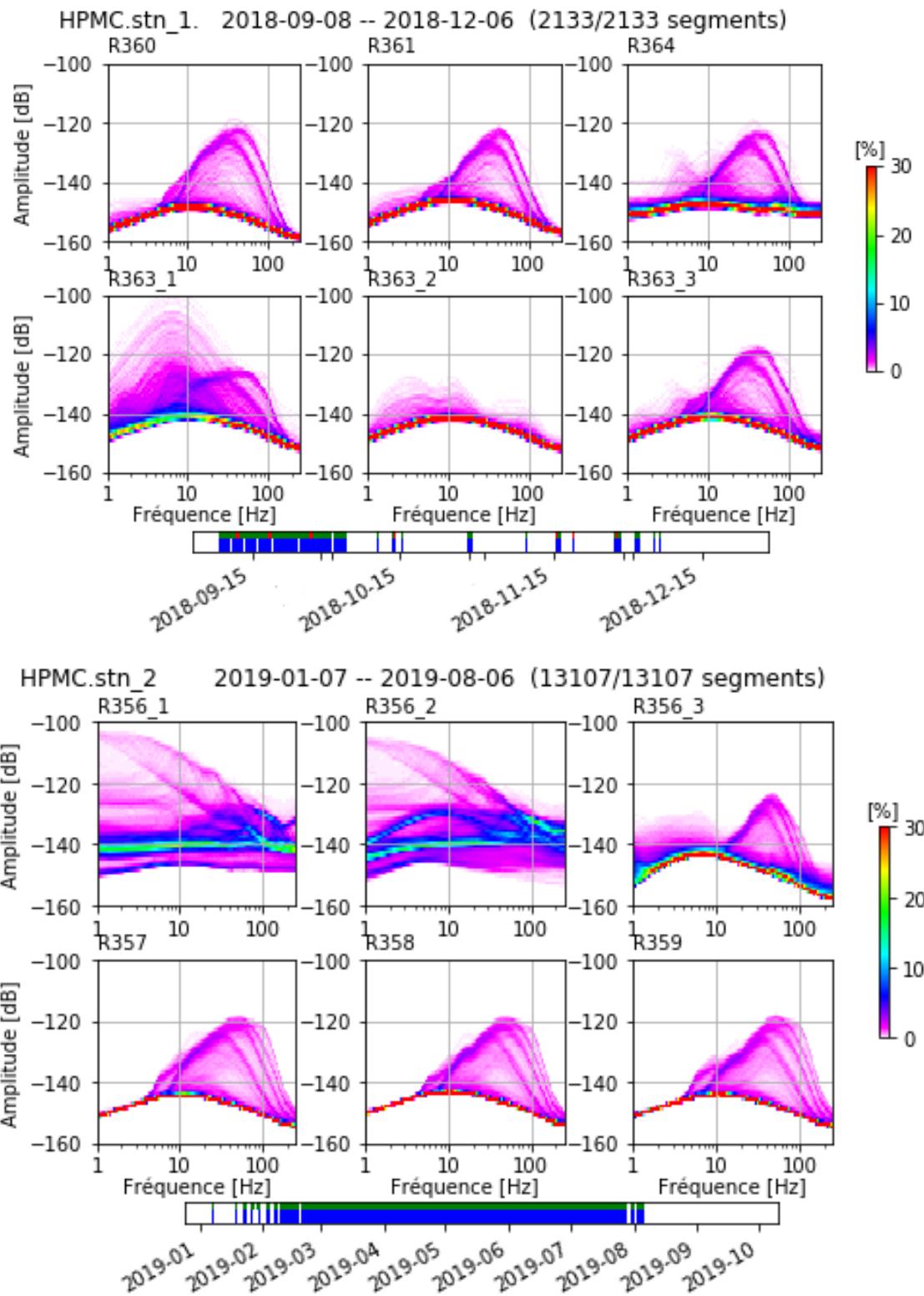
### 7.3.2 Résultats et interprétation

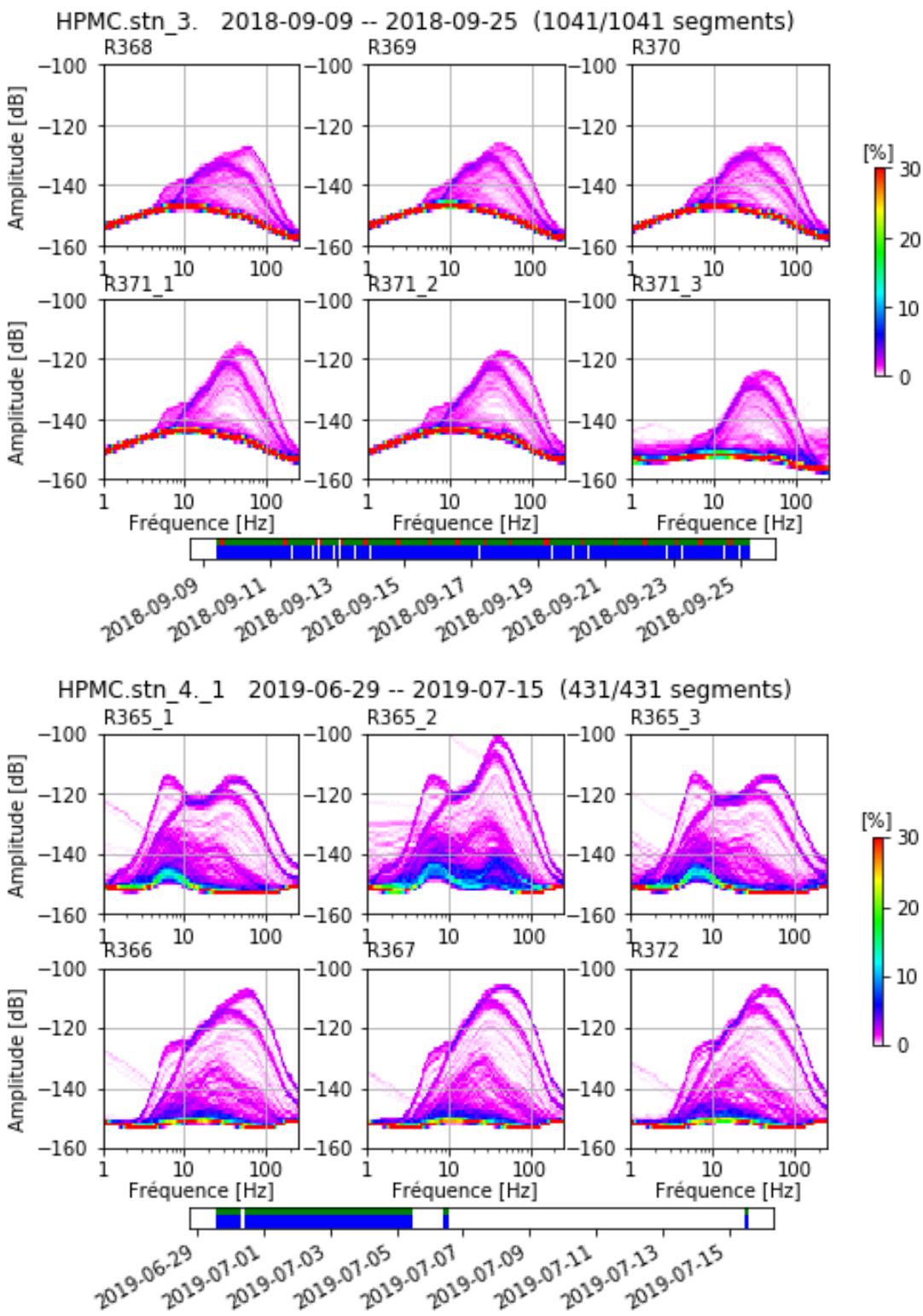
Les DPSPs pour les 4 stations utilisées dans ce projet ont été calculées et tracées sur la Figure 7.6. La distribution des données sur l'intervalle du temps utilisé pour estimer ces DSPs est affichée sous forme d'une barre au-dessous de chaque figure. Le nombre de segments utilisés pour échantillonner les DSPs est inclus aussi. Notons que les basses fréquences (< 5 Hz) ont été mal analysées sur les DPSPs calculées. Cet effet indésirable est dû probablement à l'atténuation induite par la fréquence de coupure des géophones utilisés (15 Hz) ou à cause des multiples lacunes d'enregistrement (suite à des arrêts imprévus du système d'acquisition) qui rendent l'analyse des ondelettes aux longues périodes plus difficiles (Figure 7.6). De ce fait, les très basses fréquences (inférieures à 1 Hz) ont été omises dans les graphes préparés. Ceci n'affecte pas beaucoup la fiabilité du MBA préparé étant donné que cette bande est généralement de moindre importance en microseismique.

Pour bien analyser les MBA obtenus, nous avons commencé par considérer l'allure générale des DPSPs retrouvées. Dans ce sens, une vue d'ensemble sur la tendance globale des courbes de DSPs calculées révèle au moins deux formes typiques pour le spectre du bruit ambiant (Figure 7.6) : 1- un spectre plat (à sa base) est observé pour les capteurs de station 4 et quelques capteurs de station 1 et 3 (R364, R365, R66, R367...). Le bruit ambiant enregistré par ces

géophones est essentiellement blanc sur l'intervalle des fréquences considérées [1-250]. 2- un spectre un peu courbé pour des fréquences allant de 5 à 20 hertz est identifié pour les autres capteurs (R357, R358, R359, R360, R361...R370). Le bruit ambiant enregistré par ces capteurs est légèrement coloré dans ce cas. Il s'agit probablement de la réponse ou d'un bruit induit par l'instrument de mesure : des courbes similaires ont été obtenues pour les mêmes géophones mais sur un autre site d'acquisition (Bakari, 2015).

En deuxième temps, une analyse en détails du modèle du bruit élaboré a permis de dégager des pics de fréquences allant de 5 à 100 Hz. Ceci laisse supposer un bruit ambiant d'origine anthropique engendré principalement par le trafic ferroviaire (Aravanis *et al.*, 2016; Qi *et al.*, 2019). Les signatures spectrales des différents véhicules empruntant le chemin de fer voisin sont bien visibles sur toutes les DSPs des capteurs. Pour caractériser ce bruit, les capteurs de la station 4 représentent un meilleur choix de par leur proximité de la source en question. Sur les DPSPs identifiées, deux types de bruits ont pu être distingués (Figure 7.6). Le premier montre une fréquence inférieure à 10 Hz avec des pics d'énergie situés entre 5 et 6 Hz (R356 et R363, R364, R365). Le deuxième possède un spectre prédominé par des fréquences entre 20 et 100 Hz. Les maximums d'énergie se situent pour des fréquences de 30, 40, 50 Hz et parfois plus (R360, R364, R367, R372...). Par ailleurs, une analyse dans le domaine temps-fréquence est jugée nécessaire afin de dresser les liens entre les 2 types de bruits observés. Le spectrogramme préparé pour le capteur R365, le 04/07/2019, montre que les deux bruits sont liés dans le temps et qu'ils seraient ainsi émis par la même source (Figure 7.7). Ils sont interprétés comme étant les fréquences propres et leurs multiples des véhicules ferroviaires. Cette large bande de fréquences s'explique par les différentes masses et vitesses de ces véhicules et de leurs matériels remorqués (Aravanis *et al.*, 2016). Le spectrogramme révèle aussi que ces bruits sont non stationnaires, plus fréquent le jour et de brèves durées en général. À titre d'exemple, le spectrogramme de Figure 7.7 met en évidence une durée de 5-15 minutes pour ces vibrations parasites avec un spectre fréquentiel qui s'étale sur une bande de quelques hertz à des centaines de hertz. En outre, les données sismiques brutes montrent que ce bruit affiche souvent des très fortes amplitudes sur les sismogrammes d'où leurs présences remarquables sur les DPSPs calculées (Figure 7.6).

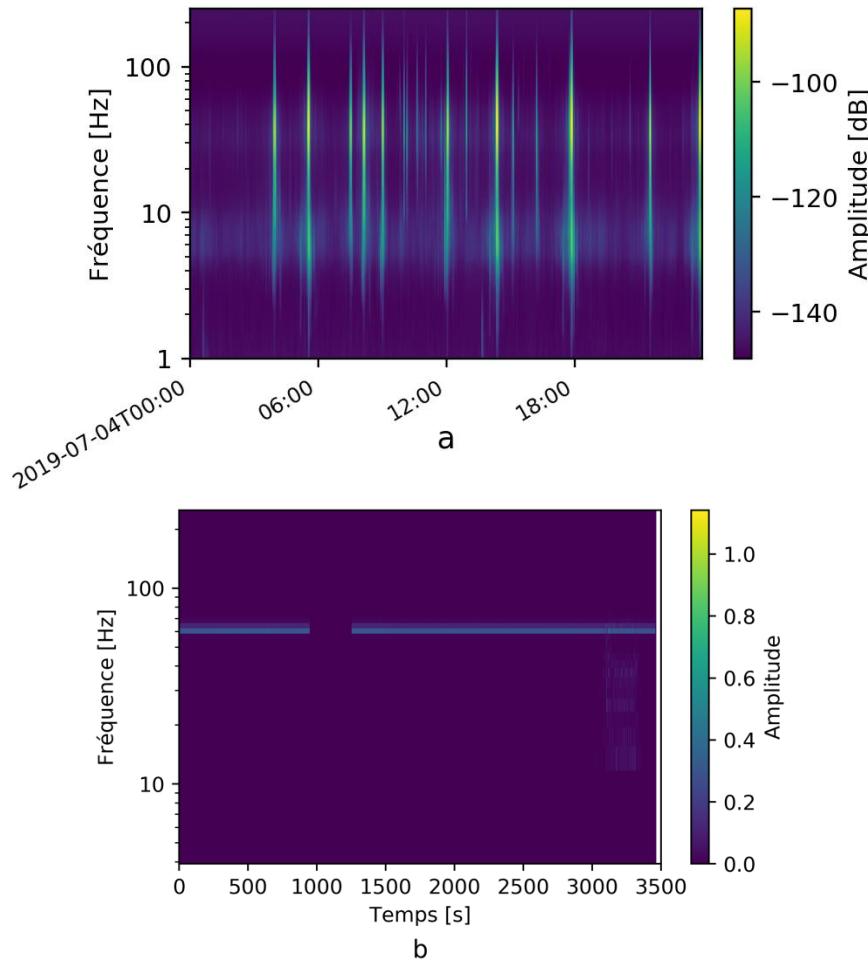




**Figure 7.6 : Distribution de la probabilité des densités du spectre de puissance des capteurs de 4 stations.**

Notons que la forte énergie induite par le trafic ferroviaire rend difficile d'identifier d'autres sources du bruit (vents, averses, ondes électromagnétiques...). Ces éventuelles sources secondaires se

trouvent masquées dans ce cas-ci. Toutefois, une analyse locale des spectrogrammes réussit parfois à mettre en évidence d'autres fréquences parasites de faible énergie. C'est le cas par exemple d'un bruit électromagnétique de fréquence 60 Hz contaminant les données de certains sismogrammes (Figure 7.7). Ce bruit continu dans le temps est facilement identifiable sur des spectrogrammes quand le niveau de contamination par les autres signaux parasites est faible. L'origine de ce bruit est attribuée aux lignes de transmission électrique de la voie ferrée voisine. Il se peut donc que certains pics de fréquences à l'entour de 60 Hz soient aussi expliqués par cette source de bruit de faible énergie mais plus continue dans le temps.



**Figure 7.7 : Énergie et le spectrogramme de quelques sources de bruits sismiques contaminant les données.**  
**(a)- Spectrogramme du capteur R365\_2 au 2019/07/04 montrant des bruits causés par le trafic ferroviaire. (b)- Analyse locale du spectrogramme du capteur R363\_1 à 17H le 2018/09/20 montrant un bruit électromagnétique.**

La comparaison des DPSPs de différents capteurs a permis de distinguer un aspect particulier pour les spectres des récepteurs R356 et R363. Les composantes 1 et 2 du R356 affichent un contenu fréquentiel anormalement riche en basses fréquences (< 10 Hz). La 2<sup>ème</sup> composante de

R363 présente, contrairement aux autres composantes, une DSP très plat et sans pics nets (Figure 7.6). Probablement, des problèmes techniques d'acquisition sont survenus pour ces capteurs. Les données de ces capteurs devraient être manipulées avec prudence.

## 7.4 Filtrage de données

Le filtrage est une étape indispensable pour améliorer le rapport signal/bruit des signaux récoltés sur le terrain souvent de mauvaise qualité (Han, 2010; Van De Mark *et al.*, 2013; Velis *et al.*, 2015). Akram and Eaton (2016) ont démontré que cette étape est d'une importance capitale dans la mesure où elle peut influencer non seulement l'étape de détection et du pointé des événements mais aussi l'incertitude de localisation. Généralement, les techniques de filtrage utilisées en microsismique ne diffèrent pas beaucoup de celles développées en télésismicité ou pour les méthodes d'exploration à sources actives (Chen, 2018). Ces approches exploitent diverses propriétés (spectre, polarisation, caractéristiques statistiques...) pour différencier les bruits et les arrivées sismiques et ainsi supprimer les parties indésirables du signal (Bekara & Van der Baan, 2009; Mousavi & Langston, 2016; Pinnegar, 2006). Selon la propriété utilisée, des méthodes sont réputées être plus adéquates pour atténuer les bruits ambients aléatoires, d'autres sont destinées pour réduire les bruits cohérents et colorés. Néanmoins, toutes ces méthodes nécessitent un bon réglage des paramètres de filtrage afin de bien définir la limite entre le bruit et le signal utile (Mousavi & Langston, 2016). Un filtrage abusif peut ainsi conduire à couper des événements sismiques (Zhu *et al.*, 2019). Notre stratégie dans ce projet est basée sur un filtrage modéré combinant plusieurs techniques pour ne pas altérer le signal. Chaque technique contribuera ainsi à supprimer une partie de bruit.

À côté d'un filtre de Butterworth d'une bande passante de 10 à 150 Hz, nous proposons d'utiliser principalement un filtrage par seuillage, une Décomposition en Modes Empiriques, ainsi qu'un filtre de polarisation pour les séismogrammes triaxiaux. Selon le besoin, d'autres méthodes classiques de filtrage qui opèrent bien sur les données microsismiques pourraient être utilisées aussi. La théorie derrière chaque technique ainsi qu'un exemple d'illustration montrant les étapes de filtrage et le résultat obtenu sont présentés dans l'Annexe C.

## 7.5 Détection des événements

La stratégie générale proposée pour optimiser la détection consiste à adapter la bonne méthode pour le type de capteur utilisé et à profiter des données recueillies sur les sismogrammes triaxiaux pour orienter la recherche des événements. Pour les géophones uni-axiaux, les techniques

disponibles à appliquer sont essentiellement des approches à composante unique comme les méthodes de STA/LTA, MER et ATA/BTA/DTA. L'étape de la détection sur les sismogrammes triaxiaux quant à elle serait assurée par la méthode de la CPM développée dans le cadre de ce travail.

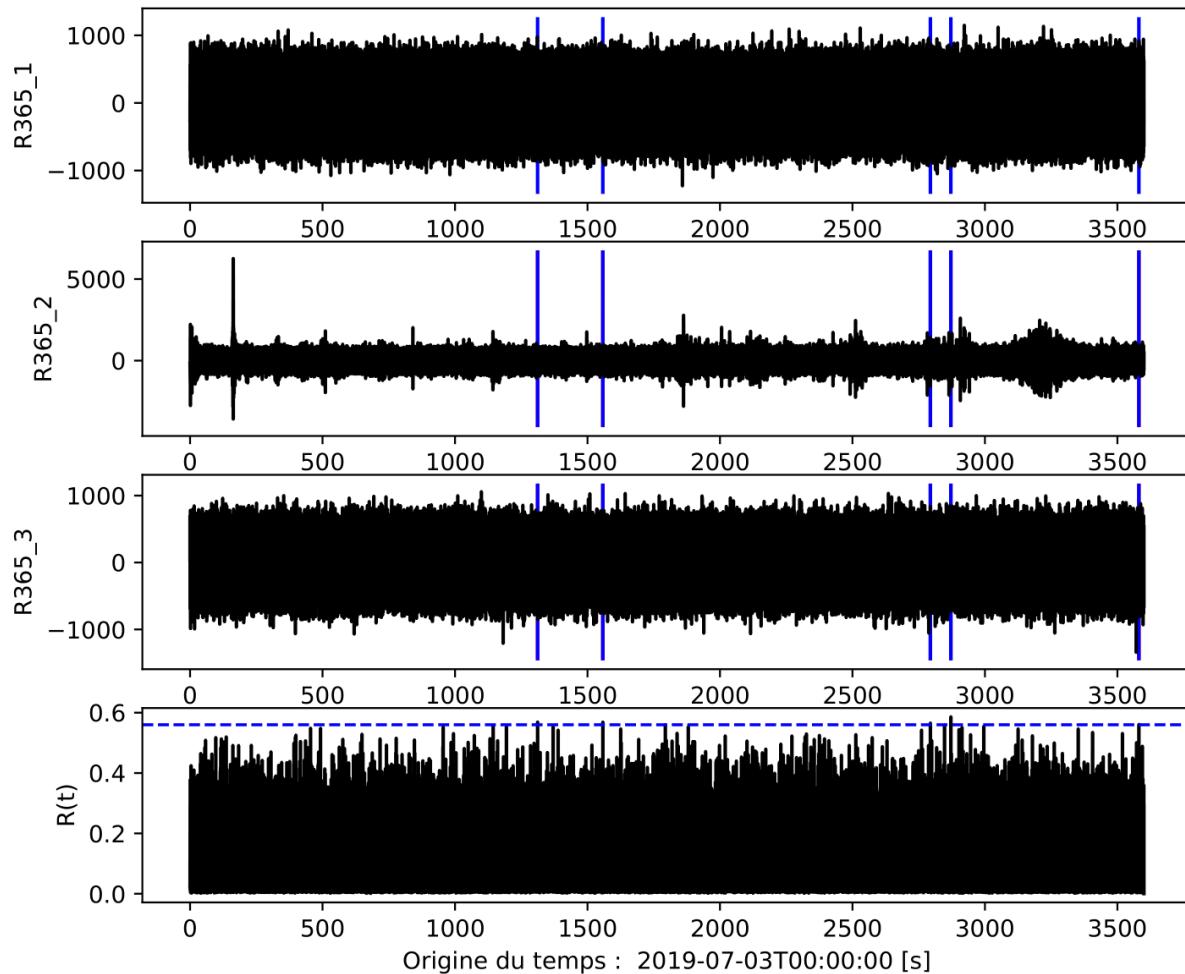
La plupart des approches de détection adaptées aux capteurs uni-axiaux sont basées sur l'hypothèse d'une transition d'énergie nette entre le bruit et l'arrivée sismique. Ceci les rend parfois moins efficaces si les événements d'utilité sont dissimulés dans un bruit de même amplitude. La détection sur des sismogrammes 1C est susceptible aussi de générer des faux événements parfois causés par des bruits à forte énergie. En revanche, la CPM opérant sur les données des géophones triaxiaux s'avère robuste devant ces inconvénients : elle parvient à détecter des événements avec une énergie égale ou inférieure à celle du bruit ambiant et reconnaît facilement les faux événements à forte amplitude. Il apparaît ainsi évidemment que la détection des événements pour chaque station devrait être faite en premier lieu sur les données des capteurs triaxiaux. Ceci permet d'éviter les faux événements et de maximiser la détection des vraies arrivées sismiques à faibles amplitudes. La détection pour les capteurs sismiques uni-axiaux peut se faire relativement aux événements déjà retrouvées sur les sismogrammes 3C. Une méthode de détection relative ou l'une des approches classiques adaptées aux sismogrammes à composante unique peuvent être utilisées. En bref, la stratégie proposée inclut les étapes suivantes :

- Prétraitement de données : correction de la tendance des sismogrammes, centrer les traces sur zéro, détecter et traiter les lacunes d'enregistrement, appliquer un filtre passe bande.
- Appliquer la CPM pour détecter les éventuels événements enregistrés par les sismogrammes 3C. Un contrôle visuel devrait se faire par la suite afin de s'assurer de la qualité du signal sur lequel la détection est faite.
- Extraire les segments de 5 secondes des sismogrammes uniaxiaux entourant chaque événement détecté. Un filtrage dans le domaine temps-fréquence ou en utilisant la DMEE est requis pour atténuer le bruit si nécessaire.
- Utiliser une méthode à composante unique pour retrouver l'événement sur les segments des traces 1C.

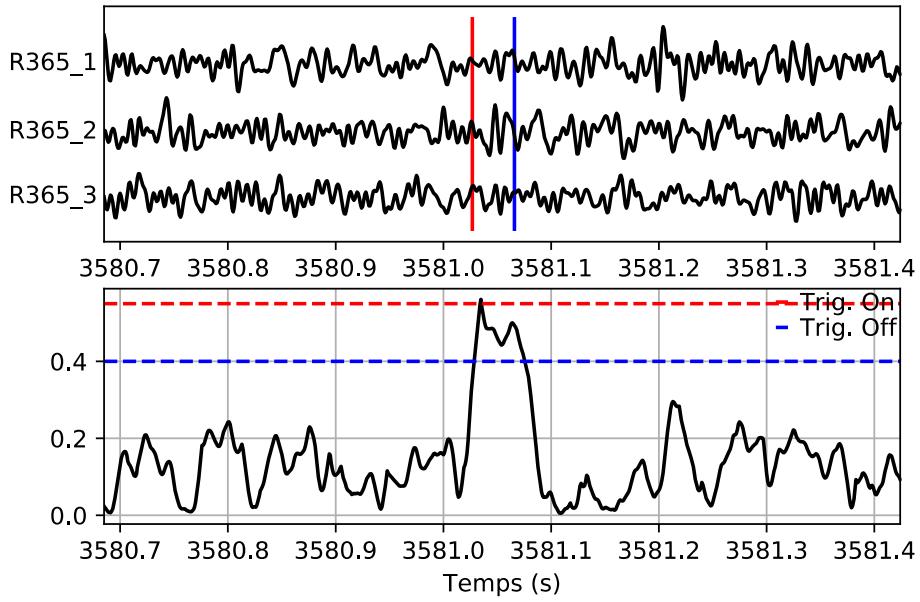
### 7.5.1 Exemples de détection sur des sismogrammes 1C et 3C

Conformément à la stratégie préparée, la première phase de l'étape de détection a été réalisée exclusivement sur les données des capteurs 3C (R356, R363, R365, R371). La CPM est utilisée

avec une fenêtre de 3 fois la période instantanée du signal et un seuil de rectilinéarité de 0.55 à 0.6 selon le niveau de bruit ambiant. La polarisation linéaire a été évalué via la fonction  $R_{\min}(t)$  introduite et discutée dans le quatrième chapitre. Un exemple illustrant le déroulement de cette étape sur un enregistrement d'une durée de 60 minutes est présenté sur la Figure 7.8. L'exemple est une autre occasion pour démontrer la capacité de la CPM à détecter des événements disséminés dans un bruit de fond à énergie comparable et à éviter certains faux événements présents par exemple dans la composante R365\_2 (Figure 7.8, Figure 7.9).

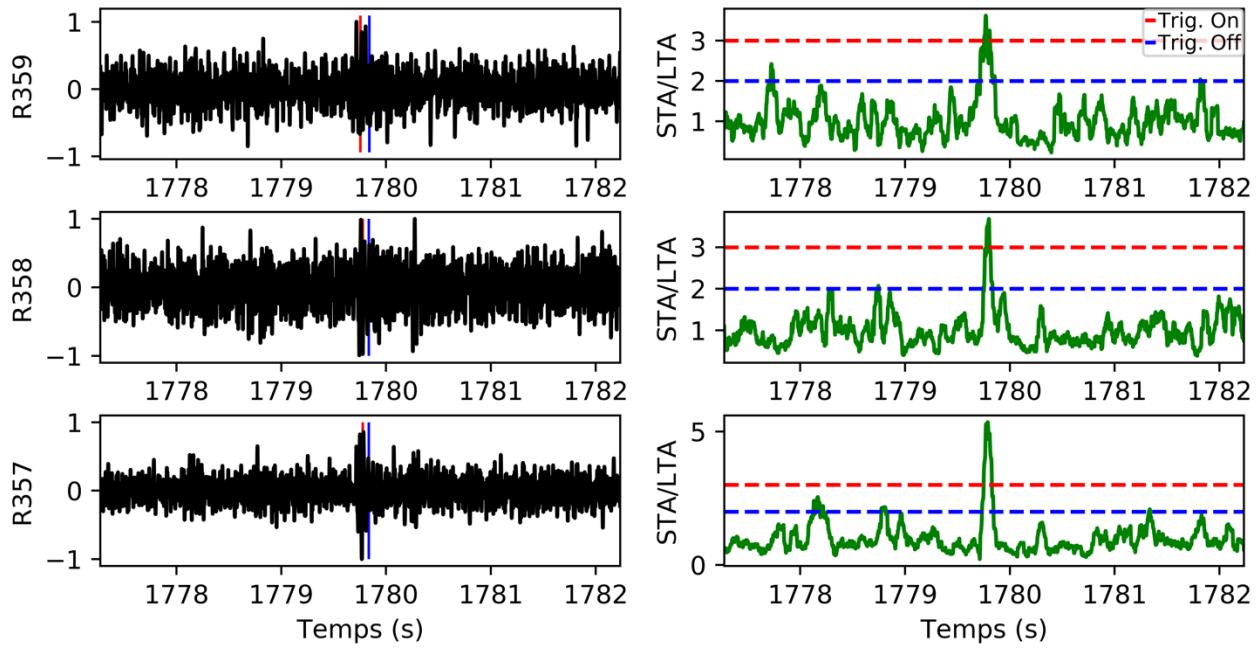


**Figure 7.8 : Détection de cinq événements sur le sismogramme 3C du capteur R365 de la station stn\_4 (le 03 Juillet 2019 entre 00 et 01h).**



**Figure 7.9 : Zoom sur l'étape de la détection pour la cinquième arrivée sismique repérée sur le sismogramme R365 de la Figure 7.8.**

La détection des événements microsismiques sur les capteurs 1C a été assurée par la méthode STA/LTA. Une version optimisée implémentée sur la librairie Obspy est utilisée pour accélérer la tâche. Suivant la méthodologie élaborée, la recherche des événements s'est limitée à des fenêtres de 5 secondes centrées sur les arrivées sismiques déjà détectées sur les capteurs 3C Figure 7.10. Ceci aidera à orienter la détection vers les événements d'intérêt. La méthode STA/LTA a été appliquée avec une fenêtre courte de 3 fois la période dominante du signal et une fenêtre longue 8 fois la fenêtre courte. Le seuil de détection est fixé à 3 (Figure 7.10). En fonction de l'énergie de la source sismique, certaines arrivées sismiques ont été retracées avec succès sur les sismogrammes 1C. D'autres en revanche ont été ratés. Les événements perdus sont soit atténués à cause de la distance entre les capteurs, soit masqués par le bruit. La méthode de STA/LTA échoue dans les deux cas à les retracer.



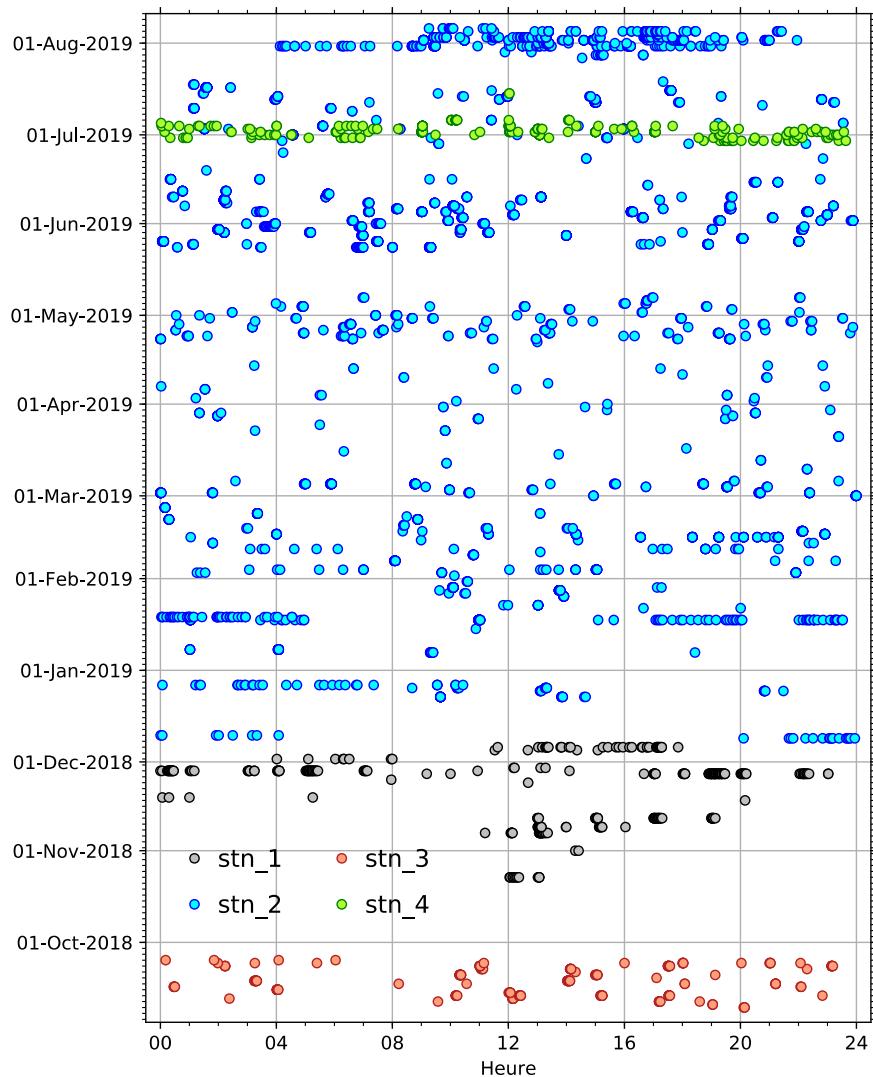
**Figure 7.10 : Détection d'un évènement sur les 3 sismogrammes uni-axiaux de la station 2 par la méthode STA/LTA.**

### 7.5.2 Résultats

La stratégie décrite ci-haut a été appliquée pour les données disponibles. Au moment de la rédaction de la présente thèse, nous disposons d'un ensemble d'enregistrements qui s'étale presque sur une période d'une année allant de septembre 2018 jusqu'en août 2019. Malheureusement, ces données ne sont pas uniformément réparties pour toutes les stations. La majorité d'enregistrements proviennent essentiellement des stations 1 et 2.

Initialement, la détection faite sur les sismogrammes 3C de 4 stations a permis de mettre en évidence quelques milliers d'événements. Un contrôle de qualité a été ensuite effectué pour se débarrasser des faux événements persistants. Ces faux événements, qui montrent aussi une forte rectilinéarité, sont dus à des données d'une très mauvaise qualité et surtout à des enregistrements sismiques corrompus. Ainsi les arrivées de très faibles durées ( $<10$  ms) ou de très longues durées ( $> 0.5$  s) ont été éliminés de même que les signaux de basses ( $<10$  Hz) ou des hautes fréquences ( $>150$  Hz) ou ceux qui montrent un continu fréquentiel très différent d'une composante à une autre. De plus, certaines données ont été complètement écartées vu qu'elles montrent un bruit instrumental de fortes amplitudes. C'est le cas par exemple des enregistrements récoltés sur la station 2 entre le 8 et le 24 mai 2019 et sur la station 1 entre 8 septembre et 13 octobre 2018.

Au final, cette première campagne d'acquisition et de détection a permis de repérer plus que 3500 événements répartis comme suit : 2836 sur stn\_2, 292 sur stn\_1, 271 sur stn\_4 et 197 sur stn\_3. L'ensemble des évènements détectés sont présentés sur la Figure 7.11. La répartition temporelle de ces arrivées sismiques laisse supposer deux types de sismicité régionale relative à la falaise étudiée : la première catégorie caractérise une activité sismique ordinaire marquée par des brefs évènements isolés dans le temps. Le deuxième type qualifie une sismicité relativement plus forte mise en évidence par des séries d'évènements multiples et continus sur des courtes périodes du temps. Cette sismicité occasionnelle se produit moins souvent (début décembre 2018, mi-janvier 2019, juillet et août 2019 ...). La Figure 7.11 montre aussi une réparation journalière globalement uniforme de la sismicité locale. Quant à sa variation saisonnière, il reste difficile de tirer des observations pertinentes vu le manque de données sur plusieurs périodes de l'année.



**Figure 7.11 : Dates et heure des évènements détectés sur les 4 stations entre l'automne 2018 et l'été 2019.**

## 7.6 Pointé des évènements

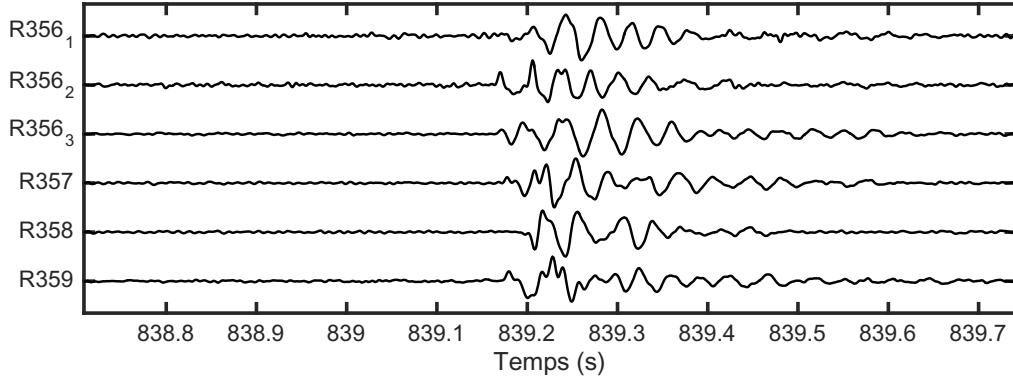
Le pointé des évènements microsismiques est l'étape la plus délicate dans la chaîne du traitement. Elle reste parmi les sources d'erreur les plus difficiles à contrôler. Il était prévu d'utiliser la tomographie d'émission sismique afin d'éviter cette étape et améliorer la localisation des évènements microsismiques (Kugaenko *et al.*, 2005). Malheureusement, cette technique exige une bonne connaissance du modèle de vitesse, ce qui n'est pas encore le cas. Une nouvelle stratégie adaptée aux données disponibles a dû être élaborée.

Par ailleurs, une analyse faite sur des jeux de données synthétiques concernant l'effet du bruit sur la localisation des hypocentres suggère des temps d'arrivée pointés à 10% près. Avec des temps de parcours de l'ordre de 40 à 60 ms, ceci se traduit par une erreur absolue qui ne doit pas excéder 4-6 ms. Pour atteindre cet objectif, la nouvelle stratégie de pointé repose sur deux principes: 1- Comme pour la méthodologie de détection, nous proposons d'utiliser les données des capteurs triaxiaux pour orienter les pointés sur les sismogrammes 1C. 2- Nous essayons d'exploiter l'intercorrélation entre les signaux pour corriger les temps d'arrivée pointés individuellement sur chaque trace. Une nouvelle méthode est développée dans le cadre de ce travail pour optimiser l'utilisation de cet outil.

La méthodologie générale proposée pour mettre en place cette stratégie se résume dans 4 grandes étapes:

- Déterminer le temps d'arrivée sur le sismogramme 3C à l'aide de la méthode de CPM utilisée comme technique du pointé.
- Chercher les temps d'arrivée sur les sismogrammes uni-axiaux.
- Évaluer la qualité des estimations des premières arrivées déterminées.
- Corriger ou réestimer les temps d'arrivée en se basant sur l'intercorrélation entre les traces.

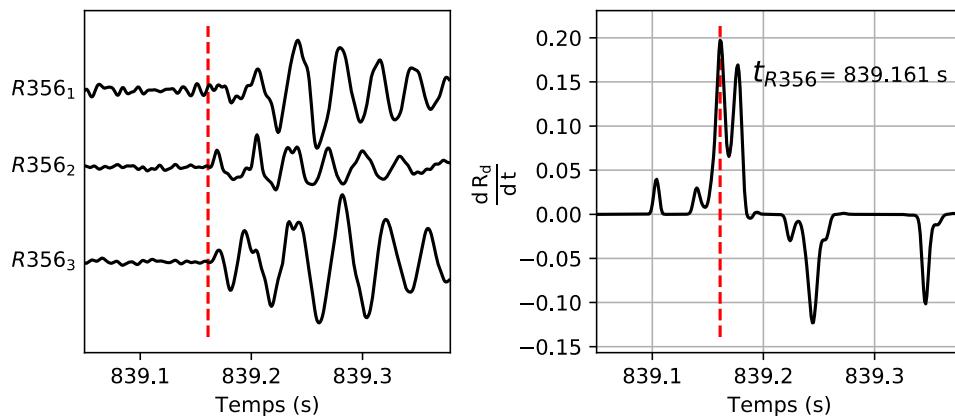
Pour une meilleure illustration de la démarche proposée, nous proposons d'expliquer chaque étape sur un exemple concret. Nous avons choisi ainsi de reprendre étape par étape le pointé d'un évènement microsismique détecté le 8 août 2019 (entre 9H et 10H) sur les 4 récepteurs de la station 2. Les traces utilisées sont présentées sur la Figure 7.12.



**Figure 7.12 : Événement microsismique choisi pour tester la stratégie de pointé des temps d'arrivée (station stn\_2).**

### 7.6.1 Pointé sur les sismogrammes 3C

La détermination des premières arrivées sur les sismogrammes triaxiaux est assurée dans ce projet par la méthode de CPM. Nous nous contentons dans cette section de présenter le résultat de pointé réalisé sur le sismogramme 3C (R356) de l'exemple de référence (Figure 7.12). Les lecteurs sont invités à consulter le chapitre 4 pour plus de détails concernant la théorie de cette technique. Notons que la CPM a été utilisée pour cet exemple avec deux fenêtres de largeur deux fois la période du signal et des valeurs pour les paramètres  $p$  et  $n$  égaux respectivement à 2 et 3. Le temps d'arrivée pour le capteur est estimé alors à  $t_{R356} = 839.161$  s (Figure 7.13).



**Figure 7.13 : Pointé du temps d'arrivée sur le sismogramme R356 par la méthode CPM.**

### 7.6.2 Pointé sur les sismogrammes 1C

Le pointé sur les sismogrammes 1C est réalisé en seconde étape afin de se servir de temps d'arrivée retrouvé sur le sismogramme triaxial. Étant donné qu'un capteur 3C est capable d'enregistrer plus d'informations qu'un capteur à une seule composante, les pointés sur ses

données sont en principe plus précis et moins sensibles aux bruits. Il est possible donc d'utiliser le temps pointé sur le sismogramme 3C pour réduire l'intervalle de recherche des premières arrivées sur les sismogrammes uni-axiaux. Ceci est possible en supposant une valeur de vitesse minimale et en considérant les départs entre les capteurs uni-axiaux et le capteur triaxial de chaque station. À titre d'exemple, le déport maximal entre le capteur triaxial R356 et le capteur uni-axial le plus loin R359 est de 164 m. Assumant une vitesse d'onde de cisaillement minimale de 1500 m/s (ou la vitesse d'onde P minimale), ceci donne une différence maximale entre les deux temps d'arrivée de 110 ms. Avec une marge d'erreur de 10%, le pointé sur les sismogrammes R357, R358 et R359 peut se faire sur l'intervalle  $t_{R356} \pm 120$  ms (Figure 7.14). Cet intervalle pourrait être réduit davantage si nous considérons les vrais départs (plutôt que le maximal), le mode sismique (P ou S) et une meilleure connaissance du modèle de vitesse. Cette stratégie permet de minimiser l'erreur de pointé et d'éviter beaucoup de temps de calcul. Elle permet aussi d'utiliser certaines méthodes qui demandent de séparer en avance l'événement à pointer comme l'AIC.

Pour pointer les premières arrivées sur une trace à une seule composante, plusieurs approches sont disponibles en pratique. Chacune utilise une propriété donnée pour marquer le passage entre le bruit et l'arrivée sismique. Les propriétés les plus exploitées sont l'énergie sismique (comme pour STA/LTA) ainsi que certaines caractéristiques statistiques du signal comme les moments statistiques et la stationnarité (comme pour l'AIC). Le succès assuré par chaque méthode dépend du contraste de la propriété considérée entre le bruit et l'événement sismique. Le choix de la bonne méthode est fonction des données et reste ainsi spécifique à chaque site. De ce fait, il apparaît judicieux de tester plusieurs méthodes pour pointer un événement sismique. À titre d'illustration, le pointé des temps d'arrivée pour les traces R357, R358 et R359 a été réalisé avec cinq méthodes différentes sur l'intervalle  $t_{R356} \pm 120$  ms (Figure 7.14) :

- Le rapport d'énergie modifié (MER) introduit par Wong *et al.* (2009).
- La méthode modifiée de Coppens (MCM) proposée par Sabbione and Velis (2010).
- Le critère d'information d'Akaike (AIC) développé par Sleeman and Van Eck (1999).
- L'identification des arrivées de phase par Kurtosis (Paik) de Saragiotis *et al.* (2002).
- Le rapport Court-terme /Long-terme kurtosis (SI-K) présenté par Li *et al.* (2014).

Les deux premières méthodes opèrent avec des fonctions caractéristiques calculées à partir de l'énergie du signal. Les autres techniques misent sur des propriétés statistiques. Notons que chaque méthode a été utilisée avec ses paramètres optimaux recommandés par ses auteurs (Akram & Eaton, 2016).

L'interprétation des résultats obtenus montre certaines différences entre les temps pointés par les différentes méthodes, comme l'illustre la Figure 7.14. Le MER et le SI-K donnent souvent des pointés similaires et un peu en retard par rapport aux autres techniques. La Paik et la MCM assurent des pointés proches et les plus en avance. En considérant l'ensemble des techniques utilisées, les moyennes de temps d'arrivée sont estimées à 839.171 s pour le capteur R357, à 839.195 s pour R358 et à 839.169 s pour R359 (Figure 7.14). La déviation de temps de pointé par rapport à ces moyennes ne dépasse pas 9 ms pour toutes les méthodes utilisées. En outre, c'est l'AIC qui donne des estimations les plus proches de la moyenne sur cet exemple.

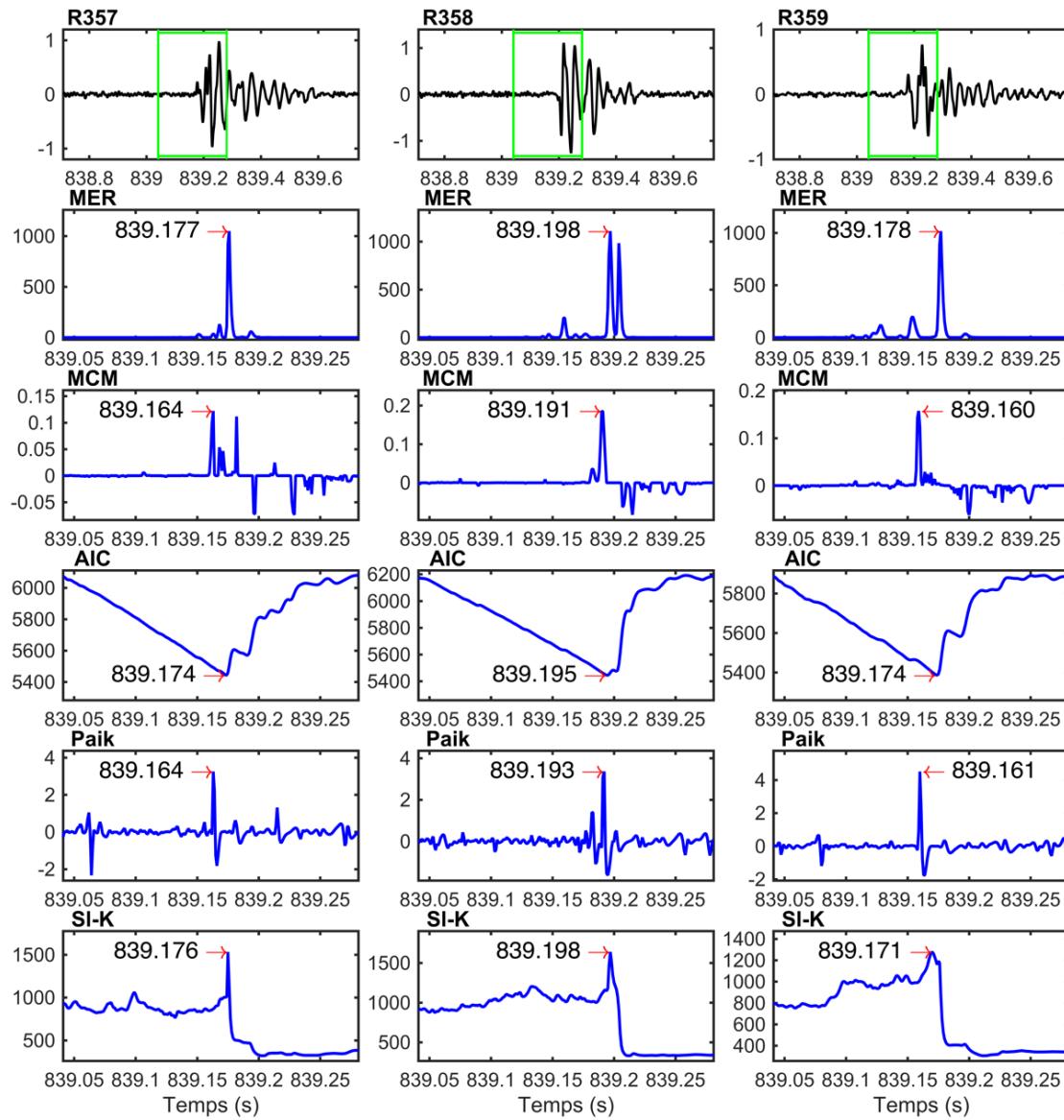


Figure 7.14 : Pointé des temps des premières arrivées sur les sismogrammes R357, R358 et R359 par 5 méthodes différentes : MER, MCM, AIC, Paik et SI-K.

La fenêtre de recherche centrée sur  $t_{R356}$  est montrée sur les traces en vert.

Les résultats obtenus renforcent l'idée qu'il n'y a pas pratiquement une méthode de référence qui garantit toujours des pointés fiables. L'alternative est d'estimer les temps d'arrivée par plusieurs techniques. Nous recommandons une stratégie avec au moins 3 méthodes : 1-une méthode à fonction caractéristique basée sur l'énergie du signal comme le MER. 2- une méthode d'ordre statistique comme la Paik. 3- Le critère d'information d'Akaike : la recherche faite sur une fenêtre restreinte est très propice pour appliquer une technique robuste comme l'AIC. Cette méthode reste ainsi incontournable.

Une analyse de la qualité de pointé assuré par chaque méthode utilisée devrait se faire ensuite pour choisir le temps d'arrivée adéquat.

### 7.6.3 Évaluer la précision des temps pointés

Pour quantifier la qualité des estimations, une technique d'évaluation des pointés des temps d'arrivée a été développée. C'est une approche relative qui permet de comparer la fiabilité des temps pointés par plusieurs techniques. La méthode repose sur le principe que les délais entre les temps d'arrivée pourraient servir pour décaler et sommer les traces sismiques pointées (Akram & Eaton, 2016; Han, 2010). La qualité de cette sommation dépend essentiellement de l'erreur faite sur les estimations de premières arrivées. Il est possible ainsi d'utiliser la variance de sommation pour mesurer cette erreur. Pour calculer cette variance, la démarche suivante est recommandée:

- 1- Définir la fenêtre de sommation : Il est préférable de garder la même fenêtre centrée sur le temps d'arrivée du sismogramme 3C ( $t_{R356} \pm 120$  ms pour cet exemple).
- 2- Normaliser les traces à sommer.
- 3- Calculer les délais  $\Delta T$  entre le temps d'arrivée lu sur le sismogramme 3C (R356) et les temps d'arrivée des capteurs uniaxiaux. Par exemple, le délai  $\Delta T_{R356/R357}$  s'écrit :  $\Delta T_{R356/R357} = t_{R357} - t_{R356}$ .
- 4- Estimer la trace moyenne  $m(t)$  par :  $m(t) = \{R356(t) + R357(t + \Delta T_{R356/R357}) + R358(t + \Delta T_{R356/R358}) + R359(t + \Delta T_{R356/R359})\} / 4$ . Pour le sismogramme R356(t), la composante la plus corrélée avec les sismogrammes uni-axiaux est utilisée. Ceci correspond généralement à la composante Z si les sismogrammes uni-axiaux sont placés sensiblement à la verticale.
- 5- Calculer la variance entre toutes les traces et  $m(t)$  (Han, 2010).

$$\sigma^2 = \sum_{t=0}^{t=t_{max}} \{ [m(t) - R356(t)]^2 + [m(t) - R357(t + \Delta T_{R356/R357})]^2 + [m(t) - R358(t + \Delta T_{R356/R358})]^2 + [m(t) - R359(t + \Delta T_{R356/R359})]^2 \}. \quad (7.3)$$

La division par le nombre d'échantillons n'est pas faite dans l'équation 7.3 afin de faciliter la comparaison entre les variances de différentes méthodes. Appliquant cette analyse sur les résultats obtenus par les 5 méthodes utilisées, les variances suivantes sont retrouvées:  $\sigma^2_{MER}=95.8$ ;  $\sigma^2_{MCM}=93.4$ ;  $\sigma^2_{AIC}=94.7$ ;  $\sigma^2_{Paik}=96.5$ ;  $\sigma^2_{SI-K}=98.0$ . Il apparaît clair que la MCM assure la meilleure estimation pour cet exemple.

#### 7.6.4 Corriger les temps d'arrivée par intercorrélation

Pour améliorer les pointés des premières arrivées, nous proposons une approche de correction par intercorrélation. La méthode exploite les délais entre les traces pour repositionner les temps d'arrivée pointés manuellement ou grâce à une méthode automatique. Nous avons choisi dans cet exemple d'utiliser les estimations fournies par la MCM car elle assure la variance la plus petite. Par comparaison aux techniques classiques, l'approche développée introduit deux nouveaux concepts : 1-une méthode optimale pour estimer les délais entre les traces, 2- une correction par moindres-carrées des temps pointés.

##### **Matrice des délais $D$**

On appelle matrice des délais  $D$  une matrice carrée dont chaque élément  $d_{ij}$  correspond au délai entre les traces  $i$  et  $j$ . De ce fait,  $D$  est une matrice asymétrique d'ordre égale au nombre de traces sismiques ( $Nt$ ). De plus, tous les éléments de  $D$  devraient remplir la condition suivante :  $d_{ij} + d_{jk} = d_{ik}$  pour tout  $i$ ,  $j$  et  $k$  entre 1 et  $Nt$ . La propriété est un simple lemme de la relation de Chasles. Pour calculer cette matrice, les tests montrent qu'il faut éviter d'assigner le délai entre les traces trouvé par intercorrélation classique (voir l'équation 7.5). Ceci résulte à une matrice  $D$  non cohérente qui peut dégrader complètement le processus de correction en aval. La démarche idéale consiste ainsi à calculer le délai entre deux traces à l'intermédiaire d'une trace de référence (une trace pilote) comme suit :

$$d_{ij} = \Delta T_{ip} - \Delta T_{jp}, \quad (7.4)$$

où  $\Delta T_{ip}$  et  $\Delta T_{jp}$  sont respectivement les délais entre la trace  $i$  et  $j$  et la trace pilote. À partir des délais retrouvés, les traces sont de nouveau décalées et sommées pour mettre à jour la trace pilote. Ceci est répété deux à trois fois pour aboutir à une matrice  $D$  calculée par rapport à une trace de référence de bonne qualité (Algorithme 7.1).

Pour illustrer la fiabilité de cette approche, nous avons calculé la matrice des délais pour les sismogrammes R356, R357, R358 et R359 en utilisant la méthode itérative proposée pour obtenir  $D_p$  et par intercorrélation directe pour avoir  $D_A$ .

$$\mathbf{D}_P = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & -12 & -20 & 15 \\ 12 & 0 & -8 & 27 \\ 20 & 8 & 0 & 35 \\ -15 & -27 & -35 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.5a)$$

$$\mathbf{D}_A = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & -12 & -20 & 14 \\ 12 & 0 & -8 & 29 \\ 20 & 8 & 0 & 75 \\ -15 & -29 & -75 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.5b)$$

La comparaison de deux matrices montre que plusieurs éléments de  $\mathbf{D}_A$  ne sont pas cohérents et n'obéissent pas à la relation de Chasles. Ces effets indésirables ne sont pas observés sur la matrice  $\mathbf{D}_P$ .

---

#### Algorithme 7.1 : Algorithme pour estimer la matrice des délais.

---

Entrées :  $Nt$  Traces, max-Itérations,  $T$  //temps

- 1  $CC_{ij} \leftarrow$  intercorrélation (Trace(i), Trace(j)),  $1 \leq i, j \leq Nt$
  - 2  $d_{ij} \leftarrow T(\text{argmax}(CC_{ij}))$
  - 3 Pour n de 1 à max-Itérations faire
    - 4  $P_n(t) \leftarrow \sum \text{Trace}(t+\Delta t) //$  trace pilote à après n itération(s)
    - 5  $CC_{ip} \leftarrow$  intercorrélation (Trace(i),  $P_n(t)$ ),  $1 \leq i \leq Nt$
    - 6  $CC_{jp} \leftarrow$  intercorrélation (Trace(j),  $P_n(t)$ ),  $1 \leq j \leq Nt$
    - 7  $\Delta t_{ip} \leftarrow T(\text{argmax}(CC_{ip})) //$  délai relatif entre trace i et  $P_n(t)$
    - 8  $\Delta t_{jp} \leftarrow T(\text{argmax}(CC_{jp})) //$  délai relatif entre trace j et  $P_n(t)$
    - 9  $d_{ij} \leftarrow \Delta t_{ip} - \Delta t_{jp} //$  délai absolu entre trace i et j
  - 10 Fin Pour
  - 11 Fin
- 

#### **Corriger les temps d'arrivée par moindres-carrés**

Partant de l'idée que deux traces microseismiques  $x_i(t)$  et  $x_j(t)$  enregistrées dans deux récepteurs suffisamment proches pourraient s'écrire comme (Akram & Eaton, 2016):

$$x_i(t) = s(t) + e_i(t), \quad (7.6a)$$

$$x_j(t) = a s(t + d_{ij}) + e_j(t), \quad (7.6b)$$

où  $s(t)$  est le signal de l'onde voyageant entre les deux récepteurs,  $d_{ij}$  est le délai entre  $x_i(t)$  et  $x_j(t)$ ,  $e_i(t)$  et  $e_j(t)$  sont deux réalisations d'un bruit aléatoire et  $a$  est le rapport d'amplitude entre les deux signaux. Par ailleurs, le décalage  $d_{ij}$  entre  $x_i(t)$  et  $x_j(t)$  laisse supposer un décalage

comparable entre les temps d'arrivée d'un même événement détecté sur les deux traces. Ceci se traduit par :

$$t_i - t_j \approx d_{ij}, \quad (7.7)$$

où  $t_i$  et  $t_j$  sont les temps des premières arrivées sur les traces  $i$  et  $j$ . Partant d'une estimation de  $t_i$  et  $t_j$  notée  $\tilde{t}_i$  et  $\tilde{t}_j$ , le principe est de perturber légèrement ces valeurs afin de satisfaire l'équation 7.7. On peut écrire ainsi :

$$\tilde{t}_i + dt_i - (\tilde{t}_j + dt_j) = d_{ij}, \quad (7.8a)$$

où encore:

$$dt_i - dt_j = d_{ij} - (\tilde{t}_i - \tilde{t}_j), \quad (7.8b)$$

où  $dt_i$  et  $dt_j$  sont les corrections à imposer aux temps d'arrivée estimés. Si on écrit l'équation 7.8b pour toutes les traces disponibles, nous obtiendrions le système suivant :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & \cdots & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dt_1 \\ dt_k \\ \vdots \\ dt_{Nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{12} \\ d_{1k} \\ \vdots \\ d_{1Nt} \\ \vdots \\ d_{kNt} \\ \vdots \\ d_{(Nt-1)Nt} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{t}_1 - \tilde{t}_2 \\ \vdots \\ \tilde{t}_1 - \tilde{t}_k \\ \vdots \\ \tilde{t}_1 - \tilde{t}_{Nt} \\ \vdots \\ \tilde{t}_k - \tilde{t}_{Nt} \\ \vdots \\ \tilde{t}_{Nt-1} - \tilde{t}_{Nt} \end{bmatrix}. \quad (7.9)$$

Ce qui peut être écrit comme :

$$\mathbf{A} \mathbf{dT} = \mathbf{dI} - \tilde{\mathbf{dI}}, \quad (7.10)$$

où  $\mathbf{A}$  ( $\frac{(Nt-1)Nt}{2} \times Nt$ ) est l'opérateur de différence entre les temps d'arrivée;  $\mathbf{dT}$  ( $Nt \times 1$ ) est le vecteur des corrections;  $\mathbf{dI}$  ( $\frac{(Nt-1)Nt}{2} \times 1$ ) est le vecteur des délais construit à partir de la diagonale supérieure de la matrice des délais  $\mathbf{D}$ ;  $\tilde{\mathbf{dI}}$  ( $\frac{(Nt-1)Nt}{2} \times 1$ ) est le vecteur de différences entre les temps d'arrivée estimés. Le système de l'équation 7.10 peut être résolu par une approche de moindres-carrés. Notons que la matrice  $\mathbf{A}$  est de rang  $(Nt-1)$  ce qui rend l'inversion de la matrice ( $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ ) impossible lors du calcul des équations normales. Le problème pourrait être réglé en imposant une valeur à un temps d'arrivée en faisant confiance à l'estimation sur sa trace ou en appliquant une régularisation de premier ordre pour avoir la solution suivante :

$$\mathbf{dT} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{dI} - \tilde{\mathbf{dI}}), \quad (7.11)$$

où  $\mathbf{I}(Nt \times Nt)$  et  $\lambda$  sont la matrice identité et le poids associé à la contrainte de régularisation. Cette solution favorise la recherche des corrections les plus petites en valeur absolue. Une solution par moindres-carrés amortis est envisageable aussi pour pondérer les temps d'arrivées de certaines traces.

Pour l'exemple en main, le système de l'équation 7.9 s'écrit :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dt_{R356} \\ dt_{R357} \\ dt_{R358} \\ dt_{R359} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{R356/R357} \\ d_{R356/R358} \\ d_{R356/R359} \\ d_{R357/R358} \\ d_{R357/R359} \\ d_{R358/R359} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t_{R356} - t_{R357} \\ t_{R356} - t_{R358} \\ t_{R356} - t_{R359} \\ t_{R357} - t_{R358} \\ t_{R357} - t_{R359} \\ t_{R358} - t_{R359} \end{bmatrix}$$

La solution de ce système a permis de retourner les corrections affichées au Tableau 7.2. Les corrections à imposer dans ce cas varient entre -10 et 13 ms. Notons que la régularisation n'a pas un effet déterminant sur le résultat final et que le temps d'arrivée lu sur le sismogramme 3C (R356) a été le moins corrigé. Pour tester la fiabilité de cette correction, la variance de sommation est recalculée avec les nouveaux temps d'arrivée. On arrive ainsi à mettre en évidence une nouvelle variance de sommation de l'ordre de 31, largement inférieure à la variance d'avant correction (93).

**Tableau 7.2 : Correction des temps d'arrivée déterminés initialement par pointé automatique sur chaque trace.**

	Avant correction (s)	Après correction (s)		Correction (ms)	
		$\lambda = 1$	$\lambda = 10^{-5}$	$\lambda = 1$	$\lambda = 10^{-5}$
R356	839.161	839.164	839.165	+3	+4
R357	839.164	839.174	839.177	+10	+13
R358	839.191	839.186	839.185	-5	-6
R359	839.160	839.152	839.150	-8	-10

## 7.7 Localisation des hypocentres

Malheureusement, au moment de la rédaction de cette thèse, on ne dispose pas encore d'un modèle de vitesse fiable ni des données de calibration pour commencer la localisation des événements sismiques. Ceci est dû à l'accumulation des retards causés, entre autres, par des problèmes logistiques et le confinement général de 2020 qui a fait annuler plusieurs visites de terrain. Un plan B est préparé pour utiliser un modèle de vitesse homogène issu des mesures

faites sur les échantillons de terrain. Cependant, ce plan a échoué aussi par manque des données suffisantes pour localiser des hypocentres. La plupart des évènements détectés ont des arrivées sismiques présentes sur quelques capteurs apparentant souvent à la même station. Les lecteurs sont invités à consulter l'article sur le code de l'inversion. Les détails en relation avec cette étape ainsi que des tests faisant intervenir des données synthétiques préparées à partir du modèle de terrain de la falaise y sont présentés.

## 7.8 Discussion de la méthodologie

Nous proposons dans cette section une brève synthèse des éléments originaux présentés tout au long de cette thèse (chapitres 3,4,5, et 6) et de les placer dans leurs cadres spécifiques liés à la méthodologie du travail préparée. Pour simplifier la tâche, nous avons schématisé cette méthodologie sur la Figure 7.15. Nous montrons grâce à ce diagramme la relation entre les différentes composantes de la stratégie proposée et les positions occupées par les nouvelles approches introduites dans les publications à savoir le CORF, la CPM, la JHVIT et la DSPM. Rappelons que les différentes parties de ce flux de travail ont été validées au moins sur des données synthétiques et que les étapes de filtrage, de détection et de pointé d'évènements ont été testées aussi sur des données réelles.

**Le CORF :** Cette nouvelle implémentation de filtre de polarisation se situe en amont de la stratégie proposée. Le filtre sert essentiellement à atténuer le bruit non polarisé sur les séismogrammes 3C. Il occupe aussi une position centrale dans la stratégie de filtrage vu qu'il peut être combiné avec un filtre de Wiener pour réduire le bruit non polarisé sur les sismogrammes uni-axiaux.

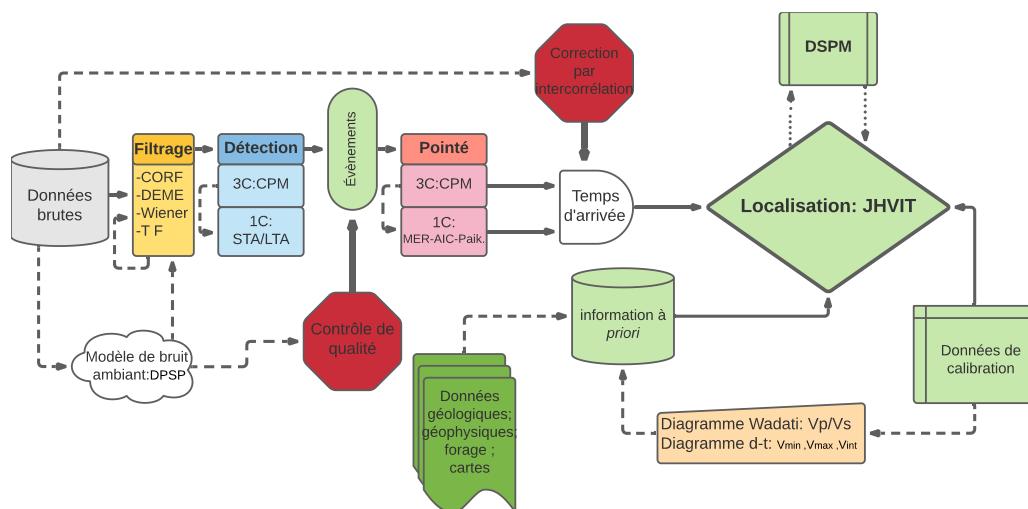


Figure 7.15 : Schéma récapitulatif simplifié de la méthodologie proposée et la relation entre les différentes étapes.

La CPM : Cette nouvelle approche de détection et de pointé des évènements sismiques se trouve en amont dans le plan du traitement. La méthode est développée principalement pour opérer sur des sismogrammes triaxiaux. Mais, comme pour le cas du CORF, elle s'avère aussi utile pour orienter la recherche des évènements et pour déterminer les premières arrivées sur les sismogrammes uni-axiaux. Dans son contexte global, la CPM semble être vue comme une généralisation optimisée de la méthode PEV (*Peak Eigenvalues*) et JER (*Joint Energy Ratio*) conçues pour opérer aussi sur des données 3C (Akram, 2014). Les deux méthodes utilisent une fonction caractéristique basée sur l'estimation de la plus grande valeur singulière ( $\sigma_1$ ) de la matrice de données calculée sur une fenêtre mobile. Cette valeur de  $\sigma_1$  est proportionnelle uniquement à l'axe majeur de l'ellipsoïde de polarisation. En revanche, l'équation de rectilinéarité utilisée par la CPM est proportionnelle aux trois valeurs singulières et par conséquent elle décrit mieux l'ellipsoïde de polarisation. Ainsi, sans calculer explicitement ces valeurs singulières par une décomposition SVD, la CPM est capable de détecter et pointer les évènements sismiques.

Le JHVIT : Le code de l'inversion mis en œuvre rassemble des éléments occupant une position avale de la méthodologie. L'article qui présente cet algorithme résume entre autres le déroulement de l'étape de localisation, l'implémentation détaillée du code, une estimation du coût de calcul ainsi qu'une évaluation de la précision de la localisation garantie par le JHVIT. Il met l'accent aussi sur deux outils proposés pour optimiser l'analyse et l'interprétation des informations *a priori* tirées des données de calibration. Il s'agit des diagrammes Wadati et d-t. Ces informations concernent les valeurs moyennes, minimales et maximales de Vp/Vs et les vitesses apparentes du site monitoré. Elles constituent avec les conclusions tirées de la documentation disponible un bassin d'information pour choisir les paramètres d'inversion (Figure 7.15).

La DSPM : c'est le solveur par défaut de l'équation Eikonale inclus dans le JHVIT pour résoudre le problème direct. Il est appelé à chaque itération pour réaliser le tracé de rai et construire la matrice jacobienne de l'inversion. L'approche a été conçue pour améliorer à la fois le temps d'exécution et la précision de calcul. Dans ce sens, la DSPM surpasse de loin les approches classiques telles que la SPM et la FMM. En effet, ce solveur est capable facilement d'assurer une incertitude qui ne dépasse pas 1% sans avoir besoin ni d'une forte résolution ni d'un maillage secondaire plus raffiné. Le secret derrière ce résultat est sans doute l'utilisation d'une approche à double étape en recalculant le temps d'arrivée les longs des rais sismiques. La DSPM peut être considérée ainsi comme une approche hydrique qui combine une méthode numérique (la SPM) et la méthode des caractéristiques pour résoudre l'équation Eikonale d'où sa qualification d'une méthode semi-analytique.

## **8 CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

---

Nous proposons dans ce chapitre une récapitulation succincte de principaux sujets abordés tout le long de cette thèse ainsi que les aspects innovants introduits par cette recherche. Un retour sur les principaux objectifs du projet avec une vision critique est fait aussi.

### **8.1 Évaluation des objectifs**

Le projet a commencé avec des objectifs très ambitieux aussi bien sur le plan théorique que pratique. Au final, ces objectifs ont été remplis à différents degrés. Nous reprenons ainsi nos objectifs de départ afin d'évaluer l'avancement accompli pour chacun d'entre eux.

#### ***Objectif 1 : étendre les algorithmes du traitement des données microsismiques sur des maillages non structurés***

Pour valider cet objectif, un code d'ICHV appelé JHVIT a été rédigé pour supporter le maillage non structuré. Le code a été testé sur des jeux de données synthétiques et montre une fiabilité acceptable (des tests sur des données sont prévus également). Ainsi, inverser des données microsismiques sur un modèle de terrain fourni par des logiciels de modélisation à maillage tétraédrique est désormais possible. Le JHVIT ne représente pas seulement une extension l'ICHV en maillage tétraédrique, il fournit aussi une mise à jour de la théorie de base sur plusieurs aspects. La routine propose des nouvelles techniques pour la régularisation des problèmes d'inversion sur maillage non structuré, des analyses approfondies des données de calibration, des estimations des valeurs optimales des vitesses et de coefficient de Poisson à imposer au modèle final ainsi que des nouvelles contraintes pour intégrer ces informations dans la solution finale.

Le développement de la JHVI a été accompagné par une révision et mise à jour des codes connexes utilisés pour solutionner le problème direct associé. Une version très améliorée du code de tracé de rai sur maillage tétraédrique a été ainsi proposée. Les améliorations concernent à la fois la précision du calcul et le temps d'exécution.

#### ***Objectif 2 : optimisation les opérations d'écaillage par écoute microsismique***

Cet objectif représente l'application directe du flux de travail développé sur un cas de figure réel. Globalement, l'objectif a été partiellement atteint avec un avancement encourageant. En effet, nous avons réussi à définir une méthodologie générale pour le traitement des données et à

obtenir ainsi quelques résultats malgré l'absence de données de qualité. La liste des étapes accomplies jusqu'au présent inclut les tâches suivantes:

- 1- La réalisation d'une documentation intensive dans le but de comprendre la géologie locale de la falaise. Les différents types de données récoltées ont servi pour extraire des informations a priori concernant la structure et le modèle de vitesse attendu.
- 2- L'élaboration d'un modèle de bruit ambiant suivant une technique de référence la DPSP (McNamara & Buland, 2004). L'interprétation de ce modèle a permis d'identifier le trafic ferroviaire comme source principale du bruit.
- 3- La préparation d'une stratégie de filtrage impliquant des approches éprouvées en sismique passive telles que le seuillage dans le domaine temps-fréquence, la DMEE et le filtre de polarisation.
- 4- Une stratégie de détections et de pointé de temps d'arrivée a été élaborée et testée. La méthodologie est basée sur une meilleure exploitation des données de capteurs triaxiaux et sur une post-correction des temps pointés implémentée via une approche des moindres-carrés tenant en compte les délais calculés par intercorrélation.
- 5- Un premier essai pour détecter des événements a eu lieu. Cette tentative a permis de mettre en évidence plusieurs arrivées sismiques malgré la qualité médiocre des données.

Malgré l'avancement réalisé, la localisation des hypocentres n'a pas encore été réalisée faute de données et de l'accumulation des retards. La problématique préalablement posée à savoir l'apport de la microsismique pour l'optimisation des opérations d'écaillage reste ainsi une question ouverte. Ceci n'affecte pas beaucoup la qualité de cette thèse vu qu'une bonne partie de travail demandé a été réalisé. Il suffit seulement d'appliquer les tâches planifiées dans la méthodologie une fois que des données fiables seront disponibles.

### ***Objectif 3 : développement des nouvelles approches en sismique passive et en sismologie***

Outre les routines proposées pour la localisation des hypocentres et le calcul de temps d'arrivée, on a introduit des nouvelles approches de filtrage, de détection et de pointé de temps d'arrivée. Ces méthodes sont le fruit d'un nouveau concept qui décrit mieux la polarisation linéaire des ondes P et S. Ces points sont repris en détail dans le titre suivant.

## **8.2 Contributions scientifiques**

Les contributions scientifiques de la présente thèse recouvrent quasiment tous les aspects qui touchent de près ou de loin le traitement des données microsismiques par localisation des

hypocentres. La nouveauté dans le flux du travail proposé s'étend du problème d'inversion à la modélisation par tracé de rai et jusqu'au traitement du signal. Pour l'étape de localisation par exemple, un nouveau paquet (le JHVIT) vient s'ajouter aujourd'hui pour inverser les temps d'arrivée des évènements sismiques. Pour assurer sa diffusibilité, le code principal a été rédigé sur Python un langage assez familier chez une grande partie de la communauté d'utilisateurs. L'implémentation parallèle de l'étape de localisation et du tracé de rai permet au JHVIT de s'exécuter plus vite et le rend très pratique. Sur le plan théorique, cette thèse était une occasion d'étudier de près les contraintes de régularisation définies sur des maillages non-structurés. Des nouvelles approches pour implémenter la matrice de régularisation ont été ainsi développées et discutées. Les résultats obtenus pourraient servir ailleurs pour régulariser adéquatement d'autres problèmes d'inversion définis sur ce type de maillage.

Le présent travail introduit aussi le DSPM, un solveur puissant pour réaliser du tracé de rai sur maillage non structuré. L'approche est une hybridation de plusieurs techniques soigneusement choisies pour améliorer la précision de calcul et réduire le temps d'exécution. Cet exploit est rendu possible grâce à deux principaux facteurs. L'utilisation d'un mécanisme robuste (La SPM) pour mettre à jour les temps d'arrivée aux nœuds et le calcul de temps final le long des courbes caractéristiques de l'équation Eikonale. Cette approche semi-analytique montre une performance qui dépasse les approches numériques (FMM, SPM...).

Le troisième accomplissement de cette thèse touche la sismologie générale et précisément l'étude de la polarisation des ondes de volume. Le présent travail propose ainsi une nouvelle technique pour estimer le niveau de la polarisation linéaire. Par comparaison aux approches classiques, l'équation de la rectilinéarité introduite repose pour la première fois sur l'analyse de la matrice de corrélation. Cette nouvelle stratégie d'analyse permet essentiellement de réduire l'effet de bruit sur l'estimation de niveau de polarisation et facilite l'ajustement d'un seuil de rectilinéarité pour différencier les arrivées sismiques à forte polarisation linéaire. De cette nouvelle théorie, deux applications directes ont été développées. La première introduit une version améliorée de filtre de polarisation. La deuxième met en place une approche novatrice pour détecter et pointer les évènements microsismiques. L'apport de ces deux applications dépasse en réalité le cadre de ce projet et même de la sismique passive, pour potentiellement influencer plusieurs disciplines en sismologie appliquée comme la sismique réfraction (pointé de temps et filtrage) et réflexion (filtrage des ondes de surface).

### **8.3 Orientations des recherches futures et recommandations**

Nous enchaînons dans notre évaluation du présent travail avec les aspects à optimiser, les travaux à entreprendre ainsi que les problématiques et les investigations à approfondir. Ces recommandations touchent à la fois les aspects théoriques et pratiques du projet en main. Ainsi, nous énumérons trois étapes à considérer sur le plan opérationnel :

- Reprendre la chaîne du traitement des données réelles est sans doute la tâche la plus urgente à entreprendre prochainement. Ceci implique le pointé de temps d'arrivée des événements d'intérêt et la localisation de leurs hypocentres. Ces événements devront être détectés sur un ensemble de données complètes avec des arrivées enregistrées sur la majorité des capteurs utilisés.
- Pour s'assurer d'avoir des données de qualité, il est impératif d'effectuer un contrôle fréquent du système d'acquisition afin de prévenir les pannes et agir à temps. Le déroulement de ce projet démontre que l'accessibilité s'avère une composante cruciale pour la réussite d'un monitoring microsismique des zones à risque. Il découle qu'il ne faut jamais négliger cette composante dans des futurs projets.
- Une fois que les hypocentres des événements détectés seront localisés, nous recommandons de chercher les mécanismes au foyer des sources sismiques. Ceci est primordial pour classifier les événements et pour déduire le type de contraintes responsables de l'activité microsismique et des fréquents éboulements.

Sur le plan scientifique quatre perspectives majeures semblent être intéressantes à examiner :

- La DSPM a été conçue spécialement pour faire du tracé de rai sur des modèles à vitesse lisse. Elle opère bien pour des problèmes d'inversion. Doter la DSPM d'un mécanisme pour prendre en charge des modèles à forts contrastes de vitesse est une piste à explorer pour assurer des nouvelles applications à la méthode.
- L'utilisation d'une approche semi-analytique pour résoudre l'équation Eikonale a démontré un succès inédit dans ce travail. L'approche combine une méthode analytique (la méthode des caractéristiques) avec une technique numérique (la SPM). Une généralisation de cette technique pour simuler d'autres paramètres géophysiques gouvernés par des équations à dérivées partielles (EDPs) est très souhaitable ainsi. La stratégie à investiguer consiste à résoudre une EDP sur deux étapes : une première fois par méthode numérique et une deuxième fois le long des courbes caractéristiques de la EDP retrouvés à l'aide de la première solution.

- L'utilisation de la notion de rectilinéarité pour détecter et pointer les temps d'arrivée pour les ondes de volume ouvre la porte sur la possibilité d'une démarche similaire pour la détection des ondes de Rayleigh en se basant sur l'ellipticité. Ceci reste utile vu que ces ondes de surface constituent aujourd'hui la base de certaines méthodes d'analyse de bruit ambiant comme la tomographie sismique passive (Renalier *et al.*, 2010; Szanyi *et al.*, 2016).
- Concernant le problème d'inversion, des travaux additionnels sont requis pour s'assurer d'obtenir des rapports  $V_p/V_s$  physiquement acceptables. L'inversion géostatique est parmi les solutions à regarder dans l'avenir. Dans ce sens, le co-krigeage des modèles de vitesse des ondes P et S en utilisant conjointement les temps d'arrivée de deux ondes pourrait aider à contrôler le rapport  $V_p/V_s$  dans la solution finale.



## **9 BIBLIOGRAPHIE**

---

- Ait Laasri EH, Akhouayri E-S, Agliz D, Atmani A (2014) Automatic detection and picking of P-wave arrival in locally stationary noise using cross-correlation. *Digital Signal Processing* 26:87-100.
- Akram J (2014) *Downhole microseismic monitoring: processing, algorithms and error analysis*. (University of Calgary). 164 p.
- Akram J & Eaton DW (2016) A review and appraisal of arrival-time picking methods for downhole microseismic data. *Geophysics* 81(2):KS71-KS91.
- Amitrano D, Arattano M, Chiarle M, Mortara G, Occhiena C, Pirulli M, Scavia C (2009) Microseismic activity analysis for the study of the rupture mechanisms in unstable rock masses. *Natural Hazards and Earth System Sciences* 10:831–884.
- Aravanis TCI, Sakellariou JS, Fassois SD (2016) Spectral analysis of railway vehicle vertical vibration under normal operating conditions. *International Journal of Rail Transportation* 4(4):193 - 207.
- Bakari I (2015) *Localisation des épicentres des munitions non explosées dans les exercices de tirs*. Master's thesis (Université du Québec, Institut national de la recherche scientifique). 87 p.
- Bardainne T & Gaucher E (2010) Constrained tomography of realistic velocity models in microseismic monitoring using calibration shots. *Geophysical Prospecting* 58(5):739-753.
- Bekara M & Van der Baan M (2009) Random and coherent noise attenuation by empirical mode decomposition. *Geophysics* 74(5):V89-V98.
- Bièvre G, Franz M, Larose E, Carrière S, Jongmans D, Jaboyedoff M (2018) Influence of environmental parameters on the seismic velocity changes in a clayey mudflow (Pont-Bourquin Landslide, Switzerland). *Engineering Geology* 245:248-257.
- Bissonnette F, Mackie BW, Berclaz A (2009) *Report of work 2008 exploration program Hpm/forgues project Haut-plateau de la Manicouagan area, Québec*. Manicouagan Minerals Inc. 40 p.
- Block LV (1991) *Joint hypocenter-velocity inversion of local earthquake arrival time data in two geothermal regions*. Doctorat thesis (Massachusetts Institute of Technology). 448 p.
- Bontemps N, Lacroix P, Larose E, Jara J, Taipe E (2020) Rain and small earthquakes maintain a slow-moving landslide in a persistent critical state. *Nature Communications* 11:1-10.

- Bottelin P, Jongmans D, Baillet L, Lebourg T, Hantz D, Lévy C, Le Roux O, Cadet H, Lorier L, Rouiller J-D (2013) Spectral analysis of prone-to-fall rock compartments using ambient vibrations. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics* 18(4):205-217.
- Boudraa A-O & Cexus J-C (2006) Denoising via empirical mode decomposition. *Proceedings of IEEE International Symposium on Control Communications and Signal Processing* 4(2006):4-8.
- Boué M & Dupuis P (1999) Markov chain approximations for deterministic control problems with affine dynamics and quadratic cost in the control. *SIAM Journal on Numerical Analysis* 36(3):667-695.
- Brown J, Prejean S, Zhang H, Power J (2004) Double difference earthquake relocation and tomography at Mount Spurr Volcano, Alaska, 1991 to 2004. *AGU Fall Meeting Abstracts*. p 140.
- Brown JR, Beroza GC, Shelly DR (2008) An autocorrelation method to detect low frequency earthquakes within tremor. *Geophysical Research Letters* 35(16):L16305.
- Brückl E & Mertl S (2006) Seismic monitoring of deep-seated mass movements. *International Symposium, Disaster Mitigation of Debris Flows, Slope Failures and Landslides*. (Niigata, Japan), p 571-580.
- Burjánek J, Moore JR, Molina F, Faeh D (2012) Instrumental evidence of normal mode rock slope vibration. *Geophysical Journal International* 188(2):559-569.
- Cao N-T (2011) *Apport de la surveillance microseismique en champ proche pour la détection de mécanismes et signes précurseurs aux instabilités gravitaires : surveillance expérimentale d'une cavité saline en exploitation : cas du site de Cerville-Buissoncourt*. Doctorat thesis (Université de Lorraine). 312 p.
- Cexus J (2005) *Analyse des signaux non-stationnaires par transformation de Huang, opérateur de Teager-Kaiser, et transformation de Huang-Teager (THT)*. (Université de Rennes). 215 p.
- Chambers K, Kendall JM, Brandsberg-Dahl S, Rueda J (2010) Testing the ability of surface arrays to monitor microseismic activity. *Geophysical Prospecting* 58(5):821-830.
- Chen Y (2015) Deblending using a space-varying median filter. *Exploration Geophysics* 46(4):332-341.
- Chen Y (2018) Non-stationary least-squares complex decomposition for microseismic noise attenuation. *Geophysical Journal International* 213(3):1572-1585.
- Chen Z & Stewart R (2005) Multi-window algorithm for detecting seismic first arrivals. *Abstracts, CSEG National Convention*. p 355-358.

- Clark T & Gobeil A (1997) *Indices minéralisés de Cu-NiCo±EGP±Au près du Petit lac Manicouagan et de la rivière Sainte-Marguerite, Plateau de Manicouagan*. Ministère des Ressources naturelles, Québec. 56 p.
- Cloutier C, Thurmel D, Mayers M, Nöel F, Locat J (2017) *Développement d'un outil de gestion intégrée des chutes de pierres le long d'infrastructures linéaires*. Laboratoire d'études sur les risques naturels Département de géologie et de génie géologique, Université Laval. 232 p.
- Collins D, Toya Y, Hosseini Z, Trifu C (2014) Real time detection of rock fall events using a microseismic railway monitoring system. *The 6th Canadian GeoHazards Conference*. (Kingstone, ON, Canada), p 6.
- Colombero C, Baillet L, Comina C, Jongmans D, Larose E, Valentin J, Vinciguerra S (2018) Integration of ambient seismic noise monitoring, displacement and meteorological measurements to infer the temperature-controlled long-term evolution of a complex prone-to-fall cliff. *Geophysical Journal International* 213:1876-1897.
- Coppens F (1985) First arrival picking on common-offset trace collections for automatic estimation of static corrections. *Geophysical Prospecting* 33(8):1212-1231.
- Daugherty J & Urbancic T (2009) Microseismic Monitoring of a Carbon Sequestration Field Test. *Calgary: CSPG CSEG CWLS Convention*. p 259-261.
- Dietze MC, Turowski J, Cook K, Hovius N (2017) Spatiotemporal patterns, triggers and anatomies of seismically detected rockfalls. *Earth Surface Dynamics* 5:757-779.
- Dong L, Wang J, Li X, Peng K (2018) Dynamic Stability Analysis of Rockmass: A Review. *Advances in Civil Engineering* 2018:1-22.
- Eisner L, De La Pena A, Wessels S, Barker W, Heigl W (2011) Why surface monitoring of microseismic events works. *Third EAGE Passive Seismic Workshop-Actively Passive 2011*. (Athens, Greece) European Association of Geoscientists & Engineers, p cp-225.
- Felner A (2011) Position paper: Dijkstra's Algorithm Vs. Uniform Cost Search or A Case Against Dijkstra's Algorithm. *Fourth Annual Symposium on Combinatorial Search*. p 47-51.
- Fomel S (1997) A variational formulation of the fast marching eikonal solver. *SEP-95: Stanford Exploration Project*:127-147.
- Fores B, Champollion C, Mainsant G, Albaric J, Fort A (2018) Monitoring Saturation Changes with Ambient Seismic Noise and Gravimetry in a Karst Environment. *Vadose Zone Journal* 17:1-12.

- Forghani-Arani F, Willis M, Haines S, Batzle M, Davidson M (2011) Analysis of passive surface-wave noise in surface microseismic data and its implications. *SEG Technical Program Expanded*, Society of Exploration Geophysicists. p 1493-1498.
- Gaci S (2014) The use of wavelet-Based denoising techniques to enhance the first-Arrival picking on seismic traces. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 52(8):4558-4563.
- Gan S, Wang S, Chen X, Chen Y (2015) Deblending using a structural-oriented median filter. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2015*, Society of Exploration Geophysicists. p 59-64.
- Gibbons SJ & Ringdal F (2006) The detection of low magnitude seismic events using array-based waveform correlation. *Geophysical Journal International* 165(1):149-166.
- Gibowicz JG & Andrzej K (1994) *An Introduction to Mining Seismology*. Academic Press. San Diego, California, USA. 403 p.
- Giovenazzo D & Boulianne Y (2003) *Geological assessment report on Haut Plateau de la Manicouagan Project 122 Sept-Îles, Québec*. Falconbridge Ltd. 23 p.
- Giroux B (2001) *Auscultation des barrages en béton par écoute microseismique: détectabilité et localisation des événements*. Doctorat thesis (Université de Montréal). 268 p.
- Giroux B (2013) Shortest Path Raytracing on Tetrahedral Meshes. *75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013*. (London, UK) European Association of Geoscientists & Engineers, p 5.
- Giroux B & Larouche B (2013) Task-parallel implementation of 3D shortest path raytracing for geophysical applications. *Computers & Geosciences* 54:130-141.
- Goertz A, Riahi N, Kraft T, Lambert M (2012) Modeling detection thresholds of microseismic monitoring networks. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. (Las Vegas, USA) Society of Exploration Geophysicists, p 6.
- Gómez JL & Velis DR (2016) A simple method inspired by empirical mode decomposition for denoising seismic data. *Geophysics* 81(6):V403-V413.
- Guillemot A, Helmstetter A, Larose E, Baillet L, Garambois S, Mayoraz R, Delaloye R (2020) Seismic monitoring in the Gugla rock glacier (Switzerland): ambient noise correlation, microseismicity and modelling. *Geophysical Journal International* 221(3):1719-1735.
- Haldorsen JB, Miller DE, Walsh J (1994) Multichannel Wiener deconvolution of vertical seismic profiles. *Geophysics* 59(10):1500-1511.
- Han J & Van Der Baan M (2015) Microseismic and seismic denoising via ensemble empirical mode decomposition and adaptive thresholding. *Geophysics* 80(6):KS69-KS80.

- Han L (2010) *Microseismic monitoring and hypocenter location*. Master's thesis (University of Calgary). 142 p.
- Harba P & Pilecki Z (2017) Assessment of time–spatial changes of shear wave velocities of flysch formation prone to mass movements by seismic interferometry with the use of ambient noise. *Landslides* 14(3):1225-1233.
- Helmstetter A & Garambois S (2010) Seismic monitoring of Séchilienne rockslide (French Alps): Analysis of seismic signals and their correlation with rainfalls. *Journal of Geophysical Research* 115: F03016.
- Helmstetter A, Sanchez L, Garambois S, Grasso J-R, Doré F, Orengo Y, Roussel S, Cravoisier S, Duranthon J-P, Pothérat F, Kasperski J (2017) *Écoute sismique et acoustique du mouvement de terrain de Séchilienne (massif de Belledonne)*. 9 p.
- Hooshmand A, Nasseri J, Siahkoohi HR (2012) Seismic data denoising based on the Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition. *Istanbul 2012-International Geophysical Conference and Oil & Gas Exhibition*. Society of Exploration Geophysicists and The Chamber of Geophysical Engineers of Turkey, p 4.
- House L (1987) Locating microearthquakes induced by hydraulic fracturing in crystalline rock. *Geophysical Research Letters* 14(9):919-921.
- Huang NE, Shen Z, Long SR, Wu MC, Shih HH, Zheng Q, Yen N-C, Tung CC, Liu HH (1998) The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 454(1971):903-995.
- Hudyma M & Potvin YH (2010) An engineering approach to seismic risk management in hardrock mines. *Rock Mechanics and Rock Engineering* 43(6):891-906.
- Hussain Y, Cardenas-Soto M, Uagoda R, Martino S, Rodríguez-Rebolledo JF, Hamza O, Martinez-Carvajal H (2019) Monitoring of Sobradinho landslide (Brasília, Brazil) and a prototype vertical slope by time-lapse interferometry. *Brazilian Journal of Geology* 49(2):e20180085.
- Imposa S, Grassi S, Fazio F, Rannisi G, Cino P (2017) Geophysical surveys to study a landslide body (north-eastern Sicily). *Natural Hazards* 86:327-343.
- Jongmans D & Garambois S (2007) Geophysical investigation of landslides: a review. *Bulletin de la Societe Geologique de France* 178(2):101-112.
- Kim S (2001) An  $\backslash$ calO(N) Level Set Method for Eikonal Equations. *SIAM Journal on Scientific Computing* 22(6):2178-2193.

- Klein E, Durenne A, Gueniffey Y (2013) L'analyse statistique de données appliquée à la surveillance multi-paramètres de versants instables. *Journées Aléa Gravitaire (JAG)*. (Grenoble, France), p 7.
- Kleinbrod U, Burj-nek J, Faeh D (2017) On the seismic response of unstable rock slopes based on ambient vibration recordings. *Earth, Planets and Space* 69:1-9.
- Klimeš L & Kvasnička M (1994) 3-D network ray tracing. *Geophysical Journal International* 116(3):726-738.
- Kugaenko Y, Saltykov V, Sinitsyn V, Chebrov V (2005) Passive seismic monitoring in hydrothermal field: Seismic emission tomography. *Proceedings World Geothermal Congress*. (Antalya, Turkey), p 24-29.
- Kumar S, Chopra S, Choudhury P, Singh A, Yadav R, Rastogi B (2012) Ambient noise levels in Gujarat State (India) seismic network. *Geomatics, Natural Hazards and Risk* 3:342 - 354.
- Kuo HL, Lin G-W, Chen CW, Saito H, Lin C, Chen H, Chao W (2018) Evaluating critical rainfall conditions for large-scale landslides by detecting event times from seismic records. *Natural Hazards and Earth System Sciences* 18:2877-2891.
- Lacroix P & Helmstetter A (2011) Location of Seismic Signals Associated with Microearthquakes and Rockfalls on the SÈchilienne Landslide, French Alps. *Bulletin of the Seismological Society of America* 101(1):341-353.
- Laroche E, Carrière S, Voisin C, Bottelin P, Baillet L, Guégan P, Walter F, Jongmans D, Guillier B, Garambois S (2015) Environmental seismology: What can we learn on earth surface processes with ambient noise? *Journal of Applied Geophysics* 116:62-74.
- Lelièvre PG, Farquharson CG, Hurich CA (2011) Computing first-arrival seismic traveltimes on unstructured 3-D tetrahedral grids using the Fast Marching Method. *Geophysical Journal International* 184(2):885-896.
- Leonard M & Kennett B (1999) Multi-component autoregressive techniques for the analysis of seismograms. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 113(1-4):247-263.
- Lévy C, Baillet L, Jongmans D, Mourot P, Hantz D (2010) Dynamic response of the Chamouset rock column (Western Alps, France). *Journal of Geophysical Research: Earth Surface* 115: F04043.
- Li F, Rich J, Marfurt KJ, Zhou H (2014) Automatic event detection on noisy microseismograms. *84th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts*. (Denver, USA), p 2363-2367.

- Li X, Dong L, Li B, Lei Y, Xu N (2020) Microseismic Signal Denoising via Empirical Mode Decomposition, Compressed Sensing, and Soft-thresholding. *Applied Sciences* 10(6):2191.
- Lotti A, Pazzi V, Saccorotti G, Fiaschi A, Matassoni L, Gigli G (2018) HVSR Analysis of Rockslide Seismic Signals to Assess the Subsoil Conditions and the Site Seismic Response. *International Journal of Geophysics* 2018:1-11.
- Lounis GC, Mimouni OIE, Machane D, Bacha A (2017) The El Achour (Algiers, Algeria) landslide delimitation using the H/V ambient vibration method. *Arabian Journal of Geosciences* 10(18):1-10.
- Luo S, Qian J, Burridge R (2014) High-order factorization based high-order hybrid fast sweeping methods for point-source eikonal equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis* 52(1):23-44.
- Luukko P, Helske J, Räsänen E (2016) Introducing libeemd: a program package for performing the ensemble empirical mode decomposition. *Computational Statistics* 31(2):545-557.
- Mainsant G, Larose E, Brönnimann C, Jongmans D, Michoud C, Jaboyedoff M (2012) Ambient seismic noise monitoring of a clay landslide: Toward failure prediction. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface* 117:F01030.
- Manconi A & Giordan D (2016) Landslide failure forecast in near-real-time. *Geomatics, Natural Hazards and Risk* 7(2):639 - 648.
- Martorana R, Capizzi P, D'Alessandro A, Luzio D, Stefano PD, Renda P, Zarcone G (2018) Contribution of HVSR measures for seismic microzonation studies. *Annals of Geophysics* 61(2): SE225.
- Marzorati S & Bindi D (2006) Ambient noise levels in north central Italy. *Geochemistry Geosystems* 7(9):Q09010.
- Mathieson A, Midgley J, Dodds K, Wright I, Ringrose P, Saoul N (2010) CO<sub>2</sub> sequestration monitoring and verification technologies applied at Krechba, Algeria. *The Leading Edge* 29(2):216-222.
- Maxwell S (2014) *Microseismic imaging of hydraulic fracturing: Improved engineering of unconventional shale reservoirs*. Society of Exploration Geophysicists. 197 p.
- Maxwell SC, Rutledge J, Jones R, Fehler M (2010) Petroleum reservoir characterization using downhole microseismic monitoring. *Geophysics* 75(5):75A129-175A137.
- Maxwell SC & Urbancic TI (2001) The role of passive microseismic monitoring in the instrumented oil field. *The Leading Edge* 20(6):636-639.

- McNamara DE & Buland RP (2004) Ambient noise levels in the continental United States. *Bulletin of the Seismological Society of America* 94(4):1517-1527.
- Méric O, Garambois S, Malet J, Cadet H, Guéguen P, Jongmans D (2007) Seismic noise-based methods for soft-rock landslide characterization. *Bulletin de la Societe Geologique de France* 178(2):137-148.
- Moser T (1991) Shortest path calculation of seismic rays. *Geophysics* 56(1):59-67.
- Moukhsil A, Solgadi F, Clark T, Blouin S, Indarès A, Davis DW (2013) *Géologie du nord-ouest de la région du barrage Daniel-Johnson (Manic 5), Côte-Nord*. Géologie Québec. 46 p.
- Mousavi SM (2017) *Microseismic Monitoring and Denoising*. Doctoral thesis (The University of Memphis). 202 p.
- Mousavi SM & Langston C (2016) Adaptive noise estimation and suppression for improving microseismic event detection. *Journal of Applied Geophysics* 132:116-124.
- Munro KA (2005) *Analysis of microseismic event picking with applications to landslide and oil-field monitoring settings*. Master's thesis (University of Calgary). 151 p.
- Nakamura Y (1989) A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface. *Railway Technical Research Institute, Quarterly Reports* 30(1).
- Nakanishi I & Yamaguchi K (1986) A numerical experiment on nonlinear image reconstruction from first-arrival times for two-dimensional island arc structure. *Journal of Physics of the Earth* 34(2):195-201.
- Parolai S (2009) Denoising of seismograms using the S transform. *Bulletin of the Seismological Society of America* 99(1):226-234.
- Pastén C, Saez M, Ruiz S, Leyton F, Salomun J, Poli P (2016) Deep characterization of the Santiago Basin using HVSR and cross-correlation of ambient seismic noise. *Engineering Geology* 201:57-66.
- Pavlis GL & Booker JR (1980) The mixed discrete-continuous inverse problem: Application to the simultaneous determination of earthquake hypocenters and velocity structure. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 85(B9):4801-4810.
- Peacock K & Treitel S (1969) Predictive deconvolution: Theory and practice. *Geophysics* 34(2):155-169.
- Peterson JR (1993) *Observations and modeling of seismic background noise*. US Geological Survey. 94 p.

- Pilz M, Parolai S, Bindi D, Saponaro A, Abdybachaev U (2013) Combining Seismic Noise Techniques for Landslide Characterization. *Pure and Applied Geophysics* 171(8):1729-1745.
- Piña-Flores J, Perton M, García-Jerez A, Carmona E, Luzón F, Molina-Villegas JC, Sánchez-Sesma F (2017) The inversion of spectral ratio H/V in a layered system using the diffuse field assumption (DFA). *Geophysical Journal International* 208(1):577-588.
- Pinnegar C (2006) Polarization analysis and polarization filtering of three-component signals with the time frequency S transform. *Geophysical Journal International* 165(2):596-606.
- Preiswerk L & Walter F (2018) High-Frequency (> 2 Hz) Ambient Seismic Noise on High-Melt Glaciers: Green's Function Estimation and Source Characterization. *Journal of Geophysical Research* 123(8):1667-1681.
- Provost F, Hibert C, Malet J (2017) Automatic classification of endogenous landslide seismicity using the Random Forest supervised classifier. *Geophysical Research Letters* 44(1):113-120.
- Qi F, Lei Y, Deng P, Huang Q (2019) Car body vertical vibration analysis under track medium wave irregularity and the influence factors of ballast bed. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control* 38(3-4):1160-1177.
- Qian J, Zhang Y-T, Zhao H-K (2007) Fast sweeping methods for Eikonal equations on triangular meshes. *SIAM Journal on Numerical Analysis* 45(1):83-107.
- Rebagliati CM & Haslinger RJ (2002) *Summary report on the Haut Plateau ni-cu-co project march - april 2002 diamond drilling program*. Rockwell ventures Inc. 24 p.
- Renalier F, Jongmans D, Campillo M, Bard P (2010) Shear wave velocity imaging of the Avignonet landslide (France) using ambient noise cross correlation. *Journal of Geophysical Research* 115:F03032.
- Rezaei S, Shooshpasha I, Rezaei H (2019) Evaluation of ground dynamic characteristics using ambient noise measurements in a landslide area. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment* 79:1749-1763.
- Riou O & Duhamel P (1992) Fast algorithms for discrete and continuous wavelet transforms. *IEEE Transactions on Information Theory* 38(2):569-586.
- Rodrigues C, de Paula A, Corrêa T, Sebastião C, Costa O, Magalhães G, Santana L (2019) Passive seismic interferometry's state-of-the-art—a literature review. *Sustainable and Safe Dams Around the World/Un monde de barrages durables et sécuritaires*, Tournier J-P, Bennett T, Bibeau J (Édit.). p 2951-2960.

- Rutledge JT, Phillips WS, Schuessler BK (1998) Reservoir characterization using oil-production-induced microseismicity, Clinton County, Kentucky. *Tectonophysics* 289(1-3):129-152.
- Sabbione JI & Velis D (2010) Automatic first-breaks picking: New strategies and algorithms. *Geophysics* 75(4):V67-V76.
- Saragiotis CD, Hadjileontiadis L, Panas S (2002) PAI-S/K: A robust automatic seismic P phase arrival identification scheme. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 40(6):1395-1404.
- Sethian JA (1996) A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 93(4):1591-1595.
- Sleeman R & Van Eck T (1999) Robust automatic P-phase picking: an on-line implementation in the analysis of broadband seismogram recordings. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 113(1-4):265-275.
- Soliman MS (2013) New Seismic Noise Models Obtained Using Very Broadband Stations. *Pure and Applied Geophysics* 170:1849-1857.
- Spillmann T, Maurer H, Green A, Heincke BH, Willenberg H, Husen S (2007) Microseismic investigation of an unstable mountain slope in the Swiss Alps. *Journal of Geophysical Research* 112(3):B07301.
- Stockwell RG, Mansinha L, Lowe R (1996) Localization of the complex spectrum: the S transform. *IEEE Transactions on Signal Processing* 44(4):998-1001.
- Stutzmann E, Roult G, Astiz L (2000) GEOSCOPE Station Noise Levels. *Bulletin of the Seismological Society of America* 90:690-701.
- Szanyi G, Gráczer Z, Győri E, Kaláb Z, Lednická M (2016) Ambient seismic noise tomography of a Loess high bank at Dunaszekcső (Hungary). *Pure and Applied Geophysics* 173(8):2913-2928.
- Thibert F & Boulianne Y (2002) *Haut Plateau Est Project 151 Sept-Îles, Québec*. Falconbridge Ltd. 18 p.
- Thurber CH (1981) *Earth structure and earthquake locations in the Coyote Lake area, central California*. Doctorat thesis (Massachusetts Institute of Technology). 332 p.
- Tian X, Zhang J, Zhang W (2014) Double difference method for locating microseismic events from a single well. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2014*. Society of Exploration Geophysicists, p 2193-2197.
- To AC, Moore JR, Glaser SD (2009) Wavelet denoising techniques with applications to experimental geophysical data. *Signal Processing* 89(2):144-160.

- Tonnellier A, Helmstetter A, Malet J, Schmittbuhl J, Corsini A, Joswig M (2013) Seismic monitoring of soft-rock landslides: the Super-Sauze and Valoria case studies. *Geophysical Journal International* 193(3):1515-1536.
- Tremblay P, Lalancette L, Girard R (2009) *Driling program manicouagan metamorphic complex BF-PYC property*. Géoscientifiques Inc. 23 p.
- Trnkoczy A (2002) Understanding and parameter setting of STA/LTA trigger algorithm. *IASPEI new manual of seismological observatory practice*, Bormann P (Édit.) GeoForschungsZentrum, Potsdam Vol 2. p 19.
- Ugalde A, Villaseñor A, Gaite B, Casquero S, Martí D, Calahorrano A, Marzán I, Carbonell R, Estaún AP (2013) Passive Seismic Monitoring of an Experimental CO<sub>2</sub> Geological Storage Site in Hontomín (Northern Spain). *Seismological Research Letters* 84(1):75-84.
- Valencia D, Orejuela D, Salazar J, Valencia JF (2016) Comparison analysis between rigrsure, sqtwolog, heursure and minimaxi techniques using hard and soft thresholding methods. *21st Symposium on Signal Processing, Images and Artificial Vision*. (Bucaramanga, Colombia), p 1-5.
- Van De Mark TF, Johnson LB, Pitarka A, Bennett Jr HH, Simms JE, Yule DE (2013) Evaluation of seismic-acoustic analysis methods for a real-time UXO monitoring system. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics* 18(1):71-85.
- VanDecar J & Crosson R (1990) Determination of teleseismic relative phase arrival times using multi-channel cross-correlation and least squares. *Bulletin of the Seismological Society of America* 80(1):150-169.
- Vaseghi S (1996) *Advanced Signal Processing and Digital Noise Reduction*. Wiley Lilteubner 397 p.
- Velis DR, Sabbione JI, Sacchi MD (2015) Fast and automatic microseismic phase-arrival detection and denoising by pattern recognition and reduced-rank filtering. *Geophysics* 80(6):WC25-WC38.
- Waldhauser F & Ellsworth WL (2000) A double-difference earthquake location algorithm: Method and application to the northern Hayward fault, California. *Bulletin of the Seismological Society of America* 90(6):1353-1368.
- Walter M, Gomberg J, Schulz WH, Bodin P, Joswig M (2013) Slidequake Generation versus Viscous Creep at Softrock-landslides: Synopsis of Three Different Scenarios at Slumgullion Landslide, Heumoes Slope, and Super-Sauze Mudslide. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics* 18(4):269-280.

- Whiteley J, Chambers J, Uhlemann S, Wilkinson P, Kendall J (2019) Geophysical monitoring of moisture-induced landslides: a review. *Reviews of Geophysics* 57(1):106-145.
- Wong J, Han L, Bancroft J, Stewart R (2009) Automatic time-picking of first arrivals on noisy microseismic data. *CSEG Recorder* 1(1.2):1-4.
- Wu X, Chao L, Zara H, Cezar T (2012) Applications of Microseismic Monitoring in China's Underground Coal Mines. *31st International Conference on Ground Control in Mining*. p 5.
- Yan Y, Cui Y, Guo J, Hu S, Wang Z-a, Yin S-y (2020) Landslide reconstruction using seismic signal characteristics and numerical simulations: Case study of the 2017 "6.24" Xinmo landslide. *Engineering Geology* 270:105582.
- Zhang H, Ratchkovski N, Thurber C, Hansen R (2004) High-resolution seismic velocity structure of the Alaska subduction zone revealed by double-difference tomography. *AGU Fall Meeting Abstracts*. p S51B-0168.
- Zhang H & Thurber C (2006) Development and applications of double-difference seismic tomography. *Pure and Applied Geophysics* 163(2-3):373-403.
- Zhang H & Thurber CH (2003) Double-difference tomography: The method and its application to the Hayward fault, California. *Bulletin of the Seismological Society of America* 93(5):1875-1889.
- Zhang J, Yan R, Gao R, Feng Z (2010) Performance enhancement of ensemble empirical mode decomposition. *Mechanical Systems and Signal Processing* 24(7):2104-2123.
- Zhao H (2004) A fast sweeping method for eikonal equations. *Mathematics of Computation* 74(250):603-627.
- Zhao H-K, Osher S, Merriman B, Kang M (2000) Implicit and nonparametric shape reconstruction from unorganized data using a variational level set method. *Computer Vision and Image Understanding* 80(3):295-314.
- Zhou R, Huang L, Rutledge J (2010) Microseismic event location for monitoring CO<sub>2</sub> injection using double-difference tomography. *The Leading Edge* 29(2):208-214.
- Zhu W, Mousavi SM, Beroza G (2019) Seismic Signal Denoising and Decomposition Using Deep Neural Networks. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 57(11):9476-9488.

## 10 ANNEXES

---

### 10.1 Annexe A : Implémentation de certaines contraintes pour l'ICHV

Pour un modèle de vitesse acceptable, trois contraintes sont à appliquer pour l'ICHV.

**Contrainte du lissage :** pour implémenter cette contrainte, il faut chercher une expression pour calculer la dérivée spatiale de la vitesse. Soient trois nœuds consécutifs quelconques. Après l'application d'une perturbation sur le champ de vitesses, la nouvelle dérivée seconde est exprimée comme suit :

$$\left(\frac{2}{d_{12}(d_{12} + d_{23})}\right)(v_{i-1} + \Delta v_{i-1}) - \left(\frac{2}{d_{12}d_{23}}\right)(v_i + \Delta v_i) + \left(\frac{2}{d_{23}(d_{12} + d_{23})}\right)(v_{i+1} + \Delta v_{i+1})$$

où  $d_{12}$ ,  $d_{23}$  sont respectivement la distance entre le premier et le deuxième nœud et celle entre la deuxième et la troisième. En supposant que  $a_1 = \frac{2}{d_{12}(d_{12} + d_{23})}$ ,  $a_2 = \frac{2}{d_{12}d_{23}}$  et  $a_3 = \frac{2}{d_{23}(d_{12} + d_{23})}$  l'expression de la dérivée seconde peut s'écrire :

$$(a_1 v_{i-1} - a_2 v_i + a_3 v_{i+1}) + (a_1 - a_2 - a_3) \cdot (\Delta v_{i-1} \quad \Delta v_i \quad \Delta v_{i+1})^t$$

Le premier terme de cette équation est constant pour une itération donnée. Des équations similaires seront construites aussi pour chaque groupe de trois points suivant les trois directions de l'espace. L'ensemble de ces équations pourrait être organisé comme suit :

$$\mathbf{c} + \mathbf{K} [\Delta v_1 \quad \Delta v_2 \quad \dots \quad \Delta v_{nnoeuds}]^t$$

où  $\mathbf{c}$  est un vecteur constant qui contient la dérivée spatiale seconde du modèle de vitesse actuel et  $\mathbf{K}$  une matrice rectangulaire dans laquelle les coefficients  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont placés aux bons indices. On peut exprimer cette équation en fonction du vecteur  $\Delta \mathbf{m}$  en ajoutant ( $nstations$ ) colonnes nuls à la matrice  $\mathbf{K}$  pour les coefficients  $\Delta sc$ . Ainsi on obtient l'expression finale de la dérivée spatiale seconde de la vitesse :

$$\mathbf{c} + [\mathbf{K}|0] \Delta \mathbf{m} = \mathbf{c} + \mathbf{K}' \Delta \mathbf{m}$$

**Contrainte de pénalité sur les valeurs extrêmes de la vitesse :** Elle consiste à garder les valeurs de la vitesse aux nœuds dans une certaine marge prédéfinie. Souvent, on utilise une fonction linéaire  $P(v)$  pour exprimer cette pénalité.

$$P(v) = \begin{cases} A(v_{\min} - v) & si \quad v < v_{\min} \\ 0 & si \quad v_{\min} \leq v \leq v_{\max} \\ A(v - v_{\max}) & si \quad v > v_{\max} \end{cases}$$

Pour un nœud donné avec une valeur de pénalité  $P(v_i)$ , une perturbation sur le modèle de vitesse induit une nouvelle valeur de pénalité de valeur :  $P(v_i + \Delta v_i) = P(v_i) + (\partial P / \partial v_i) \Delta v_i$ . Pour plusieurs nœuds, l'ensemble des perturbées sur la fonction pénalité peut être exprimé par le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} P(v_1) \\ P(v_2) \\ \vdots \\ P(v_{nnoeuds}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \partial P(v_1) / \partial v_1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \partial P(v_{nnoeuds}) / \partial v_{nnoeuds} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \vdots \\ \Delta v_{nnoeuds} \end{bmatrix} = \mathbf{p} + \partial \mathbf{P} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \vdots \\ \Delta v_{nnoeuds} \end{bmatrix}$$

Comme la contrainte de lissage, on peut ajouter des colonnes nulles dans la matrice  $\partial \mathbf{P}$  afin d'exprimer cette contrainte en fonction de  $\Delta \mathbf{m}$ . Ainsi l'équation s'écrit :  $\mathbf{p} + [\partial \mathbf{P} | 0] \Delta \mathbf{m} = \mathbf{p} + \partial \mathbf{P}' \Delta \mathbf{m}$ .

**Contrainte sur les corrections statiques** : Cette contrainte est utilisée pour minimiser la fluctuation des corrections statiques d'une itération à une autre. Elle est exprimée par l'équation suivante :

$$\sum_{i=1}^{nstations} (sc_i + \Delta sc_i) = 0$$

Ce qui est équivalent à écrire que :

$$\sum_{i=1}^{nstations} sc_i = - \sum_{i=1}^{nstations} \Delta sc_i$$

La somme du premier terme de cette équation est une constante qu'on peut noter  $s$  ce qui donne en notation matricielle :

$$[1 \quad \dots \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} \Delta sc_1 \\ \vdots \\ \Delta sc_{nstations} \end{bmatrix} = u^t \cdot \begin{bmatrix} \Delta sc_1 \\ \vdots \\ \Delta sc_{nstations} \end{bmatrix} = -s$$

$\mathbf{u}$  [ $1 \times (nstations)$ ] est un vecteur ligne rempli par des 1. Si on ajoute ( $nnoeuds$ ) zéros au début de ce vecteur, on peut exprimer cette équation en fonction du  $\Delta \mathbf{m}$  :  $[0 | \mathbf{u}]^t \Delta \mathbf{m} = \mathbf{u}'^t \Delta \mathbf{m} = -s$ .

## 10.2 Annexe B : Données géologiques collectées pour le site étudié

Tableau B.1 : Légende de la carte géologique régionale 022O (Figure 7.2)

SYMBOLE	DESCRIPTION
G13	paragneiss, gneiss pélitique, marbre, quartzite et formation de fer; présence commune de roches intrusives mafiques
G14	paragneiss schisteux à graphite
G19	gneiss mafique et amphibolite
G20	gabbro, norite, gabbronorite, diorite, troctolite, pyroxénite et péridotite ; quantité mineure d'anorthosite
G21	anorthosite, leucogabbro, leuconorite, leucotroctolite et nelsonite
G23	gneiss tonalitique et trondhjeméítique; présence commune de tonalite
G24	gneiss charnockitique et gneiss mixte
G25	gneiss granitoïde
G26	migmatite
G28	granitoïdes à orthopyroxène : charnockite, mangérite, jotunite et syénite à hypersthène
G29	syénite, monzonite, monzodiorite et autres intrusions alcalines associées
G30	granite, monzonite quartzifère, syénite quartzifère et pegmatite
	faille de chevauchement
	faille de type indéterminé



Figure B.1 : Log de sondage mécanique ddh151-03 (d'après Thibert and Boulianne (2002)).

Tableau B.2 : Sondages mécaniques forés à la proximité de la falaise.

Sondage	Y (m)	X (m)	Azimuth	Plongement	Profondeur (m)	Année
131-01	598225	5720007	N282	-50	98	2001
151-03	613245	5721734	N231	-50	80	2001
HPM-08-12	614817	5721889	N231	-45	120	2008
09-701-01	613730	5721640	N225	-45	98.3	2009
09-703-01	598683	5726232	N090	-45	98.4	2009
09-703-02	598807	5727351	N210	-45	34.8	2009

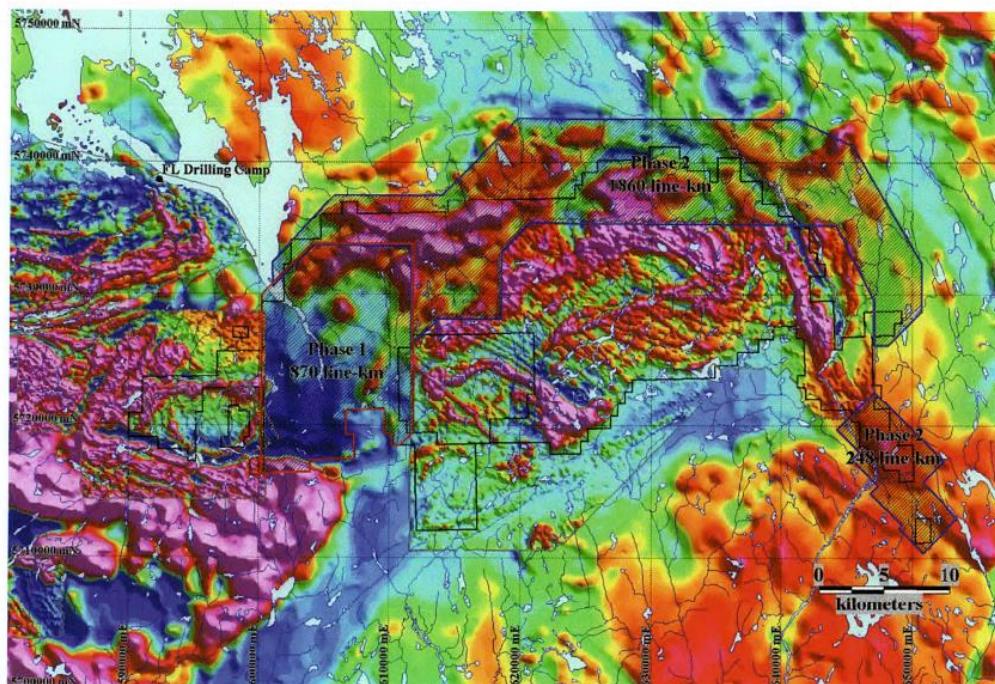
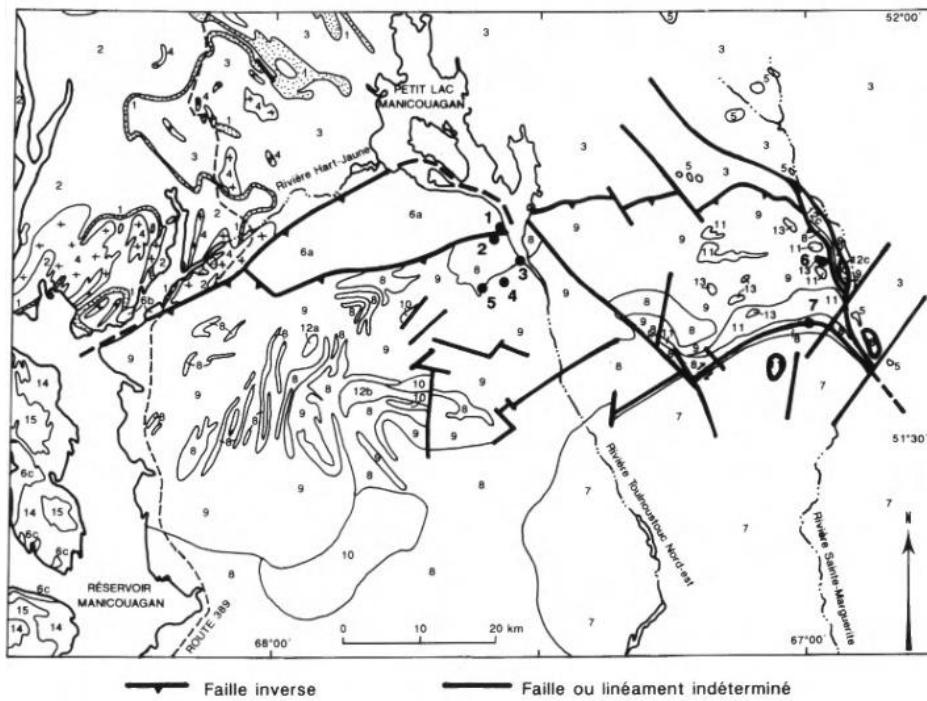


Figure B.2 : Carte de champ magnétique résiduel de la région de Haut-Plateau de Manicouagan (Rebagliati & Haslinger, 2002).



- MÉSOZOIQUE**
- Cratère d'impact de Manicouagan
- |    |                 |
|----|-----------------|
| 15 | Monzonite       |
| 14 | Latite, basalte |
- TERRANES ALLOCHTONES**
- MÉSOPROTÉROZOIQUE**
- |    |  |
|----|--|
| 13 | Gabbronorite à olivine coronitique   |
| 12 | Gabbro anorthositique, anorthosite, gabbro: Intrusions de Jauffert (12a), de Lucie (12b) et de Sainte-Marguerite (12c) |
| 11 | Porphyre à feldspath potassique  |
| 10 | Gneiss charnockitique  |
| 9  | Gabbronorite granulitique  |
- MÉSOPROTÉROZOIQUE ET/OU PALÉOPROTÉROZOIQUE**
- |   |   |
|---|---|
| 8 | Paragneiss à biotite +/- grenat +/- sillimanite                             |
| 7 | Orthogneiss tonalitique, gneiss granitique, un peu de roches supracrustales |
- TERRANES PARAUTOCHTONES**
- MÉSOPROTÉROZOIQUE**
- |   |  |
|---|--|
| 6 | Gabbro anorthositique, anorthosite, troctolite, gabbro à magnétite, dunite: Intrusions de Raudot (6a), de Brien (6b) et de la Baie Memory (6c) |
| 5 | Gabbro coronitique   |
| 4 | Granitoïdes  |
- MÉSOPROTÉROZOIQUE ET/OU PALÉOPROTÉROZOIQUE**
- |   |                         |
|---|-------------------------|
| 3 | Orthogneiss tonalitique |
|---|-------------------------|
- PALÉOPROTÉROZOIQUE**
- Groupes de Gagnon
- |   |  |
|---|--|
| 2 | Formation de Nault (Menihék): schiste et phyllade graphitiques, paragneiss à biotite, gneiss à hornblende                            |
| 1 | Formations de Duley (Denault), de Wapussakatoo (Wishart) et de Wabush (Sokoman) non subdivisées: marbre, quartzite, formation de fer |

Figure B.3 : Esquisse géologique régionale de la zone d'étude produite par Clark and Gobeil (1997).

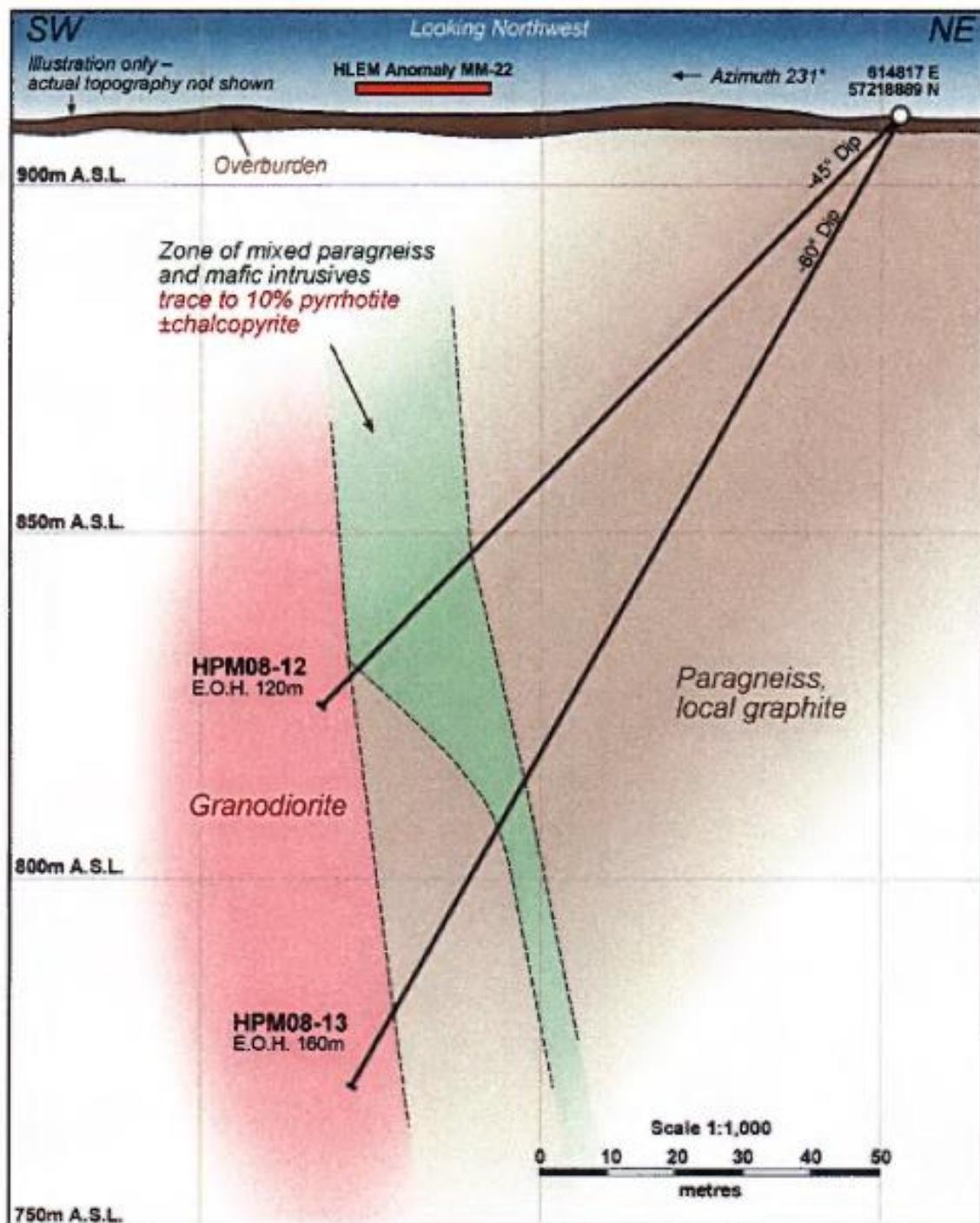


Figure B.4 : Coupe géologique interprétée selon les données de forages HPM08-12 et HPM08-13 (Bissonnette et al., 2009).

## 10.3 Annexe C : Théorie et implémentation des filtres retenus

### 10.3.1 Seuillage dans le domaine temps-fréquence

Cette technique de filtrage repose sur l'analyse de données dans le domaine temps-fréquence (t-f). La méthode est fréquemment utilisée aujourd'hui pour filtrer des données microsismiques et permet de prendre en considération la non-stationnarité de certains signaux (Mousavi, 2017; Parolai, 2009; To *et al.*, 2009). L'étape du départ consiste à passer dans le domaine t-f en appliquant par exemple une transformée de Stockwell (TS):

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{-(\tau-t)^2 f^2}{2}} e^{-j2\pi ft} dt, \quad (\text{C.1})$$

où  $f$  et  $\tau$  sont respectivement la fréquence et le centre de la fenêtre gaussienne jouant le rôle de l'ondelette source (Stockwell *et al.*, 1996). La transformée en ondelette continue (cwt) ou discrète (dwt) ainsi que la transformée de Gabor peuvent être utilisées aussi (Rioul & Duhamel, 1992). À l'instar de la transformée de Fourier, la TS d'un signal réel produit des coefficients complexes. La partie réelle et imaginaire de ces coefficients peuvent être ainsi filtrées afin de se débarrasser du bruit. Le principe est d'appliquer différentes fonctions de seuillage pour atténuer ou réduire à zéro les coefficients attribués aux bruits (Akram & Eaton, 2016; Gaci, 2014; Valencia *et al.*, 2016). Parmi ces techniques, on mentionne le seuillage brut  $H_\lambda$  et le seuillage doux  $S_\lambda$  définis respectivement par :

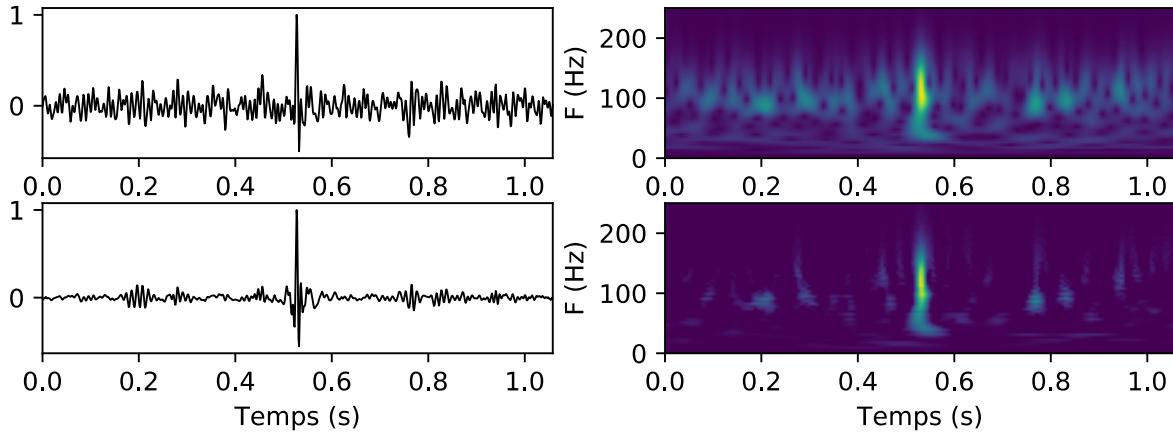
$$H_\lambda(x) = \begin{cases} x, & |x| \geq \lambda \\ 0, & \text{si non} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

$$S_\lambda(x) = \begin{cases} x - \text{signe}(x)\lambda, & |x| \geq \lambda \\ 0, & \text{si non} \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

Le seuil  $\lambda$  est fixé à partir d'une estimation de la variance du bruit et de l'énergie du signal (Parolai, 2009). Le seuil universel est défini par exemple comme suit:

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log(N)} = \frac{\text{median}(|s(t)|)}{0.6745} \sqrt{2 \log(N)}, \quad (\text{C.4})$$

où  $N$  représente le nombre d'échantillons du signal. D'autres approches peuvent être adoptées pour choisir un seuil adéquat comme la méthode dite Rigrsure, Heursure et Minimaxi (Valencia *et al.*, 2016). Le signal de sortie est reconstruit en prenant la transformée inverse ( $\text{ST}^{-1}$ ) des coefficients filtrés (Figure C.1).



**Figure C.1 : Filtrage d'un signal par seuillage dans le domaine temps-fréquence. Les transformées S du signal initial et filtré sont présentées aussi.**

### 10.3.2 La Décomposition en Modes Empiriques

La décomposition en Modes Empiriques (*Empirical Mode Decomposition*) a été introduite par Huang *et al.* (1998) comme alternative pour analyser des signaux non stationnaires générés par des processus non linéaires (Cexus, 2005; Han & Van Der Baan, 2015). Elle a été utilisée depuis dans plusieurs domaines comme la finance, la statistique et la télécommunication (Luukko *et al.*, 2016) et entre autres comme une technique de filtrage de données microsismiques (Boudraa & Cexus, 2006; Gómez & Velis, 2016; Hooshmand *et al.*, 2012). La DME est basée sur la décomposition d'un signal  $s(t)$  en une série d'IMFs (*intrinsic mode functions*) :

$$s(t) = \sum_{k=1}^{N_{\text{imf}}} IMF_k(t) + r(t), \quad (\text{C.5})$$

où  $N_{\text{imf}}$  désigne le nombre d'IMFs et  $r(t)$  représente le résidu final de la décomposition décrivant la tendance du signal  $s(t)$  (Boudraa & Cexus, 2006). Les IMFs sont des oscillations quasi-orthogonales qui permettent, une fois additionnées, de reconstituer exactement le signal de départ. Pour calculer ces composantes, Huang *et al.* (1998) ont proposé une technique récursive dite de tamisage (*sifting*). Pour isoler la première IMF par exemple, l'algorithme commence par identifier les maxima et les minima locaux du signal d'entrée. L'enveloppe supérieure (et éventuellement inférieure) est déterminée ensuite en interpolant par splines cubiques tous les maxima (ou les minima). Le signal d'entrée est réduit en lui soustrayant la moyenne instantanée entre les deux enveloppes appelée la moyenne locale. Le même processus est répété jusqu'à avoir une moyenne locale proche de zéro partout. Le résultat est assigné à la première IMF. L' $IMF_2$  est déterminée en appliquant le même algorithme de tamisage sur le signal  $s(t)$  après avoir retiré l' $IMF_1$ . La décomposition s'arrête lorsqu'on obtient une IMF monotone (Han & Van Der

Baan, 2015). De par leur définition, le contenu fréquentiel des IMFs décroît toujours avec l'ordre. Pour stabiliser la décomposition, chaque IMF pourrait être calculée comme la moyenne de plusieurs IMFs du même ordre, calculées en appliquant des DME sur plusieurs réalisations du signal d'entrée légèrement contaminées par un bruit gaussien (Zhang *et al.*, 2010). On parle ainsi de la Décomposition en Modes Empiriques d'Ensemble (DSEE).

À partir de la décomposition obtenue, différentes approches de filtrage sont envisageables. Par exemple, Gómez and Velis (2016) expriment le signal de sortie  $s_d(t)$  comme suit :

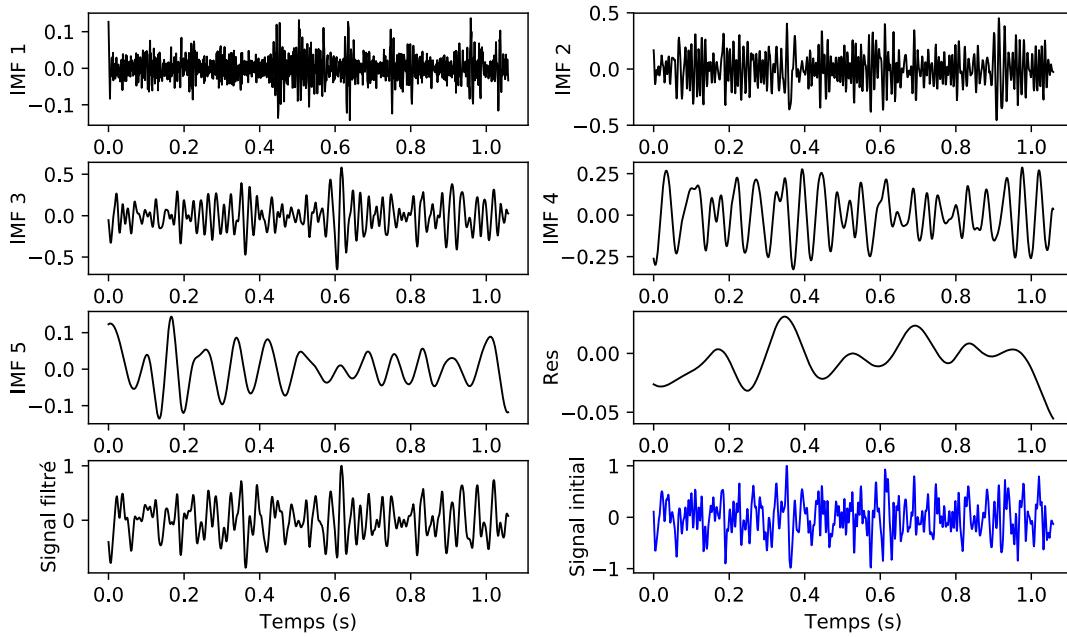
$$s_d(t) = s(t) - \sum_{k=1}^m IMF_k(t). \quad (C.6)$$

Ainsi, l'idée est de supprimer les  $m$  premières IMFs qui montrent des oscillations rapides interprétées comme des bruits indésirables. Ceci suppose que les événements microsismiques se distinguent par un contenu fréquentiel dominé par des fréquences plus basses que le bruit (Li *et al.*, 2020). L' $IMF_m$  qui définit la limite du bruit est identifiée comme étant la première IMF la moins corrélée avec le signal d'origine  $s(t)$  (Figure C.2).

La deuxième alternative est de reconstituer le signal de sortie après avoir filtré chaque IMF à part. Ceci se traduit par :

$$s_d(t) = \sum_{k=1}^{N_{imf}} \tilde{f}_k(t) + r(t), \quad (C.7)$$

où  $\tilde{f}_k(t)$  est une estimation de la  $k$ -ème IMF filtrée du bruit. Le filtrage se fait dans ce cas en appliquant une fonction du seuillage ou par une simple moyenne mobile (Boudraa & Cexus, 2006).



**Figure C.2 : Exemple d’atténuation du bruit par DMEE. Le signal de sortie est reconstitué en retirant les 2 premières IMFs faiblement corrélées avec le signal initial.**

### 10.3.3 Autres méthodes de filtrage

D’autres techniques de filtrage empruntées aux méthodes sismiques à sources actives sont communément utilisées en microseismique. La liste inclut le fameux filtre de Wiener, les filtres d’ordre statistique, le filtre tau-p et les filtres prédictifs et à base de morphologie mathématique (Chen, 2018; To *et al.*, 2009). Parmi cette liste, on a décidé d’utiliser le filtre de Wiener et certains filtres statistiques. Ces méthodes sont retenues parce qu’elles sont souvent indispensables, bien documentées dans la littérature et couramment implémentées dans des routines disponibles. Les autres sont encore en phase de recherche et d’améliorations continues pour des applications en microseismique.

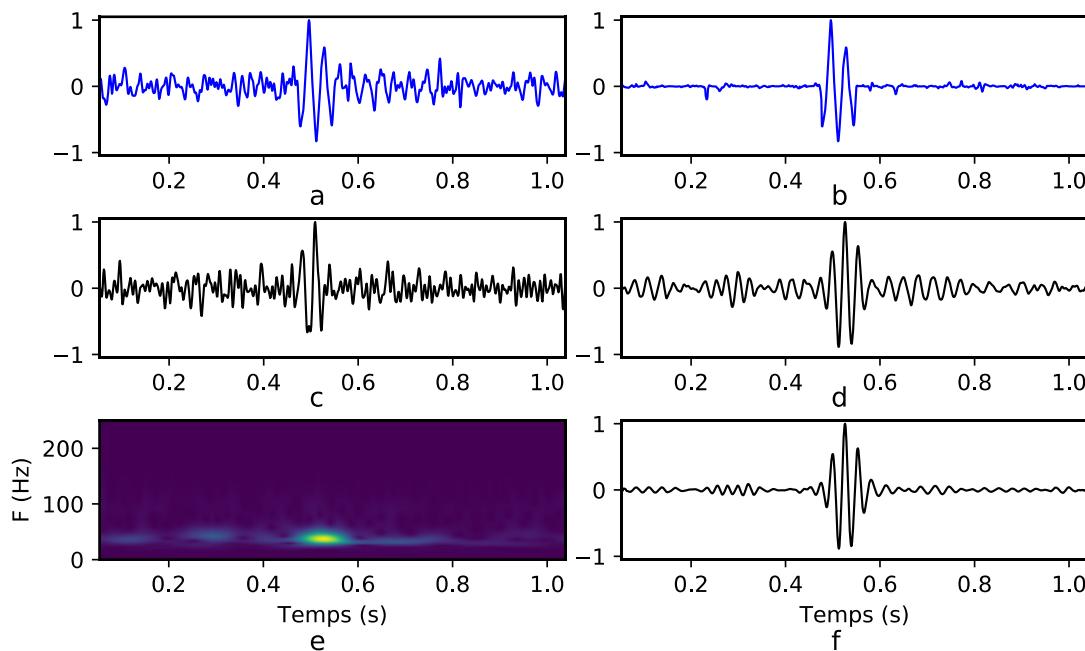
#### Filtre de Wiener

C’est un filtre des moindres-carrés conçu pour modifier la forme d’un signal d’entrée suivant un modèle défini en avance. L’implémentation du filtre est bien connue et les lecteurs peuvent se référer aux travaux de (Haldorsen *et al.*, 1994; Peacock & Treitel, 1969; Vaseghi, 1996). Dans ce projet, ce filtre est essentiellement utilisé pour atténuer davantage les bruits dans les données enregistrées dans les capteurs uni-axiaux. Le modèle du bruit adopté pour appliquer le filtre est déduit par analyse du sismogramme 3C le plus proche. Cette stratégie simple permet de se débarrasser des bruits non polarisés contaminant les données des capteurs uni-axiaux (Figure

C.3). Rappelons que l'identification de ce type de bruit nécessite en principe des données sismiques multi-composantes pour analyser la polarisation.

### **Filtres d'ordre statistique**

Ce sont des filtres de base très efficaces pour réduire les bruits de pointes (*Spiky noise*) qui contaminent souvent les enregistrements microsismiques. Un filtre médian conventionnel est ainsi appliqué en premier temps pour se débarrasser du bruit décrit. Comme son nom indique, ce filtre opère en renvoyant pour le signal de sortie la valeur médiane trouvée dans une fenêtre glissante (Chen, 2015; Chen, 2018; Gan *et al.*, 2015). Ce filtre est aussi utile pour lisser les fonctions caractéristiques de certaines techniques de pointé comme la Méthode Modifiée de Coppens (Sabbione & Velis, 2010).



**Figure C.3 : Filtrage d'un sismogramme uni-axial par filtre de Wiener et un modèle de bruit déduit d'un capteur 3C.**

a- La composante Z du sismogramme triaxial ; b- Application d'un filtre de polarisation sur le sismogramme 3C ; c- Le sismogramme uni-axial avant filtrage ; d- Le résultat de filtre de Wiener appliqué sur le signal (c) avec (b) comme signal de référence ; e- La transformée S du signal (d) ; f- Filtrage par seuillage du signal d.