

**CARACTÉRISATION STATISTIQUE  
DES REDOUX :  
APPLICATION À QUATRE STATIONS  
DE LA PROVINCE DE QUÉBEC**

**Rapport de recherche R-722**

**Février 2004**

# Caractérisation statistique des redoux :

Application à quatre stations de la province de Québec

**Rapport de recherche**

par

Loubna Benyahya

André St-Hilaire

Anne-Catherine Favre

Bernard Bobée

Michel Slivitzky



**Chaire industrielle Hydro-Québec / CRSNG / Alcan en Hydrologie statistique  
Institut national de la recherche scientifique (INRS)  
Centre Eau, Terre et Environnement  
2800 rue Einstein CP 7500 Sainte-Foy (Québec) G1V 4C7**

**Rapport de recherche R-722**

**Février 2004**

## **TABLE DES MATIÈRES**

---

|   |     |
|---|-----|
| Table des matières.....   | i   |
| Liste des tableaux.....   | iii |
| Liste des figures.....  | iv  |
| 1.0 Introduction.....   | 1   |
| 2.0 Contexte : Modélisation des changements climatiques et analyse des<br>extrêmes..... | 5   |
| 2.1 MODÉLISATION CLIMATIQUE.....  | 5   |
| 2.2 MODÉLISATION STATISTIQUE DES REDOUX HIVERNAUX.....                                  | 7   |
| 2.2.1 ANALYSE FRÉQUENTIELLE DE LA TEMPÉRATURE.....                                      | 8   |
| 2.2.2 L'ANALYSE DES DURÉES.....   | 11  |
| 3.0 Méthodologie proposée.....  | 11  |
| 3.1 IDENTIFICATION DE LA VARIABLE ÉTUDIÉE.....  | 12  |
| 3.2 VÉRIFICATION DES DIFFÉRENTES HYPOTHESES (IID).....                                  | 13  |
| 3.3 CHOIX DU MODELE.....  | 15  |
| 3.4 ESTIMATION DES PARAMETRES.....  | 17  |
| 3.5 VERIFICATION DE L'ADEQUATION DU MODÈLE AUX DONNÉES.....                             | 19  |
| 3.6 ESTIMATION DES QUANTILES DU MODÈLE AJUSTÉ.....                                      | 21  |
| 4.0 Résultats.....  | 21  |
| 4.1 ANALYSE PRELIMINAIRE DES DONNÉES.....   | 22  |
| 4.2 MODÉLISATION DES OCCURENCES.....  | 28  |
| 4.2.1.VÉRIFICATION DES DIFFÉRENTES HYPOTHÈSES (IID).....                                | 28  |
| 4.2.2 AJUSTEMENT DU MODÈLE CHOISI.....  | 29  |
| 4.2.3 ESTIMATION DES PARAMÈTRES.....  | 29  |
| 4.2.4 VÉRIFICATION DE L'ADÉQUATION DU MODELE.....                                       | 30  |

|   |    |
|---|----|
| 4.2.5 ESTIMATION DES QUANTILES DU MODÈLE AJUSTÉ ..... | 36 |
| 4.3 MODÉLISATION DES DURÉES .....                     | 38 |
| 5.0 Discussion .....                                  | 44 |
| 6.0 Conclusion .....                                  | 45 |
| références bibliographiques .....                     | 48 |
| Remerciements .....                                   | 52 |

## **LISTE DES TABLEAUX**

---

|  |    |
|--|----|
| Tableau 1. Distributions statistiques utilisées dans quelques études d'analyse des valeurs extrêmes.....   | 10 |
| Tableau 2. Tests de vérification des hypothèses (IID) .....  | 13 |
| Tableau 3. Description des stations de mesure de température de l'air .....  | 23 |
| Tableau 4. Résultats des statistiques de base des résidus des températures des différentes stations .....  | 27 |
| Tableau 5. Résultats des tests des différentes hypothèses (IID) à un niveau de signification de 5% .....   | 28 |
| Tableau 6. Distributions statistiques utilisées en analyse fréquentielle des ( <i>RTMSA</i> ) de l'air.....  | 29 |
| Tableau 7. Résultats des paramètres estimés .....  | 30 |
| Tableau 8. Résultats des tests d'adéquation (Khi-deux et Lilliefors) de l'ajustement des lois GEV, PIII et la Normale pour une durée ( $d = 1 \text{ jour}$ )..... | 31 |
| Tableau 9. Résultats des critères de comparaison AIC et BIC des lois GEV et Pearson type III. ....   | 35 |
| Tableau 10. Résultats de l'estimation des quantiles après ajustement de la loi Pearson III. ....   | 36 |
| Tableau 11. Résultats des tests d'adéquation (Khi-deux et Lilliefors) de l'ajustement des lois GEV, Normale et PIII pour différentes durées .....                  | 38 |
| Tableau 12. Résultats de la comparaison des critères Akaike et Bayésien de la loi GEV pour différentes durées .....  | 41 |
| Tableau 13. Résultats de la comparaison des critères Akaike et Bayésien de la loi Pearson type III pour différentes durées.....                                    | 41 |

## **LISTE DES FIGURES**

---

|   |    |
|---|----|
| Figure 1. Principales étapes de l'application de l'analyse fréquentielle .....  | 9  |
| Figure 2. Stations de mesure québécoises.....   | 22 |
| Figure 3a. Évolution temporelle des résidus et des données des températures<br>maximales saisonnières - annuelles des stations (Lennoxville et<br>Sherbrooke) .....                                 | 25 |
| Figure 3b. Évolution temporelle des résidus et des données des températures<br>maximales saisonnières - annuelles des stations (Montréal et Québec) .   | 26 |
| Figure 4. Ajustement des lois a) normale, b) GEV et c) PIII aux données de la station de<br>Québec. ....  | 32 |
| Figure 5. Comparaison des ajustements des lois GEV, Pearson type III et la Normale<br>(méthode MLE) pour les stations a) Québec, b) Montréal, c) Sherbrooke et<br>d) Lennoxville. ....              | 34 |
| Figure 6. Courbes Tdf: Variations des résidus de températures en fonction de la<br>période de retour et de la durée.....  | 43 |
| Figure 7. Variation des quantiles des résidus des températures saisonnières-annuelles<br>en fonction de la période de retour. a) durée = 1 jour, b) durée > 1 jour<br>de la station de Québec ..... | 45 |

## 1.0 INTRODUCTION

---

Depuis environ un siècle, l'industrialisation et la croissance économique et démographique n'ont cessé d'augmenter. De ce fait, le taux de dioxyde de carbone est en constante élévation, ce qui entraîne une amplification de l'effet naturel de serre et un réchauffement climatique (Houghton *et al.*, 2001).

En effet, durant les 250 dernières années, l'émission dans l'atmosphère terrestre de gaz à effet de serre (GES) (e.g. le CO<sub>2</sub>) est passé de l'ordre de 280 ppm (parties par million) à 367 ppm aujourd'hui, soit une augmentation de 31% (IPCC, 2001). Si cette concentration double d'ici un siècle, l'augmentation de la température de la planète, telle que projetée par les modèles climatiques (IPCC, 2001) pourrait atteindre en moyenne  $1,5 \pm 0,5^{\circ}\text{C}$ .

Plus spécifiquement, au Canada, certains modèles prévoient durant la période 2040-2060, des augmentations de la température moyenne hivernale de 6°C ou plus pour la plupart du centre du pays, et des augmentations légèrement moindres dans l'Est et dans l'Ouest. Dans le Nord, on prévoit pour la température moyenne un réchauffement hivernal pouvant atteindre 8°C. Ces statistiques sont fondées sur un scénario 2×CO<sub>2</sub>, c'est-à-dire dans un processus de doublement de la concentration de CO<sub>2</sub> (<http://www.atlas.gc.ca/>).

L'augmentation de températures moyennes pourrait être associée à une récurrence accrue d'événements météorologiques extrêmes, comme les redoux hivernaux, les canicules et les sécheresses. En effet, une étude réalisée par Shabbar et Bonsal (2003) a confirmé l'existence d'une tendance à la hausse durant la seconde moitié du 20<sup>ième</sup> siècle de la fréquence et de la durée des redoux sur le territoire canadien. L'aspect spatial des tendances des redoux d'hiver observées dans cette étude concorde avec celui trouvé par Zhang *et al.* (2000) qui ont examiné la tendance des températures journalières et

saisonniers. En particulier, durant la période 1950-1998, à la fois les températures minimales et maximales d'hiver ont augmenté de manière significative dans l'Ouest Canadien, alors qu'elles ont diminué à l'Est.

Bonsal *et al.* (2001a) ont étudié les températures journalières au cours du siècle dernier (1900-1998). Il ont démontré qu'une tendance à la hausse existe pour les percentiles élevés de température maximale journalière. Cette tendance à la hausse était principalement évidente durant les saisons d'automne, d'hiver et de printemps (AHP).

Ces changements climatiques (CC) sont susceptibles de causer des répercussions négatives sur le plan environnemental, social et économique tant à l'échelle canadienne que mondiale. Dans un pays comme le Canada, à mesure que le régime de température évoluera, l'écosystème aquatique de certaines espèces de poissons poïkilothermes (e.g le saumon), dont les valeurs environnementales et économiques sont considérables, pourra être touché.

En effet, étant donnée l'étroite relation entre la température de l'air et celle de l'eau (Kothandaraman, 1972 ; Stefan et Preudhomme, 1993 ; Caissie *et al.* 2001), cette dernière est susceptible de se modifier. De ce fait, des espèces d'eau froide soumises à un changement du régime thermique, pourraient être affectées. La densité de ces espèces pourrait diminuer de 50% (Eaton, Sheller, 1996), et on pourrait assister à leur migration vers le Nord à la recherche de conditions climatiques plus favorables.

La modification de la fréquence et/ou de l'amplitude des redoux hivernaux peut avoir un impact majeur sur les habitats aquatiques de certaines espèces de poisson. Par exemple, une étude sur le ruisseau Catamaran (Nouveau-Brunswick) a suggéré qu'après un mi-hiver (1995-1996) atypique (redoux important), un faible taux de survie (9,2%) a été enregistré du stade œuf (dont le nombre initial de dépôt est de 500.000 œufs) au stade 0+ se saumons Atlantique (Cunjak *et al.* 1998).

Aussi, les changements climatiques peuvent se révéler d'une importance cruciale pour l'ingénierie civile, dans la mesure où des infrastructures matérielles pourront être endommagées et que les critères de conception devront être revus.

Comme les extrêmes climatiques pourraient être plus fréquents selon certains scénarios de CC, il est indispensable dans une optique d'adaptation écologique et économique, de développer des méthodes d'estimation statistique de la fréquence de ces événements.

En donnant une information en terme probabiliste, l'analyse fréquentielle fournit un outil d'aide à la décision. De ce fait, l'objectif général de cette étude est d'adapter des méthodes existantes de caractérisation de la distribution des extrêmes à une problématique importante du climat au Québec : l'occurrence des redoux durant la saison hivernale.

Le présent projet s'inscrit dans le cadre du programme scientifique du consortium Ouranos sur les impacts et l'adaptation aux changements climatiques. Il fait partie d'un des projets du groupe Occurrences-Réurrences (GOR) visant à développer des méthodes de caractérisation statistique des extrêmes hydro-climatologiques.

L'approche adoptée sera appliquée localement en utilisant les données annuelles des températures maximales hivernales (janvier – février) de quatre stations de la province de Québec.

En cherchant à caractériser les redoux d'hiver, les objectifs spécifiques de ce travail concernent plus particulièrement :

- L'étude des occurrences par une analyse fréquentielle classique. Cette dernière sera effectuée sur des séries de maxima saisonniers annuels des températures

journalières de l'air à la fois des mois de janvier et février. On cherche à décrire le comportement des valeurs extrêmes d'un échantillon de température de l'air.

- L'analyse «multi-durée», par l'approche Température-durée-Fréquence (*TdF*) est préconisée. Cette approche fréquentielle permet de prendre en compte une notion essentielle dans le régime de la température: **la durée**. Ceci sera réalisé en considérant la moyenne mobile des températures maximales saisonnières-annuelles de *d* jours. L'approche adoptée intègre indirectement l'évolution des températures avec le temps, de façon analogue à l'approche Débit-durée-Fréquence (*QdF*) (Javelle *et al.* 2002).

Nous tentons donc, dans la première partie de ce travail, de présenter une mise en contexte sur la modélisation déterministe des CC et la modélisation statistique de la température maximale.

La seconde partie traite de la méthodologie générale. Elle concerne les différentes étapes de construction des modèles adaptés aux séries d'observations.

La troisième partie s'intéresse plus précisément à la présentation des données disponibles pour l'étude de cas et aux résultats de quatre stations québécoises considérées dans cette étude.

La dernière partie s'attardera sur la discussion des résultats obtenus, et sera suivie d'une conclusion générale concernant les divers éléments abordés tout au long de ce travail.

## **2.0 CONTEXTE : MODELISATION DES CHANGEMENTS CLIMATIQUES ET ANALYSE DES EXTREMES**

---

Dans cette section, une revue de quelques études importantes réalisées dans le contexte du présent travail est effectuée. Cette partie comporte deux volets principaux : le premier est relié à la modélisation déterministe du climat globale, et le deuxième à la modélisation statistique de la température.

### **2.1 MODÉLISATION CLIMATIQUE**

Le climat est, par nature, très variable et complexe, ce qui rend difficile toute tentative d'établir des méthodes simples pour déterminer dans quelle mesure il évoluera face à l'augmentation des niveaux de gaz à effet de serre. Les modèles mathématiques déterministes habituellement utilisés pour simuler le climat avec forçage par la concentration des gaz à effet de serre (e.g.  $2\times\text{CO}_2$ ) s'appellent les modèles de circulation générale (MCG).

Le principal avantage de ces modèles, est qu'ils peuvent permettre une certaine estimation des changements climatiques possibles à partir d'une augmentation de la concentration des gaz à effet de serre. Le principal inconvénient de ces modèles, qui représentent assez bien le climat global, est qu'ils ne peuvent pas reproduire avec finesse le comportement du climat régional et les phénomènes de petite échelle comme les redoux.

En Amérique du Nord, pour prévoir les changements futurs de certains extrêmes climatiques sur la base du changement de la composition atmosphérique (e.g. la teneur en gaz à effet de serre), Zwiers et Kharin (1998) ont utilisé le modèle MCG2 du CCCMA (Canadian Centre for Climate Modelling and Analysis). Une telle expérience a été décrite

par Boer *et al* (2000a, b) et est résumée brièvement sur le site (<http://www.cccma.bc.ec.ca/models>).

Les résultats de Zwiers et Kharin (1998) indiquent que si le CO<sub>2</sub> double, il y aura un accroissement de la fréquence par exemple des fortes précipitations, et donc une diminution de moitié des périodes de retour de ces extrêmes. Ainsi une période de retour de T= 20 ans pourrait devenir une période de retour de 10 ans, par exemple.

Shindell *et al* (1999) ont indiqué qu'une grande partie de la hausse des températures continentales dans l'hémisphère Nord résulte de l'accroissement de l'impact des gaz à effet de serre sur la stratosphère. Ce réchauffement à la surface du globe entraîne bel et bien des changements dans la courbe de fréquence des modes de la variabilité climatique illustrés par exemple par l'Oscillation Nord Atlantique (NAO) (Corti *et al.* 1999). En effet, une étude réalisée par Hoerling *et al* (2001) a indiqué que les tendances vers la phase positive de NAO sont associées au réchauffement progressif de l'océan indien et de l'océan Pacifique (lui-même lié au réchauffement global).

De ce fait, afin d'analyser la variabilité spatiale du climat pendant l'hiver au Canada, il est nécessaire de comprendre les rapports entre les variations de ces modes et la variabilité de la température d'hiver. L'étude de Bonsal *et al* (2001b) a montré que le NAO comme mode de basse fréquence de la variabilité climatique pourrait affecter la température d'hiver (janvier-février- mars) au Nord-Est du Canada.

Wettstein et Mearns (2002) ont mené une étude autour du bassin atlantique en considérant l'indice NAO. Ils suggèrent que l'occurrence des événements climatiques extrêmes, pourrait avoir une corrélation avec l'évolution de cet indice. Un changement de plus d'un degré au niveau de la température moyenne des mois de décembre, janvier et février, est associé à un changement d'une unité d'écart type de l'indice NAO. De plus, dans la partie Est du Canada

(e.g, Québec) 50% de la variance de la température d'hiver peut être expliquée par l'indice NAO.

Cependant, il est impossible d'établir un lien direct entre les changements climatiques et tel ou tel événement extrême en particulier. En termes statistique, vu la relation non-linéaire entre les événements extrêmes et les températures mondiales moyennes, une faible variation de celles-ci pourrait avoir comme conséquence une augmentation significative de la probabilité d'occurrence de ces événements et donc de la fréquence de la variable extrême (Mearns *et al.* 1984).

Les modélisations climatiques à grande échelle (e.g. modèle MCG) sont des modèles déterministes puisqu'ils incorporent différents processus physiques par exemple, la température, la pression, les vents, les précipitations, le rayonnement, etc.

De tels modèles génèrent des scénarios climatiques d'un système très complexe, ils nécessitent d'énormes ressources informatiques. Par exemple, l'élément atmosphérique du GCM canadien est un modèle qui simule le climat sur une grille tridimensionnelle dont l'espacement horizontal est de 300×300 km environ. En conséquence ces modèles ne peuvent simuler la variabilité climatique régionale et locale.

Vu la complexité de ces modèles et afin de raffiner les scénarios climatiques à l'échelle locale, il est nécessaire de développer des modèles statistiques simples. Nous proposons au cours de la deuxième partie une modélisation plus fine d'un événement extrême, celle de la température maximale hivernale.

## **2.2 MODÉLISATION STATISTIQUE DES REDOUX HIVERNAUX**

Cette partie présente un survol de deux types de modélisation de la température maximale, l'une concerne la modélisation des occurrences par l'analyse de fréquence et l'autre celle de la durée par l'approche *TdF*.

## 2.2.1 ANALYSE FRÉQUENTIELLE DE LA TEMPÉRATURE

### Rappel sur l'analyse fréquentielle

Afin d'évaluer le risque d'un événement, l'analyse fréquentielle consiste à étudier la série des événements passés en terme de probabilité d'occurrence (Bobée et Ashkar, 1991). Cette prédiction repose sur la mise en oeuvre d'un modèle ou représentation théorique simplifiée décrivant le comportement statistique du processus étudié. La façon usuelle d'associer une probabilité de dépassement ou de non dépassement à un événement extrême est de lui faire correspondre une période de retour  $T$ , définie comme étant le temps moyen calculé entre deux occurrences de cet événement.

$$T = \frac{1}{p} \quad (2.1)$$

$p$  : la probabilité de dépassement d'une valeur critique

En pratique, on s'intéresse également à déterminer le quantile  $X_T$  correspondant une certaine période de retour  $T$ . Par exemple, pour une probabilité au dépassement :

$$\Pr[X \geq X_T] = 1 - F(X_T, \theta) = 1/T \quad (2.2)$$

$X_T$  est donc donnée par :

$$X_T = F^{-1}[1 - 1/T, \theta] \quad (2.3)$$

Où  $\theta$  est un vecteur de paramètres que l'on doit estimer.

Cependant, cette approche présente l'inconvénient de nécessiter une hypothèse de stationnarité des données, c'est-à-dire que la distribution est invariante dans le temps. Or, cette condition de stationnarité ne peut être souvent maintenue dans les séries chronologiques.

De plus, l'analyse fréquentielle exige la vérification d'autres conditions :

- Les données doivent être *aléatoires*, autrement dit issues d'un phénomène naturel ;
- Les données doivent être *indépendantes* (absence d'auto-corrélation) ;

- Les données doivent être *identiquement distribuées* (homogènes, c'est-à-dire que toutes les observations proviennent de la même population, et stationnaires)

Lorsque l'une de ces conditions n'est pas vérifiée, il est nécessaire de transformer les données (élimination des valeurs liées ou auto-corrélées, subdivision de l'échantillon en sous-échantillons homogènes, etc..).

Les diverses étapes de l'analyse fréquentielle peuvent être schématisées généralement selon la figure suivante (Figure 1).

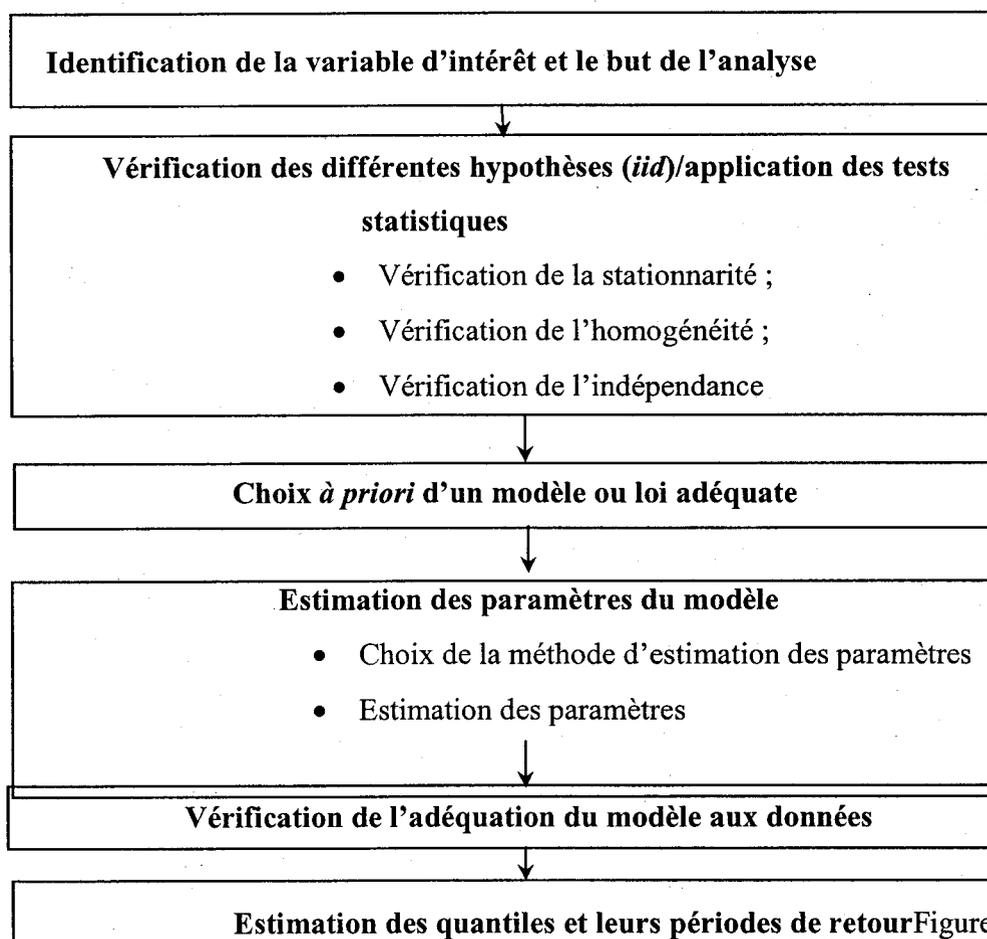


Figure 1. Principales étapes de l'application de l'analyse fréquentielle

L'analyse des valeurs extrêmes a fait l'objet de plusieurs études en hydrologie statistique, entre autres les débits d'étiage (Abi-Zeid, 1997), où plusieurs lois combinées à diverses méthodes d'estimation des paramètres peuvent être utilisées. Toutefois, peu de travaux ont porté sur la distribution des valeurs extrêmes de variables climatiques telle que la température maximale hivernale, pour lesquelles le facteur d'impact important est la durée.

Zwiers et Kharin, (1998) ont appliqué la théorie des valeurs extrêmes à quelques variables climatiques (température, précipitation, vent) où en particulier le processus considère l'ajustement de la distribution GEV par la méthode des L-moments (tableau 1).

El-Jabi *et al.* (2001) ont effectué une étude sur l'analyse fréquentielle de la température de l'eau. Ils ont ajusté la loi double exponentielle aux maximums des températures résiduelles obtenues par la théorie des valeurs extrêmes, et en particulier la méthode de série de durée partielle (POT, Peaks Over Threshold). Cette dernière repose non pas sur le maximum ou les plus grandes valeurs annuelles, mais toutes les valeurs des réalisations qui excèdent un certain seuil fixé au préalable.

**Tableau 1. Distributions statistiques utilisées dans quelques études d'analyse des valeurs extrêmes**

| Distribution statistique         | Type d'échantillonnage | Variable  | Références                     |
|----------------------------------|------------------------|---|--------------------------------|
| Generalised Extreme Values (GEV) | Maximums annuels (MA)  | $T_{\max\text{air}}, T_{\min\text{air}}$ ,<br>Précipitations,<br>vent | Zwiers et Kharin, (1998)       |
| Double exponentielle             | P.O.T                  | température de l'eau  | El-Jabi <i>et al.</i> , (2001) |

### **2.2.2 L'ANALYSE DES DURÉES**

Afin de caractériser d'une manière plus complète un événement extrême, il est primordial d'associer probabilités et températures pour différentes durées.

Javelle *et al.* (2002) ont développé une approche analogue à celle de l'analyse des pluies Intensité-durée-fréquence (*IdF*), pour décrire les crues. Elle est dite analyse Débit-durée-fréquence (*QdF*). Cette approche intègre la notion de durée dans l'analyse fréquentielle, en présentant un graphique permettant de décrire les quantiles pour toute période de retour  $T$  et toute durée  $d$ . De ce fait nous tentons d'adopter cette approche en termes de Température-durée-fréquence (*TdF*).

Ces courbes sont très utiles pour la réalisation de nombreux projets. Par exemple, pour le dimensionnement des ouvrages de contrôle de crue, il est possible de donner pour une durée  $d$  (échelle à laquelle sont effectuées les observations) la probabilité pour qu'un débit ayant une certaine période de retour (exprimée en année), ait une valeur extrême.

### **3.0 MÉTHODOLOGIE PROPOSÉE**

---

Il est primordial de formuler le but de l'analyse et d'adapter la démarche en conséquence. A cet égard, nous proposons d'étudier le comportement des redoux dans une région de Canada (la province de Québec) avec des données de température au pas de temps journalier.

Les développements seront effectués dans deux directions:

- Prise en compte d'autres lois statistiques que la loi GEV pour représenter les événements extrêmes étudiés;
- Inclusion de la notion de durée en considérant des redoux de plus d'une journée;

Afin d'étudier la caractérisation des redoux, il faut dans un premier temps extraire uniquement les événements qui nous intéressent, puis procéder à l'application des étapes de l'analyse fréquentielle décrites dans la figure 1.

### **3.1 IDENTIFICATION DE LA VARIABLE ÉTUDIÉE**

La première étape consiste à identifier les variables à considérer. Dans le cadre de cette étude, deux types de variables sont définis :

*La première est la température maximale saisonnière annuelle:* elles correspondent aux plus fortes valeurs des températures obtenues pendant les mois les plus froids (janvier et février) et ce pour chaque année.

*La seconde est de type durée:* pour une fin d'application de l'approche *TdF*, il est d'usage d'analyser les maxima annuels des températures saisonnières sur  $d$  jours consécutifs.

Pour chaque durée étudiée:

- une moyenne mobile (*MM*) sera appliquée en utilisant la relation :

$$MM(X_t) = \frac{\sum_{i=1}^{i=d} X_{t-i+1}}{d}, \quad t = d, \dots, N \quad (3.1)$$

La *MM* se définit de sorte que pour une série ( $X_t$ ), on utilise des moyennes arithmétiques sur des intervalles glissants (se décalant d'une unité à chaque fois puisque les observations sont régulièrement espacées), pour lesquelles  $t$  varie entre la durée  $d$  et le dernier élément de la série  $N$ . La durée  $d$  pourrait prendre les valeurs 2, 3, 4, 5, 6 jours par exemple.

Les redoux ainsi étudiés couvrent la gamme des événements extrêmes les plus fréquemment recensés aux stations étudiées.

### 3.2 VÉRIFICATION DES DIFFÉRENTES HYPOTHESES (IID)

Pour que les résultats de l'analyse fréquentielle soient valides, les données utilisées doivent satisfaire certaines hypothèses. En effet, les observations doivent être indépendantes et identiquement distribuées (*i.i.d*). Si ces hypothèses sont vérifiées, les observations sont alors homogènes et stationnaires.

Le logiciel HYFRAN (Fortin *et al.*, 1998) nous a permis au cours de ce travail de vérifier, si les observations utilisées satisfont aux caractéristiques statistiques d'indépendance, d'homogénéité et de stationnarité (tableau 2).

Les tests utilisés sont enregistrés dans le tableau suivant :

**Tableau 2. Tests de vérification des hypothèses (IID)**

| Hypothèse     | Test           | Références              |
|---------------|----------------|-------------------------|
| Indépendance  | Wald-Wolfowitz | Wald et Wolfowitz, 1943 |
| Homogénéité   | Wilcoxon       | Wilcoxon, 1945          |
| Stationnarité | Kendall        | Kendall, 1975           |

#### Test d'indépendance de Wald-Wolfowitz (Wald et Wolfowitz, 1943)

Ce test est décrit par Bobée et Robitaille (1977). Pour son application à un échantillon de taille  $N$  ( $x_1, \dots, x_N$ ), on considère la variable  $R$  tel que :

$$R = \sum_{i=1}^{N-1} x_i x_{i+1} + x_1 x_N \quad (3.2)$$

Sous l'hypothèse nulle [ $H_0$  : les observations sont indépendantes],  $R$  suit une loi Normale de moyenne:  $\bar{R} = (s_1^2 - s_2)/(N-1)$  et de variance:

$$VarR = \frac{(s_2^2 - s_4)}{(N-1)} - \bar{R}^2 + \frac{(s_1^4 - 4s_1^2 s_2 + 4s_1 s_3 + s_2^2 - 2s_4)}{(N-1)(N-2)} \quad (3.3)$$

avec  $s = Nm_r'$  ( $m_r'$  est le moment non centré d'ordre  $r$  de l'échantillon)

La statistique du test est alors :

$$U = (R - \bar{R}) / \sqrt{\text{Var}(R)} \sim N(0,1) \quad (3.4)$$

On accepte l'hypothèse nulle à un niveau de signification  $\alpha$ , si  $-U_{\alpha/2} \leq U \leq U_{\alpha/2}$ .

### Test d'homogénéité de Wilcoxon (Wilcoxon, 1945)

Le test de Wilcoxon présente une relation d'équivalence avec celui de Mann-Whitney (Conover, 1980). Nous présentons dans la suite, la description de ce test donnée par Lachance (2000).

Le test de Wilcoxon est un test non paramétrique basé sur une transformation des valeurs en rangs de classement. Il implique que la distribution de la population échantillonnée ait une certaine symétrie et une médiane  $\eta_0$ . Comme dans cette étude la taille de l'échantillon varie entre 81 et 101, nous nous contenterons de présenter dans ce qui suit la procédure pour des échantillons de taille  $N > 20$ .

Sous l'hypothèse nulle [ $H_0$  : les observations sont homogènes],  $W$  ( $W$  =somme des rangs positif) est de façon approximative distribuée normalement avec une moyenne  $\mu_w = N(N+1)/4$  et un écart-type  $\sigma_w = \sqrt{N(N+1)(2N+1)/24}$ .

Pour effectuer le test, on calcule la statistique du test :

$$Z = \frac{W - N(N+1)/4}{\sqrt{N(N+1)(2N+1)/24}} \quad (3.5)$$

On accepte l'hypothèse nulle à un niveau de signification  $\alpha$ , si  $Z_{-\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}$ .

### Test de stationnarité de Kendall (Kendall, 1975)

Décrit par Hirsch *et al.*, (1982), le test de Kendall est un test non paramétrique qui permet de vérifier la stationnarité d'une série chronologique.

Pour un échantillon de taille  $N (x_1, \dots, x_N)$ , on calcule la statistique  $S$  définie comme suit :

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \text{sgn}(x_j - x_k) \quad (3.6)$$

$$\text{avec } \text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Sous l'hypothèse [ $H_0$  : les observations sont stationnaires], la distribution asymptotique de  $S$  est normale avec une moyenne  $E[S] = 0$  et une variance  $\text{Var}[S] = n(n-1)(2n+5)/18$ .

On considère en ajoutant une correction de continuité la variable standardisée  $Z$  dont la formule est :

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{(\text{Var}(S))^{1/2}} & \text{si } S > 0 \text{ (une tendance positive)} \\ 0 & \text{si } S = 0 \text{ (la stationnarité)} \\ \frac{S+1}{(\text{Var}(S))^{1/2}} & \text{si } S < 0 \text{ (une tendance négative)} \end{cases} \quad (3.7)$$

On accepte l'hypothèse nulle à un niveau de signification  $\alpha$ , si  $|Z| \leq Z_{\alpha/2}$ .

### 3.3 CHOIX DU MODELE

#### Rappel sur la théorie des valeurs extrêmes

Pour une longue série de réalisations  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  indépendantes et identiquement distribuées (*iid*), on s'intéresse à la loi de distribution du maximum ( $Mn = \max(X_i, i=1 \dots n)$ ). Les

distributions des valeurs extrêmes comprennent trois catégories de lois caractérisées par les fonctions de distribution suivantes (Fisher et Tippett, 1928):

*Type I :*

$$G(x) = \exp(-e^{-x}), x \in R \quad (3.8)$$

*Type II :*

$$\begin{cases} \exp(-x^{-\alpha}), x > 0 \\ G(x) = 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

*Type III :*

$$\begin{cases} \exp\{-(-x)^\alpha\}, x < 0, \alpha > 0 \\ G(x) = 1, \end{cases} \quad (3.10)$$

Ces trois formes de lois caractérisent des comportements différents des extrêmes et elles sont mieux connues respectivement sous les noms de distribution de Gumbel, Fréchet et Weibull.

Pour éviter de travailler avec trois distributions limites, on a défini une forme unique les regroupant. Elle est appelée loi généralisée des valeurs extrêmes (GEV). Cette loi a été choisie car elle est très utilisée pour décrire la distribution des débits maximaux annuels (Bobée, 1993).

Proposée par Jenkinson (1955), la forme générale de la fonction de distribution de la loi GEV peut s'exprimer par :

$$F(x) = \exp\left[-\left(1 - \frac{k}{\alpha}(x-u)\right)^{1/k}\right] \quad \alpha > 0 \text{ et } k \neq 0 \quad (3.11)$$

Où,

$k$  : Paramètre de forme

$\alpha$  : Paramètre d'échelle

$u$  : Paramètre de position

La fonction décrite précédemment n'est pas seulement théorique. On peut montrer qu'elle est la limite des lois précédemment décrites.

- $F(x)$  pour  $k > 0$  donne la loi Fréchet ;
- $F(x)$  pour  $k < 0$  donne la loi Weibull ;
- $F(x)$  pour  $k \rightarrow 0$ , on obtient la loi Gumbel.

L'avantage d'employer la distribution GEV avec des maxima annuels réside dans le fait que peu de décisions sont exigées pendant le calcul des paramètres et des quantiles de distribution.

Cependant, selon Bobée (1999) les hypothèses à la base de la théorie des valeurs extrêmes ne sont pas entièrement respectées en hydrologie.

De ce fait, le choix du modèle peut se faire de telle façon que la loi retenue soit cohérente avec les observations et que le raisonnement soit sur la famille de distribution adaptée à la variable étudiée.

### **3.4 ESTIMATION DES PARAMETRES**

Considérons une loi de probabilité dont la fonction de densité  $f(x)$  définie par  $p$  paramètres. Le but est de déterminer ces paramètres de façon à ce que les caractéristiques statistiques de la population décrite par  $f(x)$  se rapprochent le plus possible de celles observées sur l'échantillon.

Cependant, un point fondamental des statistiques des extrêmes est celui de l'absence de consensus sur une des méthodes d'estimation des paramètres. En effet, dans le cadre de cette étude, la méthode utilisée diffère de celle utilisée par Zwiers et Kharin, (1998). Pour cela, une discussion et une comparaison des deux méthodes peuvent être nécessaires.

Comparée à la méthode des L-moments, la méthode du maximum de vraisemblance (*Maximum Likelihood Estimators : MLE*) semble moins robuste vis-à-vis les horsains (Hosking, 1990). Bobée (1999) a critiqué la méthode des L-moments comme étant une méthode "trop robuste", c'est à dire peu sensible aux valeurs extrêmes, dans le sens où ces valeurs peuvent être mal prises en compte (considérées comme aberrantes) alors qu'elles reflètent une information jugée importante.

Malgré la robustesse de cette méthode, de nombreuses études rappellent qu'un des avantages des L-moments, est que les paramètres estimés semblent présenter une plus faible valeur de l'erreur quadratique moyenne pour la GEV que la méthode du maximum de vraisemblance (Hosking *et al.*, 1985). Ce qui pourrait expliquer la fréquente utilisation de la GEV et des L-moments.

Quoi qu'il en soit, il apparaît que la *MLE* est considérée comme étant une méthode puissante, puisqu'elle optimise la fonction de vraisemblance et donc la probabilité d'observer l'échantillon. De plus, la *MLE* est asymptotiquement optimale (non biaisée, variance minimale) pour les lois à trois paramètres et pour des échantillons de grande taille (Bobée, 1979).

Pour des distributions telle que la loi normale, la *MLE* conduit à une estimation optimale des paramètres, quelle que soit la taille de l'échantillon (Bobée, 1999).

Estimer, l'ensemble des  $p$  paramètres d'une loi  $F(x, \theta)$  par la méthode du maximum de vraisemblance, consiste à trouver des valeurs de ces paramètres qui rendent maximale la vraisemblance. Cette dernière quantifie la probabilité d'obtenir les valeurs observées  $(x_1, \dots, x_n)$  sur l'échantillon de la loi  $F(x, \theta)$  de fonction de densité  $f(x, \theta)$ .

Si les observations sont *indépendantes* et *identiquement distribuées*, cette fonction peut être exprimée par le produit des fonctions de densité des observations individuelles

$$V = \prod_{i=1}^N f(x = x_i) = L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p) \quad (3.12)$$

Où  $\theta$  est le vecteur des  $p$  paramètres ( $\theta_j : j = 1, \dots, p$ ) de la loi considérée.

Les valeurs des  $\hat{\theta}$  qui rend maximum la fonction de vraisemblance  $L$  sont donc la solution des dérivées partielles:

$$\frac{\partial L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)}{\partial \theta_j} = 0 \quad j = 1, \dots, p \quad (3.13)$$

Il est par conséquent cohérent de choisir les valeurs des paramètres qui maximisent la probabilité d'obtenir cet échantillon de la loi choisie.

### **3.5 VERIFICATION DE L'ADEQUATION DU MODÈLE AUX DONNÉES**

Les probabilités d'occurrence des événements étudiés sont inconnues et on cherche une loi de probabilité qui en donne une bonne estimation. Ainsi, l'hypothèse établie repose sur le fait que les observations proviennent d'une loi de probabilité bien définie.

L'adéquation de la distribution envisagée avec les observations est vérifiée à l'aide de quelques tests. (e.g. test de Khi-deux, test de Lilliefors )

#### **Test de Normalité de Lilliefors (Conover, 1980)**

Le test de Lilliefors est basé sur la comparaison de la fonction de distribution empirique pour l'échantillon  $F(x)$  et la fonction de distribution cumulative normale standardisée  $S(x)$ . La plus grande divergence, en valeur absolue, existant entre ces deux distributions est recherchée.

$$T = \text{Sup} |F(x) - S(x)| \quad (3.14)$$

La valeur de cet écart ( $T$ ) est connue et comparée à une valeur critique tabulée pour un niveau de signification égal dans le cas de la présente étude à  $\alpha=0,05$ . On accepte l'hypothèse nulle [ $H_0$  : la distribution des données suit une loi normale] à un niveau de signification  $\alpha$ , si l'écart maximum observé est inférieur ou égal à la valeur critique.

- **Test d'ajustement de Khi-deux (Conover, 1980)**

Le test Khi-deux ( $\chi^2$ ) fournit une méthode pour comparer la distribution réelle provenant des observations d'un échantillon à une distribution théorique donnée.

Pour cela, on calcule la statistique du test  $\chi^2$ , cette dernière mesure l'écart existant entre la distribution observée et une distribution donnée.

$$\chi_v^2(X) = \sum_{j=1}^c \frac{(o_j - E_j)^2}{E_j} \quad (3.15)$$

$o_j$  : Fréquence observée;

$E_j$  : Fréquence espérée ( $E_j = Np_j$ ;  $p_j$  est la probabilité pour la classe  $j$  et  $N$  la taille de l'échantillon);

$\nu$  : Degré de liberté. Il est défini par  $\nu = c - p - 1$ ;

$c$  : Nombre de classes;

$p$  : Nombre de paramètres connus de la distribution

On accepte l'hypothèse nulle [ $H_0$  : la distribution observée est semblable à la distribution théorique] à un niveau de signification  $\alpha$ , si la statistique du test des observations  $\chi^2 \leq \chi^2_{\nu}(\alpha)$ .

Beaucoup d'études utilisent les tests d'adéquation comme technique permettant de choisir le modèle fréquentiel approprié. Cependant, un test statistique ne permet que de conclure au rejet, ou à l'acceptation, de l'hypothèse nulle  $H_0$ . Il n'est pas en mesure de comparer plusieurs modèles fréquents et de choisir le meilleur.

### **3.6 ESTIMATION DES QUANTILES DU MODÈLE AJUSTÉ**

Cette partie repose sur l'estimation et la comparaison des quantiles obtenus, pour une fin d'application de l'approche *TdF*.

Dans la pratique, on a l'habitude de représenter les quantiles  $X_T$  issus de ces lois en fonction de la période de retour. En utilisant la relation  $F(X_T) = 1 - 1/T$ , on peut exprimer les quantiles associés au période de retour  $T$  par:

$$X_T = u + \frac{\alpha}{k} \left[ 1 - (-\ln F)^k \right] \quad (3.16)$$

## **4.0 RÉSULTATS**

---

Dans cette partie nous appliquons la méthodologie présentée à la section précédente en considérant les données de quatre stations québécoises. Nous présentons à la section 4.1 les données qui sont utilisées pour l'étude de cas. La section 4.2 contient les résultats de l'analyse fréquentielle.

## 4.1 ANALYSE PRELIMINAIRE DES DONNÉES

Afin d'appliquer les approches proposées, nous nous sommes intéressés à certaines stations de la province de Québec. En effet, cette région est soumise à un régime climatique froid en hiver dont la température moyenne journalière varie de  $-10^{\circ}\text{C}$  à  $-25^{\circ}\text{C}$  (<http://www.menv.gouv.qc.ca>).

Les données à notre disposition sont issues de quatre stations de mesure de la température de l'air (figure 2), pour lesquelles des séries chronologiques suffisamment longues et sans données manquantes, sont disponibles.



Figure 2. Stations de mesure québécoises

Le tableau 3 décrit les caractéristiques des données utilisées ainsi que le nombre de données des températures maximales saisonnières-annuelles. Ce dernier, donne la taille des échantillons, qui sont variables suivant les stations.

**Tableau 3. Description des stations de mesure de température de l'air**

| Station     | Nom de la station   | Nombre d'années | Test de stationnarité (test de Kendall)     |
|-------------|---------------------|-----------------|---|
| St1 (16294) | Québec A            | 101             | <b>p-value=0,921</b><br>( $\alpha = 0.05$ ) |
| St2 (25280) | Montréal Mc<br>Gill | 99              | <b>p-value=0,003</b><br>( $\alpha = 0.01$ ) |
| St3 (28124) | Sherbrooke*         | 92              | <b>p-value=0,01</b> ( $\alpha = 0.05$ )     |
| St4 (24280) | Lennoxville*        | 81              | <b>p-value=0,05</b><br>( $\alpha = 0.05$ )  |

\*Les stations des Cantons-de-l'Est.

Les données de base sont prises à un pas de temps journalier. Les séries des valeurs extrêmes sont construites comme suit :

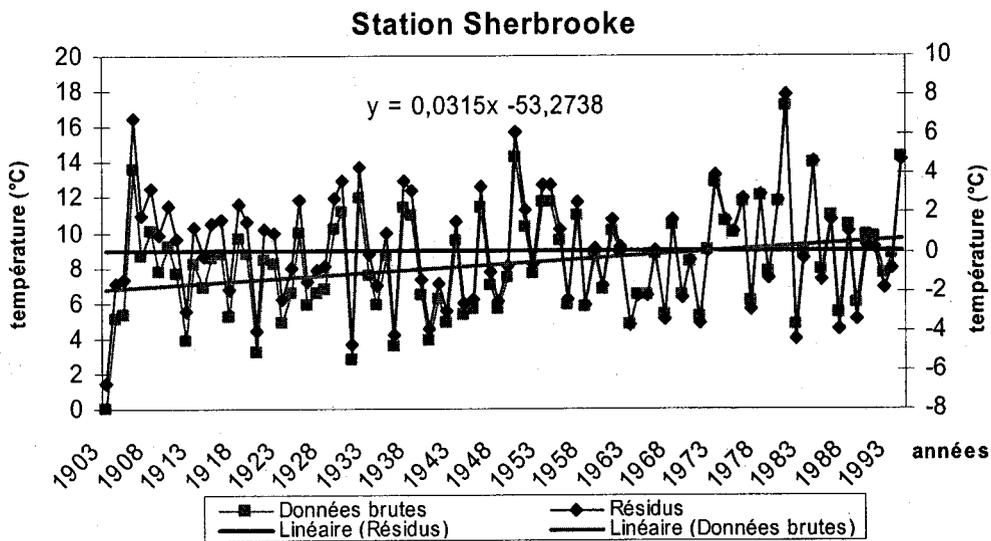
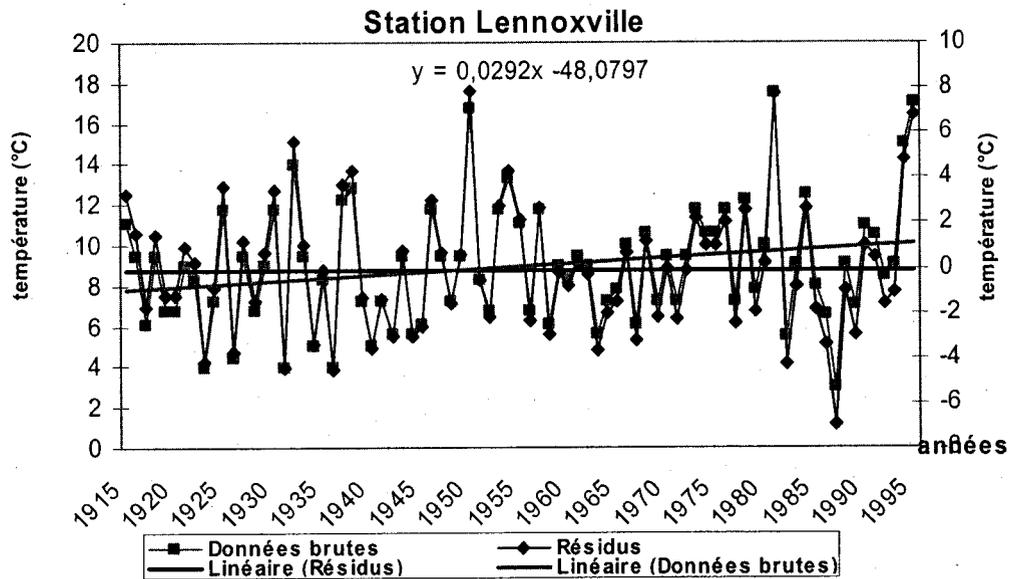
- On sélectionne les valeurs supérieures à 0°C;
- On regroupe année par année (valeurs interannuelles) les températures sélectionnées des mois de janvier et février au sein d'un même échantillon, on obtient ainsi un échantillon pour la saison d'hiver sur une année;
- On sélectionne la température maximale enregistrée durant la saison d'hiver pour chaque année. C'est la température maximale saisonnière-annuelle;
- On teste les hypothèses (*iid*) tout en vérifiant la stationnarité;

À l'exception de la station de Québec, les données de températures maximales saisonnières-annuelles des autres stations sont non-stationnaires (figure 3, tableau 3). De ce fait, il a fallu opter pour une transformation de la variable, en soustrayant la tendance

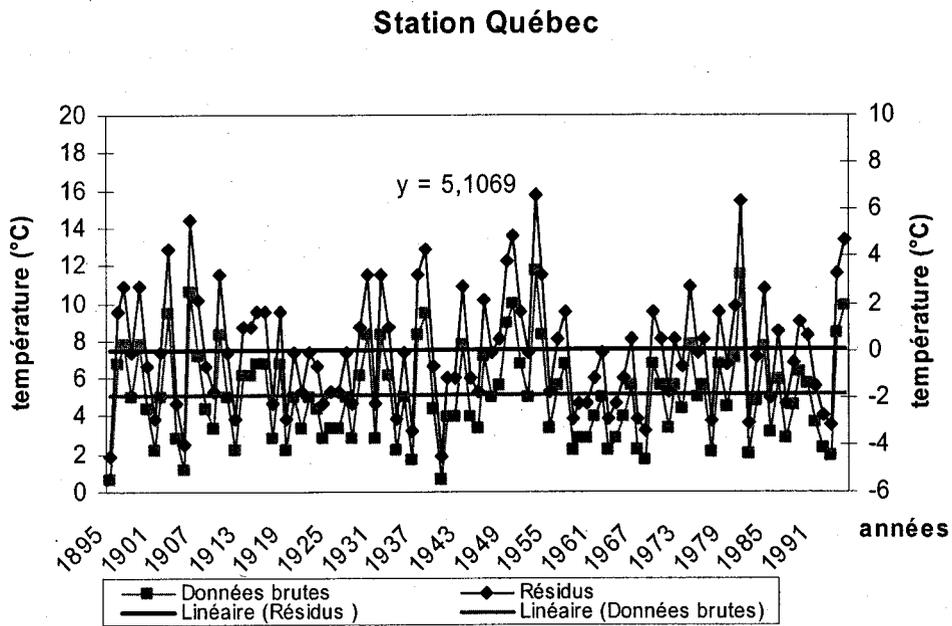
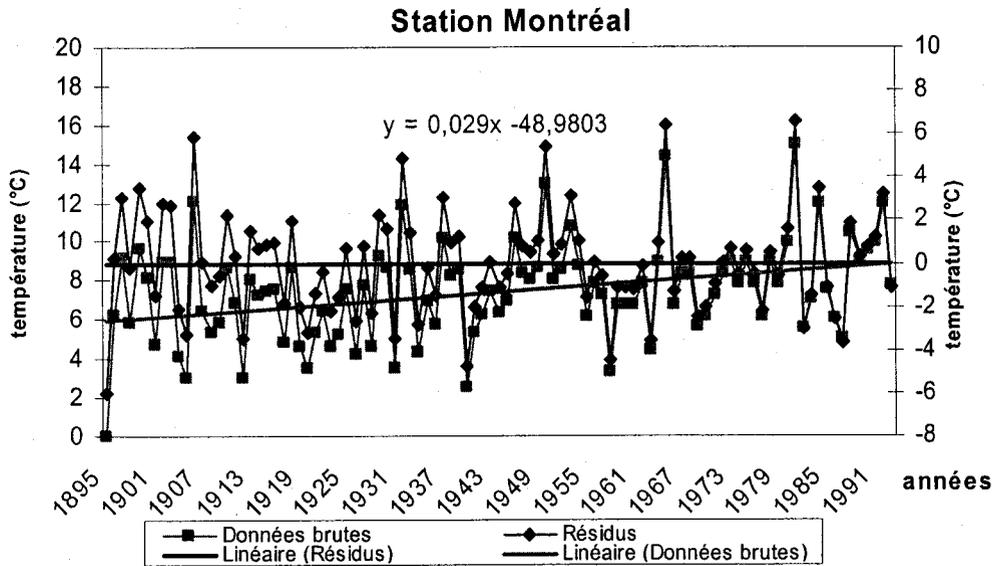
telle qu' estimée par la droite de régression linéaire :  $Y_i^* = at + b$  ( $a$  = pente,  $b$  = la valeur de  $Y_i^*$  quand  $t = 0$ ). Les valeurs retenues sont alors qualifiées de résidus de températures maximales saisonnières-annuelles (*RTMSA*) et elles sont définies par :

$$\text{Résidus} = Y_i - Y_i^* \quad (4.1)$$

Comme on peut le voir sur la figure 3, les droites de régression linéaire obtenues sont différentes en fonction des stations.



**Figure 3a. Évolution temporelle des résidus et des données des températures maximales saisonnières - annuelles des stations (Lennoxville et Sherbrooke)**



**Figure 3b. Évolution temporelle des résidus et des données des températures maximales saisonnières - annuelles des stations (Montréal et Québec)**

Comme dans toute analyse statistique, la qualité des estimations est fonction de celle des données. Il convient donc dans un premier temps de déterminer quelles données utiliser, autrement dit calculer un certain nombre de statistiques descriptives des résidus. Le tableau 4 montre quelques statistiques descriptives pour les résidus de températures maximales de chaque station.

La valeur de la moyenne des températures maximales est très proche de 0. Les coefficients de variations sont élevés (de l'ordre de 289% à 10000%). Ceci traduit une grande dispersion des données autour de la moyenne. Le coefficient d'asymétrie (moment d'ordre 3) mesure l'asymétrie du comportement des températures maximales autour de leur moyenne. Les valeurs obtenues du coefficient d'asymétrie des différentes stations sont positives et différent de celle de la loi normale (symétrique) et elles correspondent à une queue de distribution vers la droite.

**Tableau 4. Résultats des statistiques de base des résidus des températures des différentes stations**

|                          | Station<br>Lennoxville | Station<br>Sherbrooke | Station<br>Montréal | Station<br>Québec |
|--------------------------|------------------------|-----------------------|---------------------|-------------------|
| Maximum                  | 7,84                   | 7,97                  | 6,53                | 6,59              |
| Moyenne                  | -0,0828                | 0,0971                | -0,0109             | -0,0025           |
| Écart-type               | 2,91                   | 2,81                  | 2,37                | 2,48              |
| Coefficient de variation | 35,1                   | 28,9                  | 219                 | 1000              |
| Coefficient d'asymétrie  | 0,5220                 | 0,2473                | 0,3762              | 0,4767            |

## 4.2 MODÉLISATION DES OCCURENCES

### 4.2.1. VÉRIFICATION DES DIFFÉRENTES HYPOTHÈSES (IID)

Avant de s'intéresser à l'application de l'analyse fréquentielle des résidus à l'aide du logiciel HYFRAN, il faut s'assurer que les résidus sont réellement indépendants, stationnaires et homogènes( tableau 5).

D'après les figures (3a et 3b), il ne semble pas y avoir de tendances graduelles ou de sauts brusques dans la série des (*RTMSA*). Toutefois, afin de s'assurer sur leur stationnarité, il est préférable de le vérifier par des tests statistiques.

**Tableau 5. Résultats des tests des différentes hypothèses (IID) à un niveau de signification de 5%**

| Test          | Station<br>Lennoxville        | Station<br>Sherbrooke      | Station Montréal            | Station<br>Québec           |
|---------------|-------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Indépendance  | p-value 0,96<br>$ U $ * 0,054 | p-value 0,16<br>$ U $ 1,40 | p-value 0,98<br>$ U $ 0,014 | p-value 0,88<br>$ U $ 0,155 |
| Stationnarité | p-value 0,84<br>$ K $ * 0,20  | p-value 0,88<br>$ K $ 0,15 | p-value 0,75<br>$ K $ 0,31  | p-value 0,92<br>$ K $ 0,75  |
| Homogénéité   | p-value 0,78<br>$ W $ * 0,27  | p-value 0,70<br>$ W $ 0,37 | p-value 0,93<br>$ W $ 0,08  | p-value 0,97<br>$ W $ 0,04  |

\* Les statistiques du test

A un niveau de signification de 5%, nous constatons que l'ensemble des stations obéit aux exigences (*iid*), ceci nous permet de poursuivre la démarche de construction du modèle par l'analyse fréquentielle.

#### 4.2.2 AJUSTEMENT DU MODÈLE CHOISI

On présente ci-après (tableau 6) les expressions mathématiques des différentes lois choisies à priori. La loi GEV à trois paramètres a été choisie, car elle est fréquemment utilisée pour décrire la distribution des valeurs extrêmes de température de l'air (Zwiers *et* Kharin, 1998). Afin de tester la validité d'autres distributions statistiques aux séries de données, nous avons tenté d'appliquer la loi Normale et la loi Pearson type III (PIII).

**Tableau 6. Distributions statistiques utilisées en analyse fréquentielle des (RTMSA) de l'air**

| Distribution statistique | Fonction de densité de probabilité  | Paramètres           |
|--------------------------|---|----------------------|
| GEV                      | $f(x) = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - \frac{k}{\alpha}(x-u) \right]^{1/k-1} \exp \left\{ - \left[ 1 - \frac{k}{\alpha}(x-u) \right]^{1/k} \right\}$ | $\alpha, u, k$       |
| Pearson type 3           | $f(x) = \frac{\alpha^\lambda}{\Gamma(\lambda)} e^{-\alpha(x-m)} (x-m)^{\lambda-1}$  | $\alpha, \lambda, m$ |
| Normale                  | $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right\}$  | $\mu, \sigma$        |

#### 4.2.3 ESTIMATION DES PARAMÈTRES

À partir de ces expressions et par la méthode de maximum de vraisemblance, l'estimation des paramètres a été obtenue d'une manière itérative (à partir du logiciel HYFRAN). Les résultats de l'estimation des différents paramètres sont enregistrés dans le tableau 7.

**Tableau 7. Résultats des paramètres estimés**

| Loi     | Paramètres estimés | Lennoxville | Sherbrooke | Montréal | Québec  |
|---------|--------------------|-------------|------------|----------|---------|
| Normale | $\hat{\mu}$        | -0,083      | 0,09       | -0,01    | -0,0025 |
|         | $\hat{\sigma}$     | 2,9         | 2,80       | 2,37     | 2,47    |
| PIII    | $\hat{\alpha}$     | 1,45        | 2,29       | 2,81     | 1,00    |
|         | $\hat{\lambda}$    | 17,60       | 41,09      | 44,05    | 6,34    |
| GEV     | $\hat{m}$          | -12,17      | -17,82     | -15,63   | -6,33   |
|         | $\hat{\alpha}$     | 2,60        | 2,65       | 2,23     | 2,15    |
|         | $\hat{k}$          | 0,14        | 0,20       | 0,18     | 0,11    |
|         | $\hat{u}$          | -1,26       | -0,99      | -0,93    | -1,05   |

D'après le tableau 7, nous remarquons que pour l'ensemble des stations, les estimations des paramètres après ajustement de la loi normale produite des valeurs de  $\hat{\mu}$  non nulles, quoique très proches de zéro.

#### **4.2.4 VÉRIFICATION DE L'ADÉQUATION DU MODELE**

Afin de s'assurer de la compatibilité des distributions envisagées avec les observations (hypothèse  $H_0$ ), il est possible d'effectuer le test de Lilliefors pour la normalité, et le test Khi-deux ( $\chi^2$ ) pour les lois GEV et PIII (tableau 8).

**Tableau 8. Résultats des tests d'adéquation (Khi-deux et Lilliefors) de l'ajustement des lois GEV, PIII et la Normale pour une durée ( $d = 1$  jour)**

| Loi/test          | Station           |        | Station           |        | Station           |        | Station           |        |
|-------------------|-------------------|--------|-------------------|--------|-------------------|--------|-------------------|--------|
|                   | Lennoxville       |        | Sherbrooke        |        | Montréal          |        | Québec            |        |
| GEV/test de       | $\chi^2$          | 3,60   | $\chi^2$          | 3,74   | $\chi^2$          | 5,12   | $\chi^2$          | 20,78  |
| Khi-deux          | $\chi^2_{(0,05)}$ | 14,07  | $\chi^2_{(0,05)}$ | 15,51  | $\chi^2_{(0,05)}$ | 15,51  | $\chi^2_{(0,05)}$ | 20,09  |
| Pearson type      | $\chi^2$          | 3,60   | $\chi^2$          | 3,74   | $\chi^2$          | 6,82   | $\chi^2$          | 6,76   |
| III/test Khi-deux | $\chi^2_{(0,05)}$ | 14,07  | $\chi^2_{(0,05)}$ | 15,51  | $\chi^2_{(0,05)}$ | 15,51  | $\chi^2_{(0,05)}$ | 15,51  |
| Normale/test      | $t$               | 0,0697 | $t$               | 0,0683 | $t$               | 0,0734 | $t$               | 0,0939 |
| Lilliefors        | $V_c$             | 0,0984 | $V_c$             | 0,0924 | $V_c$             | 0,0890 | $V_c$             | 0,0882 |

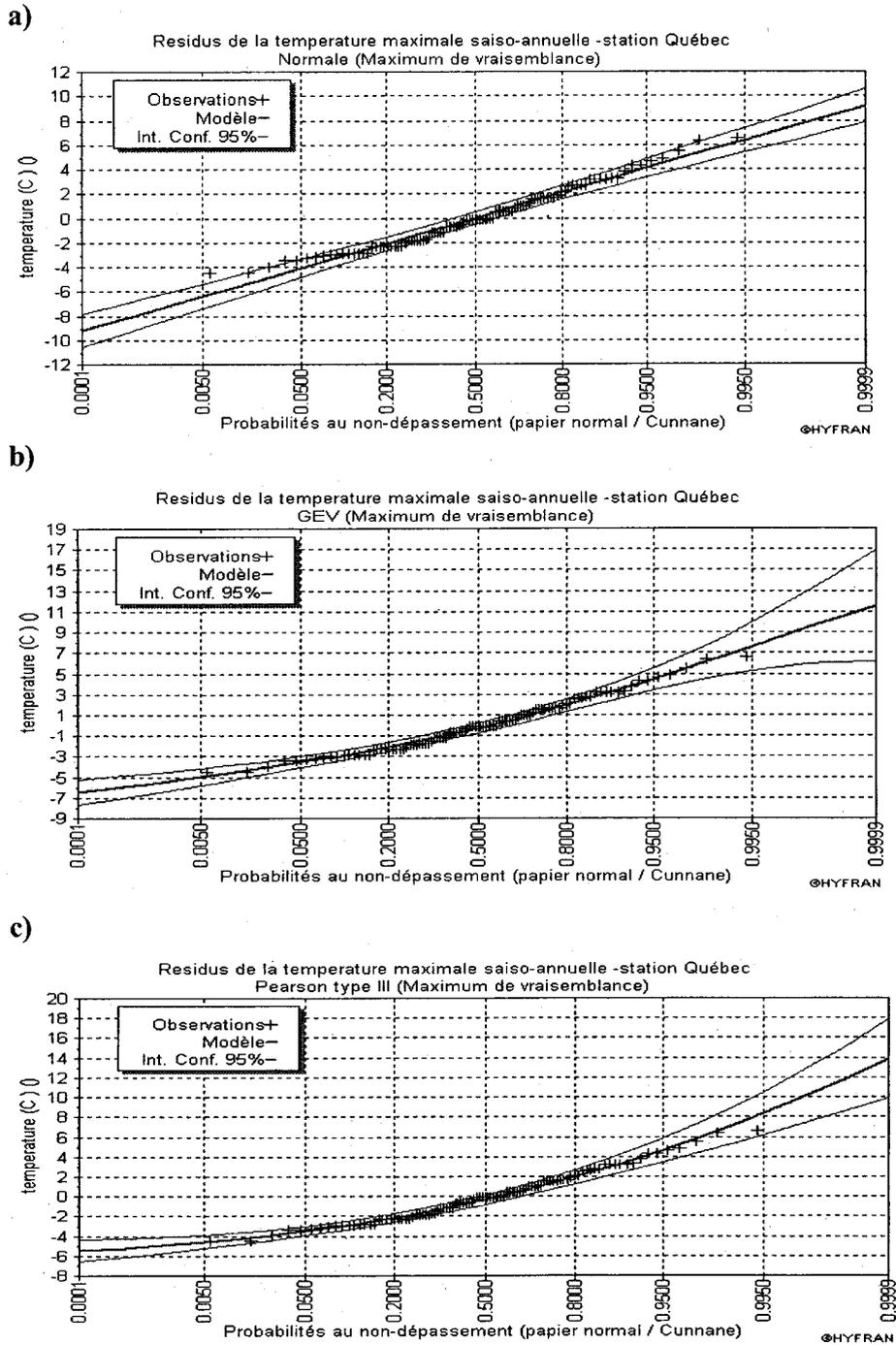
$V_c$  : La valeur critique

$t$  : La statistique du test

On accepte l'hypothèse nulle [ $H_0$  : la distribution observée est semblable à la distribution théorique] à un niveau de signification  $\alpha$ , si la statistique du test des observations  $\chi^2 \leq \chi^2_{\alpha}$  et si  $t \leq V_c$ .

Les résultats des tests indiquent que l'hypothèse d'adéquation de la loi PIII semble acceptable pour modéliser la série (*RTMSA*) de toutes les stations. De plus, la lois GEV et la loi normale semblent adéquates pour les séries de *RTMSA* des stations Lennoxville, Sherbrooke et Montréal.

En complémentarité aux résultats des tests de  $\chi^2$  et de Lilliefors et pour une fin d'examen visuel, nous présentons les tracés graphiques de la station de Québec (figure 4a-4c).



**Figure 4. Ajustement des lois a) normale, b) GEV et c) PIII aux données de la station de Québec.**

En examinant visuellement l'adéquation de chacune des lois aux données de la station de Québec, on remarque que la loi Normale n'est probablement pas le meilleur modèle des occurrences de la série (RTMSA). En effet, la figure 4a montre que certaines observations présentent un décrochage par rapport à l'intervalle de confiance.

L'examen visuel des graphiques (figures 5a-5d). permet une comparaison des trois ajustements et ce, pour chaque station.

Pour tracer les points représentatifs de l'échantillon, on doit leur affecter une probabilité au non dépassement, appelée probabilité empirique (*Plotting Position;  $P_k$* ).

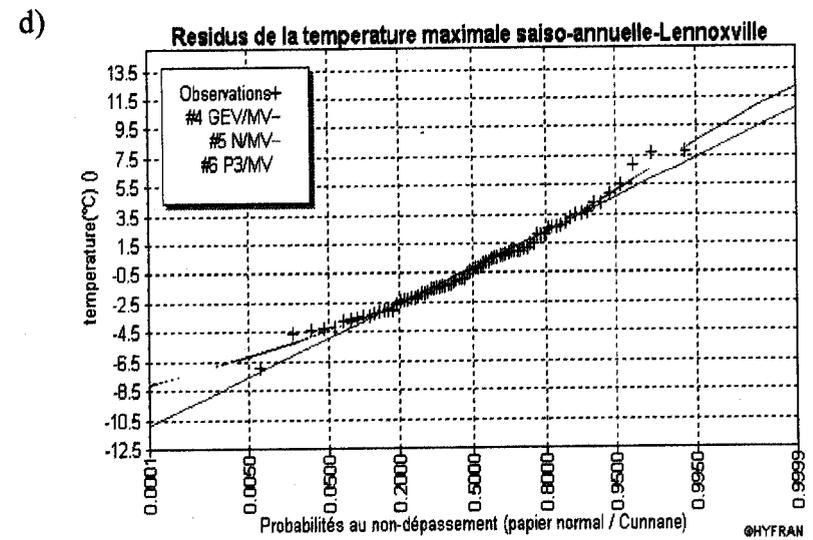
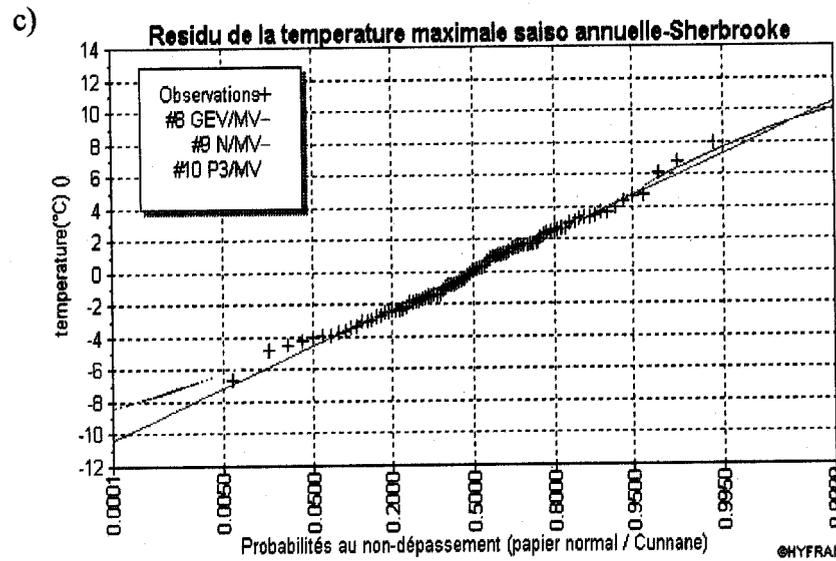
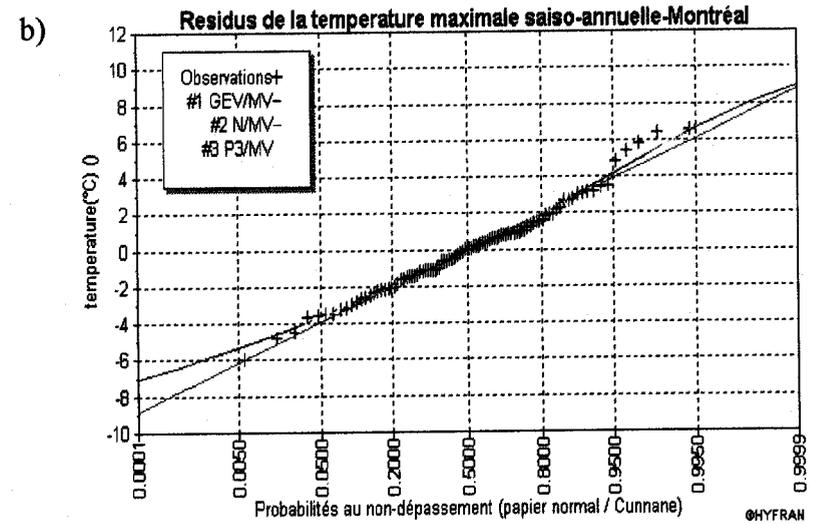
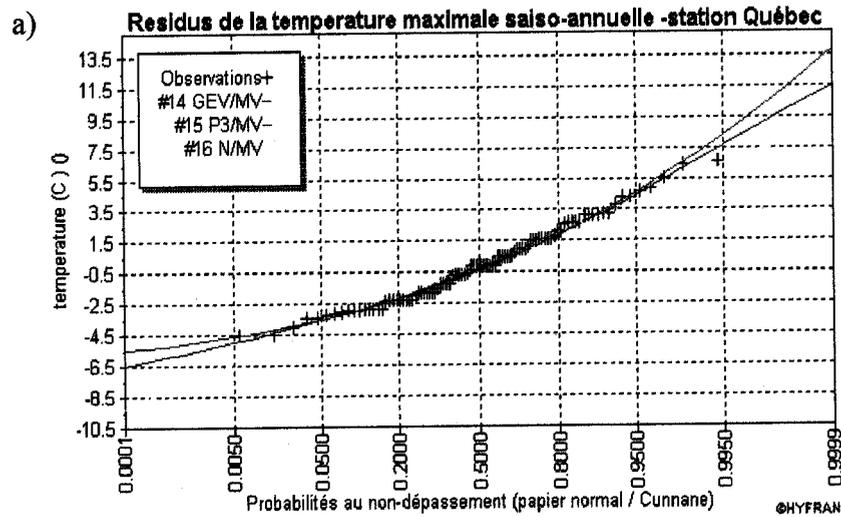
La probabilité empirique donnée par la formule Cunnane (Cunnane, 1978) est :

$$P_k = \frac{k - \alpha}{N + 1 - 2\alpha} \text{ Avec } (0 < \alpha < 1) \quad (4.2)$$

où  $\alpha = 0,4$  (Cunnane)

$k$  : Le rang de l'observation

$N$  : La taille de l'échantillon



**Figure 5. Comparaison des ajustements des lois GEV, Pearson type III et la Normale (méthode MLE) pour les stations a) Québec, b) Montréal, c) Sherbrooke et d) Lennoxville.**

Les quantiles donnés par les lois GEV et Pearson type III sont mieux ajustés aux probabilités empiriques que ceux donnés par la loi Normale.

À l'exception de la station de Québec, les ajustements donnés par les lois GEV et Pearson type III ne sont pas très différents. Pour un choix final de la loi de probabilité, il est nécessaire d'introduire des critères quantitatifs de comparaison. Il convient alors d'utiliser le critère d'information d'Akaike (AIC; Akaike, 1978) et le critère Bayésien d'information (BIC; tableau 9) où les meilleurs ajustements correspondent aux plus faibles valeurs.

**Tableau 9 Résultats des critères de comparaison AIC et BIC des lois GEV et Pearson type III.**

| Stations    | GEV    |        | Pearson type III |        |
|-------------|--------|--------|------------------|--------|
|             | AIC    | BIC    | AIC              | BIC    |
| Lennoxville | 403,91 | 411,09 | 404,22           | 411,40 |
| Sherbrooke  | 454,51 | 462,07 | 454,79           | 462,35 |
| Montréal    | 403,91 | 411,09 | 404,22           | 411,40 |

Les résultats des tableaux 7 et 9, indiquent que la loi Pearson type III semble être le modèle le plus adéquat pour modéliser les *RTMSA* de durée 1 jour de toutes les stations.

#### 4.2.5 ESTIMATION DES QUANTILES DU MODÈLE AJUSTÉ

Une fois la loi de probabilité choisie, les quantiles  $X_T$  et leurs intervalles de confiance (au niveau de 95%) sont estimés (tableau 10) à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance.

Tableau 10. Résultats de l'estimation des quantiles après ajustement de la loi Pearson III.

| Période de retour (an) | Lennoxville      |             | Sherbrooke       |             |
|------------------------|------------------|-------------|------------------|-------------|
|                        | Pearson type III |             | Pearson type III |             |
|                        | $X_T$            | IC          | $X_T$            | IC          |
| 200                    | 8,62             | 6,15 – 11,1 | 8,12             | 6,02 – 10,2 |
| 100                    | 7,61             | 5,50 – 9,72 | 7,24             | 5,45 – 9,02 |
| 50                     | 6,54             | 4,79 – 8,30 | 6,30             | 4,81 – 7,78 |
| 20                     | 5,01             | 3,69 – 6,34 | 4,93             | 3,80 – 6,06 |
| 10                     | 3,73             | 2,68 – 4,77 | 3,76             | 2,87 – 4,66 |
| 5                      | 2,25             | 1,42 – 3,08 | 2,40             | 1,68 – 3,12 |

**Tableau 10 (suite). Résultats de l'estimation des quantiles après ajustement de la loi Pearson III.**

| Période de retour (an) | Montréal         |             | Québec           |             |
|------------------------|------------------|-------------|------------------|-------------|
|                        | Pearson type III |             | Pearson type III |             |
|                        | $X_T$            | IC          | $X_T$            | IC          |
| 200                    | 6,72             | 5,02 – 8,41 | 8,34             | 6,18 – 10,5 |
| 100                    | 5,98             | 4,54 – 7,43 | 7,28             | 5,43 – 9,12 |
| 50                     | 5,20             | 4,00 – 6,40 | 6,17             | 4,63 – 7,71 |
| 20                     | 4,05             | 3,14 – 4,96 | 4,63             | 3,46 – 5,79 |
| 10                     | 3,07             | 2,35 – 3,80 | 3,36             | 2,46 – 4,27 |
| 5                      | 1,93             | 1,34 – 2,51 | 1,96             | 1,27 – 2,65 |

Il faut se rappeler que les valeurs de quantiles obtenus sont des résidus et non des quantiles réels des données de la température de l'air. La tendance représentée par les équations de régression doit être prise en compte pour obtenir la valeur réelle.

### 4.3 MODÉLISATION DES DURÉES

La deuxième partie de ce travail concerne l'application de l'analyse fréquentielle à des séries chronologiques de la température de l'air selon une approche en température-durée-fréquence (*TdF*). Cette approche permet de rendre compte de la notion de durée en étudiant différents pas de temps. Dans le cadre de cette étude, à l'aide de la moyenne mobile simple de *d* jours (équation 3.1), les températures supérieures à zéro des durées 2, 3, 4, 5 et 6 jours seront calculées.

Puis, de la même façon que pour les occurrences maximales journalières, il faut veiller au respect des hypothèses (*i.i.d*) de la série (*RTMSA*) des durées étudiées. Les valeurs obtenues sont ensuite modélisées afin de déterminer les quantiles sur une durée *d* et une période de retour *T*. Après avoir vérifié les différentes hypothèses (*i.i.d*), les résultats sont présentés au tableau 11.

**Tableau 11. Résultats des tests d'adéquation (Khi-deux et Lilliefors) de l'ajustement des lois GEV, Normale et PIII pour différentes durées**

• Station Lennoxville

| Durée (jour) | GEV à 5%          |       | Pearson type III à 5% |       | Normale  |        |
|--------------|-------------------|-------|-----------------------|-------|----------|--------|
| 2            | $\chi^2$          | 8,49  | $\chi^2$              | 12,30 | <i>t</i> | 0,0759 |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | 14,07 | $\chi^2_{(0,05)}$     | 14,07 | $V_c$    | 0,0984 |
| 3            | $\chi^2$          | 7,14  | $\chi^2$              | 6,59  | <i>t</i> | 0,1230 |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | 14,07 | $\chi^2_{(0,05)}$     | 14,07 | $V_c$    | 0,0984 |
| 4            | $\chi^2$          | 4,15  | $\chi^2$              | 11,48 | <i>t</i> | 0,1414 |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | 14,07 | $\chi^2_{(0,05)}$     | 14,07 | $V_c$    | 0,0984 |
| 5            | $\chi^2$          | 11,75 | $\chi^2$              | 14,20 | <i>t</i> | 0,1171 |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | 14,07 | $\chi^2_{(0,05)}$     | 18,48 | $V_c$    | 0,0984 |
| 6            | $\chi^2$          | 5,51  | $\chi^2$              | 5,78  | <i>t</i> | 0,0903 |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | 14,07 | $\chi^2_{(0,05)}$     | 14,07 | $V_c$    | 0,0984 |

• Station Sherbrooke

| Durée (jour) | GEV à 5%          |              | Pearson type III à 5% |              | Normale              |               |
|--------------|-------------------|--------------|-----------------------|--------------|----------------------|---------------|
| 2            | $\chi^2$          | <b>6,61</b>  | $\chi^2$              | <b>6,35</b>  | <i>t</i>             | <b>0,0934</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>15,51</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>15,51</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0924</b> |
| 3            | $\chi^2$          | <b>8,43</b>  | $\chi^2$              | <b>12,09</b> | <i>t</i>             | <b>0,1207</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>15,51</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>15,51</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0924</b> |
| 4            | $\chi^2$          | <b>23,83</b> | $\chi^2$              | <b>17,30</b> | <i>t</i>             | <b>0,1158</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>20,09</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>20,09</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0924</b> |
| 5            | $\chi^2$          | <b>7,65</b>  | $\chi^2$              | <b>7,39</b>  | <i>t</i>             | <b>0,1105</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>15,51</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>15,51</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0924</b> |
| 6            | $\chi^2$          | <b>9,74</b>  | $\chi^2$              | <b>10,26</b> | <i>t</i>             | <b>0,1044</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>15,51</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>15,51</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0924</b> |

• Station Montréal

| Durée (jour) | GEV à 5%          |              | Pearson type III à 5% |              | Normale              |               |
|--------------|-------------------|--------------|-----------------------|--------------|----------------------|---------------|
| 2            | $\chi^2$          | <b>6,09</b>  | $\chi^2$              | <b>5,61</b>  | <i>t</i>             | <b>0,0742</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>15,51</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>15,51</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0890</b> |
| 3            | $\chi^2$          | <b>6,33</b>  | $\chi^2$              | <b>4,39</b>  | <i>t</i>             | <b>0,0716</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>15,51</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>15,51</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0890</b> |
| 4            | $\chi^2$          | <b>20,39</b> | $\chi^2$              | <b>16,27</b> | <i>t</i>             | <b>0,0920</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>20,09</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>20,09</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0890</b> |
| 5            | $\chi^2$          | <b>20,88</b> | $\chi^2$              | <b>21,12</b> | <i>t</i>             | <b>0,0828</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>20,09</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>20,09</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0890</b> |
| 6            | $\chi^2$          | <b>20,15</b> | $\chi^2$              | <b>19,42</b> | <i>t</i>             | <b>0,1140</b> |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ | <b>20,09</b> | $\chi^2_{(0,05)}$     | <b>20,09</b> | <i>V<sub>c</sub></i> | <b>0,0890</b> |

• **Station Québec**

| Durée (jour) | GEV à 5%                | Pearson type III à 5%   | Normale      |
|--------------|-------------------------|-------------------------|--------------|
| 2            | $\chi^2$ 14,84          | $\chi^2$ 11,51          | $t$ 0,0844   |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $V_c$ 0,0882 |
| 3            | $\chi^2$ 5,34           | $\chi^2$ 9,61           | $t$ 0,1075   |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $V_c$ 0,0882 |
| 4            | $\chi^2$ 1,77           | $\chi^2$ 2,01           | $t$ 0,0672   |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $V_c$ 0,0882 |
| 5            | $\chi^2$ 8,19           | $\chi^2$ 8,90           | $t$ 0,0972   |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $V_c$ 0,0882 |
| 6            | $\chi^2$ 9,38           | $\chi^2$ 14,13          | $t$ 0,0946   |
|              | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $\chi^2_{(0,05)}$ 15,51 | $V_c$ 0,0882 |

Les conclusions tirées du tableau 11 sont :

- L'hypothèse d'adéquation à la loi PIII a été rejetée pour 1 cas sur 20;
- L'hypothèse d'adéquation à la loi GEV a été rejetée pour 4 cas sur 20;
- L'hypothèse d'adéquation à la loi Normale a été rejetée pour 12 cas sur 20;

Par conséquent, pour toutes les stations, l'hypothèse d'adéquation aux lois GEV et PIII à la série (*RTMSA*) des différentes durées est généralement acceptable et l'hypothèse d'adéquation à la loi normale est réfutable. Ces remarques ont été confirmées graphiquement.

Enfin, pour le choix final de la loi la plus adéquate aux différentes durées et stations, les deux critères de comparaison AIC et BIC décrits précédemment sont à nouveau utilisés (tableaux 12 et 13).

**Tableau 12. Résultats de la comparaison des critères Akaike et Bayésien de la loi GEV pour différentes durées**

| Station     | Critère | Durée (jour) |        |        |        |        |
|-------------|---------|--------------|--------|--------|--------|--------|
|             |         | 2            | 3      | 4      | 5      | 6      |
| Lennoxville | AIC     | 397.19       | 367.47 | 338.44 | 329.32 | 323.60 |
|             | BIC     | 404.37       | 374.66 | 345.62 | 336.50 | 330.78 |
| Sherbrooke  | AIC     | 438.74       | 402.38 | 381.65 | 366.62 | 358.40 |
|             | BIC     | 446.31       | 409.95 | 389.22 | 374.19 | 365.97 |
| Montréal    | AIC     | 435.66       | 407.25 | 382.92 | 369.73 | 361.94 |
|             | BIC     | 443.45       | 415.04 | 390.70 | 377.56 | 369.73 |
| Québec      | AIC     | 407.44       | 367.60 | 329.03 | 311.13 | 294.17 |
|             | BIC     | 415.28       | 375.45 | 336.88 | 318.98 | 302.02 |

**Tableau 13. Résultats de la comparaison des critères Akaike et Bayésien de la loi Pearson type III pour différentes durées**

| Station     | Critère | Durée (jour) |        |        |        |        |
|-------------|---------|--------------|--------|--------|--------|--------|
|             |         | 2            | 3      | 4      | 5      | 6      |
| Lennoxville | AIC     | 397.32       | 368.82 | 340.54 | 330.08 | 323.98 |
|             | BIC     | 404.51       | 376.01 | 347.73 | 337.26 | 331.17 |
| Sherbrooke  | AIC     | 439.02       | 403.63 | 383.13 | 367.44 | 358.57 |
|             | BIC     | 446.58       | 411.19 | 390.70 | 375.01 | 366.13 |
| Montréal    | AIC     | 435.70       | 407.19 | 382.39 | 369.17 | 363.25 |
|             | BIC     | 443.48       | 414.97 | 390.17 | 376.95 | 371.03 |
| Québec      | AIC     | 405.24       | 366.21 | 328.31 | 311.14 | 293.87 |
|             | BIC     | 413.08       | 374.06 | 336.16 | 318.98 | 301.72 |

Quant à l'adéquation de la loi GEV et la loi Pearson type III à la série (*RTMSA*) des différentes durées et stations, il est difficile de conclure à l'acceptation ou au rejet de l'un ou de l'autre modèle.

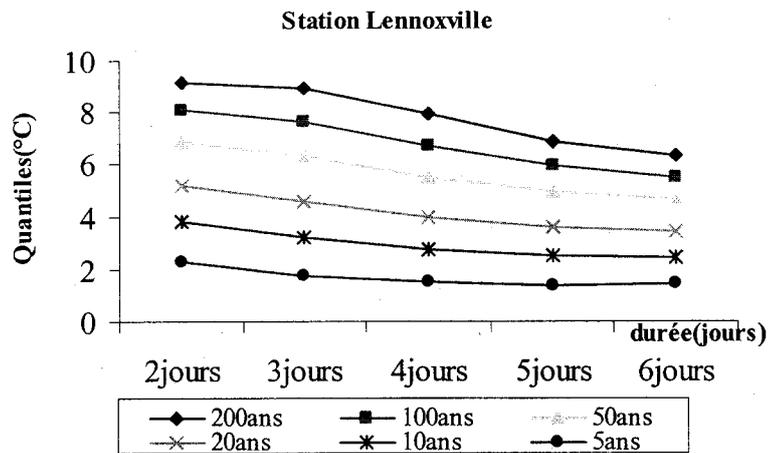
En effet, pour :

- Les stations du Cantons-de-l'Est, la loi GEV pourrait être considérée comme un modèle adéquat aux différentes durées étudiées;
- La station de Québec, la loi Pearson type III semble être le bon modèle;
- La station de Montréal, l'ajustement varie en fonction des durées. Par exemple, la loi PIII semble être le modèle adéquat pour des durée de 2 à 5 jours. Alors que la loi GEV ajuste mieux les séries de redoux de durée de l'ordre de 6 jours.

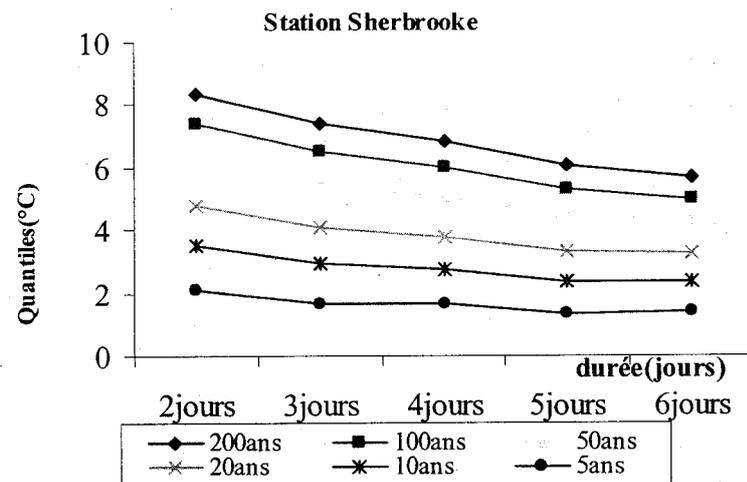
L'application traditionnelle de l'approche *TdF* consiste à établir une relation empirique en traçant, pour différentes périodes de retour, des courbes reliant les estimations des quantiles des *RTMSA* à la durée. Ces courbes donnent pour une durée  $d$  la probabilité qu'un quantile des *RTMSA* (exprimé en °C) de période de retour donnée, atteigne une certaine valeur. Grâce à l'ajustement des lois GEV et PIII, la figure 6 donne un exemple de telles courbes établies dans la région de Québec.

L'examen des courbes *TdF* permet de remarquer que ces courbes ont :

- d'une part une allure semi parabolique décroissante inversement proportionnelle avec la durée,
- d'autre part l'ajustement par la loi Pearson type III aux *RTMSA* des stations de Montréal et de Québec, donne des quantiles plus faibles que ceux donnés par la loi GEV aux *RTMSA* des stations des Cantons-de-l'Est.



a) La loi GEV



b) La loi Pearson type III

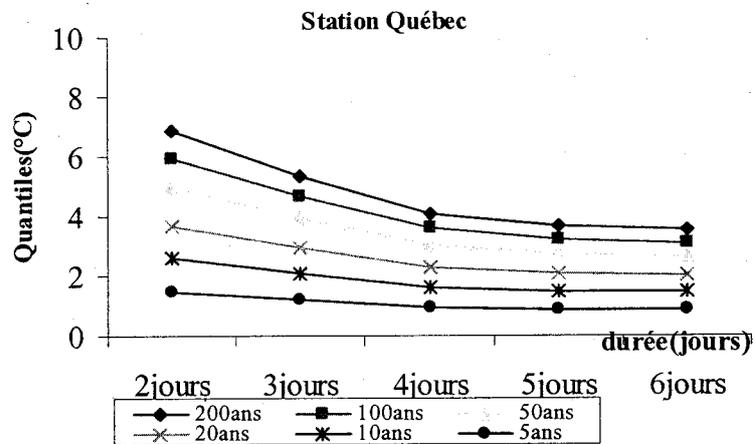
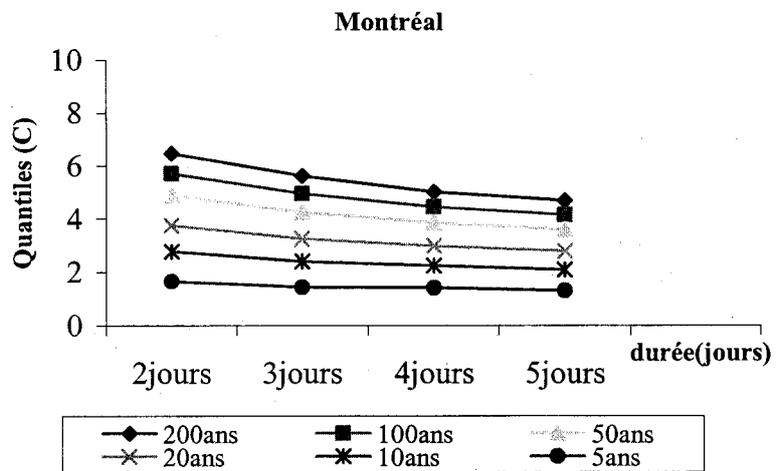


Figure 6. Courbes Tdf: Variations des résidus de températures en fonction de la période de retour et de la durée

## 5.0 DISCUSSION

---

Dans un cadre lié aux changements climatiques, ce projet vise à caractériser les redoux hivernaux à une échelle locale et ce, en termes de résidus des températures maximales saisonnières-annuelles de l'air. Ces derniers sont déduits des valeurs journalières et à différentes durées.

Afin d'analyser ces résidus, outre la distribution traditionnellement utilisée dans l'analyse fréquentielle des séries des événements extrêmes la loi GEV (Zwiers *et* Kharin, 1998), nous avons tenté d'appliquer la loi PIII et la loi Normale.

Il est apparu que la GEV et la PIII ne sont pas adéquates pour toutes les stations et pour toutes les durées étudiées.

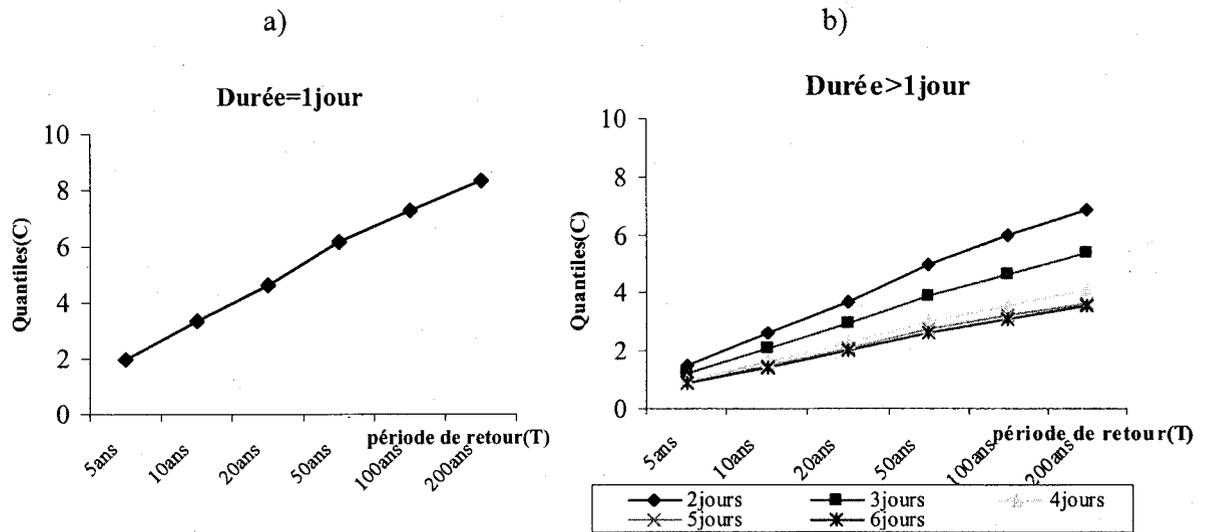
En effet,

- la PIII est adéquate pour modéliser la série des (*RTMSA*) de durée  $d=1$ jour, et ce pour toutes les stations. Alors pour une durée  $d>1$ jour, elle est uniquement adéquate pour modéliser la série des (*RTMSA*) des stations de Québec et de Montréal (sauf pour  $d = 6$  jours);
- la GEV est adéquate pour modéliser la série des (*RTMSA*) de durée  $d>1$ jour et ce pour les stations du Cantons-de-l'Est ;

La loi Normale, être rejetée dans de nombreux cas d'applications, quelles que soient les durées et les stations étudiées (figure 5, tableaux 4 et 7).

Les stations de Québec et de Montréal ont montré d'une part des courbes plus resserrées que les stations des Cantons-de-l'Est (figure 6), et d'autre part une similitude entre les probabilités données par la loi Pearson type III pour les faibles durées et celles données par la loi GEV pour les grandes durées des stations des Cantons-de-l'Est. Ceci pourrait trouver son explication par la situation géographique des stations de la région étudiée.

La figure 7 présente un faisceau de distribution des différentes durées qui permet de voir l'évolution des quantiles pour une période de retour donnée en fonction de cette durée.



**Figure 7. Variation des quantiles des résidus des températures saisonnières-annuelles en fonction de la période de retour. a) durée = 1 jour, b) durée > 1jour de la station de Québec**

Par ailleurs, dans le cadre de ce travail, la méthode de sélection du modèle fréquentiel approprié, semble comporter des réserves. En effet, la technique employée est basée sur le rejet ou l'acceptation d'une hypothèse nulle [ $H_0$  : la distribution observée est semblable à la distribution théorique], et par conséquent elle ne permet pas de comparer d'autres modèles et d'en choisir le meilleur.

## 6.0 CONCLUSION

---

Pour pouvoir faire face aux risques que peuvent engendrer les redoux hivernaux, les décideurs ont besoin d'outils leur permettant de mieux gérer ces situations. La démarche statistique présentée dans ce rapport permet la caractérisation locale des redoux en construisant des modèles à la fois pour les occurrences et pour les durées.

En donnant une information en terme probabiliste, l'analyse fréquentielle fournit un outil d'aide à la décision.

Pour atteindre notre objectif, nous avons effectué dans un premier temps une brève revue de littérature des approches reliées à la modélisation climatique en générale et la modélisation des températures maximales en particulier. Nous avons constaté que peu de travaux ont été effectués sur l'analyse fréquentielle des variables climatiques, en particulier la température de l'air et d'autre part que la GEV demeure la loi fréquemment utilisée dans l'analyse statistique des valeurs extrêmes.

Dans un deuxième temps, nous avons appliqué une analyse fréquentielle classique sur des résidus des températures maximales saisonnières-annuelles (*RTMSA*) de l'air de quatre stations météorologiques québécoises. Les étapes sont les suivantes:

- **Identification de la variable d'intérêt et le but de l'analyse ;**
- **Vérification des différentes hypothèses (*iid*)/application des tests statistiques ;**
- **Choix *a priori* d'un modèle ou loi adéquate ;**
- **Estimation des paramètres du modèle ;**
- **Vérification de l'adéquation du modèle aux données ;**
- **Estimation des quantiles et leurs périodes de retour.**

Les résultats obtenus, ont montré que le modèle local développé pour les occurrences des (*RTMSA*) de durée  $d = 1 \text{ jour}$ , n'était pas limité à la seule loi GEV. La loi Pearson type III

semble aussi adéquate pour modéliser l'occurrence des (*RTMSA*) de durée  $d = 1 \text{ jour}$  et ce, pour toutes les stations.

Ces résultats confirment les hypothèses de Bobée (1999), et ils peuvent se révéler d'une grande importance dans la mesure où ils permettent aux modèles de s'adapter à des conditions physiques différentes.

Une autre variable de la caractérisation des redoux a été étudiée : la durée. Pour sa modélisation, une approche similaire à celle utilisée pour l'analyse des étiages (*QdF*) a été appliquée, il s'agit de la Température-durée-fréquence (*TdF*). Cette approche intègre la notion de durée dans l'analyse fréquentielle, en présentant un graphique permettant de décrire les quantiles pour toute période de retour  $T$  et toute durée  $d$ .

Les résultats des occurrences de durée  $d > 1 \text{ jour}$  (2 à 6 jours) nous ont révélé que d'une part:

- la loi Pearson type III semble adéquate pour modéliser la série des (*RTMSA*) des stations de Québec et de Montréal (sauf pour  $d = 6 \text{ jours}$ );
- la loi GEV semble appropriée pour modéliser la série des (*RTMSA*) des stations du Cantons-de-l'Est ;

D'autre part, les quantiles de durée  $d > 1 \text{ jour}$  de la série des (*RTMSA*) estimés par la loi PIII pour les stations les plus au Nord de la région étudiée, sont plus faibles que ceux estimés par la loi GEV pour les stations les plus au Sud.

Il apparaît donc que l'analyse *TdF* pour des  $d > 1 \text{ jour}$  de la série des (*RTMSA*), est un outil intéressant permettant de décrire la variabilité temporelle et spatiale des redoux et donc utile pour les études d'impact des changements climatiques sur des événements extrêmes.

Jusqu'à présent, ce travail, n'a concerné que l'étude de l'analyse de la série des résidus des températures maximales saisonnières-annuelles sur une durée  $d$ . Pour tenter d'augmenter

l'information utilisable dans une série, l'application de l'approche de la série de durée partielle sera intéressante dans la mesure où elle permet d'analyser non pas les plus grandes valeurs, mais toutes les valeurs au-dessus d'un certain seuil.

De plus, afin de mettre en exergue les résultats obtenus sur une l'échelle régionale, l'étude demande à être vérifiée sur un plus grand nombre de stations situées au Québec et aux autres provinces du Canada.

## ***RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES***

---

Abi- Zeid, I., 1997. La modélisation stochastique des étiages et leurs durées en vue de l'analyse de risque. Thèse de doctorat, Université du Québec.

Akaike H., 1978. A bayesian analysis of the minimum AIC procedure. *Annals of the institute of statistical mathematics.*, **30(a)**, 9-14.

Bobée, B., 1979. Comment on: The Log-Pearson type 3 distribution: The T-year event and its asymptotic standard error by maximum likelihood theory . *Water Ressources Research*, **15(1)**:189-190

Bobée, B., R. Robitaille, 1977. The use of the Pearson Type 3 and Log Pearson Type 3 Distributions Revisited. *Water Ressources Research.*, **13(2)**: 427-430.

Bobée, B., F. Ashkar, 1991. The gamma family and derived distributions applied in hydrology. *Water Ressources Publications*

Bobée, B., G. S. Cavadias, F. Ashkar, J. Bernier, P. Rasmussen, 1993. Towards a systematic approach to comparing distribution used in flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, **142**: 121-136.

Bobée, B., 1999. Estimation des événements extrêmes de crue par l'analyse extrêmes : une revue critique, *la Houille Blanche.*, 7/8 : 100-105

Boer, G.J.; Flato, G.M.; Reader, M.C.; & Ramsden, D. (2000a). "A transient climate change simulation with historical and projected greenhouse gas and aerosol forcing: experimental design and comparison with the instrumental record for the 20th century", *Climate Dynamics* 16:405-425.

Boer, G.J.; Flato, G.M., & Ramsden, D. (2000b). "A transient climate change simulation with historical and projected greenhouse gas and aerosol forcing: projected climate for the 21st century", *Climate Dynamics* 16:427-450.

Bonsal, B.R., X.Zhang, L.A. Vincent, W.D. Hogg, 2001a. Characteristics of daily and Extreme Temperature over Canada. *Journal of climate.* 14: 1959-1976.

Bonsal, B.R., A. Shabbar, K. Higuchi, 2001b. Impacts of low frequency variability modes on Canadian winter temperature. *Int. J. Climatol.* 21: 95-108.

Caissie, D., N. El-Jabi, M.G. Satish, 2001. Modelling of maximum daily water temperatures in a small stream using air temperatures. *Journal of Hydrology.*, 251, 14-28.

Conover, W. J., 1980. Practical Nonparametric Statistics. Second edition. New York, Wiley., 462p.

Corti, S., F. Molten, and T. N. Palmer, 1999. Signature of recent climate change in frequencies of natural atmospheric circulation regimes. *Nature* 398:799-802.

Cunjak, R.A., T.D. Prowse, D.L. Parrish, 1998. Atlantic Salmon (*Salmo salar*) in winter: the season of parr discontent. *Can. J. Fish. Aqua Sci.*, **55(1)**, 161-180.

Cunnane, C., 1978. Unbiased plotting positions-a review. *Journal of hydrologic.*, **37(3/4)**, 205-222.

Eaton, J.G., R.M. Sheller, 1996. Effects of climate warming on fish thermal habitat in streams of the United States. *The American Society of Limnology and Oceanography*, **41(5)**, 1109-1115.

El-Jabi, N., D. Caissie, F. Ashkar, 2001. Frequency analysis of extreme water temperature in rivers, 15<sup>e</sup> congrès Canadien d'hydrotechnique de la société Canadienne de génie civil.

Fisher, R.A., L.H.C. Tippett, 1928. Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **24**, 180-190.

Fortin, V., M. Haché, F. Désiles, et B. Bobée, 1998. Manuel d'utilisation du logiciel HYFRAN-Pro 1.0. INRS-Eau, rapport de recherche "confidentiel" R-532m-1, 47 pages.

Hirsch, R.M., J.R. Slack, R.A. Smith, 1982. Techniques of trend analysis for monthly water quality data. *Water Ressources Research.*, **18(1)**, 107-121.

Hosking, J.R.M., J.R. Wallis, E.F. Wood, 1985. Estimation of Generalized Extreme Value Distribution by the Method of probability-Weighted Moments. *Technometrics.*, **27(3)**, 251-261.

Hosking, J.R.M., 1990. L-moment: Analysis and estimation of Distribution using linear Combinations of order Statistics. *Journal of the Royal Statistical Society.*, **52(1)**, 105-124.

Houghton, J.T., Y. Ding, D.J. Griggs, M. Noguer, P.J. van der Linden, Dai, X., K. Maskell, C.A. Johnson, 2001. *Climate Change 2001: The Scientific Basis - Contribution of Working Group I to the Third, Assessment Report of IPCC*. Cambridge University Press.

Intergovernmental Panel On Climate Change (IPCC); 2001. *Climate Change 2001; the scientific basis*. Working group I, WMO-UNEP, Cambridge University.

Javelle, P., T.B.M.J. Ouarda, M. Lang, B. Bobée, G. Galéa, J.M. Grésillon, 2002. Development of regional flood-duration-frequency curves based on the index-flood method. *Journal of Hydrology*., **258**, 249-259.

Jenkinson, A.F., 1955. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) of meteorological elements. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **81**, 158-171.

Kendall, M.G., 1975. *Rank Correlation Methods*. Charles Griffin, London.

Kothandaraman, V., 1972. Air-Water temperature relationship in Illinois river. *Water resources bulletin*., **8(1)**, 38-45.

Lachance, M., 2000. *Statistique de base, notes de cours INRS-eau*.

Mearns, L.O., Kartz, R.W., Shneider, S.H., 1984. Extreme high-temperature events: changes in their probabilities with changes in mean temperature. *Journal of climate applied meteorology*., **23**, 1601-1613.

Shabbar, A., B. Bonsal, 2003. An assessment of Changes in Winter Cold and Warm Spells over Canada. *Natural Hazards*. **29**: 173-188.

Shindell, D. T., R. L. Miller, G. A. Schmidt, and L. Pandolfo, 1999. Simulation of recent northern winter climate trends by greenhouse gas forcing. *Nature* **399**:452-455.

Stefan, G.H., E.B. Preudhomme, 1993. Stream temperature estimation from air temperature. *Water resources bulletin, American Water Resources Association.*, **29(1)**, 27-45.

Wald, A., J. Wolfowitz, 1943. An exact test for randomness in the nonparametric case based on serial correlation. *Annals of Mathematical Statistics.*, **14**, 378-388.

Wettstein J.J, O.L. Mearns, 2002. The influence of the north Atlantic-Arctic Oscillation on mean, variance, and extremes of temperature in the Northeastern United States and Canada. *American meteorological society.*, **15**, 3586-3600.

Wilcoxon, F., 1945. Individual comparaisons by ranking methods. *Biometrics.*, **1**, 80-83

Zhang, X., L.A. Vincent, B.R. Bonsal, W.D. Hogg, A. Niitsoo, 2000. Temperature and precipitation trends in Canada during the 20<sup>th</sup> centry. *Atmosphere Ocean.*,**38**, 395-429.

Zwiers, W. F., V.V. Kharin, 1998. Changes in the extremes of the climate Simulated by CCC GCM2 under CO<sub>2</sub> doubling. *Journal of climate.*, **11**, 2200-2222.

## ***REMERCIEMENTS***

---

Cette étude a été financée par *OURANOS*. Nous remercions également les remarques constructives de Monsieur Ouarda T.B.M.J.