Fiche Procite - rapport de recherche

Record Number:
Author, Monographic: Langham, E. J.
Author Role:
Title, Monographic: Analyse mathématique d'un échangeur de chaleur qui convient au contrôle par ordinateur
Translated Title:
Reprint Status:
Edition:
Author, Subsidiary:
Author Role:
Place of Publication: Québec
Publisher Name: INRS-Eau
Date of Publication: 1973
Original Publication Date:
Volume Identification:
Extent of Work: 40
Packaging Method: pages
Series Editor:
Series Editor Role:
Series Title: INRS-Eau, Rapport de recherche
Series Volume ID: 16
Location/URL:
ISBN: 2-89146-013-8
Notes: Rapport annuel 1972-1973
Abstract: 10.00$

Keywords: rapport/ ok/ dl

SELECTED WATER RESOURCES ABSTRACTS

INPUT TRANSACTION FORM

W

MATHEMATICAL ANALYSIS OF A HEAT EXCHANGE THAT CAN BE CONTROLLED BY COMPUTER (Analyse mathématique d'un échangeur de chaleur qui convient au contrôle par ordinateur),

Langham, E.J.

Québec Université. Institut National de la Recherche Scientifique- Eau.

INRS-Eau, Technical Report No 16, 1973, 40 p. 9 tab.

Laboratory experiments on melting snow require that the temperature be maintained very accurately at $0^{o}C$.

A device is proposed that adjusts the temperature of the refrigerant by periodic switching of a heater. Because of the cylindrical symmetry the periodic component in the heat transferred may be made as small as required, while the mean rate of heating, and thus the final temperature may be controlled by time division.

17a. Descriptors

*Temperature control, *Temperature, *Control, *Snowmelt, *Refrigeration, *Numerical Analysis, Heat transfer, Systems analysis, Conductivity, Attenuation.

17b. Identifiers

Melting snow, Fluid.

02C

Send To:

WATER RESOURCES SCIENTIFIC INFORMATION CENTER
U.S. DEPARTMENT OF THE INTERIOR
WASHINGTON, D. C. 20240

M. Cantin	INRS-Eau

Analyse mathématique d'un échangeur de chaleur qui convient au contrôle par ordinateur

INRS-Eau
UNIVERSITE DU QUEBEC
C.P. 7500, Sainte-Foy
Québec G1V 4C7

RAPPORT SCIENTIFIQUE No 16
1973

Rapport rédigé pour
INRS-Eau

par
E.J. Langham

SOMMAIRE

Analyse mathématique d'un échangeur de chaleur
qui convient au contrôle par ordinateur

Nous avons proposé une nouvelle technique de contrôle par ordinateur de la température d'un fluide frigorifique.

Afin de faire une vérification quantitative des limites de précision dont cette technique est capable, nous avons fait une analyse mathématique du système. A partir de cette analyse nous avons pu évaluer le comportement du système sous diverses conditions d'application. Les résultats de ces calculs sont présentés par rapport à quelques graphiques choisis parmi ces expériences numériques. Après une discussion des aspects les plus intéressants de ces expériences, nous avons mis en évidence la puissance de la technique dans un cas particulier montré dans la Figure 9.

Enfin, nous recommandons, en fonction de ces résultats, qu'un appareil prototype soit construit.

Mots-clés: température, contrôle, neige fondante.

Langham, E.J. Analyse mathématique d'un échangeur de chaleur qui convient au contrôle par ordinateur. Québec, INRS-Eau, 1973. Rapport technique no 16. 40 p.

ABSTRACT

Mathematical analysis of a heat exchange
that can be controlled by computer.

Laboratory experiments on melting snow require that the temperature be maintained very accurately at $0^{o}C$.

A device is proposed that adjusts the temperature of the refrigerant by periodic switching of a heater. Because of the cylindrical symmetry the periodic component in the heat transferred may be made as small as required, while the mean rate of heating, and thus the final temperature may be controlled by time division.

Key-words: temperature, control, melting snow.

Langham, E.J. Analyse mathématique d'un échangeur de chaleur qui convient au contrôle par ordinateur. Québec, INRS-Eau, 1973. Rapport technique no 16. 40 p.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

Nous voulons faire des expériences en laboratoire sur la neige mouillée. Il faut donc pour cela, que le dispositif expérimental soit tenu juste à la température de $0^{o}C$ pour éviter les changements de phase qui dérangeraient ces expériences délicates. Nous retrouvons, chez certains manufacturiers, des appareils pour le contrôle de température se basant sur les bassins de réchauffement mais ces appareils comportent plusieurs désavantages:

1. le fonctionnement d'un thermostat génère des fluctuations de température qui empêchent la réalisation d'un contrôle précis. Afin d'éviter ce problème, il faut un élément de chauffage réglable qui fournit la grande partie du chauffement nécessaire;

2. même si l'appareil est capable de contrôler la variation de température, il est très difficile d'établir une température exacte choisie;
3. s'il est question de plusieurs températures contrôlées dans un même dispositif expérimental, les inconvénients pratiques deviennent nombreux.

Il est sans doute possible de surmonter quelques-uns de ces problèmes mais les appareils deviendraient encore plus compliqués et plus dispendieux. Nous proposons donc une idée très simple capable de réaliser les buts de contrôle avec une précision qu'on peut choisir sans modification de l'appareil. Ceci est possible car les unités de réfrigération fournissent habituellement un fluide frigorifique secondaire qui n'a que de légères variations de température. Le problème est donc d'ajuster cette température selon les exigences de l'expérience et de corriger les fluctuations lentes de la température d'entrée du fluide frigorifique.

La base de la méthode proposée

Le contrôle de température est toujours plus facile si le fluide frigorifique est refroidi en bas de la température désirée et si l'ajustement se fait par réchauffement. Alors ici, nous parlons toujours d'un système de chauffage.

L'acquisition des données expérimentales se fait à l'aide d'un petit ordinateur. Il est donc naturel et logique de l'utiliser pour le contrôle des expériences et en particulier, le contrôle de la chaleur transférée au fluide frigorifique.

Le contrôle continu de la puissance électrique est couteûx, qu'il soit fait par les servo-mécanismes, ou par les amplificateurs à puissance. D'ailleurs un ordinateur convient davantage à la commutation qu'à la production des signaux analogiques. Nous cherchons donc un moyen de profiter de cette caractéristique pour contrôler le taux de chauffage. En effet, le taux de transfert de chaleur est réglé par division de temps et non par le règlement continu de puissance électrique. (Par 'division de temps' nous voulons dire la variation de la durée relative de puissance dans le cycle d'une onde carrée). Ce n'est pas difficile mais la composante périodique doit être filtrée pour que les fluctuations de température de fluide frigorifique, à la sortie de l'échangeur de chaleur, soient tenues entre les limites désirées.

La technique proposée pour satisfaire les conditions précédentes, tire parti de l'équation de diffusion qui s'écrit comme suit:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \kappa\nabla^2\theta \qquad (1)$$

où θ = température

κ = coefficient de diffusion thermique.

Le comportement de cette équation est tel que les variations périodiques de température sont fortement atténuées. Dans le cas de conductivité uni-dimensionnelle, une onde sinusoidale de chaleur est atténuée par une fonction(1):

$$F = e^{-x\left(\frac{\omega}{2\kappa}\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad (2)$$

où ω = vitesse angulaire.

La série de Fourier pour une source commutée régulièrement ne contient que les termes de fréquence supérieure ou égale à celle de commutation. Mais, selon l'équation (2), plus haute est la fréquence, plus forte est l'atténuation dans la direction de x. Ainsi, par un choix convenable de fréquences de commutation, nous pouvons atténuer la partie périodique de la chaleur transmise afin qu'elle soit aussi petite que requise.

Dans le cas de la transmission unidimensionnelle de chaleur à travers une dalle, il y a deux autres solutions à l'équation, qui existent. D'abord, il y a une solution transitoire qui dépend des conditions initiales et qui ne nous intéresse pas; ensuite, il y a une solution permanente où la température est une fonction linéaire de distance. Cette dernière solution est en fait la solution que nous aurions avec une source de chaleur dont la puissance serait contrôlée de manière continue.

Ainsi, comme la partie périodique peut être réduite en bas de n'importe quel niveau, nous pouvons simuler, par division de temps, les caractéristiques de contrôle continu. C'est la base du dispositif ci-décrit sauf que nous améliorerons encore plus le comportement en utilisant la symétrie radiale.

L'analyse du problème avec une symétrie radiale est, cependant, plus compliquée et c'est pourquoi nous avons présenté les idées de base dans le cas de la conductivité linéaire.

L'ANALYSE DU PROBLEME DANS LA SYMETRIE RADIALE

Nous devons analyser le comportement mathématique de ce système afin d'être capable de le chiffrer et de voir ainsi, d'une optique pratique, si l'idée est valable.

L'équation de diffusion dans une sysmétrie radiale s'écrit:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \qquad (3)$$

Nous n'étudions pas la solution transitoire qui présente peu d'intérêt. De plus, puisque les solutions s'ajoutent pour la génération commutée de chaleur, il suffit de considérer le comportement de l'équation avec une source sinusoidale; nous pouvons ainsi construire des solutions pour toutes autres formes de sources périodiques.

Dans ce but, nous supposons que le système est tout simplement un cylindre percé qui est infiniment long et dont les rayons intérieurs et extérieurs sont respectivement a et b. La dimension infinie de l'axe n'est que pour s'assurer que tout écoulement de chaleur se dirige dans la direction du rayon. Autrement dit, la discussion qui suit s'applique aussi bien à un cylindre fini dont les bouts sont parfaitement isolés.

Nous supposons donc une solution de forme générale:

$$\theta(r,t) = \theta_o + C \ln r + \theta(r).e^{i\omega\tau} \qquad (4)$$

où $C \ln r$ représente la solution permanente.

$\theta(r,t)$ s'écrit tout simplement θ ci-dessus.

En mettant cette solution dans l'équation (3) nous obtenons:

$$i\omega\ \theta(r) = \kappa \left(\frac{\partial^2\theta(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\theta(r)}{\partial r} \right) \qquad (5)$$

ce que nous pouvons écrire dans la forme de l'équation de Bessel, soit:

$$\left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}} \right)^2 \frac{\partial^2\theta(r)}{\partial\left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}} \right)^2} + \left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}} \right) \frac{\partial\theta(r)}{\partial\left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}} \right)} - \left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}} \right)^2 \theta(r) = 0 \qquad (6)$$

La solution de l'équation (6) est donc de la forme:

$$\theta(r) = A\ I_o\left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) + B\ K_o\left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) \tag{7}$$

où I_o et K_o sont les fonctions modifiés de Bessel d'ordre zéro.

Nous devons évaluer les coefficients A,B,C dans les équations (4) et (7) en utilisant les conditions limites qui nous intéressent.

Les conditions limites se relient aux taux de transfert de chaleur, ce qui donne selon l'équation:

$$q = -2\pi rk\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right) \tag{8}$$

où k est la conductivité thermique.

Il est donc utile avant de continuer d'obtenir la dérivée de θ par rapport à r. En mettant la solution (7) dans l'équation (4), nous trouvons :

$$\theta = \theta_o + C\ \ln r + e^{i\omega t}\left[A\ I_o\left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) + B\ K_o\left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right)\right] \tag{9}$$

d'où

$$\frac{\partial\theta}{\partial r} = \frac{C}{r} + \sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\ e^{i\omega t}\left[A\ I_1\left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) - B\ K_1\left(r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right)\right] \tag{10}$$

où I_1 et K_1 sont les fonctions modifiées de Bessel de premier ordre.

CONDITION LIMITE $r = a$

Supposons que la chaleur soit générée d'une façon sinusoidale selon l'équation

$$q = q_o \left(1 + e^{i\omega t}\right) \tag{11}$$

En utilisant l'équation (8), nous obtenons:

$$q_o \left(1 + e^{i\omega t}\right) = -2\pi ak \left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_t \tag{12}$$

Si nous utilisons l'équation (10) pour $\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_t$ nous trouvons:

$$q_o \left(1 + e^{i\omega t}\right) = -2\pi ak\left\{\frac{C}{a} + \sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\; e^{i\omega t}\left[A\ I_1\left(a\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) - B\ K_1\left(a\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right)\right]\right\} \tag{13}$$

Si l'équation (13) est valable quel que soit t, on a:

$$q_o = -2\pi kC$$

d'où

$$C = -\frac{q_o}{2\pi k} \tag{14}$$

et

$$q_o\, e^{i\omega t} = -2\pi a \sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\; e^{i\omega t}\left[A\ I_1\left(a\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) - B\ K_1\left(a\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right)\right] \tag{15}$$

CONDITION LIMITE $r = b$

Supposons que la chaleur est transférée au fluide frigorifique à l'extérieur du cylindre selon la loi Newtonien, soit:

$$q = 2\pi bE\ (\theta_b - \theta_1) \tag{16}$$

où E est une fonction de transfert (constante pour le moment)

et θ_1 est la température du fluide frigorifique.

θ_b est la température à la surface extérieure.

Celle-ci nous donne avec l'équation (8) la condition limite:

$$-2\pi bk \left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_b = 2\pi bE \left(\theta_b - \theta_1\right)$$

d'où

$$-\frac{k}{E}\left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)_b = \theta_b - \theta_1 \tag{17}$$

Nous utilisons les équations (9), (10) et (14) pour obtenir

$$-\frac{k}{E}\left\{\frac{-q_o}{2\pi kb} - \sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\; e^{i\omega t}\left[A\, I_1\left(b\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) - B\, K_1\left(b\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right)\right]\right\} = -\theta_1 + \theta_o - \frac{q_o \ln b}{2\pi k}$$
$$+ e^{i\omega t}\left[A\, I_o\left(b\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) + B\, K_o\left(b\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right)\right] \tag{18}$$

Si l'équation (18) est valable quel que soit t nous pouvons par identification la séparer en deux équations:

$$\theta_o = \theta_1 + \frac{q_o}{2\pi}\left(\frac{\ln b}{k} + \frac{1}{Eb}\right) \tag{18}$$

et

$$-\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\;\frac{k}{E}\left[A\, I_1\left(b\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) - B\, K_1\left(b\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right)\right] = A\, I_o\left(b\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) - B\, K_o\left(b\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\right) \tag{19}$$

Pour simplifier nous effectuons les substitutions suivantes:

$$r\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}} = i^{\frac{1}{2}}x \;,\; a\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}} = i^{\frac{1}{2}}\alpha \;,\; b\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}} = i^{\frac{1}{2}}\beta \tag{20}$$

$$\sqrt{\frac{i\omega}{\kappa}}\;\frac{k}{E} = (1+i)\sqrt{\frac{\omega}{2\kappa}}\;\frac{k}{E} = (1+i)\,\eta = \eta + i\eta = \mu \tag{21}$$

Alors l'équation (15) devient:

$$A\, I_1\,(i^{\frac{1}{2}}\alpha) - B\, K_1\,(i^{\frac{1}{2}}\alpha) = \frac{-q_o}{2\pi k i^{\frac{1}{2}}\alpha} \qquad (22)$$

et (19) devient

$$A\left[\mu I_1\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right) + I_o\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right)\right] + B\left[-\mu K_1\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right) + K_o\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right)\right] = 0 \quad (23)$$

Les équations (22) et (23) sont maintenant utilisées pour évaluer A et B

$$A = \frac{-q_o}{2\pi k i^{\frac{1}{2}}\alpha}\left\{\frac{-\mu K_1\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right) + K_o\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right)}{I_1\left(i^{\frac{1}{2}}\alpha\right)\left[-\mu K_1\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right) + K_o\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right)\right] + K_1\left(i^{\frac{1}{2}}\alpha\right)\left[\mu I_1\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right) + I_o\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right)\right]}\right\} \quad (24)$$

$$B = \frac{-q_o}{2\pi k i^{\frac{1}{2}}\alpha}\left\{\frac{\mu I_1\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right) + I_o\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right)}{I_1\left(i^{\frac{1}{2}}\alpha\right)\left[-\mu K_1\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right) + K_o\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right)\right] + K_1\left(i^{\frac{1}{2}}\alpha\right)\left[\mu I_1\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right) + I_o\left(i^{\frac{1}{2}}\beta\right)\right]}\right\} \quad (25)$$

Nous pouvons maintenant écrire la solution, soit l'équation (8), avec les constantes inconnues θ_o, A, B, etc. éliminées, comme suit:

$$\theta = \theta_1 + \frac{q_o}{2\pi}\left(\frac{\ln b/r}{k} + \frac{1}{Eb}\right)$$

$$- \frac{e^{i\omega t} q_o}{2\pi k i^{\frac{1}{2}}\alpha}\left\{\frac{I_o\,(i^{\frac{1}{2}}x)\left[-\mu K_1\,(i^{\frac{1}{2}}\beta) + K_o\,(i^{\frac{1}{2}}\beta)\right] - K_o\,(i^{\frac{1}{2}}x)\left[\mu I_1\,(i^{\frac{1}{2}}\beta) + I_o\,(i^{\frac{1}{2}}\beta)\right]}{I_1\,(i^{\frac{1}{2}}\alpha)\left[-\mu K_1\,(i^{\frac{1}{2}}\beta) + K_o\,(i^{\frac{1}{2}}\beta)\right] + K_1\,(i^{\frac{1}{2}}\alpha)\left[\mu I_1\,(i^{\frac{1}{2}}\beta) + I_o\,(i^{\frac{1}{2}}\beta)\right]}\right\} \quad (26)$$

Il est intéressant de noter qu'Awberry[(2)] a considéré le problème plus simple de la variation sinusoïdale de température sur la surface intérieure. Malgré plusieurs fautes mathématiques, les résultats de cet auteur mettent bien en évidence la forme générale du comportement du système. Il a utilisé la solution avec les fonctions de Bessel J et Y où les arguments contiennent $i^{3/2}$ à la place de $i^{\frac{1}{2}}$. Quant à lui, il a fait ses calculs à l'aide des tableaux de Jahnke et Emde [3] des fonctions J et H (fonctions de Hankel), tandis que nous, nous avons fait les nôtres à l'aide de l'ordinateur et nous avons évalué les fonctions modifiées de Bessel en utilisant les expansions polynominales des fonctions de Kelvin. (Nous avons aussi, en passant, trouvé les solutions corrigées du problème d' Awberry).

EVALUATION DE CETTE SOLUTION

Notons d'abord que:[4]

$$\left.\begin{aligned} I_o(i^{\frac{1}{2}}\xi) &= \mathrm{ber}_o\, \xi + i\, \mathrm{bei}_o\, \xi \\ K_o(i^{\frac{1}{2}}\xi) &= \mathrm{ker}_o\, \xi + i\, \mathrm{kei}_o\, \xi \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

$$\left.\begin{aligned} I_1(t^{\frac{1}{2}}\xi) &= -i\, \mathrm{ber}_1\, \xi + \mathrm{bei}_1\, \xi \\ K_1(t^{\frac{1}{2}}\xi) &= i\, \mathrm{ker}_1\, \xi - \mathrm{kei}_1\, \xi \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Pourtant nous ne disposons que des expansions polynomiales des fonctions de Kelvin d'ordre zéro et de leurs dérivées premières. De plus, les fonctions de Kelvin de premier ordre dans l'équation ont toujours le coefficient complexe μ.

Les équations (28) sont donc plus utiles dans la forme:

$$\left.\begin{aligned} (1+i)\, I_1\, (i^{\frac{1}{2}}\xi) &= \mathrm{ber}_1\, \xi + \mathrm{bei}_1\, \xi - i\, \mathrm{ber}_1\, \xi + i\, \mathrm{bei}_1\, \xi \\ (1+i)\, K_1\, (i^{\frac{1}{2}}\xi) &= -\mathrm{ker}_1\, \xi - \mathrm{kei}_1\, \xi + i\, \mathrm{ker}_1\, \xi - i\, \mathrm{kei}_1\, \xi \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

nous pouvons profiter simplement des relations:

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{2}\ \mathrm{ber}_o'\ \xi &= \mathrm{ber}_1\ \xi + \mathrm{bei}_1\ \xi \\ \sqrt{2}\ \mathrm{ber}_o'\ \xi &= -\mathrm{ber}_1\ \xi + \mathrm{bei}_1\ \xi \\ \sqrt{2}\ \mathrm{ker}_o'\ \xi &= \mathrm{ker}_1\ \xi + \mathrm{kei}_1\ \xi \\ \sqrt{2}\ \mathrm{ker}_o'\ \xi &= -\mathrm{ker}_1\ \xi + \mathrm{kei}_1\ \xi \end{aligned}\right\} \qquad (30)$$

En combinant les équations (30) avec les équations (29) on obtient:

$$\left.\begin{aligned} (1+i)\ I_1\ (i^{\frac{1}{2}}\xi) &= \sqrt{2}\ (\mathrm{ber}_o'\ \xi + i\ \mathrm{bei}_o'\ \xi) \\ (1+i)\ K_1\ (i^{\frac{1}{2}}\xi) &= -\sqrt{2}\ (\mathrm{ker}_o'\ \xi + i\ \mathrm{kei}_o'\ \xi) \end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

[ce que nous aurions obtenu d'une autre façon en gardant les dérivées des fonctions modifiées de Bessel dans l'équation (10)]

Pour évaluer l'équation (26) en utilisant les équations (27) et (31) nous devons simplifier la notation. D'abord nous ne regardons que le dernier terme d'équation (26) ce que nous appelons Z, et même là nous ne nous intéressons qu'au coefficient qui dépend des dimensions et de la matière du cylindre. C'est à dire, nous voulons voir l'effet de ces paramètres sur <u>les variations de température pour une onde de chaleur d'amplitude fixe</u>.

Posons:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{ber}_o\ \xi &= f(\xi) \\ \mathrm{bei}_o\ \xi &= g(\xi) \\ \mathrm{ker}_o\ \xi &= h(\xi) \\ \mathrm{kei}_o\ \xi &= j(\xi) \end{aligned}\right\} \qquad (32)$$

et dénotons les dérivées de ces fonctions avec un prime.

Nous pouvons donc écrire:

$$Z = \frac{e^{i\omega t}\, q_o}{2\pi a k \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}}}\; Y \tag{33}$$

où, selon les substitutions des équations (27) et (31) et les notations des équations (32)

$$Y = \frac{\left[f(x) + ig(x)\right]\left[h(\beta) + ij(\beta) + \sqrt{2}\,\eta\left(h'(\beta) + ij'(\beta)\right)\right] - \left[h(x) + ij\,(x)\right]\left[f(\beta) + ig\,(\beta) + \sqrt{2}\,\eta\left(f'(\beta) + ig'(\beta)\right)\right]}{\left[f'(\alpha) + ig'(\alpha)\right]\left[h(\beta) + ij(\beta) + \sqrt{2}\,\eta\left(h'(\beta) + ij'(\beta)\right)\right] - \left[h'(\alpha) + ij'(\alpha)\right]\left[f(\beta) + ig(\beta) + \sqrt{2}\,\eta\left(f'(\beta) + ig'(\beta)\right)\right]} \tag{34}$$

(Notons que $\frac{\sqrt{2}}{1-i}$ qui sont des termes $I_1(i^{\frac{1}{2}}\alpha)$ et $K_1(i^{\frac{1}{2}}\alpha)$ d'équation (26) s'annulent avec $-\frac{1}{\sqrt{i}}$ du coefficient).

Mettons

$$\left.\begin{aligned} F &= f(\beta) + \sqrt{2}\,\eta f'(\beta) \\ G &= g(\beta) + \sqrt{2}\,\eta g'(\beta) \\ H &= L(\beta) + \sqrt{2}\,\eta h'(\beta) \\ J &= j(\beta) + \sqrt{2}\,\eta j'(\beta) \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

Equation (34) s'écrit alors:

$$Y = \frac{\left[f(x)\,H - g(x)\,J - h(x)\,F + j(x)\,G\right] + i\left[f(x)\,J + g(x)\,H - h(x)\,G - j(x)\,F\right]}{\left[f'(\alpha)\,H - g'(\alpha)\,J - h'(\alpha)\,F + j'(\alpha)\,G\right] + i\left[f'(\alpha)J + g'(\alpha)\,H - h'(\alpha)G - j'(\alpha)F\right]} \tag{36}$$

Posons

$$\left.\begin{aligned} K &= f(x)\,H - g(x)\,J - h(x)\,F + j(x)\,G \\ L &= f(x)\,J + g(x)\,H - h(x)\,G - j(x)\,F \\ M &= f'(\alpha)\,H - g'(\alpha)\,J - h'(\alpha)\,F + j'(\alpha)\,G \\ N &= f'(\alpha)\,J + g'(\alpha)\,H - h'(\alpha)\,G - j'(\alpha)\,F \end{aligned}\right\} \qquad (37)$$

Si le module et la phase de Y sont respectivement $|Y|$et p, on a:

$$|Y| = \left\{ \frac{K^2 + L^2}{M^2 + N^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (38)$$

et

$$p = \arctan \frac{K\,N - M\,L}{K\,M - L\,N} \qquad (39)$$

Nous ne nous intéressons qu'à l'atténuation d'amplitude.

Revenons maintenant à l'équation (33), la valeur de q_o est arbitraire mais nous voulons connaître l'effet des paramètres a,b,E,k,ω et κ dans le comportement de Z. Malheureusement, l'équation ne convient pas à un traitement non-dimensionnel, pourtant il y a deux remarques à faire sur son comportement.

D'abord, <u>la forme</u> de la courbe d'atténuation de l'amplitude sur le rayon n'est fonction que du numérateur de l'équation (38), même si son amplitude dépend du dénominateur et du coefficient

$$\frac{1}{ak}\sqrt{\frac{\kappa}{\omega}} \;.$$

C'est-à-dire que nous apprendrons ce qui nous intéresse en traçant les courbes du numérateur comme fonction de r pour diverses valeurs de b et de E.

Deuxièmement, puisqu'il faut corriger l'échelle de l'amplitude selon les valeurs diverses de a, k, ω et κ, il est logique de normaliser les valeurs de $|Y|$, en divisant $|Z|$ par un facteur de:

$$T = \frac{q_o}{2\pi ak\sqrt{\frac{\omega}{\kappa}}} \left\{ \frac{R^2 + Q^2}{M^2 + N^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (40)$$

où

$$\begin{aligned} R &= f(\alpha)\ H - g(\alpha)\ J - h\ (\alpha)\ F + j\ (\alpha)\ G \\ Q &= f(\alpha)\ J + g(\alpha)\ H - h\ (\alpha)\ G - j\ (\alpha)\ F \end{aligned} \qquad (41)$$

Si nous représentons $|Z|$ normalisé par S nous pouvons écrire:

$$S = \left\{ \frac{K^2 + L^2}{R^2 + Q^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (42)$$

LE CHOIX DES VALEURS DES PARAMETRES POUR LES EXPERIENCES NUMERIQUES

Nous voulons étudier d'abord la fonction S et ce qui nous intéresse est son comportement en fonction du rayon, r et de la vitesse angulaire, ω. Cependant, pour le calculer, nous devons posséder des valeurs pour les paramètres k, κ et E.

Or, comme κ apparaît toujours dans les termes de la forme $\sqrt{\frac{\omega}{\kappa}}$ nous n'avons besoin d'aucune séquence de valeur; c'est-à-dire, l'effet de variation de ω peut être aussi interprété comme effet de variation de κ. Nous nous attendons à ce que l'amortissement de l'onde de chaleur soit plus grande quand ω est plus grand, il s'en suit que le plus grand amortissement provient des plus petites valeurs de κ.

Supposons que le cylindre soit en métal (pour avoir une bonne conductivité) le meilleur choix pour atteindre notre but est l'acier car il a un petit κ par rapport aux autres métaux. Nous prenons donc les k et κ d'acier qui sont:

$$k = 0.1 \text{ cal. cm}^{-1}\ {}^{o}C^{-1}\ \sec^{-1}$$

$$\kappa = 0.1 \text{ cm}^{2} \sec^{-1}$$

Il est plus difficile de trouver une bonne valeur pour E car il dépend des conditions expérimentales. Dans le but de trouver une valeur à utiliser, nous supposons que le fluide frigorifique est l'eau. En pratique ce n'est pas réaliste puisque nous voulons garder la température voisine de $0^{o}C$, mais il est fort probable que le fluide frigorifique soit un mélange d'eau et de liquides organiques, dont les propriétés thermiques et hydrodynamiques ne sont pas tellement différentes de celles de l'eau. La principale raison d'effectuer les calculs pour l'eau est que ses propriétés sont très bien documentées par rapport à celles des autres fluides.

Supposons que ce fluide circule autour du cylindre dans un tuyau hélicoïdal. Calculons d'abord le nombre de Reynolds, N, pour découvrir si le régime d'écoulement est visqueux ou turbulent. Le nombre de Reynolds d'un tuyau circulaire est donné par:

$$N = \frac{4w}{\pi\mu D} \qquad (43)$$

où w = taux d'écoulement massique

μ = viscosité du fluide

D = diamètre du tuyau

Pour évaluer N, il faut choisir des valeurs à attribuer à w et D.

Nous choisissons donc les chiffres suivants pour nos calculs:

$w = 1.2 \text{ gm sec}^{-1}$

$n = 20$

(n = nombre de tours du tuyau où circule le fluide frigorifique)

$D_c = 10 \text{ cm}$

(D_c = diamètre de courbure d'un tuyau hélicoïdal)

$L = n \pi D_c = 600 \text{ cm.}$

$D = 0.25 \text{ cm}$

Nous utilisons aussi les chiffres suivants pour les propriétés physiques de l'eau:

$C_p = 1.013 \text{ cal gm}^{-1} \, {}^oC^{-1}$

$\mu = 2.6 \times 10^{-2} \text{ gm sec}^{-1} \, {}^oC^{-1}$

$k = 0.00125 \text{ cal cm}^{-1} \, {}^oC \text{ sec}^{-1}$

Ainsi $N = 2.35 \times 10^2$

Pour un tuyau droit, l'écoulement est visqueux si $N < 2 \times 10^3$, et l'effet de courbure est de rendre l'écoulement encore plus stable, (c.-à-d. la valeur critique du nombre de Reynold est même plus grande que 2,000.) Nous sommes donc assurés d'un écoulement visqueux.

Selon Perry [5] le coefficient de transfert de chaleur dans ces conditions s'écrit:

$$E = \frac{2k}{D} \left(\frac{w\ C_p}{K\ L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14} \tag{44}$$

Posons $(\mu/\mu_s)^{0.14} = 1$ nous trouvons:

$$E \triangleq 0.01 \text{ cal. cm}^{-2}\ {}^{o}C^{-1}\ \text{sec}^{-1}$$

Notons en passant que selon Perry quand la valeur de $\frac{w\ Cp}{k\ L}$ est inférieur de 10 on peut tout simplement écrire:

$$E = \frac{2}{\pi D} \quad \frac{w\ Cp}{L} \tag{45}$$

$$= 0.005. \text{ cal cm}^{-2}\ {}^{o}C^{-1}\ \text{sec}^{-1}$$

Toutes ces relations pour le calcul de E s'appliquent à un tuyau où la chaleur s'écoule vers la surface intérieure d'une façon symétrique, tandis que dans notre problème, l'écoulement provient d'un seul côté du tuyau et ainsi nous devrions prendre des valeurs plus petites que ces dernières.

Evidemment tout ce que nous pouvons dire, c'est que la valeur de E est voisine de 0.005. Nous faisons donc les calculs en considérant plusieurs valeurs.

LES EXPERIENCES NUMERIQUES

Les expériences numériques sont alors faites avec les gammes de valeurs de ω, a et b, et E selon la cédule suivante. (Les valeurs de la période sinusoidale, P, correspondantes à ω sont aussi données car elles sont plus compréhensibles.)

Expérience 1

a = 1 cm

b = 5 cm

w radians sec^{-1}	2×10^{-5}	2×10^{-4}	2×10^{-3}	2×10^{-2}	2×10^{-1}
E cal cm^{-2} sec^{-1} $^{o}C^{-1}$ / P	83 hrs 20 min.	8 hrs 20 min	50 min	5 min	30 secs
0.05					
0.005					
0.0005					

Expérience 2

$\omega = 0.2$ radians sec^{-1} (P = 30 secs).

a cm	0.5			1.0		
b cm / E cal cm^{-2} $^{o}C^{-1}$ sec^{-1}	2	5	8	2	5	8
0.05						
0.015						
0.005						
0.0015						
0.0005						

$|Z|$ normalisé défini selon l'équation (42) nous donne en effet, les courbes d'atténuation des ondes de température où l'amplitude de l'onde de température à la surface intérieure est unité. Dans le cas où c'est l'amplitude de l'onde de chaleur qui est fixe, l'amplitude de l'onde de température au rayon intérieur dépend des variables de l'expérience. Dans ce dernier cas, pour avoir les graphiques de température sur une échelle qui nous convient, nous avons normalisé les données à l'amplitude la plus grande au rayon intérieur. De cette façon, nous avons répété toutes les expériences pour les ondes de chaleur.

Discussion de l'expérience 1

La Figure 1 présente les graphiques pour le cas où E = 0.005 cal cm^{-2} ^oC sec^{-1} pour les ondes de température. Notons d'abord dans la Fig. 1 que pour les valeurs bases de ω, les courbes sont identiques. Ce qui veut dire que pour ces basses fréquences, il y a un état de quasi-équilibre, ce qui correspond en effet à la condition permanente. Pour les valeurs de ω plus élevées, nous voyons l'effet d'atténuation augmentée que nous cherchons à réaliser. Ici nous traitons encore le cas où l'amplitude de l'onde de température à la surface intérieure est fixe et nous ne retirons aucun avantage de l'amortissement à l'inertie thermique.

La Figure 2 présente les graphiques correspondants pour les ondes de chaleur. Nous remarquons que la courbe de quasi-équilibre est identique, mais pour ω = 0.2 radians sec^{-1} (P = 30 secondes), l'atténuation de l'amplitude de l'onde de température est dix fois plus faible que celle que montre la Figure 1. Il est évident qu'en principe, nous avons bien réussi à atteindre le but de l'expérience. Cependant, les graphiques sont normalisés et il reste à vérifier que, pour une onde de chaleur d'amplitude donnée, les températures se trouvent dans une gamme utile. Pour donner quelques valeurs indicatives, nous pouvons prendre le cas du régime permanent donné dans l'équation (26),

$$\theta = \theta_1 + \frac{q_o}{2\pi} \left(\frac{\ln b/r}{k} + \frac{1}{Eb} \right) \qquad (46)$$

Il nous faut une valeur de q_o.

Supposons que la chaleur provient d'une unité de chauffage de 50 watts à l'intérieur d'un cylindre de 8 cm de longueur. Selon l'équation (12), q_o est le taux de transfert de chaleur par unité de longueur du cylindre. Ainsi, nous avons $q_o = 1.5$ cal cm^{-1} sec^{-1} et pour les conditions de la Figure 2

$$\theta_a - \theta_b = \frac{q_o}{2\pi} \frac{\ln b/a}{K} = \frac{1.5}{2\pi} \frac{\ln 5/1}{0.1} = 4^oC \tag{47}$$

Cette différence de température est indépendante de E. Il est, de plus, intéressant de déterminer la différence de température qui se produit entre la surface extérieure et le fluide frigorifique. Pour ce cas, l'équation (46) devient

$$\theta_b - \theta_1 = \frac{q_o}{2\pi E b} \tag{48}$$

d'où $\theta_b - \theta_1 = 10^oC$

Puisque E et $(\theta_b - \theta_1)$ sont inversement proportionnels, pour l'<u>état permanent</u> et les valeurs attribuées à b et q nous trouvons les chiffres suivants:

E cal. cm^{-2} sec^{-1} $^oC^{-1}$	0.05	0.005	0.0005
$(\theta_b - \theta_1)$ ^oC	1	10	100

Notons que $\theta_b - \theta_1$ ne dépend que de q_o, E et b.

Nous avons estimé que E - 0.005 mais les résultats précédents montrent que les températures à la surface extérieure ne monteraient pas trop même si E etait surestimé par un facteur de 2 ou 3. Dans la Figure 2, pour q = 1.5 cal cm^{-1} sec^{-1} l'échelle de température est de $0^{o}C$ à $14^{o}C$. (Pour d'autres valeurs de q_o l'échelle est modifiée proportionnellement. Nous remarquons que pour ω = 0.2 radians sec^{-1} (P = 30 secondes) l'amplitude de fluctuation de température à la surface extérieure, ne représente que quelques centièmes de degré centigrade.

Les résultats de l'expérience 1 pour les autres valeurs de E montrent que plus l'atténuation de l'amplitude est forte, moins l'effet de E est important, ce à quoi nous nous attendons. Comme nous l'avons déjà constaté pour les basses fréquences, la courbe est logarithmique, les amplitudes de température aux conditions limites étant données par les équations (47) et (48). En ce qui concerne les cas intermédiaires, nous les discutons plus loin par rapport à une troisième expérience.

Discussion de l'expérience 2.

La Figure 3 montre les résultats pour les ondes de chaleur seulement et pour E = 0.005. La gamme de température est $2^{o}C$. Puisque ω = 0.2, E a un effet négligeable. Par exemple, dans le cas de b = 2 cm. (où E a le plus grand effet) la différence de température à la surface extérieure n'est que d'un dixième de degré pour E = 0.005 et E = 0.05. Les courbes pour b = 8 cm et b = 5 cm se superposent.

Nous concluons donc que, pour cette valeur de ω, il est avantageux pour l'atténuation de diminuer le rayon intérieur de 1 cm à 0.5 cm mais la plus grande partie de l'atténuation est réalisée quand le rayon extérieur est de 4 cm. Les plus grands rayons extérieurs sont donc moins intéressants.

Pour faire suite à ces deux expériences, nous avons fait une troisième et dernière expérience dont le choix des conditions est guidé par les résultats précédents. Pour cette expérience a = 0.5 cm b = 4 cm et les ω et E sont donnés dans le tableau suivant:

<u>Expérience 3.</u>

Fig. (a et b)	Echelle de l'ordonné °C(pour les figures b)	E cal cm^{-2} sec^{-1} °C^{-1} \ ω radians sec^{-1}	7.8 x10^{-4}	3.1 x10^{-3}	1.25 x10^{-2}	5 x10^{-2}	2 x10^{-1}	8 x10^{-1}
		P	2 hrs 4 mins.	32 mins	8 mins	2 mins	30 secs	7.5 secs
4	6.2	0.05						
5	9.0	0.015						
6	15.1	0.005						
7	31.5	0.0015						
8	40.0	0.0005						

Les figures dans la série 'a' correspondent aux <u>ondes de température</u> et celles dans la série 'b' correspondent aux <u>ondes de chaleur</u>. Ainsi, la première permet de voir l'atténuation relative à l'amplitude des fluctuations de température à la surface intérieure et la deuxième permet de voir la vraie atténuation des fluctuations de température. Finalement en utilisant les deux courbes, on peut calculer plus précisément l'amplitude des variations de température dans les cas des ondes de chaleur où l'amplitude est plus petite que quelques centièmes de l'échelle.

Nous donnons un exemple pour l'éclaircir. Prenons le cas des Figures 6a et 6b. Voyons sur la Figure 6b que pour ω = 0.2 radians/sec., l'amplitude de température est à peu près $2^{o}C$ à la surface intérieure mais pour les rayons plus grands que 2 cm, ce n'est plus possible de déterminer cette amplitude. Cependant, nous voyons sur la figure 6a qu'à la surface extérieure, la courbe correspondante est tombée à un ou deux centièmes de sa valeur à la surface intérieure. Nous constatons donc que pour ces conditions, les variations périodiques de température à la surface extérieure ne sont pas plus grandes que quelques centièmes de degrés centigrades.

Pour la même valeur de ω nous remarquons que l'atténuation est presque indépendante de E. Enfin, ce qui est plus intéressant à voir dans cette étude, c'est l'effet de ω sur l'amplitude des fluctuations de température à la surface extérieure. Pour le démontrer, nous avons pris ces données des figures 6a et 6b pour faire la Figure 9.

C'est à noter que les échelles sont logarithmiques. Nous remarquons dans cette Figure, la puissance de la technique proposée; que la chaleur est transmise au fluide frigorifique avec les variations de température aussi petites qu'on le désire.

CONCLUSIONS

Dans les calculs évaluatifs que nous avons fait, le paramètre le plus incertain est le coefficient de transfert de chaleur à la surface extérieure du cylindre, E. Nous concluons de ce travail cependant que la valeur de ce coefficient n'a qu'un effet négligeable sur l'atténuation des variations de température à cette surface.

Nous avons montré que l'amplitude de ces variations de température dépend fortement de la fréquence des ondes de chaleur de sorte que nous pouvons en controler la précision à quelques millièmes de degré centigrade près, en utilisant des fréquences voisines de quelques cycles par minute (Fig. 9).

Nous avons trouvé que dans un cas où le taux de transfert de chaleur atteint 50 watts, nous pouvons réaliser ces conditions dans un appareil de 8 cms de longueur et 8 cms de diamètre.

Enfin, nous devons dire que ces calculs ont bien mis en évidence la potentielle de la technique proposée et pour l'exploiter, il faut construire un appareil prototype pour mener le concept à une réalisation.

REFERENCES

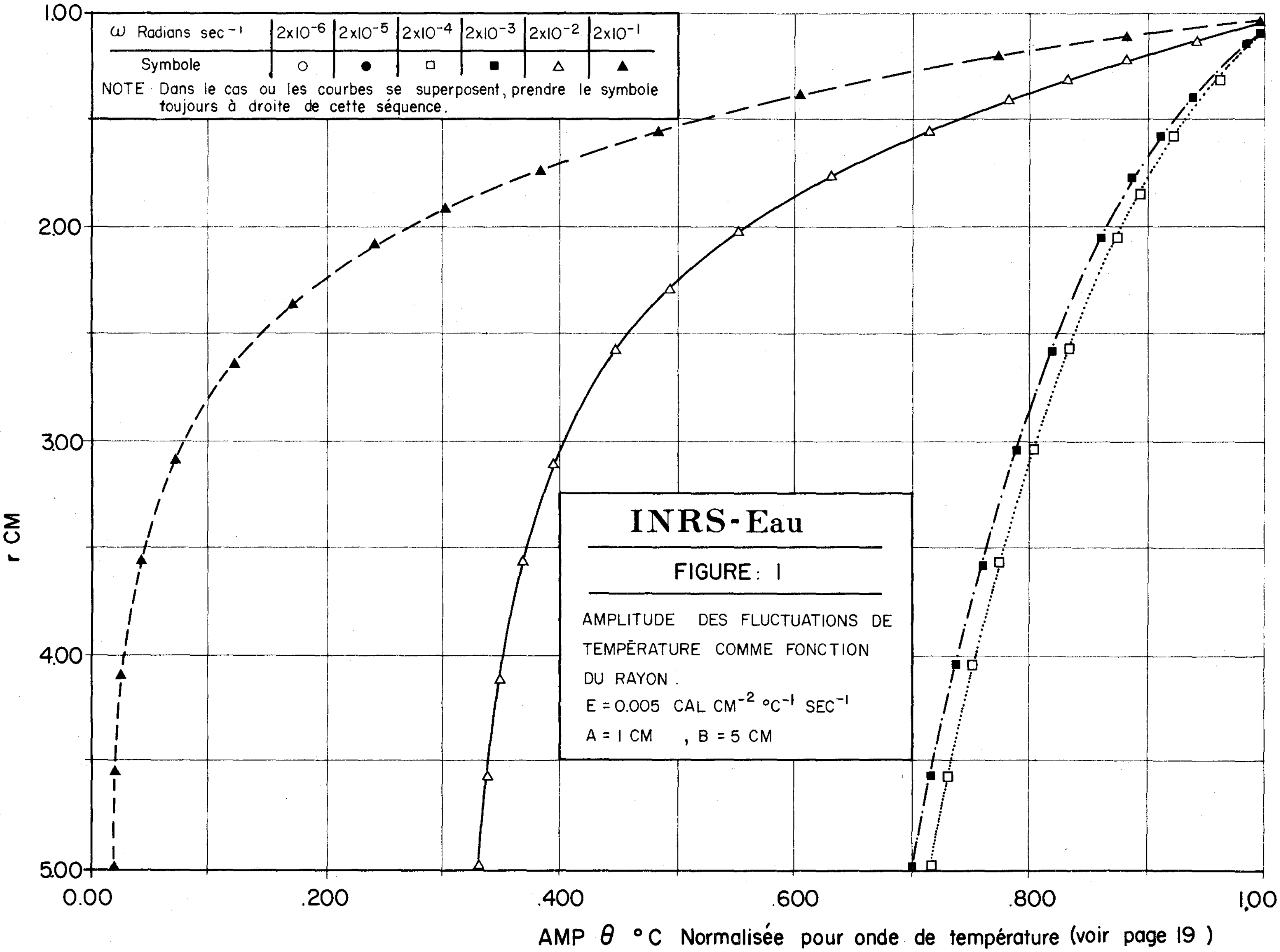
1- CARSLAW H.S. and JAEGER J.C. "Conduction of heat in solids" Oxford, 1971, p. 76

2- AWBERRY J.H. "The periodic flow of heat in a hollow cylinder" Phil. Mag. (7) 28 1939, p. 447.

3- JAHNKE E. and EMDE F. "Tables of functions" Dover, New York, 1945, p. 224 & p. 242.

4- ABRAMOWITZ M. and SEGUN I.A. "Handbook of Mathematical Functions" Dover, New York, 1965. p. 379

5- PERRY J.H. "Chemical Engineers Handbook" McLaw Hill 1950 p. 471.



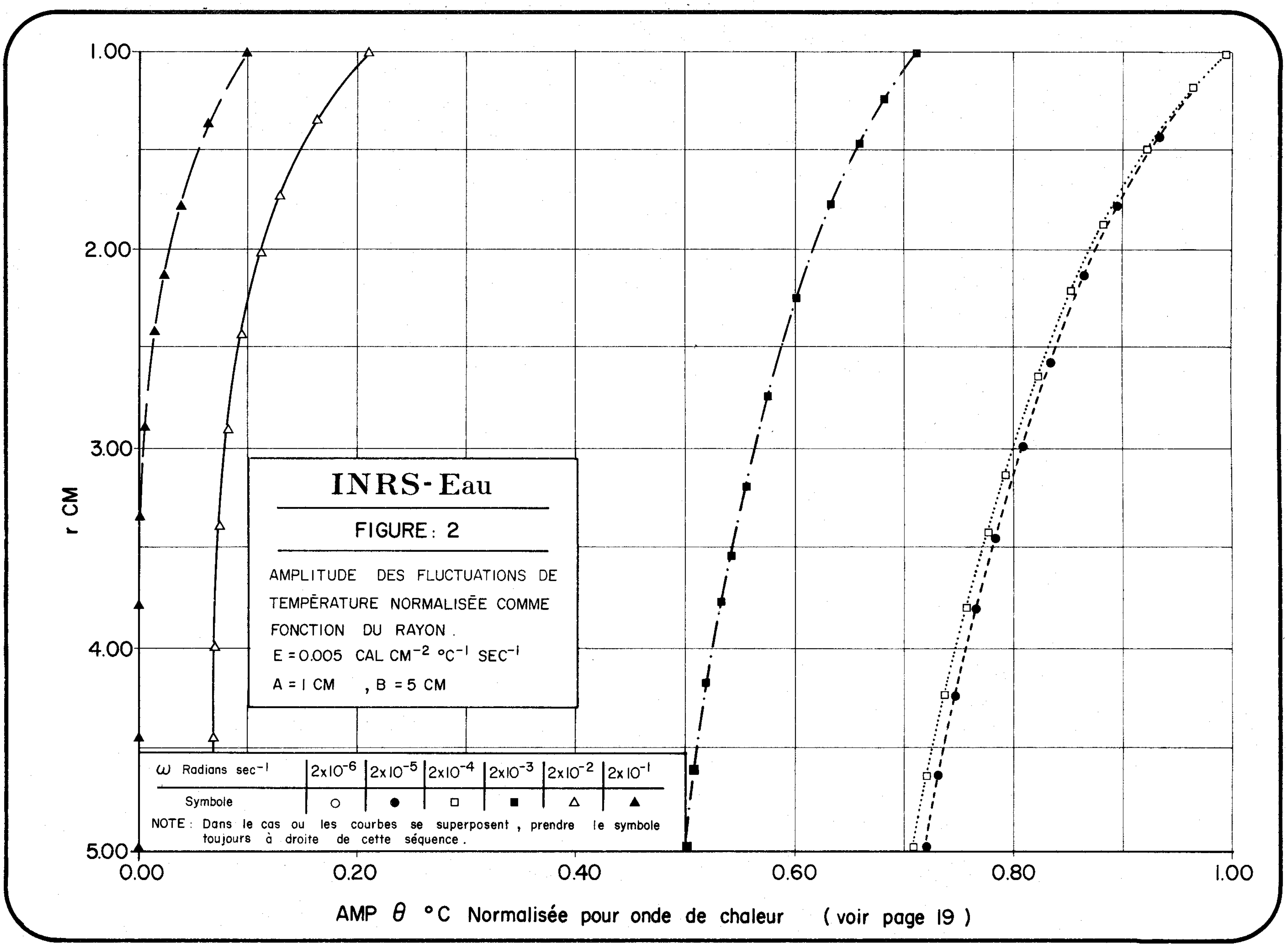
INRS-Eau

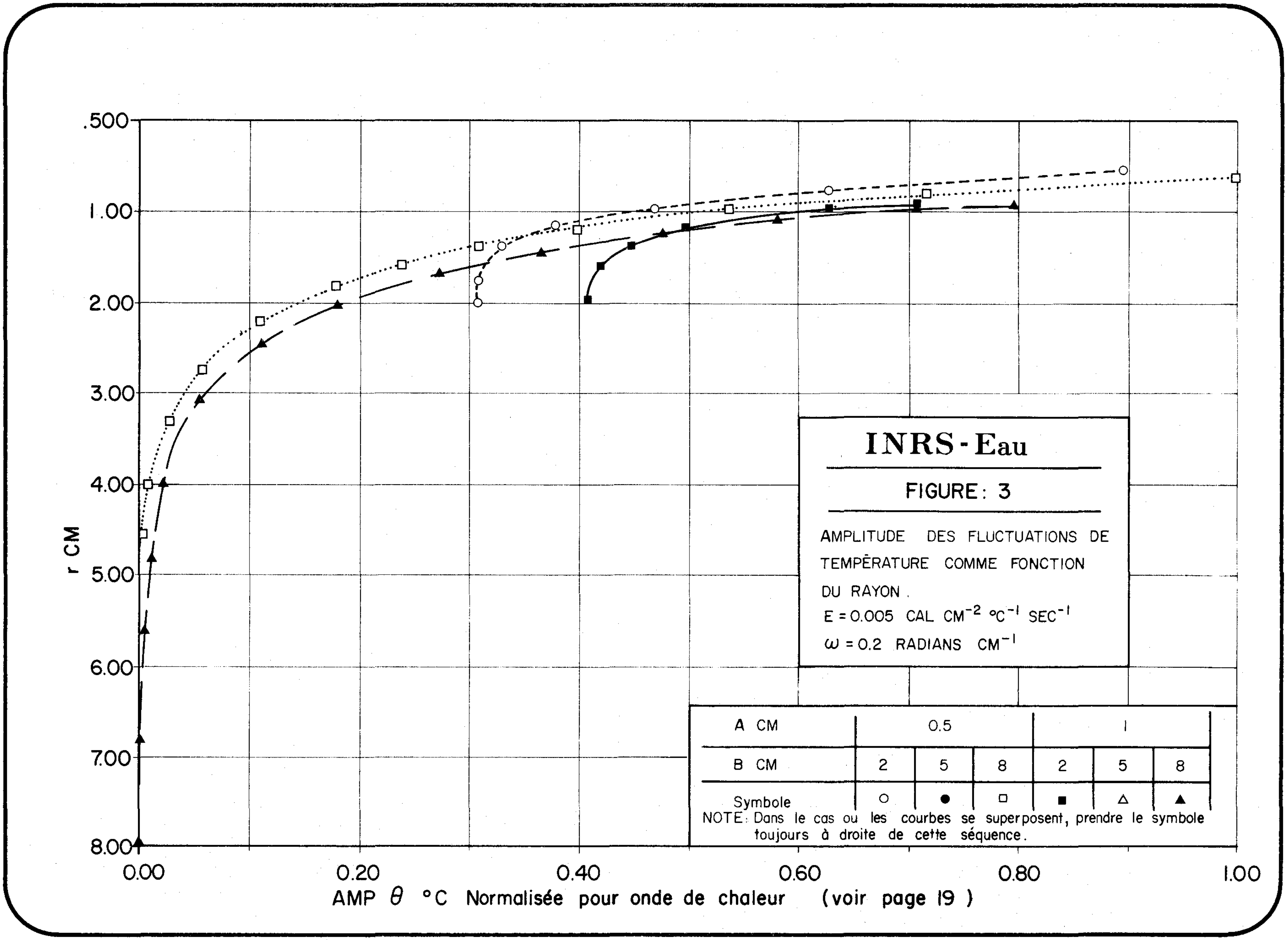
FIGURE: 1

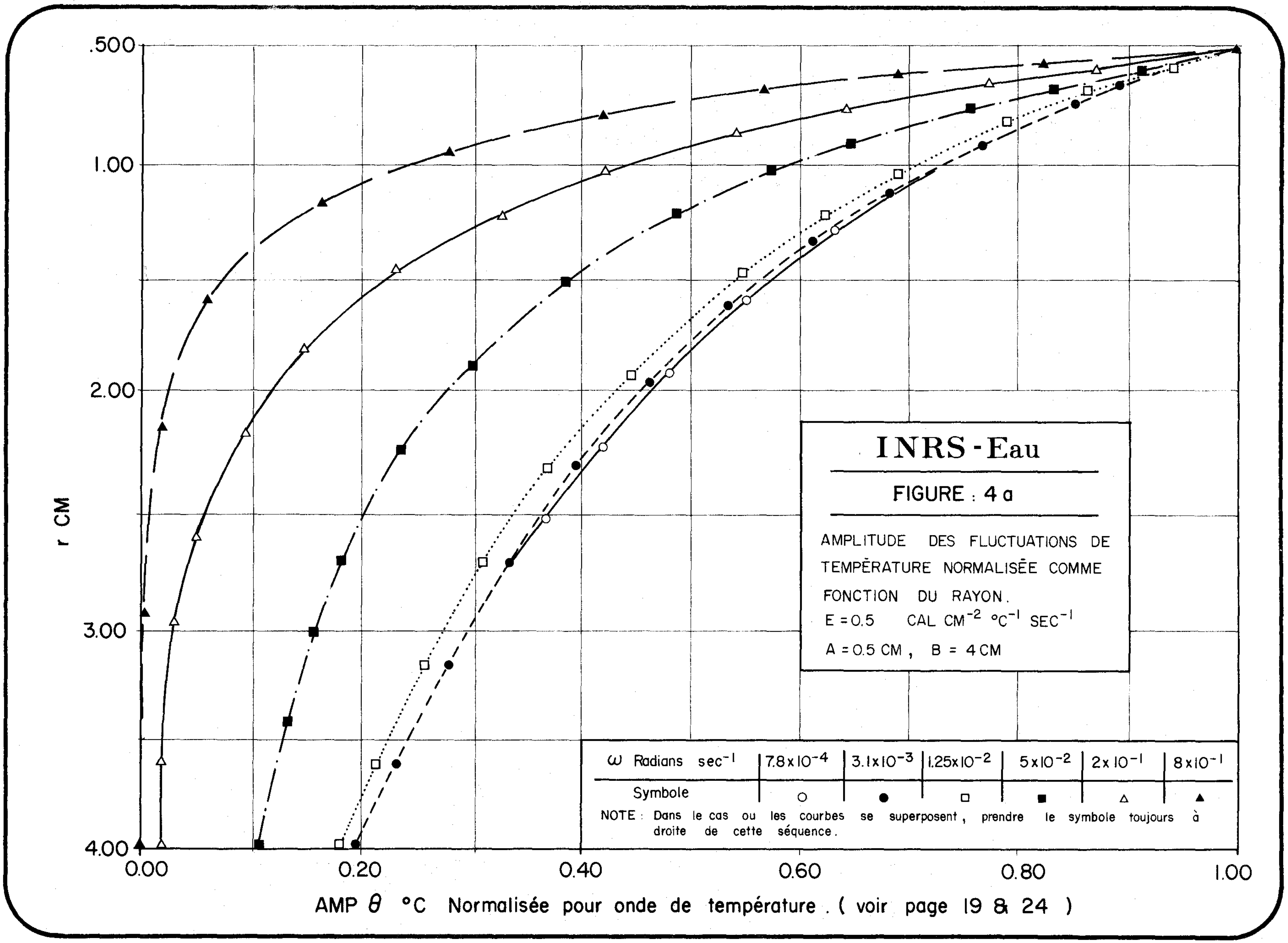
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE COMME FONCTION DU RAYON.

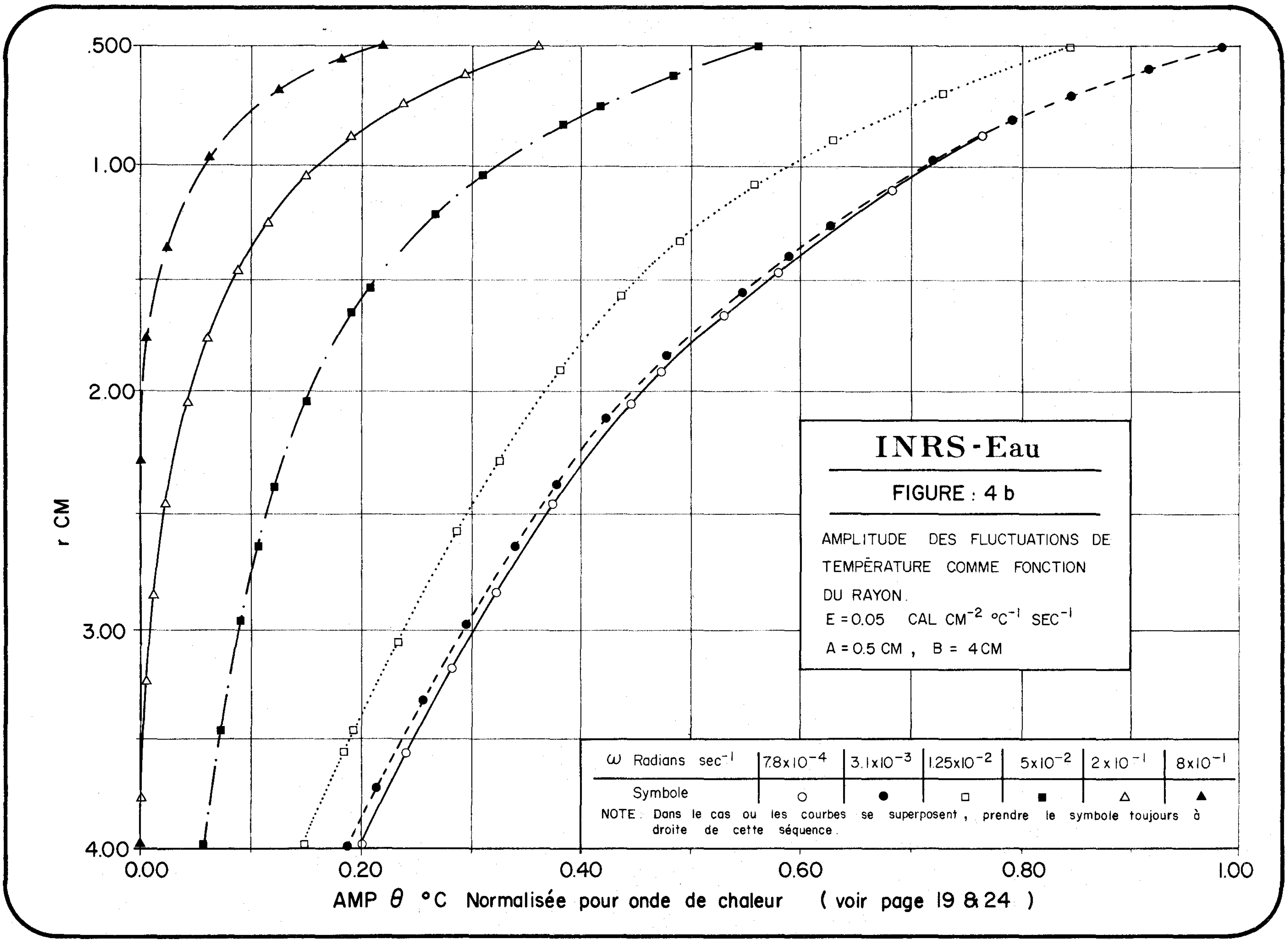
$E = 0.005$ CAL CM^{-2} $°C^{-1}$ SEC^{-1}

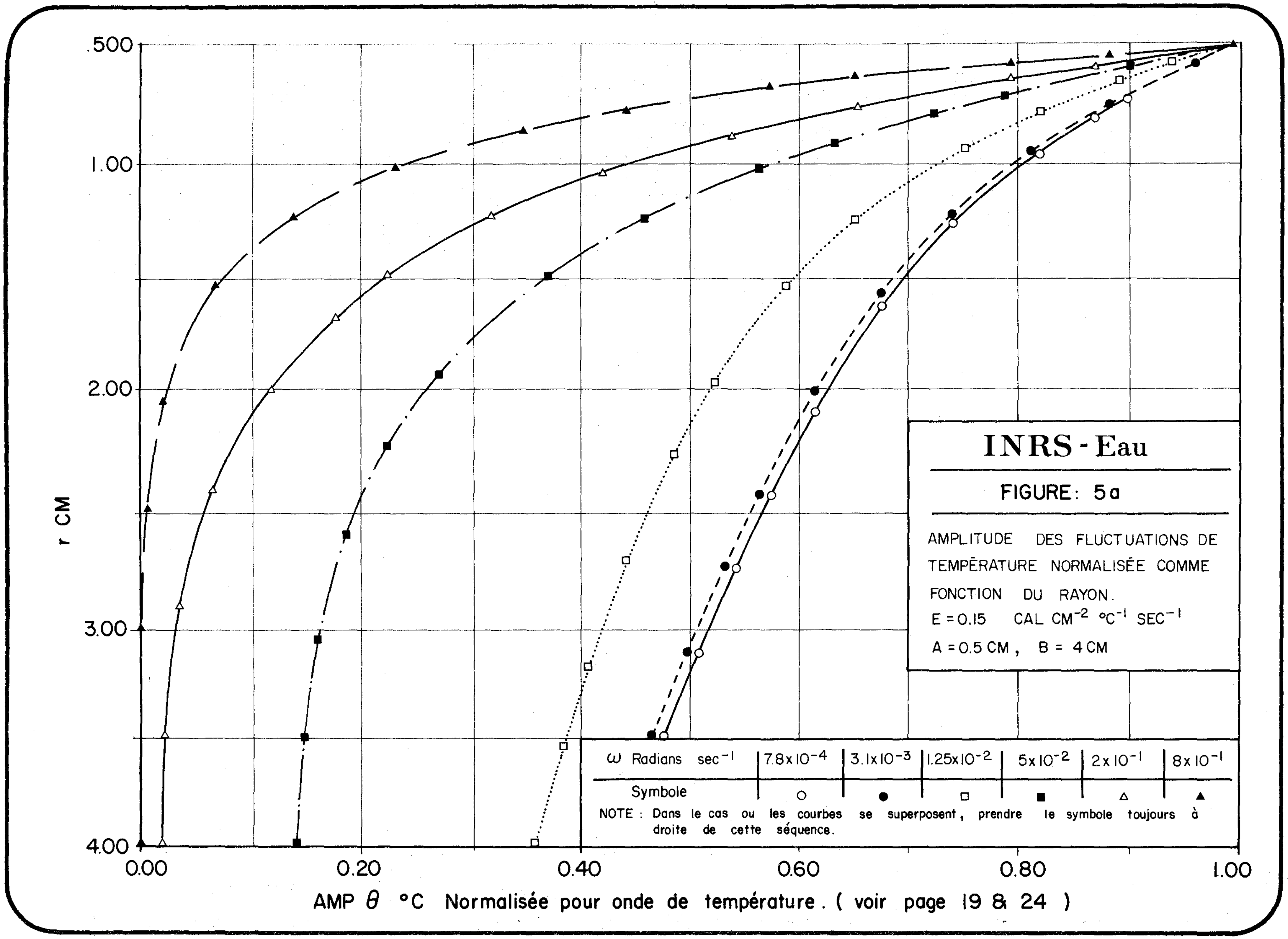
$A = 1$ CM , $B = 5$ CM

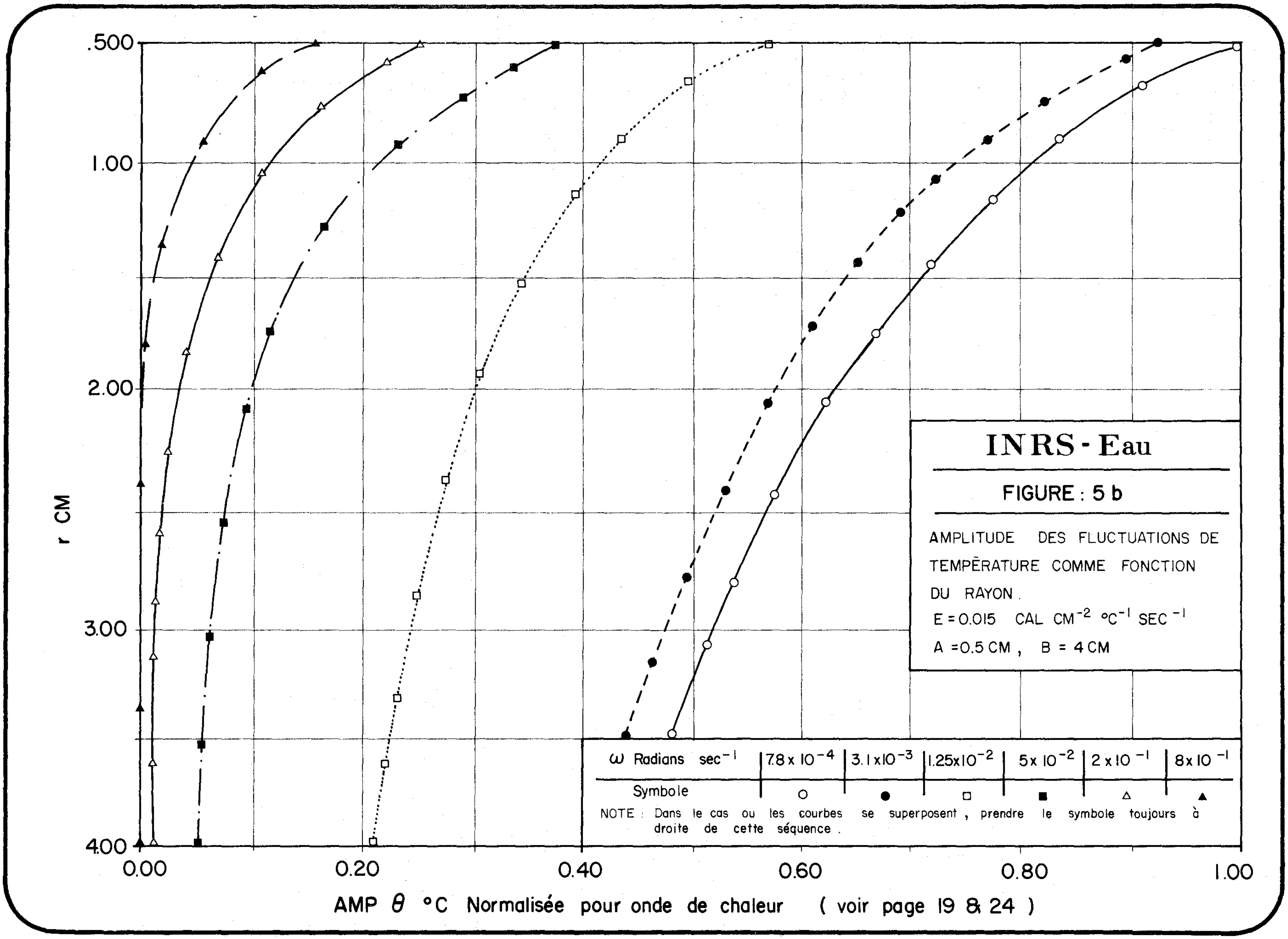

INRS-Eau
FIGURE: 2
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE NORMALISÉE COMME FONCTION DU RAYON.
E = 0.005 CAL CM^-2 °C^-1 SEC^-1
A = 1 CM , B = 5 CM
ω Radians sec^-1 | 2x10^-6 | 2x10^-5 | 2x10^-4 | 2x10^-3 | 2x10^-2 | 2x10^-1
Symbole | ○ | ● | □ | ■ | △ | ▲
NOTE: Dans le cas ou les courbes se superposent, prendre le symbole toujours à droite de cette séquence.
r CM
1.00
2.00
3.00
4.00
5.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de chaleur (voir page 19)

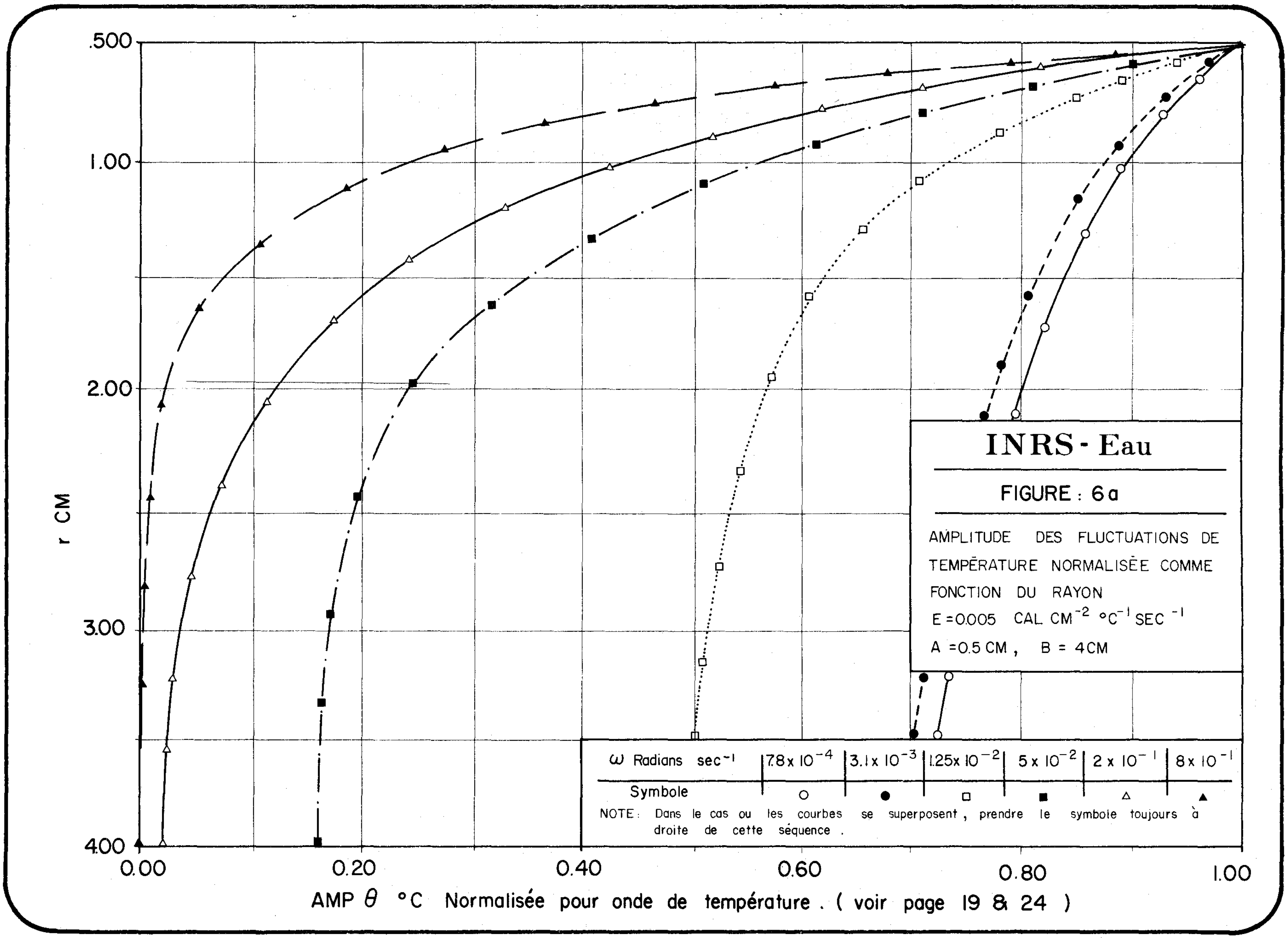

INRS - Eau
FIGURE: 3
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE COMME FONCTION DU RAYON.
E = 0.005 CAL CM^{-2} °C^{-1} SEC^{-1}
ω = 0.2 RADIANS CM^{-1}
A CM 0.5 1
B CM 2 5 8 2 5 8
Symbole ○ ● □ ■ △ ▲
NOTE: Dans le cas ou les courbes se superposent, prendre le symbole toujours à droite de cette séquence.
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
5.00
6.00
7.00
8.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de chaleur (voir page 19)

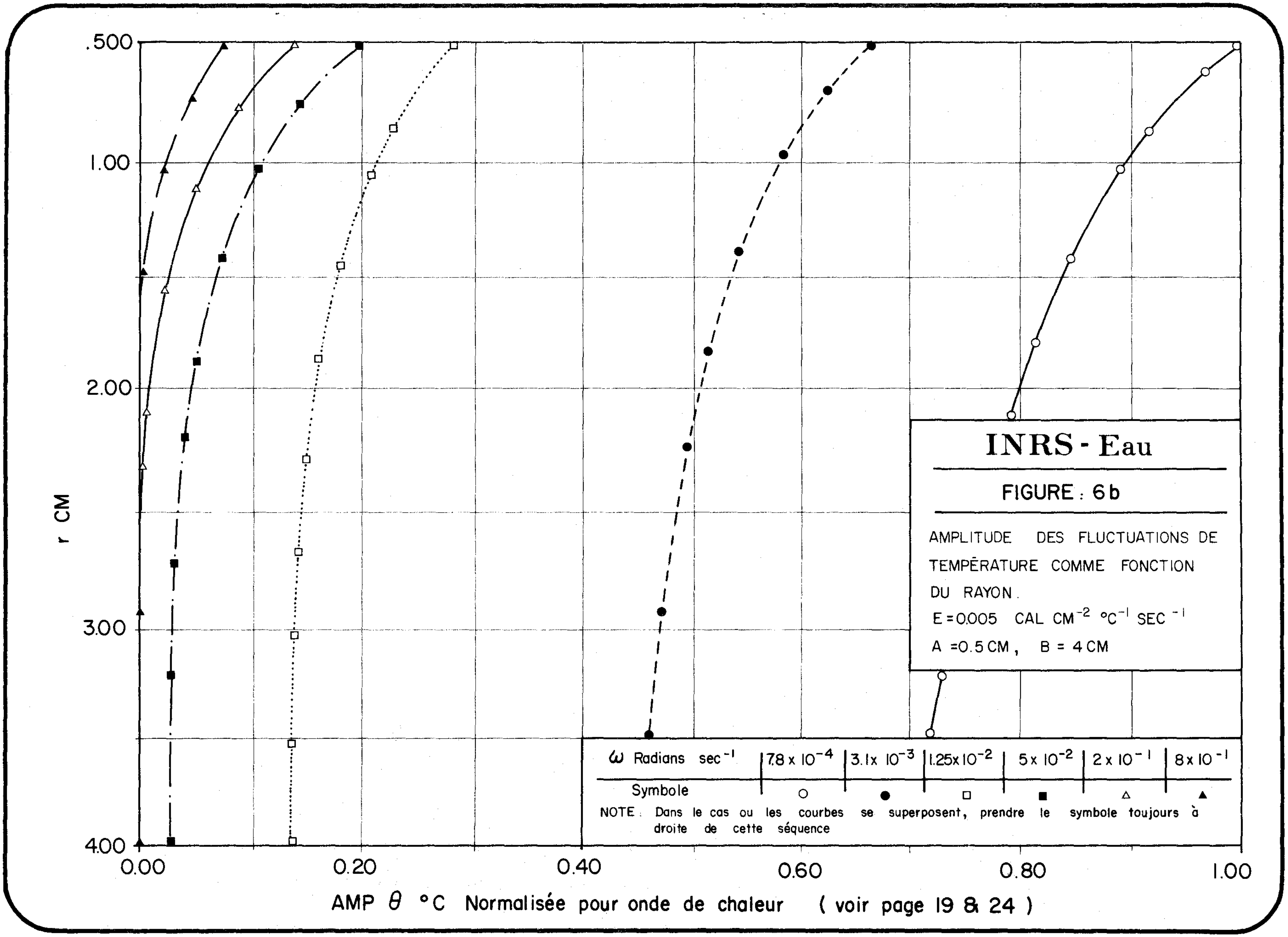

INRS - Eau
FIGURE : 4 a
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE NORMALISÉE COMME FONCTION DU RAYON.
E = 0.5 CAL CM^{-2} °C^{-1} SEC^{-1}
A = 0.5 CM , B = 4 CM
ω Radians sec^{-1}
7.8 x 10^{-4}
3.1 x 10^{-3}
1.25 x 10^{-2}
5 x 10^{-2}
2 x 10^{-1}
8 x 10^{-1}
Symbole
NOTE : Dans le cas ou les courbes se superposent , prendre le symbole toujours à droite de cette séquence .
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de température . (voir page 19 & 24)

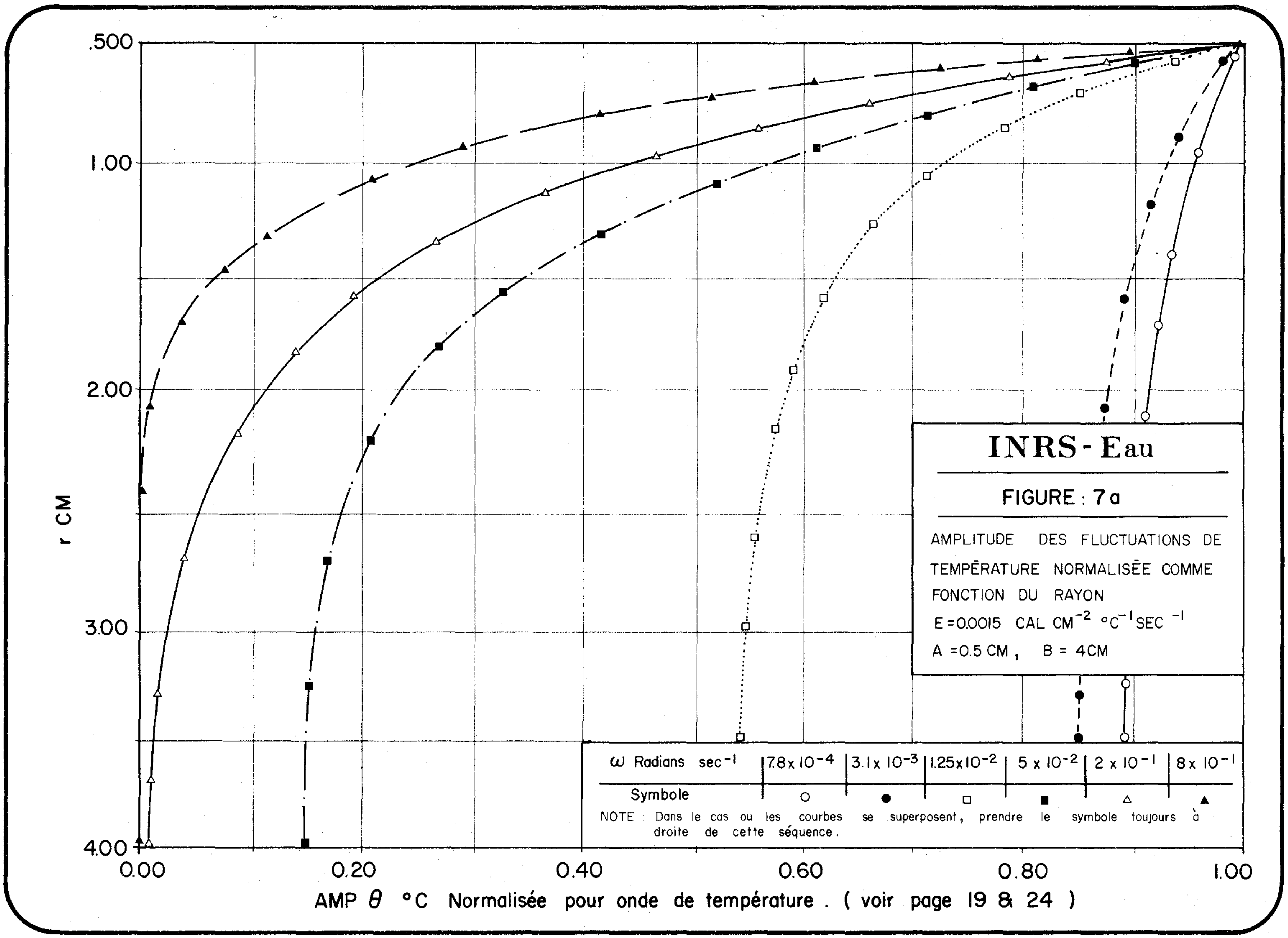

INRS-Eau
FIGURE : 4 b
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE COMME FONCTION DU RAYON.
E = 0.05 CAL CM^{-2} °C^{-1} SEC^{-1}
A = 0.5 CM , B = 4 CM
ω Radians sec^{-1} | 7.8x10^{-4} | 3.1x10^{-3} | 1.25x10^{-2} | 5x10^{-2} | 2 x 10^{-1} | 8x10^{-1}
Symbole | ○ | ● | □ | ■ | △ | ▲
NOTE : Dans le cas ou les courbes se superposent , prendre le symbole toujours à droite de cette séquence.
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de chaleur (voir page 19 & 24)

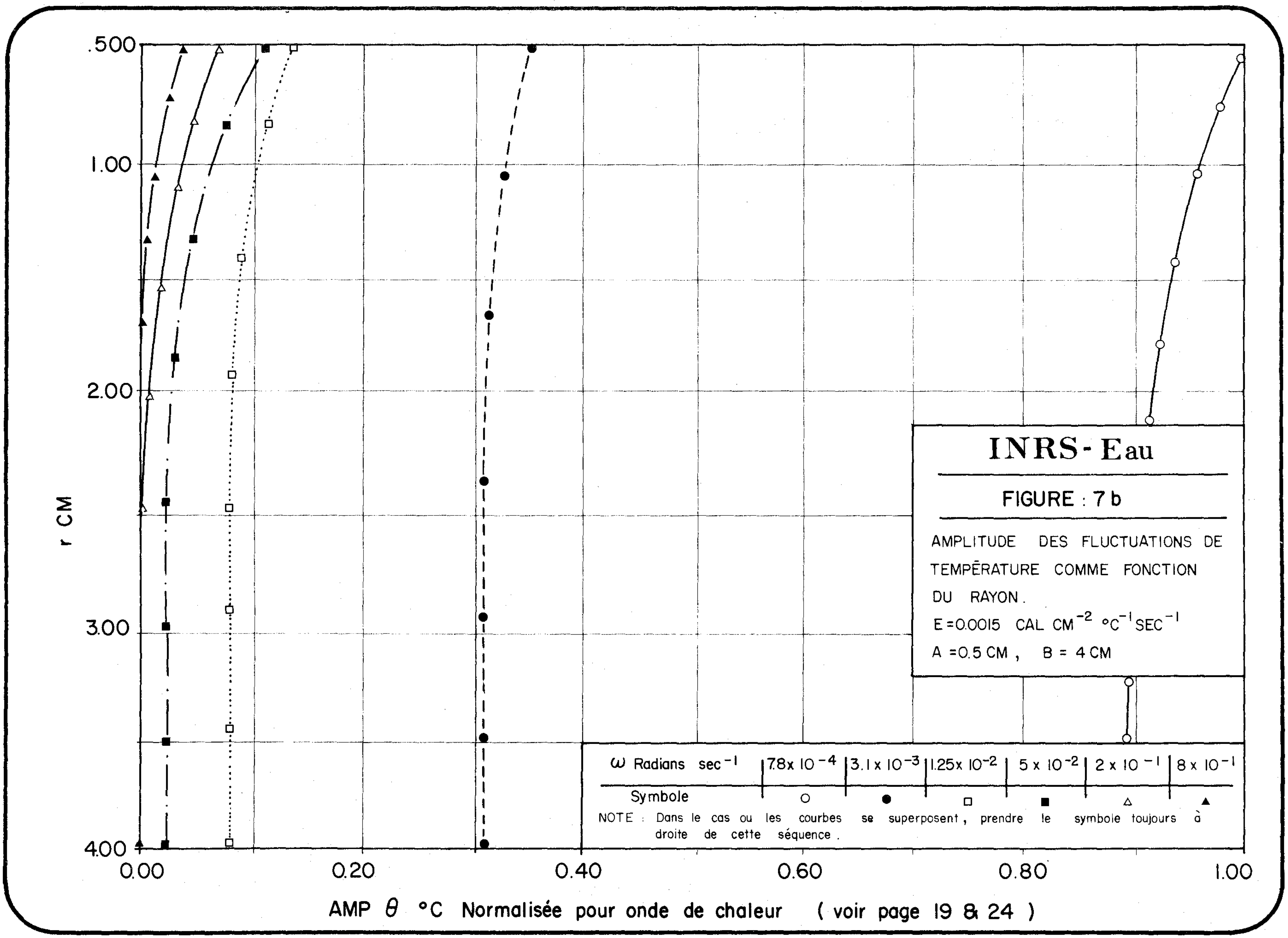

INRS - Eau
FIGURE: 5a
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE NORMALISÉE COMME FONCTION DU RAYON.
E = 0.15 CAL CM^{-2} °C^{-1} SEC^{-1}
A = 0.5 CM , B = 4 CM
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de température. (voir page 19 & 24)
ω Radians sec^{-1} | 7.8x10^{-4} | 3.1x10^{-3} | 1.25x10^{-2} | 5x10^{-2} | 2x10^{-1} | 8x10^{-1}
Symbole | ○ | ● | □ | ■ | △ | ▲
NOTE : Dans le cas ou les courbes se superposent, prendre le symbole toujours à droite de cette séquence.


INRS - Eau
FIGURE : 5 b
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE COMME FONCTION DU RAYON.
E = 0.015 CAL CM^{-2} °C^{-1} SEC^{-1}
A = 0.5 CM , B = 4 CM
ω Radians sec^{-1} | 7.8 x 10^{-4} | 3.1 x 10^{-3} | 1.25 x 10^{-2} | 5 x 10^{-2} | 2 x 10^{-1} | 8 x 10^{-1}
Symbole | ○ | ● | □ | ■ | △ | ▲
NOTE : Dans le cas ou les courbes se superposent , prendre le symbole toujours à droite de cette séquence .
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de chaleur (voir page 19 & 24)

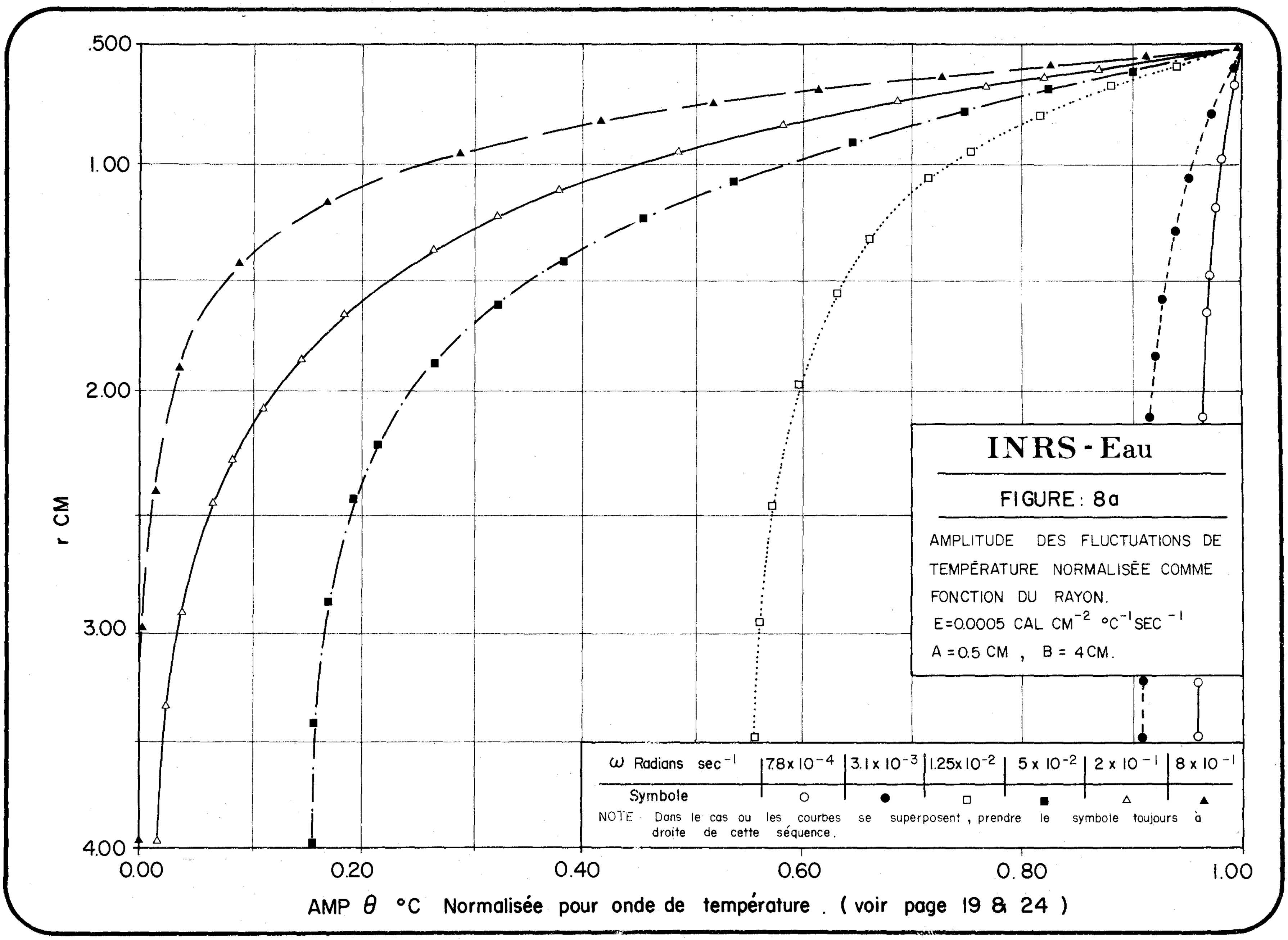

INRS - Eau
FIGURE : 6a
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE NORMALISÉE COMME FONCTION DU RAYON
E = 0.005 CAL CM^{-2} °C^{-1} SEC^{-1}
A = 0.5 CM , B = 4 CM
ω Radians sec^{-1} | 7.8 x 10^{-4} | 3.1 x 10^{-3} | 1.25 x 10^{-2} | 5 x 10^{-2} | 2 x 10^{-1} | 8 x 10^{-1}
Symbole | ○ | ● | □ | ■ | △ | ▲
NOTE : Dans le cas ou les courbes se superposent , prendre le symbole toujours à droite de cette séquence .
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de température . (voir page 19 & 24)

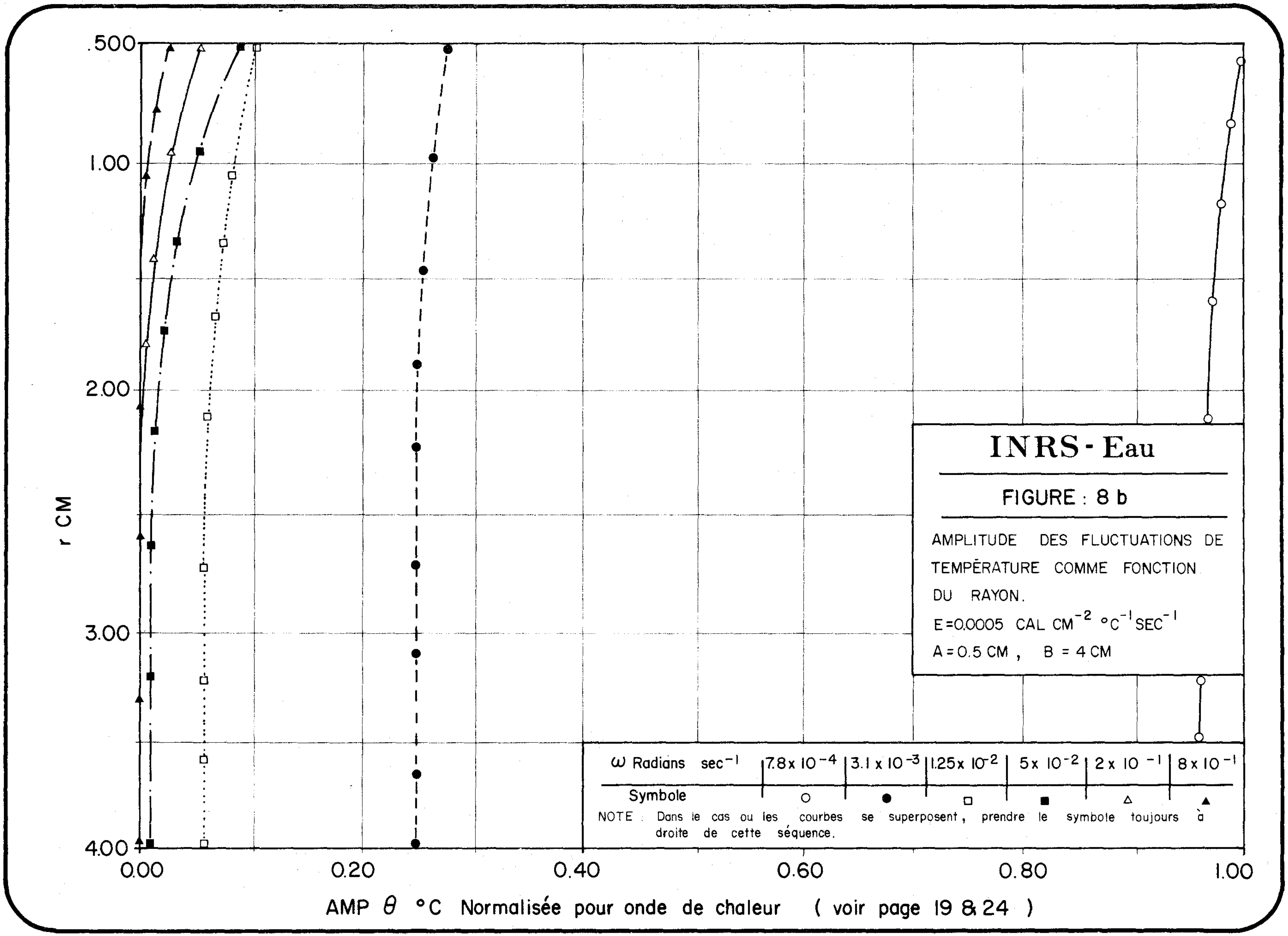

INRS - Eau
FIGURE : 6 b
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE COMME FONCTION DU RAYON.
E = 0.005 CAL CM^{-2} °C^{-1} SEC^{-1}
A = 0.5 CM , B = 4 CM
ω Radians sec^{-1} | 7.8 x 10^{-4} | 3.1 x 10^{-3} | 1.25 x 10^{-2} | 5 x 10^{-2} | 2 x 10^{-1} | 8 x 10^{-1}
Symbole | ○ | ● | □ | ■ | △ | ▲
NOTE : Dans le cas ou les courbes se superposent, prendre le symbole toujours à droite de cette séquence
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de chaleur (voir page 19 & 24)

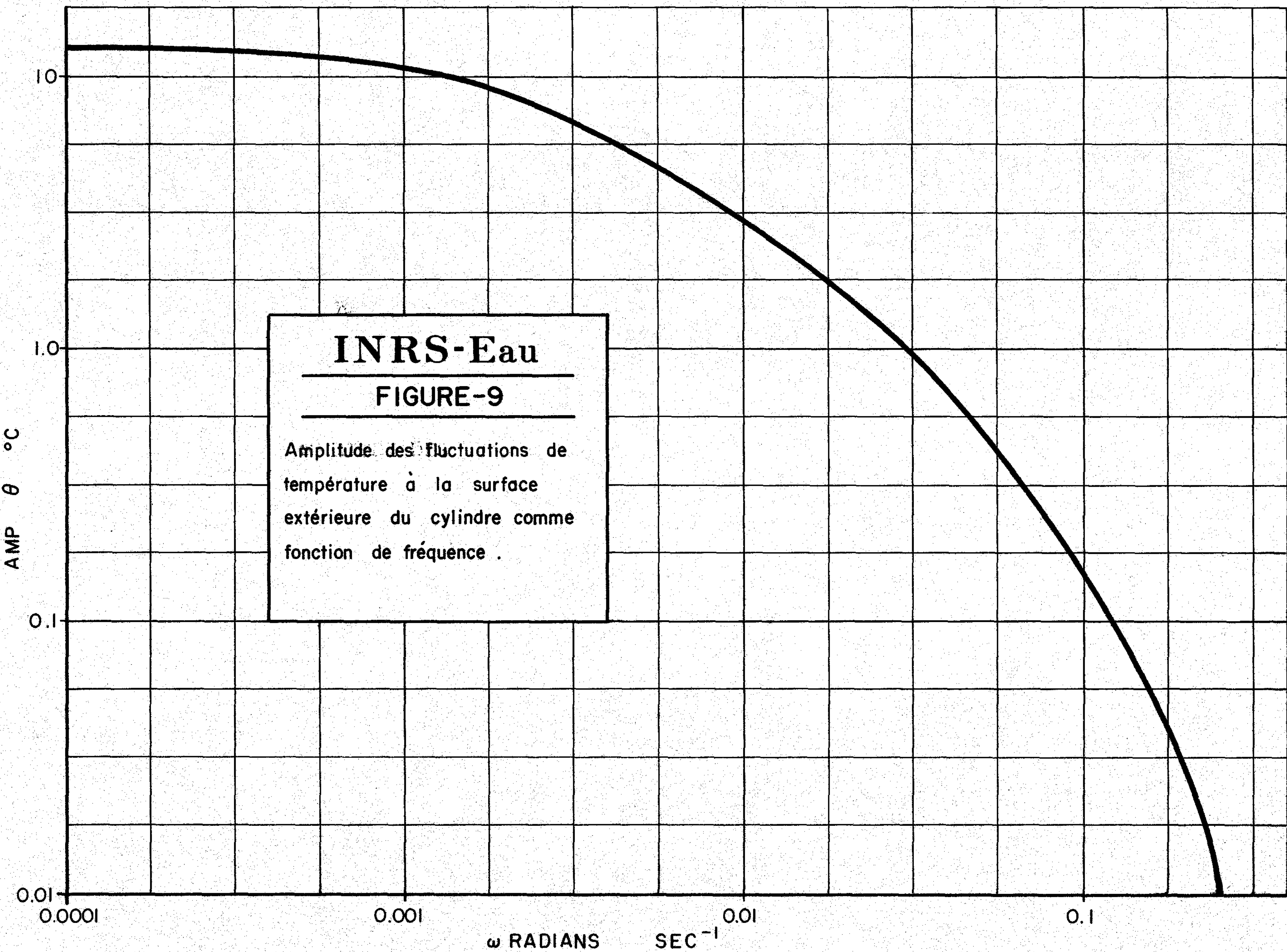

.500
1.00
2.00
3.00
4.00
r CM
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de température . (voir page 19 & 24)
INRS - Eau
FIGURE : 7 a
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE NORMALISÉE COMME FONCTION DU RAYON
E = 0.0015 CAL CM^{-2} °C^{-1} SEC $^{-1}$
A = 0.5 CM , B = 4 CM
ω Radians sec^{-1} | 7.8 x 10^{-4} | 3.1 x 10^{-3} | 1.25 x 10^{-2} | 5 x 10^{-2} | 2 x 10^{-1} | 8 x 10^{-1}
Symbole | ○ | ● | □ | ■ | △ | ▲
NOTE : Dans le cas ou les courbes se superposent, prendre le symbole toujours à droite de cette séquence.



INRS-Eau
FIGURE : 7 b
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE COMME FONCTION DU RAYON.
E = 0.0015 CAL CM^-2 °C^-1 SEC^-1
A = 0.5 CM , B = 4 CM
ω Radians sec^-1 | 7.8 x 10^-4 | 3.1 x 10^-3 | 1.25 x 10^-2 | 5 x 10^-2 | 2 x 10^-1 | 8 x 10^-1
Symbole ○ ● □ ■ △ ▲
NOTE : Dans le cas ou les courbes se superposent, prendre le symbole toujours à droite de cette séquence.
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de chaleur (voir page 19 & 24)


INRS - Eau
FIGURE: 8a
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE NORMALISÉE COMME FONCTION DU RAYON.
E=0.0005 CAL CM^{-2} °C^{-1}SEC^{-1}
A = 0.5 CM , B = 4 CM.
ω Radians sec^{-1} | 7.8 x 10^{-4} | 3.1 x 10^{-3} | 1.25 x 10^{-2} | 5 x 10^{-2} | 2 x 10^{-1} | 8 x 10^{-1}
Symbole | ○ | ● | □ | ■ | △ | ▲
NOTE Dans le cas ou les courbes se superposent, prendre le symbole toujours à droite de cette séquence.
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de température . (voir page 19 & 24)


INRS - Eau
FIGURE : 8 b
AMPLITUDE DES FLUCTUATIONS DE TEMPÉRATURE COMME FONCTION DU RAYON.
E = 0.0005 CAL CM^{-2} °C^{-1} SEC^{-1}
A = 0.5 CM , B = 4 CM
ω Radians sec^{-1} | 7.8 x 10^{-4} | 3.1 x 10^{-3} | 1.25 x 10^{-2} | 5 x 10^{-2} | 2 x 10^{-1} | 8 x 10^{-1}
Symbole ○ ● □ ■ △ ▲
NOTE : Dans le cas ou les courbes se superposent , prendre le symbole toujours à droite de cette séquence.
r CM
.500
1.00
2.00
3.00
4.00
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
AMP θ °C Normalisée pour onde de chaleur (voir page 19 & 24)



INRS-Eau

FIGURE-9

Amplitude des fluctuations de température à la surface extérieure du cylindre comme fonction de fréquence.