

# **ÉTUDE COMPARATIVE DE MÉTHODES D'HOMOGENÉISATION DES PRÉCIPITATIONS**

*Rapport de recherche No R-907*

*Janvier 2007*

# ÉTUDE COMPARATIVE DE MÉTHODES D'HOMOGENÉISATION DES PRÉCIPITATIONS

Par

**Claudie Beaulieu**  
**Taha B.M.J. Ouarda**  
**Ousmane Seidou**

Avec la collaboration de

**Gilles Boulet**  
**Abderrahmane Yagouti**

Chaire en hydrologie statistique Hydro-Québec/CRSNG  
Chaire du Canada en estimation des variables hydrologiques

INRS-ETE  
490, rue de la Couronne  
Québec (Qc), Canada, G1K 9A9

Rapport de recherche N° R-907

Janvier 2007

ISBN : 2-89146-531-8

## Résumé

Ce rapport présente une étude comparative de quelques techniques d'homogénéisation des données climatiques. L'objectif était d'identifier les techniques qui semblent les plus prometteuses pour les données de précipitations observées dans la province de Québec, Canada. La performance de quelques techniques a été évaluée par simulation sur des milliers de séries synthétiques générées selon les caractéristiques statistiques des précipitations typiques observées au centre et au sud de la province de Québec et aux alentours, Canada. Plusieurs ensembles de séries synthétiques ont été générés : homogènes, avec un ou plusieurs sauts de moyenne, avec une tendance et avec un saut d'écart-type. Les techniques sélectionnées n'ont pas été efficaces sur tous les ensembles à la fois. Par contre, quelques-unes d'entre elles ont bien performés en général : la méthode Bayésienne multi-sauts, la méthode d'Alexandersson, la méthode de Jaruskova, l'approche bivariée et le test de Wilcoxon séquentiel. Finalement, des recommandations ont été formulées pour utiliser ces techniques de manière pratique et efficace avec les données de précipitations totales annuelles observées dans le sud et le centre de la province de Québec et aux environs, Canada.

## Abstract

This report presents an inter-comparison of various statistical homogenization methods for climatic data. The objective was to select those which are more suitable for precipitation data in the southern and central regions of the province of Quebec, Canada. The performances of these methods were evaluated by simulation on several thousands of homogeneous and inhomogeneous synthetic series that were generated to reproduce the statistical characteristics of typical precipitations observed in the southern and central province of Quebec and nearby areas, Canada. It was found that none of these methods was efficient for all kinds of inhomogeneities, but some of them performed fairly well: the Bayesian technique for multiple shifts, the standard normal homogeneity test, the method of Jaruskova, the bivariate test and the Wilcoxon sequential test. The analysis of the performances of each method in several situations allowed the design of an optimal procedure which takes advantage of the strengths of the best performing techniques. Finally, recommendations were issued for a practical and efficient homogenization of precipitations in southern and central Quebec and neighboring areas, Canada.



# TABLES DES MATIÈRES

<b>1. Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2. Méthodologie</b>	<b>3</b>
<b>2.1. Sélection des méthodes d'homogénéisation</b>	<b>3</b>
2.1.1 Approche Bayésienne multi-sauts (BAMS)	4
2.1.2 Méthode Bayésienne régressive multi-sites (BARE)	6
2.1.3 Approche bivariée (BIVT)	7
2.1.4 Méthode de Jaruskova (JARU)	8
2.1.5 Méthode Bayésienne univariée pour la détection d'un saut (RASM)	8
2.1.6 Régression à deux phases (REG2)	9
2.1.7 Régression multiple (REGM)	10
2.1.8 Méthode d'Alexandersson (SNHT)	11
2.1.9 Test de Student séquentiel (STUS)	11
2.1.10 Test de Wilcoxon séquentiel (WILS)	12
<b>2.2 Génération des séries synthétiques</b>	<b>13</b>
2.2.1 Séries de base	13
2.2.2 Séries voisines	17
<b>2.3. Critères d'évaluation des méthodes d'homogénéisation</b>	<b>18</b>
2.3.1 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries homogènes	18
2.3.2 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries à un saut	19
2.3.3 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries à plusieurs sauts	19
2.3.4 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries avec un saut d'écart type	19
2.3.5 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries avec une tendance	19
<b>3. Performance des méthodes originales</b>	<b>21</b>
3.1 Séries homogènes	21
3.2 Séries avec un saut de moyenne	24
3.3 Séries avec plusieurs sauts de moyenne	35
3.4 Séries avec un saut d'écart-type	36
3.5 Séries avec une tendance	38
<b>4. Performance des méthodes lorsque les amplitudes des sauts sont estimées par différences de moyenne</b>	<b>41</b>
4.1 Séries homogènes	42
4.2 Séries avec un saut de moyenne	44
4.3 Séries avec plusieurs sauts de moyenne	53
4.3.1 Performance évaluée par sommes de carrés résiduelles	53
4.3.2 Performance évaluée par un critère de positionnement	54
<b>5. Discussion</b>	<b>59</b>
<b>6. Conclusion</b>	<b>65</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>67</b>

<i>Annexe A: Description du logiciel HOP</i>	<i>70</i>
<i>Annexe B : Exemple de rapport automatiquement généré par le logiciel HOP</i>	<i>77</i>

## LISTE DES TABLEAUX

TABLE 1. Pseudonymes et références des méthodes comparées.....	4
TABLE 2. Sauts faussement détectés (%) sur les séries homogènes de 60 ans.....	21
TABLE 3. Sauts faussement détectés (%) sur les séries homogènes de 100 ans.....	21
TABLE 4. Sauts identifiés (%) sur les séries de 60 ans avec un saut de moyenne. ....	25
TABLE 5. Sauts identifiés (%) sur les séries de 100 ans avec un saut de moyenne. ....	25
TABLE 6. Rapport entre les sommes de carrés résiduelles espérées et observées après correction des séries avec deux sauts. ....	36
TABLE 7. Rapport entre les sommes de carrés résiduelles espérées et observées après correction des séries avec trois sauts. ....	36
TABLE 8. Sauts faussement détectés (%) sur les séries avec un saut d'écart-type de 100 ans. ....	37
TABLE 9. Différence (%) des proportions entre les sauts faussement détectés sur les séries homogènes de 100 ans et sur les séries avec un saut d'écart-type. ....	37
TABLE 10. Nombre de cas (%) pour lesquels un saut est détecté à l'intérieur de la tendance.....	38
TABLE 12. Sauts faussement détectés (%) sur les séries homogènes de 60 ans.....	42
TABLE 13. Sauts faussement détectés (%) sur les séries homogènes de 100 ans.....	42
TABLE 14. Sauts identifiés (%) sur les séries de 60 ans avec un saut de moyenne. ....	45
TABLE 15. Sauts identifiés (%) sur les séries de 100 ans avec un saut de moyenne. ....	45
TABLE 16. Rapport entre les sommes de carrés résiduelles espérées et observées après correction des séries avec deux sauts. ....	54
TABLE 17. Rapport entre les sommes de carrés résiduelles espérées et observées après correction des séries avec trois sauts. ....	54
TABLE 18. Statistiques descriptives du critère de positionnement des séries avec deux sauts. ....	55
TABLE 19. Statistiques descriptives du critère de positionnement des séries avec trois sauts. ....	55
TABLE 20. Résumé des forces et faiblesses des méthodes d'homogénéisation comparées. ....	61
TABLE 21. Information tirée des métadonnées et technique suggérée.....	62





## LISTE DES FIGURES

Fig. 1. Exemples de séries synthétiques générées a) avec un saut à la position 56 b) avec une tendance qui commence à la position 30 et se termine à la position 86 c) avec un changement d'écart-type à la position 33.....	17
Fig. 2. Sauts faussement détectés sur les séries homogènes de 100 ans a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.....	23
Fig. 3. Sauts identifiés (%) dans les séries avec un saut de moyenne de longueur 60 ans I) correctement identifiés II) bien identifiés a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.....	27
Fig. 4. Sauts identifiés (%) dans les séries avec un saut de moyenne de longueur 100 ans I) correctement identifiés II) bien identifiés a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.....	31
Fig. 5. Exemple de série de base contenant trois sauts.....	41
Fig. 6. Sauts faussement détectés sur les séries homogènes de 100 ans a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.....	43
Fig. 7. Sauts identifiés (%) en estimant l'amplitude par différences de moyennes dans les séries avec un saut de moyenne de longueur 60 ans I) correctement identifiés II) bien identifiés a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.....	46
Fig. 8. Sauts identifiés (%) en estimant l'amplitude par différences de moyennes dans les séries avec un saut de moyenne de longueur 100 ans I) correctement identifiés II) bien identifiés a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.....	50
Fig. 9. Histogramme du critère de positionnement selon les dix méthodes des séries avec deux sauts.....	56
Fig. 10. Histogramme du critère de positionnement selon les dix méthodes des séries avec trois sauts.....	56
Fig. 11. Critères de positionnement moyens selon la distance entre les deux sauts.....	57
Fig. 12. Critères de positionnement moyens selon la suite des signes des sauts.....	58



# 1. Introduction

Les conditions de mesure d'une station peuvent varier au cours du temps. Les modifications des conditions de mesure peuvent introduire des ruptures artificielles dans les données qui ne reflètent pas les variations réelles du climat. En résultat, les séries climatiques sont composées de deux éléments distincts : le signal climatique réel et les ruptures dues à des modifications des conditions de mesure. Ces ruptures peuvent être du même ordre de grandeur que le signal climatique réel. La correction de ces ruptures artificielles est donc nécessaire avant d'entreprendre des études sérieuses qui portent sur des séries climatiques. Le processus de détection et de correction des ruptures d'origine non climatique est appelé **homogénéisation**. Les principales modifications qui peuvent affecter l'homogénéité des séries sont :

- le déplacement d'une station
- le remplacement d'un instrument de mesure
- le changement des heures d'observations
- une modification de l'environnement immédiat de l'instrument de mesure (urbanisation, croissance d'un arbre à proximité)
- un changement d'observateur

L'influence de ces changements sur les séries de données dépend du paramètre qui est mesuré. Par exemple, les mesures de précipitations sont perturbées par le vent produit au dessus du cône du pluviomètre. Donc, toute modification ayant un effet sur le vent induira des sauts dans les données (e.g. un changement d'emplacement, de la forme du capteur ou de sa hauteur au dessus du sol). Une modification dans l'environnement immédiat d'une station, induite par exemple par l'urbanisation ou la végétation, suscite des changements plus graduels (Peterson et al., 1998) et ce, en particulier sur les températures. Pour une revue complète de l'influence de chaque type de modification sur différents paramètres, se référer à Heino (1996).

La plupart du temps, la séparation du signal climatique réel et des ruptures artificielles de la **série de base** (celle que l'on veut étudier) se fait à l'aide de **séries voisines** (souvent des observations de stations géographiquement voisines) ou d'une **série de référence** (fonction d'une ou de plusieurs séries voisines) climatiquement similaires à la série de base. Les séries voisines doivent être homogènes, sinon des inhomogénéités dans l'une d'elles pourraient être attribuées à la série de base. On émet l'hypothèse implicite que les stations voisines sont affectées de la même façon

que la série de base par les fluctuations du climat et on recherche des ruptures dans la série de base qui ne se produisent pas dans les séries voisines.

La procédure la plus utilisée pour détecter des inhomogénéités consiste à calculer une série de différences ou de rapports (selon la variable étudiée et le pas de temps de la série) entre la série de base et une série de référence que l'on nomme **série de comparaison**. Ceci permet d'éliminer l'essentiel du signal climatique et de faire ressortir les ruptures dans la série de comparaison. Un changement abrupte se traduit en un saut de moyenne dans la série de comparaison tandis qu'un changement plus graduel apparaît sous forme de tendance.

Pour expliquer la cause d'une inhomogénéité ou encore identifier les positions de discontinuités potentielles, on consulte des **métadonnées**. Ces dernières sont des informations historiques sur les conditions de mesure d'une station. Elles sont constituées des enregistrements de la station, des annuaires météorologiques, des fiches d'inspection, des photographies de la station et de son environnement, d'une entrevue avec la personne responsable d'une station, etc. Pour une liste complète avec des exemples se référer à WMO (2003). En homogénéisation, les métadonnées sont consultées pour expliquer la cause d'une inhomogénéité.

Plusieurs variables climatiques sont homogénéisées et présentées dans la littérature (température, précipitation, pression, vitesse du vent, etc.). Cependant, la grande variabilité spatiale des précipitations fait en sorte que ce paramètre est plus difficile à homogénéiser. Lorsque le réseau d'observation est peu dense et que les stations voisines sont éloignées, cela peut devenir très problématique. La performance des différentes techniques d'homogénéisation dépend des caractéristiques des données. Les techniques d'homogénéisation à utiliser avec les données du Québec ne sont pas identifiées.

L'objectif de ce travail est de déterminer les techniques d'homogénéisation les plus prometteuses pour les précipitations totales annuelles du Québec et de développer un outil permettant d'appliquer les méthodes les plus appropriées. Ce rapport présente les résultats d'une étude comparative de méthodes d'homogénéisation sur des séries synthétiques de précipitations totales annuelles qui possèdent des caractéristiques statistiques typiques des précipitations totales observées au Québec. Le reste du rapport est organisé comme suit : a) retour sur les méthodes comparées et les séries synthétiques générées; b) présentation des résultats de toutes les méthodes; c) discussion des résultats; d) conclusion et e) présentation du logiciel d'homogénéisation des précipitations HOP.

## 2. Méthodologie

La méthodologie adoptée dans ce travail consiste à 1) sélectionner les méthodes d'homogénéisation qui semblent les plus prometteuses pour les données de précipitation, 2) générer des séries synthétiques de différentes configurations et 3) estimer la performance des méthodes sélectionnées sur les séries synthétiques.

### 2.1. Sélection des méthodes d'homogénéisation

Dans le but d'identifier les méthodes qui semblent les plus prometteuses pour l'homogénéisation des précipitations, une revue de littérature exhaustive des méthodes d'homogénéisation des données climatiques a été réalisée (Beaulieu et al., 2006). Un certain nombre de méthodes ont été retenues sur la base de leur potentiel d'applicabilité aux séries de précipitations. Les techniques d'homogénéisation ont été sélectionnées selon les critères suivants:

- Objectivité
- Capacité de détecter un ou plusieurs sauts de moyenne
- Utilisation d'au moins une série voisine
- Algorithme disponible dans la littérature

Plusieurs techniques performantes de détection de ruptures n'ont pas été sélectionnées parce que leur formulation ne permet pas la prise en compte des séries voisines. C'est le cas de la technique de segmentation des séries hydrologiques (Hubert et al., 1989; Kechagias, 2004) qui s'applique directement sur la série que l'on veut segmenter sans utiliser de séries voisines. Il en est de même également pour les méthodes Bayésiennes présentées par Perreault et al. (1999; 2000), Thyer et Kuczera (2000, 2003a, 2003b) et Fortin et al. (2004). La technique Bayésienne développée par Lee et Heghinian (1977) et présentée dans Ouarda et al. (1999) a été adaptée pour l'utilisation d'une série de référence dans Ducré-Robitaille et al. (2003). Cependant, étant donné que les techniques Bayésiennes coûtent plus cher en temps que les techniques classiques, il a fallu se limiter à un certain nombre de techniques Bayésiennes pour cette comparaison. Par ailleurs, certaines techniques présentées dans la littérature qui satisfont ces critères n'ont pas été choisies parce qu'elles ne semblaient pas adaptées aux types de données du Québec ou ont mal performés dans des études comparatives antérieures. Par exemple, la technique de Caussinus et Mestre (2004) n'est pas utilisée puisqu'elle nécessite l'usage d'au moins six voisines pour bien performer (Slonosky et al., 1999). Pour le réseau d'observations du Québec, l'obtention de plus de six stations voisines corrélées n'est pas réaliste. Certaines techniques

ayant peu performées auparavant comme le test de Student séquentiel ont tout de même été choisies. En effet, selon les recommandations émises dans Ducré-Robitaille et al. (2003), augmenter la taille de la fenêtre mobile pourrait améliorer la performance de cette méthode. Les techniques sélectionnées sont présentées dans le tableau 1. Elles sont décrites par leur nom complet, mais par la suite, elles seront désignées par leur pseudonyme dans le but d'alléger le rapport.

TABLE 1. Pseudonymes et références des méthodes comparées.

<b><i>Pseudonyme</i></b>	<b><i>Méthode</i></b>	<b><i>Référence(s)</i></b>
<b><i>BAMS</i></b>	<i>Méthode Bayésienne multi-sauts</i>	-Fearnhead (2006) -Seidou et Ouarda (2006)
<b><i>BARE</i></b>	<i>Méthode Bayésienne régressive multi-sites</i>	-Ouarda et al. (2005)
<b><i>BIVT</i></b>	<i>Approche bivariee</i>	-Maronna et Yohai (1978) -Potter (1981)
<b><i>JARU</i></b>	<i>Méthode de Jaruskova</i>	-Jaruskova (1996)
<b><i>RASM</i></b>	<i>Méthode Bayésienne univariée pour la détection d'un saut</i>	-Rasmussen (2001)
<b><i>REG2</i></b>	<i>Régression à deux phases</i>	-Easterling et Peterson (1995) -Lund et Reeves (2002)
<b><i>REGM</i></b>	<i>Régression multiple</i>	-Vincent (1998)
<b><i>SNHT</i></b>	<i>Test d'homogénéité standard normal (standard normal homogeneity test)</i>	-Alexandersson (1986)
<b><i>STUS</i></b>	<i>Test de Student séquentiel</i>	-Gullett et al. (1990)
<b><i>WILS</i></b>	<i>Test de Wilcoxon séquentiel</i>	-Karl et Williams (1987) -Ducré-Robitaille et al. (2003)

### 2.1.1 Approche Bayésienne multi-sauts (BAMS)

BAMS est une adaptation de la méthode présentée dans Fearnhead (2006) qui cherche à détecter un changement de paramètres dans une série de données distribuée selon une loi quelconque. Ce modèle a été adapté par Seidou et Ouarda (2006) au cas où les données sont normales et la moyenne de la série climatique considérée varie en fonction de plusieurs covariables. L'observation  $i$  de la série de base est noté par  $y_i (i = 1, \dots, n)$  et  $x_{ij} (i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, k)$  représente l'observation  $i$  de la série voisine  $j$ . La distribution de  $y_i$  est  $N(\sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}, \sigma^2)$ . On a considéré des distributions *a priori* uniforme ou normale pour les paramètres  $\beta_j$  et uniforme ou gamma pour  $\sigma$ . La position du  $j^{\text{ème}}$  changement de régime est notée  $p_j$ ,  $\theta$  est le vecteur des paramètres du modèle,

$\pi(\theta)$  la distribution à priori des paramètres,  $g_0(t)$  la probabilité que le premier changement de régime arrive à la date  $t$ , et  $g(t)$  la probabilité que la différence entre les dates de deux changements de régime consécutifs soit de  $t$ .

Pour les dates  $s \geq t$ , on définit :

$$\begin{aligned} P(t, s) &= \Pr(y_{s:t}; t, s \text{ dans le même segment}) \\ &= \int \prod_{i=t}^s f(y_i | \theta) \pi(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (1)$$

Pour  $t = 2, \dots, n$  on définit :

$$Q(t) = \begin{cases} \Pr(y_{t:n} | \text{changement de régime à la date } t-1) & t > 2 \\ \Pr(y_{t:n}) & t = 1 \end{cases} \quad (2)$$

On a les relations suivantes :

$$Q(1) = \sum_{s=1}^{n-1} P(1, s) Q(s+1) g_0(s) + P(1, n)(1 - G_0(n-1)) \quad (3)$$

$$Q(t) = \sum_{s=1}^{n-1} P(t, s) Q(s+1) g_0(s+1-t) + P(t, n)(1 - G(n-t)) \quad (4)$$

avec

$$G(t) = \sum_{s=1}^t g(s) \text{ et } G_0(t) = \sum_{s=1}^t g_0(s) \quad (5)$$

La distribution de probabilité *a posteriori* du premier changement  $p_1$  est alors donnée par

$$\Pr(p_1 | y_{1:n}) = P(1, p_1) Q(p_1 + 1) g_0(p_1) / Q(1) \quad (6)$$

La distribution de probabilité de  $p_j$  conditionnelle à  $p_{j-1}$  est donnée par

$$\Pr(p_j | p_{j-1}, y_{1:n}) = P(p_{j-1} + 1, p_j) Q(p_j + 1) g(p_j - p_{j-1}) / Q(p_{j-1} + 1) \quad (7)$$

Seidou et Ouarda (2006) ont montré que dans le cas de la régression linéaire multiple, en supposant une forme particulière pour la distribution *a priori* de l'écart type,  $P(t, s)$  pouvait s'écrire :

$$P(t, s) = (2\pi)^{\frac{n_p}{2}} \frac{(\pi(\mathbf{\epsilon}_{s:t}^T \mathbf{\epsilon}_{s:t} + c))^{\frac{(t-s+a)}{2}} \Gamma\left(\frac{t-s+a}{2}\right)}{(c\pi)^{\frac{a-1}{2}} |\mathbf{X}_{s:t}^T \mathbf{X}_{s:t}|^{1/2} \Gamma\left(\frac{a-1}{2}\right)}, a > 1, c \geq 0 \quad (8)$$

où  $a$  et  $c$  étaient deux hyperparamètres (paramètres des distributions *a priori*) qui permettaient de moduler le niveau d'information apportés par les distributions *a priori*. La sensibilité à  $c$  est limitée, tandis que des valeurs de  $a$  voisines de 1 correspondent à des distributions *a priori* peu informatives.



Pour appliquer la méthode, il est nécessaire de spécifier l'information *a priori* sur la position des changements et sur les paramètres de la régression par le biais de  $p$  et  $a$ . La loi *a priori* sur la position des changements est définie par le paramètre  $\zeta$  tel que la probabilité du que le  $i^{\text{ème}}$  changement survienne conditionnelle au  $(i-1)^{\text{ème}}$  changement est donnée par

$$P(p_{i+1} | p_i) = \zeta(1 - \zeta)^{p_i - p_{i-1} - 1} \quad (9)$$

En sortie, on obtient la densité de probabilité *a posteriori* du nombre de changements, et la position des sauts étant donné le nombre de changements le plus probable. La façon dont la technique est appliquée au cours de ce projet a dû être ajustée par rapport à la version originale proposée dans Seidou et Ouarda (2006). On a réalisé qu'avec des distributions *a priori* très vagues, cette méthode Bayésienne performait bien sur les séries homogènes et avait un taux de détection assez bas. Avec des distributions *a priori* très informatives, elle détectait un pourcentage élevé de vrais sauts et les positionnait très bien, mais détectait un nombre déraisonnable de sauts dans les séries homogènes. Après plusieurs tentatives, on s'est rendu à l'évidence qu'il était impossible qu'elle performe sur tous les ensembles avec les deux paramètres. L'approche adoptée dans cette étude consistait à utiliser la méthode une première fois avec des distributions *a priori* vagues ( $a=1.1$  et  $p=0.5$ ) pour voir si la série est homogène ou non. Si la série est non homogène, on applique alors des distributions à priori informatives ( $a=5$  et  $p$  est tel que la probabilité *a priori* de non changement  $(1 - \zeta)^{n-20}$  est inférieure à 0.001).

### 2.1.2 Méthode Bayésienne régressive multi-sites (BARE)

Ce modèle, développé par Seidou et al. (2006), est utilisé pour les cas où le changement est multi site avec éventuellement des données manquantes dans la série de base ou les séries voisines. Toutefois, le modèle ne considère qu'un seul saut. Ce modèle peut être représenté par:

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{X}_t \boldsymbol{\theta}_t + e_t \quad (10)$$

où  $\mathbf{X}_t$  est un vecteur de variables explicatives,  $e_t$  un ensemble d'erreurs aléatoires et identiquement distribuées selon  $N[0, \Sigma_y]$ , et  $\boldsymbol{\theta}_t$  une matrice (changeante avec  $t$ ) des coefficients de régression définie par :

$$\boldsymbol{\theta}_t = \begin{cases} \boldsymbol{\beta}_1^*, & 1 \leq t \leq p, \\ \boldsymbol{\beta}_2^*, & p < t \leq n, \end{cases} \quad (11)$$

Les contraintes suivantes sont imposées :  $\beta_1^* = (\beta_1, \beta_0)^T$  et  $\beta_2^* = (\beta_2, \beta_0)^T$ . Les dimensions des vecteurs  $\theta_t$ ,  $\beta_1^*$ ,  $\beta^*$ ,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  sont respectivement de  $(d^* \times 1)$ ,  $(d^* \times 1)$ ,  $(d^* \times 1)$ ,  $(d_0^* \times 1)$ ,  $(d_1^* \times 1)$  et  $(d_1^* \times 1)$ . L'équation (11) implique que  $d^* = d_0^* + d_1^*$ . Le modèle recherche un changement dans le  $(d^* \times 1)$  vecteur  $\theta_t$  entre le  $(d_1^* \times 1)$  sous-vecteur  $\beta_1$  et le  $(d_1^* \times 1)$  sous-vecteur  $\beta_2$ . Le  $(d_0^* \times 1)$  sous-vecteur  $\beta_0$  prend part dans  $\theta_t$  au travers des observations. Seidou et al. (2006) ont considéré des distributions *a priori* très générales pour les paramètres de régression et pour la variance, ce qui fait que les distributions *a posteriori* ne peuvent être calculées analytiquement. Donc, l'échantillonnage de Gibbs est utilisé pour obtenir une distribution *a posteriori* empirique pour chaque paramètre.

### 2.1.3 Approche bivariée (BIVT)

La technique BIVT repose sur le postulat que la série de base  $(y_i, i=1, \dots, n)$  et une série de référence  $(x_i, i=1, \dots, n)$  positivement corrélée appartiennent à une même distribution normale bivariée. Une série de comparaison est calculée :

$$q_i = \frac{i(n-i)\delta_i^2((S_x - (\sum_{j=1}^i x_j / i - \bar{x}_{1:n})^2 ni) / (n-i))}{S_x S_y - S_{xy}^2}, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (12)$$

où

$$\delta_i = \frac{\left[ S_x (\bar{y}_{1:n} - \sum_{j=1}^i y_j / i) - S_{xy} (\bar{x}_{1:n} - \sum_{j=1}^i x_j / i) \right] n}{(n-i)F_i}, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (13)$$

$$F_i = S_x - (x_i - \bar{x})^2 ni / (n-i) \quad (14)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_{1:n})(y_i - \bar{y}_{1:n}) \quad (15)$$

$$S_x = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_{1:n})^2 \quad (16)$$

$$S_y = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_{1:n})^2 \quad (17)$$

La statistique de ce test est donnée par  $Q_p = \max_{i=1, \dots, n-1} \{|q_i|\}$ . Les valeurs critiques de  $Q_p$  ont été obtenues par simulation (Maronna et Yohai, 1978). Lorsqu'elle est significative, cela signifie qu'il y a un saut à l'année  $p$ . Pour cette étude, l'approche a été utilisée de manière itérative sur tous les ensembles de séries synthétiques avec un seuil critique de 5%. La série de référence utilisée est la moyenne des trois séries voisines synthétiques.

### 2.1.4 Méthode de Jaruskova (JARU)

Cette technique consiste à calculer une série de différences entre la série de base et une série de référence et poser l'hypothèse qu'il y a un changement de moyenne dans la série de différences. La statistique suivante est calculée pour toutes les positions de la série :

$$Q_i = \sqrt{\frac{(n-i)i}{n}} \frac{(\bar{d}_{1:i} - \bar{d}_{i+1:n})}{s_i}, i=1, \dots, n-1 \quad (18)$$

où

$$s_i^2 = \frac{1}{n-2} \left[ \sum_{j=1}^i (d_j - \bar{d}_{1:i})^2 + \sum_{j=i+1}^n (d_j - \bar{d}_{i+1:n})^2 \right] \quad (19)$$

et  $d_i$  représente la différence entre l'observation à la station de base et à une station de référence de l'année  $i$  et  $n$  est la longueur de la série de différences. On suppose que la série de différences est normalement distribuée. Le maximum de la série,  $Q_p = \max_{i=1, \dots, n-1} \{Q_i\}$ , est extrait et la rupture est significative si la statistique excède la valeur critique de la distribution (Jaruskova 1996). Cette méthode a été appliquée sur tous les ensembles de séries synthétiques au seuil de 5% et les inhomogénéités détectées pendant les dix premières ou dernières années ont été ignorées. La série de référence est une moyenne des trois séries voisines synthétiques.

### 2.1.5 Méthode Bayésienne univariée pour la détection d'un saut (RASM)

Cette méthode présentée par Rasmussen (2001) consiste à inférer les paramètres d'un modèle de régression linéaire par une approche Bayésienne analytique. Plusieurs modèles de régression linéaire de ce type ont été considérés dans ses travaux, mais celui utilisé dans cette étude s'écrit :

$$y_i = \begin{cases} \tau_1 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + e_i & i=1, \dots, p-1 \\ \tau_2 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + e_i & i=p, \dots, n \end{cases} \quad (20)$$

où  $y_i$  représente l'observation  $i$  de la série de base,  $x_{ik}$  représente l'observation  $i$  de la série de référence  $k$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\beta_j$  ( $j=1, \dots, 3$ ) représentent respectivement les ordonnées à l'origine avant et après le changement et les coefficients propres aux séries de référence. Le modèle repose sur les postulats de normalité et d'indépendance des données. Les densités de probabilités *a priori* sur les paramètres de régression et sur la position du saut sont non informatives (uniformes). La position du changement est prise comme étant le mode de la distribution *a posteriori*. Pour ce travail, l'analyse Bayésienne se fait sur la position du changement ( $p$ ) et aussi sur le vecteur de paramètres  $\theta = [\tau_1, \tau_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3]^T$ . La densité de probabilités *a posteriori* de la position est donné par :

$$pr(p|Y) = \left\{ |G_{p-1}^T G_{p-1}|^{-1/2} [Y^T Y - Y^T G_{p-1} (G_{p-1}^T G_{p-1})^{-1} G_{p-1}^T Y] \right\} \\ * \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} |G_i^T G_i|^{-1/2} [Y^T Y - Y^T G_i (G_i^T G_i)^{-1} G_i^T Y]^{-(n-5)/2} \right\}^{-1} \quad (21)$$

où

$$G_{p-1}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & x_{p-1,1} & x_{p-1,2} & x_{p-1,3} \\ 0 & 1 & x_{p,1} & x_{p,2} & x_{p,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & x_{n,1} & x_{n,2} & x_{n,3} \end{pmatrix} \quad (22)$$

et  $Y$  représente le vecteur d'observations de la série de base,  $n$  est la longueur du vecteur et  $x_i$  représente les observations de la série de référence. La densité *a posteriori* des paramètres du vecteur  $\theta$  est donnée par :

$$pr(\theta|Y, p) = \left\{ \frac{\Gamma(\nu + 5/2) |G_{p-1}^T G_{p-1}|^{1/2}}{\left[ \Gamma(1/2) \right]^5 \Gamma(\nu/2) [c\sqrt{\nu}]^5} \right\} * \\ \left\{ 1 + \frac{(\theta - \hat{\theta})^T G_{p-1}^T G_{p-1} (\theta - \hat{\theta})}{\nu c^2} \right\}^{-(\nu+5)/2} \quad (23)$$

avec  $\hat{\theta} = (G^T G)^{-1} G^T Y$  (24)

$$c^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) / (n - 2) \quad (25)$$

et  $\nu$  est le nombre de degrés de liberté ( $n-5$ ) et  $\Gamma$  est la fonction Gamma. Comme il n'existe pas d'expression analytique pour la distribution *a posteriori* de l'amplitude du changement, celle-ci a été calculée par simulations de Monte Carlo. L'intervalle de crédibilité Bayésien obtenu est utilisé pour vérifier si le saut est significatif. Cette méthode a été appliquée sur tous les ensembles de séries synthétiques.

### 2.1.6 Régression à deux phases (REG2)

Plusieurs versions de la régression à deux phases sont présentées dans la littérature (Solow 1987; Easterling et Peterson 1995 ; Lund et Reeves 2000 ; Wang 2003). Pour ce travail, le modèle de Lund et Reeves (2000) a été utilisé. Deux modèles de régression sont ajustés dans lesquels la variable

explicative est le temps. Le premier modèle représente une série homogène. Le deuxième modèle représente une série dans laquelle il y a une discontinuité au temps  $p$  :

$$y_i = \begin{cases} \tau_1 + \lambda_1 i + e_i, & i = 1, \dots, p-1 \\ \tau_2 + \lambda_2 i + e_i, & i = p, \dots, n \end{cases} \quad (26)$$

où  $y_i$  représente l'observation à l'année  $i$  de la série de base,  $\tau_1$  et  $\tau_2$  les ordonnées à l'origine avant et après le saut et  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  les pentes précédent et suivant le saut. L'emplacement du saut se trouve en ajustant le modèle pour toutes les valeurs possibles de  $p$ , en calculant les statistiques de Fisher comparant l'ajustement des deux modèles pour tous ces points et en choisissant la valeur maximale ( $F_{max}$ ). Les valeurs critiques de cette statistique sont obtenues par simulation et fournis dans Lund et Reeves (2000). Itérativement, le même processus est répété jusqu'à ce que tous les segments semblent homogènes ou que les segments soient de longueur inférieure à 10. La méthode n'est pas appliquée directement sur la série de base, mais sur une série de différences entre la série de base et les séries voisines. Cette méthode a été appliquée sur toutes les séries synthétiques générées avec un seuil critique de 5%.

### 2.1.7 Régression multiple (REGM)

Cette approche se base sur l'application de quatre modèles de régression multiple représentant divers types d'inhomogénéités (Vincent, 1998). Pour les besoins de cette étude, deux modèles sont utilisés. Le premier sert à déterminer si la série de base est homogène. L'homogénéité de la série est vérifiée par un test d'indépendance des résidus (e.g. un intervalle de confiance sur l'autocorrélation d'ordre 1 des résidus). Lorsque les résidus sont indépendants, le modèle ajuste bien les données et la série semble homogène. Par contre, si les résidus sont autocorrélés, cela indique que le modèle n'ajuste pas bien les données et qu'il pourrait y avoir une inhomogénéité dans la série de base. Le modèle décrivant un saut dans la série de base est appliqué:

$$y_i = \begin{cases} \tau + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + e_i & i = 1, \dots, p-1 \\ \tau + \delta_p + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + e_i & i = p, \dots, n \end{cases} \quad (27)$$

où  $y_i$  représente l'observation  $i$  de la série de base,  $x_{ik}$  représente l'observation  $i$  de la série de référence  $k$ ,  $\tau$  et  $\beta_j$  ( $j=1, \dots, k$ ) sont les estimateurs aux moindres carrés. Il y a  $k$  séries voisines au total et  $n$  observations pour chacune. Les résidus,  $e_i$ , sont distribués selon une loi normale  $N(0, \sigma_e^2)$ . L'emplacement du saut,  $p$ , est déterminé en ajustant le modèle pour toutes les positions

possibles et en sélectionnant celui avec la plus petite somme des carrés résiduelle. Si les résidus sont indépendants, alors il semble y avoir un saut à la position  $p$ . Le test de Fisher comparant l'ajustement du modèle homogène avec l'ajustement du modèle avec un saut est utilisé pour voir si le modèle 3 ajuste mieux les données. Le seuil significatif du saut se calcule avec la statistique de Student. On recommence ensuite le processus sur chacun des segments jusqu'à ce que tous les segments soient homogènes. Cette méthode a été appliquée sur les séries synthétiques au seuil critique de 5%.

### 2.1.8 Méthode d'Alexandersson (SNHT)

Une série de rapports est créée entre la série de base et les séries voisines:

$$q_i = y_i / \left\{ \left( \sum_{j=1}^k \rho_j^2 x_{ij} \bar{y}_{1:n} / \bar{x}_{1:n,j} \right) / \sum_{j=1}^k \rho_j^2 \right\} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, k \end{matrix} \quad (28)$$

La valeur de l'année  $i$  de la série de base est représentée par  $y_i$ , alors que  $x_{ij}$  dénote l'observation  $i$  de la série voisine  $j$ . Il y a  $k$  séries voisines et  $n$  observations dans chaque série. Le coefficient de corrélation entre la série de base et la série voisine  $j$  est noté par  $\rho_j$ . On teste l'hypothèse que les ratios standardisés suivent une distribution normale de moyenne nulle et de variance 1 alors que la contre-hypothèse est qu'il y a un changement de moyenne dans la série. Pour trouver l'emplacement de ce point de changement, une série de moyennes pondérées est créée :

$$Q_i = i \bar{v}_{1:i}^2 + (n-i) \bar{v}_{i+1:n}^2, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (29)$$

où  $\bar{v}_{1:i}$  et  $\bar{v}_{i+1:n}$  sont les moyennes des rapports standardisés pour les segments de 1 à  $i$  et de  $i+1$  jusqu'à  $n$ , le nombre total d'années dans la série. La statistique du test,  $Q_p = \max_{i=1, \dots, n-1} \{|Q_i|\}$ , est significative si elle dépasse sa valeur critique (Alexandersson, 1986) et son indice correspond à la position du saut ( $p$ ). Pour cette étude, ce test a été appliqué successivement sur tous les ensembles de série synthétiques au seuil critique de 5%.

### 2.1.9 Test de Student séquentiel (STUS)

Le test de Student séquentiel consiste à tester successivement l'égalité de deux moyennes pour identifier une rupture dans une série (Gullett et al. 1990). Ducré-Robitaille et al. (2003) suggérant d'augmenter la taille de la fenêtre mobile, on teste l'égalité des moyennes en utilisant 10 points avant et après chaque position potentielle :

$$T_i = \frac{\bar{q}_{i-10:i-1} - \bar{q}_{i:i+9}}{(s_{i-10:i-1}^2/10 + s_{i:i+9}^2/10)^{1/2}}, \quad i=11, \dots, n-9 \quad (30)$$

où  $\bar{q}_{i-10:i-1}$ ,  $\bar{q}_{i:i+9}$ ,  $s_{i-10:i-1}^2$  et  $s_{i:i+9}^2$  sont les moyennes et les variances de la série de ratios des 10 observations avant et après  $i$ . La valeur maximale de la statistique de Student correspond à la position du saut le plus probable et elle est significative si elle dépasse la valeur critique de la distribution de Student avec 18 degrés de liberté. Dans ce cas, la série est séparée en deux segments et le processus reprend sur les deux segments jusqu'à ce que tous les sauts soient détectés. Cette procédure a été substituée à l'originale puisqu'en extrayant simultanément toutes les statistiques significatives, un même saut est identifié plus d'une fois étant donné que les statistiques de Student successives sont très corrélées. De plus, étant donné que le test est appliqué sur la même série un grand nombre de fois, la probabilité de rencontrer l'erreur de type 1, c'est-à-dire le rejet de l'hypothèse nulle alors qu'elle est vraie, est augmentée. Le seuil critique à utiliser pour que le seuil critique global soit de 5% a été déterminé par simulation. Enfin, puisque l'on travaille avec des précipitations, la méthode sera appliquée sur une série de rapports entre la série de base et les séries de référence comme avec la méthode d'Alexandersson.

### 2.1.10 Test de Wilcoxon séquentiel (WILS)

Le test de Wilcoxon a été utilisé de plusieurs façons pour l'homogénéisation des données (Karl et Williams, 1987; Lanzante, 1990; Ducré-Robitaille et al., 2003). La version plus récente qui consiste à calculer successivement les statistiques de Wilcoxon et d'évaluer leurs seuils significatifs avec une approximation normale a été utilisée :

$$Z_i = \frac{R_i - i(n+1)/2}{\sqrt{i(n-i)(n+1)/12}}, \quad i = 11, \dots, n-9 \quad (31)$$

où  $n$  représente la taille de la série testée,  $R_i = \sum_{j=1}^i r_j$  et  $r_i$  sont les rangs de la première partie de la série. Le maximum de la série et sa position sont extraits ( $Z_p = \max_{i=11, \dots, n-9} \{Z_i\}$ ). Si le test est significatif, alors il y a une rupture de moyenne à cet emplacement. La série est divisée en deux segments et le processus est répété sur chacun des segments jusqu'à ce que tous les segments soient homogènes ou de longueur inférieure à 10. Comme avec la méthode du test de Student séquentiel, les valeurs critiques ont été modifiées pour avoir un seuil de 5%. La technique a été appliquée sur

une série de rapports entre la série de base et les séries voisines comme dans la méthode d'Alexandersson.

## 2.2 Génération des séries synthétiques

Pour évaluer la performance des méthodes d'homogénéisation, il est intéressant de posséder des séries homogènes et inhomogènes de plusieurs types. Pour ce faire, des séries de précipitations synthétiques ayant le même comportement statistique (moyenne, écart-type, autocorrélation d'ordre 1 et corrélation spatiale) que les séries de précipitations totales annuelles typiques observées dans le sud du Québec ont été générées. Le modèle utilisé a été proposé par Easterling et Peterson (1992) et repris par Vincent (1998) et par Ducré-Robitaille et al. (2003) pour générer des séries synthétiques de température. Pour estimer les paramètres du modèle, un ensemble de stations situées au sud du Québec et dans les provinces avoisinantes qui ont des enregistrements de qualité (de longues séries d'observations et peu de données manquantes) a été sélectionné et les paramètres du modèle ont été estimés à partir de cet ensemble de données.

Des séries synthétiques homogènes (moyenne et variance constante) et inhomogènes (un ou plusieurs sauts de moyenne, une tendance, un saut d'écart-type) ont été générées. Étant donné que la plupart des méthodes d'homogénéisation se basent sur une comparaison entre une série de base (celle qu'on veut homogénéiser) et une série de référence homogène (calculée à partir de stations voisines), des séries voisines corrélées avec la série de base ont également été générées. Les détails concernant la génération des séries synthétiques sont présentés dans cette section.

### 2.2.1 Séries de base

#### 2.2.1.1 Homogènes

Des séries de base homogènes ont été générées pour étudier la sensibilité des méthodes sur des séries qui ne comprennent aucune inhomogénéité. Les séries de base homogènes standardisées sont simulées selon le modèle suivant :

$$z_i = \phi_1 z_{i-1} + e_i \quad (32)$$

où  $z_i$  représente la précipitation totale de l'année  $i$  standardisée,  $\phi_1$  est l'autocorrélation entre les années et  $e_i$  est un résidu normalement distribué de moyenne 0 et de variance  $1 - \phi_1^2$ . Par la suite, on multiplie par l'écart-type et on ajoute la moyenne pour avoir  $y_i^*$ , la précipitation totale de l'année  $i$ .



On a voulu reproduire une précipitation totale annuelle de 1089 mm, un écart-type de 142 mm et une autocorrélation d'ordre 1 de 0.02, moyenne des stations retenues. Au total, 10 000 séries homogènes (5000 de 60 et 5000 de 100 ans) ont été générées de cette façon.

### 2.2.1.2 Un saut de moyenne

Des séries avec un changement de moyenne ont été générées pour étudier la puissance des méthodes à positionner et estimer l'amplitude d'un saut de moyenne. L'amplitude et la position du saut sont déterminées de façon aléatoire. Une série avec un saut se représente par :

$$y_i = \begin{cases} y_i^* - \delta_p \sigma, & i = 1, \dots, p-1 \\ y_i^*, & i = p, \dots, n \end{cases} \quad (33)$$

avec  $\delta_p = \text{sign}(u - 1/2) * 3 * b, \quad u \sim U(0,1), \quad b \sim \text{BETA}(2,2) \quad (34)$

$$p = 10 + ud, \quad ud \sim \text{DUNIF}(n - 20) \quad (35)$$

où  $y_i$  représente l'observation  $i$  d'une série inhomogène de taille  $n$ ,  $y_i^*$  l'observation  $i$  d'une série homogène,  $\sigma$  est l'écart-type du dernier segment de la série,  $\delta_p$  dénote l'amplitude du saut et  $p$  sa position. L'amplitude varie aléatoirement entre 0 et 3 écarts-type (Eq. (34)). Pour simuler la position, on utilise une distribution uniforme discrète qu'on tronque pour éviter qu'il se produise un saut pendant les 10 premières ou les 10 dernières années de la série (Eq. (35)). Un nombre total de 50 000 séries (25 000 de taille 60 et 25 000 de taille 100) sont générées de cette façon. La figure 1a présente un exemple de série avec un saut de moyenne.

### 2.2.1.3 Plusieurs sauts de moyenne

Des séries avec des sauts multiples (2 et 3) sont également générées. Une série avec deux sauts se représente par :

$$y_i = \begin{cases} y_i^* - \delta_{p_1} * \sigma, & i = 1, \dots, p_1 - 1 \\ y_i^* - \delta_{p_2} * \sigma, & i = p_1, \dots, p_2 - 1 \\ y_i^*, & i = p_2, \dots, n \end{cases} \quad (36)$$

avec  $\delta_{p_1}, \delta_{p_2} = \text{sign}(u - 1/2) * 3 * b, \quad u \sim U(0,1), \quad b \sim \text{BETA}(2,2) \quad (37)$

$$p_1 = 10 + ud, \quad ud \sim \text{DUNIF}(n - 31) \quad (38)$$

$$p_2 = 10 + p_1 + ud, \quad ud \sim \text{DUNIF}(n - 20 - p_1) \quad (39)$$

où  $y_i$  représente l'observation  $i$  d'une série inhomogène de taille  $n$ ,  $y_i^*$  l'observation  $i$  d'une série homogène,  $\sigma$  est l'écart-type du dernier segment de la série,  $\delta_{p_1}, \delta_{p_2}$ ,  $p_1$  et  $p_2$  dénotent respectivement l'amplitude et la position des deux sauts. L'amplitude est simulée de la même façon que pour un seul saut. Pour la position, on utilise toujours la loi uniforme discrète, mais le paramètre change selon le nombre de sauts générés. La distance entre les sauts de moyenne ne peut être inférieure à 10. Les séries avec trois sauts de moyenne sont générées selon le même principe. Au total, 15 000 séries avec deux sauts et 15 000 séries avec trois ruptures de moyenne ont été simulées.

#### 2.2.1.4 Une tendance dans la moyenne

Lorsqu'une tendance est présente dans les données, il peut arriver que les méthodes d'homogénéisation l'interprètent comme un ou plusieurs sauts de moyenne consécutifs. On a simulé des séries avec une tendance dans la moyenne pour étudier le comportement des méthodes d'homogénéisation face à ce type d'inhomogénéité. Malgré le fait que les méthodes ne sont pas faites pour détecter des tendances, on s'intéresse quand même à leur performance à identifier un changement à l'intérieur de la tendance. Une série avec une tendance en moyenne se représente par :

$$y_i = \begin{cases} y_i^* - \delta_{p_1:p_2} \sigma, & i = 1, \dots, p_1 - 1 \\ y_i^* - \delta_{p_1:p_2} \sigma - mi, & i = p_1, \dots, p_2 - 1 \\ y_i^*, & i = p_2, \dots, n \end{cases} \quad (40)$$

$$\text{avec } \delta_{p_1:p_2} = \text{signe}(u - 1/2) * 3 * b, \quad u \sim U(0,1), \quad b \sim \text{BETA}(4,2) \quad (41)$$

$$p_1 = 10 + ud, \quad ud \sim \text{DUNIF}(n - 31) \quad (42)$$

$$p_2 = 10 + p_1 + ud, \quad ud \sim \text{DUNIF}(n - 20 - p_1) \quad (43)$$

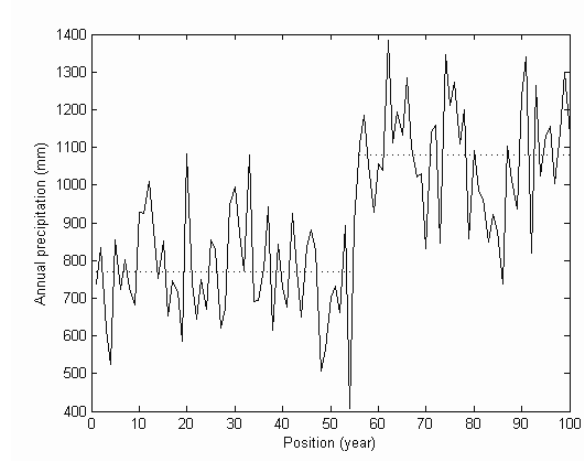
où  $y_i$  représente l'observation  $i$  d'une série inhomogène de taille  $n$ ,  $y_i^*$  l'observation  $i$  d'une série homogène,  $\sigma$  est l'écart-type du dernier segment de la série,  $\delta_{p_1:p_2}$  est l'amplitude de la tendance,  $m$  sa pente,  $p_1$  et  $p_2$  dénotent respectivement la position du début et de la fin de la tendance. L'amplitude se situe entre -3 et 3 écarts-type et les petites tendances sont peu fréquentes. La position du début et de la fin de la tendance est simulée de la même façon que pour une série à deux sauts. Un nombre total de 10 000 séries synthétiques avec une tendance aléatoire ont été générées. La figure 1b présente un exemple de série qui contient une tendance.

#### **2.2.1.5 Un saut d'écart-type**

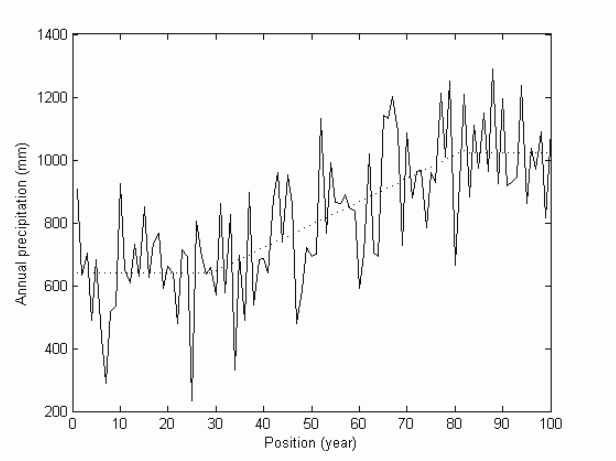
Des séries avec un saut de variance ont été générées pour déterminer les méthodes sensibles à ce type de changement. Les méthodes sélectionnées n'ont pas été développées pour détecter des changements de variance, mais il est intéressant de connaître le comportement des techniques en présence de ce type de rupture dans les données. La position du saut est déterminée de la même façon que pour un changement de moyenne. Par ailleurs, l'amplitude est tirée de la distribution BETA (8,2) auquel on ajoute un signe aléatoire et qu'on divise par 2. De cette façon, les amplitudes simulées sont entre 0 et 50% de l'écart-type. Un nombre total de 10 000 séries avec un saut de variance avec une amplitude et une position aléatoire a été généré. La figure 1c présente une série synthétique qui contient un saut de variance.

Fig. 1. Exemples de séries synthétiques générées a) avec un saut à la position 56 b) avec une tendance qui commence à la position 30 et se termine à la position 86 c) avec un changement d'écart-type à la position 33.

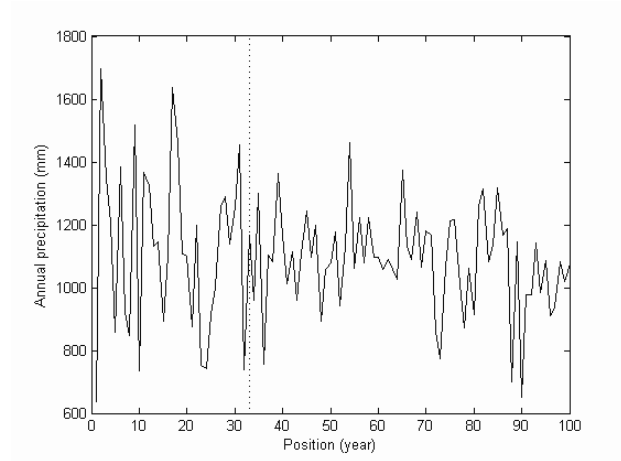
a)



b)



c)



## 2.2.2 Séries voisines

Pour chaque série de base, trois séries voisines sont générées. On génère d'abord trois séries homogènes indépendantes de la série de base :

$$w_i = \phi_1 w_{i-1} + e_i \quad (44)$$

où  $\phi_1$  est l'autocorrélation entre les années et  $e_i$  est un résidu normalement distribué de moyenne 0 et de variance  $1 - \phi_1^2$ . Ensuite, on introduit une corrélation entre la série de base et chaque série voisine :

$$w_i = \psi z_i + w_i \quad (45)$$

où  $z_i$  représente la précipitation totale standardisée à la station de base de l'année  $i$ ,  $w_i$  représente la précipitation totale standardisée à une station voisine de l'année  $i$ ,  $\psi$  est une constante de corrélation entre les séries voisines et la série de base. Par la suite, la série  $w_i$  est restandardisée. Enfin, on multiplie par 142 et on ajoute 1089. Les séries voisines possèdent les mêmes caractéristiques statistiques que les séries de base. La constante de corrélation (0.7) a été déterminée par simulation sur 10 000 paires de séries base-référence pour reproduire une corrélation de 0.55. En effet, la corrélation moyenne entre les stations qui ont moins de 300 km de distance est de 0,55. En pratique, cette valeur varie énormément et peut affecter la performance des méthodes, elles performant probablement beaucoup mieux avec une forte corrélation base-voisines. Cependant, le réseau de stations du Québec est peu dense et parfois il peut s'avérer difficile de trouver plusieurs voisines pour la même série de base. Dans le but de représenter le mieux possible cette réalité, le nombre de stations voisines a été limité.

## 2.3. Critères d'évaluation des méthodes d'homogénéisation

La performance de chaque méthode sera évaluée de façon différente selon qu'elle est appliquée à une série homogène, une série avec un saut, une série avec plusieurs sauts, une série avec un saut d'écart type ou une série avec une tendance. De plus, étant donné que les méthodes d'homogénéisation sélectionnées ont été développées pour détecter un seul saut dans une série, il est possible que leur performance soit dégradée en présence de sauts multiples. Pour éviter ceci, on peut estimer les amplitudes en terme de différences de moyenne des segments avant et après chaque saut, peu importe la méthode de détection utilisée. Les deux possibilités sont considérées dans la présente étude : le cas où la méthode est appliquée telle que publiée dans la littérature (section 3), et le cas où les méthodes sont utilisées pour positionner les sauts avant une estimation des amplitudes par différence de moyenne (section 4).

### 2.3.1 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries homogènes

La performance des méthodes sur les séries homogènes sera estimée par la proportion d'erreur de type I (sauts faussement détectés) et aussi par l'amplitude et la position des sauts faussement détectés.

### **2.3.2 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries à un saut**

En ce qui concerne les séries à un saut, on s'intéresse particulièrement à la capacité de ces méthodes à positionner les inhomogénéités, et à en estimer l'amplitude. On considère qu'un saut est correctement identifié lorsque sa position est exacte et la différence entre l'amplitude estimée et l'amplitude réelle est au plus 20% de l'amplitude réelle. Un saut est bien identifié lorsque la position estimée se situe à 2 années ou moins de la position réelle et que l'erreur absolue de l'estimation de l'amplitude est inférieure ou égale à 50% de l'amplitude réelle. Les sauts bien positionnés sont situés à plus ou moins deux années de l'amplitude réelle. La performance de la méthode est évaluée par le pourcentage de sauts bien identifiées et bien positionnés.

### **2.3.3 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries à plusieurs sauts**

Pour les séries avec plusieurs sauts, on évalue la performance des méthodes à corriger les inhomogénéités détectées. On compare alors les sommes de carrés résiduelles des séries homogénéisées avec les sommes de carrés résiduelles espérées pour des séries bien homogénéisées. De plus, on évalue leur capacité à positionner tous les sauts imposés. On a donc défini un critère que l'on calcule à partir des distances entre les sauts réels et les sauts détectés. Le critère a été spécialement conçu pour tenir compte autant des détections de sauts fictifs que des échecs à détecter des sauts existants. On reviendra plus en détails sur la formulation mathématique de ce critère à la section 4.3.

### **2.3.4 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries avec un saut d'écart type**

Pour les séries avec un saut d'écart-type, on évalue le nombre de sauts faussement détectés et compare avec le pourcentage d'erreur de type I observés sur les séries homogènes. Les techniques robustes à des sauts d'écart-type devraient donner approximativement le même pourcentage d'erreur de type I.

### **2.3.5 Critère d'évaluation des méthodes sur les séries avec une tendance**

Enfin, pour les séries synthétiques avec une tendance, on compte le nombre de sauts détectés à l'intérieur de cette dernière. Les méthodes d'homogénéisation sélectionnées ne sont pas toutes en mesure de détecter des changements graduels. En effet, seuls les deux modèles de régression ont été développés pour identifier à la fois des sauts et des tendances. De ce fait, on s'intéresse aux résultats

obtenus en présence d'une tendance afin de savoir si les méthodes sont sensibles à ce type d'inhomogénéité et si elles l'interprètent comme un ou plusieurs sauts consécutifs.

### 3. Performance des méthodes originales

Dans cette section, les méthodes sont appliquées telles qu'elles sont décrites dans la littérature, autant pour le positionnement des sauts que pour l'estimation de l'amplitude des sauts.

#### 3.1 Séries homogènes

Les méthodes d'homogénéisation ont été appliquées à deux ensembles de séries homogènes (60 et 100 ans) pour évaluer le pourcentage d'erreur de type 1 commise. En d'autres termes, on a dénombré les cas pour lesquels on rejette l'hypothèse d'homogénéité (l'hypothèse alternative étant que la série de base contient un saut ou plus) alors qu'elle est vraie. Les tableaux 2 et 3 présentent les résultats obtenus sur les séries homogènes.

TABLE 2. Sauts faussement détectés (%) sur les séries homogènes de 60 ans.

Amplitude (en écart-type)	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>0-0.25</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	1.10	0.12	0.00	1.68	0.22
<b>0.25-0.5</b>	0.00	0.02	0.30	0.04	11.88	1.14	0.38	0.40	1.92	1.08
<b>0.5-1</b>	0.00	0.18	1.94	1.00	8.98	1.28	0.42	2.12	1.54	2.24
<b>1-2</b>	0.00	0.12	0.04	0.04	0.18	0.32	0.00	0.04	0.14	0.30
<b>&gt;2</b>	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.18	0.00	0.00	0.00	0.02
<b>Total</b>	0.00	0.36	2.28	1.08	21.18	4.02	0.92	2.56	5.28	3.86

TABLE 3. Sauts faussement détectés (%) sur les séries homogènes de 100 ans.

Amplitude (en écart-type)	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>0-0.25</b>	1.02	0.00	0.00	0.00	0.68	1.48	0.18	0.00	2.20	0.60
<b>0.25-0.5</b>	0.70	0.08	1.78	0.28	18.24	1.10	0.70	1.74	1.86	1.64
<b>0.5-1</b>	0.64	0.22	2.12	0.90	8.42	0.98	0.32	2.30	0.90	2.38
<b>1-2</b>	0.12	0.20	0.00	0.00	0.12	0.34	0.00	0.02	0.04	0.24
<b>&gt;2</b>	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.54	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>Total</b>	2.50	0.50	3.90	1.18	27.46	4.44	1.20	4.06	5.00	4.86

En général, toutes les méthodes performant bien pour identifier les séries homogènes (excepté RASM). Le pourcentage de sauts faussement détectés se situe autour de 5% dans la plupart des cas. Ceci correspond au seuil critique utilisé pour l'application des méthodes. Par ailleurs, la méthode RASM donne un pourcentage de sauts faussement détectés nettement supérieur (plus que 20%). Par ailleurs, la méthode RASM donne un pourcentage de sauts faussement détectés nettement

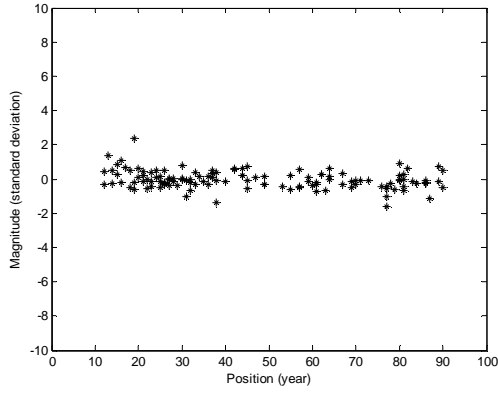


supérieur (plus que 20%). Le nombre élevé de sauts faussement détectés s'explique par le fait que cette méthode fait l'hypothèse implicite qu'il y a forcément un saut dans la série. En effet, la somme des probabilités a posteriori de la position du changement doit être égale à un, donc la méthode tend à positionner de toute façon un changement quelque part. De plus, en l'appliquant successivement, on augmente encore plus les chances de fausse détection. En utilisant cette méthode, il est fort probable que des sauts réels soient détectés, mais on risque fortement de détecter des sauts inexistantes.

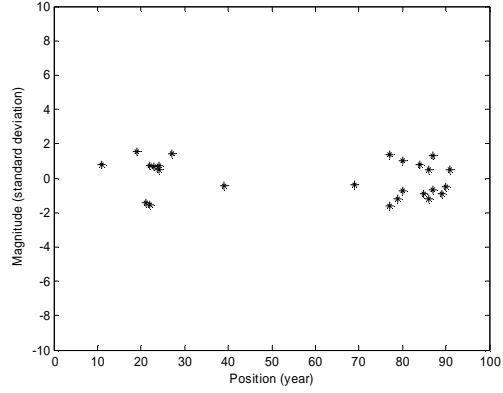
Dans une étude semblable effectuée sur les températures (Ducré-Robitaille et al., 2003), on a trouvé des seuils de fausse détection amplement supérieurs pour les méthodes REG2 et WILS. Pour REG2, ceci s'explique par le fait que dans notre modèle de régression à deux phases, on utilise la statistique de Fisher révisée par Lund et Reeves (2002) avec des valeurs critiques plus élevées qui font en sorte que ce test est plus conservatif. Dans l'étude de Ducré-Robitaille et al. (2003), c'est la statistique originale telle que présentée dans Easterling et Peterson (1995) qui est utilisée. Ainsi, les taux de fausse détection sont améliorés avec l'utilisation de la statistique révisée. De plus, on a réduit le seuil critique des tests de Wilcoxon en raison du nombre élevé d'applications sur une même série de façon à ce que le seuil critique global se trouve aux environs de 5%. Les seuils critiques utilisés pour les méthodes WILS et STUS ont été obtenus par simulation et diffèrent selon la longueur de la série. La figure 2 présente l'amplitude des sauts faussement détectés des séries homogènes de 100 ans en fonction de leur position pour les méthodes comparées. Les figures des séries de 60 ans ne sont pas présentées puisqu'on retrouve les mêmes patrons. Les amplitudes sont calculées selon la description respective de chaque méthode.

Fig. 2. Sauts faussement détectés sur les séries homogènes de 100 ans a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.

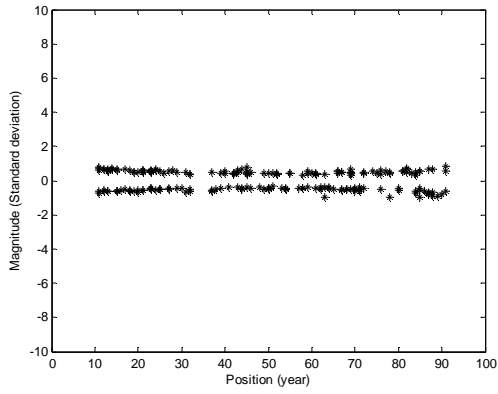
a)



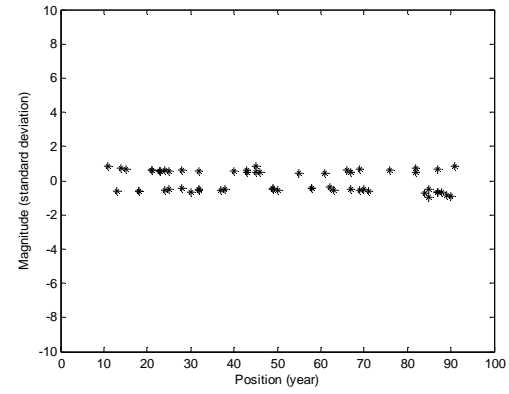
b)



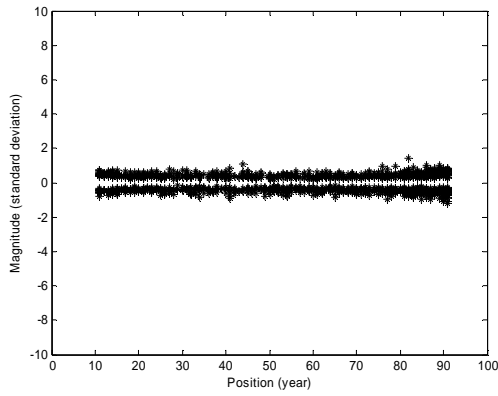
c)



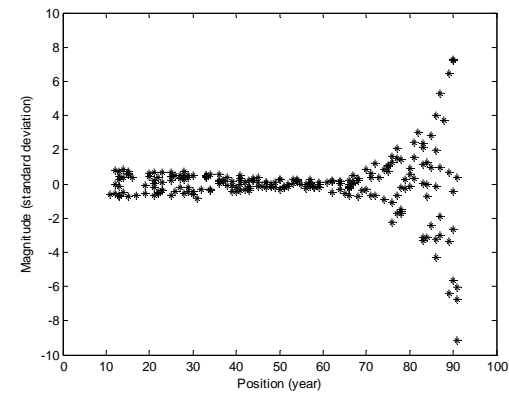
d)



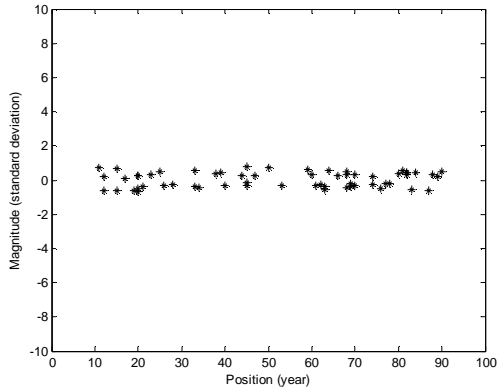
e)



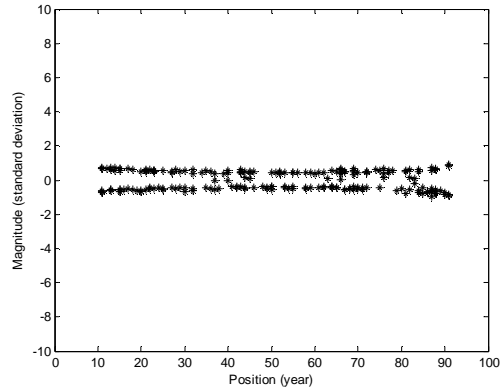
f)



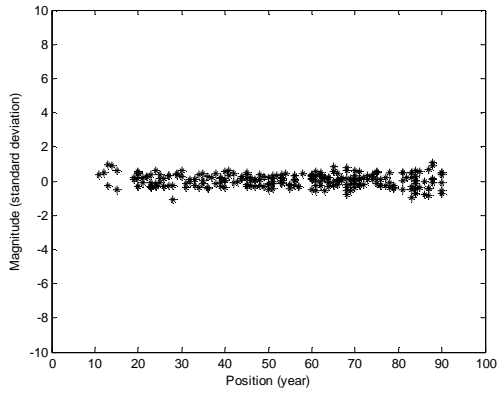
g)



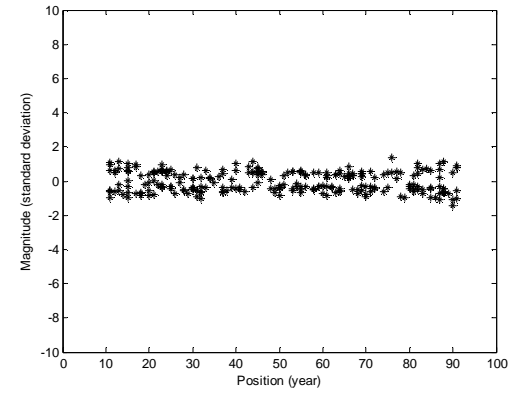
h)



i)



j)



On peut remarquer que REG2 tend à détecter des sauts d'amplitudes très élevées vers la fin de la série. En effet, on a obtenu des amplitudes allant jusqu'à huit écarts-types sur des séries homogènes alors que pour toutes les autres méthodes les sauts faussement détectés dépassent rarement un écart-type. Le modèle proposé corrige pour les différences de pente avant et après un saut et lorsque le saut est situé vers la fin de la série, cette différence de pente peut devenir très grande. Le fait de corriger le premier segment de la série selon cette différence de pente conduit à une amplitude erronée. Il serait important de faire un test sur le caractère significatif du changement de tendance. Par ailleurs, un autre modèle dans lequel on considère seulement les différences d'ordonnées à l'origine est présenté dans Lund et Reeves (2002) et serait probablement plus appropriée pour des données qui ne contiennent pas de tendance.

### 3.2 Séries avec un saut de moyenne

Pour évaluer la puissance des méthodes à identifier la position et estimer l'amplitude d'un saut, les méthodes ont été appliquées à deux ensembles de séries synthétiques contenant un saut de

moyenne de position et d'amplitude aléatoire. On a dénombré le nombre de sauts correctement identifiés, bien identifiés et bien positionnés. Les tableaux 4 et 5 présentent le pourcentage total de sauts correctement identifiés, bien identifiés et bien positionnés pour chacune des méthodes.

TABLE 4. Sauts identifiés (%) sur les séries de 60 ans avec un saut de moyenne.

	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>Correctement identifié</b>	36.8	32.4	52.3	53.0	57.3	39.0	48.7	51.5	32.1	57.3
<b>Bien identifié</b>	65.0	65.9	79.8	79.3	81.3	59.9	70.8	79.4	70.8	80.4
<b>Bien positionné</b>	69.7	70.5	82.2	81.4	83.3	64.8	72.0	81.6	71.2	80.9

TABLE 5. Sauts identifiés (%) sur les séries de 100 ans avec un saut de moyenne.

	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>Correctement identifié</b>	46.3	34.9	56.2	57.0	55.5	43.7	54.2	55.4	30.3	57.9
<b>Bien identifié</b>	76.6	71.4	82.8	82.4	82.6	66.2	76.2	82.4	67.4	82.4
<b>Bien positionné</b>	80.5	74.3	84.3	83.6	85.2	73.6	76.9	83.9	67.5	82.7

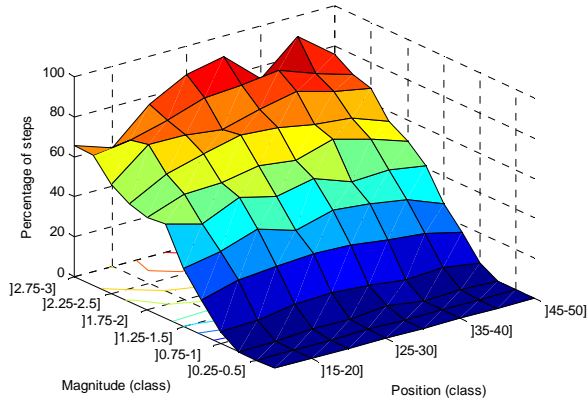
On peut voir que la plupart des méthodes performant bien à positionner les sauts. Sur les séries de 60 ans, le pourcentage de sauts bien positionnés est de l'ordre de 70% et plus pour toutes les méthodes excepté REG2. De plus, on retrouve un pourcentage de sauts bien positionnés sur les séries de 100 ans de l'ordre de 75% et plus pour la plupart des méthodes excepté REG2, STUS et BARE. Par ailleurs, on peut voir que STUS performe mieux pour les séries de 60 ans. Ceci est probablement dû au fait que les seuils critiques utilisés ont été déterminés par simulation et diffèrent pour les séries de 60 et 100 ans. En effet, en utilisant les mêmes seuils critiques, on observe une performance équivalente peu importe la longueur de la série.

De manière générale, les méthodes d'homogénéisation performant assez bien à identifier approximativement l'emplacement et l'amplitude des sauts, mais une estimation correcte semble plus problématique. En effet, la différence de pourcentage entre les sauts correctement identifiés et bien identifiés est supérieure à 20%. Donc, certaines méthodes arrivent à détecter l'emplacement des sauts, mais estiment moins bien l'amplitude. REG2 semble avoir ce problème (différence entre sauts bien identifiés et bien positionnés de 5% et plus). On verra dans la section suivante si la performance des méthodes est supérieure en estimant l'amplitude par différence de moyenne. Enfin, on peut remarquer que BAMS et REG2 semblent très sensibles à la taille de la série. La différence du

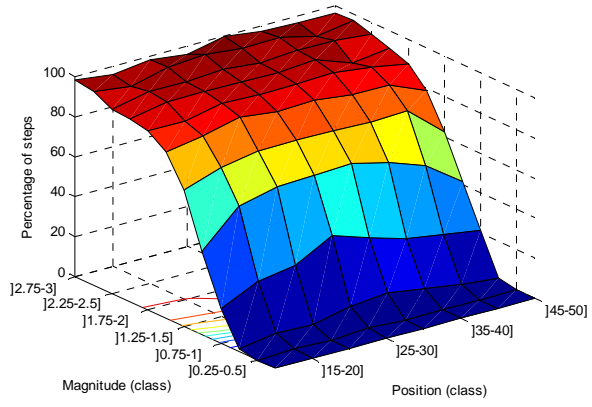
pourcentage de sauts positionnés entre les séries de 60 ans et de 100 ans est de l'ordre de 10%. On a également analysé le pourcentage de sauts correctement ou bien identifiés pour différentes classes d'amplitude et de position. Les figures 3 et 4 présentent les résultats.

Fig. 3. Sauts identifiés (%) dans les séries avec un saut de moyenne de longueur 60 ans I) correctement identifiés II) bien identifiés a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.

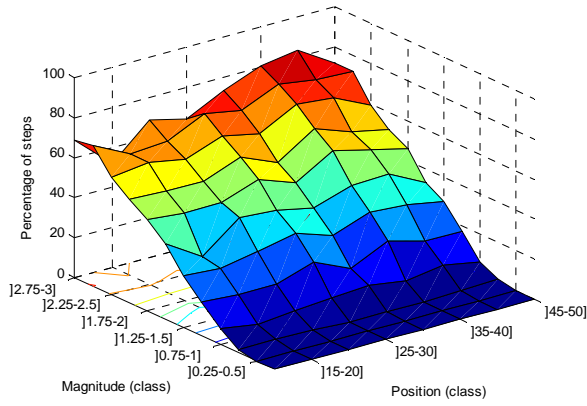
a)-I)



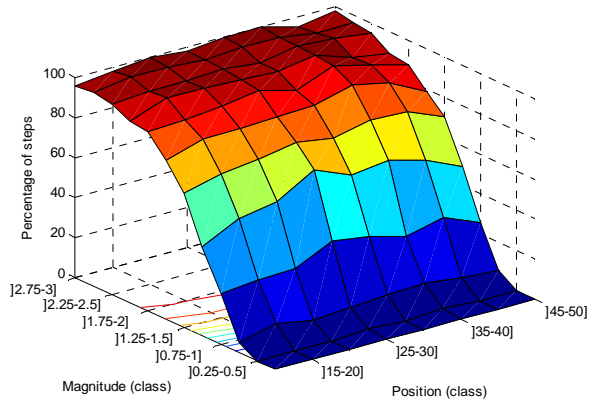
II)



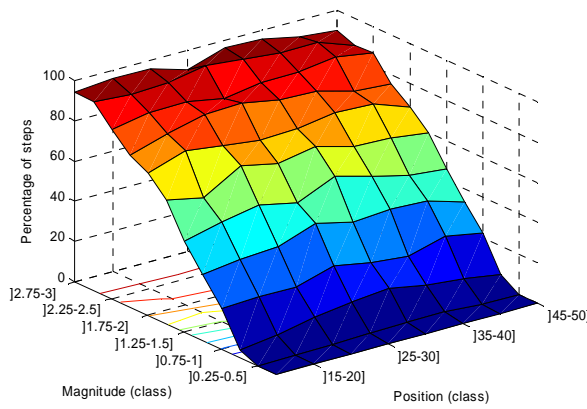
b)-I)



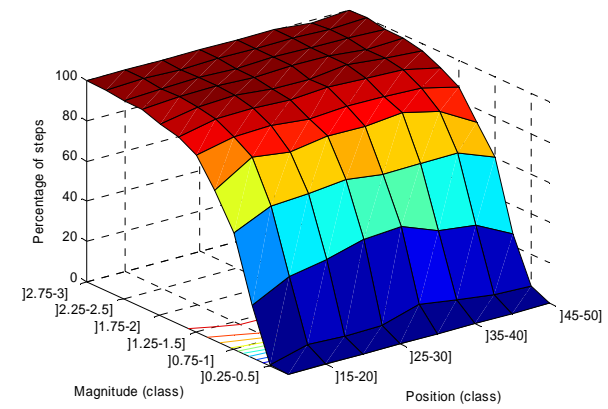
II)



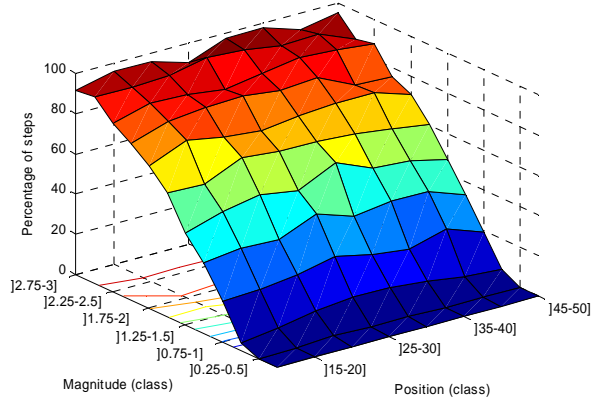
c)-I)



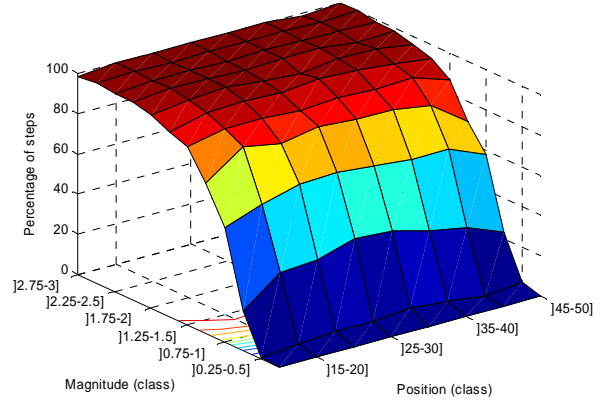
II)



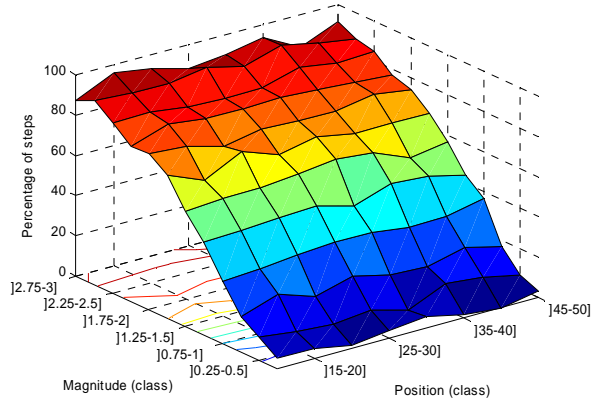
d)-I)



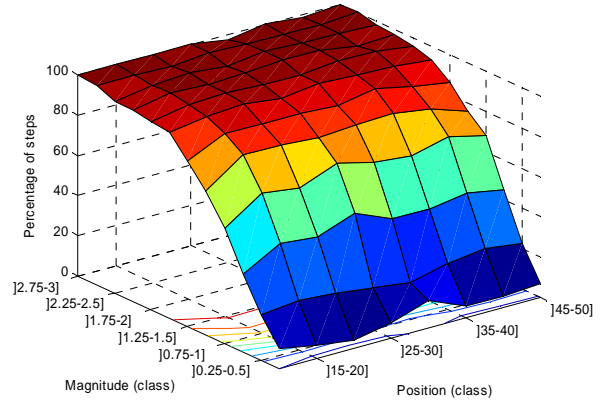
II)



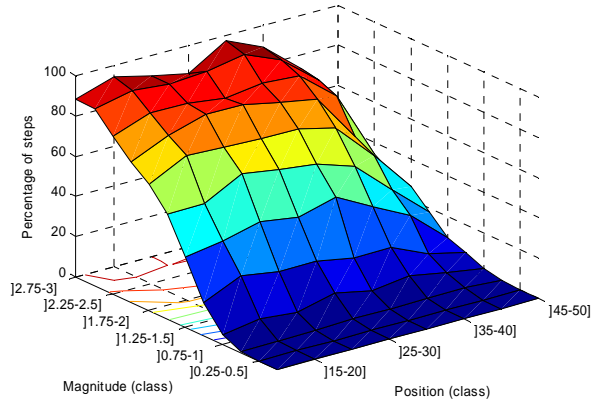
e)-I)



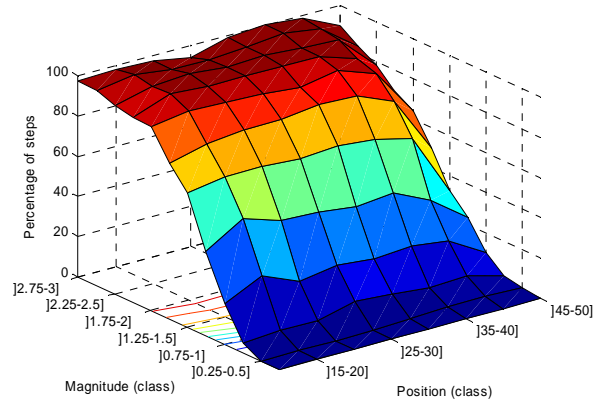
II)



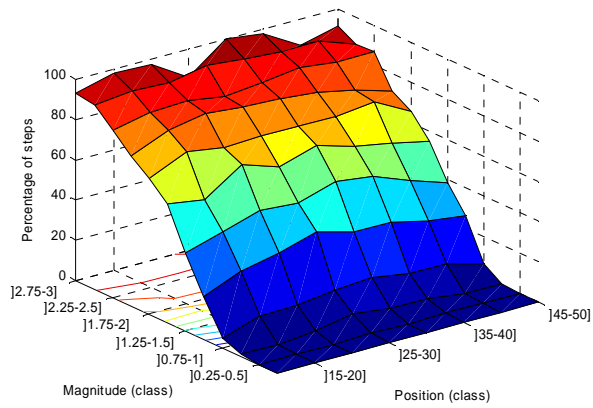
f)-I)



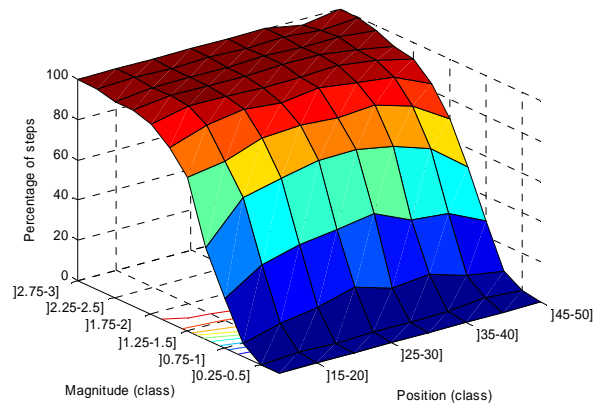
II)



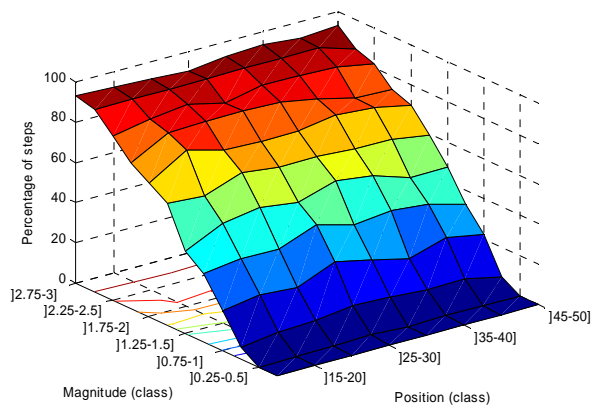
g)-I)



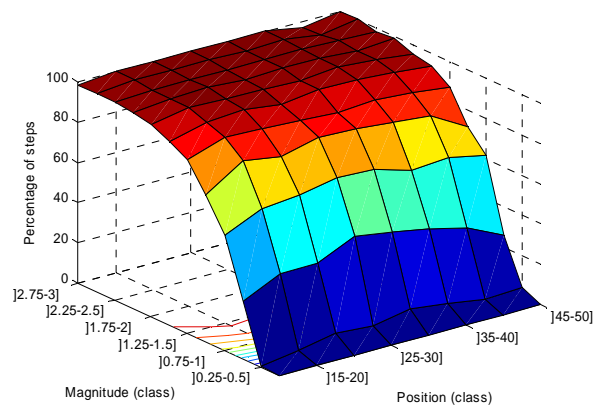
II)



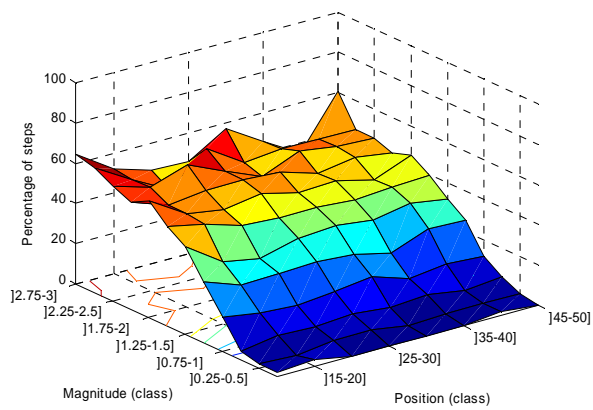
h)-I)



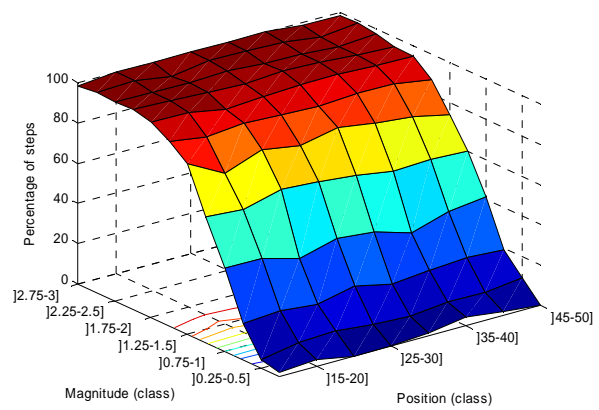
II)



i)-I)

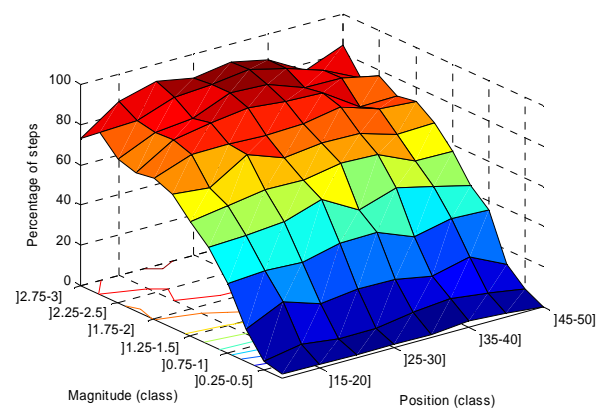


II)





j)-I)



II)

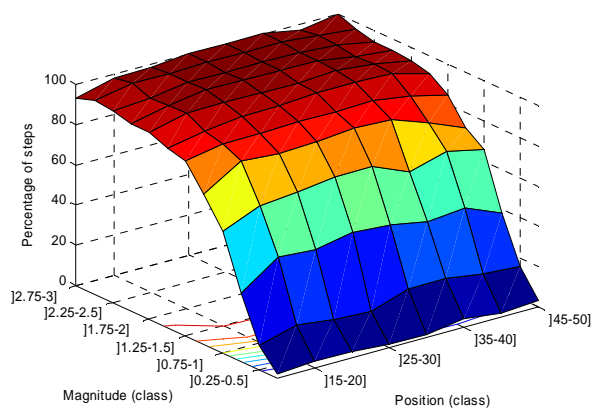
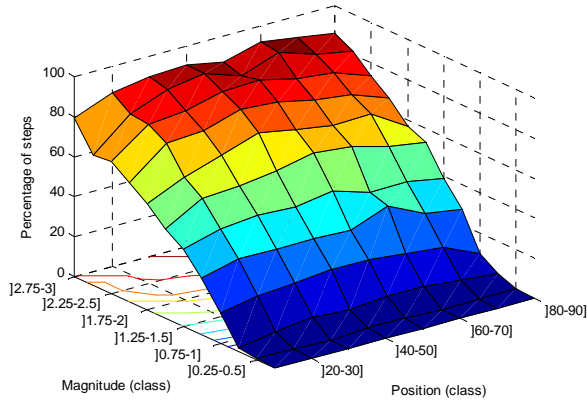
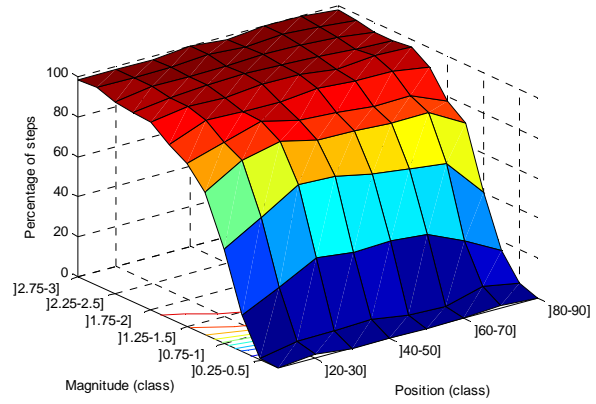


Fig. 4. Sauts identifiés (%) dans les séries avec un saut de moyenne de longueur 100 ans I) correctement identifiés II) bien identifiés a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.

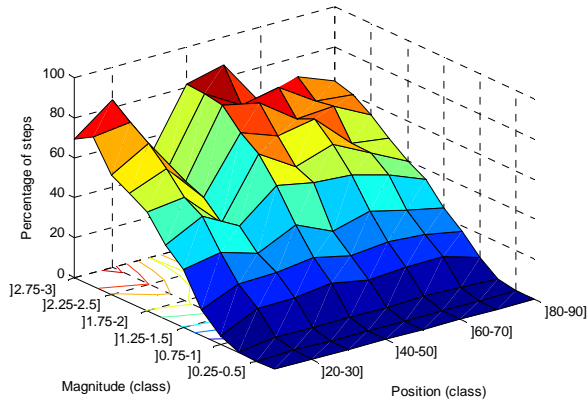
a)-I)



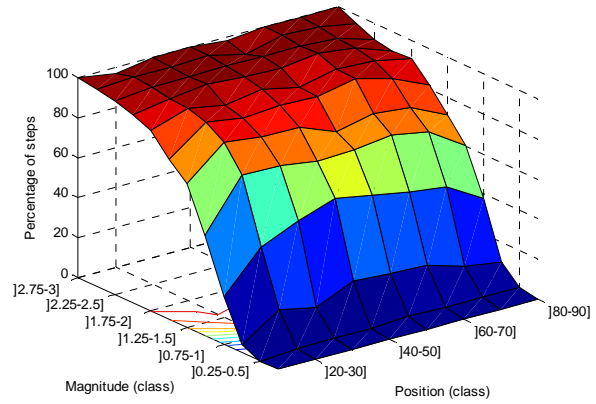
II)



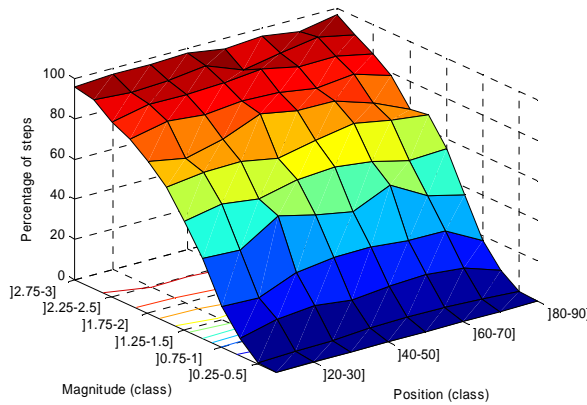
b)-I)



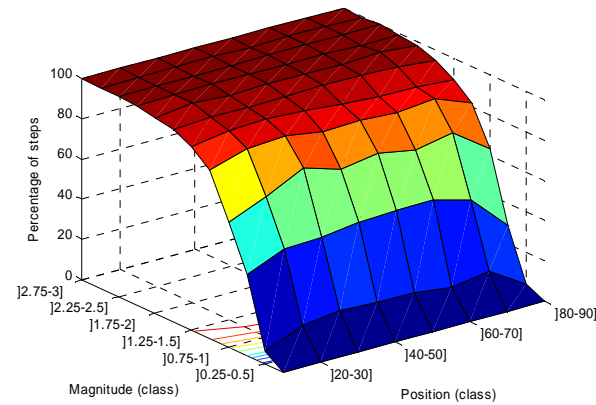
II)



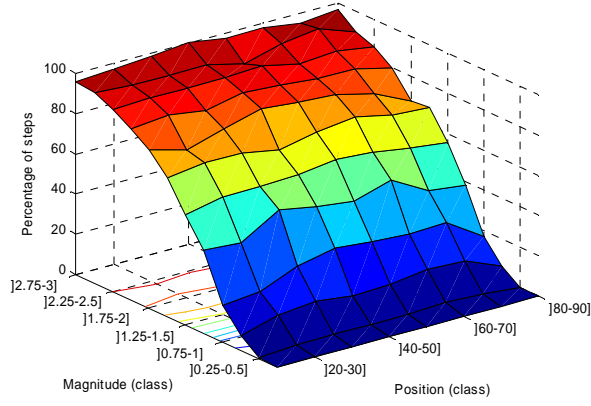
c)-I)



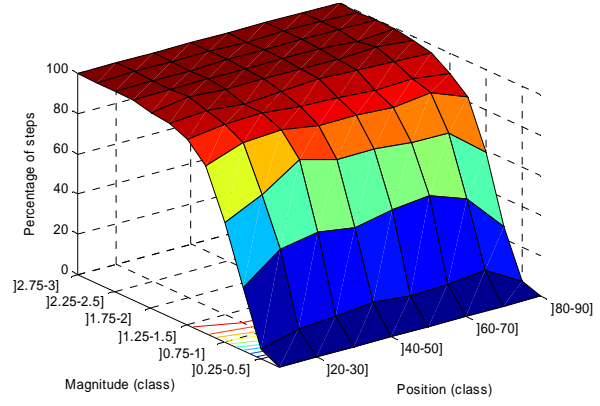
II)



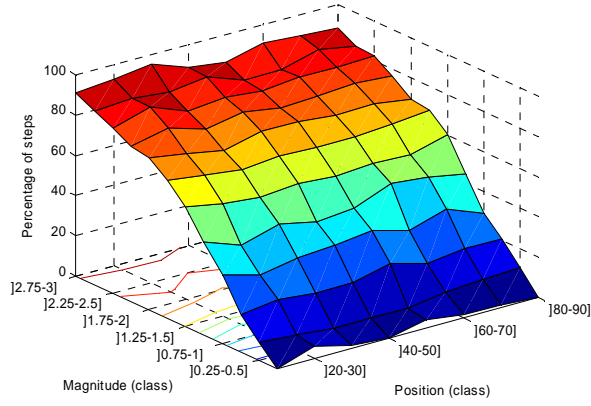
d)-I)



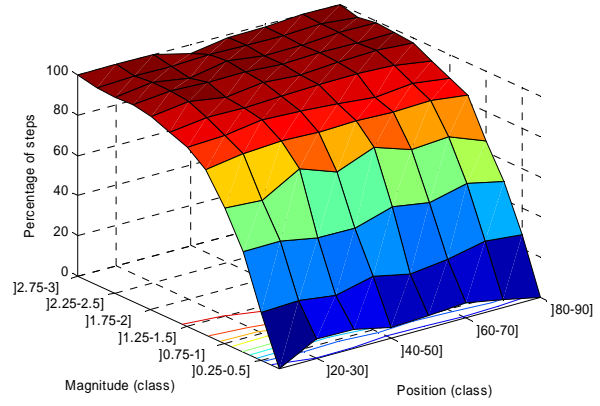
II)



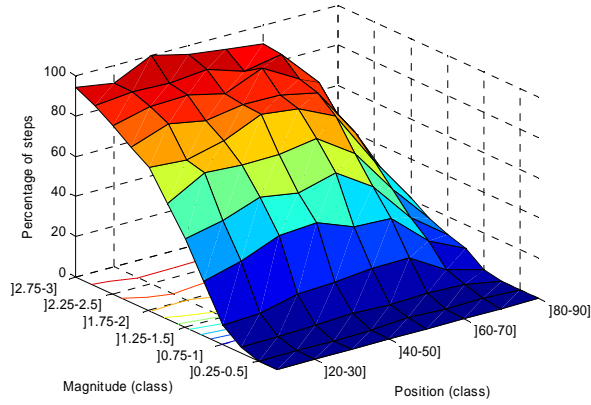
e)-I)



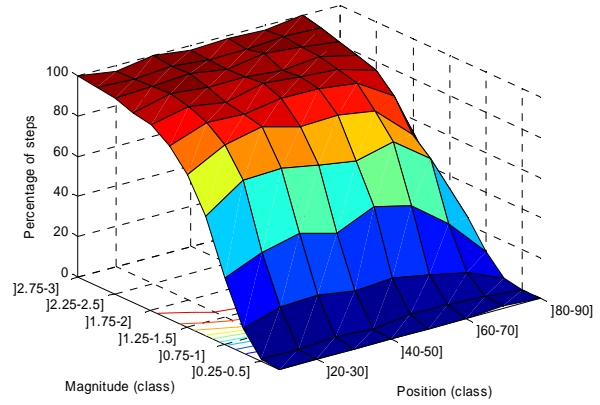
II)



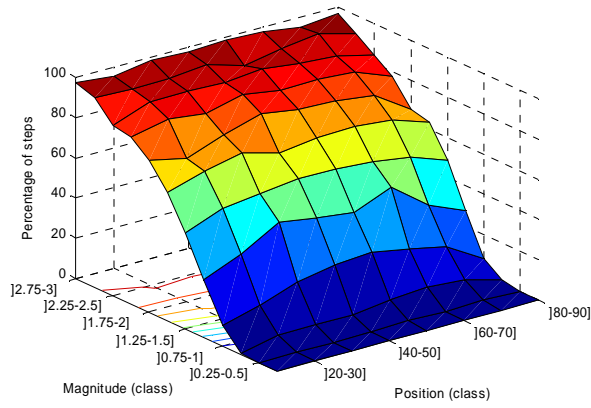
f)-I)



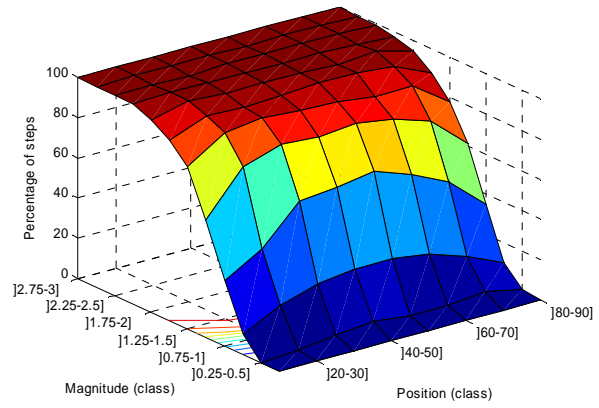
II)



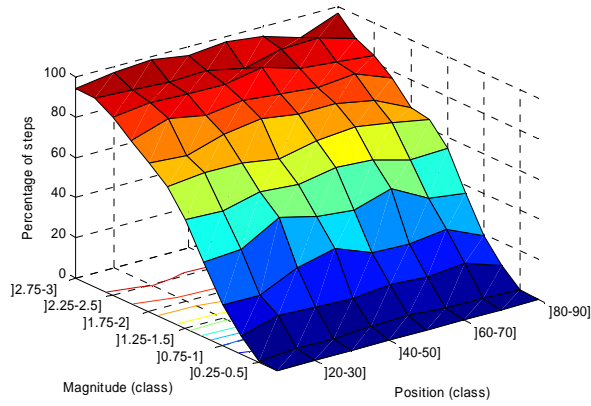
g)-I)



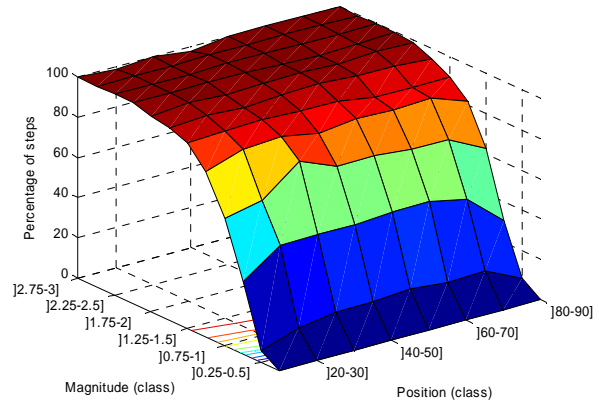
II)



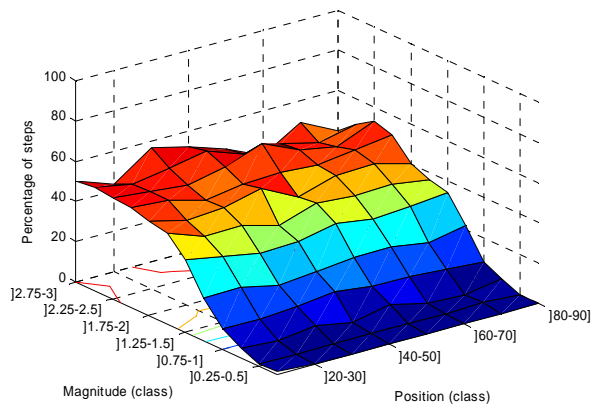
h)-I)



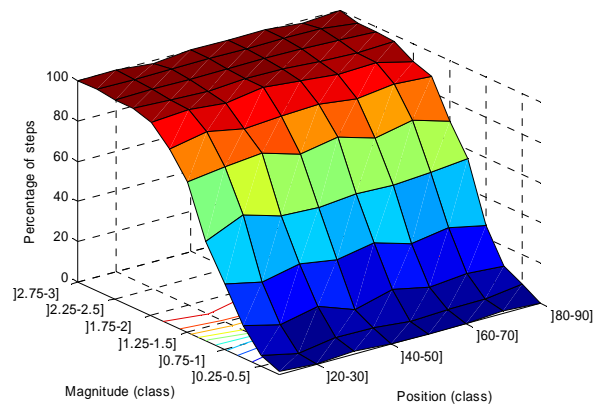
II)



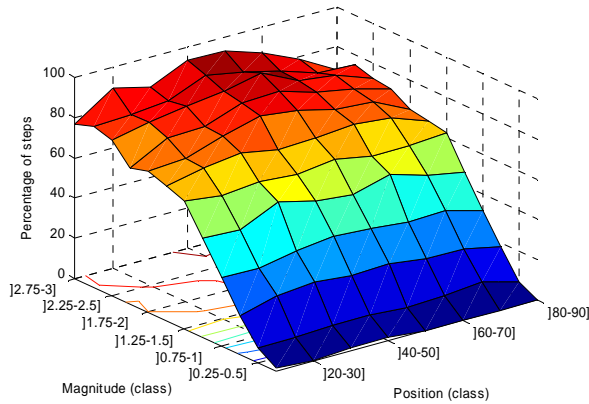
i)-I)



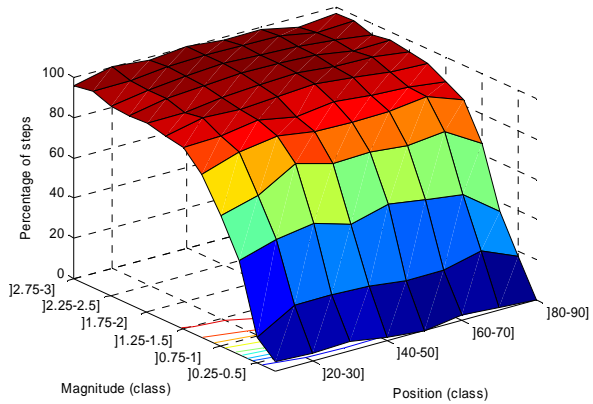
II)



j)-I)



II)



On remarque que toutes les méthodes échouent à identifier les sauts de faible amplitude (0-0.5 écart-type). De plus, le pourcentage de sauts correctement ou bien identifiés augmente avec l'amplitude et les sauts sont bien détectés à partir de 1 ou 1.5 écart-type. La technique STUS semble avoir beaucoup plus de difficulté à correctement identifier un saut. Probablement que le fait d'utiliser une fenêtre mobile pénalise cette méthode. Une étude précédente est arrivée à cette conclusion avec une fenêtre mobile de 10 observations (Ducré-Robitaille et al., 2003). Malgré qu'on ait augmenté la fenêtre mobile à 20 observations, cette méthode demeure peu performante.

Contrairement aux attentes, le nombre de sauts correctement identifiés est peu élevé pour la technique BARE. Ce résultat est dû au faible taux de détection pour cette méthode lorsqu'on l'utilise avec les paramètres recommandés dans la publication originale (distributions *a priori* non informatives, d'où un taux de détection très bas). Probablement qu'elle aurait pu mieux performer en changeant les paramètres *a priori*. Cependant, le manque de temps nous empêche de le vérifier. Le même problème s'est posé avec la technique BAMS. Il a été résolu en appliquant la méthode deux fois sur la série, une première fois pour vérifier si elle est homogène (distribution *a priori* vagues), puis une deuxième fois pour identifier les sauts et les estimer (distribution *a priori* informatives). On s'est en effet rendu compte (*a posteriori*) au cours des travaux qu'avec des distributions *a priori* très vagues, cette méthode Bayésienne performait bien sur les séries homogènes et avait un taux de détection assez bas. Avec des distributions *a priori* très informatives, elle détectait un pourcentage élevé de vrais sauts et les positionnait très bien, mais détectait un nombre déraisonnable de sauts dans les séries homogènes. Après plusieurs tentatives, on s'est rendu à l'évidence qu'il était impossible qu'elle performe sur tous les ensembles avec les deux paramètres. Le réglage des paramètres avec la technique BAMS, pourtant bien plus rapide à exécuter, a été longue et itérative. Une telle démarche est faisable avec la technique BARE, mais prendra probablement du temps.

Enfin, il semble que les positions situées entre 30 et 40 sont plus difficiles à identifier avec cette méthode. Il faudrait reprendre les simulations sur cet ensemble pour vérifier s'il s'agit d'une erreur.

Pour la technique REG2, on remarque la difficulté à estimer les amplitudes lorsque le saut est situé à la fin de la série. On s'attendait à ce que les sauts situés aux extrémités soient plus problématiques pour l'ensemble des méthodes. Probablement qu'en ayant ignoré tous les sauts détectés pendant les dix premières ou dix dernières observations, cet effet a été retiré.

### 3.3 Séries avec plusieurs sauts de moyenne

La plupart des méthodes comparées dans ce travail ne sont pas destinées à détecter des sauts multiples. En pratique, elles sont souvent utilisées à cette fin. On a donc comparé la performance des méthodes à identifier des sauts multiples sur des séries synthétiques qui contiennent deux ou trois sauts de moyenne. Les méthodes d'homogénéisation ont été appliquées successivement jusqu'à ce que tous les segments soient homogènes ou de longueur inférieure à 10 (on ne s'est pas limité au nombre de sauts réels présents dans la série). Pour chaque série, les inhomogénéités détectées sont corrigées en fonction du dernier segment de la série (considéré homogène) et ensuite la somme de carrés résiduelle est calculée (Ducré-Robitaille et al., 2003) :

$$RSS_{obs} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = Var(y_{1:n}) * (n-1) \quad (46)$$

où  $y_i$  représente l'observation  $i$  de la série de base et  $n$  sa taille. La somme de carrés résiduelle attendue d'une série homogène correspond donc à la variance du segment homogène multipliée par  $n-1$  :

$$RSS_{exp} = Var(y_{p_m:n}) * (n-1) \quad (47)$$

où  $p_m$  correspond à la position du dernier saut introduit dans la série de base. Puisque le dernier segment de la série constitue la base de la correction des séries, on peut s'attendre à retrouver approximativement la même valeur dans une série bien homogénéisée. Lorsque la somme de carrés résiduelle espérée est inférieure à la somme de carrés résiduelle observée, cela indique que la série n'a pas été assez corrigée parce que les inhomogénéités n'ont pas toutes été détectées et/ou que les amplitudes ont été mal estimées. Ainsi, la série est sous ajustée si  $\frac{RSS_{exp}}{RSS_{obs}} < 1$  et sur ajustée si

$\frac{RSS_{exp}}{RSS_{obs}} > 1$ . Les méthodes d'homogénéisation ont été appliquées sur des séries synthétiques contenant 2 et 3 sauts et la somme de carrés résiduelle a été calculée. Pour chaque série, on a fait le rapport entre la somme de carrés résiduelle observée et attendue. Des statistiques descriptives sur les

rapports de sommes de carrés résiduelles obtenues selon les différentes méthodes sont présentées dans les tableaux 6 et 7.

TABLE 6. Rapport entre les sommes de carrés résiduelles espérées et observées après correction des séries avec deux sauts.

$RSS_{exp} / RSS_{obs}$	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>Moyenne</b>	0.98	0.83	1.01	1.01	1.00	0.83	0.99	0.97	0.95	1.02
<b>Médiane</b>	0.97	0.82	1.00	0.99	0.99	0.87	0.98	0.91	0.93	1.00
<b>Écart-type</b>	0.28	0.28	0.28	0.29	0.28	0.33	0.28	0.39	0.28	0.29

TABLE 7. Rapport entre les sommes de carrés résiduelles espérées et observées après correction des séries avec trois sauts.

$RSS_{exp} / RSS_{obs}$	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>Moyenne</b>	0.95	0.69	0.99	0.99	0.95	0.73	0.97	0.93	0.92	1.00
<b>Médiane</b>	0.93	0.66	0.96	0.95	0.92	0.72	0.94	0.86	0.89	0.96
<b>Écart-type</b>	0.32	0.29	0.36	0.35	0.34	0.37	0.34	0.40	0.32	0.35

Les méthodes qui performant le mieux à corriger des séries inhomogènes sont celles dont le rapport entre la somme de carrés résiduelle espérée et observée est près de 1. D'après les tableaux 6 et 7, on peut voir que les méthodes performant bien en général à corriger des sauts multiples sauf pour REG2 et BARE. En effet, la différence avec les autres méthodes est très marquée. Pour REG2, c'est le problème d'estimation de l'amplitude qui revient. Dans la prochaine section, on pourra voir si le fait d'estimer l'amplitude par différences de moyenne améliore les résultats de cette méthode. Il semble qu'en augmentant le nombre de sauts dans les séries, les méthodes tendent à sous ajuster les séries.

### 3.4 Séries avec un saut d'écart-type

Les méthodes comparées sont basées sur l'hypothèse que la variance est constante tout au long de la série. De ce fait, des variations à ce niveau pourraient affecter les résultats d'une procédure d'homogénéisation. Dans le but d'étudier la robustesse des méthodes quant au postulat d'égalité des variances, des séries synthétiques (10 000) avec un saut d'écart-type ont été générées. Le pourcentage de sauts de moyenne faussement détectés a été calculé. Le tableau 8 présente les sauts faussement détectés sur les séries synthétiques avec des sauts d'écart-type.

TABLE 8. Sauts faussement détectés (%) sur les séries avec un saut d'écart-type de 100 ans.

Méthode	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
% Rejet	40.8	7.5	5.4	2.4	27.7	7.7	2.9	5.4	4.7	5.1

Pour la plupart des méthodes, le pourcentage de fausse détection est légèrement augmenté en présence d'un changement de variance. On a comparé le taux de fausse détection sur les séries avec un saut d'écart-type avec celui obtenu des séries homogènes. En effet, une méthode robuste à un changement de variance devrait donner approximativement le même pourcentage de fausse détection en présence d'un changement d'écart-type. On remarque que le pourcentage de sauts faussement détectés a augmenté pour chacune des méthodes. Pour vérifier si un changement d'écart-type a un effet significatif sur le nombre de sauts détectés, on a fait un test de comparaison des proportions de sauts détectés sur les séries homogènes et sur les séries avec un saut de variance pour chacune des méthodes. Un intervalle de confiance a été calculé:

$$\begin{aligned} \hat{p}_1 - \hat{p}_2 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} &\leq p_1 - p_2 \\ &\leq \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \end{aligned} \quad (48)$$

dans lequel  $\hat{p}_1$  et  $\hat{p}_2$  représentent respectivement les proportions de sauts faussement détectés dans les séries homogènes de 100 ans et dans les séries avec un saut d'écart-type de 100 ans et  $n_1$  et  $n_2$  leurs tailles d'échantillons. Les résultats sont présentés dans le tableau 9.

TABLE 9. Différence (%) des proportions entre les sauts faussement détectés sur les séries homogènes de 100 ans et sur les séries avec un saut d'écart-type.

Méthode	Borne inférieure de l'IC (5%)	Différence	Borne supérieure de l'IC (5%)
BAMS*	37.2	38.3	39.3
BARE*	6.4	6.9	7.5
BIVT*	0.8	1.5	2.2
JARU*	0.8	1.2	1.6
RASM	-1.3	0.2	1.7
REG2*	2.5	3.3	4.1
REGM*	1.2	1.7	2.1
SNHT*	0.7	1.4	2.1
STUS	-0.4	0.3	1
WILS	-0.5	0.3	0.9

\* Test significatif au seuil de 5%



La plupart des différences de proportions sont significatives au seuil de 5% sauf pour STUS, WILS et RASM. On s’y attendait pour WILS puisqu’il s’agit d’une méthode non paramétrique. Par contre, STUS est basé sur l’égalité des variances alors ce résultat est inattendu. Encore une fois, ceci peut être du à la fenêtre mobile étant donné que le changement d’écart-type a moins d’impact sur une petite portion de la série. Enfin, il semble qu’un changement au niveau de la variance dans la série de base augmente la probabilité de commettre l’erreur de type 1 pour la plupart des méthodes, mais en général, cette augmentation est relativement faible. Par ailleurs, la technique BAMS semble très sensible à un changement de variance. Ceci s’explique par le fait que contrairement aux autres méthodes, un changement de variance se détecte avec cette méthode.

### 3.5 Séries avec une tendance

Il peut arriver que des inhomogénéités sous forme plus graduelle se retrouvent dans les données. Toutefois, il est impossible de comparer les méthodes sélectionnées pour ce travail à identifier des tendances puisque seules la régression multiple et la régression à deux phases ont la capacité de le faire. On a plutôt dénombré le nombre de sauts positionnés à l’intérieur de la tendance (-2 du début et +2 de la fin). Ceci a pour but de montrer que les inhomogénéités sous forme de tendance risquent d’être interprétées comme un ou plusieurs sauts consécutifs par la plupart des techniques. Les tableaux 10 et 11 présentent respectivement le nombre de cas pour lesquels un saut et deux sauts ou plus sont détectés à l’intérieur de la tendance.

TABLE 10. Nombre de cas (%) pour lesquels un saut est détecté à l’intérieur de la tendance.

Amplitude (en écart-type)	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
0-0.5	17.4	0.0	30.4	30.4	52.2	13.0	4.3	39.1	8.7	30.4
0.5-1	67.2	14.8	84.9	83.0	79.4	28.5	54.1	84.2	13.2	83.5
1-2	58.4	83.2	76.0	81.5	63.2	65.7	89.8	77.3	47.0	76.8
2-3	27.7	98.8	55.3	58.2	52.2	77.0	80.9	56.1	64.5	52.6

TABLE 11. Nombre de cas (%) pour lesquels deux sauts ou plus sont détectés à l’intérieur de la tendance.

Amplitude (en écart-type)	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
0-0.5	4.3	0.0	4.3	0.0	4.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.5-1	7.2	0.0	2.6	1.4	13.6	0.0	1.2	2.6	0.0	4.3
1-2	40.1	0.0	23.4	17.7	36.5	1.8	6.1	21.9	2.7	22.3
2-3	72.3	0.2	44.7	41.7	47.8	6.4	19.0	43.9	12.3	47.3

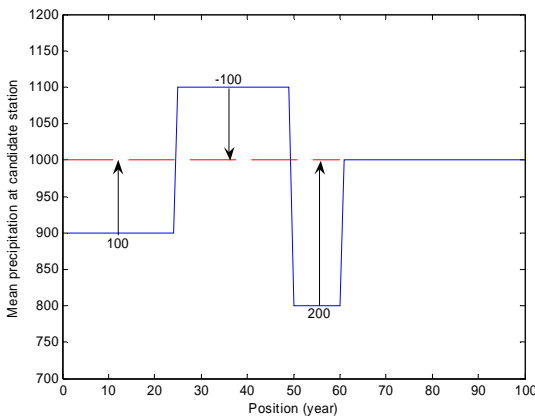
On remarque que dans la majorité des cas, la tendance est interprétée comme un saut de moyenne (tableau 9). Ceci se produit moins souvent lorsque la tendance est de faible amplitude (0-0.5 écart-type). Il arrive également que la tendance soit interprétée comme plusieurs sauts de moyenne consécutifs lorsqu'elle est de forte amplitude (tableau 10). Une façon d'éviter de se méprendre sur le type de changement serait d'utiliser une méthode graphique combinée à une méthode objective. On pourra ainsi voir si le changement semble abrupt ou graduel.



## 4. Performance des méthodes lorsque les amplitudes des sauts sont estimées par différences de moyenne

Les méthodes d'homogénéisation étudiées dans ce travail ne sont pas destinées à s'appliquer de façon séquentielle. Par conséquent, l'estimation de l'amplitude est problématique en présence de sauts multiples. Dans cette section, on calcule des différences de moyenne entre les segments respectifs pour estimer l'amplitude des sauts. Cette technique d'estimation vise à éviter l'interférence d'autres sauts éventuels dans le calcul de l'amplitude d'une inhomogénéité. D'abord, on applique une méthode d'homogénéisation successivement jusqu'à ce que tous les segments soient homogènes ou de longueur inférieure à 10. Par la suite, on calcule des différences de moyenne entre tous les segments consécutifs à partir du dernier segment.

Fig. 5. Exemple de série de base contenant trois sauts.



Prenons par exemple la série de base représentée par la figure 5 qui contient trois sauts aux positions 25, 50 et 60. Les segments représentés sur la figure représentent les moyennes de chaque portion de la série. Pour estimer les amplitudes, on considère que le dernier segment est homogène et on ajuste les segments précédents par rapport à celui-ci. On estime l'amplitude du dernier saut en calculant la différence des moyennes entre le dernier segment et celui des positions [50 : 60]. On obtient une amplitude positive de 200 et pour corriger on ajoute cette valeur aux données de ce segment de manière à le ramener à une précipitation totale moyenne de 1000. Par la suite, on estime l'amplitude du deuxième saut en calculant la différence de moyenne entre le segment corrigé de [50 : 100] et celui des positions [25 : 49]. La correction de ce segment le ramène également à une valeur

moyenne de 1000. On refait la même chose pour le segment de 1 à 24. Les sauts détectés correspondent respectivement à des amplitudes de 100, -100 et 200. Toutes les amplitudes sont estimées avec cette technique dans la présente section.

Par ailleurs, comme l'analyse des séries avec un saut d'écart-type et avec une tendance ne change pas selon la technique employée pour estimer les amplitudes, les résultats des sections 3.4 et 3.5 ne sont pas repris.

## 4.1 Séries homogènes

Les résultats de la section 3.1 sont repris en exprimant l'amplitude en terme de différence de moyennes de la série de base avant et après le saut. Les tableaux 12 et 13 présentent les résultats obtenus sur les séries homogènes. La figure 6 présente l'amplitude des sauts faussement détectés en fonction de leur position.

TABLE 12. Sauts faussement détectés (%) sur les séries homogènes de 60 ans.

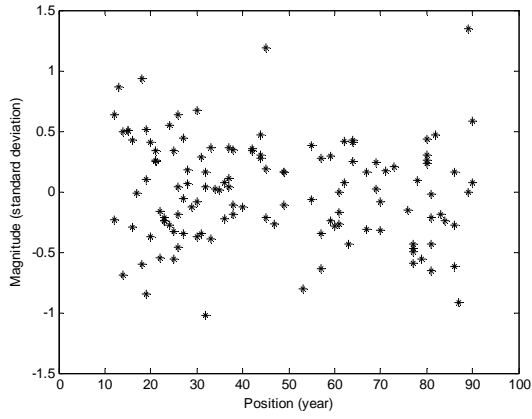
Amplitude (en écart-type)	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>0-0.25</b>	0.00	0.16	0.06	0.08	0.70	1.52	0.14	0.10	1.68	0.32
<b>0.25-0.5</b>	0.00	0.06	0.38	0.06	11.78	1.22	0.36	0.40	1.86	1.12
<b>0.5-1</b>	0.00	0.08	1.76	0.90	8.48	1.14	0.42	1.98	1.60	2.14
<b>1-2</b>	0.00	0.06	0.08	0.02	0.20	0.12	0.00	0.06	0.12	0.26
<b>&gt;2</b>	0.00	0.00	0.00	0.02	0.02	0.02	0.00	0.02	0.02	0.02
<b>Total</b>	0.00	0.36	2.28	1.08	21.18	4.02	0.92	2.56	5.28	3.86

TABLE 13. Sauts faussement détectés (%) sur les séries homogènes de 100 ans.

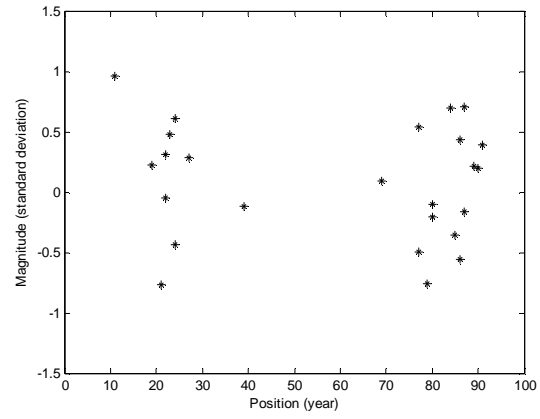
Amplitude (en écart-type)	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>0-0.25</b>	1.04	0.18	0.24	0.08	1.64	2.10	0.20	0.34	2.32	0.82
<b>0.25-0.5</b>	0.96	0.16	2.02	0.46	18.34	1.52	0.74	1.98	1.80	1.70
<b>0.5-1</b>	0.44	0.16	1.64	0.64	7.42	0.82	0.26	1.74	0.84	2.20
<b>1-2</b>	0.06	0.00	0.04	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.14	0.14
<b>&gt;2</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<b>Total</b>	2.50	0.50	3.90	1.18	27.46	4.44	1.20	4.06	5.00	4.86

Fig. 6. Sauts faussement détectés sur les séries homogènes de 100 ans a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.

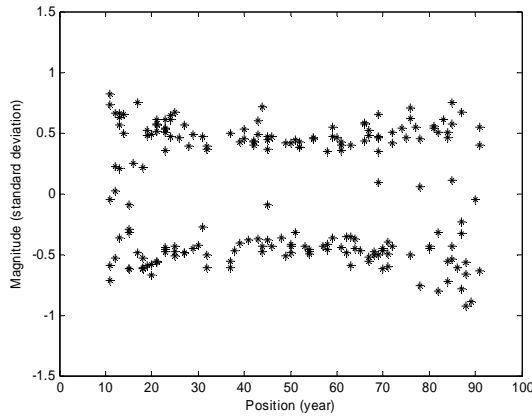
a)



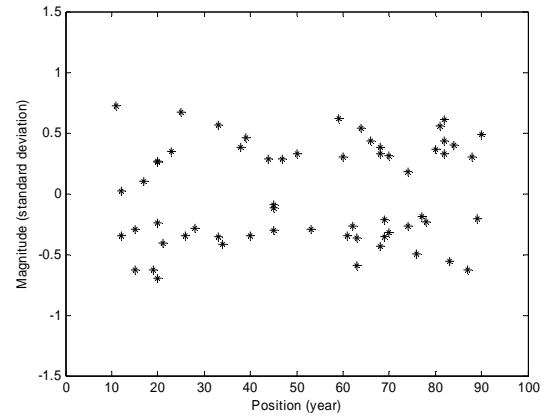
b)



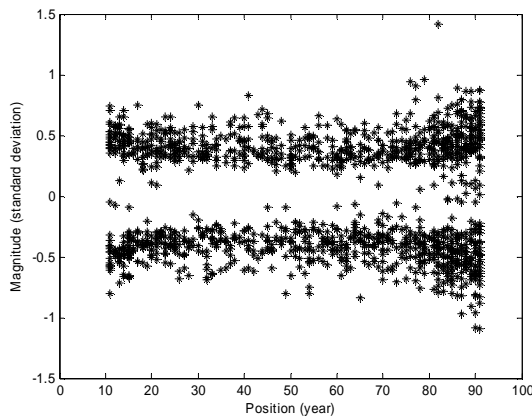
c)



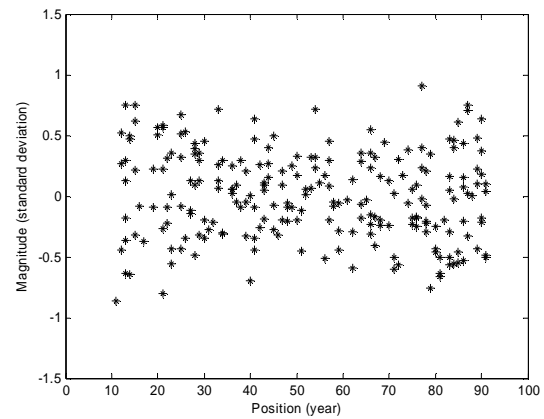
d)



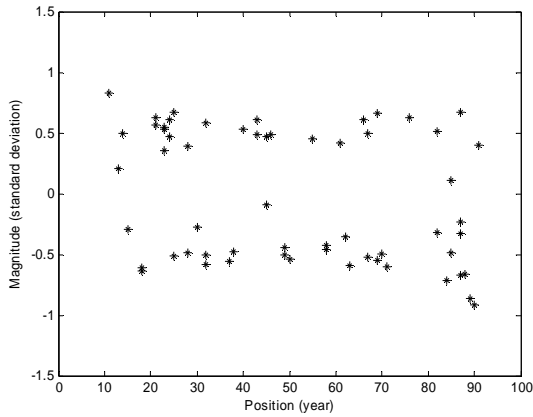
e)



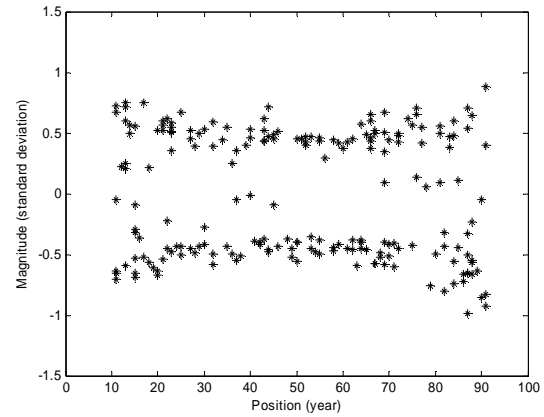
f)



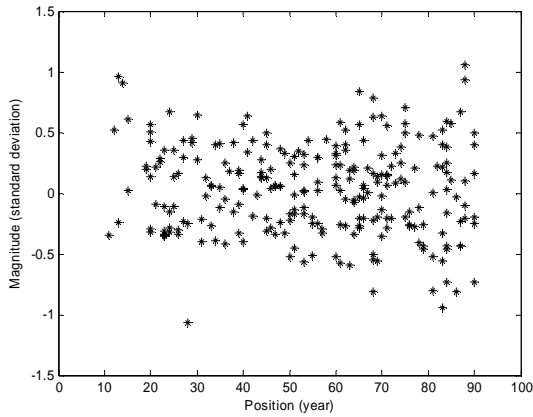
g)



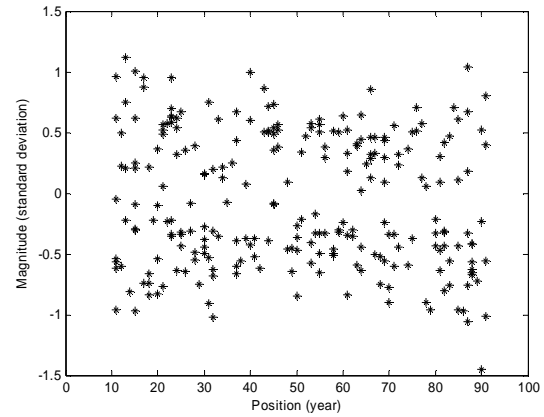
h)



i)



j)



On peut remarquer d'après la figure 5 qu'en estimant les amplitudes de cette façon, les sauts faussement détectés ont des amplitudes nettement inférieures pour REG2 (maximum de l'ordre de 1.5 écart-type). Lorsque cette méthode est appliquée, l'amplitude devrait être estimée en termes de différences de moyenne pour éviter de conclure à des sauts d'amplitude exagérée. Pour toutes les autres méthodes, la différence n'est pas marquée.

## 4.2 Séries avec un saut de moyenne

Dans cette section, l'analyse de la performance des méthodes sur les séries avec un saut est reprise, en estimant leur amplitude par différences de moyenne. Comme l'estimation des amplitudes par les méthodes STUS et WILS se faisait déjà de cette façon, les résultats de ces deux méthodes demeurent inchangés. Les tableaux 14 et 15 présentent les pourcentages de sauts identifiés pour les séries synthétiques de 60 et 100 ans.

TABLE 14. Sauts identifiés (%) sur les séries de 60 ans avec un saut de moyenne.

	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>Correctement identifié</b>	48.4	47.9	61.6	61.7	58.6	51.9	56.0	60.0	32.1	57.3
<b>Bien identifié</b>	68.2	70.4	81.7	81.0	81.9	64.7	71.8	81.1	70.8	80.5
<b>Bien positionné</b>	69.7	70.5	82.2	81.4	83.3	64.8	72.0	81.6	71.2	80.9

TABLE 15. Sauts identifiés (%) sur les séries de 100 ans avec un saut de moyenne.

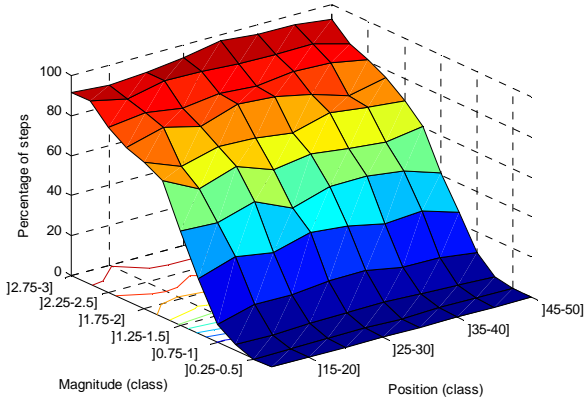
	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>Correctement identifié</b>	56.5	46.2	62.7	63.0	57.8	57.4	59.3	61.5	30.3	57.9
<b>Bien identifié</b>	79.2	74.3	83.9	83.4	83.2	73.5	76.8	83.5	67.4	82.4
<b>Bien positionné</b>	80.3	74.3	84.3	83.6	85.2	73.6	76.9	83.9	67.5	82.7

On remarque que pour toutes les méthodes (sauf STUS et WILS), cette façon d'estimer les amplitudes augmente le pourcentage de sauts correctement et bien identifiés. On remarque également cette amélioration dans les figures 7 et 8 qui présentent le pourcentage de sauts correctement et bien identifiés par rapport à l'amplitude et à la position des sauts.

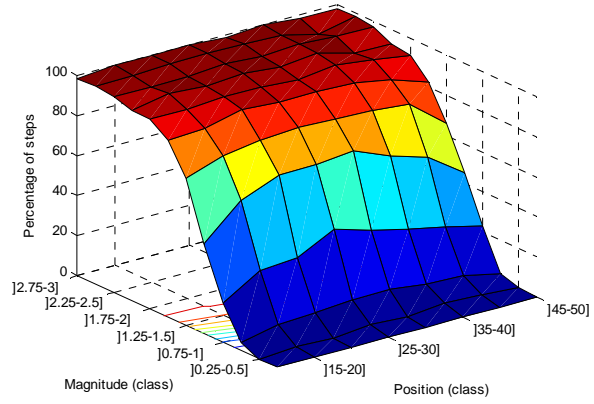


Fig. 7. Sauts identifiés (%) en estimant l'amplitude par différences de moyennes dans les séries avec un saut de moyenne de longueur 60 ans I) correctement identifiés II) bien identifiés a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.

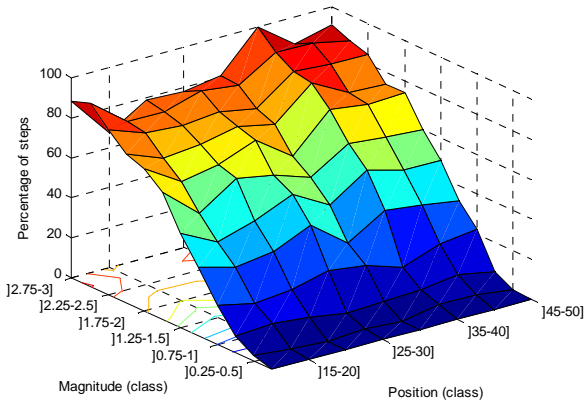
a)-I)



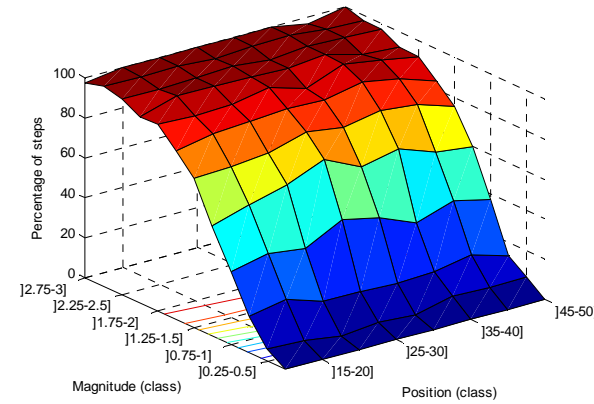
II)



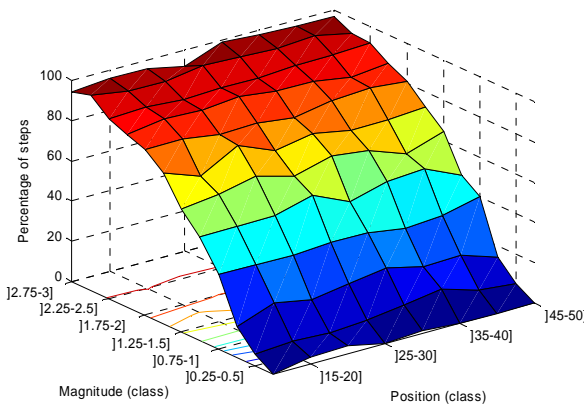
b)-I)



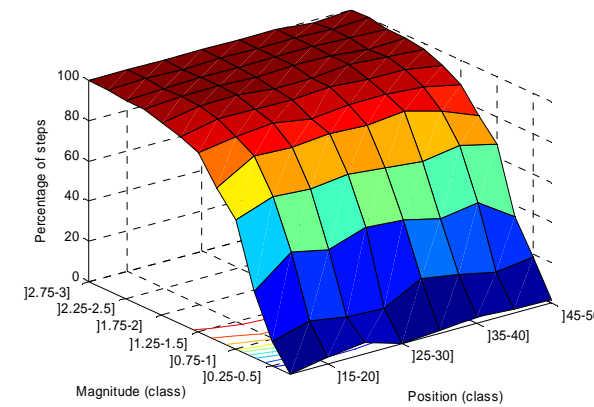
II)



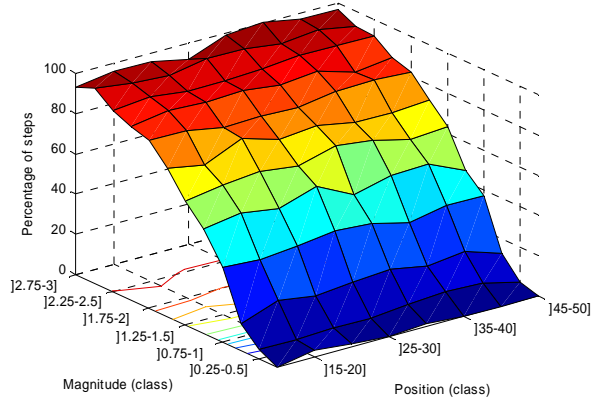
c)-I)



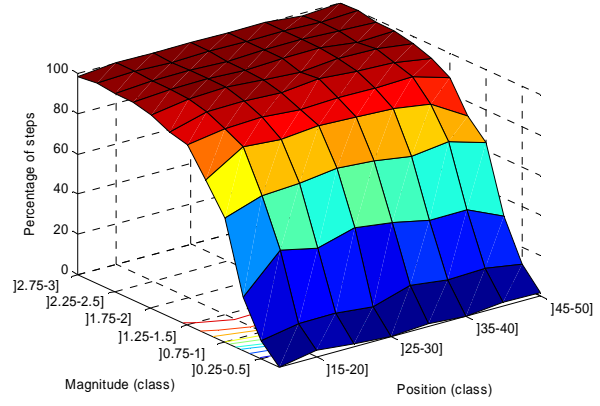
II)



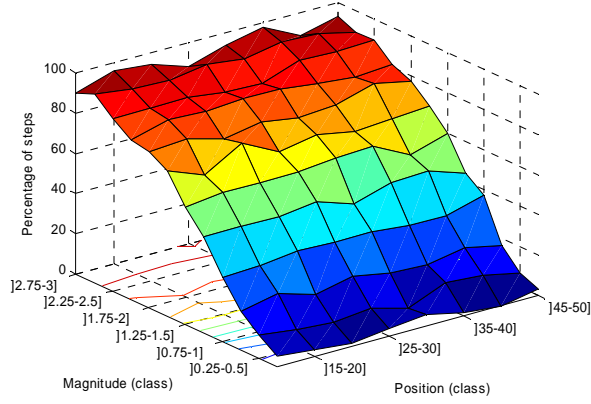
d)-I)



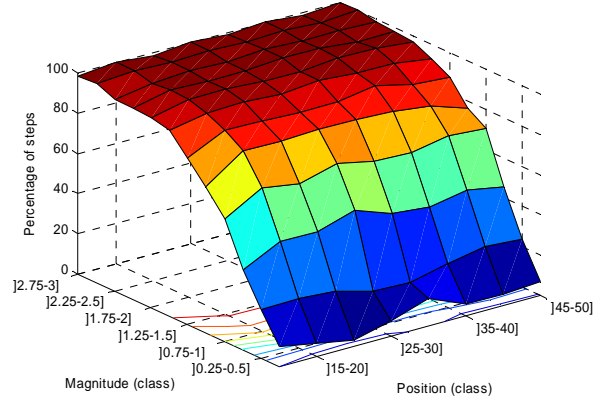
II)



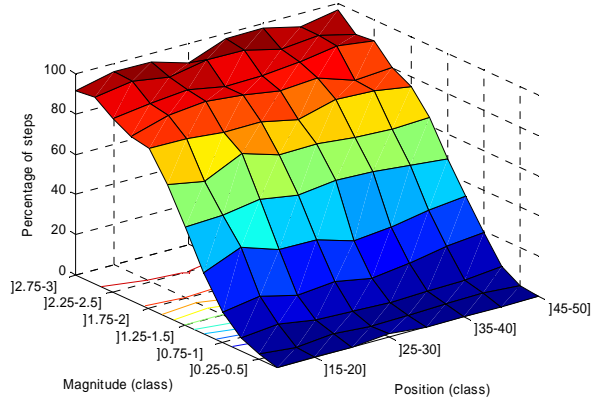
e)-I)



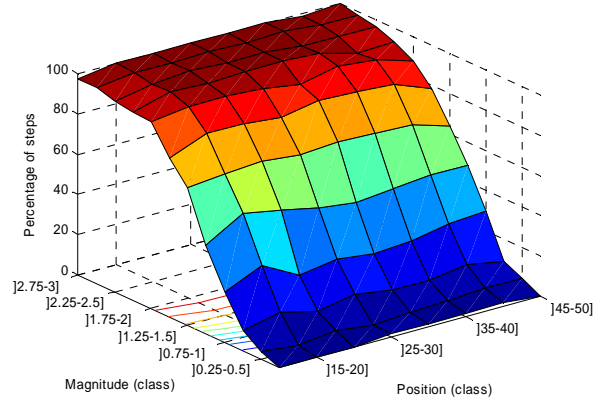
II)



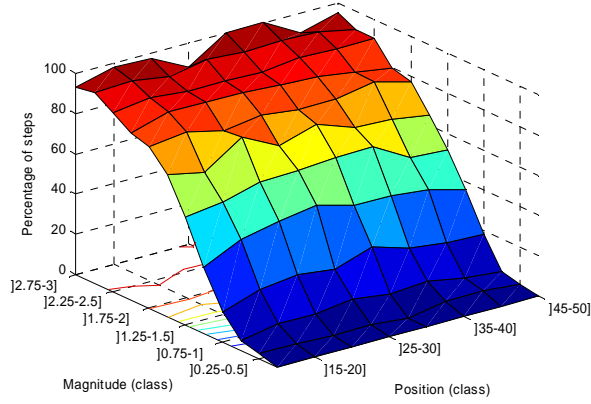
f)-I)



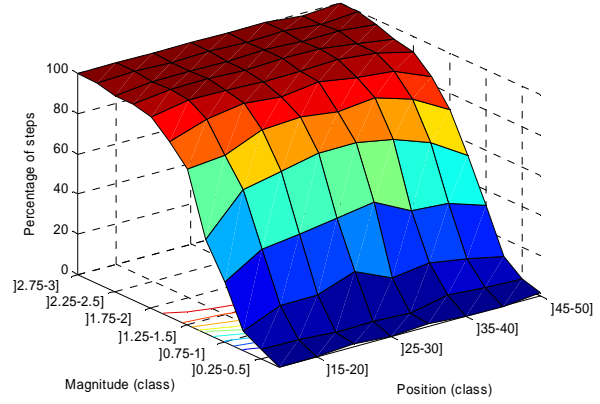
II)



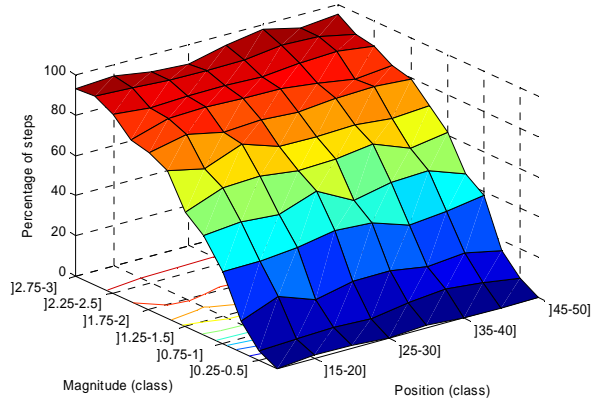
g)-I)



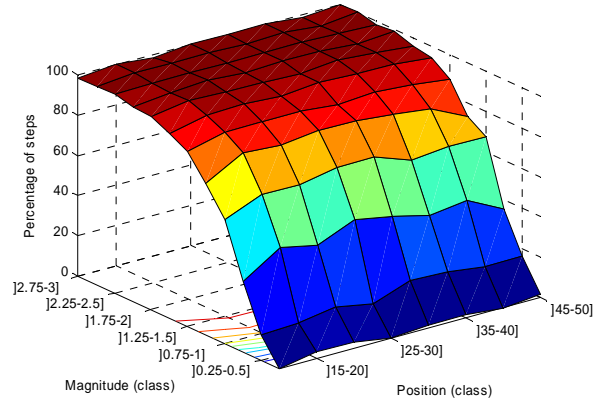
II)



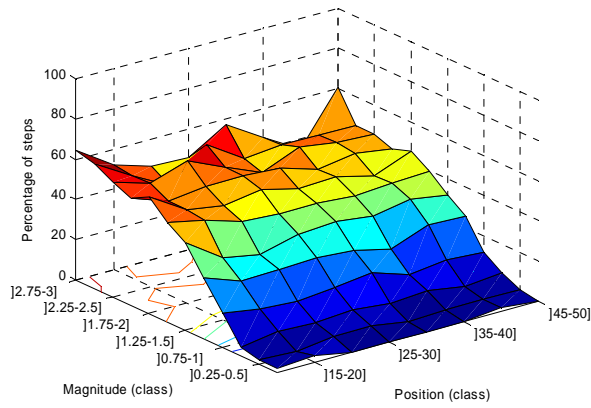
h)-I)



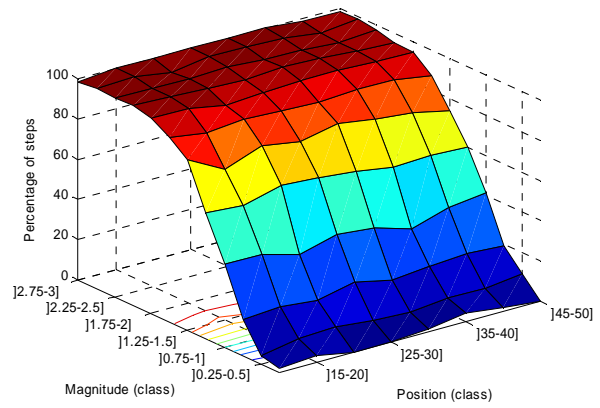
II)



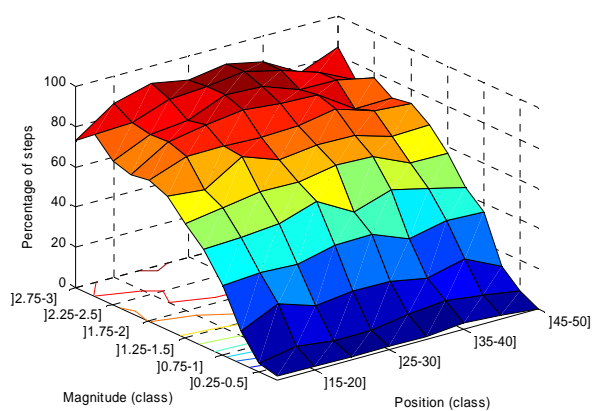
i)-I)



II)



j)-I)



II)

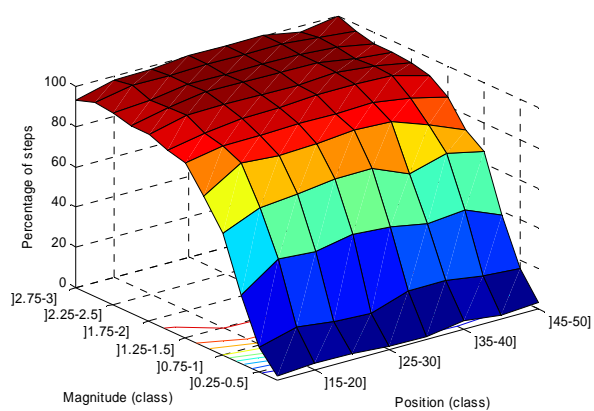
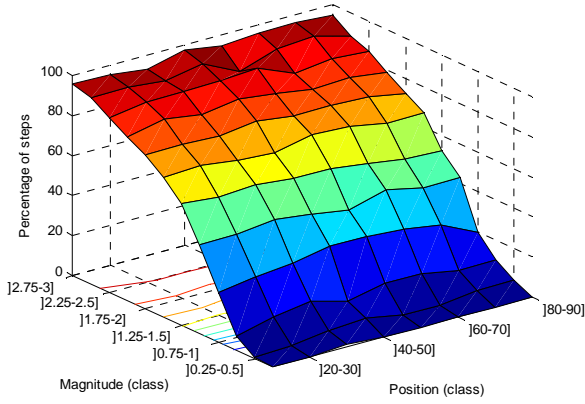
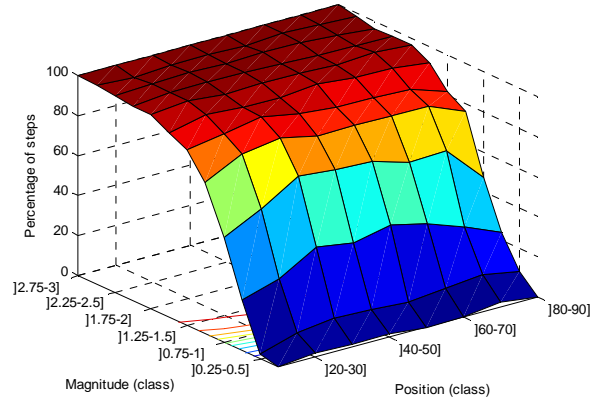


Fig. 8. Sauts identifiés (%) en estimant l'amplitude par différences de moyennes dans les séries avec un saut de moyenne de longueur 100 ans I) correctement identifiés II) bien identifiés a) BAMS b) BARE c) BIVT d) JARU e) RASM f) REG2 g) REGM h) SNHT i) STUS j) WILS.

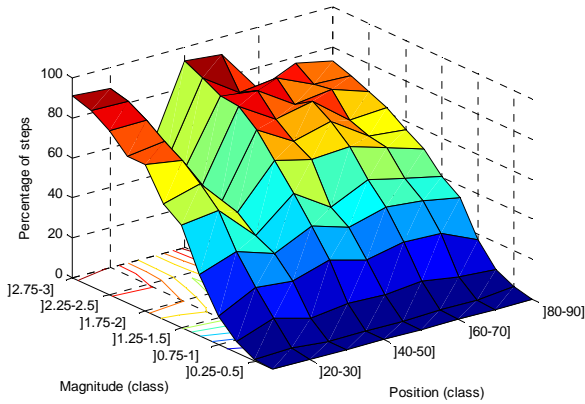
a)-I)



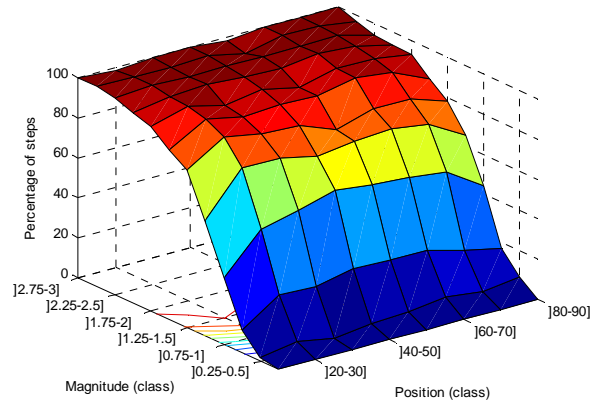
II)



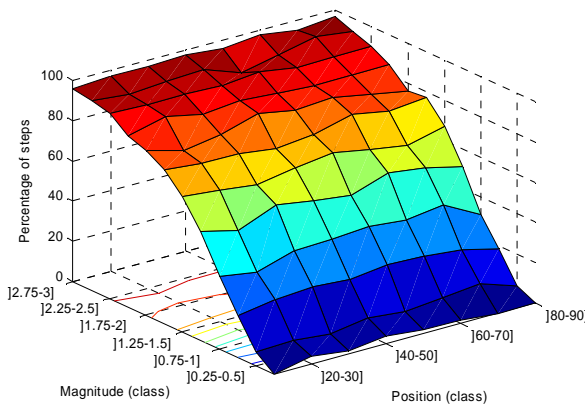
b)-I)



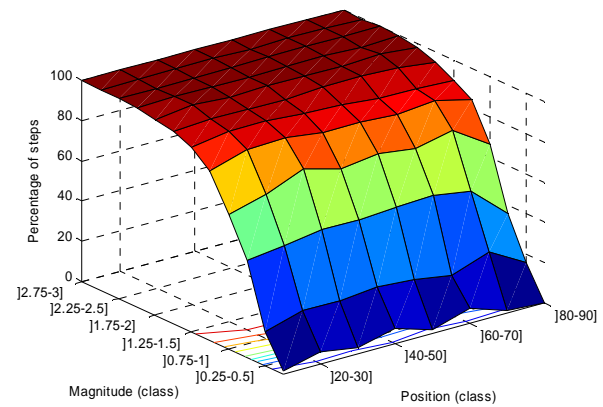
II)



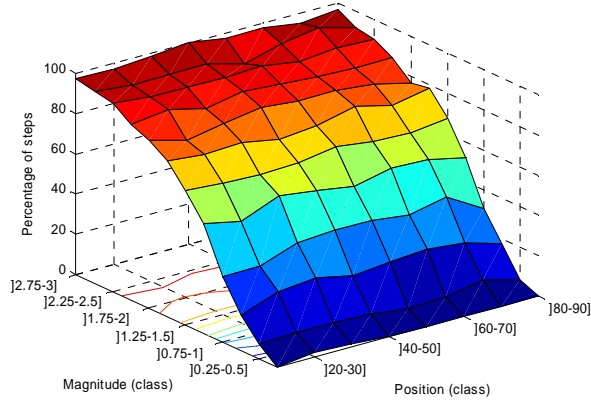
c)-I)



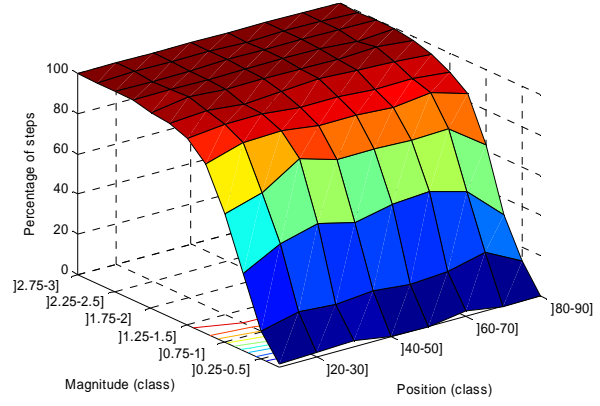
II)



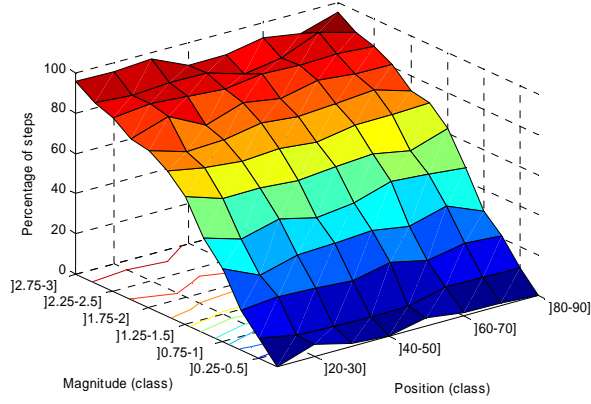
d)-I)



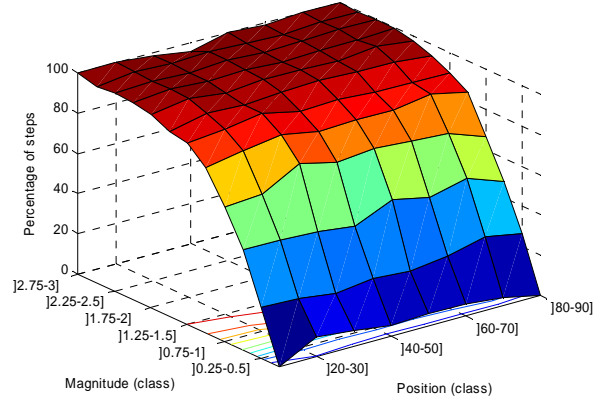
II)



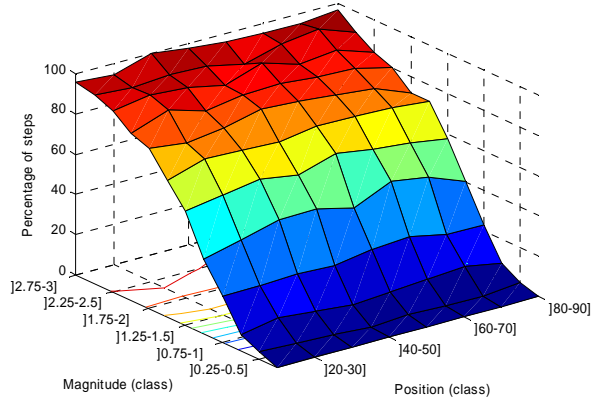
e)-I)



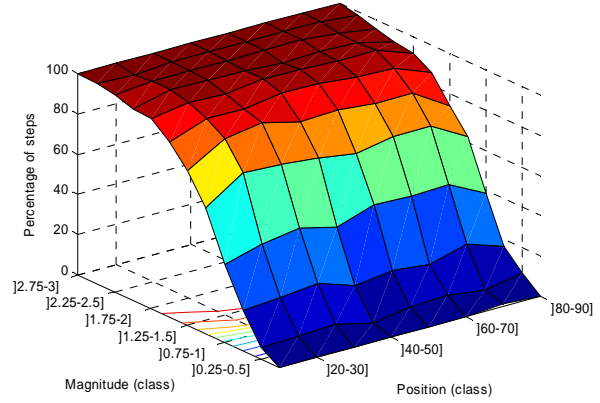
II)



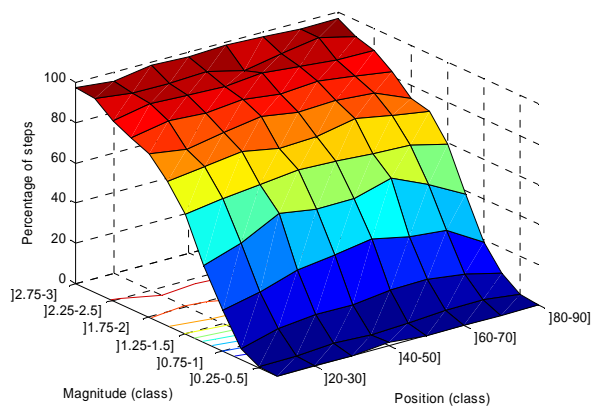
f)-I)



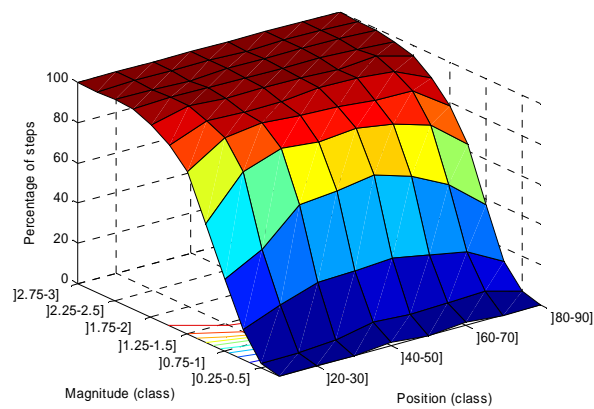
II)



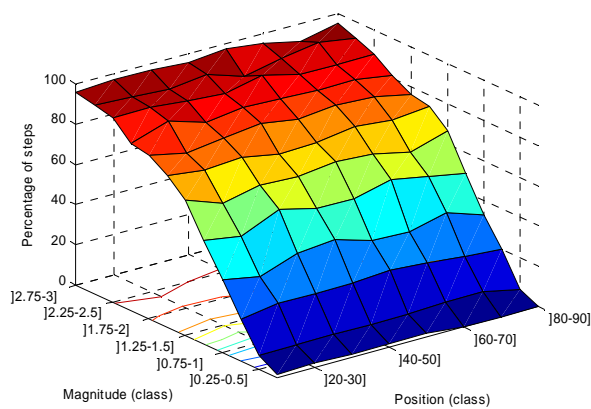
g)-I)



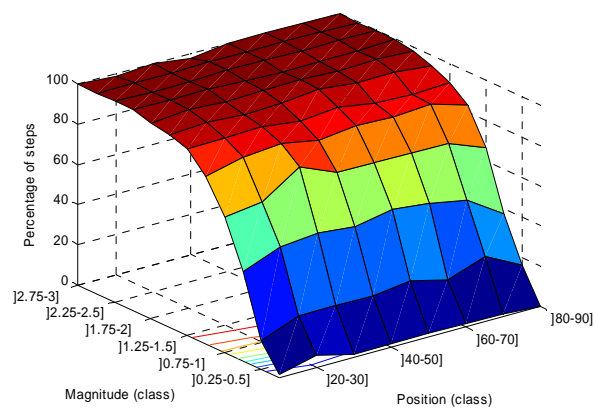
II)



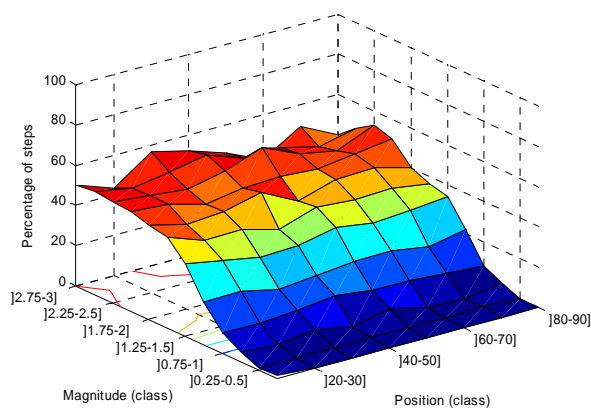
h)-I)



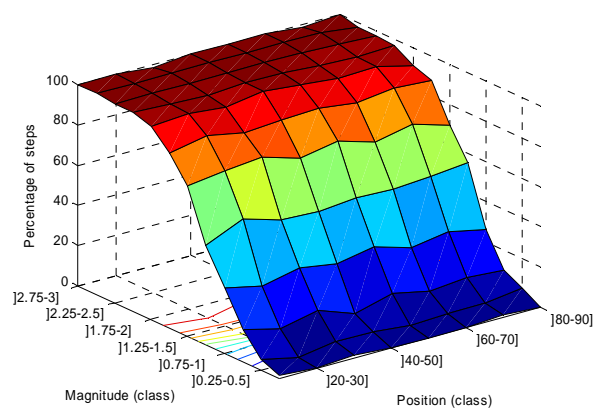
II)



i)-I)

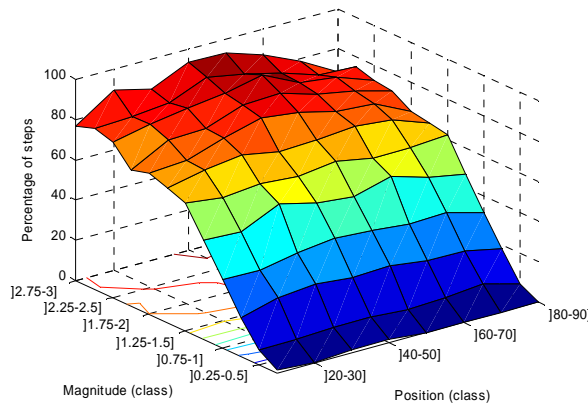


II)

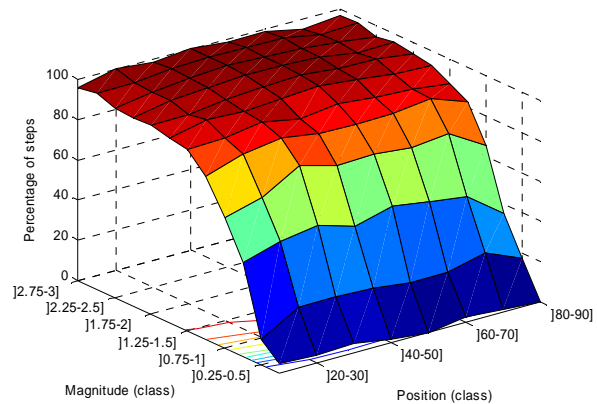




j)-I)



II)



Toutes ces méthodes performant à bien identifier les sauts d'amplitude supérieure à deux écarts-type. Pour des sauts de 1 écart-type et moins, le pourcentage de sauts bien identifiés se détériore brusquement. Par ailleurs, la performance de STUS, REG2 et BARE se dégrade plutôt à partir de 1.5 écart-type et moins. Cependant, la position du saut ne pose plus de problème dans le cas de REG2. Enfin, on remarque que cette façon d'estimer les amplitudes augmente le pourcentage de sauts correctement et bien identifiés, plus particulièrement pour des sauts de faible amplitude. Il est donc préférable d'estimer les amplitudes de cette façon pour toutes les méthodes.

## 4.3 Séries avec plusieurs sauts de moyenne

### 4.3.1 Performance évaluée par sommes de carrés résiduelles

Le calcul des amplitudes des séries avec des sauts multiples a été repris et les séries ont été corrigées par la technique des différences de moyenne. On a recalculé les sommes de carrés résiduelles de chaque série et comparé avec les sommes de carrés résiduelles espérées. Les tableaux 16 et 17 présentent les résultats.



TABLE 16. Rapport entre les sommes de carrés résiduelles espérées et observées après correction des séries avec deux sauts.

	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>Moyenne</b>	1.02	0.88	1.02	1.02	1.03	0.98	1.00	1.02	0.95	1.02
<b>Médiane</b>	1.01	0.86	1.01	1.01	1.01	0.97	0.99	1.01	0.93	1.00
<b>Écart-type</b>	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.28	0.29

TABLE 17. Rapport entre les sommes de carrés résiduelles espérées et observées après correction des séries avec trois sauts.

	BAMS	BARE	BIVT	JARU	RASM	REG2	REGM	SNHT	STUS	WILS
<b>Moyenne</b>	1.01	0.75	1.01	1.00	0.99	0.95	0.98	1.00	0.92	1.00
<b>Médiane</b>	0.98	0.71	0.98	0.97	0.96	0.91	0.95	0.97	0.89	0.96
<b>Écart-type</b>	0.35	0.31	0.35	0.35	0.36	0.34	0.35	0.35	0.32	0.35

On remarque une grande amélioration de la performance pour la régression à deux phases en calculant les amplitudes par différences de moyenne. Pour les autres méthodes, l'amélioration ne semble pas très marquée. Étant donné que les rapports se situent tous près de 1, il est difficile d'évaluer les méthodes les plus appropriées pour détecter des sauts multiples.

### 4.3.2 Performance évaluée par un critère de positionnement

En estimant l'amplitude par la technique des différences de moyenne, des méthodes qui positionnent des sauts aux mêmes endroits évaluent les amplitudes de manière identique. Par conséquent, il est important de s'attarder aux positions détectées dans les séries avec sauts multiples. On a donc établi un critère de performance des méthodes à trouver l'emplacement de plusieurs sauts. Ce dernier mesure l'écart entre les positions des sauts réels et des sauts détectés. Soit  $p_i^d, i=1, \dots, m$  et  $p_j^r, j=1, \dots, l$  représentant respectivement les positions des sauts détectés et réels, le critère établi s'énonce comme suit :

$$C = \begin{cases} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (p_i^d - p_i^r)^2, & l = m \\ \frac{1}{l} \left[ \sum_{i=1}^m (p_i^d - p_i^r)^2 + |l - m|(n-1)^2 \right], & l > m \\ \frac{1}{m} \left[ \sum_{j=1}^l (p_j^d - p_j^r)^2 + |l - m|(n-1)^2 \right], & l < m \end{cases} \quad (49)$$

où  $n$  représente la longueur des séries. Les paires  $(p_i^d, p_j^r)$  sont choisies de manière à minimiser le critère. Lorsque le nombre de sauts détectés et réels est le même, on calcule les sommes de carrés des

différences entre les paires qui minimisent le critère. Lorsque le nombre de sauts détectés et réels diffère, on cherche la disposition des paires qui minimise le critère et on ajoute une pénalité de  $(n-1)^2$  pour chaque saut faussement détecté ou non détecté. Cette valeur correspond à la distance maximale possible entre deux sauts. Un critère de 0 signifie que tous les sauts ont été correctement positionnés. Un critère près de 0 indique que les sauts se situent près des positions réelles. Un critère très élevé désigne une série dans laquelle des sauts n'ont pas été détectés ou des sauts fictifs ont été détectés. Il a été calculé pour les ensembles de séries synthétiques avec deux et trois sauts. Les tableaux 18 et 19 présentent des statistiques descriptives sur les critères obtenus des différentes méthodes.

TABLE 18. Statistiques descriptives du critère de positionnement des séries avec deux sauts.

	<b>BAMS</b>	<b>BARE</b>	<b>BIVT</b>	<b>JARU</b>	<b>RASM</b>	<b>REG2</b>	<b>REGM</b>	<b>SNHT</b>	<b>STUS</b>	<b>WILS</b>
<b>Moyenne</b>	1702	5625	1730	1928	1813	3044	2757	1768	3268	1812
<b>Médiane</b>	3	4901	2	2	18	4901	4901	2	4901	3
<b>Écart-Type</b>	2508	2928	2489	2643	2264	2831	2864	2483	3219	2503
<b>Minimum</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>Maximum</b>	9801	9801	9801	9801	9801	9801	9801	9801	9801	9801

TABLE 19. Statistiques descriptives du critère de positionnement des séries avec trois sauts.

	<b>BAMS</b>	<b>BARE</b>	<b>BIVT</b>	<b>JARU</b>	<b>RASM</b>	<b>REG2</b>	<b>REGM</b>	<b>SNHT</b>	<b>STUS</b>	<b>WILS</b>
<b>Moyenne</b>	2056	7198	2378	2683	2216	3654	3291	2439	3476	2565
<b>Médiane</b>	2453	6534	3267	3267	2451	3267	3267	3267	3267	3267
<b>Écart-Type</b>	2210	2156	2451	2633	2488	2451	2500	2443	2723	2479
<b>Minimum</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>Maximum</b>	9801	9801	9801	9801	9801	9801	9801	9801	9801	9801

Dans les séries avec deux sauts et avec trois sauts, BAMS a donné le critère moyen le moins élevé. Néanmoins, dans les deux cas, BAMS, BIVT, SNHT, WILS, JARU et RASM ont des critères moyens peu élevés. De plus, dans le tableau 18, le critère médian pour ces cinq méthodes est très faible ce qui signifie que dans la moitié des séries synthétiques à deux sauts, ces méthodes ont très bien positionnés tous les sauts sans en détecter des non existants. Pour les séries avec trois sauts, les critères médians sont beaucoup plus élevés. En effet, lorsque le nombre de sauts réels s'accroît, il devient très ardu de tous les identifier. Le maximum obtenu pour toutes les méthodes est de 9801 et correspond au cas où tous les sauts réels ne sont pas détectés. Les figures 9 et 10 présentent un histogramme des critères obtenus sur les deux ensembles de séries synthétiques. Pour chaque classe de critère, dix bandes représentant chacune des méthodes sont illustrées.

Fig. 9. Histogramme du critère de positionnement selon les dix méthodes des séries avec deux sauts.

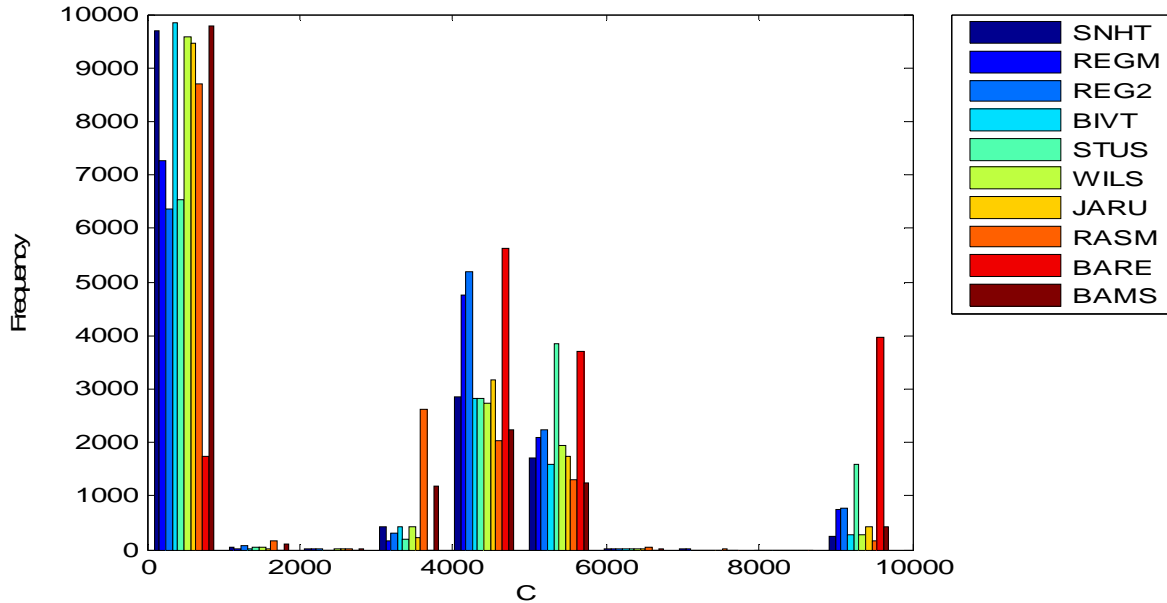
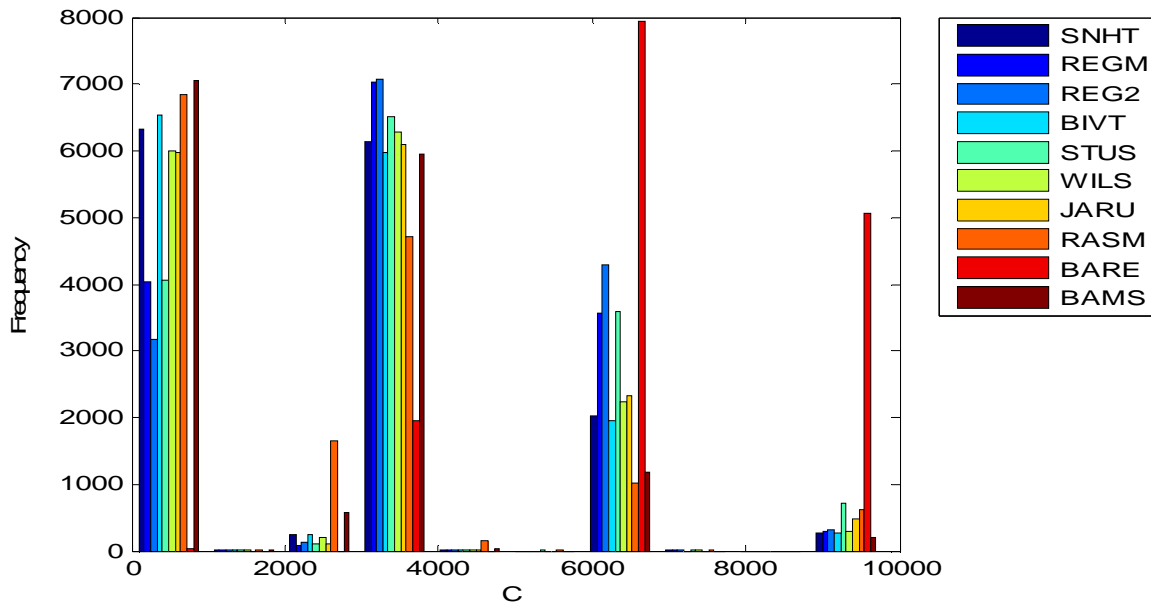


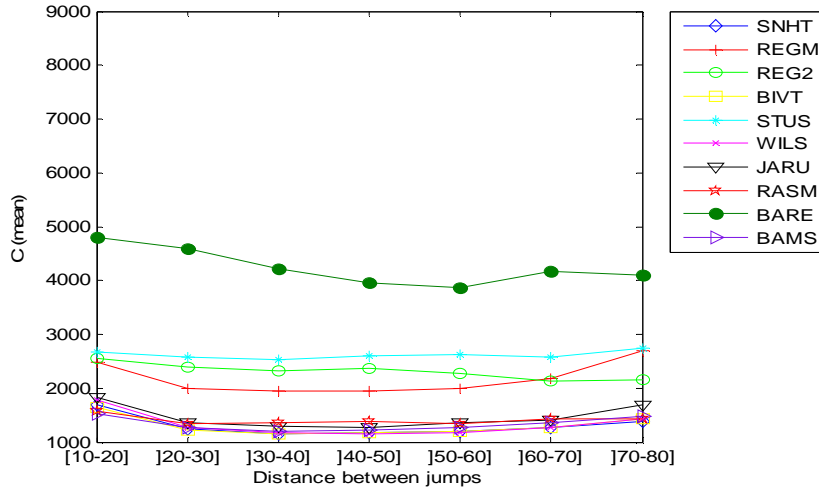
Fig. 10. Histogramme du critère de positionnement selon les dix méthodes des séries avec trois sauts.



Les méthodes les plus performantes sont celles dont les critères se retrouvent en forte majorité dans la première classe (critère compris entre 0 et 1000). On dénote six méthodes qui se démarquent dans la première classe : BAMS, BIVT, SNHT, WILS, JARU et RASM. Par ailleurs, REGM, REG2, STUS et BARE ont des fréquences plus faibles dans la première classe et des fréquences élevées dans des classes subséquentes. Cela signifie qu'on retrouve plus de critères de positionnement élevé pour ces méthodes.

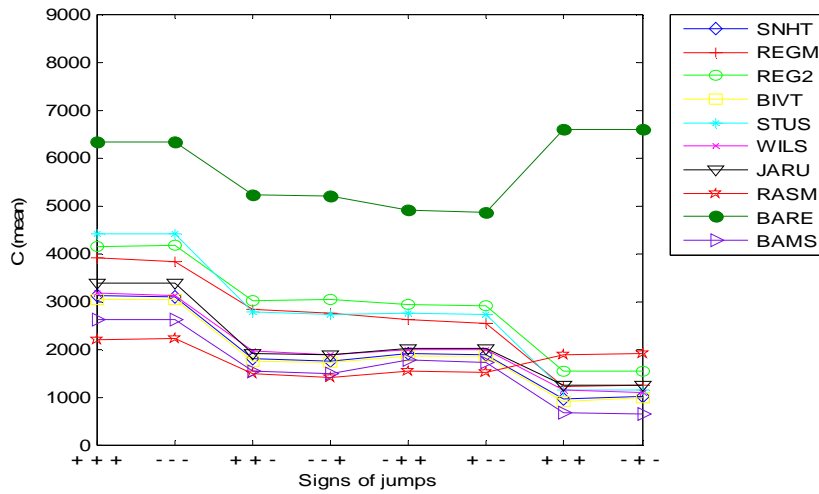
Par la suite, on s'est intéressé à la performance des différentes méthodes selon la distance séparant les deux sauts. Pour chaque méthode, on a calculé le critère de positionnement moyen selon différentes classes de distance entre les deux sauts. La figure 11 présente les résultats.

Fig. 11. Critères de positionnement moyens selon la distance entre les deux sauts.



On remarque effectivement que la distance entre les sauts semble influencer le critère de performance. Il semble que des sauts très rapprochés ou très éloignés sont plus difficilement identifiés que deux sauts de distance moyenne. Par ailleurs, pour STUS la distance entre les sauts n'a aucun effet en raison de la fenêtre mobile. En effet, on utilise toujours 10 observations de part et d'autre de chaque saut. Les techniques REG2 et BARE semblent légèrement mieux performer à positionner deux sauts très éloignés que deux sauts rapprochés. Ensuite, on s'est intéressé à savoir s'il semble plus facile d'identifier des sauts de signes contraires (un saut positif suivi d'un saut négatif par exemple) ou deux sauts de même signe. On a analysé la performance des méthodes selon que les sauts successifs sont de signes contraires ou analogues. Pour chaque méthode, on a calculé le critère moyen selon les suites de signes possibles. La figure 12 présente les résultats.

Fig. 12. Critères de positionnement moyens selon la suite des signes des sauts.



On remarque effectivement que la suite des signes semble influencer le critère de performance. En effet, dans les deux cas où les trois sauts sont du même signe, on obtient des critères moyens plus élevés que dans les autres cas. Lorsque que les sauts sont suivis d'un autre saut de signe opposé, la performance semble meilleure sauf pour RASM et BARE. Enfin, les cas dans lesquels deux sauts de même signe sont suivis ou précédés d'un saut de signe opposé donnent une meilleure performance que trois sauts de même signe.

## 5. Discussion

Lorsqu'on évalue l'homogénéité d'une série, on ne sait pas préalablement si la série de base sera homogène ou si elle contiendra une ou plusieurs inhomogénéités. De ce fait, ce travail vise à identifier les méthodes qui possèdent la capacité de détecter à la fois des séries homogènes et des sauts de moyenne. De plus, les méthodes robustes à des changements de variance seraient préférables. Des séries synthétiques représentant les précipitations totales annuelles typiques du Québec ont été générées dans plusieurs ensembles (homogènes, un saut de moyenne, plusieurs sauts de moyenne, une tendance, un saut d'écart-type). On a présenté deux sections de résultats dans le but de comparer la performance des méthodes selon que l'on estime les amplitudes tel que présenté dans la littérature ou en calculant des différences de moyenne entre les segments respectifs de la série de base. On a remarqué que dans tous les cas (1, 2 ou 3 sauts), la méthode d'estimation des amplitudes par différences de moyenne donne de meilleurs résultats. Il est donc préférable, plus particulièrement en présence de sauts multiples, d'estimer les amplitudes de cette façon peu importe la méthode utilisée.

La performance des méthodes dans ce travail peut se résumer selon certains critères. Tout d'abord, il est très important que le nombre de sauts faussement détectés soit faible. Une erreur de type 1 tournant autour de 5% est acceptable. Le risque d'introduire des inhomogénéités dans une série qui est homogène en réalité n'est pas trop élevé. Par la suite, une méthode d'homogénéisation doit avoir la capacité d'identifier un saut dans une série. Pour toutes amplitudes confondues, si la méthode peut positionner un saut au moins dans 70% des cas sur les séries de 60 ans et 75% des cas sur les séries de 100 ans, on peut dire qu'il s'agit d'une bonne performance. Dans le cas des fortes amplitudes (2 écarts-types et plus), on s'attend à ce qu'elles soient identifiées au moins dans 95% des cas. On s'attend également à observer un pourcentage de sauts bien identifiés raisonnable à partir de 1 écart-type (environ 70%). Si ces objectifs ne sont pas atteints sur les séries de 60 ou de 100 ans, on considère qu'il s'agit d'un point faible. Ensuite, on s'attend à une performance équivalente selon que l'on estime l'amplitude par différence de moyenne ou par chaque méthode respective dans le cas des séries avec un seul saut. Ces méthodes ont été développées pour détecter un seul saut, alors elles devraient être en mesure de bien l'estimer. Pour les sauts multiples, il est intéressant de déterminer des méthodes qui sont capables de positionner plusieurs sauts sans en négliger ni en détecter de fictifs. Les méthodes dont la performance n'est pas affectée par la taille de la série sont avantageuses. En effet, dans des conditions réelles la taille peut varier énormément. Enfin, les méthodes qui

peuvent s'appliquer directement dans des conditions réelles sans modifications additionnelles sont avantageuses car elles permettent une économie de temps. Le tableau suivant présente un résumé des forces et faiblesses de chacune des méthodes. Cependant, il est à noter que les critères proposés sont subjectifs et qu'ils peuvent varier selon les besoins.

L'application sur des séries qui contiennent des sauts d'écart-type a montré que la plupart des méthodes comparées dans ce travail sont peu sensibles à ce type d'inhomogénéité. La méthode BAMS est une exception puisque la variance figure parmi les paramètres dont elle évalue l'homogénéité. On a donc omis cette caractéristique dans le tableau des forces et faiblesses. L'analyse des méthodes sur des séries synthétiques avec une tendance a montré qu'un changement plus graduel est souvent interprété comme un ou plusieurs sauts consécutifs à l'intérieur de la tendance. Il ne s'agit pas d'une faiblesse puisque les méthodes comparées ne sont pas destinées à cette fin.

TABLE 20. Résumé des forces et faiblesses des méthodes d'homogénéisation comparées.

Méthode	Forces	Faiblesses
<b>BAMS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible pourcentage de fausse détection</li> <li>- Pourcentage de sauts positionnés élevé</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> <li>- Bonne capacité à positionner des sauts multiples</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type pas toujours bien identifiés</li> <li>- Amplitude mieux estimée par différences de moyenne dans le cas d'un seul saut</li> <li>- Sensibilité à la longueur de la série</li> </ul>
<b>BARE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible pourcentage de fausse détection</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type pas toujours bien identifiés</li> <li>- Difficulté à détecter des sauts multiples</li> <li>- Amplitude mieux estimée par différences de moyenne dans le cas d'un seul saut</li> <li>- Amplitude mieux estimée par différences de moyenne dans le cas d'un seul saut</li> </ul>
<b>BIVT</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible pourcentage de fausse détection</li> <li>- Pourcentage de sauts positionnés élevé</li> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type bien identifiés</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> <li>- Bonne capacité à positionner des sauts multiples</li> </ul>	
<b>JARU</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible pourcentage de fausse détection</li> <li>- Pourcentage de sauts positionnés élevé</li> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type bien identifiés</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> <li>- Bonne capacité à positionner des sauts multiples</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Amplitude mieux estimée par différences de moyenne dans le cas d'un seul saut</li> </ul>
<b>RASM</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pourcentage de sauts positionnés élevé</li> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type bien identifiés</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> <li>- Bonne capacité à positionner des sauts multiples</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fort pourcentage de fausse détection</li> <li>- Amplitude mieux estimée par différences de moyenne dans le cas d'un seul saut</li> </ul>
<b>REG2</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible pourcentage de fausse détection</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pourcentage de sauts positionnés faible</li> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type pas toujours bien identifiés</li> <li>- Difficulté à détecter des sauts multiples</li> <li>- Amplitude mieux estimée par différences de moyenne dans le cas d'un seul saut</li> <li>- Sensibilité à la longueur de la série</li> </ul>
<b>REGM</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible pourcentage de fausse détection</li> <li>- Pourcentage de sauts positionnés élevé</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type pas toujours bien identifiés</li> <li>- Difficulté à détecter des sauts multiples</li> <li>- Amplitude mieux estimée par différences de moyenne dans le cas d'un seul saut</li> <li>- Sensibilité à la longueur de la série</li> </ul>
<b>SNHT</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible pourcentage de fausse détection</li> <li>- Pourcentage de sauts positionnés élevé</li> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type bien identifiés</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> <li>- Bonne capacité à positionner des sauts multiples</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Amplitude mieux estimée par différences de moyenne dans le cas d'un seul saut</li> <li>- Amplitude mieux estimée par différences de moyenne dans le cas d'un seul saut</li> </ul>
<b>STUS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible pourcentage de fausse détection</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pourcentage de sauts positionnés faible</li> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type pas toujours bien identifiés</li> <li>- Difficulté à détecter des sauts multiples</li> <li>- Des seuils significatifs doivent être calculés pour appliquer sur des séries de longueur autre que 60 ou 100 ans.</li> </ul>
<b>WILS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible pourcentage de fausse détection</li> <li>- Pourcentage de sauts positionnés élevé</li> <li>- Sauts de l'ordre de 1 écart-type bien identifiés</li> <li>- Sauts de 2 écarts-type et plus bien identifiés</li> <li>- Bonne capacité à positionner des sauts multiples</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Des seuils significatifs doivent être calculés pour appliquer sur des séries de longueur autre que 60 ou 100 ans.</li> </ul>



D'après les caractéristiques présentées dans le tableau 20, le choix de la méthode la plus appropriée à utiliser pourrait se faire selon les informations obtenues en consultant les métadonnées. Le tableau 21 présente différents cas d'information obtenue des métadonnées ainsi qu'une suggestion de méthode à utiliser dans ce cas. Par la suite, le choix des techniques est justifié.

TABLE 21. Information tirée des métadonnées et technique suggérée.

Information tirée des métadonnées	But	Technique suggérée
1. Pas de changement	Vérification seulement	JARU
2. Un changement pouvant introduire un saut	Détection du saut	BIVT
3. Plusieurs changements pouvant introduire des sauts	Détection de plusieurs sauts	BAMS
4. Un changement pouvant introduire une tendance	Détection de la tendance	REGM

**1. Pas de changement:** Dans le cas où les métadonnées ne contiennent pas d'information concernant un changement quelconque, on n'a aucune raison de penser que la série est inhomogène. Cependant, il arrive que les métadonnées soient incomplètes. Donc, il est possible qu'une série soit inhomogène même si les métadonnées ne permettent pas de le confirmer. La méthode la plus appropriée à utiliser dans ce cas est JARU. En effet, le risque de faire des fausses détections avec cette technique est très faible. De plus, cette technique performe bien à identifier un ou plusieurs sauts. Donc, si des inhomogénéités non documentées sont présentes dans la série de base, cette méthode devrait bien performer à les détecter.

**2. Un changement pouvant introduire un saut:** Lorsqu'on s'attend à détecter exactement un saut, la technique BIVT peut être utilisé. En effet, sur les séries avec un saut, BIVT se situe en deuxième position pour le nombre de sauts positionnés. Étant donné que la méthode la plus performante sur les séries avec un saut (RASM) détecte aussi un grand nombre de sauts inexistants, on a préféré BIVT qui a un pourcentage de sauts faussement détecté faible sur les séries homogènes.

**3. Plusieurs changements pouvant introduire des sauts:** La technique la plus performante dans le cas de sauts multiples est BAMS. De plus, le pourcentage de fausses détections est faible avec cette méthode. Donc, on a une forte probabilité d'identifier tous les sauts existants et d'éviter les fausses détections.

**4. Un changement pouvant introduire une tendance:** Dans ce cas, une technique permettant à la fois la détection d'une tendance et d'un saut comme REGM pourrait être utilisée. Comme on n'a pas évaluée la performance de cette méthode à bien positionner et estimer l'amplitude de la tendance, on ne peut pas affirmer qu'il s'agit de la méthode la plus appropriée.



## 6. Conclusion

On a observé des performances différentes pour les huit méthodes d'homogénéisation présentées dans ce travail. On retient cinq méthodes qui ont des performances à peu près équivalentes dans tous les cas (SNHT, BIVT, WILS, JARU et BAMS). Par ailleurs, certaines méthodes ne peuvent s'appliquer sur tous types de séries de données. Par exemple, REGM performe très bien dans l'identification des séries homogènes et de façon satisfaisante dans l'identification d'un seul saut. Cependant, en présence de sauts multiples, cette méthode est désavantagée. C'est le même cas pour la méthode BARE. Cette dernière pourrait être améliorée en modifiant les paramètres a priori comme on a fait avec la méthode BAMS. Ensuite, RASM performe très bien dans l'identification d'un seul saut ou de sauts multiples, mais tend à détecter des sauts non existants dans les séries homogènes. Enfin, STUS et REG2 sont recommandables dans l'identification des séries homogènes, mais ont plus de difficulté à identifier un ou plusieurs sauts. Selon l'information tirée des métadonnées, une méthode qui performe bien dans le cas des résultats attendus devrait être utilisée.

Ce travail compare uniquement des méthodes objectives parce que l'application de méthodes graphiques sur des milliers de séries synthétiques constitue une tâche irréalisable. Néanmoins, il ne faut pas négliger la possibilité d'utiliser une approche subjective pour bien s'approprier les données et éviter de commettre des erreurs. La tendance dans les dernières méthodes développées consiste à combiner plusieurs tests très différents et de déclarer une série inhomogène seulement lorsque plusieurs tests sont significatifs. Cela évite de réduire le nombre de fausses alarmes. De plus, la consultation des métadonnées est essentielle malgré l'utilisation d'une méthode sophistiquée. L'ajustement des séries climatiques est une tâche délicate et il faut connaître les raisons des corrections apportées.

Les mathématiques des méthodes comparées dans cette étude ont été développées pour détecter un seul saut. L'application séquentielle de ces méthodes peut les désavantager puisqu'elles ne sont pas conçues pour détecter des sauts multiples. Cependant, la présence de plusieurs inhomogénéités dans une série de données réelles est un problème tout à fait concret. Le développement de nouvelles méthodes capables d'identifier un ou plusieurs changements de plusieurs types (saut de moyenne, tendance, saut de variance) est nécessaire.

De plus, on a testé la robustesse des méthodes face à un saut de variance, mais les méthodes d'homogénéisation sont basées sur d'autres postulats comme la normalité des données et l'homogénéité des séries voisines. La violation de ces derniers peut également altérer la performance

des méthodes et il serait intéressant d'en évaluer l'impact. Ensuite, ces méthodes ont été appliquées dans des conditions spécifiques et les résultats de cette étude font partie d'un domaine de validité restreint. Donc, une application des méthodes jugées plus performantes par ce travail sur des données de précipitations totales annuelles réelles serait également intéressante. Des travaux futurs dans ces directions seraient grandement appréciés.

# Bibliographie

- Alexandersson H. (1986). A homogeneity test applied to precipitation data. *Journal of Climatology*, 6(1): 661-675.
- Beaulieu C., Ouarda T.B.M.J. et O. Seidou (2006). Synthèse des techniques d'homogénéisation des séries climatiques et analyse d'applicabilité aux séries de précipitations. *Accepté pour publication dans le Journal des Sciences Hydrologiques*.
- Caussinus H. et O. Mestre (2004). Detection and correction of artificial shifts in climate series. *Journal of the Royal Statistical Society Series C: Applied Statistics* 53, 405-425.
- Ducré-Robitaille J.-F., Boulet G. et L.A. Vincent (2003). Comparison of techniques for detection of discontinuities in temperature series. *International Journal of Climatology*, 23: 1087-2003.
- Easterling D.R. et Peterson T.C. (1992) Techniques for detecting and adjusting for artificial discontinuities in climatological time series: a review. *Proc. of the Fifth International Meeting on Statistical Climatology, 22-26 june 1996, Toronto, Ontario, Canada*.
- Easterling D.R. et T.C. Peterson (1995). A new method for detecting undocumented discontinuities in climatological time series. *International Journal of Climatology*, 15: 369-377.
- Fearnhead P. (2006). Exact and Efficient Bayesian Inference for Multiple Changepoint. *Statistics and Computing*, 16(2), 203-213.
- Fortin V., Perreault L. et J.D. Salas (2004). Retrospective analysis and forecasting of streamflows using a shifting level model. *Journal of Hydrology*, 296: 135-163.
- Gullett D.W., Vincent L.A. et P.J.F. Sajecki (1990). Testing for homogeneity in temperature time series at Canadian climate stations. Canadian Climate Centre, Atmospheric Environment Service, Downsview, Ontario, Report No. 90-4, 43 p.
- Heino R. (1996). Metadata and their role in homogenization. Dans *Proceedings of the Seminar on homogenization of surface climatological data*, Hungarian Meteorological Service, Budapest, Hongrie.
- Hubert P., Carbonnel J.P. et A. Chaouche (1989). Segmentation des séries hydrométéorologiques. Application à des séries de précipitations et de débits de l'Afrique de l'Ouest. *Journal of Hydrology*, 110 :349-367.
- Jaruskova D. (1996). Change-point detection in meteorological measurement. *Monthly Weather Review*, 124: 1535-1543.
- Karl T.R. et C.N.Jr. Williams (1987). An approach to adjusting climatological time series for discontinuous inhomogeneities. *Journal of Climate and Applied Meteorology*, 26: 1744-1763.
- Kehagias A. (2004). A hidden Markov Model Segmentation procedure for hydrological and environmental time series, *Stochastic Environmental Research and Risk Assesment*, 18(2): 117-130.

- Lanzante J.R. (1996) Resistant, robust and non-parametric techniques for the analysis of climate data: theory and examples, including applications to historical radiosonde station data. *International journal of Climatology*, 16: 1197-1226.
- Lee A.F.S. et S.M. Heghinian (1977). A shift of the mean level in a sequence of independent normal random variables: A Bayesian approach. *Technometrics*, 19, 503-506.
- Lund R. et J. Reeves (2002). Detection of undocumented changepoints: A revision of the two-phase regression model. *Journal of Climate*, 15(17): 2547-2554.
- Maronna R. et V.J. Yohai (1978). A bivariate test for the detection of a systematic change in mean. *Journal of the American Statistical Association*, 73: 640-645.
- Ouarda T.B.M.J., Rasmussen P.F., Cantin J.-F., Bobée B., Laurence R., Hoang V.D. et G. Barabé (1999). Identification d'un réseau hydrométrique pour le suivi des modifications climatiques dans la province de Québec, *Revue des sciences de l'eau*, 12(2) : 425-448.
- Perreault L., Haché M., Slivitsky M. et B. Bobée (1999). Detection of changes in precipitation and runoff over eastern Canada and U.S.b using a Bayesian approach. *Stochastic Environmental Research and Risk Assesment*, 13: 291-216.
- Perreault L., Parent É., Bernier J., Bobée B. et M. Slivitsky (2000). Retrospective multivariate Bayesian change-point analysis: A simultaneous single change in the mean of several hydrological sequences. *Stochastic Environmental Research and Risk Assesment*, 14(4): 243-261.
- Peterson et co-auteurs (1998). Homogeneity adjustments of in situ atmospheric climate data: a review. *International Journal of Climatology*, 18, 1493-1517.
- Potter K.W. (1981). Illustration of a new test for detecting a shift in mean in precipitation series. *Monthly Weather Review*, 109: 2040-2045.
- Rasmussen P. (2001). Bayesian estimation of change points using the general linear model. *Water Resources Research*, 37:2723-2731.
- Seidou, O., et T.B.M.J Ouarda (2006). Recursion-based Multiple Changepoint Detection in Multivariate Linear Regression and Application to River Streamflows. *À apparaître dans le journal Water Resources Research*.
- Seidou, O., Asselin, J.J., et T.B.M.J Ouarda (2006). Bayesian multivariate linear regression with application to changepoint models in hydrometeorological variables. *À apparaître dans le journal Water Resources Research*.
- Slonosky V.C., Jones P.D., et T.D. Davies (1999). Homogenization techniques for European monthly mean surface pressure series. *Journal of Climate*, 12, 2658-2672.
- Thyer M. et G. Kuczera (2000). Modelling long term persistence in hydro-climatic time series using a hidden state Markov model, *Water Resources Research*, 36(11): 3301-3310.

- Thyer M. et G. Kuczera (2003a). A hidden Markov model for modelling long term persistence in multi-site rainfall time series 1, *Journal of Hydrology*, 275: 12-26.
- Thyer M. et G. Kuczera (2003b). A hidden Markov model for modelling long term persistence in multi-site rainfall time series Real data analysis, *Journal of Hydrology*, 275: 27-48.
- Vincent L.A. (1998). A technique for the identification of inhomogeneities in Canadian temperature series. *Journal of Climate*, 11(4):1094-1105.
- Wang X.L. (2003) Comments on 'Detection of Undocumented Changepoints: A revision of the Two-Phase regression model'. *Journal of Climate*, 16: 3383-3385.
- WMO (2003). Guidelines on climate metadata and homogenization. Report WMO-TD 1186, World Meteorological Organization, Genève, Suisse, 50 p.



# Annexe A: Description du logiciel HOP

## 1. Logiciel HOP

Parallèlement à cette étude comparative, un logiciel d'homogénéisation des précipitations a été développé dans l'environnement Matlab 7.1. Les méthodes BAMS, BARE, JARU, SNHT et WILS ont été incluses dans la version Beta du logiciel. La technique BIVT sera incluse dans la prochaine version du logiciel. Ce logiciel permet l'importation de données, de calculer des statistiques descriptives, de faire des tests statistiques et d'homogénéiser des données. Dans cette section, nous présentons le logiciel à travers un exemple fictif.

### 1.1 Démarrage du logiciel

Le logiciel se démarre en tapant HOP dans la fenêtre de commande de Matlab. Il faut s'assurer que le répertoire de travail de Matlab correspond au répertoire dans lequel le logiciel est enregistré.

### 1.2 Importation des données

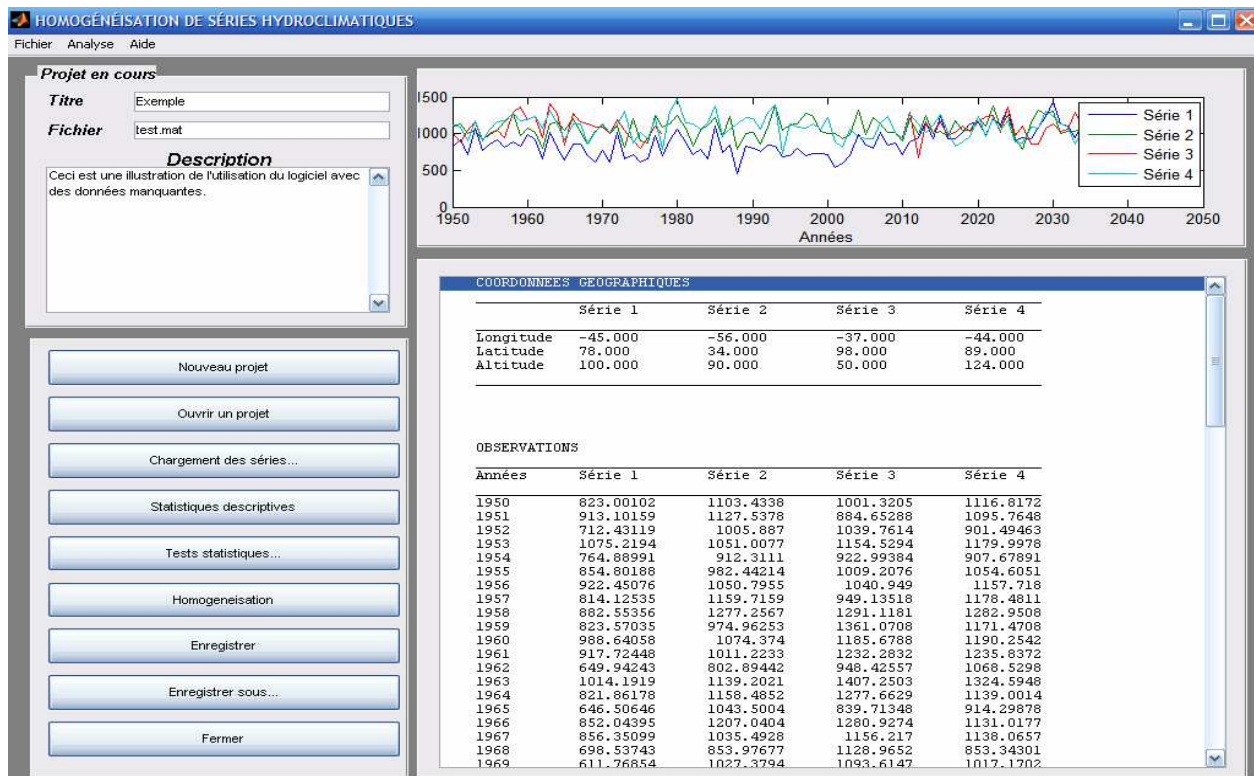
Pour importer des nouvelles données, on peut utiliser un fichier Excel dans lequel on spécifie le nom des séries, les coordonnées et l'altitude des stations, les observations et les années correspondantes. Par la suite, on peut sauvegarder le projet et le réutiliser ultérieurement sans passer par l'étape d'importation des données. Pour remettre la page de démarrage vierge, il s'agit de cliquer sur *Nouveau projet*. La figure A1 donne un exemple de fichier de données qui sera chargé par le logiciel.

Fig. A1. Exemple de fichier de données.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		Série 1	Série 2	Série 3	Série 4							
2	Longitude	-45	-56	-37	-44							
3	Latitude	78	34	98	89							
4	Altitude	100	90	50	124							
5	1950	823,001024	1103,43379	1001,32053	1116,81721							
6	1951	913,10159	1127,53784	884,652882	1095,76483							
7	1952	712,431189	1005,88701	1039,76142	901,494628							
8	1953	1075,21939	1051,00768	1154,52936	1179,99775							
9	1954	764,889911	912,311097	922,993841	907,678914							
10	1955	854,801879	982,442143	1009,20764	1054,60509							
11	1956	922,450758	1050,79551	1040,94903	1157,71796							
12	1957	814,125345	1159,71591	949,13518	1178,48105							
13	1958	882,553556	1277,2567	1291,11806	1282,9508							
14	1959	823,570348	974,962534	1361,07078	1171,47077							

On peut ouvrir un projet existant en cliquant sur le bouton *Ouvrir un projet*. Dans la figure suivante, la page de démarrage du logiciel est présentée. Le projet *test.mat* a été chargé.

Fig. A2. Chargement de projet.



Dans la première page du logiciel, on peut visualiser les séries importées sur un graphique, le tableau des coordonnées géographiques de toutes les séries et le tableau des observations. On peut

également donner une description du projet, l'enregistrer, etc. C'est également à partir de cette fenêtre qu'on peut passer à travers les différentes étapes de l'homogénéisation.

### 1.3 Statistiques descriptives

En cliquant sur statistiques descriptives, une nouvelle fenêtre est créée (voir figure A4). Dans cette fenêtre, on peut afficher par le menu de gauche, les statistiques descriptives de chacune des séries (figure A4), les périodes d'observations communes (figure A5) et les corrélations inter-stations.

Fig. A4. Fenêtre de statistiques descriptives.

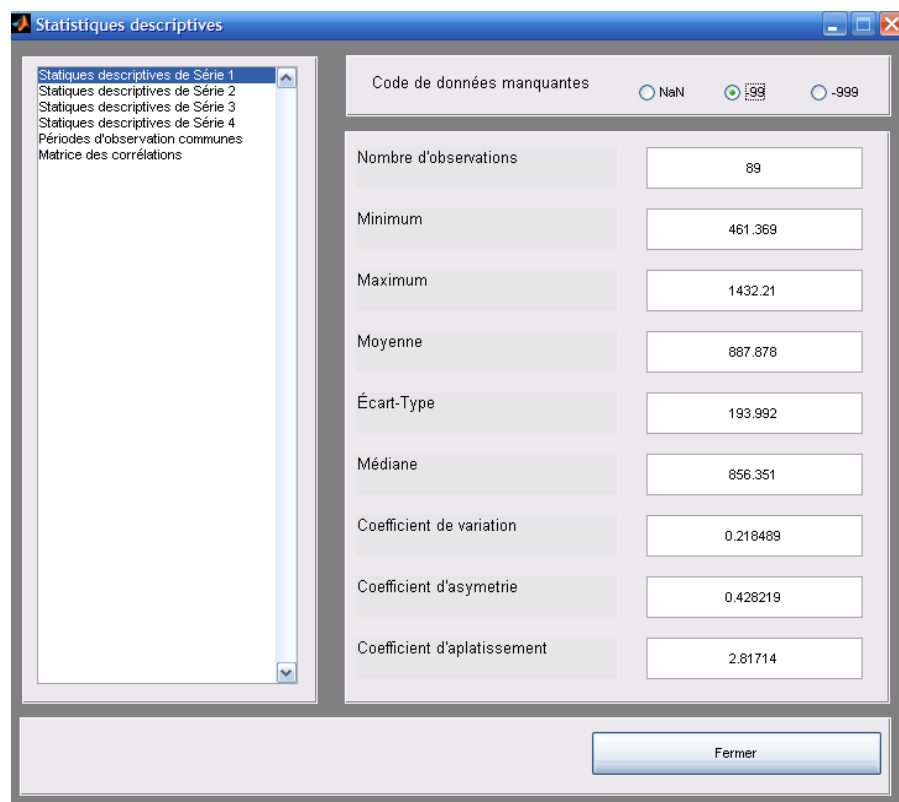
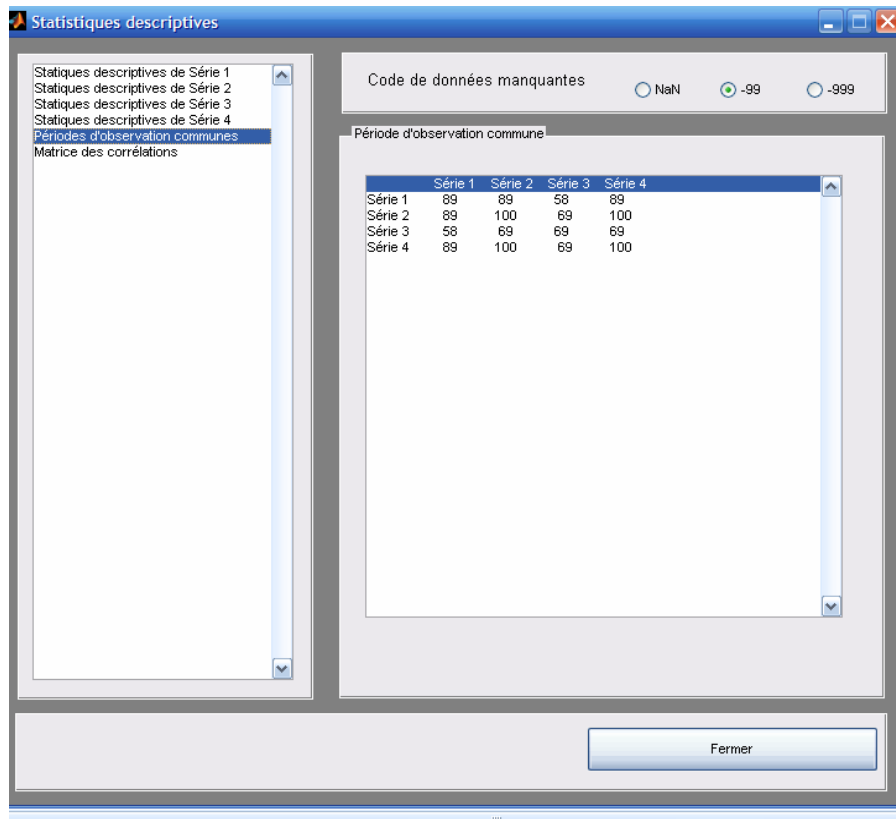


Fig. A5. Calcul des périodes d'observations communes.

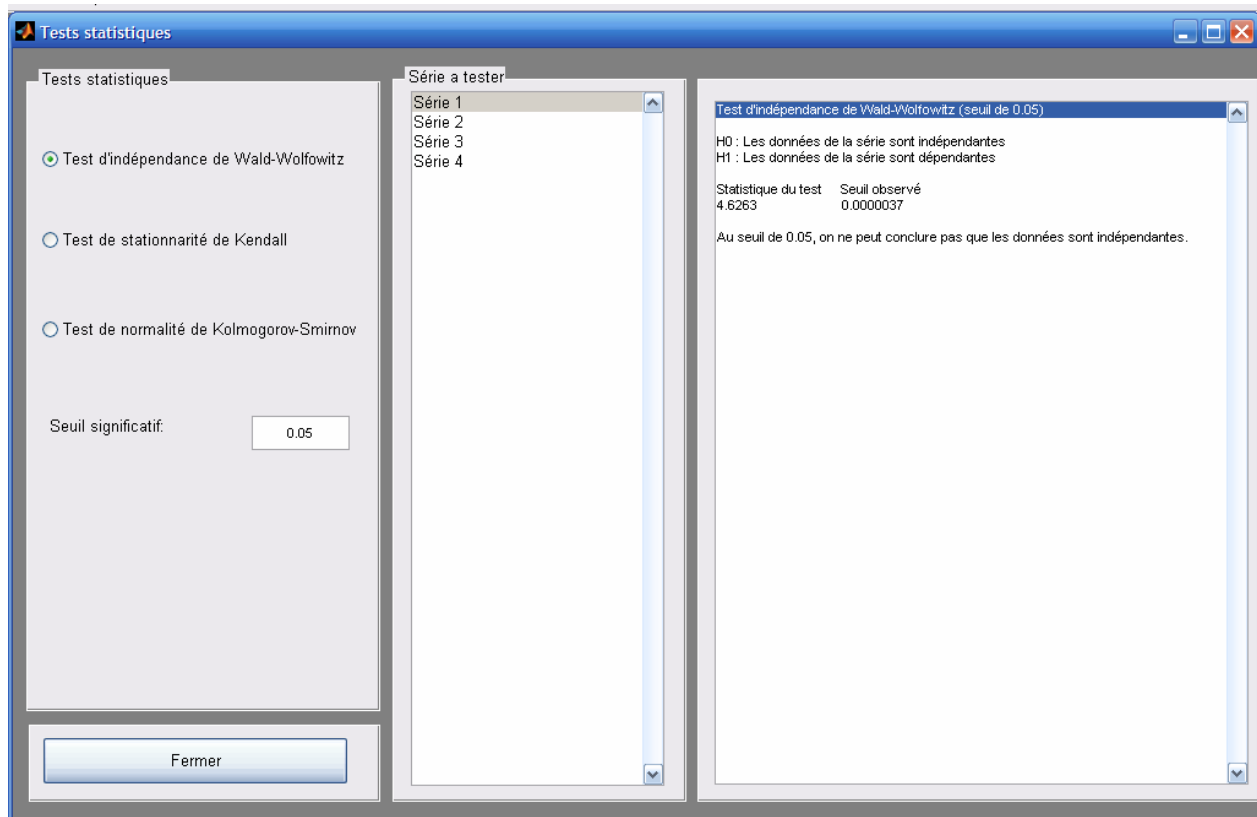


La présentation de la matrice de corrélations se fait selon le même principe.

## 1.4 Tests statistiques

Dans la première fenêtre, le bouton *Tests Statistiques* permet de vérifier trois hypothèses. Le test de Wald-Wolfowitz permet de vérifier l'indépendance, le test de Kendall permet de vérifier la stationnarité et le test de Kolmogorov-Smirnov sert à tester la normalité des séries. Pour la normalité, on présente également les données sur papier normal ainsi que la statistique de Filliben. La figure A6 présente la fenêtre qui est produite en cliquant sur *Tests Statistiques*.

Fig. A6. Fenêtre de tests statistiques.



## 1.5 Homogénéisation

En cliquant sur le bouton *Homogénéisation*, une fenêtre permettant de choisir la méthode d'homogénéisation, ses paramètres, la série de base et les séries voisines apparaît à l'écran (figure A7). Une fois que la série de base est choisie, le choix des stations voisines peut se faire selon différents critères. On peut choisir les stations par proximité spatiale, proximité d'altitude, par corrélation et pour d'autres raisons. Les paramètres de la méthode d'homogénéisation sont spécifiés par défaut, mais on peut également spécifier le seuil significatif que l'on désire utiliser, la probabilité de non-dépassement (dans le cas d'une méthode Bayésienne) et la distance minimale séparant deux sauts. Lorsque la méthode, les paramètres et les séries sont choisis, il faut cliquer sur le bouton *Homogénéiser*. Une nouvelle fenêtre avec les résultats sera ouverte (figure A8).

Fig. A7. Choix de la méthode d'homogénéisation, de la série de base et des séries voisines.

**Choix des séries**

**Analyse en cours**

Exemple [application de la méthode SNHT]

**Méthodes d'homogénéisation**

☒ Standard Normal Homogeneity Test (SNHT)

☐ Méthode Bayésienne I [Asselin et Ouarda, 2...

☐ Méthode bayésienne II [Seidou et Ouarda, 2...

☐ Wilcoxon séquentiel

☐ Méthode de Jaruskova

**Paramètres par défaut**

☐  $\alpha$  (seuil) 0.05

☐ Distance minimale entre deux 10

☐ Probabilité de non 0.50

Enregistrer les modificati... Annuler les modifications

**Choix des séries**

Nom station	LON	LAT	ALT	DIST.
Série 2	-56.00	34.00	90.00	45.35
Série 3	-37.00	98.00	50.00	21.54

**Série de base**

Nom station	LON	LAT	ALT
Série 1	-45.00	78.00	

**Séries voisines**

Nom station	LON	LAT	ALT
Série 4	-44.00	89.00	124.00

**Tri de la liste des stations**

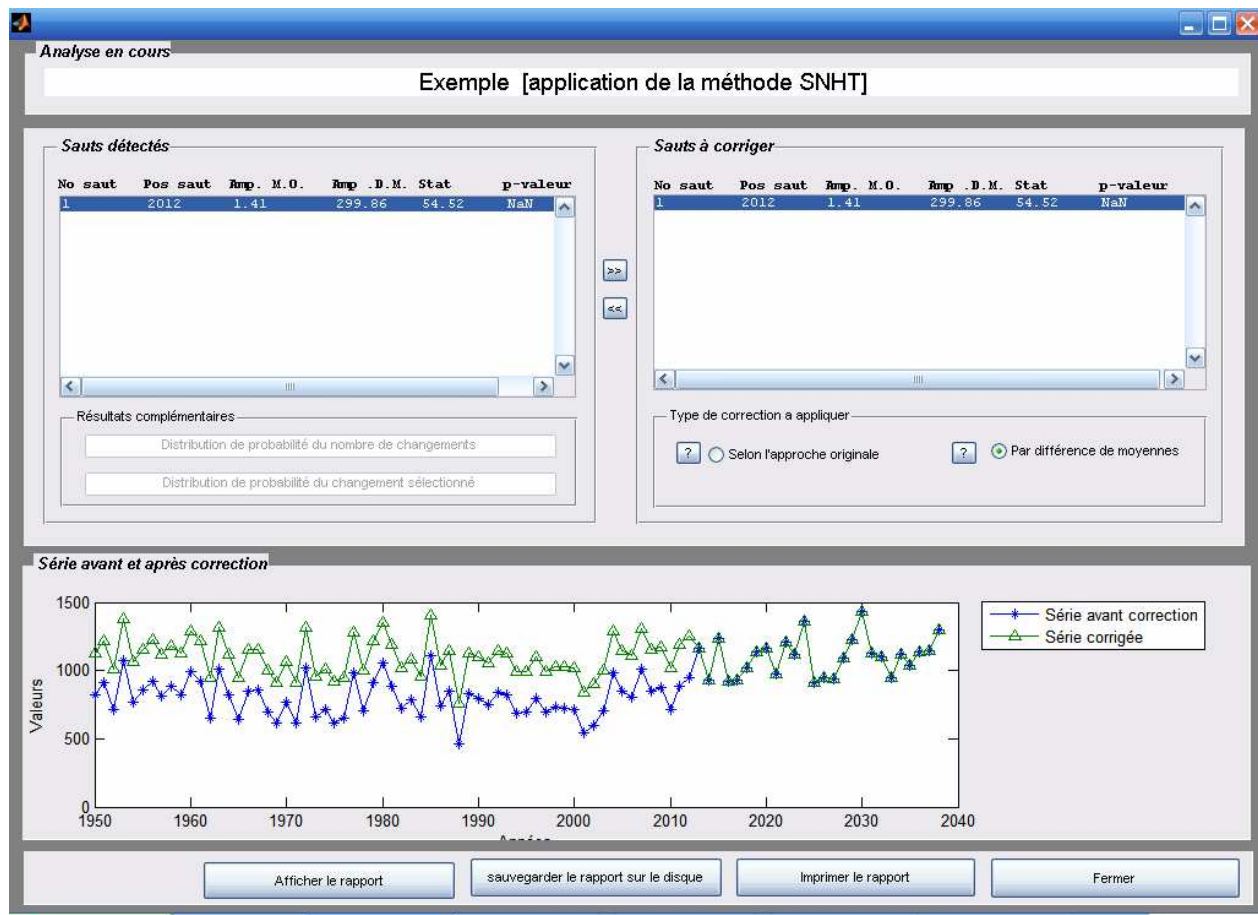
☒ Aucun tri ☐ proximité spatiale

☐ Niveau de corrélation ☐ proximité d'altitude

Homogénéiser

Fermer

Fig. A8. Résultat d'une procédure d'homogénéisation.



Enfin, lorsque les résultats sont obtenus, on peut visualiser l'emplacement du saut, son amplitude selon la méthode originale et aussi par différences de moyennes et la statistique du test. Un graphique de la série de base avant et après correction est présenté. Dans la liste de droite, l'utilisateur peut choisir parmi les sauts détectés ceux qu'il souhaite corriger. Il peut également choisir une correction selon l'approche originale, ou une correction par différence de moyennes. Le logiciel peut également générer automatiquement un rapport en format Microsoft Word sur l'étude d'homogénéisation en cours. On peut afficher un rapport, le sauvegarder et l'imprimer. Un exemple de rapport est présenté en Annexe B.

Annexe B : Exemple de rapport automatiquement généré par  
le logiciel HOP

## RAPPORT DU PROJET Exemple

### RÉSULTAT DE L'ÉTUDE D'HOMOGENÉISATION



Université du Québec

Institut national de la recherche scientifique





## **RAPPORT DU PROJET Exemple: RÉSULTAT DE L'ÉTUDE D'HOMOGENÉISATION**

Publié 09-Feb-2006 14:04:09

Ce rapport a été automatiquement généré par la version Béta du logiciel HOT (Homogeneization Of Precipitations) développé par l'équipe de la chaire en hydrologie statistique sous la direction de Pr. Taha Ouarda (taha\_ouarda@ete.inrs.ca; 418 654 3842) et de Ousmane Seidou (ousman\_seidou@ete.inrs.ca; 418 654 2542). La conception et la programmation ont été faits par Ousmane Seidou, Claudie Beaulieu, Zeljka Ristic-Rudolf et Rémi Gagné.

# Table des matières

<b>1. DONNÉES DU PROJET " Exemple" .....</b>	<b>1</b>
DESCRIPTION DU PROJET .....	1
COORDONNÉES GÉOGRAPHIQUES DES STATIONS .....	1
OBSERVATIONS .....	1
<b>2. STATISTIQUES DESCRIPTIVES.....</b>	<b>6</b>
STATISTIQUES DESCRIPTIVES POUR CHACUNE DES SÉRIES.....	6
PÉRIODE D'OBSERVATION COMMUNE .....	6
MATRICES DES CORRÉLATIONS ENTRE CHAQUE SÉRIE .....	6
<b>3. TESTS STATISTIQUES .....</b>	<b>8</b>
Série 1 .....	8
QQ-plot pour Série 1 .....	9
Série 2 .....	9
QQ-plot pour Série 2.....	10
Série 3 .....	10
QQ-plot pour Série 3.....	11
Série 4 .....	11
QQ-plot pour Série 4.....	12
<b>4. HOMOGÉNÉISATION DES SERIES .....</b>	<b>13</b>
MÉTHODE D'HOMOGÉNÉISATION .....	13
CHOIX DE LA SÉRIE DE BASE ET DES SÉRIES VOISINES .....	13
INHOMOGÉNÉITÉS DÉTECTÉES.....	13
INHOMOGÉNÉITÉS CORRIGÉES .....	13
SÉRIE CORRIGÉE.....	14

# Chapitre 1. DONNÉES DU PROJET " Exemple"

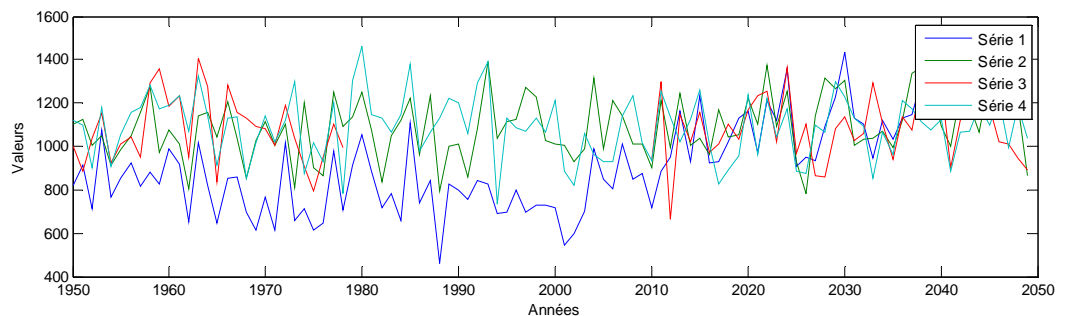
## DESCRIPTION DU PROJET

Ceci est une illustration de l'utilisation du logiciel avec des données manquantes. Les données utilisées sont les suivantes:

## COORDONNÉES GÉOGRAPHIQUES DES STATIONS

	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
Longitude	-45	-56	-37	-44
Latitude	78	34	98	89
Altitude	100	90	50	124

## OBSERVATIONS



Années	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
1950	823.001	1103.4338	1001.3205	1116.8172
1951	913.1016	1127.5378	884.6529	1095.7648
1952	712.4312	1005.887	1039.7614	901.4946
1953	1075.2194	1051.0077	1154.5294	1179.9978
1954	764.8899	912.3111	922.9938	907.6789
1955	854.8019	982.4421	1009.2076	1054.6051
1956	922.4508	1050.7955	1040.949	1157.718

Années	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
1957	814.1253	1159.7159	949.1352	1178.4811
1958	882.5536	1277.2567	1291.1181	1282.9508
1959	823.5703	974.9625	1361.0708	1171.4708
1960	988.6406	1074.374	1185.6788	1190.2542
1961	917.7245	1011.2233	1232.2832	1235.8372
1962	649.9424	802.8944	948.4256	1068.5298
1963	1014.1919	1139.2021	1407.2503	1324.5948
1964	821.8618	1158.4852	1277.6629	1139.0014
1965	646.5065	1043.5004	839.7135	914.2988
1966	852.044	1207.0404	1280.9274	1131.0177
1967	856.351	1035.4928	1156.217	1138.0657
1968	698.5374	853.9768	1128.9652	853.343
1969	611.7685	1027.3794	1093.6147	1017.1702
1970	767.1056	1111.6644	1083.3696	1139.2402
1971	614.0825	1005.4083	1006.3721	1022.239
1972	1016.1594	1100.672	1192.4041	1121.7696
1973	660.5408	810.8508	1038.9009	1298.5022
1974	713.0794	1199.9084	905.7478	872.7891
1975	616.4656	901.7202	796.31	1013.9016
1976	649.3466	866.6071	951.5412	929.5374
1977	980.7571	1249.7571	1103.5139	1201.6969
1978	704.1617	1091.1749	994.0886	783.9296
1979	915.0522	1134.2403	-99	1302.5753
1980	1055.4021	1252.2231	-99	1462.175
1981	886.7698	1073.5654	-99	1148.1835
1982	720.0369	836.5051	-99	1131.962
1983	781.8655	1050.7566	-99	1065.3099
1984	660.5517	1120.6495	-99	1145.4391
1985	1109.0828	1220.4601	-99	1377.4952
1986	737.5288	964.0349	-99	978.3006

Années	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
1987	844.609	1234.3786	-99	1064.2399
1988	461.3686	792.9859	-99	1131.9624
1989	827.4064	998.6549	-99	1222.1499
1990	798.0016	1010.8112	-99	1201.2622
1991	753.3701	858.9452	-99	1059.8276
1992	843.8741	1083.246	-99	1293.9205
1993	825.4498	1390.1706	-99	1391.2635
1994	691.429	1040.2513	-99	733.9165
1995	693.8813	1115.3222	-99	1131.0604
1996	798.8706	1127.1667	-99	1084.688
1997	694.2348	1273.9387	-99	1068.8805
1998	729.5627	1228.1371	-99	1132.9129
1999	727.1091	1027.0482	-99	1064.1225
2000	716.1722	1009.0713	-99	1213.1875
2001	543.2343	1004.5483	-99	888.2864
2002	599.7644	927.2449	-99	819.6569
2003	703.793	986.8565	-99	1057.9874
2004	986.8575	1312.8061	-99	964.443
2005	848.1068	986.7111	-99	929.8355
2006	805.7561	1213.5792	-99	930.9408
2007	1009.7121	1138.7667	-99	1141.1656
2008	850.2716	1011.7268	-99	1234.1274
2009	876.5592	1013.1247	-99	1015.2242
2010	717.8481	901.614	939.8516	935.6458
2011	887.6221	1209.3927	1296.7518	1256.913
2012	951.0248	994.5636	663.6062	1137.7436
2013	1163.9055	1247.0486	1144.7156	1021.694
2014	930.0284	1004.8286	1023.7039	1124.7533
2015	1233.083	1037.037	1159.2226	1263.3425
2016	924.588	962.1076	970.178	1010.0929

Années	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
2017	928.1172	1169.3434	1010.1017	824.615
2018	1020.4426	1042.1512	1102.7208	893.3409
2019	1132.6812	1052.3728	1034.4598	955.1525
2020	1162.3691	1224.7032	1166.6027	1238.1098
2021	970.1756	1100.5795	1236.0523	962.7101
2022	1210.553	1374.6009	1253.0271	1224.5967
2023	1121.3142	1090.2371	1021.4102	1045.3916
2024	1357.9751	1253.0932	1361.5033	1171.0522
2025	907.774	926.8189	967.0356	885.6669
2026	948.5752	783.6325	1102.2526	876.6453
2027	934.4259	1140.3389	864.7572	1095.7661
2028	1094.3828	1316.8643	857.9726	1067.5392
2029	1229.1726	1264.758	1081.0005	1298.3987
2030	1432.207	1304.2089	1134.0788	1227.6575
2031	1129.8619	1005.9055	1028.5562	1131.0815
2032	1100.7116	1033.6518	1059.3963	1094.9935
2033	944.0401	1035.7972	1294.7013	851.8652
2034	1117.3286	1068.5978	1110.4965	1065.7299
2035	1033.6097	994.9756	940.0422	963.1018
2036	1131.8361	1120.151	1134.8423	1211.9387
2037	1147.3657	1336.9181	1076.2919	1174.8998
2038	1297.069	1362.6659	1305.4079	1116.6367
2039	-99	1295.0779	1249.9226	1073.5988
2040	-99	1093.8563	1275.414	1126.7947
2041	-99	1000.1102	901.8512	883.4448
2042	-99	1246.0368	1118.2886	1064.3586
2043	-99	1191.6739	1165.0193	1071.9312
2044	-99	1066.2706	1224.0309	1185.8255
2045	-99	1322.5739	1179.3916	1097.3066
2046	-99	1271.2864	1020.8704	1222.9641

Années	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
2047	-99	1221.2765	1009.7148	994.578
2048	-99	1194.8301	946.436	1183.609
2049	-99	863.44	891.0556	1039.3146

## Chapitre 2. STATISTIQUES DESCRIPTIVES

### STATISTIQUES DESCRIPTIVES POUR CHACUNE DES SÉRIES

Statistique descriptives	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
Nombre d'observations	89	100	69	100
Minimum	461.3686	783.6325	663.6062	733.9165
Maximum	1432.207	1390.1706	1407.2503	1462.175
Moyenne	887.8785	1089	1081.1661	1089
Écart-type	193.9917	142	150.2813	142
Médiane	856.351	1073.9697	1081.0005	1096.5363
Coefficient de variation	0.21849	0.13039	0.139	0.13039
Coefficient d'asymétrie	0.42822	0.0023685	-0.060373	-0.11317
Coefficient d'aplatissement	2.8171	2.4537	2.7417	2.8033
Coefficient d'autocorrélation	0.4818	0.10544	0.036613	0.021982

### PÉRIODE D'OBSERVATION COMMUNE

	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
Série 1	89	89	58	89
Série 2	89	100	69	100
Série 3	58	69	69	69
Série 4	89	100	69	100



## MATRICES DES CORRÉLATIONS ENTRE CHAQUE SÉRIE

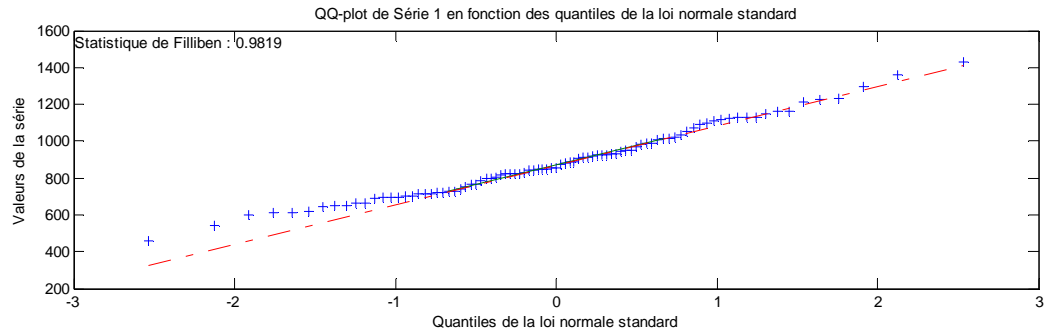
	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
Série 1	1	0.53174	0.36678	0.35184
Série 2	0.53174	1	0.36204	0.35841
Série 3	0.36678	0.36204	1	0.39838
Série 4	0.35184	0.35841	0.39838	1

# Chapitre 3. TESTS STATISTIQUES

## Série 1

TESTS STATISTIQUES
<p>Test d'indépendance de Wald-Wolfowitz (seuil de 0.05)</p> <p>H0 : Les données de la série sont indépendantes</p> <p>H1 : Les données de la série sont dépendantes</p> <p>Statistique du test Seuil observé</p> <p>4.6263 0.0000037</p> <p>Au seuil de 0.05, on ne peut pas conclure que les données sont indépendantes.</p>
<p>Test de stationnarité de Kendall (seuil de 0.05)</p> <p>H0 : Il n'y a pas de tendance dans les données</p> <p>H1 : Il y a une tendance dans les données</p> <p>Statistique du test Seuil observé</p> <p>4.9578 0.0000007</p> <p>Au seuil de 0.05, on rejette l'hypothèse qu'il n'y a pas de tendance dans les données.</p>
<p>Test de normalité de Kolmogorov-Smirnov (seuil de 0.05)</p> <p>H0 : Les données sont issues d'une distribution normale</p> <p>H1 : Les données ne sont pas issues d'une distribution normale</p> <p>Statistique du test Seuil observé</p> <p>0.07017 0.7584572</p> <p>Au seuil de 0.05, on conclue que les données sont issues d'une distribution normale.</p> <p>Statistique de Filliben : 0.9819</p>

## QQ-plot pour Série 1



## Série 2

### TESTS STATISTIQUES

Test d'indépendance de Wald-Wolfowitz (seuil de 0.05)

H0 : Les données de la série sont indépendantes

H1 : Les données de la série sont dépendantes

Statistique du test Seuil observé

1.1478 0.2510658

Au seuil de 0.05, on conclue que les données sont indépendantes.

Test de stationnarité de Kendall (seuil de 0.05)

H0 : Il n'y a pas de tendance dans les données

H1 : Il y a une tendance dans les données

Statistique du test Seuil observé

2.32 0.0203434

Au seuil de 0.05, on rejette l'hypothèse qu'il n'y a pas de tendance dans les données.

Test de normalité de Kolmogorov-Smirnov (seuil de 0.05)

H0 : Les données sont issues d'une distribution normale

H1 : Les données ne sont pas issues d'une distribution normale

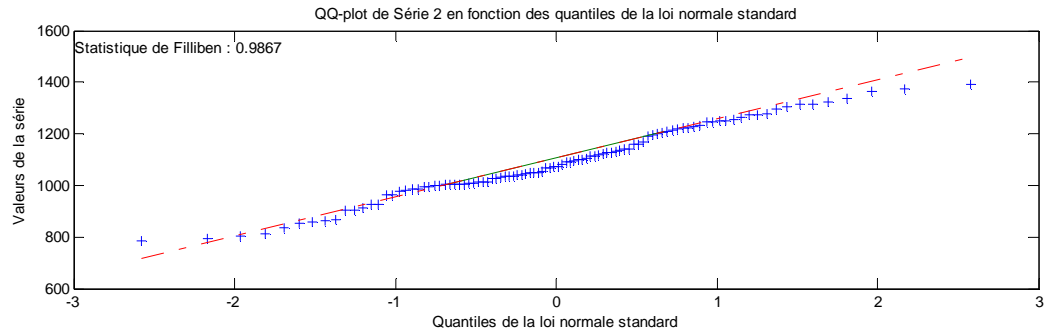
Statistique du test Seuil observé

0.071773 0.6657300

Au seuil de 0.05, on conclue que les données sont issues d'une distribution normale.

Statistique de Filliben : 0.9867

## QQ-plot pour Série 2



## Série 3

### TESTS STATISTIQUES

Test d'indépendance de Wald-Wolfowitz (seuil de 0.05)

H0 : Les données de la série sont indépendantes

H1 : Les données de la série sont dépendantes

Statistique du test Seuil observé

0.51529 0.6063498

Au seuil de 0.05, on conclue que les données sont indépendantes.

Test de stationnarité de Kendall (seuil de 0.05)

H0 : Il n'y a pas de tendance dans les données

H1 : Il y a une tendance dans les données

Statistique du test Seuil observé

0.24344 0.8076667

Au seuil de 0.05, on conclue qu'il n'y a pas de tendance dans les données.

Test de normalité de Kolmogorov-Smirnov (seuil de 0.05)

H0 : Les données sont issues d'une distribution normale

H1 : Les données ne sont pas issues d'une distribution normale

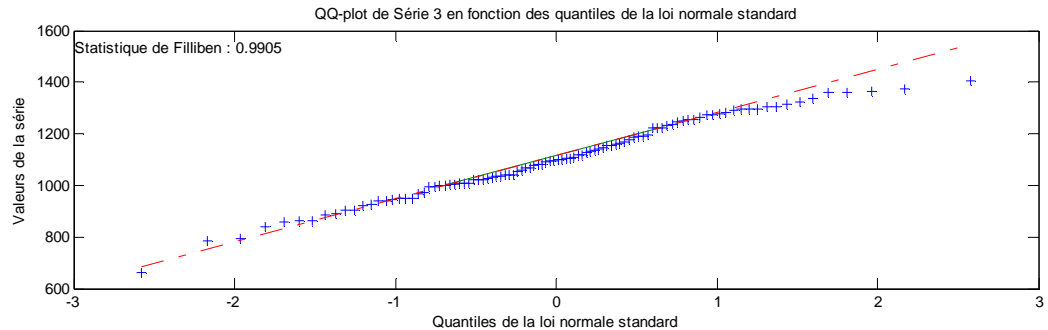
Statistique du test Seuil observé

0.069269 0.8839671

Au seuil de 0.05, on conclue que les données sont issues d'une distribution normale.

Statistique de Filliben : 0.9905

## QQ-plot pour Série 3



## Série 4

### TESTS STATISTIQUES

Test d'indépendance de Wald-Wolfowitz (seuil de 0.05)

H0 : Les données de la série sont indépendantes

H1 : Les données de la série sont dépendantes

Statistique du test Seuil observé

0.31688 0.7513336

Au seuil de 0.05, on conclue que les données sont indépendantes.

Test de stationnarité de Kendall (seuil de 0.05)

H0 : Il n'y a pas de tendance dans les données

H1 : Il y a une tendance dans les données

Statistique du test Seuil observé

0.92024 0.3574484

Au seuil de 0.05, on conclue qu'il n'y a pas de tendance dans les données.

Test de normalité de Kolmogorov-Smirnov (seuil de 0.05)

H0 : Les données sont issues d'une distribution normale

H1 : Les données ne sont pas issues d'une distribution normale

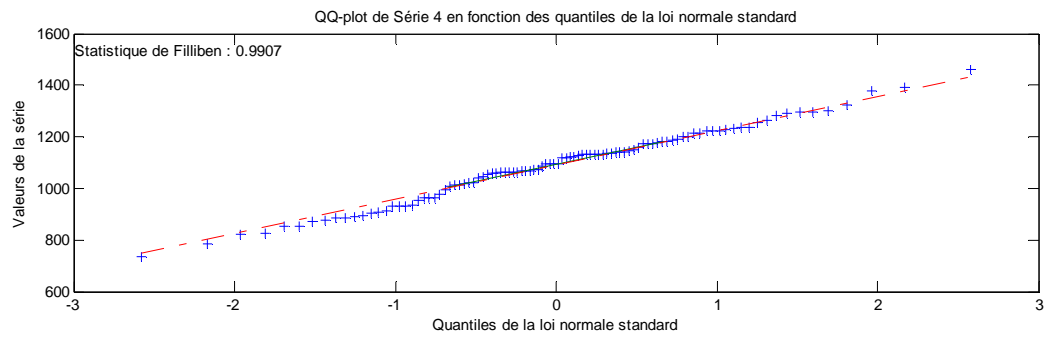
Statistique du test Seuil observé

0.074306 0.6224697

Au seuil de 0.05, on conclue que les données sont issues d'une distribution normale.

Statistique de Filliben : 0.9907

## QQ-plot pour Série 4



## Chapitre 4. HOMOGÉNÉISATION DES SÉRIES

### MÉTHODE D'HOMOGÉNÉISATION

La méthode d'homogénéisation choisie est la méthode SNTH (Standard Normal Homogeneity test).

### CHOIX DE LA SÉRIE DE BASE ET DES SÉRIES VOISINES

La série de base est Série 1.

Les séries voisines sont Série 2 , Série 3 , Série 4.

### INHOMOGÉNÉITÉS DÉTECTÉES

Les inhomogénéités suivantes ont été détectées dans la série de base:

No saut	Pos saut	Amp. M.O.	Amp .D.M.	Stat	p-valeur
1	2011	1.32	296.77	38.91	NaN

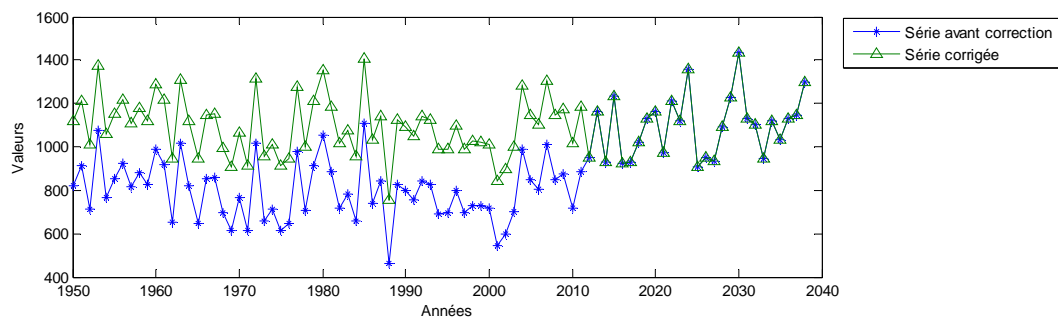
### INHOMOGÉNÉITÉS CORRIGÉES

Les inhomogénéités suivantes ont été corrigées dans la série de base:

No saut	Pos saut	Amp. M.O.	Amp .D.M.	Stat	p-valeur
1	2011	1.32	296.77	38.91	NaN

La correction a été faite par différence de moyennes.

## SÉRIE CORRIGÉE



Année	Série avant correction	Série corrigée
1950	823.001	1119.7686
1951	913.1016	1209.8692
1952	712.4312	1009.1988
1953	1075.2194	1371.987
1954	764.8899	1061.6575
1955	854.8019	1151.5695
1956	922.4508	1219.2184
1957	814.1253	1110.893
1958	882.5536	1179.3212
1959	823.5703	1120.338
1960	988.6406	1285.4082
1961	917.7245	1214.4921
1962	649.9424	946.7101
1963	1014.1919	1310.9595
1964	821.8618	1118.6294
1965	646.5065	943.2741
1966	852.044	1148.8116
1967	856.351	1153.1186
1968	698.5374	995.305
1969	611.7685	908.5362
1970	767.1056	1063.8733



1971	614.0825	910.8501
1972	1016.1594	1312.9271
1973	660.5408	957.3084
1974	713.0794	1009.847
1975	616.4656	913.2333
1976	649.3466	946.1142
1977	980.7571	1277.5248
1978	704.1617	1000.9294
1979	915.0522	1211.8198
1980	1055.4021	1352.1698
1981	886.7698	1183.5374
1982	720.0369	1016.8046
1983	781.8655	1078.6331
1984	660.5517	957.3194
1985	1109.0828	1405.8504
1986	737.5288	1034.2965
1987	844.609	1141.3767
1988	461.3686	758.1362
1989	827.4064	1124.174
1990	798.0016	1094.7692
1991	753.3701	1050.1377
1992	843.8741	1140.6417
1993	825.4498	1122.2174
1994	691.429	988.1967
1995	693.8813	990.6489
1996	798.8706	1095.6382
1997	694.2348	991.0024
1998	729.5627	1026.3304
1999	727.1091	1023.8768
2000	716.1722	1012.9398

2001	543.2343	840.0019
2002	599.7644	896.5321
2003	703.793	1000.5606
2004	986.8575	1283.6251
2005	848.1068	1144.8744
2006	805.7561	1102.5238
2007	1009.7121	1306.4797
2008	850.2716	1147.0392
2009	876.5592	1173.3268
2010	717.8481	1014.6157
2011	887.6221	1184.3898
2012	951.0248	951.0248
2013	1163.9055	1163.9055
2014	930.0284	930.0284
2015	1233.083	1233.083
2016	924.588	924.588
2017	928.1172	928.1172
2018	1020.4426	1020.4426
2019	1132.6812	1132.6812
2020	1162.3691	1162.3691
2021	970.1756	970.1756
2022	1210.553	1210.553
2023	1121.3142	1121.3142
2024	1357.9751	1357.9751
2025	907.774	907.774
2026	948.5752	948.5752
2027	934.4259	934.4259
2028	1094.3828	1094.3828
2029	1229.1726	1229.1726
2030	1432.207	1432.207

2031	1129.8619	1129.8619
2032	1100.7116	1100.7116
2033	944.0401	944.0401
2034	1117.3286	1117.3286
2035	1033.6097	1033.6097
2036	1131.8361	1131.8361
2037	1147.3657	1147.3657
2038	1297.069	1297.069
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN
NaN	NaN	NaN