

**Record Number:**  
**Author, Monographic:** Perreault, L./Roy, R./Bobée, B./Mathier, L.  
**Author Role:**  
**Title, Monographic:** Validation et estimation des apports journaliers  
**Translated Title:**  
**Reprint Status:**  
**Edition:**  
**Author, Subsidiary:**  
**Author Role:**  
**Place of Publication:** Québec  
**Publisher Name:** INRS-Eau  
**Date of Publication:** 1991  
**Original Publication Date:** Juin 1991  
**Volume Identification:**  
**Extent of Work:** iv, 33  
**Packaging Method:** pages  
**Series Editor:**  
**Series Editor Role:**  
**Series Title:** INRS-Eau, Rapport de recherche  
**Series Volume ID:** 271  
**Location/URL:**  
**ISBN:** 2-89146-268-8  
**Notes:** Rapport annuel 1991-1992  
**Abstract:** 10.00\$  
**Call Number:** R000271  
**Keywords:** rapport/ ok/ dl

**Rapport scientifique No 271**

par

**Luc Perreault  
René Roy  
Bernard Bobée  
Louis Mathier**

**VALIDATION ET ESTIMATION  
DES APPORTS JOURNALIERS**

Jun 1991

**INRS-Eau  
Université du Québec  
C.P. 7500  
Sainte-Foy, Québec  
G1V 4C7**

## TABLE DES MATIERES

Liste des figures.....	ii
Liste des tableaux.....	iii
Liste des principales abréviations .....	iv
1. INTRODUCTION .....	1
1.1 Problématique.....	1
1.2 Objectifs du sous-projet 1.....	3
2. DESCRIPTION DES DONNÉES HYDROLOGIQUES.....	4
3. MODELE D'ESTIMATION ET DE VALIDATION DES APPORTS .....	7
3.1 Correction a priori de l'apport non-filtré.....	8
3.2 Modèle spatiale.....	11
3.3 Modèle temporel .....	12
3.4 Calcul des poids $\omega_s$ et $\omega_t$ .....	18
4. APPLICATION DE LA MÉTHODE AUX SITES TÉMOINS.....	19
5. GÉNÉRALISATION DU MODELE A L'ENSEMBLE DES 84 BASSINS D'HYDRO-QUÉBEC.....	25
6. CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.....	27
BIBLIOGRAPHIE.....	28
ANNEXE A : Exemple de calcul d'une prévision.....	29

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1. Calcul de l'apport par bilan hydrique.....	2
Figure 2.1. Les 84 stations et réservoirs du réseau hydrométrique d'Hydro-Québec.....	5
Figure 2.2. Variables fournies par Hydro-Québec.....	6
Figure 3.1. Apports non-filtrés au réservoir LG3, crue 1988.....	8
Figure 3.2. Procédure de correction a priori de l'apport naturel.....	9
Figure 3.3. Apports corrigés au réservoir LG3, crue 1988.....	10
Figure 3.4. Algorithme de l'estimation récursive.....	14
Figure 3.5. Application de l'estimation récursive au bassin Baskatong.....	16
Figure 3.6. Évolution des paramètres et des poids estimés au bassin Baskatong.....	17
Figure 4.1. Application de la méthode au bassin Baskatong.....	21
Figure 4.2. Application de la méthode au bassin Outardes 4.....	22
Figure 4.3. Application de la méthode au bassin La Grande 3.....	23

## **LISTE DES TABLEAUX**

<b>Tableau 2.1. Propriétés des variables utilisées.....</b>	<b>6</b>
<b>Tableau 4.1. Paramètres estimés pour les trois sites témoins .....</b>	<b>20</b>

## LISTE DES PRINCIPALES ABRÉVIATIONS

$AFI_j^A$  : apport filtré (modèle de série de Fourier) du jour j au site A

$ANF_j^A$  : apport non-filtré du jour j au site A (apport naturel)

$AMP_{\max}^A$  : amplitude absolue maximale au site A calculée sur les historiques

$AMP_j^A$  : amplitude observée le jour j au site A en temps réel

$APC_j^A$  : apport corrigé du jour j au site A

$APP_j^A$  : prévision provisoire de l'apport du jour j au site A (estimation récursive)

$APR_j^A$  : apport prévu du jour j au site A selon le modèle déterministe pluie-débit

$APS_j^A$  : apport prévu du jour j au site A selon le modèle spatial

$APT_j^A$  : apport prévu du jour j au site A selon le modèle temporel

$APV_j^A$  : apport validé du jour j au site a (estimation de l'apport le plus probable)

$APV_j^B$  : apport validé du jour j au site B, le site voisin

ERM : l'écart relatif moyen

$SCR_s$  : la somme des carrés des résidus du modèle spatial

$SCR_t$  : la somme des carrés des résidus du modèle temporel

## 1. INTRODUCTION

Ce projet conjoint Université / Industrie est une collaboration entre INRS-Eau et Hydro-Québec. Il est échelonné sur deux ans (janvier 1989 - janvier 1991) et subventionné par le Conseil National de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada. Ce projet de recherche a pour thème principal "la validation des données d'apports naturels: modélisation des volumes et des débits, à un site et régionalement". Il se divise en trois sous-projets principaux:

1- Validation et estimation des apports

2- Modélisation des pointes et des volumes

3- Régionalisation

Ce document vise à présenter les résultats des travaux de recherches concernant le sous-projet 1 "Validation et estimation des apports". Ceux des deux autres sous-projets sont présentés dans Perreault *et al* (1991a, b).

### 1.1 Problématique

La connaissance des apports naturels, c'est-à-dire de la quantité d'eau arrivant (donc de l'énergie disponible) à l'amont d'un ouvrage hydraulique, est très importante pour Hydro-Québec. En effet, c'est à partir des estimations d'apports naturels sur une base journalière qu'Hydro-Québec peut :

- optimiser la gestion des ressources hydriques, c'est-à-dire assurer un bon remplissage des réservoirs et minimiser les volumes d'eau déversés mais non-turbinés;
- minimiser les risques d'inondation, ce qui est particulièrement important dans le cas de quelques réservoirs situés près des zones urbaines;
- réduire les risques de bris de barrages.

Cette gestion s'effectue à l'aide d'un modèle déterministe pluie-débit développé à Hydro-Québec qui prévoit à chaque site les apports journaliers futurs APR (apport prévu) à partir de la connaissance actuelle des processus hydrologiques, des conditions météorologiques et des apports naturels mesurés que nous notons ANF (apports non-filtrés). L'apport naturel,

dit mesuré, est en fait calculé par bilan hydrique. La Figure 1.1 et l'équation (1.1) illustrent ce calcul.

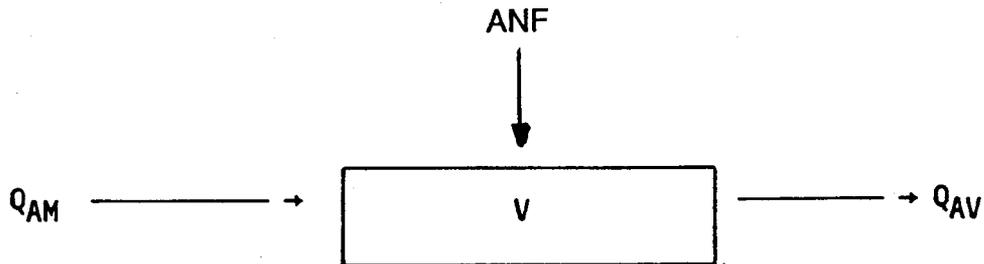


Figure 1.1. Calcul de l'apport par bilan hydrique.

$$\frac{V_2 - V_1}{T_2 - T_1} = Q_{AV} - Q_{AM} - ANF \quad (1.1)$$

où

ANF est l'apport naturel moyen en m<sup>3</sup>/s, pendant le temps  $\Delta T = T_2 - T_1$ ,

$Q_{AM}$  est le débit moyen pendant  $\Delta T$  provenant d'un site en amont. S'il n'y a pas de site à l'amont,  $Q_{AM} = 0$ ,

$Q_{AV}$  est le débit moyen relâché au site pendant  $\Delta T$ , et

$V_2$  et  $V_1$  sont les volumes du réservoir au site aux temps  $T_2$  et  $T_1$ , obtenus à partir des niveaux  $H$  par une relation d'emmagasinement  $V(H)$ .

En pratique, on simule 40 scénarios équiprobables d'apports journaliers sur une période pouvant aller jusqu'à un an (Bisson et Roberge (1978)). Cependant, la modélisation des processus hydrologiques (apport des eaux souterraines, infiltration, fonte des neiges) peut conduire à des valeurs APR entachées d'une certaine erreur. En effet, les variables utilisées à l'entrée du modèle sont souvent mesurées avec peu de précision. Ces erreurs de mesure peuvent s'accumuler et introduire un biais qui affecte la prévision à moyen terme. Il importe donc de minimiser ces erreurs pour s'assurer d'une prévision

fiable à court terme. La méthode que privilégie Hydro-Québec consiste à comparer régulièrement à chaque site les valeurs issues du modèle APR avec les données d'apport naturel ANF et à ajuster certains paramètres du modèle en fonction des différences observées à chaque jour. Or, la mesure de l'apport naturel à un site ANF est souvent erronée ou manquante (bris d'appareil ou problèmes de transmission). La connaissance de ANF étant essentielle au bon fonctionnement de l'ensemble du système de prévision et de gestion des ressources hydriques, il importe donc de vérifier et éventuellement de corriger ANF.

Hydro-Québec a développé un modèle du type série de Fourier qui corrige les mesures d'apports naturels historiques (Charbonneau et Bérubé (1987)). Cette modélisation diminue de façon significative les fluctuations improbables observées dans les séries d'apports ANF. Ces nouvelles mesures, notées AFI (apports filtrés), constituent la banque d'historiques d'apports d'Hydro-Québec et sont considérées comme les apports journaliers les plus probables. Ce modèle possède tout de même quelques inconvénients, dont le principal réside dans le fait qu'il nécessite la connaissance des apports futurs  $j+1$ ,  $j+2$ , ...,  $j+n$  pour corriger l'apport naturel du jour  $j$ . On ne peut donc appliquer ce filtre en temps réel.

## 1.2 Objectifs du sous-projet 1

Le sous-projet "Validation et estimation des apports" a comme objectif principal le développement d'une procédure fournissant, de façon journalière, une estimation de la valeur de l'apport le plus probable pour chaque bassin du réseau. Plus précisément, la méthode de validation et d'estimation doit

- valider en temps réel l'apport naturel donné à chaque jour
- remplacer un apport naturel rejeté par la validation, donc improbable
- corriger un apport naturel non-rejeté par la validation mais jugé peu probable par Hydro-Québec (il peut induire de trop fortes fluctuations journalières)
- remplacer une donnée d'apport manquante

Ce rapport décrit le développement d'un modèle de validation et d'estimation des apports naturels ANF. Contrairement au modèle du type série de Fourier qu'Hydro-Québec utilise actuellement, celui que l'on propose est applicable en temps réel. Il permet donc de corriger l'apport ANF immédiatement après l'avoir mesuré. De plus, comme on le

verra dans la section 4 du présent rapport, les estimations issues de ce modèle ne sous-estiment pas en général les débits de pointes, ce qui, en période de crue, est fort important pour gérer de façon optimale les ressources hydriques.

Tout d'abord, à la section 2, nous décrivons brièvement les données hydrologiques nécessaires au développement du modèle proposé. Ces données sont fournies par Hydro-Québec. Dans la section 3, nous décrivons en détail le modèle utilisé pour corriger les apports naturels journaliers. Ce modèle est constitué de deux prévisions, une composante *spatiale* qui utilise entre autres l'information régionale, et une composante *temporelle* qui tient compte de la dépendance journalière des apports. Ensuite, à la section 4, nous appliquons cette modélisation à trois bassins témoins, Baskatong, LG3 et Outardes 4 qui, selon Hydro-Québec, sont représentatifs de l'ensemble du réseau hydrographique. Finalement, ce rapport présente la généralisation et l'automatisation de la procédure pour l'ensemble des 84 sites du réseau et donne quelques recommandations sur son application.

## 2. DESCRIPTION DES DONNÉES HYDROLOGIQUES

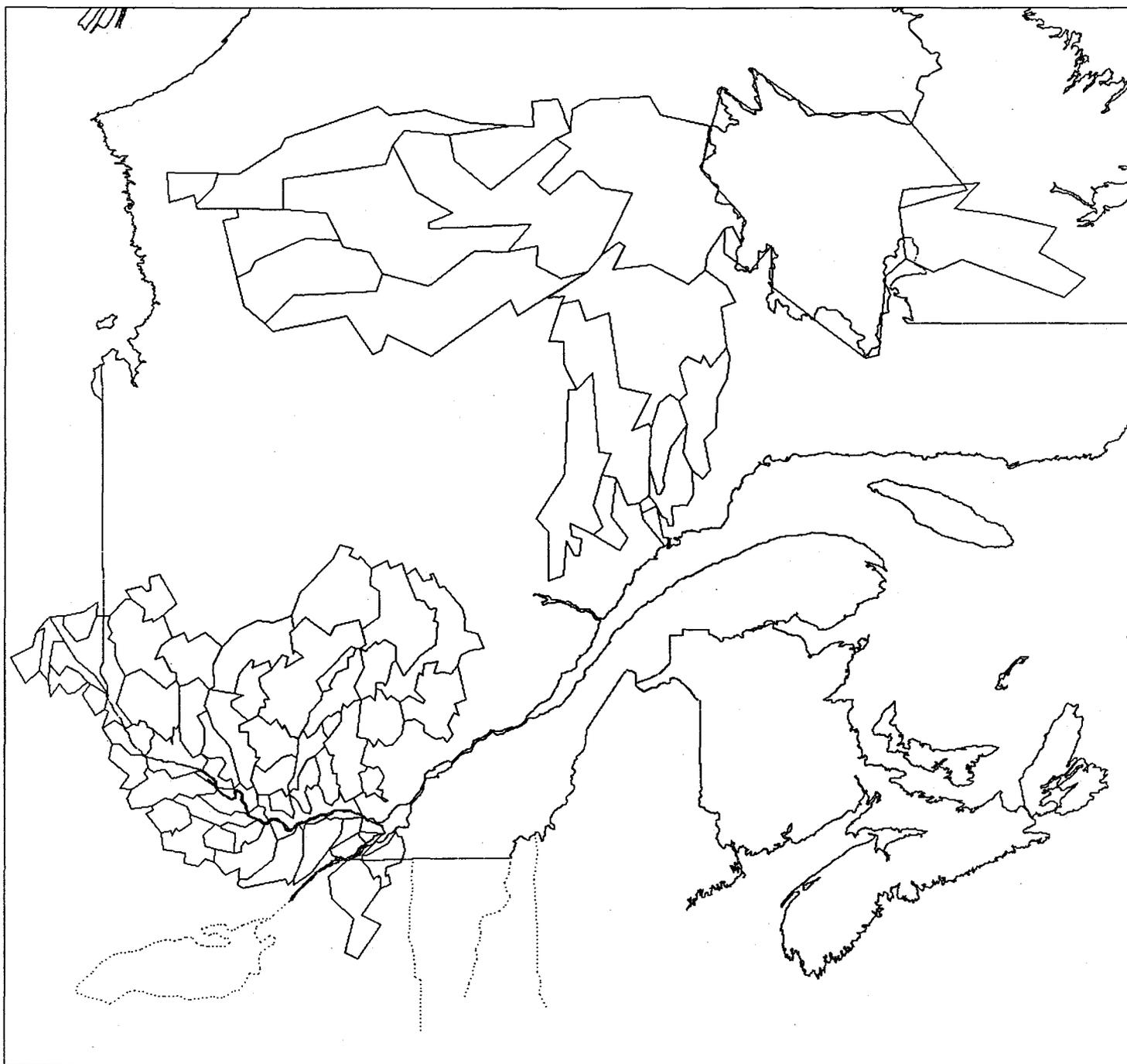
Le réseau hydrométrique d'Hydro-Québec est constitué de 12 stations en rivières naturelles mesurant les valeurs de débits. De plus, les données d'apports naturels, calculées par bilan hydrique selon l'équation (1.1), sont disponibles pour 72 réservoirs. On compte donc 84 sites où sont mesurés quotidiennement les débits. Les contours des bassins versants associés à chacun de ces sites sont illustrés à la Figure 2.1.

La banque de données fournie à INRS-Eau contient pour chaque site les apports naturels (ANF), les apports filtrés (AFI)<sup>1</sup> et les apports prévus (APR), tous donnés sur une base journalière pour une période de cinq ans, soit de 1984 à 1988. De plus, pour chacun de ces sites, Hydro-Québec a identifié dix rivières ou bassins voisins auxquels ils ont donné une cote de pertinence et de proximité. Ces cotes nous permettent, lors de l'application du modèle de validation et d'estimation, de sélectionner un bassin ou une rivière dont les apports ont un comportement similaire à ceux que l'on veut valider. Ces mesures de débits sont utilisées comme information complémentaire régionale.

La Figure 2.2 et le Tableau 2.1 illustrent et résument les propriétés de ces différentes mesures sur lesquelles repose l'élaboration du modèle de validation et d'estimation des apports les plus probables.

---

<sup>1</sup> Les valeurs AFI fournies ne sont pas toutes issues de la validation selon la méthode de Charbonneau et Bérubé (1987); mais généralement par une procédure analogue.



**Figure 2.1.** Les 84 stations et réservoirs du réseau hydrométrique d'Hydro-Québec.

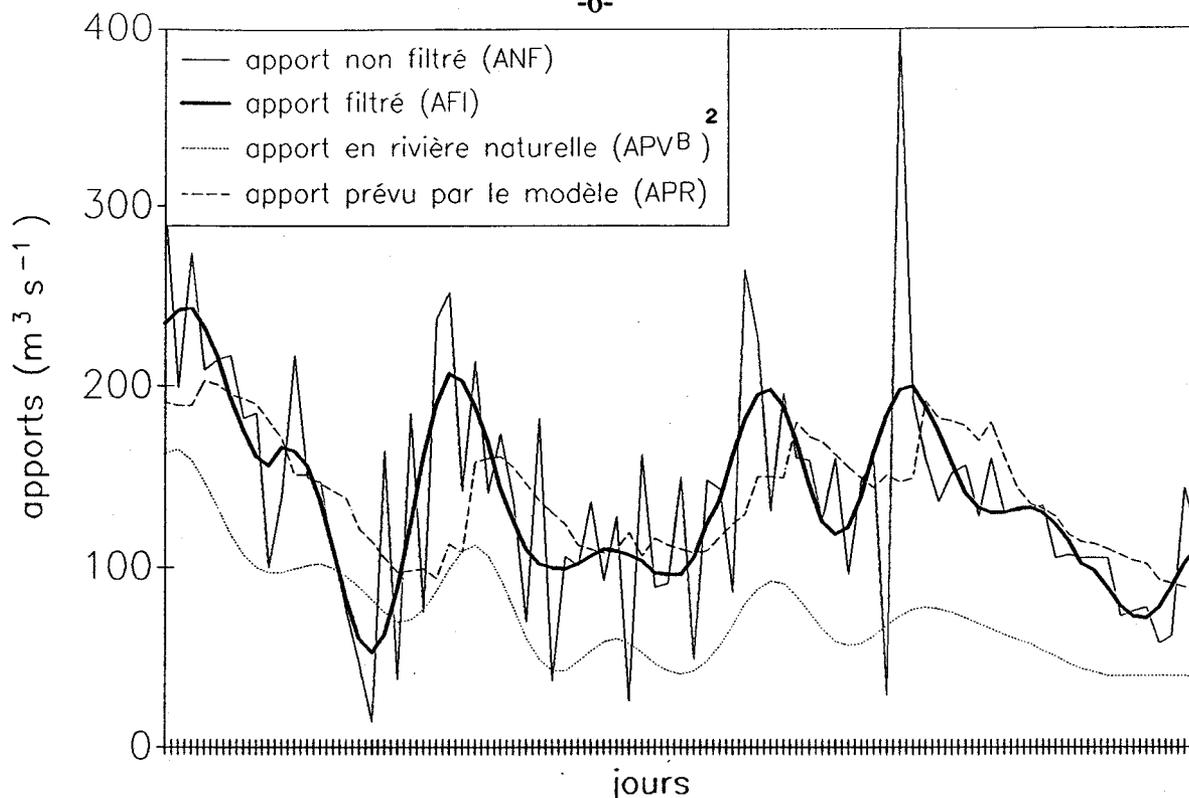


Figure 2.2. Variables fournies par Hydro-Québec.

Tableau 2.1. Propriétés des variables utilisées.

	avantages	inconvénients
ANF	<p>disponible en temps réel</p> <p>donnée mesurée</p>	<p>fluctuations journalières de grande amplitude</p>
AFI	<p>fluctuations journalières de faible amplitude</p> <p>hydrogramme analogue à celui de rivières naturelles</p>	<p>le filtre n'est pas applicable en temps réel</p> <p>pas disponible pour chaque réservoir</p>
APV <sup>B</sup>	<p>disponible en temps réel</p> <p>mesure d'excellente qualité</p>	<p>décalage avec les données du réservoir considéré</p>
APR	<p>disponible en temps réel</p> <p>fonction de la météo</p>	<p>décalage possible selon la calibration du modèle</p> <p>dépend de la qualité de la prévision météo</p>

<sup>2</sup> APV<sup>B</sup> est l'apport en rivière naturelle au site B, voisin du site A à valider (voir section 3.2).

### 3. MODELE D'ESTIMATION ET DE VALIDATION DES APPORTS

L'approche traditionnelle utilisée pour faire de la prévision nécessite le choix du modèle le plus approprié parmi ceux qui s'appliquent au phénomène étudié. Bien que cette approche soit optimale lorsque l'objectif principal est l'analyse fonctionnelle du phénomène, elle peut être moins efficace lorsque le but est d'obtenir la meilleure prévision possible. Ceci est principalement dû au fait qu'en considérant un seul modèle on néglige des informations supplémentaires pertinentes basées sur d'autres variables ou d'autres relations fonctionnelles entre les variables.

Une alternative à l'approche classique est d'assembler l'information de différents modèles en combinant leurs prévisions. Cette approche est d'autant plus intéressante que les modèles utilisent de l'information de nature différente. Plusieurs auteurs ont étudié ce type d'approche, citons entre autres Winkler et Makridakis (1983), Bates et Granger (1969) et Roche et Tamin (1987). Ils combinent les prévisions en utilisant des moyennes pondérées. Cette procédure permet de considérer l'adéquation relative de chaque modèle ainsi que les covariances des erreurs de prévisions entre les différents modèles.

Nous avons adopté cette approche pour corriger et valider les mesures d'apports naturels. Deux modèles sont combinés pour obtenir une estimation de l'apport le plus probable: un modèle *spatial* qui inclut de l'information régionale et physiographique, et un modèle *temporel* qui tient compte du caractère autorégressif des mesures d'apports journaliers. La nature différente de ces deux types d'information devrait améliorer la prévision.

Formellement, l'apport validé du jour  $j$  au site  $A$ ,  $APV_j^A$ , s'exprime de la manière suivante :

$$APV_j^A = \omega_s APS_j^A + \omega_t APT_j^A, \quad (3.1)$$

où  $APS_j^A$  et  $APT_j^A$  sont respectivement les prévisions de l'apport le plus probable du modèle *spatial* et du modèle *temporel* et,  $\omega_s$  et  $\omega_t$ , leurs poids respectifs. Ces poids sont fonctions de la somme des carrés des résidus des modèles et sont tels que  $\omega_s + \omega_t = 1$ .

Dans ce qui suit, nous présentons une première correction effectuée sur les mesures d'apports naturels (section 3.1). Cette correction, effectuée a priori, nous permet d'éliminer les mesures tout à fait improbables (débits négatifs, débits induisant des fluctuations énormes) qui pourraient fausser l'estimation des paramètres de nos modèles.

De plus, cette première étape permet la reconstitution des apports manquants. Ensuite, dans les sections 3.2 et 3.3, les modèles *spatial* et *temporel* font l'objet d'une étude détaillée. Nous décrivons la construction de ceux-ci ainsi que leur application en temps réel. Enfin, à la section 3.4, le calcul des poids  $\omega_s$  et  $\omega_t$  affectés aux prévisions respectives est expliqué.

### 3.1 Correction a priori de l'apport non-filtré

La Figure 3.1 représente les apports naturels ( $ANF_j$ ) journaliers de l'année 1988 au site LG3 pendant la période de crue printanière. On remarque principalement deux grandes fluctuations : l'apport ANF passe de 1979 m<sup>3</sup>/s au jour 119 à 136 m<sup>3</sup>/s au jour 120, et de 1775 m<sup>3</sup>/s au jour 140 à 133 m<sup>3</sup>/s au jour 141 (jour 1 = 1<sup>er</sup> janvier). Celles-ci sont jugées, par Hydro-Québec, comme étant improbables. On observe aussi plusieurs mesures d'apports négatifs (les jours 131, 174 et 177) ce qui, en réalité, est impossible compte tenu de notre climat. En effet, cette valeur étant calculée par bilan hydrique (équation 1.1), un apport négatif signifierait que l'évaporation du plan d'eau excède la somme des débits des tributaires alimentant le réservoir.

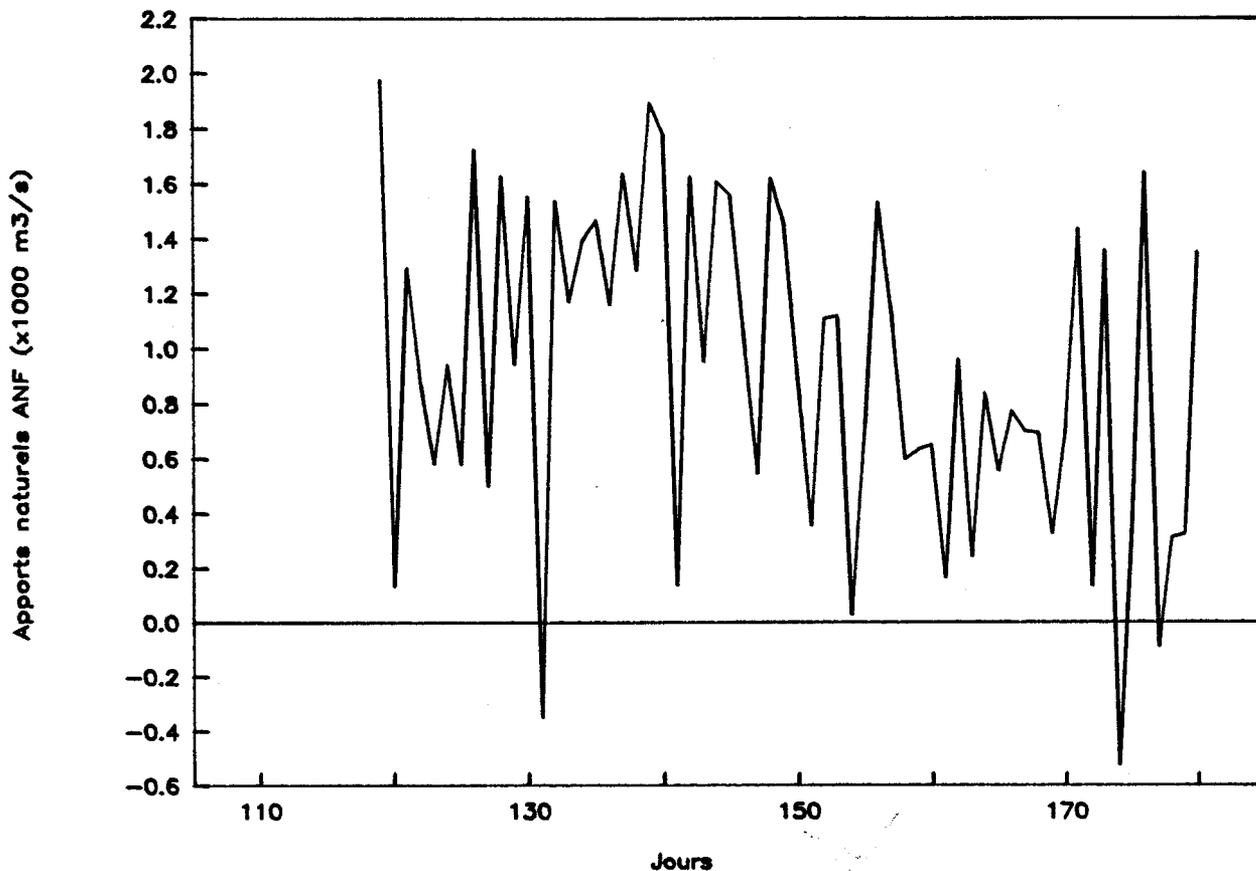


Figure 3.1. Apports non-filtrés au réservoir LG3, crue 1988.

De tels apports improbables doivent être examinés, éventuellement corrigés ou tout simplement éliminés de l'échantillon avant de procéder à l'estimation des paramètres de nos modèles. Pour ce faire, nous avons convenu d'effectuer une correction journalière des mesures. La correction a priori de l'apport naturel est effectuée de la manière suivante: dans un premier temps, on examine, au site A, la série des apports historiques ( $AFI_j^A$ ) afin de déterminer l'amplitude absolue maximale observée sur N jours que l'on définit comme

$$AMP_{\max}^A = \text{Max} \{ |AFI_j^A - AFI_{j-1}^A|, j = 1, \dots, N \}.$$

Une fois cette amplitude déterminée, on l'utilise comme valeur critique afin d'éliminer les mesures d'apports aberrantes qui pourraient influencer grandement la prévision. L'utilisation de  $AMP_{\max}^A$  est justifiée par le fait que les apports filtrés  $AFI_j^A$  sont considérés par Hydro-Québec comme étant les plus probables. Il est donc naturel, en admettant cette hypothèse, de corriger en temps réel l'apport  $ANF_j^A$  lorsque l'amplitude observée,  $|ANF_j^A - APV_{j-1}^A|$ , est supérieure à  $AMP_{\max}^A$ . Si tel est le cas, nous remplaçons l'apport naturel par la demi-somme des apports déjà validés des deux jours précédents,  $APV_{j-1}^A$  et  $APV_{j-2}^A$ . Nous avons favorisé l'emploi de cette moyenne pour imputer une valeur à la série en raison du caractère autorégressif des mesures d'apports journaliers. Si par contre l'amplitude observée est inférieure à l'amplitude maximale, on garde la valeur observée,  $ANF_j^A$ . Nous notons l'apport corrigé  $APC_j^A$ .

La figure 3.2 résume schématiquement cette première étape de la validation et de l'estimation de l'apport le plus probable telle qu'effectuée en temps réel.

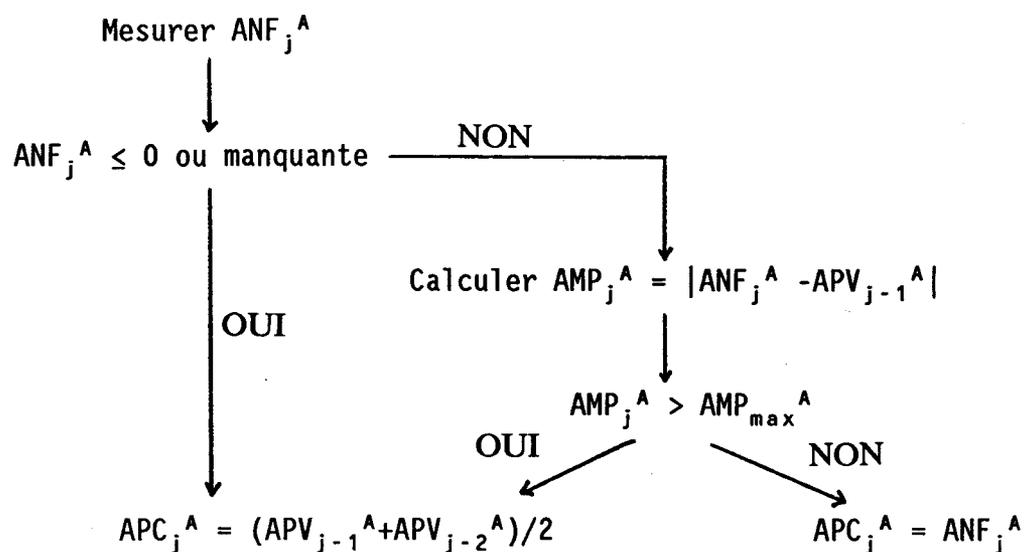


Figure 3.2. Procédure de correction a priori de l'apport naturel.

Si on applique cette correction aux données du site LG3 présentées à la figure 3.1, nous obtenons les résultats de la figure 3.3.

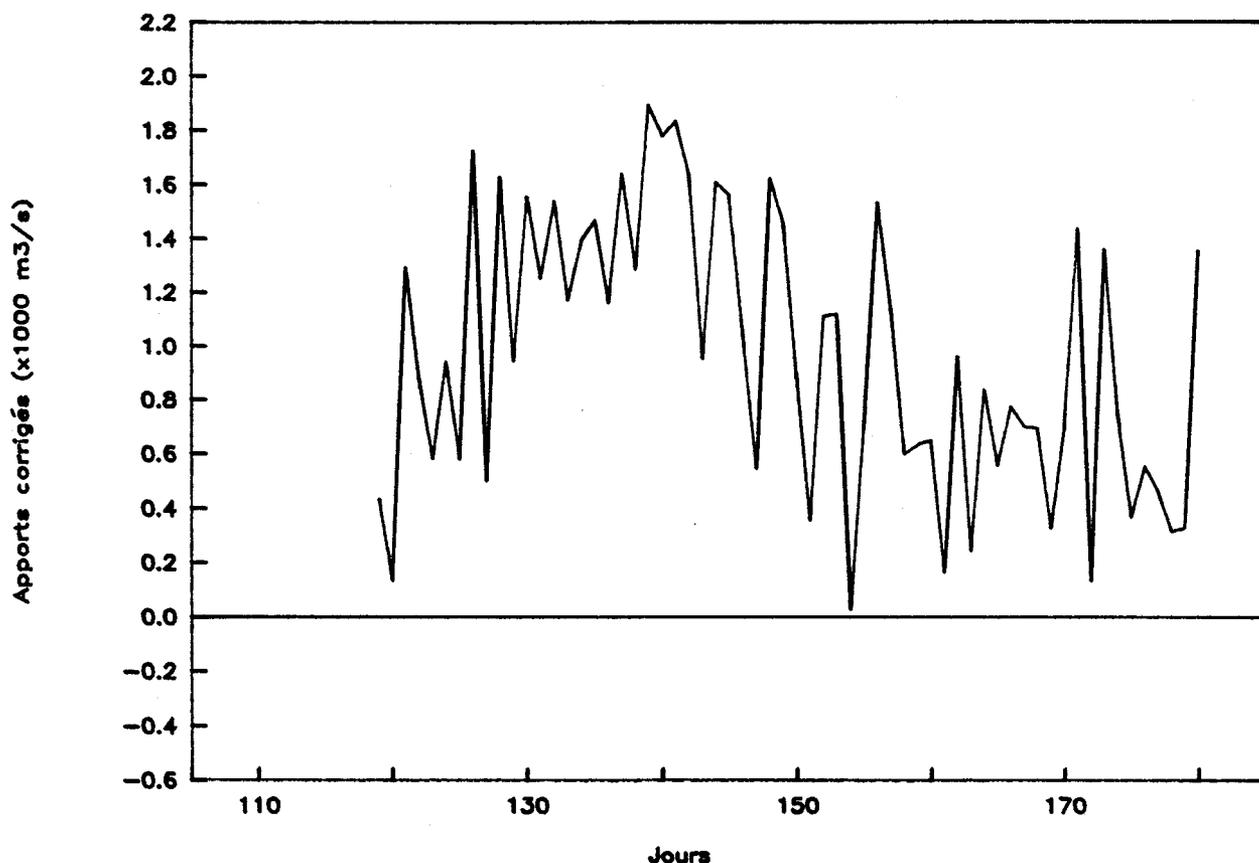


Figure 3.3. Apports corrigés au réservoir LG3, crue 1988.

On constate, dans un premier temps, que les valeurs d'apports naturels (ANF) qui engendraient les deux grandes fluctuations (jours 119 et 141) sont corrigées. Elles ont été ramenées à des valeurs plus réalistes (plus proche de la moyenne). On remarque ensuite que les apports négatifs ont aussi été corrigés.

Il est important de noter que cette procédure de correction, la première étape de l'estimation des apports les plus probables, n'affecte que les apports négatifs et les très grandes fluctuations (fluctuations jugées improbables par Hydro-Québec). Cette procédure de validation est donc conservatrice : la combinaison de modèles permettra ensuite de corriger les fluctuations moins importantes mais qui, selon Hydro-Québec, doivent être revues.

### 3.2 Modèle spatial

Rappelons tout d'abord que les apports filtrés (AFI) obtenus à l'aide d'un modèle du type série de Fourier sur les séries de données historiques sont considérés, par Hydro-Québec, comme les apports les plus probables et donc ceux que l'on doit chercher à reconstituer. Ainsi, on peut redéfinir l'objectif principal de ce sous-projet comme suit : reconstituer, pour chaque bassin du réseau, la série des apports filtrés (AFI) à l'aide de variables mesurées en temps réel seulement. Ainsi, pour les deux composantes, la variable AFI est employée comme variable dépendante dans les modèles théoriques nous permettant d'estimer, dans une première étape, les paramètres associés aux variables explicatives utilisées lors de la prévision en temps réel.

Cette prévision en temps réel de l'apport le plus probable du jour  $j$  au site A, selon le modèle spatial, notée  $APS_j^A$ , est fonction des trois variables explicatives suivantes mesurées aussi le jour  $j$  :

- $APC_j^A$ , l'apport corrigé, tel que défini à la section 3.1;
- $APV_j^B$ , l'apport déjà estimé par le modèle final (eq. 3.1) pour un site voisin choisi à partir de sa corrélation avec le site d'intérêt A et des cotes de pertinence et de proximité;
- $APR_j^A$ , l'apport prévu par le modèle déterministe pluie-débit

Plus précisément, on exprime l'apport prévu du jour  $j$  au site A par le modèle spatial,  $APS_j^A$ , comme suit :

$$APS_j^A = b_0 + b_1 APC_j^A + b_2 APV_j^B + b_3 APR_j^A \quad (3.2)$$

où  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  sont les estimations des paramètres  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\beta_3$  obtenus par la régression multiple effectuée a priori sur les données historiques à partir du modèle théorique suivant

$$AFI_j^A = \beta_0 + \beta_1 APC_j^A + \beta_2 AFI_j^B + \beta_3 APR_j^A \quad (3.3)$$

On remarque ainsi que  $APS_j^A$  est l'estimation recherchée de  $AFI_j^A$ , l'apport que Hydro-Québec considère le plus probable. On note aussi, dans l'équation (3.3), que les variables APC et APR, obtenues directement des historiques, sont utilisées telles quelles pour estimer les paramètres. Toutefois, la variable  $APV_j^B$  de l'équation (3.2) (expression utilisée en temps réel) est remplacée par la variable  $AFI_j^B$  dans le modèle théorique (équation 3.3) : APV ne pouvant être calculé à partir des historiques, on ne peut l'utiliser

lors de l'estimation des paramètres (équation 3.3). Cette substitution est justifié puisque la variable AFI est susceptible d'avoir un comportement semblable à APV (APV est une estimation de AFI). De cette façon, l'estimation du paramètre associé à APV,  $b_2$ , devrait être adéquate.

La composante spatiale a l'avantage de contenir de l'information au site d'intérêt, grâce à la variable  $APC_j^A$ , de l'information régionale, par l'entremise de la variable  $APV_j^B$ , et de l'information concernant les processus hydrologiques, provenant de la variable  $APR_j^A$  obtenue d'un modèle déterministe. Toutefois, la prévision tirée de ce modèle ne tient pas compte d'une caractéristique très importante des mesures d'apports journaliers : la dépendance de ces données. C'est pourquoi, nous avons jugé bon de combiner cette prévision spatiale à une prévision issue d'un modèle autorégressif d'ordre 1. La section qui suit décrit cette composante temporelle.

### 3.3 Modèle temporel

Les mesures d'apports journaliers sont autocorrélés, c'est-à-dire que l'apport du jour  $j$  est influencé par l'apport des jours précédents. Pour tenir compte de cette caractéristique des données, nous combinons une deuxième prévision à la composante spatiale de la section 3.2. Cette seconde estimation de l'apport le plus probable du jour  $j$  au site A est fonction des variables explicatives suivantes :

- $APC_j^A$ , l'apport corrigé au site d'intérêt, tel que défini à la section 3.1;
- $APV_{j-1}^A$ , l'apport de la veille au site d'intérêt, déjà estimé par le modèle global (equation 3.1, apport validé)

Plus précisément, cette prévision en temps réel, que nous appelons "temporelle" et que nous notons  $APT_j^A$ , s'exprime de la manière suivante :

$$APT_j^A = a_0 + a_1 APC_j^A + a_2 APV_{j-1}^A \quad (3.4)$$

où  $a_0$ ,  $a_1$  et  $a_2$  sont les estimations des paramètres  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  obtenues par une régression multiple effectuée sur les données historiques à partir du modèle théorique:

$$AFI_j^A = \alpha_0 + \alpha_1 APC_j^A + \alpha_2 AFI_{j-1}^A \quad (3.5)$$

On remarque qu'ici aussi  $APC_j^A$  apparaît dans le modèle comme variable explicative. Cette variable est donc utilisée dans les deux composantes, spatiale et temporelle, ce qui donne à la mesure prise au site d'intérêt le jour de la prévision, un poids important dans l'estimation finale. On note de plus, dans le modèle théorique nous

permettant d'estimer les paramètres (equation 3.5), que la variable  $APV_{j-1}^A$  est remplacée par  $AFI_{j-1}^A$ . Ceci est dû au fait que  $APV_j^A$  n'est pas calculable à partir des historiques. L'emploi de  $AFI_{j-1}^A$  est justifié parce que  $APV_{j-1}^A$  est une estimation de  $AFI_{j-1}^A$  et donc une variable au comportement hydrologique semblable.

Toutefois l'utilisation de  $AFI_{j-1}^A$  comme variable explicative cause quelques problèmes. Cette variable étant fortement corrélée avec la variable dépendante (même variable, mais décalée d'un jour), elle obtient un poids très grand lors de l'estimation des paramètres  $\alpha_i$ , au détriment de la variable  $APC_j^A$ . De plus, la variance expliquée du modèle temporel devient très élevée. Ceci a pour effet de donner un poids  $\omega_t$  élevé à la composante temporelle, dans le modèle global (équation 3.1), par rapport au poids  $\omega_s$  associé à la composante spatiale qui est presque négligeable. L'estimation des paramètres est donc grandement affectée et par conséquent les prévisions sont moins bonnes. En effet :

- 1) Les prévisions finales  $APV_j^A$ , résultant du modèle (3.1), sont fortement décalées par rapport à nos valeurs cibles, les  $AFI_j^A$ .
- 2) On sous-estime de beaucoup les apports maximums.

Pour résoudre ces problèmes de prévision, qui pourraient influencer grandement la prise de décision lors de la gestion des ressources hydriques d'un bassin donné, nous avons envisagé une estimation récursive des paramètres afin d'obtenir une meilleure prévision de  $APT_j^A$ . Cette méthode a pour but de diminuer l'influence qu'a la variable  $AFI_{j-1}^A$  sur l'estimation des différents paramètres. En fait, on cherche à augmenter la variabilité de cette variable (construite par lissage de type série de Fourier) afin qu'elle ait un comportement un peu plus similaire (plus de fluctuations) à  $APV_{j-1}^A$ , la variable utilisée en temps réel (éq. 3.4). L'algorithme donné à la figure 3.4 résume cette procédure itérative nous permettant d'estimer les paramètres  $\alpha_i$  du modèle temporel. On suppose que les paramètres du modèle spatial ont été estimés au préalable (équations 3.2 et 3.3) et que la prévision de l'apport issue de ce modèle est disponible ( $APS_j^A$ ).

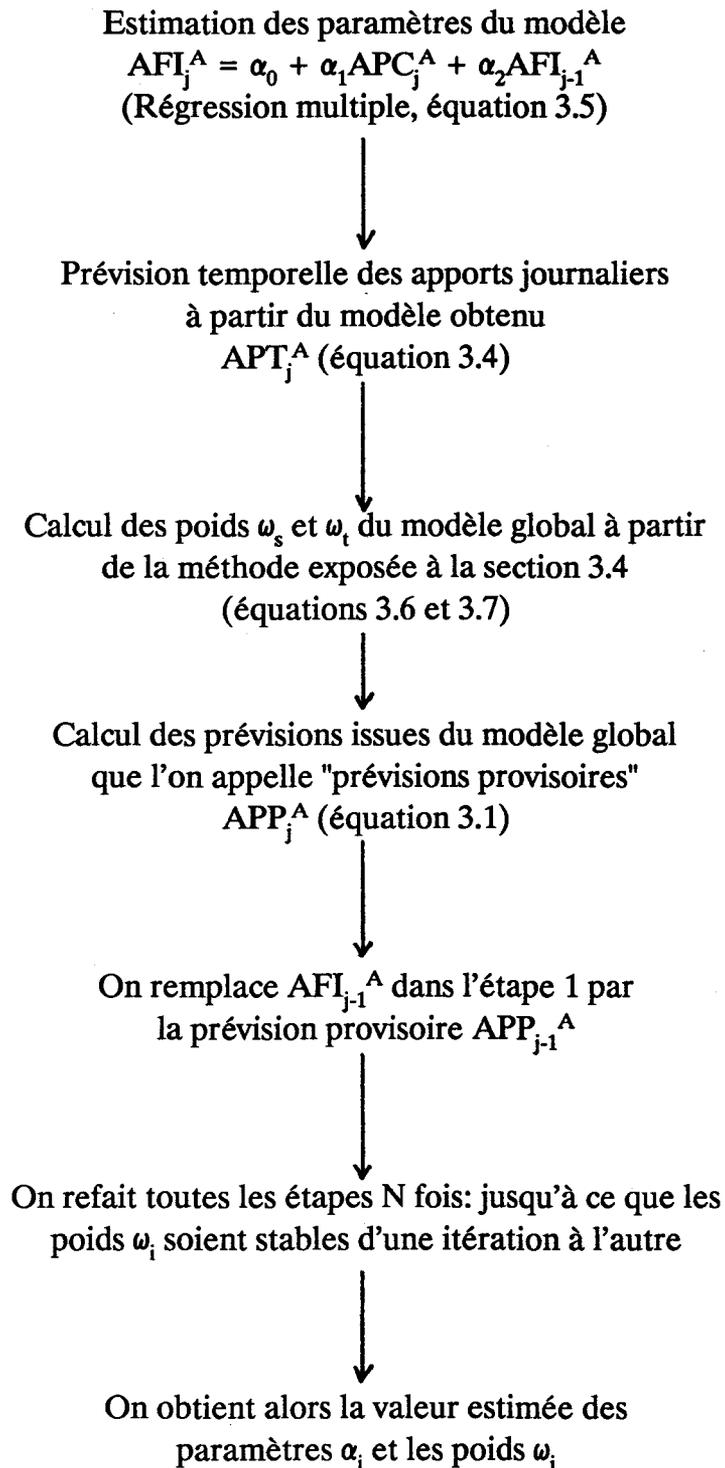


Figure 3.4. Algorithme de l'estimation récursive.

Cette procédure nous permet d'obtenir des estimations des paramètres plus réalistes. De plus, nous corrigeons les problèmes de prévisions décalées et de sous-estimation des pointes. La Figure 3.5 donne un exemple de l'application de cet algorithme, au bassin Baskatong, le site voisin utilisé dans le modèle spatial étant la rivière Gatineau à Rapide Ceizur. Les différents paramètres des modèles ont été estimés à l'aide des données historiques des années 1985 à 1987 selon les méthodes présentées aux sections 3.1, 3.2, 3.3 et 3.4. Notons que ces estimations ont été effectuées séparément pour les apports mesurés en période de crue et en période hors crue. Une fois l'estimation des paramètres complétée, nous avons prédit les apports journaliers de l'année 1988. Les prévisions  $APV_j^A$  obtenues pour quatre itérations ainsi que les apports filtrés  $AFI_j^A$ , nos cibles, sont représentées dans la figure 3.5. Pour mieux observer l'évolution de nos prévisions d'une itération à l'autre, nous avons agrandi une portion du graphique. Cette partie correspond à la crue printanière observée au bassin Baskatong en 1988.

On remarque principalement, qu'après une seule itération, c'est-à-dire lorsque le modèle temporel contient la variable  $AFI_{j-1}^A$  intacte, la courbe des apports prévus ( $APV_j^A$ ) est très décalée par rapport à celle des apports filtrés (considérés comme les plus probables). De plus, on sous-estime grandement les deux pointes. On note, par contre, qu'après quelques itérations (dans ce cas, à la deuxième), nous corrigeons les problèmes de décalage et de sous-estimation. Ainsi, on reproduit mieux la série des apports filtrés lorsque les paramètres et les poids sont estimés à l'aide de la procédure itérative.

Nous avons aussi étudié l'évolution des poids,  $\omega_s$  et  $\omega_t$ , et des paramètres estimés,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . Pour ce faire, nous avons mis en relation les valeurs des différents poids et paramètres estimés en fonction des quatre itérations et ce, séparément pour les périodes de crue et hors crue. Les résultats sont présentés à la Figure 3.6. On tire de ces graphiques les observations suivantes :

- Les valeurs se stabilisent rapidement (après 2 itérations);
- L'évolution semble quelque peu différente pour les deux périodes. En particulier, les valeurs des paramètres semblent plus variables d'une itération à l'autre en période de crue.

Cet exercice a été réalisé pour d'autres bassins ayant des mesures d'apports naturels beaucoup plus variables (plus de fluctuations). Les conclusions obtenues sont sensiblement les mêmes sauf que la procédure nécessite plus d'itérations pour atteindre la stabilité. En moyenne, quatre itérations sont suffisantes. Nous avons donc choisi de mettre fin à l'estimation récursive après quatre itérations, et ce systématiquement pour tous les sites. Nous avons aussi remarqué que pour certains sites la différence dans l'évolution des valeurs des poids et des paramètres estimés pour les deux périodes est plus accentuée, ce

qui justifie une estimation indépendante pour les prévisions en temps de crue et en période hors crue.

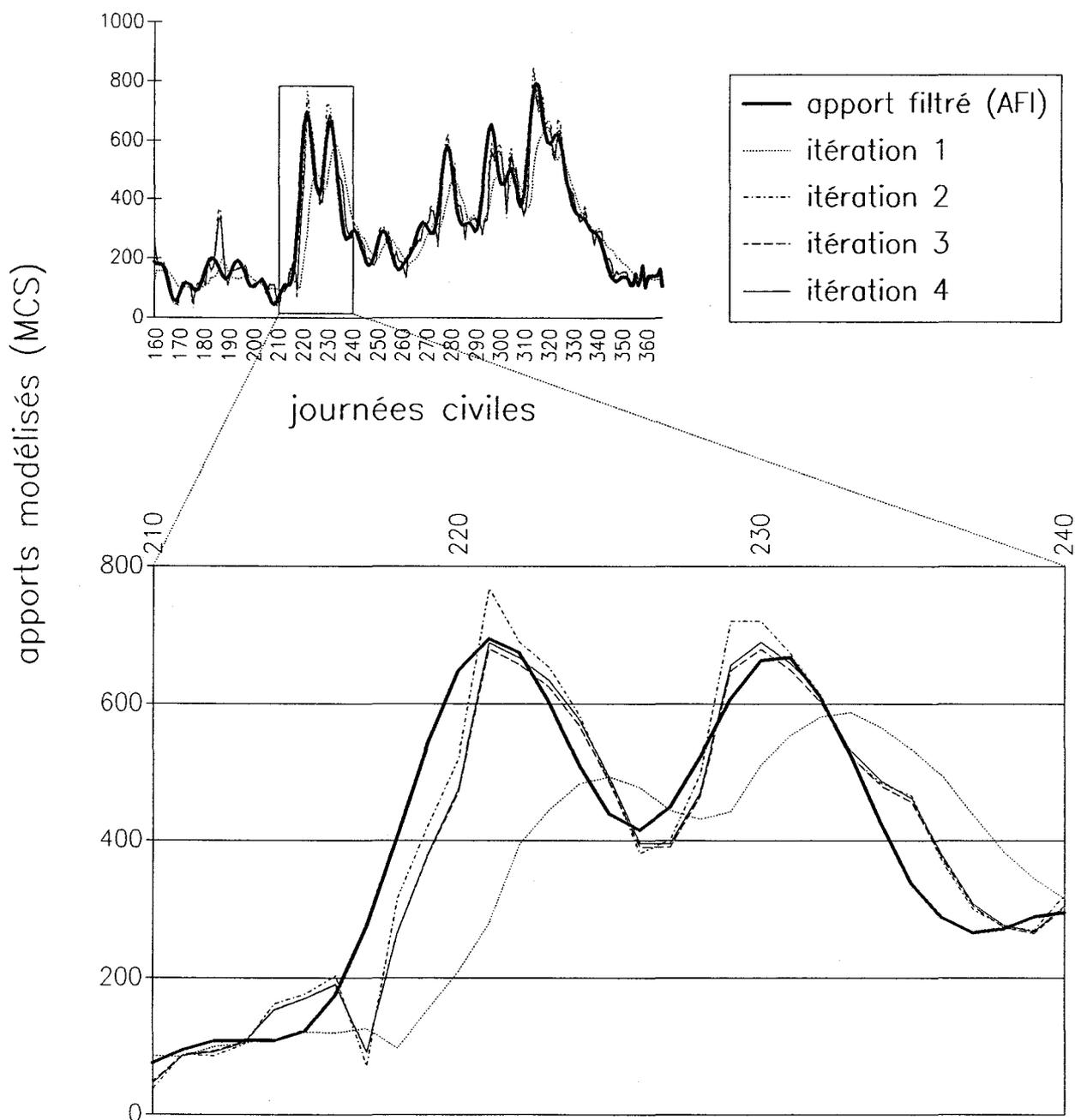


Figure 3.5. Application de l'estimation récursive au bassin Baskatong.

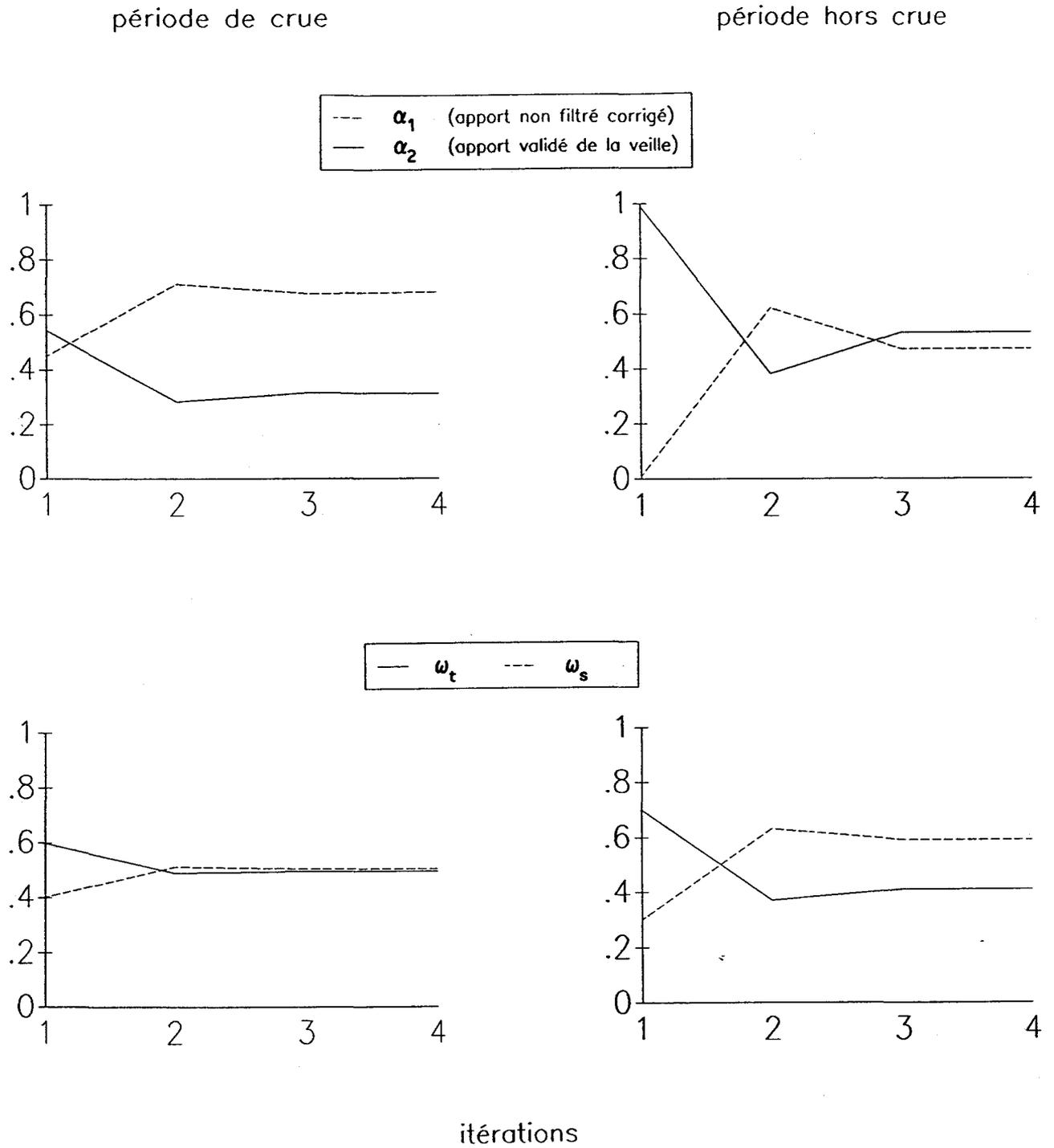


Figure 3.6. Évolution des paramètres et des poids estimés au bassin Baskatong.

### 3.4 Calcul des poids $\omega_s$ et $\omega_t$

La combinaison des prévisions issues des modèles spatial et temporel se fait par le biais d'une moyenne pondérée (voir éq. 3.1). En effet, nous associons ces deux prévisions en affectant à chacune un poids ( $\omega_s$  et  $\omega_t$ ) qui est fonction de l'adéquation des modèles.

A chacun des deux modèles correspond une erreur de prévision, ce que l'on appelle en général la variance non expliquée. Cette quantité est mesurée, lors de la régression multiple (étape où l'on estime les paramètres du modèle théorique), par la somme des carrés des résidus que nous notons respectivement  $SCR_s$  et  $SCR_t$  pour les modèles spatial et temporel. En vertu des équations (3.3) et (3.5), ces erreurs s'écrivent de la façon suivante :

$$SCR_s = \sum_1^n (AFI_j^A - b_0 - b_1APC_j^A - b_2AFI_j^B - b_3APR_j^A)^2$$

et

$$SCR_t = \sum_1^n (AFI_j^A - a_0 - a_1APC_j^A - a_2AFI_{j-1}^A)^2$$

où  $b_0, b_1, b_2, b_3, a_0, a_1$  et  $a_2$  sont les estimations des paramètres obtenues des deux régressions multiple et  $n$  le nombre de données historiques utilisées.

Les poids affectés aux prévisions sont définis par les relations (3.6) et (3.7) :

$$\omega_s = \frac{1}{1 + \lambda} \quad (3.6)$$

et

$$\omega_t = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \quad (3.7)$$

où  $\lambda = SCR_s/SCR_t$ . Ainsi,  $\lambda$  appartient à l'intervalle  $]0, \infty[$  et  $\omega_s + \omega_t = 1$ . On remarque que, plus le modèle spatial s'ajuste bien par rapport au modèle temporel ( $SCR_s < SCR_t, \lambda < 1$ ), plus le poids  $\omega_s$  affecté à la prévision  $APS_j^A$  est grand relativement au poids  $\omega_t$  de la prévision  $APT_j^A$ . A la limite,  $\lambda$  tend vers zéro et l'estimation de l'apport le plus probable correspond à la prévision issue du modèle spatial. De la même façon, plus le modèle temporel fournit de bonnes prévisions par rapport au modèle spatial ( $SCR_t < SCR_s, \lambda > 1$ ), plus  $\omega_t$  est grand relativement à  $\omega_s$ . A la limite,  $\lambda$  tend vers l'infini et l'estimation de l'apport le plus probable est égale à la prévision du modèle temporel. On remarque de plus que lorsque les deux modèles s'ajustent aussi bien aux données, c'est-à-dire que  $\lambda = 1$ , on obtient des poids égaux ( $\omega_s = \omega_t = 1/2$ ) et l'estimation de l'apport le plus probable est

tout simplement la moyenne des deux prévisions. Les poids varient donc en fonction de la qualité des deux prévisions. Ainsi, la combinaison de modèles nous permet de tenir compte à la fois du caractère autorégressif des apports journaliers et de l'information régionale et physiographique, et le calcul des poids nous protège contre une éventuelle prévision erronée d'un des deux modèles.

#### **4. APPLICATION DE LA MÉTHODE AUX SITES TÉMOINS**

Nous avons appliqué la méthode de validation et d'estimation des apports journaliers à trois sites témoins : les bassins des réservoirs Baskatong, Outardes 4 et La Grande 3. Les paramètres ainsi que les poids  $\omega_s$  et  $\omega_t$  ont été calculés, indépendamment pour les prévisions de crue et hors crue, à partir des données historiques des années 1985 à 1987. L'année 1988 a ensuite été reconstituée afin d'étudier la qualité des prévisions. Nous présentons dans ce qui suit les résultats obtenus.

Le Tableau 4.1 donne les estimations des paramètres des modèles spatial, temporel et final pour les deux périodes de l'année (crue et hors-crue) et pour les trois sites. On remarque, en particulier, que les paramètres estimés diffèrent considérablement pour les deux saisons. Ceci justifie donc une estimation indépendante pour les deux périodes de l'année.

Les prévisions de l'année 1988, obtenues pour les trois sites, sont présentées aux Figures 4.1, 4.2 et 4.3. Nous donnons, à l'annexe A, un exemple de calcul d'une prévision. Dans chacune des figures apparaissent deux graphiques permettant d'évaluer la qualité des prévisions. Dans le premier, nous avons ajouté aux apports prévus (APV) la série des apports filtrés (AFI) afin de voir si le modèle reconstitue de façon adéquate nos valeurs cibles (AFI). Ce graphique illustre donc l'efficacité de la méthode. Dans le second, deux séries d'apports ont été ajoutées aux prévisions : les apports naturels et les apports du site voisin utilisé dans le modèle spatial (pour les trois sites ce sont des mesures en rivière naturelle qui sont en général de meilleure qualité). Ce graphique nous permet d'une part d'examiner l'importance des corrections apportées aux apports naturels en analysant la courbe des apports prévus relativement à celle des apports naturels. D'autre part, il permet aussi de vérifier, en comparant la courbe des apports du site voisin à celle des apports prévus, si les fluctuations obtenues sont comparables à celles attendues (engendrées par les apports mesurés en rivière naturelle).

**Tableau 4.1. Paramètres estimés pour les trois sites témoins**

<b>BASKATONG</b>								
	MODELE SPATIAL			MODELE TEMPOREL			MODELE GLOBAL	
	Crue	Non-Crue		Crue	Non-Crue		Crue	Non-Crue
$b_0$	0.000	-3.962	$a_0$	11.488	0.598	$\omega_s$	0.5046	0.540
$b_1$	0.687	0.487	$a_1$	0.682	0.476	$\omega_t$	0.4954	0.460
$b_2$	0.286	0.719	$a_2$	0.311	0.524			
$b_3$	0.157	0.099						

<b>OUTARDES 4</b>								
	MODELE SPATIAL			MODELE TEMPOREL			MODELE GLOBAL	
	Crue	Non-Crue		Crue	Non-Crue		Crue	Non-Crue
$b_0$	26.560	12.363	$a_0$	3.700	-9.870	$\omega_s$	0.3895	0.440
$b_1$	0.595	0.293	$a_1$	0.481	0.320	$\omega_t$	0.6105	0.560
$b_2$	0.302	0.365	$a_2$	0.518	0.704			
$b_3$	0.131	0.327						

<b>LA GRANDE 3</b>								
	MODELE SPATIAL			MODELE TEMPOREL			MODELE GLOBAL	
	Crue	Non-Crue		Crue	Non-Crue		Crue	Non-Crue
$b_0$	39.900	48.641	$a_0$	49.759	-90.099	$\omega_s$	0.4913	0.470
$b_1$	0.373	0.319	$a_1$	0.327	0.241	$\omega_t$	0.5087	0.530
$b_2$	1.497	0.699	$a_2$	0.636	0.877			
$b_3$	0.151	0.417						

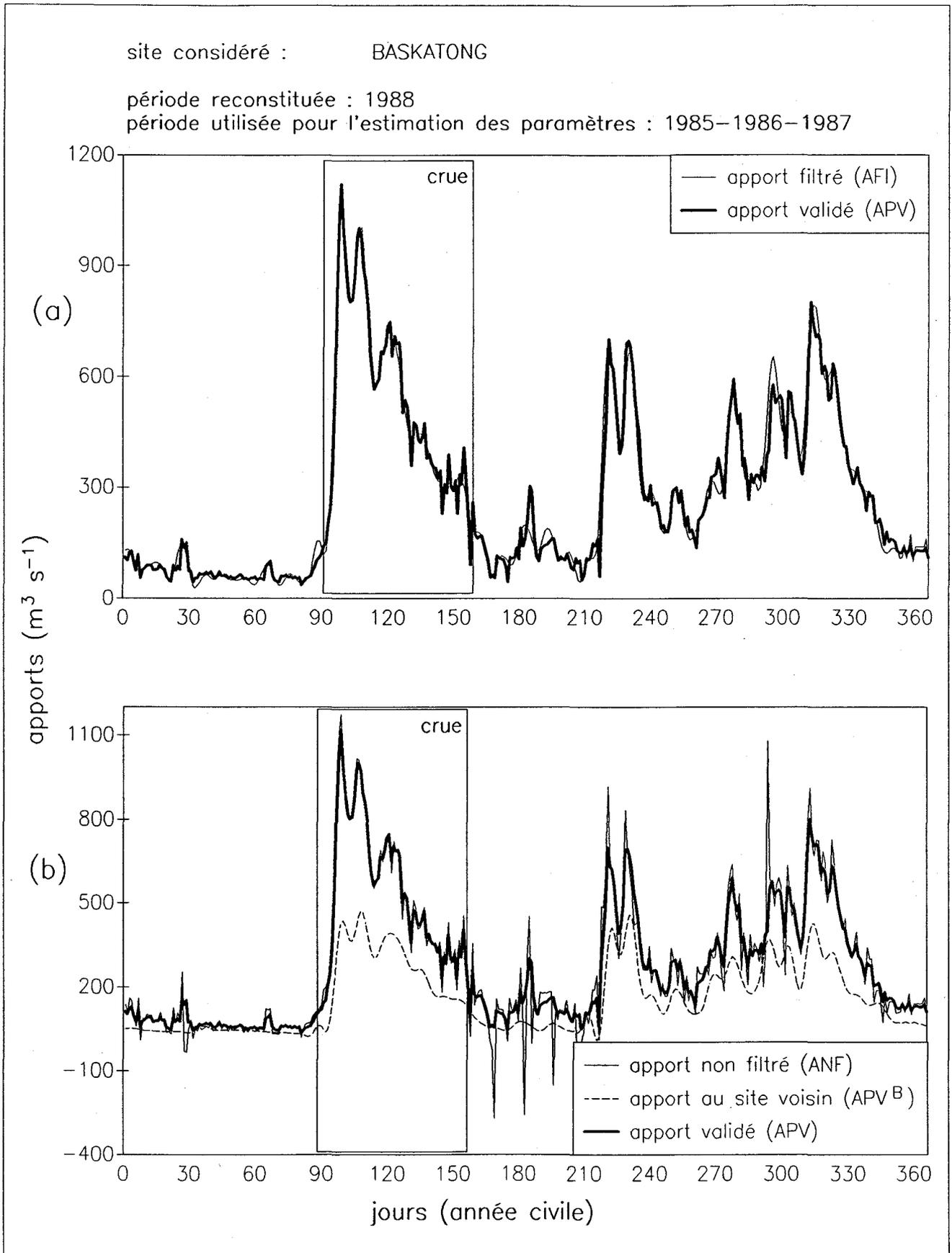


Figure 4.1. Application de la méthode au bassin Baskatong

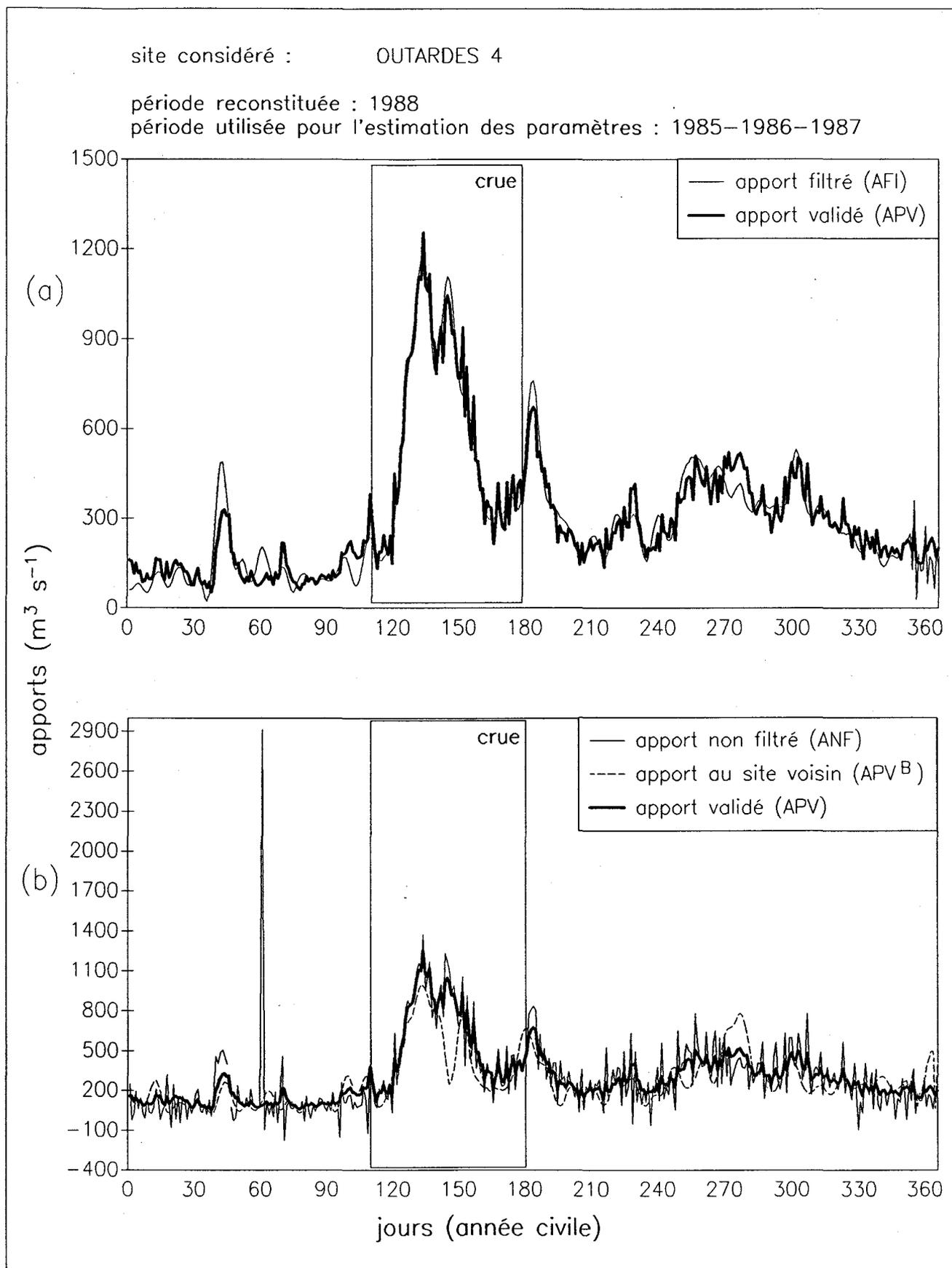


Figure 4.2. Application de la méthode au bassin Outardes 4

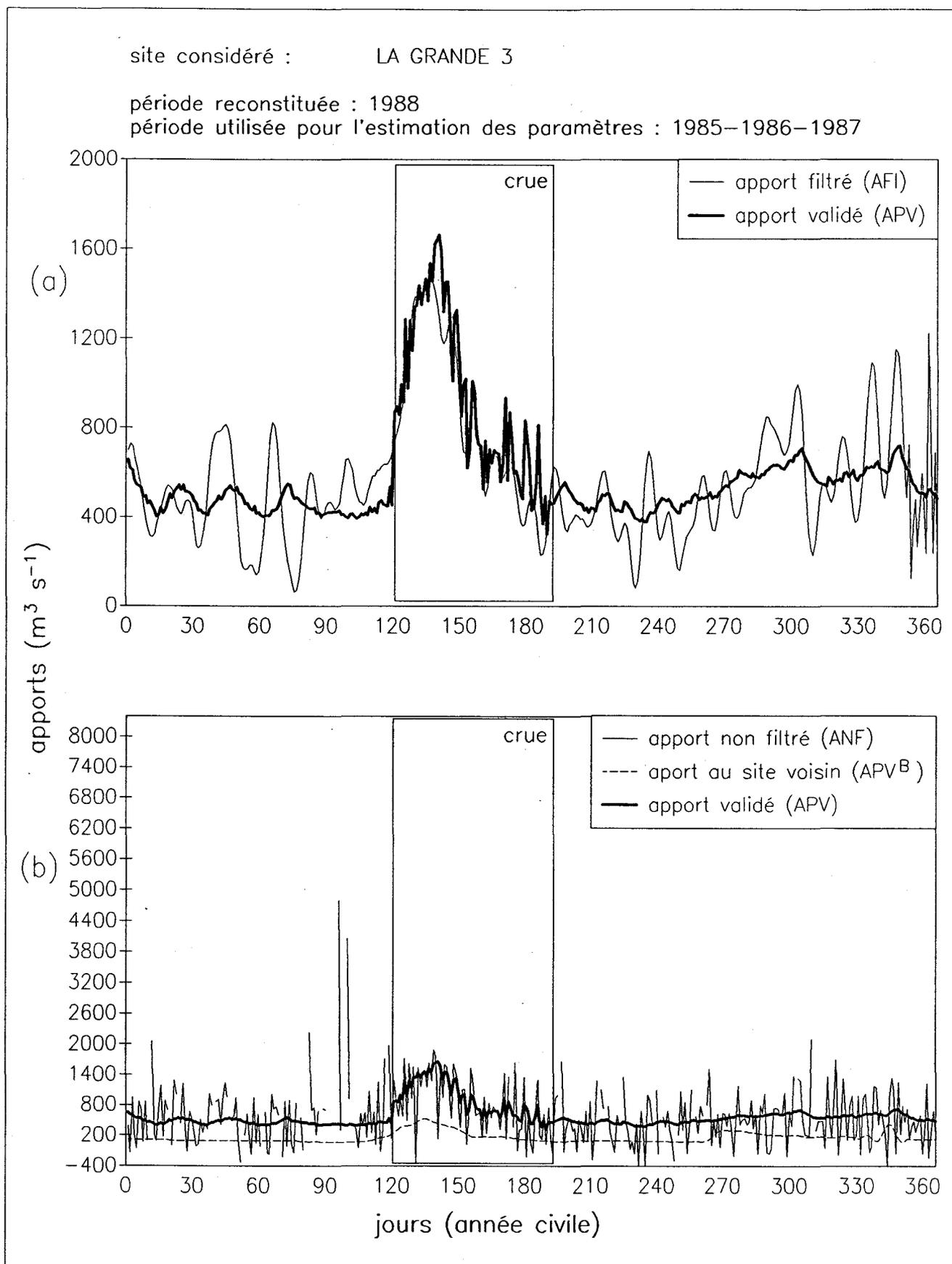


Figure 4.3. Application de la méthode au bassin La Grande 3

Pour quantifier les erreurs dans les mesures d'apports naturels ANF aux trois sites témoins pour l'année 1988, nous avons considéré l'écart relatif moyen défini comme suit :

$$ERM = \frac{1}{365} \sum_{j=1}^{365} \frac{|ANF_j - AFI_j|}{AFI_j} \quad (4.1)$$

Des trois sites, le bassin Baskatong est celui dont les fluctuations observées sur la série des apports naturels sont les plus petites. En effet, l'écart relatif moyen (ERM) calculé pour ce bassin est de 0.24 alors que ceux des bassins Outardes 4 et La Grande 3 sont respectivement 0.47 et 1.14.

En appliquant le modèle de validation nous diminuons tout de même substantiellement l'écart relatif moyen au site Baskatong. En remplaçant dans l'équation (4.1)  $ANF_j$  par l'apport prévu  $APV_j$  nous obtenons un écart relatif moyen de 0.14. La Figure 4.1 rend compte de la qualité des prévisions. On remarque à la Figure 4.1a que le modèle reconstitue très bien les apports filtrés de 1988. De plus, les prévisions obtenus ne sous-estiment pas les pointes en période de crue. La Figure 4.1b, pour sa part, illustre bien la diminution de l'écart relatif moyen (ERM). En effet, les fortes fluctuations ainsi que les apports naturels nuls sont corrigés. Enfin, les fluctuations qui restent dans la série des apports prévus reflètent bien la réalité puisque l'on observe en général les mêmes tendances que dans la série des apports du site voisin mesurés en rivière naturelle.

Pour ce qui est du bassin Outardes 4, l'écart relatif moyen calculé sur la série des apports prévus est de 0.24, ce qui constitue une bonne amélioration compte tenu des grandes fluctuations engendrées par les apports naturels de ce site. La Figure 4.2a montre de plus que le modèle de validation reconstitue bien nos cibles; les apports filtrés. On remarque par contre la sous-estimation d'une pointe en période de crue (jour 147). Cette sous-estimation est due à la faible valeur de l'apport mesuré ce même jour au site voisin (voir la Figure 4.2b). En effet, la prévision du modèle spatial, dans lequel intervient l'apport au site voisin, a été influencée par cette faible mesure ce qui a affecté la prévision finale de l'apport le plus probable du jour 147.

Enfin, pour le bassin La Grande 3, l'écart relatif moyen est passé de 1.14 pour la série des apports naturels à 0.34 pour la série des apports prévus par le modèle. Cette diminution de l'erreur est très importante. On remarque par contre que le modèle a de la difficulté à bien reconstituer toutes la fluctuations en saison hors-crue de la série des apports filtrés (voir la Figure 4.3a). L'examen de ce premier graphique laisse croire à un mauvais comportement du modèle. En observant bien la Figure 4.3b, on constate que les

apports prévus admettent des tendances très similaires à celles de la série des apports mesurés en rivière naturelle (mesures très fiables) du site voisin, ce qui n'est pas le cas des apports filtrés AFI (figure 4.3a, plus de fluctuations). Ainsi, on peut conclure que les prévisions sont de bonne qualité même pour un bassin dont les apports naturels engendrent des fluctuations énormes, et que pour de tels bassins le modèle de validation serait utile, en complément au modèle de série de Fourier, pour améliorer les banques d'historiques.

## **5. GÉNÉRALISATION DU MODELE A L'ENSEMBLE DES 84 BASSINS D'HYDRO-QUÉBEC**

Pour faire suite aux essais de la procédure de validation des apports naturels, développée et testée sur quelques bassins versants témoins (Baskatong, Outardes 4 et La Grande 3), nous avons étendu cette procédure afin de pouvoir l'appliquer en temps réel à l'ensemble des bassins d'intérêt majeur pour Hydro-Québec (au-delà de 80). Comme nous l'avons déjà expliqué à la section 1 les résultats du modèle de prévision d'apports (APR) utilisé ultérieurement, dépendent en grande partie de la qualité des données d'apports naturels calculés. Sachant que ceux-ci sont calculés par bilan hydrique et que cette procédure génère souvent des valeurs non représentatives voire même aberrantes, il s'est avéré nécessaire de développer un modèle de validation efficace et facile à utiliser.

L'application à l'ensemble des sites de la procédure de validation d'apports a été faite de la façon suivante :

### **A] Estimation des paramètres pour tous les bassins**

- 1) détermination de l'amplitude maximale ( $AMP_{max}$ ) pour tous les sites utilisée pour la correction des valeurs aberrantes
- 2) détermination des sites voisins selon les cotes de pertinence et de proximité
- 3) développement de la composante spatiale du modèle global
  - estimation des coefficients de la régression (sites voisins pertinents pré-déterminés)
  - calcul de la somme des carrés des résidus ( $SCR_s$ ) du modèle régressif

- 4) développement de la composante temporelle du modèle global
  - estimation des coefficients de la régression
  - calcul de la somme des carrés des résidus ( $SCR_s$ ) du modèle régressif
- 5) pondération des deux composantes selon  $SCR_s$  et  $SCR_t$
- 6) calcul de l'apport prévu provisoir (APP)
- 7) on reprend les étapes 3) et 5) jusqu'à ce que la pondération ne varie plus significativement (4 itérations)
- 8) on garde en mémoire les valeurs de tous les paramètres estimés

#### B] Préviation en temps réel

- 1) détermination de la séquence des prévisions (dans quel ordre les différents sites vont-ils être estimés). Cette étape est très importante puisque lors de la prévision de l'apport le plus probable au site d'intérêt, l'apport validé du même jour au site voisin doit être disponible.
- 2) calcul de l'apport prévu selon la composante spatiale (équation 3.2)
- 3) calcul de l'apport prévu selon la composante temporelle (équation 3.4)
- 4) calcul de l'estimation de l'apport le plus probable (équation 3.1)

Nous avons ensuite évalué graphiquement les résultats de cette procédure de validation d'apports naturels pour quelques bassins et quelques années en comparant l'hydrogramme des données validées simulant la validation en temps réel à celui des données filtrées (AFI). Cette vérification étant faite, nous avons mis en application la procédure de validation des apports naturels maintenant utilisée pour la gestion en temps réel des données.

## 6. CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Pour Hydro-Québec, il est indispensable de connaître avec un maximum de précision les données hydrologiques utilisées, d'une part pour établir l'inventaire des réserves énergétiques disponibles et à venir, et d'autre part pour planifier la production hydroélectrique à court et moyen terme ainsi que la construction de nouveaux équipements de production.

En intervenant au niveau de la validation des apports naturels, on permet aux gestionnaires d'Hydro-Québec de posséder une meilleure image des ressources hydriques disponibles, et ce en temps réel à chaque jour. De plus, en travaillant à partir de données de base de bonne qualité, les hydrologues de l'entreprise obtiendront des estimations plus représentatives de la réalité.

Ce sous-projet nous a permis de développer une méthodologie originale pour valider et corriger les apports journaliers en temps réel. En effet, la combinaison de modèles est une approche novatrice permettant d'améliorer significativement les prévisions obtenues à partir de modèles classiques. Nous avons ainsi pu reconstituer les apports filtrés (AFI) de façon efficace, en temps réel, et de manière générale sans atténuer les pointes de crues. Les Figures 4.1a, 4.2a et 4.3a illustrent bien la qualité de la reconstitution en temps réel. La combinaison de modèles a aussi permis de diminuer significativement l'écart relatif moyen : de 0.24 à 0.14 pour Baskatong, de 0.47 à 0.24 pour Outardes 4, et de 1.14 à 0.34 pour LG3. Les Figures 4.1b, 4.2b et 4.3b rendent compte de ces résultats. Cette méthodologie constitue une amélioration considérable par rapport à l'approche intuitive utilisée par Hydro-Québec jusqu'à présent. De plus, comme l'application au bassin La Grande 3 l'a montré, le modèle de validation des apports peut être utilisé pour améliorer les banques d'historiques des bassins dont les apports naturels fluctuent énormément.

La méthodologie présentée dans ce rapport a été généralisée à l'ensemble des bassins du réseau d'Hydro-Québec. Tous les paramètres des modèles ont été estimés pour les 84 sites du réseau hydrométrique. La procédure de validation et d'estimation des apports naturels proposée dans ce rapport est maintenant utilisée par Hydro-Québec et fournit à tous les jours une estimation de l'apport le plus probable à chaque site.

En terminant, nous recommandons à Hydro-Québec de réestimer périodiquement (au moins une fois l'an) les paramètres des différents modèles afin de tenir compte des nouvelles mesures d'apports.

## BIBLIOGRAPHIE

BISSON J.L. et F. ROBERGE (1978). Modèle mathématique des apports hydrauliques. Rapport interne, Hydro-Québec.

BATES, J.M. and C.W.J. GRANGER (1969). The combination of forecasts. *Op. Res. Quart.*, No 20, pp. 451-468.

CHARBONNEAU R. et R. BÉRUBÉ (1987). Validation des données hydrométriques; historique de la rivière Outaouais. Rapport interne, Hydro-Québec.

PERREAULT, L., ROY, R., BOBÉE, B. et D. TREMBLAY (1991a). Modélisation des pointes et des volumes. INRS-Eau, rapport scientifique no 304.

PERREAULT, L., ROY, R., BOBÉE, B. et L. MATHIER (1991b). Estimation régionale des débits maximums annuels  $X_T$  de période de retour T. INRS-Eau, rapport scientifique no 305.

ROCHE, P.A. et R. TAMIN (1987). La combinaison de modèles: un moyen de limiter l'impact des perturbations en prévision de crues. *Revue internationale des sciences de l'eau*, No 3, pp. 57-65.

WINKLER R.L. and S. MAKRIDAKIS (1983). The combination of forecasts. *J. R. Statist. Soc. A*, No 146, pp. 150-157.

**A N N E X E A**

**Exemple de calcul d'une prévision**

Exemple : Prévision de l'apport le plus probable du jour 141 (saison de crue)  
au bassin LG3

a) Valeurs disponibles le jour 141 en temps réel (les paramètres sont estimés a priori)

$$\begin{array}{llll} \text{AMP}_{\max}^A & = & 1200 & b_0 = 39.900 & a_0 = 49.759 & \omega_s = 0.4913 \\ \text{APV}_{j-1}^A & = & 1641.124 & b_1 = 0.373 & a_1 = 0.327 & \omega_t = 0.5087 \\ \text{APV}_{j-2}^A & = & 1621.806 & b_2 = 1.497 & a_2 = 0.636 & \\ \text{ANF}_j^A & = & 133.000 & b_3 = 0.151 & & \\ \text{APV}_j^B & = & 433.000 & & & \\ \text{APR}_j^A & = & 1706.000 & & & \end{array}$$

b) Correction a priori (Figure 3.2)

$$1- \text{AMP}_j^A = |\text{ANF}_j^A - \text{APV}_j^A| = |133.000 - 1641.124| = 1508.124$$

$$2- 1508.124 > 1200 \text{ donc } \text{APC}_j^A = (1641.124 + 1621.806)/2 = 1631.465$$

c) Composante spatiale (équation 3.2)

$$\text{APS}_j^A = 39.900 + 0.373*1631.465 + 1.497*433.000 + 0.151*1706.000 = 1554.243$$

d) Composante temporelle (équation 3.4)

$$\text{APT}_j^A = 49.759 + 0.327*1631.465 + 0.636*1641.124 = 1627.003$$

e) Prévision de l'apport le plus probable (équation 3.1)

$$\text{APV}_j^A = 0.4913*1554.243 + 0.5087*1627.003 = 1591.256$$