

Rapport scientifique No 304

par

Luc Perreault
René Roy
Bernard Bobée
Denis Tremblay

**MODÉLISATION DES POINTES
ET DES VOLUMES**

Juin 1991

INRS-Eau
Université du Québec
C.P. 7500
Sainte-Foy, Québec
G1V 4C7

**MODÉLISATION DES POINTES
ET DES VOLUMES**

Rapport scientifique No. 304

Par

Luc Perreault
René Roy
Bernard Bobée
Denis Tremblay

Avril 1991

INRS-Eau
Université du Québec
C.P. 7 500
Sainte-Foy, Qc
G1V 4C7

TABLE DES MATIERES

Liste des figures.....	ii
Liste des tableaux.....	iii
1. INTRODUCTION ET PROBLÉMATIQUE.....	1
2. DESCRIPTION DES DONNÉES UTILISÉES POUR LES ÉTUDES.....	4
3. ÉTUDE DE LA DÉPENDANCE ENTRE LES VOLUMES ISSUS DES SIMULATIONS	6
4. DÉTERMINATION DE LA LOI STATISTIQUE REPRÉSENTANT LE MIEUX LES VOLUMES.....	8
5. PRÉDICTION DE LA POINTE ASSOCIÉE A UN VOLUME V_T	13
6. CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	20
BIBLIOGRAPHIE.....	21
ANNEXE A: Résultats des tests d'indépendance.....	22
ANNEXE B: Représentations graphiques simultanées des ajustements des lois gamma, Pearson Type 3, log-Pearson Type 3 et gamma généralisée.....	35
ANNEXE C: Prévisions des pointes P_T associées aux volumes V_T pour l'année 1989	40

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1. Apports simulés pour une période donnée de 80 jours.....	3
Figure 4.1. Ajustement de la loi P3, 15 premiers jours de mai (SIM I)	10
Figure 4.2. Ajustement de la loi P3, mars-avril-mai (SIM I)	10
Figure 4.3. Ajustement de la loi P3, 15 premiers jours de mai (SIM II).....	11
Figure 4.4. Ajustement de la loi P3, mars-avril-mai (SIM II).....	11
Figure 4.5. Histogramme du logarithme des volumes calculés pour les 15 premiers jours d'avril, SIM I.....	12
Figure 4.6. Histogramme du logarithme des volumes calculés pour les 15 premiers jours d'avril, SIM II	13
Figure 5.1. Graphique des pointes en fonction des volumes observés historiquement du 1 ^{er} mars au 31 mai au bassin Baskatong	16
Figure 5.2. P_T en fonction de V_T , mars-avril-mai, 1983 (SIM I).....	19
Figure 5.3. P_T en fonction de V_T , mars-avril-mai, 1983 (SIM II)	19

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 5.1. Prédiction des pointes associées aux volumes de période de retour T pour SIM I (mars-avril-mai, 1983)	17
Tableau 5.2. Prédiction des pointes associées aux volumes de période de retour T pour SIM II (mars-avril-mai, 1983)	18

1. INTRODUCTION ET PROBLÉMATIQUE

Ce projet conjoint Université / Industrie est une collaboration entre INRS-Eau et Hydro-Québec. Il est échelonné sur deux ans (janvier 1989 - janvier 1991) et subventionné par le Conseil National de Recherches en Sciences Naturelles et de Génie du Canada. Ce projet de recherche a pour thème principal "la validation des données d'apports naturels: modélisation des volumes et des débits, à un site et régionalement". Il se divise en trois sous-projets principaux:

- 1- Validation et estimation des apports
- 2- Modélisation des pointes et des volumes
- 3- Régionalisation

Ce document vise à présenter les résultats des travaux de recherches concernant le sous-projet 2 "Modélisation des pointes et des volumes". Les rapports des deux autres sous-projets sont présentés dans Perreault *et al* (1991a, b).

Le modèle déterministe pluie-débit qui fournit les apports journaliers, notés APR_j (Perreault *et al*, 1991a), joue un rôle essentiel dans les prévisions d'Hydro-Québec. En effet, c'est à partir de ce modèle que sont simulés 40 scénarios prévisionnels équiprobables donnant les apports sur une base journalière pour une période de temps définie par l'utilisateur et pouvant aller jusqu'à 1 an.

L'analyse statistique de ces 40 scénarios d'apports permet aux prévisionnistes d'Hydro-Québec de fournir entre autres le volume total, pour une certaine durée, correspondant à une période de retour T afin d'évaluer le risque de défaillance ou de déversement, tout en optimisant le rendement des centrales hydroélectriques. Cette estimation du volume peut être faite par l'ajustement de lois de probabilités sur les volumes obtenus des simulations.

Hydro-Québec utilise deux types de modèles de simulation que nous notons SIM I et SIM II. Nous décrivons brièvement dans ce qui suit ces deux modèles. Pour plus de détails, nous vous référons à Bisson *et al* (1991). Les deux fichiers d'apports résultants de ces simulations contiennent 40 séries prévues que l'on considère comme 40 scénarios possibles. Nous notons QP_{ik} l'apport prévu au jour i pour le scénario k . Les séries du premier fichier (modèle SIM I) sont formées en utilisant les prévisions météorologiques des quatre premiers jours suivant la date initiale des prévisions, les conditions hydrologiques actuelles (variables d'état du bassin le jour précédent la date initiale) et les

données météorologiques (climatologie) observées entre 1950 et 1989. Cette génération est effectuée à l'aide du modèle déterministe d'Hydro-Québec. Un bruit aléatoire est ajouté aux conditions hydrologiques initiales (variables d'état du bassin). Ce bruit est distribué selon une loi normale de moyenne zéro et d'écart-type 0.15.

On peut exprimer de façon générale les apports prévus issus du modèle de simulation SIM I comme suit :

$$\begin{aligned} QP_{ik} &= g(E_0 + \epsilon) + f(M_i), & i = 1, 2, 3, 4 \text{ et } k = 1, 2, \dots, 40 \\ QP_{ik} &= h(q_k), & i = 5, \dots, N \text{ et } k = 1, 2, \dots, 40 \end{aligned} \quad (1.1)$$

où :

- QP_{ik} est l'apport prévu du jour i selon le scénario k
- M_i la prévision météorologique du jour i
- E_0 les conditions hydrologiques du jour précédent la prévision initiale (variables d'état du bassin)
- ϵ le bruit aléatoire
- q_k la série des données météorologiques historiques (climatologie) associée au scénario k
- $g(\cdot)$, $f(\cdot)$ et $h(\cdot)$ sont des fonctions

Les séries issues du second modèle, SIM II, sont formées de la même manière que celles obtenues à l'aide du modèle SIM I, mais après un certain nombre de jours, pour chacun des scénarios, les valeurs simulées sont remplacées graduellement par les données réelles mesurées QR_i ($i = \text{le jour}$). Le transfert des mesures simulées QP_{ik} aux données réelles QR_i est effectué à l'aide de fonctions de transitions décrites dans Bisson *et al* (1991). Ce dernier modèle étant semblable à SIM I, les apports prévus issus de celui-ci peuvent aussi bien s'exprimer, de façon générale, selon l'équation (1.1).

On remarque, dans l'expression (1.1), que les apports simulés des quatre premiers jours QP_{ik} sont indépendants des scénarios (indice k). Seul le bruit aléatoire différencie ces apports d'un scénario à l'autre pour les quatre premiers jours. Ensuite, pour les jours $5 \leq i \leq N$, les QP_{ik} dépendent d'une série de données historique propre au scénario k . Le bruit aléatoire ayant une variance minime, les apports simulés des premiers jours (en particulier les 4 premiers jours) sont presque équivalents et, à mesure que le temps passe, ils varient de plus en plus d'un scénario à l'autre. La figure 1.1 illustre graphiquement les apports simulés sur 80 jours pour quatre scénarios.

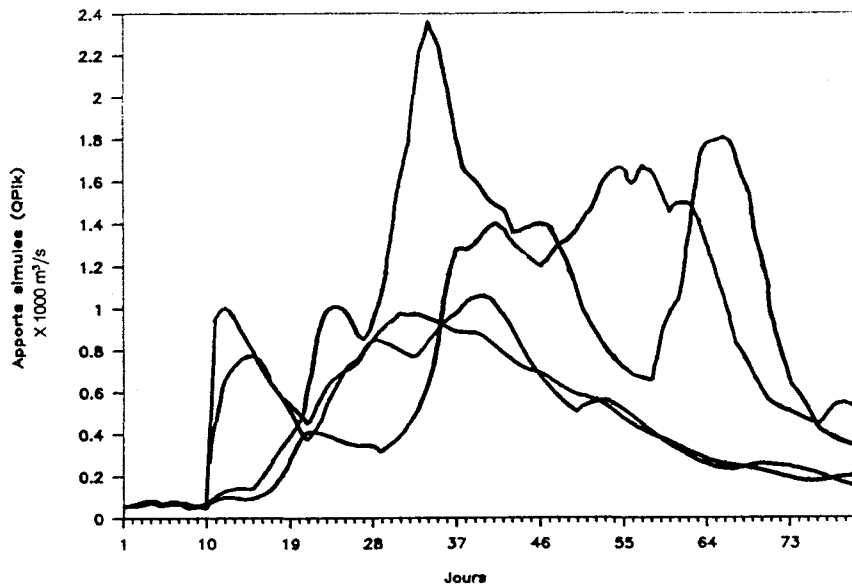


Figure 1.1. Apports simulés pour une période donnée de 80 jours.

Puisque les 40 apports simulés des premiers jours d'une période donnée sont presque équivalents, il peut exister une dépendance significative entre les 40 volumes cumulés sur une même période. Cette propriété des observations doit être vérifiée parce que les analyses statistiques qu'effectue Hydro-Québec sur les volumes, en particulier l'ajustement de lois de probabilité, reposent sur l'hypothèse d'indépendance. Le premier objectif de ce sous-projet est donc l'étude de la dépendance des volumes tirés des modèles SIM I et SIM II. Le second objectif porte sur l'ajustement des volumes issus des simulations : on veut déterminer, lorsqu'il y a indépendance des volumes, la loi de probabilité qui représente le mieux ces observations. Enfin, à un volume V_T de période de retour donnée T estimé par un ajustement de loi statistique, on cherche à associer la pointe la plus probable, notée P_T .

Dans ce qui suit, nous décrivons brièvement, à la section 2, les données sur lesquelles ont porté les études de dépendance, d'ajustement de lois et de prévision de pointes associées à des volumes V_T de périodes de retour T . Puis, dans la section 3, nous présentons le test de Wald-Wolfowitz (1943) que nous utilisons pour tester l'hypothèse d'indépendance sur les séries de volumes. Nous donnons aussi, dans cette section, les résultats du test obtenus pour l'ensemble des séries considérées. Ensuite, nous consacrons la section 4 à la détermination de la loi de probabilité représentant le mieux les volumes. Nous y présentons quelques ajustements de lois effectués à l'aide du logiciel AJUST, conçu par l'équipe de l'INRS-Eau (Bobée et Ashkar, 1991). Enfin, dans la section 5, nous proposons une méthode permettant d'estimer la pointe P_T associée à un volume V_T de période de retour T , estimé au préalable par un ajustement de loi statistique.

2. DESCRIPTION DES DONNÉES UTILISÉES POUR LES ÉTUDES

Pour effectuer les différentes études de ce sous-projet, nous avons sélectionné comme site témoin le bassin Baskatong. Ce bassin a été choisi parce que, selon Hydro-Québec, il est représentatif de l'ensemble du réseau. De plus, les mesures prises à ce bassin sont de bonne qualité. Nous avons ensuite déterminé des périodes de temps et des années sur lesquelles les analyses porteraient. Ainsi, il a été convenu, dans un premier temps, d'étudier la dépendance des séries de 40 volumes (section 3) calculés sur des périodes de 15 jours et trois mois pour les années 1976, 1983, 1986 et 1989. Ces années ont été choisies parce qu'elles représentent bien la gamme des comportements hydrologiques observés sur l'ensemble des historiques : 1976 a été une année moyenne en hydraulicité, 1983 une année forte tandis que 1986 et 1989 ont été des années de faible hydraulicité.

L'indépendance a été testée pour les échantillons de volumes cumulés (somme des apports journaliers simulés) pour les :

- a) 15 premiers jours et 15 derniers jours des mois de mars, avril, mai, juin et juillet pour les 2 types de simulations débutant le 1^{ier} mars (80 échantillons).

$$\begin{array}{rcl} \text{EX : Nbr d'éch.} & = & (4 \text{ années}) [1976, 1983, 1986 \text{ et } 1989] \\ & & \times (2 \text{ types de simulation}) [\text{SIM I et SIM II}] \\ & & \times (1 \text{ date de départ, } 1^{\text{er}} \text{ mars}) \\ & & \times (2 \text{ périodes de } 15 \text{ jours}) \\ & & \times (5 \text{ mois}) [\text{mars, avril, mai, juin et juillet}] \\ & & \text{-----} \\ & & \mathbf{80 \text{ échantillons}} \end{array}$$

De la même manière pour les :

- b) 15 premiers jours et 15 derniers jours des mois de avril, mai, juin, juillet et août pour les 2 types de simulations débutant le 1^{ier} avril (80 échantillons).
- c) 15 premiers jours et 15 derniers jours des mois de mai, juin, juillet, août et septembre pour les 2 types de simulations débutant le 1^{ier} mai (80 échantillons).
- d) 90 jours : mars-avril-mai (MAM), avril-mai-juin (AMJ) et mai-juin-juillet (MJJ) pour les 2 types de simulations débutant le 1^{ier} mars (24 échantillons).

EX : Nbr d'éch. = (4 années) [1976, 1983, 1986 et 1989]
 X (2 types de simulation) [SIM I et SIM II]
 X (1 date de départ, 1^{ier} mars)
 X (3 périodes de 90 jours) [MAM, AMJ et MJJ]

 24 échantillons

De la même manière pour les :

e) 90 jours : avril-mai-juin (AMJ), mai-juin-juillet (MJJ) et juin-juillet-août (JJA) pour les 2 types de simulations débutant le 1^{ier} avril (24 échantillons).

f) 90 jours : mai-juin-juillet (MJJ), juin-juillet-août (JJA) et juillet-août-septembre (JAS) pour les 2 types de simulations débutant le 1^{ier} mai (24 échantillons).

Il s'agit donc d'un grand total de 312 échantillons pour lesquels l'hypothèse d'indépendance des volumes cumulés a été testée (section 3).

Afin de déterminer la loi représentant le mieux les séries de volumes (section 4) et pour estimer les volumes V_T , des ajustements de lois ont été effectués sur un ensemble de 36 échantillons choisis parmi les 312 dénombrés plus haut. Pour les années 1983 et 1989, et les deux modèles SIM I et SIM II, les échantillons suivants ont été ajustés :

1) volumes cumulés sur 15 jours,

- 15 premiers jours des mois d'avril et de mai pour les simulations débutant le 1^{ier} mars et le 1^{ier} avril, et 15 premiers jours des mois de mai et de juin pour les simulations débutant le 1^{ier} mai (24 échantillons).

Nbr d'éch. =	(2 années)		(2 années)
	X (2 types de simulation)		X (2 types de simulation)
	X (2 dates de départ, 1 ^{ier} mars et le 1 ^{ier} avr.)		X (1 date de départ, 1 ^{ier} mai)
	X (1 période de 15 jours)		X (1 période de 15 jours)
	X (2 mois: avril, mai)		X (2 mois: mai, juin)
	-----		-----
	16 éch.	+	8 éch. = 24 éch.

2) volumes cumulés sur 90 jours

- mars-avril-mai (MAM) pour les simulations débutant le 1^{er} mars, avril-mai-juin (AMJ) pour les simulations débutant le 1^{er} avril et mai-juin-juillet (MJJ) pour les simulations débutant le 1^{er} mai (12 échantillons).

Nbr d'éch. = (2 années)
 X (2 types de simulation)
 X (3 périodes : MAM, AMJ et MJJ)

12 échantillons

Il s'agit donc d'un total de 36 échantillons pour lesquels on considère des ajustements de distributions statistiques (section 4).

Finalement, pour ce qui est de la prévision de la pointe P_T associée à un volume V_T , nous avons appliqué la méthode proposée à la section 5 pour les volumes cumulés sur 3 mois, mars-avril-mai, et pour les années 1983 et 1989. Ces volumes proviennent de simulations débutant le 1^{er} mars.

3. ÉTUDE DE LA DÉPENDANCE ENTRE LES VOLUMES ISSUS DES SIMULATIONS

L'ajustement d'une loi de probabilité à un échantillon repose sur l'hypothèse que les observations sont indépendantes entre elles. Souvent, il est possible de diagnostiquer la dépendance entre des observations seulement à partir de la connaissance a priori du phénomène étudié ou à partir de la méthode d'échantillonnage utilisée pour recueillir les observations. Par exemple, il est naturel de considérer les débits journaliers comme des observations dépendantes puisque le débit du jour $j-1$ influence certainement celui du jour j . Par contre, on peut montrer que les débits maximum annuels sont généralement indépendants entre eux. Toutefois, lorsqu'on a peu d'information sur la variable étudiée et que l'on doute de l'indépendance des observations recueillies, on peut utiliser un test statistique. C'est le cas pour les observations de volumes cumulés considérées dans ce sous-projet.

Hydro-Québec est intéressé à estimer le volume V_T correspondant à une certaine période de retour T . L'ajustement d'une distribution statistique sur l'échantillon des 40 volumes cumulés sur une certaine période à partir des apports simulés (modèles SIM I ou SIM II) nous permet d'obtenir une telle estimation. Or, les apports simulés des quatre premiers jours étant presque égaux en raison de la nature de la simulation (voir section 1.1), on doit vérifier l'indépendance avant d'ajuster une loi de probabilité. Puisque les volumes utilisés sont construits à partir de modèles de simulations complexes, il est

difficile de diagnostiquer une dépendance significative sans utiliser un outil statistique tel qu'un test.

Le test utilisé pour étudier la dépendance des différentes séries de volumes considérées (voir section 2) est le test non paramétrique proposé par Wald et Wolfowitz (1943). Ce test est construit de la façon suivante : supposons que l'on veuille tester l'hypothèse H_0 : "les observations sont indépendantes" contre l'hypothèse H_1 : "les observations ne sont pas indépendantes". Soit un échantillon $X_1, X_2, \dots, X_n$ de taille n (ici, $n = 40$). Pour tester l'hypothèse H_0 , Wald et Wolfowitz (1943) considèrent la statistique R définie comme suit :

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} X_i X_{i+1} + X_1 X_n \quad (3.1)$$

Ces auteurs ont démontré que sous l'hypothèse d'indépendance (H_0 vraie) et lorsque la taille n de l'échantillon est suffisamment grande ($n = 40$ est considéré comme suffisant), la distribution de R peut être approchée par une loi normale de moyenne et de variance données par

$$\bar{R} = \frac{S_1^2 - S_2}{n - 1} \quad (3.2)$$

et

$$\text{Var}(R) = \frac{S_1^2 - S_4}{n - 1} - \bar{R} + \frac{S_1^4 - 4S_1^2 S_2 + 4S_1 S_3 + S_2^2 - 2S_4}{(n - 1)(n - 2)} \quad (3.3)$$

où $S_r = \sum_{i=1}^n X_i^r$.

Ainsi, la quantité $R_c = (R - \bar{R})(\text{Var}(R))^{-1/2}$ est distribuée asymptotiquement selon une loi normale centrée-réduite. Elle peut donc être utilisée pour tester, à un niveau de signification donné α , l'indépendance, en comparant, pour un échantillon donné, la valeur calculée $|R_c|$ au quantile de la loi normale, $z(\alpha/2)$, correspondant à une probabilité au dépassement de $\alpha/2$. On rejette alors l'hypothèse H_0 (indépendance) lorsque $|R_c| > z(\alpha/2)$. Ce test est non paramétrique, il possède donc comme principale propriété que la probabilité de rejeter l'hypothèse d'indépendance alors que celle-ci est vraie (erreur de Type I : α) ne dépend pas de la loi de probabilité des observations initiales $X_1, X_2, \dots, X_n$. Cette propriété est fort désirable en pratique puisqu'en général nous ne connaissons pas cette loi. Ainsi, par exemple, il n'est pas nécessaire, comme dans le cas de plusieurs tests paramétriques, de faire l'hypothèse que les observations proviennent d'une loi normale

avant d'appliquer le test.

Nous avons donc effectué le test de Wald et Wolfowitz sur les 312 échantillons de volumes retenus pour cette étude. Les résultats sont présentés aux Tableaux A.1 à A.12 de l'annexe A. Dans chacune de ces tables, nous donnons pour tous les échantillons la valeur de la statistique calculée R_c et le seuil observé approximatif P . Le seuil observé du test de Wald et Wolfowitz est en fait la probabilité au dépassement définie par :

$$P = 2\text{Prob}(|R_c| > \text{valeur calculée}).$$

Ainsi, un grand seuil observé supporte l'hypothèse H_0 d'indépendance alors qu'un faible seuil observé favorise le rejet de cette hypothèse. Cette mesure est intéressante puisqu'elle nous permet de quantifier la décision de, soit rejeter, soit accepter l'indépendance. On remarque que pour effectuer le test, comparer la statistique $|R_c|$ au quantile $z(\alpha/2)$ de la loi normale est équivalent à comparer la valeur de P au niveau de signification qu'on doit fixer a priori. On dira donc que l'hypothèse d'indépendance est rejetée, pour un niveau de signification α , si le seuil observé est inférieur à α . Dans les Tableaux A.1 à A.12, nous avons indiqué par une et deux étoiles, en indice supérieur, les échantillons pour lesquels on rejette l'hypothèse d'indépendance à des niveaux de signification de 5% et 1% respectivement.

Aucune dépendance significative à un niveau de signification de 1% a été détectée. Au niveau de signification de 5%, on conclut au rejet de l'hypothèse d'indépendance pour seulement quatre séries de volumes. Il est important de noter que ces quatre séries sont constituées de volumes cumulés sur la même période, soit les 15 derniers jours du mois de mai. On doit donc manipuler avec prudence les volumes calculés sur cette période lors d'une analyse statistique. Toutefois, en supposant que l'ensemble de ces tests (312) ont été effectués à un niveau fixé a priori à 5%, on peut s'attendre, en vertu de la théorie des test statistiques, à un rejet de l'hypothèse d'indépendance à tort pour 5% des 312 échantillons, c'est-à-dire à environ 15 cas (rejets dus à des erreurs aléatoires et non à la dépendance des volumes). On peut donc attribuer le rejet de l'hypothèse d'indépendance pour les 4 échantillons à des fluctuations aléatoires et considérer les volumes déduits des modèles de simulation d'Hydro-Québec, SIM I et SIM II, indépendants entre-eux.

4. DÉTERMINATION DE LA LOI STATISTIQUE REPRÉSENTANT LE MIEUX LES VOLUMES

Comme les volumes déduits des modèles de simulation SIM I et SIM II sont

considérés indépendants, on peut effectuer des ajustements de lois sur ces données et ainsi estimer les volumes V_T de périodes de retour T . Vu le grand nombre d'ajustements faits périodiquement par Hydro-Québec, cette compagnie désire, si possible, utiliser systématiquement la même loi de probabilité. On doit donc déterminer la loi qui s'ajuste le mieux, en général, à l'ensemble des séries de volumes déduits de leurs modèles de simulation.

Pour ce faire, nous avons effectué plusieurs ajustements de lois sur les 36 séries décrites à la section 2. Ces ajustements ont été réalisés en utilisant le logiciel AJUST qui a été développé par l'équipe d'INRS-Eau (voir Bobée et Ashkar (1991)). Nous avons utilisé des lois de la famille Gamma : loi gamma à deux paramètres (G2), loi Pearson Type 3 (P3), loi log-Pearson Type 3 (LP3) et loi gamma généralisée (GG). Les paramètres ont été estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. Avant de faire les ajustements, nous nous sommes assurés que les séries de volumes ne contenaient pas d'observations aberrantes qui auraient pu influencer l'estimation des paramètres et ainsi donner des valeurs erronées de V_T . Le test de détection de valeurs aberrantes de Grubbs et Beck (1972) a été appliqué à chacune des séries. Aucune donnée aberrante n'a été détectée par le test à un niveau de signification de 10%. Nous avons donc procédé à l'ajustement des quatre lois de probabilité sur les 36 séries. Les résultats graphiques des ajustements effectués sur les volumes tirés des deux modèles de simulation sont présentés, en annexe B, pour les périodes suivantes :

- les volumes cumulés sur les 15 premiers jours de mai de 1983 et 1989, pour des simulations débutant le 1^{er} mars.
- les volumes cumulés sur trois mois, mars-avril-mai de 1983 et 1989, pour des simulations débutant le 1^{er} mars.

Nous ne présentons que ces résultats puisque pour l'ensemble des séries étudiées, exception faite des volumes cumulés sur les 15 premiers jours d'avril (voir plus loin dans le présent rapport), les ajustements sont comparables. Les graphiques de l'annexe B donnent, sur un papier de probabilité gamma, les quatre ajustements simultanément. Ce type de graphiques nous permet de comparer visuellement la qualité de l'ajustement des quatre lois. En général, pour les petites et moyennes probabilités cumulées (périodes de retour $T \leq n$, n étant la taille de l'échantillon), les quatre lois considérées s'ajustent bien à l'ensemble des échantillons. Par contre, la loi Pearson Type 3 est nettement plus stable que les autres lois pour des probabilités cumulées élevées, c'est-à-dire pour les grandes périodes de retour T . En effet, les lois gamma, gamma généralisée et log-Pearson Type 3 sont influencées par quelques données extrêmes alors que la loi Pearson Type 3 y semble moins sensible. C'est pourquoi, il a été convenu, pour toutes les séries de volumes issues des modèles de simulation d'Hydro-Québec, d'utiliser cette loi. Les Figures 4.1 à 4.4 présentent l'ajustement isolé de la loi Pearson Type 3 sur un papier de

probabilité gamma pour les séries de l'année 1983 correspondant aux deux périodes données plus haut. Nous avons ajouté sur ces figures les intervalles de confiance asymptotiques des volumes V_T de période de retour T .

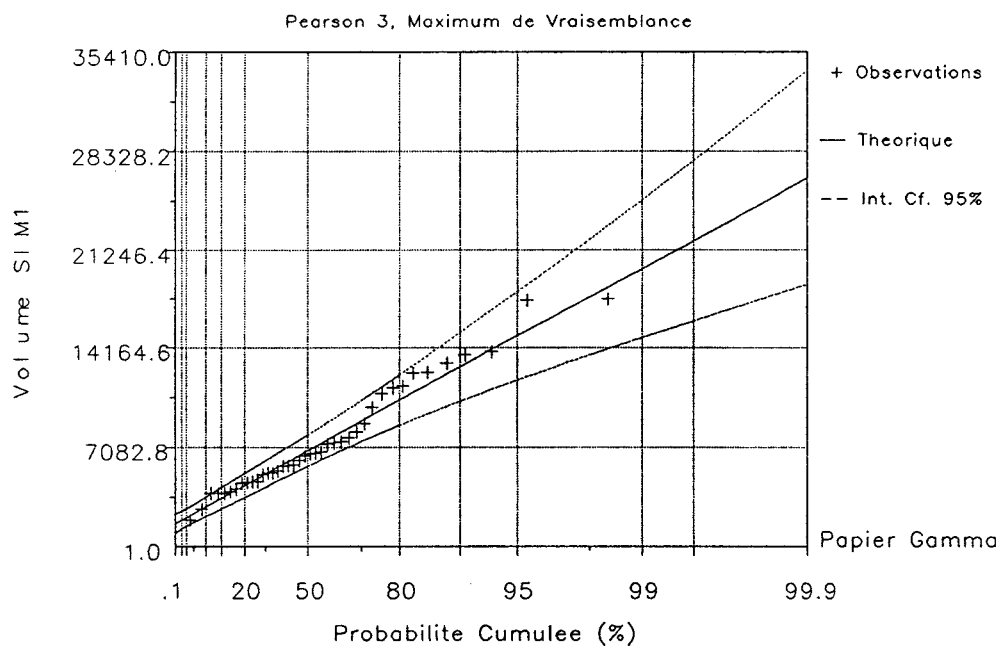


Figure 4.1. Ajustement de la loi P3, 15 premiers jours de mai (SIM I)

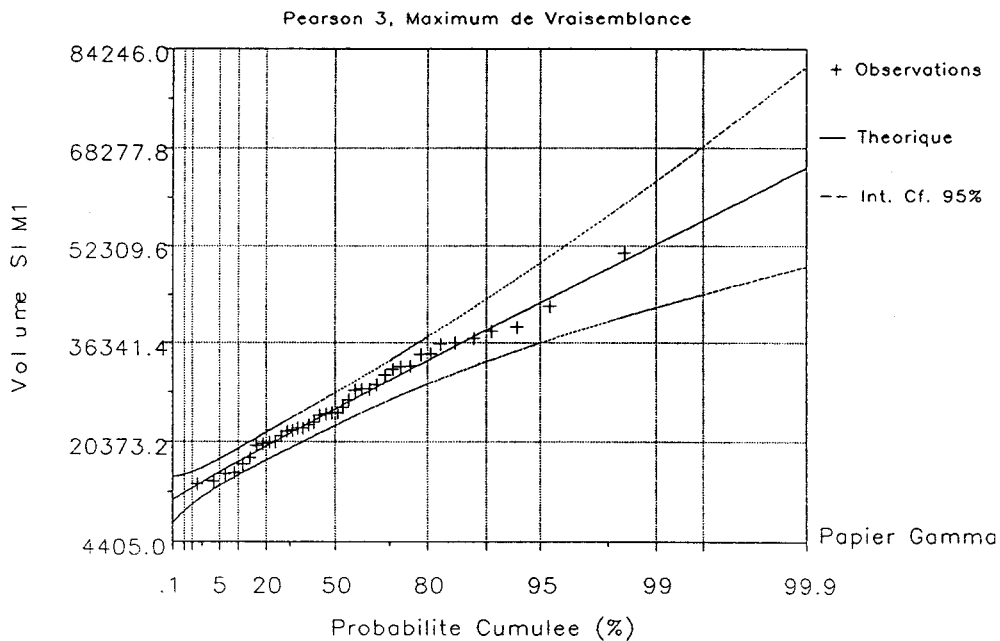


Figure 4.2. Ajustement de la loi P3, mars-avril-mai (SIM I)

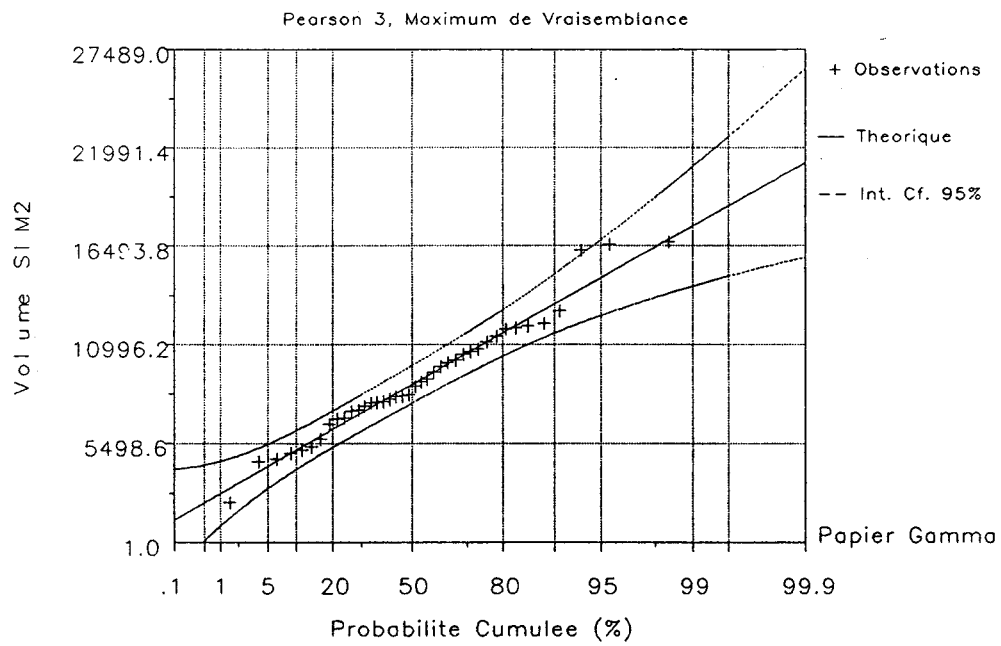


Figure 4.3. Ajustement de la loi P3, 15 premiers jours de mai (SIM II)

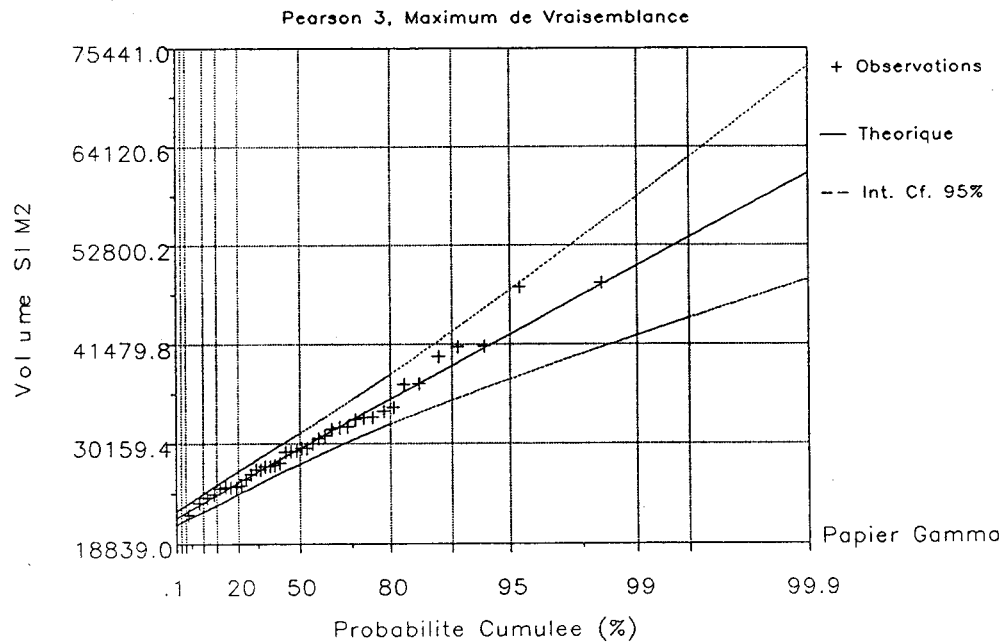


Figure 4.4. Ajustement de la loi P3, mars-avril-mai (SIM II)

Une autre raison justifiant l'emploi de la Pearson Type 3 réside dans le fait que la loi normale en est un cas limite. Cette propriété est importante puisque théoriquement (théorème central limite, Lehmann (1983)), les volumes calculés étant des sommes de débits sur un nombre N de jours, on s'attend à ce qu'ils soient distribués selon une loi normale lorsque N est grand (volumes calculés sur une longue période de temps). A titre indicatif, des tests de Kolmogorov-Smirnov, à savoir si les volumes peuvent être adéquatement représentés par une loi normale, ont été effectués. Les résultats obtenus appuient cette hypothèse théorique. En effet, nous acceptons, pour les échantillons de volumes calculés sur des périodes de 3 mois, la loi normale à un niveau de signification de 5%.

L'ajustement des séries de volumes calculés sur 15 jours au mois d'avril doivent être traitées différemment puisqu'en général ces échantillons semblent provenir de deux populations distinctes. Effectivement, les histogrammes des volumes, auxquels nous avons effectué une transformation logarithmique pour mieux constater ce problème, présentés aux Figures 4.5 et 4.6, révèlent clairement deux modes. On peut expliquer physiquement cette constatation par le fait que certains volumes simulés constituant ces échantillons proviennent de débits mesurés lors de crues hâtives alors que d'autres proviennent de débits enregistrés lorsque la crue survient après le mois d'avril. Pour tenir compte de cela, nous suggérons à Hydro-Québec d'ajuster les volumes calculés sur ces périodes séparément pour les grands et les petits volumes. La loi Pearson Type 3 représente toujours ces données de manière adéquate.

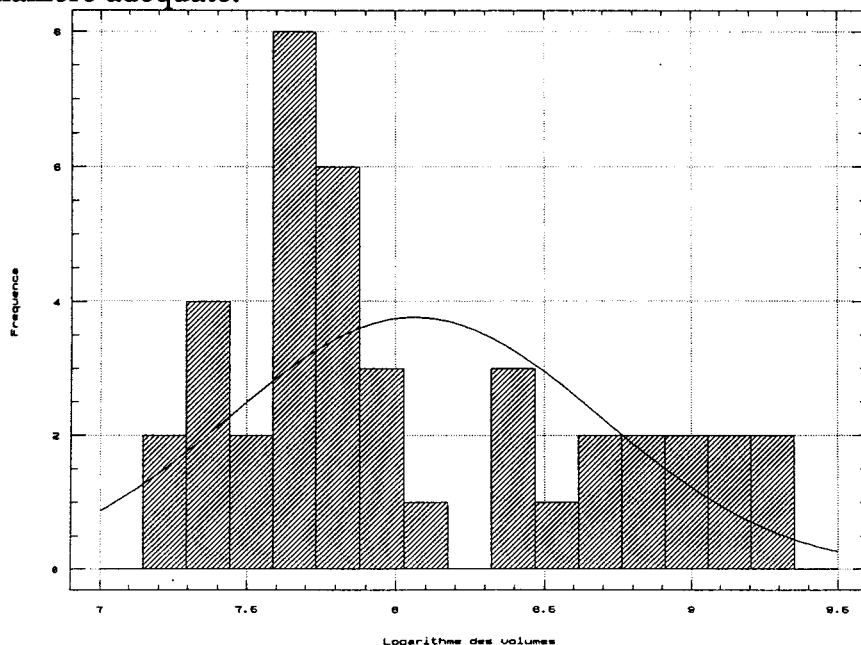


Figure 4.5. Histogramme du logarithme des volumes calculés pour les 15 premiers jours d'avril, SIM I

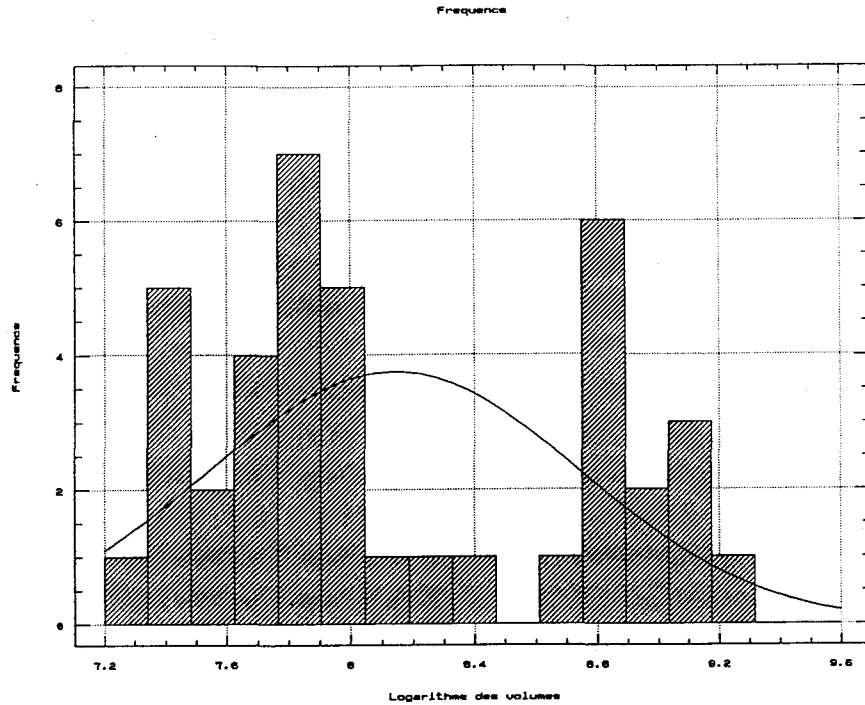


Figure 4.6. Histogramme du logarithme des volumes calculés pour les 15 premiers jour d'avril, SIM II

5. PRÉDICTION DE LA POINTE ASSOCIÉE A UN VOLUME V_T POUR UNE PÉRIODE DONNÉE

Nous présentons dans cette section la méthodologie permettant de prédire la pointe la plus probable, notée P_T , associée au volume V_T de période de retour T estimé par un ajustement de loi statistique sur une période donnée (ne pas confondre P_T avec la pointe de période de retour T obtenue par un ajustement de loi). L'approche utilisée consiste, dans un premier temps, à établir la relation existant entre les pointes et les volumes observés historiquement sur la période qui nous intéresse. Cette première étape s'effectue par régression simple. Le modèle utilisé est le suivant :

$$P_i = \beta_0 + \beta_1 V_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (5.1)$$

où :

- n est la taille de l'échantillon (les historiques)
- P_i est la pointe observée historiquement sur la période pour l'année i
- V_i est le volume total cumulé observé historiquement sur la période pour l'année i

- ϵ_i est l'erreur aléatoire distribuée selon une loi normale de moyenne nulle et de variance σ^2
- β_0 et β_1 sont les paramètres de la régression (ordonnée à l'origine et pente)

Une fois les paramètres β_0 et β_1 estimés, il est possible, si l'adéquation du modèle est satisfaisante, de prédire une pointe P associé à un volume V donné. Cette prédiction ponctuelle, que l'on note $\hat{P}$, s'exprime comme suit :

$$\hat{P} = b_0 + b_1 V \quad (5.2)$$

où b_0 et b_1 sont les estimations des paramètres de la régression.

Tirer des conclusions à partir d'un estimateur ponctuel comme $\hat{P}$ sans tenir compte de sa variance serait une erreur. On doit associer à cet estimateur une mesure de précision. C'est pourquoi, il est préférable d'utiliser un intervalle de confiance. La construction d'intervalles de confiance pour une prédiction issue d'un modèle de régression est décrite en détail dans Neter, Wasserman et Kutner (1985). Nous résumons ici les grandes lignes du développement de ces intervalles.

Les bornes de l'intervalle de prédiction d'une pointe P étant donné un volume V sont obtenues en s'appuyant sur le résultat suivant :

Soient $\hat{P}$, la prévision obtenue par l'équation (5.2), P, la valeur à estimée et, $s^2(\hat{P})$, l'estimateur de la variance de $\hat{P}$. Alors, la statistique $T = (\hat{P} - P)/s(\hat{P})$ est distribuée selon une loi de Student à n-2 degrés de liberté.

De ce résultat, on déduit l'intervalle de niveau de confiance $1 - \alpha$, pour la valeur P, en pivotant la statistique T. On obtient l'intervalle

$$[\hat{P} - t(1-\alpha/2, n-2)s(\hat{P}) ; \hat{P} + t(1-\alpha/2, n-2)s(\hat{P})] \quad (5.3)$$

où $t(1-\alpha/2, n-2)$ est le $(1-\alpha/2)^{\text{ième}}$ quantile de la loi de Student à n - 2 degrés de liberté. L'estimateur de la variance de $\hat{P}$ (voir Neter, Wasserman et Kutner (1985)), $s^2(\hat{P})$, est donné par

$$s^2(\hat{P}) = \text{MSE} \left\{ 1 + \frac{1}{n} + \frac{(V - \bar{V})^2}{\sum(V_i - \bar{V})^2} \right\} \quad (5.4)$$

où :

- MSE est la somme des résidus au carré de la régression divisée par $n - 2$
- V est le volume donné auquel on veut associer une pointe
- les V_i ($i = 1, \dots, n$) sont les volumes utilisés pour la régression
- $\bar{V}$ est la moyenne des volumes historiques utilisés pour la régression
- Σ est le symbole de la somme effectuée pour $i = 1$ à n

On peut maintenant associer la pointe la plus probable ainsi que l'intervalle de confiance correspondant à un volume V_T de période de retour T , obtenu a priori par l'ajustement de la loi Pearson Type 3 (loi retenue à la section 4) effectué sur une série de volumes issus des simulations d'Hydro-Québec (SIM I ou SIM II). Il suffit de substituer, dans les expressions (5.2), (5.3) et (5.4), V par V_T . Pour illustrer la démarche à suivre, nous avons appliqué toute cette procédure aux données du bassin Baskatong pour la période de trois mois, mars-avril-mai, des années 1983 et 1989 et ce, pour les deux modèles de simulation (simulations débutant le 1^{er} mars).

Dans un premier temps, nous avons établi par régression simple la relation pointe/volume à l'aide des mesures historiques (50 années) observées du 1^{er} mars au 31 mai. La corrélation entre les pointes et les volumes s'élève à 0.78. La Figure 5.1 donne le graphique des pointes en fonction des volumes historiques. On remarque que la relation est bel et bien linéaire, on peut donc effectuer une régression. Nous obtenons une ordonnée à l'origine estimée $b_0 = 28.491$, une pente de $b_1 = 0.035$ et un $R^2 = 0.61$. Les tests effectués sur les paramètres de la régression ainsi que l'analyse des résidus (normalité et homogénéité de la variance) confirment que la relation entre les pointes et les volumes est significative et que l'adéquation du modèle est bonne. Ainsi, pour la période de trois mois étudiée, la pointe P_T la plus probable associée à un volume V_T de période de retour T s'exprime comme suit :

$$P_T = 28.491 + 0.035V_T \quad (5.5)$$

Nous avons ensuite ajusté la loi Pearson Type 3 (loi retenue à la section 3), dont les paramètres ont été estimés par la méthode du maximum de vraisemblance, aux volumes qui nous intéressent (ceux issus des modèles SIM I et SIM II). Ces ajustements nous ont permis d'estimer les volumes V_T pour 17 périodes de retour T . Enfin, nous avons utilisé l'équation (5.5) pour associer à chacun de ces volumes une pointe P_T et les équations (5.3) et (5.4) pour calculer les intervalles correspondants.

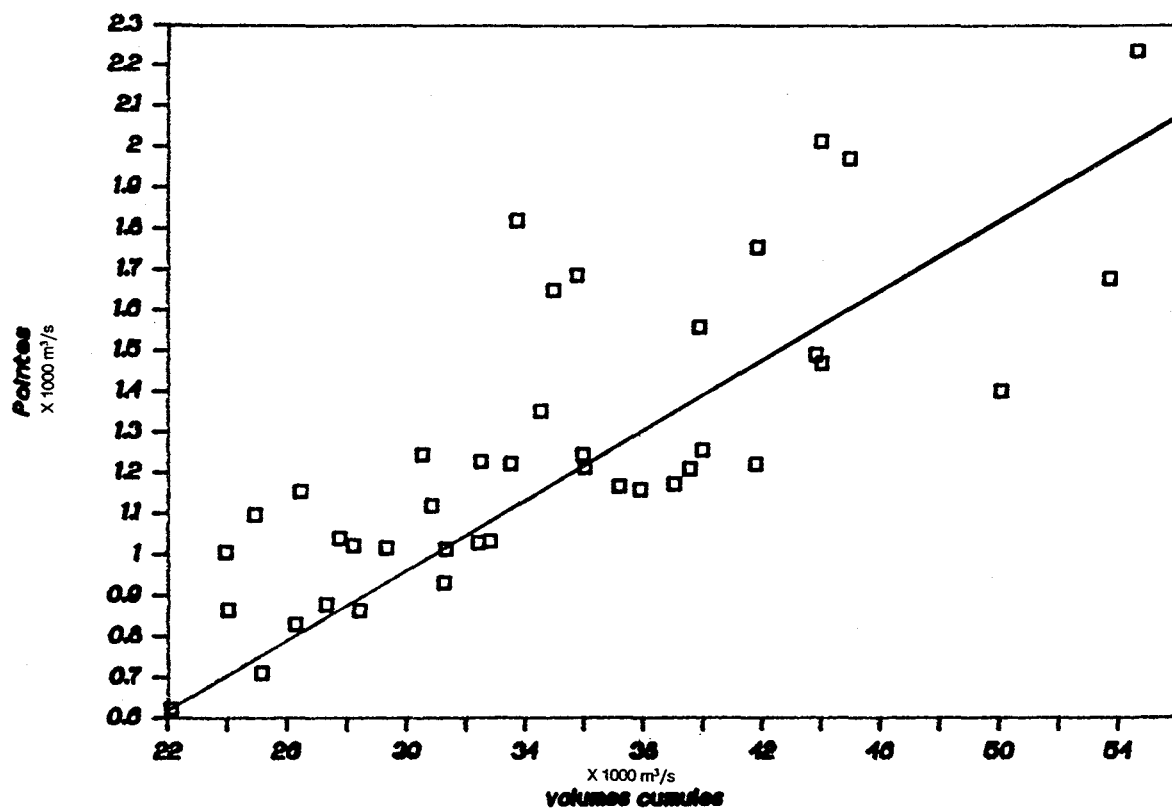


Figure 5.1. Graphique des pointes en fonction des volumes observés historiquement du 1^{er} mars au 31 mai au bassin Baskatong

Les résultats de l'année 1983 sont présentés aux Tableaux 5.1 et 5.2, et illustrés aux Figures 5.2 et 5.3. Ceux de l'année 1989 sont donnés à l'annexe C.

Tableau 5.1. Prédictions des pointes associées aux volumes de période de retour T pour SIM I (mars-avril-mai, 1983)

1/T	V _T	P _T	s(P _T)	Intervalle de confiance à 95%	
0.001	59714.45	2131.335	255.370	1615.230	2647.439
0.005	52870.41	1890.322	243.662	1397.880	2382.764
0.010	49737.86	1780.009	239.420	1296.140	2263.878
0.020	46452.38	1664.311	235.785	1187.788	2140.833
0.050	41789.24	1500.098	232.130	1030.964	1969.233
0.100	37908.17	1363.427	230.486	897.613	1829.240
0.200	33531.38	1209.298	230.194	744.074	1674.522
0.300	30589.90	1105.714	230.932	638.999	1572.429
0.500	26110.43	947.969	233.480	476.106	1419.832
0.700	22092.45	806.476	237.185	327.124	1285.828
0.800	19877.83	728.488	239.780	243.893	1213.084
0.900	17064.97	629.433	243.616	137.084	1121.782
0.950	14958.96	555.270	246.869	56.346	1054.194
0.980	12812.82	479.694	250.506	-26.578	985.967
0.990	11509.57	433.800	252.866	-77.243	944.843
0.995	10403.70	394.857	254.957	-120.411	910.125
0.999	8374.97	323.415	258.993	-200.010	846.841

Tableau 5.2. Prédiction des pointes associées aux volumes de période de retour T pour SIM II (mars-avril-mai, 1983)

1/T	V _T	P _T	s(P _T)	Intervalle de confiance à 95%	
0.001	70734.33	2519.400	280.285	1952.943	3085.856
0.005	61322.53	2187.963	258.571	1665.391	2710.535
0.010	55300.87	1975.910	247.450	1475.813	2476.008
0.020	49704.83	1778.846	239.379	1295.059	2262.633
0.050	43182.40	1549.159	233.032	1078.199	2020.118
0.100	38792.35	1394.563	230.747	928.223	1860.903
0.200	34706.65	1250.685	230.109	785.633	1715.737
0.300	32375.09	1168.579	230.395	702.950	1634.209
0.500	29337.14	1061.598	231.473	593.790	1529.405
0.700	27030.74	980.378	232.818	509.852	1450.904
0.800	25892.01	940.277	233.647	468.076	1412.479
0.900	24552.91	893.121	234.760	418.671	1367.572
0.950	23613.39	860.036	235.628	383.830	1336.241
0.980	22697.38	827.779	236.544	349.723	1305.834
0.990	22155.07	808.681	237.117	329.466	1287.896
0.995	21699.32	792.632	237.618	312.406	1272.858
0.999	20862.63	763.168	238.579	280.999	1245.336

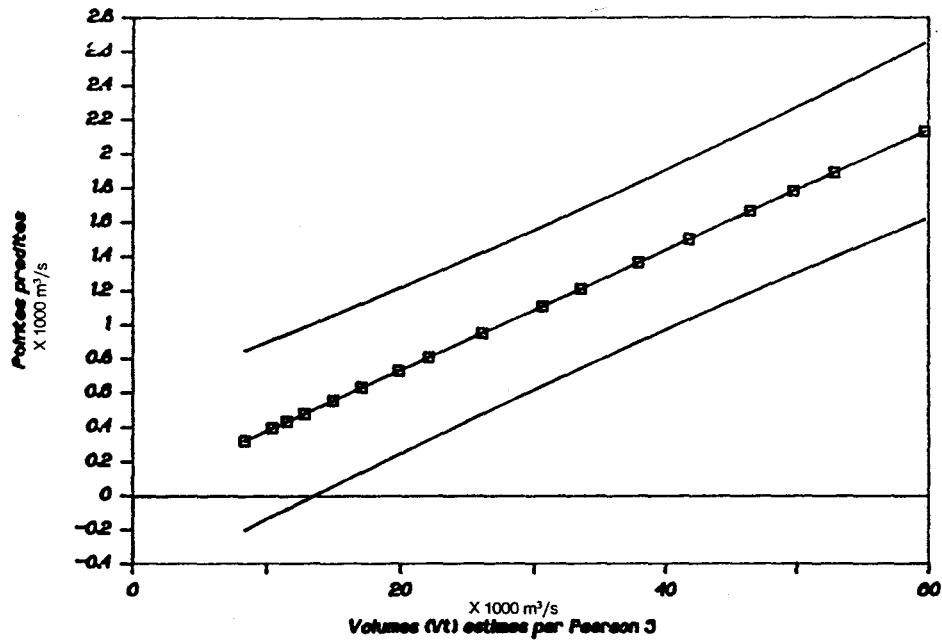


Figure 5.2. P_T en fonction de V_T , mars-avril-mai, 1983 (SIM I)

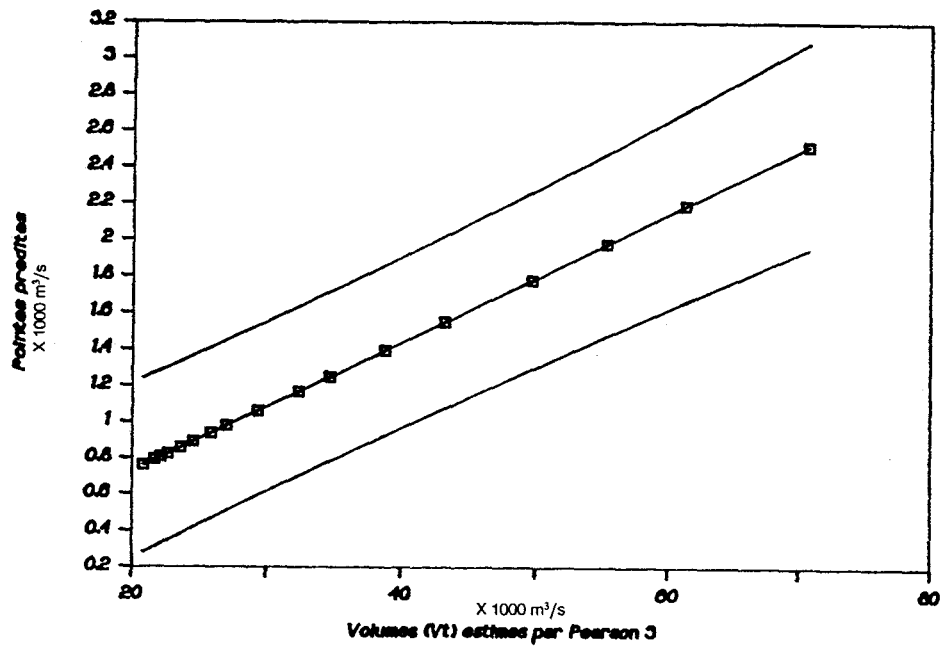


Figure 5.3. P_T en fonction de V_T , mars-avril-mai, 1983 (SIM II)

6. CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

La modélisation des pointes et des volumes a montré principalement que les volumes, calculés à court et moyen terme, issus des modèles de simulation d'Hydro-Québec, sont indépendants entre eux. Cette condition, nécessaire pour effectuer des ajustements de lois, est donc vérifiée. Hydro-Québec peut ainsi procéder à l'estimation des volumes V_T de période de retour T par des ajustements de lois. De plus, un ensemble d'ajustements effectués sur des séries de volumes nous ont permis de conclure que la loi Pearson Type 3 est la loi qui représente le mieux les volumes. Les nombreux ajustements qu'Hydro-Québec effectuent sur les volumes issus des modèles de simulation peuvent donc être réalisés systématiquement à l'aide de cette loi. On doit toutefois manipuler les volumes cumulés à partir des apports simulés pour le mois d'avril avec précaution. En effet, ces volumes semblent hétérogènes puisque nous avons observé que leur distribution empirique (histogramme) est bimodale.

Finalement, nous avons étudié la relation existant entre les volumes et les pointes. Cette relation s'avère très significative. Nous avons donc établi une méthodologie qui nous permet de prédire la pointe associée à un volume V_T de période de retour T et de construire l'intervalle de confiance correspondant. Les tableaux et graphiques résultant de cette méthode sont des outils de gestion intéressants pour Hydro-Québec. On doit préciser, par contre, que l'intervalle de prédiction de la pointe est plus court qu'il ne devrait l'être en réalité puisque cette méthode ne tient pas compte de la variabilité inhérente à l'estimation a priori de V_T par un ajustement de loi statistique. Toutefois, il existe des procédures régressives tenant compte du fait que la variable explicative (ici V_T) est aléatoire (relation structurelle). Il serait intéressant d'approfondir sur ce sujet.

Les résultats obtenus dans ce sous-projet pourraient éventuellement être utilisés afin de développer une méthodologie permettant de construire des hydrogrammes synthétiques. Le développement de cet outil de prévision, quoique très complexe, permettrait d'améliorer la gestion des ressources hydriques.

BIBLIOGRAPHIE

BISSON J.L., JAWORSKI L., TREMBLAY D., PILON P. et VAN DIEM HOANG (1991). Gestion du risque du système hydrique de l'Outaouais. Annexe 8 : Génération stochastique des apports naturels. Rapport interne, Hydro-Québec.

BOBÉE, B. and F. ASHKAR (1991). The gamma family and derived distributions applied in hydrology. Water Resources Publications. Yevjevich Edt. 204 p.

GRUBBS, F.E. and G. BECK (1972). Extension of sample sizes and pourcentage points for significance tests of outlying observations. Technometrics, Vol. 14, No 4, pp 847-854.

LEHMANN, E.L. (1983). Theory of point estimation. John Wiley & Sons. New York.

NETER, J., WASSERMAN, W. and M.H. KUTNER (1985). Applied linear statistical models (1985). Irwin.

PERREAULT, L., ROY, R., BOBÉE, B. et L. MATHIER (1991a). Validation et estimation des apports journaliers. INRS-Eau, rapport scientifique no 271.

PERREAULT, L., ROY, R., BOBÉE, B. et L. MATHIER (1991b). Estimation régionale des débits maximums annuels X_T de période de retour T. INRS-Eau, rapport scientifique no 305.

WALD, A. and J. WOLFOWITZ (1943). An exact test for randomness in the nonparametric case based on serial correlation. Ann. Math. Stat., Vol. 14, pp 378-388.

ANNEXE A

Résultats des tests d'indépendance

**Tableau A.1. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1er mars 1976**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Mars	¹ -1.410	0.1586	0.071	0.9442
	² -1.139	0.2542	-1.191	0.2340
Avril	0.716	0.4742	0.347	0.7264
	-0.051	0.9602	-0.514	0.6100
Mai	0.277	0.7833	0.798	0.4238
	-0.878	0.3788	-0.294	0.7642
Juin	-0.639	0.5222	0.859	0.3898
	-0.311	0.7566	0.720	0.4716
Juillet	1.932	0.0536	1.377	0.1676
	-0.521	0.6030	0.606	0.5418
Volumes calculés sur 3 mois				
MAM	-0.521	0.6030	1.150	0.2502
AMJ	-0.861	0.3898	1.013	0.3124
MJJ	-0.651	0.5156	0.325	0.7490

¹ 15 premiers jours du mois.

² 15 derniers jours du mois.

**Tableau A.2. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1er mars 1983**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Mars	-1.652	0.0990	0.759	0.4472
	-1.075	0.2824	-0.576	0.5620
Avril	0.228	0.8180	0.349	0.7264
	0.756	0.4472	-0.435	0.6600
Mai	-0.558	0.5754	0.481	0.6312
	-1.422	0.1556	-1.292	0.1970
Juin	-0.136	0.8886	0.401	0.6892
	-0.231	0.8180	0.607	0.5418
Juillet	1.265	0.2040	1.388	0.1646
	-0.493	0.6170	0.611	0.5418
Volumes calculés sur 3 mois				
MAM	-0.572	0.5686	-0.200	0.8414
AMJ	-0.393	0.6968	-0.231	0.8180
MJJ	-0.604	0.5486	0.044	0.9602

**Tableau A.3. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1er mars 1986**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Mars	-0.229	0.8180	0.531	0.5962
	-1.193	0.2302	-0.990	0.3222
Avril	0.424	0.6672	0.418	0.6744
	0.477	0.6312	-0.274	0.7872
Mai	-0.434	0.6600	0.240	0.8104
	-1.629	0.1032	-1.114	0.2670
Juin	-0.631	0.5222	0.506	0.6100
	-0.470	0.6384	0.597	0.5486
Juillet	1.366	0.1706	1.389	0.1646
	-0.462	0.6384	0.611	0.5418
Volumes calculés sur 3 mois				
MAM	-0.087	0.9282	-0.037	0.9680
AMJ	-0.138	0.8886	-0.149	0.8808
MJJ	-0.609	0.5418	0.095	0.9204

**Tableau A.4. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1^{er} mars 1989**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Mars	-0.992	0.3174	1.432	0.1528
	-1.265	0.2040	-0.943	0.3472
Avril	0.285	0.7718	0.356	0.7188
	0.637	0.5222	-0.144	0.8886
Mai	0.093	0.9204	0.171	0.8650
	-1.576	0.1142	-1.199	0.2302
Juin	-0.106	0.9124	0.443	0.6600
	-0.489	0.6242	0.627	0.5286
Juillet	1.290	0.1970	1.389	0.1616
	-0.480	0.6312	0.612	0.5486
Volumes calculés sur 3 mois				
MAM	-0.114	0.9044	-0.053	0.9602
AMJ	-0.052	0.9602	-0.068	0.9442
MJJ	-0.457	0.6452	0.038	0.9680

**Tableau A.5. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1ier avril 1976**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Avril	0.977	0.3270	-0.738	0.4592
	-0.375	0.7040	-0.271	0.7872
Mai	-0.831	0.4066	0.018	0.9840
	-1.832	0.0670	-1.162	0.2460
Juin	-0.376	0.7040	0.300	0.7642
	-0.399	0.6890	0.383	0.6966
Juillet	1.279	0.2006	1.445	0.1470
	-0.583	0.5550	0.342	0.7264
Août	0.535	0.5892	0.082	0.9282
	0.274	0.7794	-1.062	0.2846
Volumes calculés sur 3 mois				
AMJ	-0.831	0.4066	-1.062	0.2846
MJJ	-1.022	0.3080	-0.278	0.7794
JJA	-0.028	0.9780	0.498	0.6170

**Tableau A.6. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1^{er} avril 1983**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Avril	1.226	0.2186	1.553	0.1188
	-0.253	0.7948	0.442	0.6528
Mai	-0.326	0.7414	-0.119	0.9044
	-1.969	0.0488*	-1.606	0.1074
Juin	-0.364	0.7114	0.193	0.8414
	-0.347	0.7264	0.364	0.7188
Juillet	-0.553	0.5754	1.476	0.1388
	-0.583	0.5552	0.360	0.7188
Août	0.509	0.6100	0.076	0.9362
	0.172	0.8572	-1.062	0.2846
Volumes calculés sur 3 mois				
AMJ	-0.835	0.4010	0.180	0.8572
MJJ	-0.882	0.3734	-0.362	0.7114
JJA	-0.083	0.9282	0.478	0.6314

* Rejette l'hypothèse d'indépendance pour un niveau de signification de 5%

**Tableau A.7. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1er avril 1986**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Avril	0.774	0.4354	-0.410	0.6744
	-0.387	0.6966	-0.009	0.9920
Mai	-0.959	0.3370	-0.173	0.8572
	-2.016	0.0430*	-0.847	0.3954
Juin	-0.385	0.6966	0.344	0.7264
	-0.296	0.7642	0.407	0.6818
Juillet	1.287	0.1970	1.440	0.1498
	-0.566	0.5686	0.342	0.7300
Août	0.544	0.5824	0.080	0.9362
	0.307	0.7566	-1.062	0.2846
Volumes calculés sur 3 mois				
AMJ	-0.911	0.3576	1.405	0.1586
MJJ	-1.068	0.2844	-0.234	0.8104
JJA	0.032	0.9680	0.492	0.6170

* Rejette l'hypothèse d'indépendance pour un niveau de signification de 5%

**Tableau A.8. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1er avril 1989**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Avril	1.395	0.1616	-0.285	0.7718
	-0.086	0.9282	-0.431	0.6672
Mai	-0.739	0.4592	0.514	0.6030
	-1.046	0.2938	-0.537	0.5892
Juin	-0.652	0.5092	0.394	0.6892
	-0.487	0.6242	0.437	0.6600
Juillet	1.676	0.0930	1.432	0.1498
	-0.548	0.5824	0.343	0.7264
Août	0.525	0.5962	0.082	0.9282
	0.288	0.7718	-1.063	0.2848
Volumes calculés sur 3 mois				
AMJ	-1.064	0.2846	0.782	0.4296
MJJ	-1.071	0.2802	0.068	0.9442
JJA	-0.026	0.9760	0.506	0.6100

**Tableau A.9. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1er mai 1976**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Mai	-0.823	0.4066	-0.813	0.4122
	-1.493	0.1336	-2.055	0.0394*
Juin	-0.527	0.5962	-0.312	0.7490
	-0.747	0.4532	0.046	0.9602
Juillet	1.471	0.1416	1.546	0.1212
	-0.571	0.5686	0.114	0.9044
Août	0.527	0.5962	0.288	0.7718
	0.127	0.8966	-1.187	0.2340
Septembre	1.082	0.2758	0.278	0.7794
	1.757	0.0784	1.541	0.1236
Volumes calculés sur 3 mois				
MJJ	-0.903	0.3628	-1.517	0.1286
JJA	-0.156	0.8728	0.160	0.8728
JAS	0.740	0.4582	0.722	0.4654

* Rejette l'hypothèse d'indépendance pour un niveau de signification de 5%

**Tableau A.10. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1^{er} mai 1983**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Mai	-0.803	0.4180	0.364	0.7114
	-1.467	0.1416	-1.536	0.1236
Juin	-0.477	0.6312	-0.195	0.8414
	-0.772	0.4354	0.028	0.9744
Juillet	1.408	0.1586	1.568	0.1164
	-0.576	0.5620	0.115	0.9044
Août	0.524	0.5962	0.289	0.7718
	0.131	0.8966	-1.186	0.2340
Septembre	1.073	0.2802	0.279	0.7794
	1.760	0.0784	1.542	0.1236
Volumes calculés sur 3 mois				
MJJ	-0.921	0.3576	-0.391	0.6892
JJA	-0.171	0.8650	0.193	0.8414
JAS	0.733	0.4592	0.730	0.4654

**Tableau A.11. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes
provenant de simulations débutant le 1er mai 1986**

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Mai	-0.803	0.4180	-0.660	0.5092
	-1.441	0.1498	-1.494	0.1336
Juin	-0.532	0.5892	-0.396	0.6892
	-0.783	0.4296	-0.047	0.9602
Juillet	1.398	0.1616	1.543	0.1214
	-0.561	0.5754	0.122	0.8966
Août	0.514	0.6030	0.289	0.7718
	0.102	0.9124	-1.186	0.2340
Septembre	1.060	0.2892	0.280	0.7794
	1.744	0.0802	1.541	0.1236
Volumes calculés sur 3 mois				
MJJ	-0.822	0.4066	-0.428	0.6672
JJA	-0.212	0.8258	0.127	0.8966
JAS	0.714	0.4716	0.726	0.4654

Tableau A.12. Statistique R_c et seuil observé P : séries de volumes provenant de simulations débutant le 1er mai 1989

Période	SIM I		SIM II	
	R_c	P	R_c	P
Volumes calculés sur 15 jours				
Mai	-0.218	0.8258	-0.631	0.5286
	-1.984	0.0466*	-1.366	0.1706
Juin	-0.620	0.5352	-0.124	0.8966
	-0.497	0.6170	0.138	0.8886
Juillet	1.548	0.1272	1.449	0.1470
	-0.567	0.5686	0.082	0.9362
Août	0.580	0.5620	0.286	0.7718
	0.329	0.7414	-1.194	0.2302
Septembre	1.166	0.2420	0.274	0.7794
	1.756	0.0784	1.543	0.1212
Volumes calculés sur 3 mois				
MJJ	-1.016	0.3078	-1.127	0.2584
JJA	-0.111	0.9124	0.160	0.8728
JAS	0.869	0.3844	0.683	0.4902

* Rejette l'hypothèse d'indépendance pour un niveau de signification de 5%

A N N E X E B

**Réprésentations graphiques simultanées des ajustements
des lois gamma (G2), Pearson Type3 (P3), log-Pearson Type3 (LP3)
et gamma généralisée (GG)**

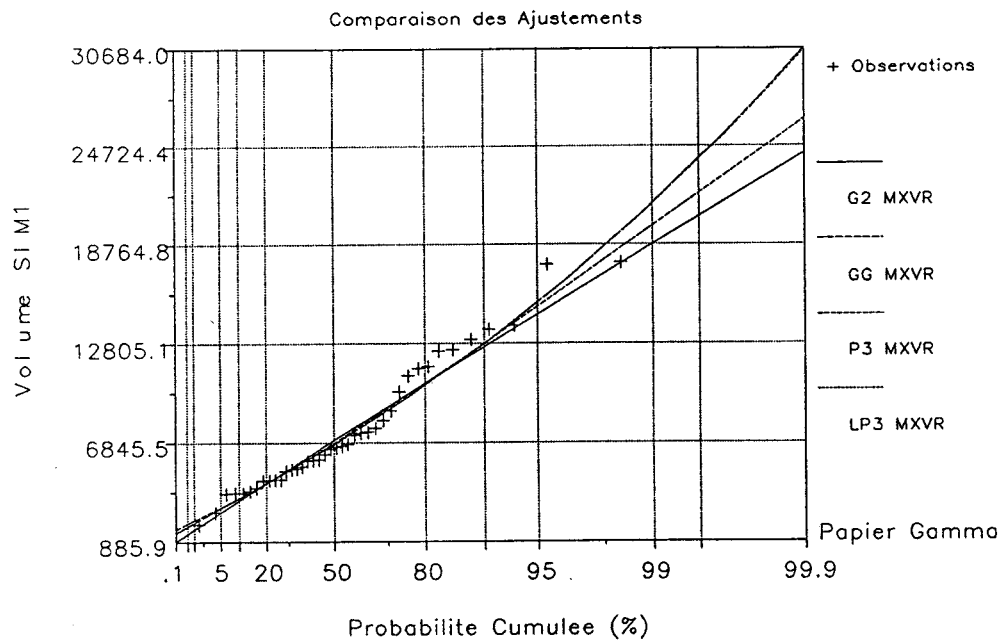


Figure B.1. Comparaison des ajustements, mai 1983 (SIM I)

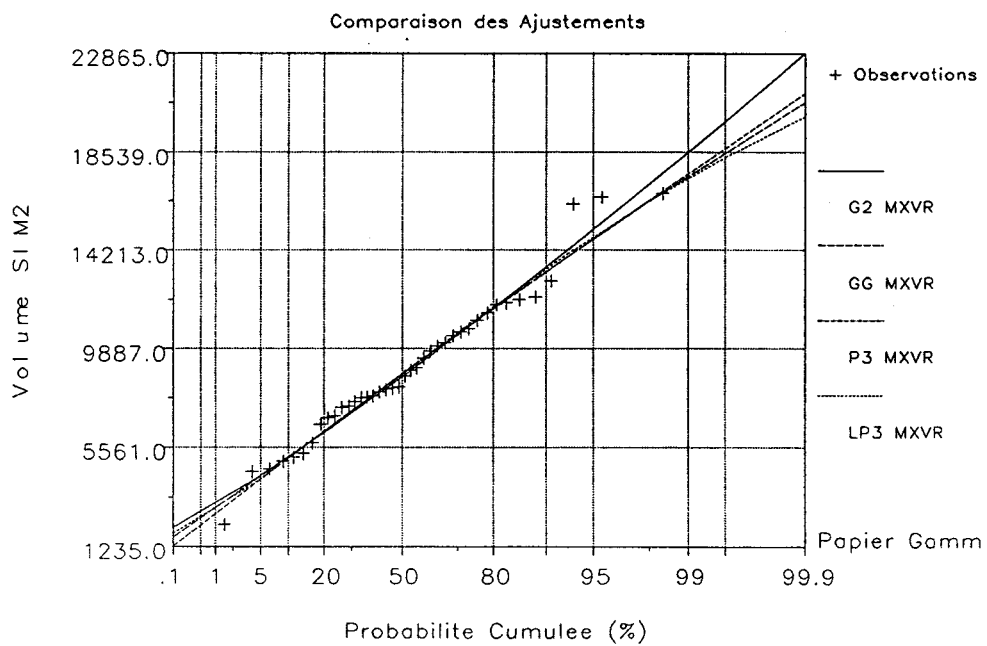


Figure B.2. Comparaison des ajustements, mai 1983 (SIM II)

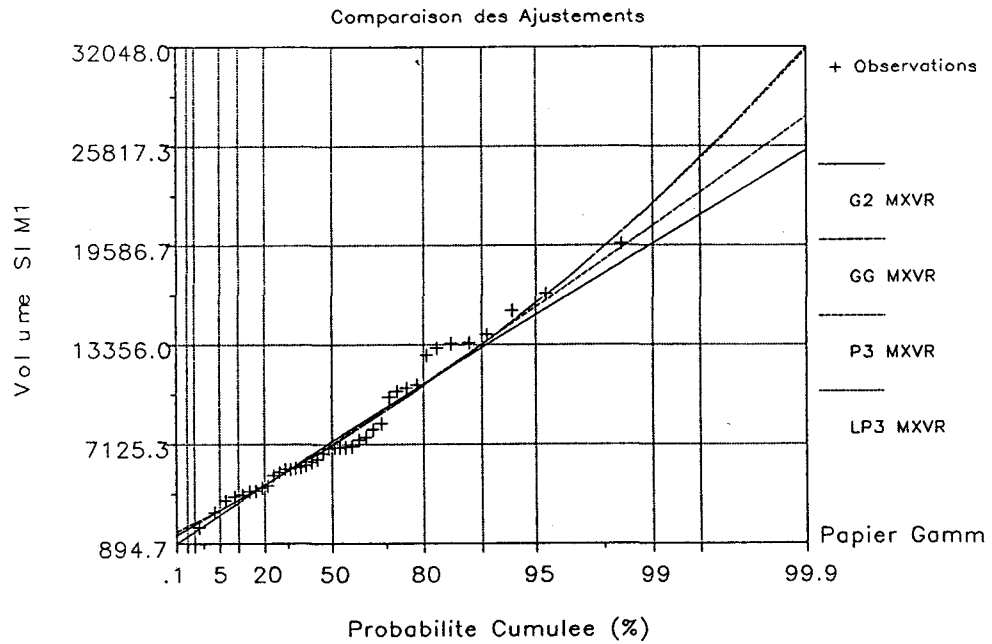


Figure B.3. Comparaison des ajustements, mai 1989 (SIM I)

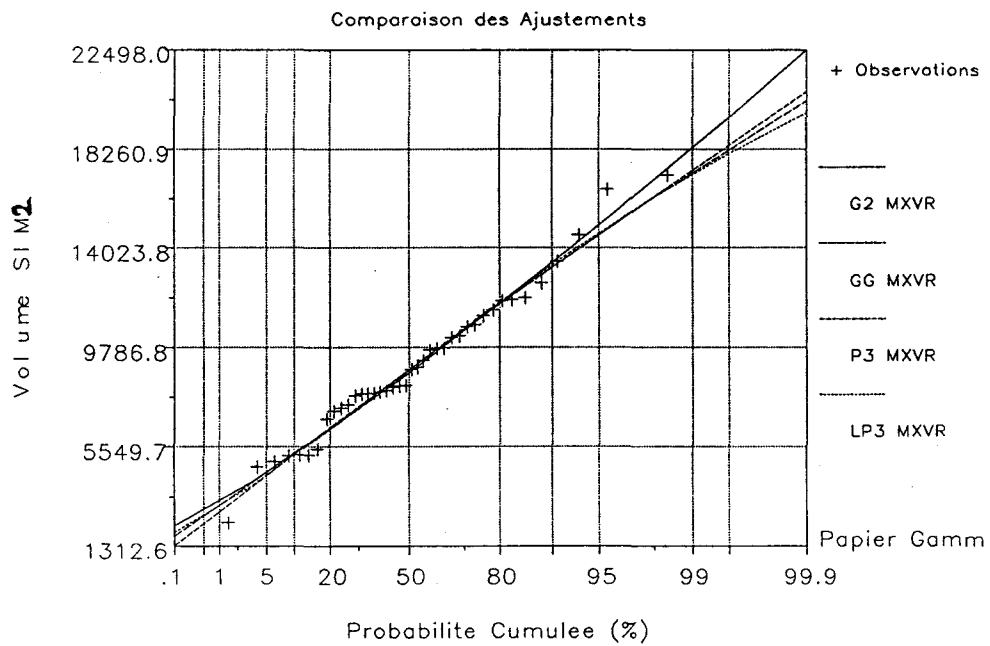


Figure B.4. Comparaison des ajustements, mai 1989 (SIM II)

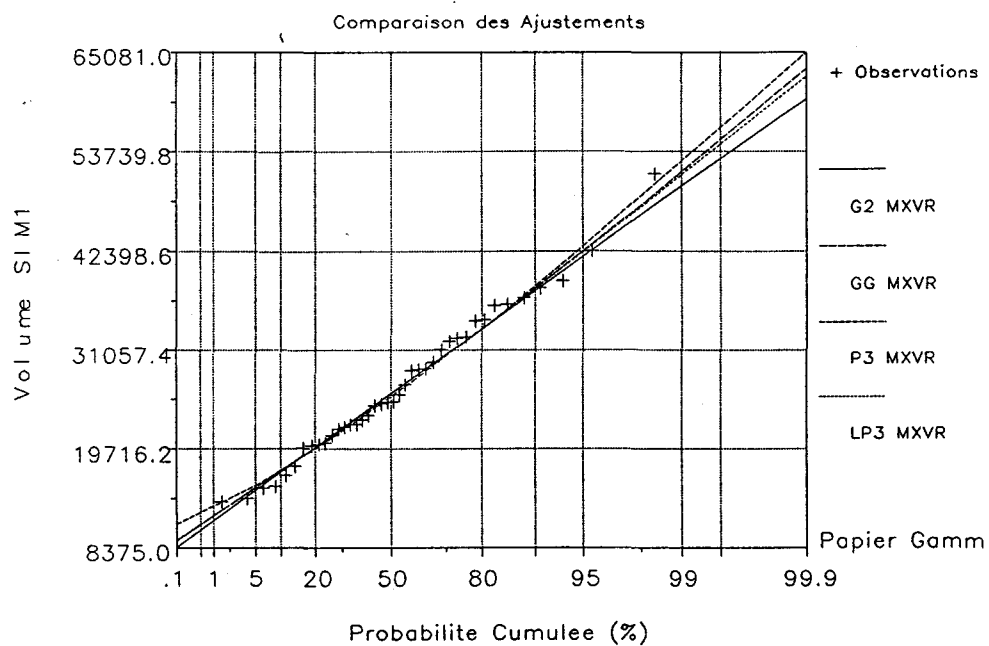


Figure B.5. Comparaison des ajustements, mars-avril-mai 1983 (SIM I)

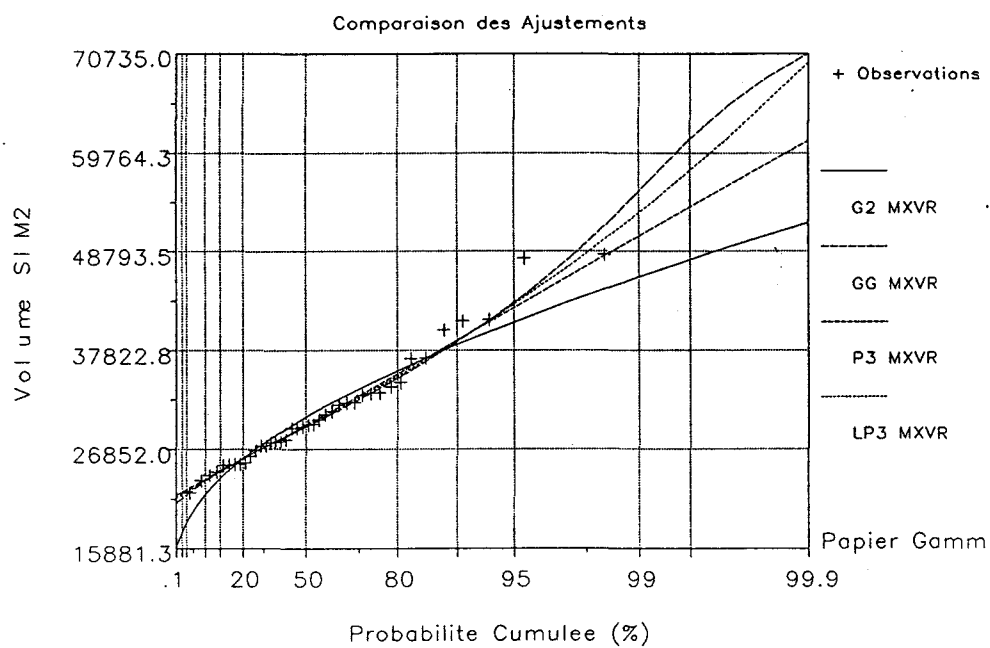


Figure B.6. Comparaison des ajustements, mars-avril-mai 1983 (SIM II)

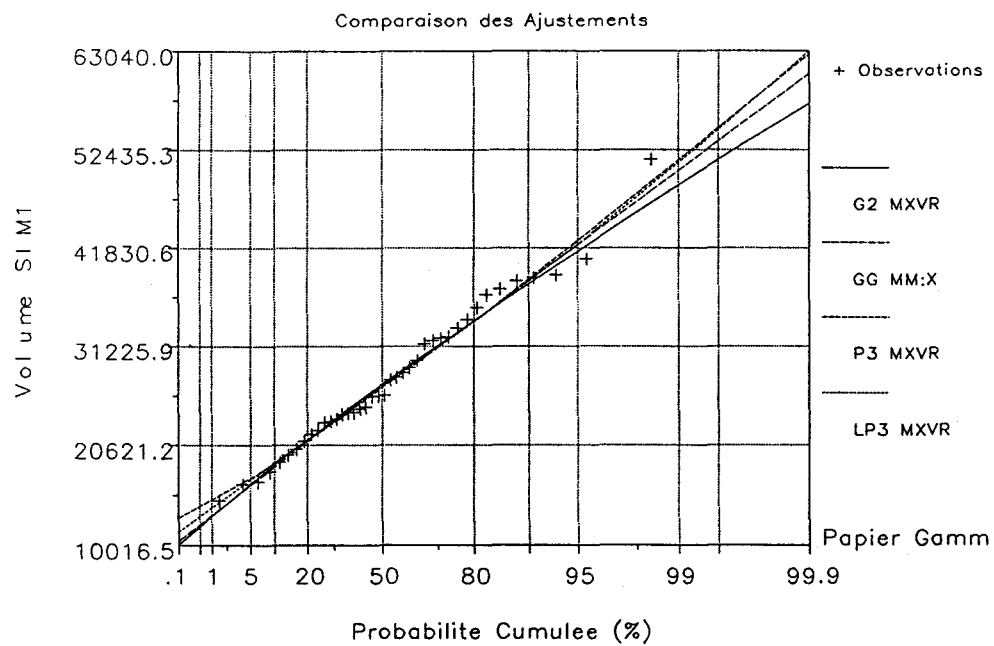


Figure B.7. Comparaison des ajustements, mars-avril-mai 1989 (SIM I)

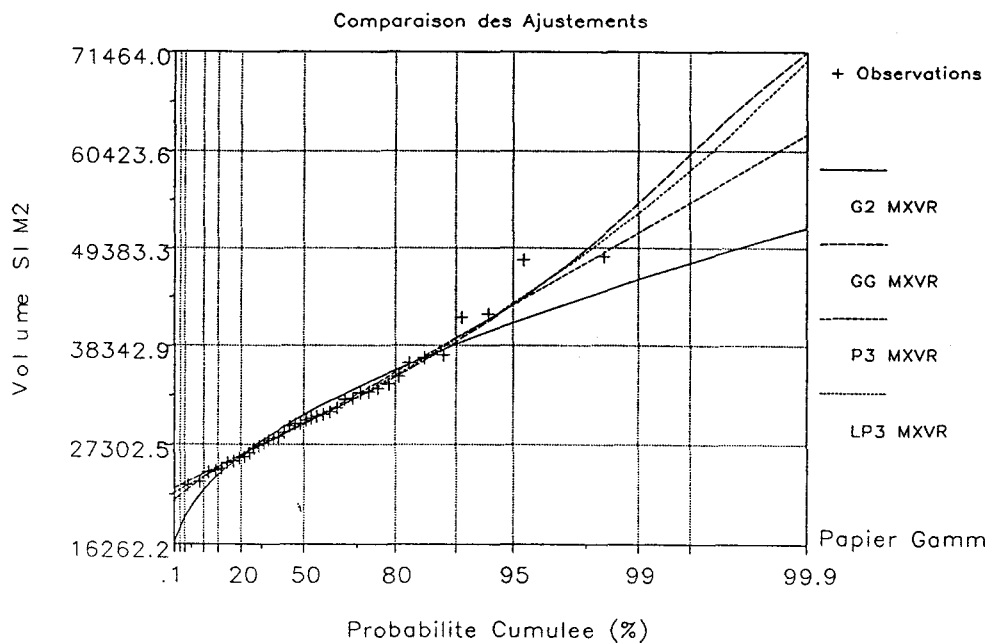


Figure B.8. Comparaison des ajustements, mars-avril-mai 1989 (SIM II)

ANNEXE C

**Prévisions des pointes P_T associées aux volumes V_T
pour l'année 1989**

Tableau C.1. Prédictions des pointes associées aux volumes de période de retour T pour SIM I (mars-avril-mai, 1989)

$1/T$	V_T	P_T	$s(P_T)$	Intervalle de confiance à 95%	
0.001	57449.25	2051.566	251.143	1544.005	2559.127
0.005	51377.73	1837.757	241.549	1349.586	2325.928
0.010	48586.01	1739.447	238.049	1258.349	2220.544
0.020	45648.16	1635.990	235.027	1161.001	2110.980
0.050	41458.79	1488.462	231.939	1019.711	1957.212
0.100	37951.81	1364.963	230.497	899.127	1830.800
0.200	33970.75	1224.770	230.148	759.639	1689.901
0.300	31276.90	1129.906	230.693	663.675	1596.138
0.500	27140.33	984.237	232.744	513.861	1454.613
0.700	23386.43	852.043	235.849	375.392	1328.695
0.800	21295.50	778.411	238.075	297.262	1259.561
0.900	18612.12	683.916	241.432	195.981	1171.852
0.950	16578.64	612.307	244.339	118.497	1106.117
0.980	14479.60	538.387	247.654	37.880	1038.890
0.990	13188.72	492.931	249.846	-12.008	997.871
0.995	12081.67	453.946	251.816	-54.974	962.868
0.999	10016.47	381.220	255.707	-135.564	898.005

Tableau C.2. Prédictions des pointes associées aux volumes de période de retour T pour SIM II (mars-avril-mai, 1989)

1/T	V_T	P_T	$s(P_T)$	Intervalle de confiance à 95%	
0.001	62289.59	2222.018	260.572	1695.402	2748.635
0.005	54504.19	1947.855	246.162	1450.361	2445.350
0.010	51083.77	1827.405	241.152	1340.036	2314.775
0.020	47606.98	1704.970	236.965	1226.063	2183.877
0.050	42892.22	1538.940	232.831	1068.388	2009.492
0.100	39194.11	1408.711	230.887	942.086	1875.333
0.200	35312.25	1272.011	230.112	806.953	1737.069
0.300	32902.12	1187.138	230.289	721.723	1652.554
0.500	29591.50	1070.555	231.352	602.991	1538.119
0.700	27054.55	981.216	232.800	510.720	1451.709
0.800	25858.06	939.082	233.670	466.827	1411.337
0.900	24570.44	893.738	234.744	419.319	1368.157
0.950	23790.32	866.266	235.459	390.402	1342.130
0.980	23164.79	844.238	236.068	367.144	1321.333
0.990	22867.82	833.781	236.368	356.079	1311.482
0.950	22663.03	826.569	236.579	348.441	1304.697
0.999	22392.22	817.032	236.864	338.330	1295.735

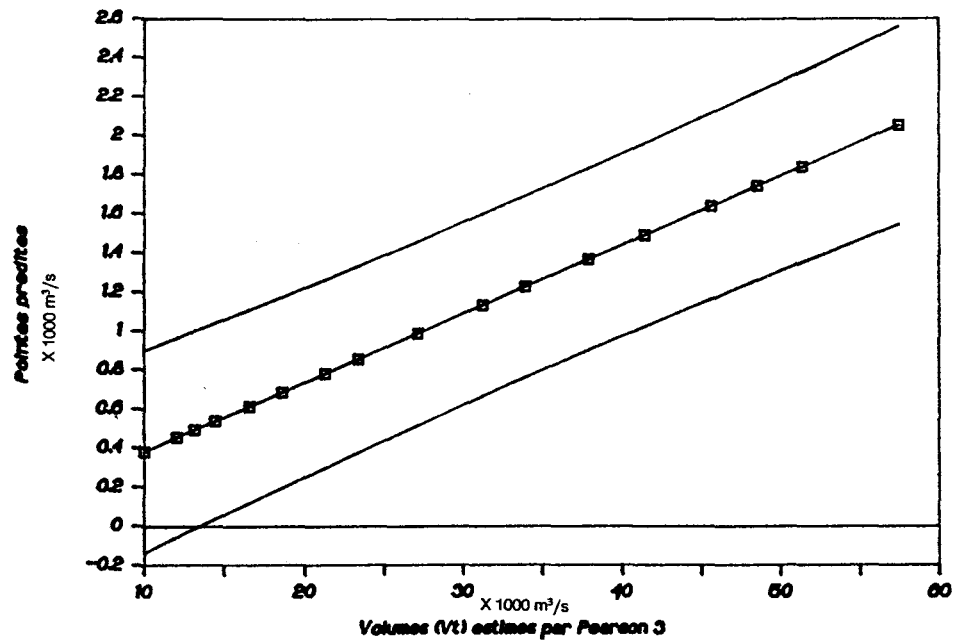


Figure C.1. P_T en fonction de V_T , mars-avril-mai, 1989 (SIM I)

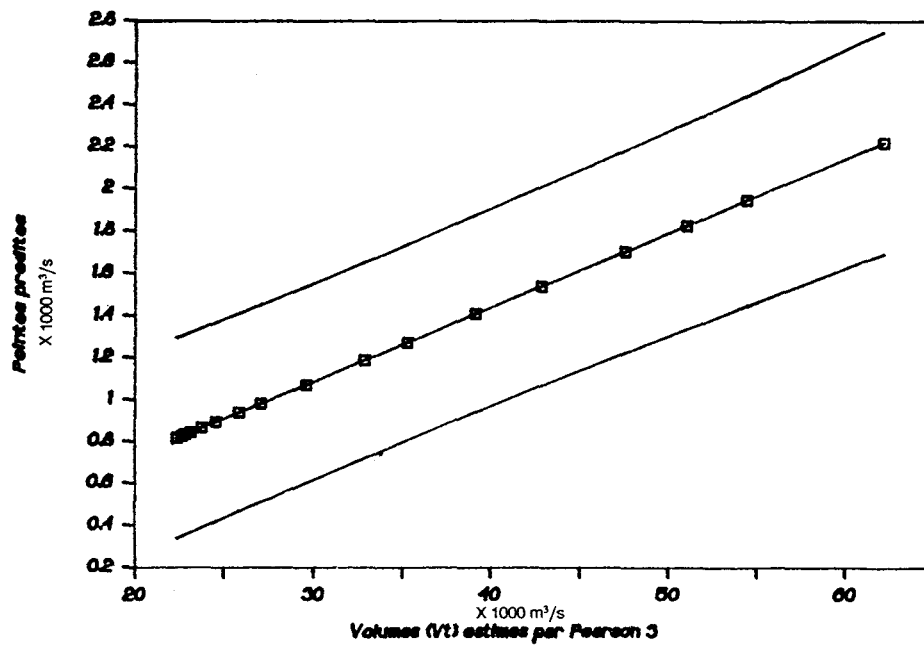


Figure C.2. P_T en fonction de V_T , mars-avril-mai, 1989 (SIM II)