Analyses des ruptures et des tendances dans les écoulements annuels observés et simulés par le MRCC en climat actuel (1961-1999) pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador

Rapport de recherche No R1069

 $Juin\ 2009$ 

©INRS-ETE, 2009

# Rapport de recherche

Projet RDC-Incertitude

Évaluation et prise en compte des incertitudes pour les précipitations et les écoulements simulés par le modèle régional canadien du climat (MRCC)

Analyses des ruptures et des tendances dans les écoulements annuels observés et simulés par le MRCC en climat actuel (1961-1999) pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador

Par K. Dion, M. Slivitzky, M. Saïd et A.-C. Favre

> Rapport de recherche No R1069 INRS-Eau, Terre et Environnement

> > 17juin2009

# TABLE DES MATIÈRES

| Li | ste des tableaux  | $\mathbf{v}$       |
|----|---|--------------------|
| Li | ste des figures   | vi                 |
| 1  | Introduction           1.1         Problématique           1.2         Séries à l'étude | <b>1</b><br>1<br>4 |
| 2  | Étude des ruptures  | 6                  |
| 3  | Étude des tendances   | 12                 |
| 4  | Conclusions   | 16                 |
| Aı | nnexes  | 19                 |
| A  | Séries observées et données manquantes  | 20                 |
| в  | Séries observées et simulées  | <b>21</b>          |
| С  | Compléments théoriques sur l'étude des ruptures   | <b>43</b>          |
|    | C.1 La procédure de Kehagias et Fortin (2006)   | 43                 |
|    | C.2 Le test de Pettitt (1979)   | 43                 |
|    | C.3 Le test de Lombard (1987)   | 44                 |
| D  | Compléments théoriques sur l'étude des tendances  | 46                 |
|    | D.1 Test sur la pente d'une régression linéaire   | 46                 |
|    | D.2 Test de Mann-Kendall  | 46                 |
| Re | éférences   | 48                 |

# LISTE DES TABLEAUX

| 1.1 | Simulations du MRCC en fonction du pilote et du domaine                        | 5  |
|-----|--|----|
| 2.1 | Études des ruptures pour les observations.                                     | 8  |
| 2.2 | Étude des ruptures pour les simulations <b>acw</b> et <b>acx</b> (ERA40, AMNO, |    |
|     | jumelles).   | 9  |
| 2.3 | Étude des ruptures pour les simulations acy et acz (ERA40, QC,                 |    |
|     | jumelles).   | 10 |
| 2.4 | Étude des ruptures pour les simulations ade et adi (NCEP, AMNO                 |    |
|     | et QC)   | 11 |
| 3.1 | Seuils des tests de tendance   | 13 |
| A.1 | Années manquantes dans les séries observées des 21 bassins versants            |    |
|     | de la péninsule Québec/Labrador  | 20 |
|     |  |    |

# LISTE DES FIGURES

| 1.1  | Écoulements annuels observés : exemple des bassins versants Baleine |   |
|------|---|---|
|      | (a), Moisie (b) et Romaine (c)                                      | 1 |
| 1.2  | Séries artificielles présentant (a) une rupture en moyenne, (b) une |   |
|      | rupture en variance et (c) une tendance                             | 3 |
| 1.3  | Carte des bassins versants de la péninsule Québec/Labrador          | 4 |
| 3.1  | Série artificielle présentant une rupture en moyenne induisant une  |   |
|      | tendance linéaire   | 4 |
| 3.2  | Auto-corrélations pour la simulation acw, bassin CHU 1              | 5 |
| 4.1  | Série artificielle présentant une rupture progressive               | 7 |
| B.1  | Séries observée et simulées pour le bassin ARN                      | 2 |
| B.2  | Séries observée et simulées pour le bassin BAL                      | 3 |
| B.3  | Séries observée et simulées pour le bassin <i>BEL</i>               | 4 |
| B.4  | Séries observée et simulées pour le bassin BOM                      | 5 |
| B.5  | Séries observée et simulées pour le bassin CAN                      | 6 |
| B.6  | Séries observée et simulées pour le bassin CHU                      | 7 |
| B.7  | Séries observée et simulées pour le bassin FEU                      | 8 |
| B.8  | Séries observée et simulées pour le bassin GEO                      | 9 |
| B.9  | Séries observée et simulées pour le bassin <i>GRB</i>               | 0 |
| B.10 | Séries observée et simulées pour le bassin $LGR$                    | 1 |
| B.11 | Séries observée et simulées pour le bassin MAN                      | 2 |
| B.12 | Séries observée et simulées pour le bassin <i>MEL</i>               | 3 |
| B.13 | Séries observée et simulées pour le bassin MOI                      | 4 |
| B.14 | Séries observée et simulées pour le bassin NAT                      | 5 |
| B.15 | Séries observée et simulées pour le bassin PYR                      | 6 |
| B.16 | Séries observée et simulées pour le bassin <i>RDO</i>               | 7 |
| B.17 | Séries observée et simulées pour le bassin ROM                      | 8 |
| B.18 | Séries observée et simulées pour le bassin <i>RUP</i>               | 9 |
| B.19 | Séries observée et simulées pour le bassin SAG                      | 0 |
| B.20 | Séries observée et simulées pour le bassin STM                      | 1 |
| B.21 | Séries observée et simulées pour le bassin WAS                      | 2 |

## 1 Introduction

#### 1.1 Problématique

Dans ce rapport, nous étudions l'existence de ruptures ou de tendances dans des séries d'écoulement annuel (mm/j) en climat actuel (1961–1999). À titre d'exemple, la figure 1.1 présente les séries observées pour trois bassins versants : Baleine, Moisie et Romaine.



FIG. 1.1 – Écoulements annuels observés : exemple des bassins versants Baleine (a), Moisie (b) et Romaine (c)

La ligne verticale (noire en pointillés) se situe entre les années 1983 et 1984. Les lignes horizontales pleines en rouge indiquent la moyenne de chaque sous-série, soit [1961, 1983] et [1984, 1999], et les lignes rouges en pointillés ces mêmes moyennes plus ou moins un écart-type associé à chaque sous-période.

Rapport de recherche No R1069

Nous pouvons remarquer que le schéma n'est pas tout-à-fait le même pour les trois bassins. Il semble en effet toujours y avoir une rupture en moyenne. Pour le bassin Moisie, il est possible qu'il existe également une rupture en variance, en ce sens que l'intervalle défini par les lignes pointillées (moyenne  $\pm$  un écart-type) est plus large avant 1984 qu'après. Pour le bassin Romaine, il ne semble pas y avoir de rupture en variance, mais il apparaît qu'après 1984 les observations obéissent à une tendance croissante. Il conviendra évidemment de vérifier la significativité des ruptures ou tendances apparentes.

Pour ce faire, nous allons étudier trois types de schémas, tels qu'illustrés à la figure 1.2 : (a) une rupture en moyenne, (b) une rupture en variance et (c) une tendance. Dans les parties (a) et (b), les lignes horizontales correspondent aux moyennes avant et après rupture (lignes pleines) et à ces moyennes plus ou moins un écart-type (lignes pointillées). Pour la partie (c), nous avons indiqué en rouge la tendance linéaire.

La question centrale qui se pose ici est de savoir dans quelle mesure le Modèle Régional Canadien du Climat (MRCC) est capable de reproduire des schémas tels que ceux illustrés à la figure 1.1 lorsqu'ils se produisent dans les séries observées.



FIG. 1.2 – Séries artificielles présentant (a) une rupture en moyenne, (b) une rupture en variance et (c) une tendance

Rapport de recherche No R1069

#### 1.2 Séries à l'étude

Les analyses portent sur les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador présentés à la figure 1.3.



| ARN            | Rivière Arnaud               |
|----------------|------------------------------|
| BAL            | Rivière à la Baleine         |
| BEL            | Rivière Bell                 |
| BOM            | Bersimis-Outardes-Manic      |
| CAN            | Réservoir Caniapiscau        |
| CHU            | Réservoir Churchill Falls    |
| FEU            | Rivière aux Feuilles         |
| GEO            | Rivière George               |
| GRB            | Grande rivière de la Baleine |
| LGR            | La Grande Rivière            |
| MAN            | Réservoir Manic5             |
| MEL            | Rivière aux Mélèzes          |
| MOI            | Rivière Moisie               |
| NAT            | Rivière Natashquan           |
| $\mathbf{PYR}$ | Rivière Caniapiscau (Pyrite) |
| RDO            | Rivière des Outaouais        |
| ROM            | Rivière Romaine              |
| RUP            | Rivière Rupert               |
| SAG            | Lac Saint-Jean               |
| STM            | Rivière Saint-Maurice        |
| WAS            | Rivière Waswanipi            |

FIG. 1.3 – Carte des bassins versants de la péninsule Québec/Labrador

Nous étudions dans ce rapport les six simulations du MRCC en climat actuel (1961–1999) présentées dans le tableau 1.1, à savoir acy, acz, adi, acw, acx et ade. Toutes les séries sont issues du MRCC\_V4.1.1 à l'exception de la simulation adi qui provient du MRCC\_V4.2.0; nous pouvons cependant considérer que ces deux versions sont équivalentes par leurs configurations expérimentales. Pour les simulations pilotées par ERA40, les deux séries indiquées correspondent à la simulation initiale et à sa jumelle. Une description plus détaillée des caractéristiques (pilotes, domaines, jumelles) des différentes simulations est présentée ci-dessous.

Toutes les simulations à l'étude ont été pilotées à leurs frontières par les champs atmosphériques de réanalyses globales. Les réanalyses ERA40 proviennent de ECMWF (*European Center for Medium-Range Weather Forecasts ReAnalyses*; Uppala et al., 2005). Les réanalyses NCEP sont issues de NCEP/NCAR (*National Centers for Environmental Prediction/National Center for Atmospheric Research*;

|        | Domaine |         |  |  |  |  |  |  |  |
|--------|---------|---------|--|--|--|--|--|--|--|
| Pilote | AMNO    | QC      |  |  |  |  |  |  |  |
| ERA40  | acw-acx | acy-acz |  |  |  |  |  |  |  |
| NCEP   | ade     | adi     |  |  |  |  |  |  |  |

TAB. 1.1 – Simulations du MRCC en fonction du pilote et du domaine.

Kalnay *et al.*, 1996). Toutes les réanalyses utilisées sont disponibles publiquement sur une grille globale régulière de  $2.5 \times 2.5$  degrés de latitude-longitude.

Le petit domaine (QC) est centré sur le Québec ( $112 \times 88$  points de grille) avec une résolution horizontale de 45 km (vrai à 60°N) du 1er janvier 1957 au 31 décembre 2002. Le grand domaine (AMNO) couvre l'Amérique du Nord ( $201 \times 193$ points de grille) avec une résolution horizontale de 45 km (vrai à 60°N) du 1er janvier 1958 au 31 décembre 2000.

La plupart des sorties du MRCC sont obtenues en démarrant la simulation au 01/01/1958. Les années 1958 à 1960 sont considérées comme une période "de chauffe" du modèle et sont donc par la suite exclues des analyses. Pour une configuration donnée du MRCC, une simulation "jumelle" est obtenue en démarrant la simulation un mois plus tôt, soit au 01/12/1957, puis en excluant des analyses toute la période antérieure au 01/01/1961. Des simulations jumelles diffèrent donc uniquement par le mois de démarrage de la simulation et leur comparaison permet ainsi d'évaluer la variabilité interne du modèle.

Pour toutes les simulations du tableau 1.1, un pilotage spectral a été appliqué aux vents de grande échelle (Riette et Caya, 2002) à l'intérieur du domaine régional, afin de maintenir la circulation à grande échelle du MRCC près de celle du pilote.

Notons que les séries observées ne sont pas toujours complètes<sup>1</sup> avec un nombre d'observations variant de 17 à 39 années. Toutes les analyses qui seront présentées dans ce rapport porteront sur la plus longue série continue observée et les séries simulées associées.

La section 2 est consacrée à l'étude des ruptures et la section 3 à celle des tendances. Les principales conclusions et perspectives sont présentées à la section 4.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Le détail des années manquantes est donné à l'annexe A. Toutes les séries par bassin sont présentées à l'annexe B.

## 2 Étude des ruptures

Cette section est consacrée à l'étude des ruptures éventuelles dans les séries observées et simulées associées à chacun des 21 bassins versants. Pour évaluer l'hypothèse nulle d'absence de rupture, nous avons utilisé plusieurs approches<sup>2</sup>.

- La procédure proposée par Kehagias et Fortin (2006) repose sur des chaînes de Markov cachées<sup>3</sup>. Cette procédure permet d'identifier des ruptures (changements d'état) mais ce n'est pas un test statistique au sens où aucun seuil n'est associé à ces changements<sup>4</sup>.
- Le test de Pettitt (1979) est un test non paramétrique permettant de détecter une rupture en moyenne dans une série.
- Le test proposé par Lombard (1987) est également non paramétrique et permet de détecter une rupture en moyenne ou en variance. Le calcul du seuil pour ce test n'étant pas aisé, l'auteur a obtenu des valeurs approximatives à partir de la loi limite de sa statistique (voir annexe C) pour plusieurs seuils nominaux. Nous avons utilisé les seuils  $\alpha = 5\%$  et 10%.

Notons que la procédure de Kehagias et Fortin (2006) permet de détecter plusieurs ruptures, ce qui n'est pas le cas des tests de Pettitt (1979) et de Lombard (1987). Par ailleurs, le test de Pettitt (1979) identifie le cas échéant une seule année de rupture tandis que celui de Lombard (1987) détecte un intervalle durant lequel la rupture s'est produite.

D'autres procédures existent dans la littérature pour tester la présence d'une rupture dans une série chronologique et en particulier des approches bayésiennes (voir Perreault *et al.*, 2000b,c), mais ces approches sont plus lourdes à mettre en oeuvre que les tests de Pettitt (1979) et de Lombard (1987) que nous avons utilisés.

Les tableaux 2.1 à 2.4 présentent les résultats obtenus par la procédure de Kehagias et Fortin (2006), notée KF, le test de Pettitt (1979) et les tests de Lombard (1987) pour les ruptures en moyenne et en variance, notés respectivement  $L(\bar{x})$  et  $L(s^2)$ . Notons que la présence de rupture(s) significative(s) au seuil de 5% [resp., 10%] est indiquée en jaune [resp., en bleu]. Dans la suite, nous dirons qu'une rupture est significative en moyenne lorsqu'au moins un des deux tests (Pettitt et Lombard avec  $L(\bar{x})$ ) est significatif<sup>5</sup>.

Pour les observations (tableau 2.1), les bassins BAL, MOI, NAT et dans une moindre mesure ROM exhibent une rupture significative en moyenne au début

 $<sup>^2 \</sup>mathrm{Quelques}$  détails sur ces approches sont présentés à l'annexe C.

 $<sup>^3{\</sup>rm G\acute{e}n\acute{e}ralement}$  désignées par l'acronyme anglais HMM pour Hidden Markov Model

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Nous avons utilisé la fonction shiftlevEM programmée en Matlab par les auteurs.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Ces deux tests ne conduisent pas toujours à la même conclusion. Cela est peut-être dû à l'approximation utilisée pour le calcul du seuil dans le cas du test de Lombard (1987); voir annexe C.

des années 1980. On note également une rupture en variance à la même période pour BAL, MOI et NAT. Pour le bassin STM, cette rupture en variance entre 1966 et 1967 est difficilement explicable dans la mesure où les observations sont manquantes avant 1966 (voir le tableau A.1 de l'annexe A et la figure B.20 de l'annexe B).

Des travaux sont en cours pour évaluer les performances des tests proposés par Lombard (1987); voir Champagne *et al.* (2009). L'approximation pour le seuil ainsi que la robustesse de ces tests seront étudiés dans le cadre de ces travaux. Notons cependant que, lorsque plusieurs procédures détectent une rupture en moyenne, alors elles la détectent pour la même année, sauf peut-être pour les observations du bassin *BAL*.

Les ruptures identifiées dans les séries observées pour les bassins BAL, MOI, NAT et ROM le sont également pour certaines simulations. Pour les bassins MOI, NAT et ROM, tous situés sur la Côte-Nord, les ruptures sont généralement identifiées pour les simulations sur le domaine QC (tableau 2.3 et partie droite du tableau 2.4) mais pas nécessairement sur le domaine AMNO (tableau 2.2 et partie gauche du tableau 2.4).

Pour certains bassins pour lesquels il n'y a pas de rupture dans les observations, certaines simulations en exhibent malgré tout, à savoir la simulation acw pour *CHU* (tableau 2.2) et la simulation adi pour *BOM* et *MAN* (partie droite du tableau 2.4). Notons que ces trois bassins se situent dans la même région que les bassins *MOI*, *NAT* et *ROM*.

Notons finalement que la rupture identifiée pour les observations du bassin *BAL* n'est reproduite par aucune simulation, ce qui n'est pas véritablement surprenant, notamment pour les simulations sur le domaine AMNO : si nous examinons les séries (figure B.2 de l'annexe B), nous constatons en effet que toutes les simulations sur AMNO sous-estiment l'écoulement observé jusqu'au début des années 1980.

|         | KF     | Pe | ettitt | $L(\bar{x})$ | $L(s^2)$ |
|---------|--------|----|--------|--------------|----------|
|         | an(s)  | an | seuil  | an(s)        | an(s)    |
| ARN     | 68, 78 | 78 | 0.876  | -            | -        |
| BAL     | 84     | 81 | 0.030  | 80-81        | 80-81    |
| BEL     | 79     | 69 | 0.830  | -            | -        |
| BOM     | 75, 83 | 83 | 0.124  | _            | -        |
| CAN     | 84     | 84 | 0.160  | _            | 78-88    |
| CHU     | 64, 84 | 84 | 0.193  | -            | -        |
| FEU     | 76     | 74 | 0.213  | 75-76        | 75-76    |
| GEO     | 84     | 76 | 0.532  | -            | -        |
| GRB     | -      | 63 | 1.000  | -            | -        |
| LGR     | 63, 83 | 87 | 0.205  | -            | -        |
| MAN     | 75, 83 | 83 | 0.116  | -            | -        |
| MEL     | 73     | 73 | 0.122  | -            | -        |
| MOI     | 83     | 83 | 0.000  | 82-83        | 82-83    |
| NAT     | 83     | 83 | 0.003  | 82-83        | 82-83    |
| PYR     | 88     | 88 | 0.261  | 87-88        | 83-84    |
| RDO     | 85     | 84 | 0.574  | -            | 73-74    |
| ROM     | 84     | 84 | 0.039  | -            | -        |
| RUP     | -      | 80 | 0.495  | -            | -        |
| SAG     | -      | 91 | 0.461  | -            | -        |
| STM     | 76     | 76 | 0.418  | -            | 66-67    |
| $W\!AS$ | -      | 80 | 1.000  | -            | -        |

TAB. 2.1 – Études des ruptures pour les observations.

TAB. 2.2 – Étude des ruptures pour les simulations acw et acx (ERA40, AMNO, jumelles).

|     | $L(s^2)$     | an(s)                  | ı     | I     | I     | I     | I      | I      | I     | I              | I      | I      | I      | I     | I     | I          |       | I     | I      | I     | I     | I     | I     |
|-----|--------------|------------------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|----------------|--------|--------|--------|-------|-------|------------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
|     | $L(\bar{x})$ | an(s)                  | ı     | I     | I     | I     | I      | I      | I     | I              | I      | I      | I      | I     | I     | I          | I     | I     | I      | I     | I     | I     | I     |
| асх | titt         | seuil                  | 0.502 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.606  | 0.124  | 0.962 | 0.578          | 0.606  | 0.688  | 1.000  | 0.462 | 0.243 | 0.104      | 0.449 | 0.384 | 0.217  | 0.852 | 1.000 | 1.000 | 0.660 |
|     | Pet          | an                     | 26    | 1985  | 86    | 79    | 64     | 84     | 76    | 83             | 1966   | 63     | 79     | 68    | 84    | 83         | 1995  | 89    | 83     | 63    | 1985  | 89    | 86    |
|     | KF           | an(s)                  | I     | I     | I     | I     | 63, 84 | 76, 83 | I     | I              | 63, 95 | 63, 84 | I      | I     | 84    | 75, 83, 95 | 84    | I     | 84, 95 | I     | I     | I     | I     |
|     | $L(s^2)$     | an(s)                  | 1     | I     | I     | I     | I      | 82-83  | I     | I              | I      | I      | 78-79  | 79-80 | 82-83 | ı          | I     | I     | I      | I     | I     | I     | I     |
|     | $L(\bar{x})$ | $\operatorname{an}(s)$ | I     | I     | I     | I     | I      | 82-83  | ı     | I              | I      | I      | I      | I     | 82-83 | ı          | I     | I     | I      | I     | I     | I     | I     |
| acw | titt         | seuil                  | 0.919 | 0.845 | 1.000 | 0.660 | 0.181  | 0.003  | 0.713 | <del>, _</del> | 0.418  | 0.776  | 0.181  | 0.462 | 0.027 | 0.222      | 0.527 | 1.000 | 0.378  | 0.886 | 0.964 | 1.000 | 1.000 |
|     | Pet          | an                     | 27    | 1985  | 89    | 79    | 83     | 83     | 1972  | 1981           | 1971   | 63     | 83     | 68    | 83    | 83         | 84    | 74    | 83     | 63    | 89    | 89    | 89    |
|     | KF           | an(s)                  | I     | I     | I     | I     | 63, 83 | 83     | 76    | 75, 85         | 77, 84 | 63, 83 | 63, 83 | I     | 83    | 83, 95     | 84    | I     | 84, 91 | I     | I     | I     | I     |
|     |              |                        | ARN   | BAL   | BEL   | BOM   | CAN    | CHU    | FEU   | GEO            | GRB    | LGR    | MAN    | MEL   | IOM   | NAT        | PYR   | RDO   | ROM    | RUP   | SAG   | STM   | WAS   |

| 、 |     | $L(s^2)$     | an(s) | ı     | I     | I     | I      | ı     | I      | I     | I      | I     | I     | 82-83 | ı     | 82-84 | ı      | ı     | I      | I          | I     | I     | I     | I     |
|---|-----|--------------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|------------|-------|-------|-------|-------|
| 5 |     | $L(\bar{x})$ | an(s) | 1     | I     | I     | I      | I     | I      | I     | I      | I     | I     | I     | I     | 83-84 | I      | I     | I      | I          | I     | I     | I     | I     |
|   | acz | titt         | seuil | 0.502 | 0.226 | 1.000 | 0.231  | 0.323 | 0.193  | 0.962 | 0.246  | 0.964 | 0.660 | 0.124 | 1.000 | 0.005 | 0.077  | 0.527 | 1.000  | 0.088      | 0.661 | 0.806 | 0.900 | 1.000 |
| , |     | Pet          | an    | 76    | 84    | 69    | 86     | 83    | 83     | 78    | 76     | 63    | 63    | 83    | 1971  | 84    | 84     | 88    | 78     | 84         | 63    | 86    | 80    | 94    |
| , |     | KF           | an(s) | I     | 84    | I     | 63, 86 | 83    | 63, 83 | 78    | 76, 83 | I     | I     | 83    | I     | 83    | 84, 96 | 84    | 78, 86 | 76, 84, 96 | I     | I     | I     | I     |
|   |     | $L(s^2)$     | an(s) | 1     | I     | I     | I      | I     | I      | I     | I      | I     | I     | I     | I     | 82-84 | ı      | I     | I      | I          | I     | I     | I     | I     |
|   |     | $L(\bar{x})$ | an(s) | I     | I     | I     | I      | I     | I      | I     | I      | I     | I     | I     | I     | 82-84 | ı      | I     | I      | I          | I     | I     | I     | I     |
|   | acy | titt         | seuil | 0.249 | 0.211 | 1.000 | 0.244  | 0.340 | 0.231  | 0.502 | 0.246  | 0.964 | 0.660 | 0.193 | 0.947 | 0.005 | 0.056  | 0.708 | 1.000  | 0.094      | 0.661 | 0.837 | 1.000 | 0.901 |
| - |     | Pet          | an    | 76    | 84    | 69    | 86     | 83    | 83     | 78    | 76     | 63    | 63    | 83    | 1970  | 84    | 84     | 84    | 78     | 84         | 63    | 86    | 80    | 86    |
|   |     | KF           | an(s) | 1     | 84    | I     | 63, 83 | 83    | 63, 83 | 78    | 76, 83 | I     | I     | 83    | I     | 83    | 84, 86 | 84    | I      | 76, 84, 96 | I     | I     | I     | I     |
|   |     |              |       | ARN   | BAL   | BEL   | BOM    | CAN   | CHU    | FEU   | GEO    | GRB   | LGR   | MAN   | MEL   | IOM   | NAT    | PYR   | RDO    | ROM        | RUP   | SAG   | STM   | WAS   |

TAB. 2.3 – Étude des ruptures pour les simulations acy et acz (ERA40, QC, jumelles).

TAB. 2.4 – Étude des ruptures pour les simulations ade et adi (NCEP, AMNO et QC).

|     | $L(s^2)$     | an(s) | I      | 67-68 | ı     | 82-83 | ı     | I          | I      | I     | I     | I     | 82-83 | ı     | 82-83 | 83-84  | ı      | I     | 83-84  | ı     | I     | I     | I     |
|-----|--------------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
|     | $L(\bar{x})$ | an(s) | 1      | I     | I     | 82-83 | ı     | I          | I      | I     | I     | I     | 82-83 | ı     | 82-83 | 83-84  | ı      | I     | 83-84  | ı     | I     | I     | I     |
| adi | titt         | seuil | 0.752  | 0.292 | 0.525 | 0.028 | 0.323 | 0.141      | 0.360  | 0.406 | 1.000 | 0.837 | 0.017 | 0.765 | 0.019 | 0.001  | 1.000  | 1.000 | 0.004  | 0.886 | 0.606 | 1.000 | 1.000 |
|     | Pet          | an    | 73     | 88    | 69    | 83    | 83    | 83         | 73     | 1975  | 63    | 63    | 83    | 74    | 83    | 84     | 88     | 78    | 84     | 63    | 79    | 86    | 69    |
|     | KF           | an(s) | 68, 73 | 88    | I     | 83    | 83    | 83         | 73     | I     | I     | I     | 83    | 74    | 83    | 76, 84 | I      | I     | 75, 84 | I     | I     | I     | I     |
|     | $L(s^2)$     | an(s) | 1      | I     | I     | I     | I     | I          | I      | I     | I     | I     | I     | I     | I     | I      | I      | I     | I      | I     | I     | I     | I     |
|     | $L(\bar{x})$ | an(s) | I      | I     | I     | I     | I     | I          | I      | I     | I     | I     | I     | I     | I     | 82-83  | ı      | I     | I      | 62-63 | I     | I     | I     |
| ade | titt         | seuil | 0.213  | 0.320 | 1.000 | 0.997 | 0.378 | 0.418      | 0.386  | 0.732 | 0.555 | 0.660 | 0.531 | 0.765 | 0.339 | 0.037  | 0.527  | 1.000 | 0.057  | 0.380 | 0.660 | 0.749 | 1.000 |
|     | Pet          | an    | 68     | 89    | 86    | 74    | 65    | 74         | 68     | 84    | 77    | 63    | 74    | 64    | 83    | 83     | 89     | 1991  | 83     | 82    | 06    | 86    | 94    |
|     | KF           | an(s) | 68, 73 | I     | I     | I     | I     | 74, 84, 95 | 68, 78 | 84    | 63    | 63    | I     | I     | 83    | 83     | 84, 89 | I     | 68, 83 | 06    | I     | I     | I     |
|     |              |       | ARN    | BAL   | BEL   | BOM   | CAN   | CHU        | FEU    | GEO   | GRB   | LGR   | MAN   | MEL   | IOM   | NAT    | PYR    | RDO   | ROM    | RUP   | SAG   | STM   | WAS   |

## 3 Étude des tendances

Pour tester l'hypothèse nulle d'absence de tendance, nous avons utilisé deux approches<sup>6</sup>.

- L'ajustement d'un modèle de régression linéaire entre les écoulements annuels (variable expliquée) et le temps (variable explicative) nous permet d'effectuer un test de significativité de la pente qui correspond ainsi à un test de tendance (linéaire). Ce test est paramétrique puisqu'il suppose les hypothèses habituelles d'un modèle de régression, et en particulier la normalité.
- Le test de Mann-Kendall, proposé par Mann (1945) et Kendall (1975), est non paramétrique et permet *a priori* de détecter des tendances non nécessairement linéaires.

Le tableau 3.1 présente le seuil de ces tests pour les séries observées et simulées. Nous avons identifié en jaune [resp., en bleu] les cas où l'hypothèse nulle d'absence de tendance est rejetée au seuil nominal  $\alpha = 5\%$  [resp., 10%]. Nous dirons qu'une tendance est significative lorsque les deux tests implantés conduisent à cette conclusion.

Pour les observations, les bassins BAL, MOI et NAT présentent une tendance significative au seuil  $\alpha = 5\%$ . Pour les simulations, nous noterons que le bassin MOIressort clairement pour les trois simulations sur le domaine QC. Pour les autres bassins, les constats sont moins généraux. En particulier, pour les deux bassins avec un tendance significative dans les observations, nous remarquons que le bassin BALne présente aucune tendance signification dans les simulations, tandis que le bassin NAT en exhibe une seulement pour la simulation adi.

Le cas du bassin RUP et de la simulation **ade** n'est pas troublant outre mesure car la tendance n'est pas significative à 5% pour les deux tests. En revanche, le résultat obtenu pour le bassin CHU et la simulation **acw** est plus difficile à expliquer, notamment lorsque nous examinons la série en question (figure B.6, annexe B). Nous rappellerons que, dans la section 2, nous avons également remarqué une rupture significative pour cette série entre 1982 et 1983 pour tous les tests (tableau 2.2) mais pour aucune autre série associée à ce bassin.

 $<sup>^6\</sup>mathrm{Quelques}$  détails sur ces approches sont présentés à l'annexe D.

|     | ЧЪ  | ·      | MK    | 0.67 | 0.12 | 0.70 | 0.08 | 0.19 | 0.35 | 0.23 | 0.39 | 0.96 | 0.75 | 0.02 | 0.94 | 0.07 | 0.05 | 0.48 | 0.97 | 0.18 | 0.65 | 0.26 | 0.83 | 0.53 |
|-----|-----|--------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|     | NCI | ad     | pente | 0.59 | 0.10 | 0.84 | 0.14 | 0.22 | 0.17 | 0.21 | 0.45 | 0.77 | 0.76 | 0.04 | 0.61 | 0.04 | 0.02 | 0.30 | 0.83 | 0.13 | 0.98 | 0.40 | 0.72 | 0.31 |
| 50  |     | N      | MK    | 0.58 | 0.18 | 0.74 | 0.31 | 0.35 | 0.55 | 0.46 | 0.39 | 0.66 | 0.94 | 0.15 | 0.62 | 0.05 | 0.24 | 0.20 | 1.00 | 0.53 | 0.87 | 0.66 | 0.77 | 0.69 |
| ő   | A40 | ac     | pente | 0.47 | 0.15 | 0.98 | 0.37 | 0.36 | 0.37 | 0.23 | 0.49 | 0.78 | 0.83 | 0.14 | 0.81 | 0.03 | 0.21 | 0.17 | 0.81 | 0.39 | 0.52 | 0.94 | 0.79 | 0.66 |
|     | ER/ | V      | MK    | 0.46 | 0.17 | 0.72 | 0.36 | 0.41 | 0.61 | 0.32 | 0.39 | 0.63 | 0.98 | 0.24 | 0.73 | 0.04 | 0.22 | 0.27 | 0.92 | 0.56 | 0.84 | 0.66 | 0.98 | 0.51 |
|     |     | aci    | pente | 0.39 | 0.12 | 0.97 | 0.39 | 0.41 | 0.38 | 0.19 | 0.53 | 0.67 | 0.81 | 0.19 | 0.73 | 0.04 | 0.16 | 0.16 | 0.75 | 0.37 | 0.51 | 0.95 | 0.86 | 0.58 |
|     | Ω   | 0      | MK    | 0.92 | 0.11 | 0.93 | 0.50 | 0.11 | 0.36 | 0.97 | 0.69 | 0.15 | 0.24 | 0.41 | 0.44 | 0.32 | 0.13 | 0.54 | 0.89 | 0.35 | 0.08 | 0.35 | 0.51 | 0.83 |
|     | NCE | ade    | pente | 0.86 | 0.12 | 0.69 | 0.63 | 0.13 | 0.23 | 0.95 | 0.74 | 0.09 | 0.13 | 0.40 | 0.29 | 0.12 | 0.05 | 0.59 | 0.78 | 0.17 | 0.04 | 0.46 | 0.36 | 0.96 |
| NO  |     | x      | MK    | 0.32 | 0.95 | 0.61 | 1.00 | 0.89 | 0.92 | 0.67 | 0.89 | 1.00 | 0.56 | 0.89 | 0.29 | 0.22 | 0.24 | 0.09 | 0.61 | 0.43 | 0.74 | 0.87 | 0.54 | 0.32 |
| AMI | A40 | ac     | pente | 0.45 | 0.77 | 0.66 | 0.90 | 0.96 | 0.78 | 0.66 | 0.76 | 0.89 | 0.80 | 0.79 | 0.19 | 0.50 | 0.42 | 0.21 | 0.90 | 0.56 | 1.00 | 0.68 | 0.37 | 0.25 |
|     | ER/ | М      | MK    | 0.42 | 0.54 | 0.86 | 0.75 | 0.25 | 0.05 | 0.54 | 0.50 | 0.44 | 0.50 | 0.22 | 0.12 | 0.11 | 0.43 | 0.27 | 0.97 | 0.83 | 0.99 | 0.68 | 0.83 | 0.99 |
|     |     | ac     | pente | 0.58 | 0.41 | 0.94 | 0.63 | 0.37 | 0.05 | 0.26 | 0.72 | 0.44 | 0.95 | 0.19 | 0.16 | 0.19 | 0.29 | 0.19 | 0.82 | 0.68 | 0.92 | 0.76 | 0.77 | 0.97 |
|     |     | N<br>N | MK    | 0.65 | 0.01 | 0.32 | 0.60 | 0.29 | 0.67 | 0.10 | 0.79 | 0.95 | 0.20 | 0.30 | 0.09 | 0.00 | 0.01 | 0.14 | 0.19 | 0.24 | 0.32 | 0.17 | 0.12 | 0.91 |
|     |     | obŝ    | pente | 0.79 | 0.01 | 0.36 | 0.54 | 0.11 | 0.51 | 0.08 | 0.82 | 0.60 | 0.24 | 0.32 | 0.14 | 0.00 | 0.01 | 0.10 | 0.15 | 0.12 | 0.73 | 0.17 | 0.07 | 0.82 |
|     |     |        |       | ARN  | BAL  | BEL  | BOM  | CAN  | CHU  | FEU  | GEO  | GRB  | LGR  | MAN  | MEL  | IOM  | NAT  | PYR  | RDO  | ROM  | RUP  | SAG  | STM  | WAS  |

TAB. 3.1 -Seuils des tests de tendance.

Rapport de recherche No R1069

 $\bigcirc INRS\text{-}ETE,\ 2009$ 

Le cas du bassin CHU et de la simulation **acw** illustre un élément important : les ruptures abruptes et les tendances linéaires sont fortement liées. La figure 3.1 reprend l'illustration présentée à la figure 1.2 (partie (a)) de la section 1 pour illustrer une rupture en moyenne. Nous avons ajouté la tendance linéaire; le seuil associé au test de nullité de la pente est égal à 0.027. L'examen de la figure permet cependant de penser que c'est la rupture qui induit une tendance significative<sup>7</sup>.



FIG. 3.1 – Série artificielle présentant une rupture en moyenne induisant une tendance linéaire

Un autre élément à considérer concerne les auto-corrélations. Nous savons que plusieurs tests, et notamment celui de Mann-Kendall, sont moins puissants si la série présente une corrélation sérielle<sup>8</sup>. À titre d'illustration, la figure 3.2 montre les auto-corrélations empiriques pour la simulation acw du bassin *CHU*; nous constatons que l'auto-corrélation d'ordre un est sans conteste significative sans qu'une origine physique ait pu être identifiée<sup>9</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Rappelons en outre qu'il s'agit d'une série artificielle dans laquelle nous avons simulé une rupture en moyenne et non une tendance.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>L'influence d'une corrélation sérielle sur les performances du test de Lombard (1987) est actuellement à l'étude (Champagne *et al.*, 2009). Les premiers résultats indiquent que le test de Lombard (1987) est très sensible à la présence de corrélation sérielle et a des problème à conserver le seuil, même pour une corrélation faible.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Il peut arriver que de telles auto-corrélations apparaissent dans des séries d'écoulements annuels observés lorsque certaines observations ont été reconstituées, en particulier



FIG. 3.2 – Auto-corrélations pour la simulation acw, bassin CHU

À l'examen de la figure 3.2, nous pourrions envisager d'utiliser des tests tenant compte de la corrélation sérielle. Cependant une autre question se pose, qui se réduit à l'éternel problème de la poule et de l'œuf, à savoir qui vient en premier ? Une étude théorique est en cours pour évaluer l'influence d'une rupture (en moyenne, en variance ou en tendance) sur certains tests d'auto-corrélation<sup>10</sup>. Les premiers résultats montrent que la présence d'une rupture abrupte en moyenne conduit le test basé sur l'auto-corrélation empirique d'ordre un à rejeter trop souvent l'absence de corrélation. Autrement dit, c'est la rupture qui induit une corrélation fictive, et il n'est alors pas certain qu'une correction pour la corrélation dans les tests de rupture ou de tendance soit la meilleure des solutions.

lorsque la reconstitution utilise un processus auto-régressif. Cette explication ne peut cependant être invoquée ici puisque la série présentée à la figure 3.2 concerne une simulation du MRCC et non une série d'observations.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Pour le lien entre rupture en moyenne et auto-corrélations, voir Saïd *et al.* (2009).

## 4 Conclusions

Les différentes analyses ont montré que certaines séries présentent une rupture ou une tendance significative, et souvent les deux, en particulier dans la région de la Côte-Nord et peut-être de façon plus générale dans le Nord-Est de la péninsule Québec/Labrador. Les ruptures observées sont en outre remarquablement bien reproduites par le MRCC sur le domaine QC. La question de l'origine de ces ruptures a déjà été soulevée dans la littérature; voir par exemple Jandhyala *et al.* (2009). La reproduction de tels phénomènes par le MRCC tendrait à prouver leurs origines climatiques.

Une question naturelle qui se pose alors est celle de la cohérence régionale des différents tests (rupture/tendance). Pour le test de tendance de Mann-Kendall, il existe une statistique régionale qui repose sur une combinaison linéaire des statistiques pour chaque bassin<sup>11</sup>.

Cependant, comme nous l'avons illustré à la fin de la section précédente (figure 3.1), il est possible que les tendances jugées significatives par certains tests soient en fait induites par des ruptures. Si nous en revenons aux séries elles-mêmes (annexe B), il semble que ce soit le cas.

Dans les travaux à venir, nous considérerons donc la capacité du MRCC à reproduire une rupture observée par une approche multivariée permettant de tenir compte de la dépendance spatiale entre les bassins. La procédure proposée récemment par Jandhyala *et al.* (2009) devrait être implantée rapidement. L'approche bayésienne de Perreault *et al.* (2000a) sera également étudiée. La possibilité d'étendre l'approche de Yue et Wang (2002) pour la détection de tendances régionales à celle de ruptures régionales par une approche non paramétrique (Pettitt, 1979; Lombard, 1987) est également à l'étude.

Notons finalement que les schémas de rupture que nous avons analysés<sup>12</sup> ne tiennent pas compte de ruptures progressives; la figure 4.1 illustre ce type de rupture. Lombard (1987) propose également un test non paramétrique pour une rupture progressive. Les performances de ce test sont actuellement en cours d'étude (voir Champagne *et al.*, 2009) et il pourra éventuellement être appliqué à nos séries.

 $<sup>^{11}</sup>$ Cette statistique a été proposée par Yue et Wang (2002) et étudiée en détail par Renard (2006), notamment pour l'estimation de sa variance.

 $<sup>^{12}</sup>$ Voir la figure 1.2 de la section 1.



FIG. 4.1 – Série artificielle présentant une rupture progressive

## Remerciements

Ce rapport de recherche concerne le projet RDCPJ 363679-07 intitulé "Évaluation et prise en compte des incertitudes pour les précipitations et les écoulements simulés par le Modèle Régional Canadien du Climat (MRCC)". Ce projet est financé conjointement par le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG), par Ouranos, consortium sur la climatologie régionale et l'adaptation aux changements climatiques et par Hydro-Québec.

Les données du MRCC ont été générées et fournies par Ouranos.

# Annexes

# A Séries observées et données manquantes

Le tableau A.1 présente le détail des années manquantes dans les séries observées des 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador ainsi que la plus longue série continue.

TAB. A.1 – Années manquantes dans les séries observées des 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador .

|        | Nombre         | Années                             | Série continue |
|--------|----------------|------------------------------------|----------------|
| Bassin | d'observations | manquantes                         | la plus longue |
| ARN    | 20             | 61, 62, 83–99                      | 63-82          |
| BAL    | 36             | 61, 62, 99                         | 63–98          |
| BEL    | 36             | 61, 62, 97                         | 63–96          |
| BOM    | 39             |                                    | 61–99          |
| CAN    | 39             |                                    | 61–99          |
| CHU    | 39             |                                    | 61–99          |
| FEU    | 23             | 61,  62,  83,  87 - 99             | 63-82          |
| GEO    | 30             | 61, 62, 70, 71, 88, 90, 95, 98, 99 | 72–87          |
| GRB    | 39             |                                    | 61–99          |
| LGR    | 39             |                                    | 61–99          |
| MAN    | 39             |                                    | 61–99          |
| MEL    | 29             | 61, 62, 82, 83, 91, 92, 96–99      | 63-81          |
| MOI    | 33             | 61-65, 67                          | 68–99          |
| NAT    | 37             | 61, 62                             | 63–99          |
| PYR    | 17             | 61-81, 99                          | 82–98          |
| RDO    | 31             | 61–68                              | 69–99          |
| ROM    | 39             |                                    | 61-99          |
| RUP    | 38             | 98                                 | 61–97          |
| SAG    | 39             |                                    | 61–99          |
| STM    | 28             | 61-65, 94-99                       | 66–93          |
| WAS    | 32             | 61–67                              | 68–99          |

## B Séries observées et simulées

Les figures B.1 à B.21 présentent les séries observées et simulées (AMNO à gauche, QC à droite) pour les 21 bassins versants de la péninsule Québec/Labrador. La courbe en noir représente les observations tandis que les courbes en rouge, en magenta et en bleu indiquent les simulations issues du pilote ERA pour les deux premières et du pilote NCEP pour la dernière. Pour chaque bassin, la même échelle est utilisée pour les domaines AMNO (à gauche) et QC (à droite).



Rapport de recherche No R1069



FIG. B.2 – Séries observée et simulées pour le bassin BAL



Rapport de recherche No R1069

 $\bigodot INRS-ETE,\,2009$ 



Rapport de recherche No R1069

 $\bigodot INRS-ETE,\,2009$ 







Rapport de recherche No R1069

©INRS-ETE, 2009



©INRS-ETE, 2009



 $\bigodot INRS-ETE,\,2009$ 







Rapport de recherche No R1069



Rapport de recherche No R1069



FIG. B.13 – Séries observée et simulées pour le bassin MOI

Rapport de recherche No R1069



FIG. B.14 – Séries observée et simulées pour le bassin NAT

Rapport de recherche No R1069



FIG. B.15 – Séries observée et simulées pour le bassin PYR

Rapport de recherche No R1069



Rapport de recherche No R1069

 $\bigodot INRS-ETE,\,2009$ 



 $\bigodot INRS-ETE,\,2009$ 



FIG. B.18 – Séries observée et simulées pour le bassin RUP

Rapport de recherche No R1069







## C Compléments théoriques sur l'étude des ruptures

Nous donnons ici quelques détails sur les approches utilisées pour identifier ou tester la présence de ruptures dans une série chronologique  $\{x_1, \ldots, x_N\}$ .

#### C.1 La procédure de Kehagias et Fortin (2006)

La procédure proposée par Kehagias et Fortin (2006) repose sur des chaînes de Markov cachées (*Hidden Markov Model*, HMM), disons  $s_1, s_2, \ldots$ , prenant des valeurs dans l'ensemble  $S = \{1, 2, ..., K\}$ . À chaque état est associé un paramètre  $\mu_k$  (k = 1, ..., K) avec pour fonction de densité

$$f_k(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\varepsilon}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_k}{\sigma_{\varepsilon}}\right)^2\right\},$$

de telle sorte que  $(s_t, x_t)$  est une HMM.

La procédure repose sur les probabilités de changement d'état définies par

$$P_{jk} = \begin{cases} (1-\eta) + \eta g_{jk} & \text{si } j = k, \\ \eta g_{jk} & \text{si } j \neq k, \end{cases}$$

où la quantité  $g_{jk}$  doit être estimée. Kehagias et Fortin (2006) proposent plusieurs algorithmes pour cette estimation; nous avons retenu le plus parcimonieux du point de vue du nombre de points de rupture identifiés.

#### C.2 Le test de Pettitt (1979)

Le test proposé par Pettitt (1979) est basé sur la statistique

$$\widehat{PE} = \max_{1 \le t < N} (|U_{t,N}|),$$

avec

$$U_{t,N} = \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=t+1}^{N} \operatorname{signe}(x_i - x_j)$$

 $\mathbf{et}$ 

$$signe(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{si } x = 0, \\ -1 & \text{si } x < 0. \end{cases}$$
(C.1)

La probabilité pour que cette statistique soit supérieure à une certaine valeur  $\boldsymbol{v}$  est approximativement donnée par

$$\mathbb{P}(PE > v) \approx 2 \exp\left\{-\frac{6v^2}{N^3 + N^2}\right\}.$$

On rejettera l'hypothèse nulle d'absence de rupture au seuil  $\alpha$  dès lors que

$$\mathbb{P}(PE > \widehat{PE}) < \alpha.$$

Dans ce cas, la rupture intervient au temps  $\tau$  définissant  $\widehat{PE}$ , *i.e.* 

$$\tau = \arg\max_{1 \le t \le N} (|U_{t,N}|).$$

#### C.3 Le test de Lombard (1987)

Les statistiques proposées par Lombard (1987) sont basées sur les rangs  $r_1, ..., r_N$  des observations  $x_1, ..., x_N$  et sur les scores associés

$$\phi\left(\frac{1}{N+1}\right),\ldots,\phi\left(\frac{N}{N+1}\right),$$

où  $\phi$  est une fonction score satisfaisant  $0 < \int_0^1 {\{\phi(u)\}}^2 du < \infty$ . Lombard (1987) suggère d'utiliser les fonctions suivantes selon le type de rupture que l'on cherche à détecter :

$$\phi(u) = \begin{cases} 2u - 1 & : \text{ rupture en moyenne,} \\ \log(1 - u) & : \text{ rupture en variance.} \end{cases}$$

Le score associé à l'observation  $x_i$  est défini par

$$S(x_i) = \frac{1}{\sigma_{\phi}} \left\{ \phi\left(\frac{r_i}{N+1}\right) - \bar{\phi} \right\},\,$$

où  $\bar{\phi}$  et  $\sigma_{\phi}^2$  désignent respectivement la moyenne et la variance échantillonnales de la série { $\phi(i/(N+1)), i = 1..., N$ }. Si une rupture est intervenue entre les temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$ , alors nous devrions observer une grande valeur pour

$$L(\tau_1, \tau_2) = \sum_{j=\tau_1+1}^{\tau_2} \sum_{k=1}^j S(x_k).$$

La statistique du test est définie par

$$T_N = \sum_{\tau_1=1}^{N-1} \sum_{\tau_2=\tau_1+1}^{N} L^2(\tau_1, \tau_2), \qquad (C.2)$$

Rapport de recherche No R1069

©INRS-ETE, 2009

et les points  $(\tau_1, \tau_2)$  entre les quels la rupture s'est produite sont déterminés de telle sorte que

$$\frac{|L(\tau_1,\tau_2)|}{\sigma(\tau_1/N,\tau_2/N)}$$

soit maximisée, où

$$\sigma^{2}(u,v) = \frac{(1-u)^{3}(1+3u)}{12} - \frac{(1-v)^{3}(1+3v)}{12} - \frac{(1-v)^{2}(v^{2}-u^{2})}{2}.$$

Le calcul du seuil associé à la statistique (C.2) n'est pas tout-à-fait trivial. Il est cependant possible de montrer que, lorsque  $T \to \infty$ , la distribution de  $N^{-5}T_N$  sous l'hypothèse d'absence de rupture converge vers celle de

$$T = \sum_{i=1}^{\infty} (\pi i)^{-4} Z_i^2, \tag{C.3}$$

où  $Z_1, Z_2, \ldots$  sont des variables aléatoires indépendantes de loi normale standard. Nous pouvons trouver dans Lombard (1987) quelques valeurs critiques obtenues à partir de la loi limite (C.3) pour les seuils  $\alpha = 0.1, 0.075, 0.05, 0.025$  et 0.01.

# D Compléments théoriques sur l'étude des tendances

#### D.1 Test sur la pente d'une régression linéaire

Pour une série  $\{y_1, \ldots, y_N\}$ , nous ajustons le modèle

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, \quad x_i = i, \quad i = 1, \dots, N,$$

où nous supposons que les erreurs  $\varepsilon_i$  sont indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi normale d'espérance nulle et de variance constante. L'hypothèse de pente nulle  $\mathcal{H}_0: \beta = 0$  sera rejetée au seuil  $\alpha$  dès lors que

$$\left|\hat{\beta}/se(\hat{\beta})\right| > t_{N-2,1-\alpha/2},$$

où  $t_{N-2,1-\alpha/2}$  est le quantile d'ordre  $(1-\alpha/2)$  d'une loi de Student à N-2 degrés de liberté et

$$\frac{\hat{\beta}}{se(\hat{\beta})} = \frac{\frac{S_{xy}}{S_{xx}}}{\frac{1}{S_{xx}} \left\{\frac{S_{yy}S_{xx} - S_{xy}^2}{T - 2}\right\}^{1/2}} = \frac{S_{xy}}{\left\{\frac{S_{yy}S_{xx} - S_{xy}^2}{T - 2}\right\}^{1/2}},$$

avec

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{N(N+1)(N-1)}{12},$$
  

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{y})^2,$$
  

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{N} i(y_i - \bar{y}).$$

#### D.2 Test de Mann-Kendall

Le test non paramétrique de Mann-Kendall<sup>13</sup> est basé sur la statistique

$$MK = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{j=k+1}^{N} \operatorname{signe}(y_j - y_k)$$

 $<sup>^{13}\</sup>mathrm{La}$  fonction <code>Matlab</code> que nous avons utilisée pour cette statistique est disponible sur demande.

où la fonction signe( $\cdot$ ) est définie par (C.1). En pratique nous utilisons la statistique normalisée

$$MK_{norm} = \begin{cases} (MK - 1)/\sigma_{MK} & \text{si } MK > 0, \\ 0 & \text{si } MK = 0, \\ (MK + 1)/\sigma_{MK} & \text{si } MK < 0, \end{cases}$$

où

$$\sigma_{MK} = \sqrt{\frac{N(N-1)(2N+5)}{18}}$$

Si la série a une tendance à croître [resp., décroître], la statistique devrait prendre des valeurs positives [resp., négatives]. Ce test permet de détecter des tendances non nécessairement linéaires. Pour une taille d'échantillon suffisamment grande (T > 10), la statistique  $MK_{norm}$  est approximativement distribuée suivant une loi normale standard, de sorte que l'on rejette l'hypothèse d'absence de tendance si

$$|MK_{norm}| > z_{1-\alpha/2},$$

où  $z_{1-\alpha/2}$  est le quantile d'ordre  $(1-\alpha/2)$  d'une loi normale standard.

## Références

- CHAMPAGNE, M., QUESSY, J.-F. et FAVRE, A.-C. (2009). Power and robustness of some break-point detection tests. En préparation.
- JANDHYALA, V. K., LIU, P. et FOTOPOULOS, S. B. (2009). River stream flows in the northern Québec Labrador region : A multivariate change point analysis via maximum likelihood. Water Resources Research, 45. W02408, doi:10.1029/2007WR006499.
- KALNAY, E., KANAMITSU, M., KISTLER, R., COLLINS, W., DEAVEN, D., GANDIN,
  L., IREDELL, M., SAHA, S., WHITE, G., WOOLLEN, J., ZHU, Y., LEETMAA, A.,
  REYNOLDS, R., CHELLIAH, M., EBISUZAKI, W., HIGGINS, W., JANOWIAK, J.,
  MO, K., ROPELEWSKI, C., WANG, J., JENNE, R. et JOSEPH, D. (1996). The
  NCEP/NCAR 40-year reanalysis project. Bulletin of the American Meteorological Society, 77(3):437–471.
- KEHAGIAS, A. et FORTIN, V. (2006). Time series segmentation with shifting means hidden markov models. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 13(3):339–352.
- KENDALL, M. (1975). Rank Correlation Methods. Charles Griffin, London, 4ème édition.
- LOMBARD, F. (1987). Rank tests for changepoint problems. *Biometrika*, 74(3):615–624.
- MANN, H. (1945). Nonparametric tests against trend. Econometrica, 13:245–259.
- PERREAULT, L., BERNIER, J., BOBÉE, B. et PARENT, r. (2000a). Bayesian changepoint analysis in hydrometeorological time series. Part 1. The normal model revisited. *Journal of Hydrology*, 235(3–4):221–241.
- PERREAULT, L., BERNIER, J., BOBÉE, B. et PARENT, r. (2000b). Bayesian changepoint analysis in hydrometeorological time series. Part 2. Comparison of changepoint models and forecasting. *Journal of Hydrology*, 235(3–4):242–263.
- PERREAULT, L., BERNIER, J., BOBÉE, B. et SLIVITZKY, M. (2000c). Retrospective multivariate Bayesian change-point analysis : A simultaneous single change in the mean of several hydrological sequences. *Stochastic Environ. Res. Risk Assess.*, 14(4–5):243–261.
- PETTITT, A. (1979). A non-parametric approach to the change point problem. Applied Statistics, 28(2):126–135.

- RENARD, B. (2006). Détection et prise en compte d'éventuels impacts du changement climatique sur les extrêmes hydrologiques en France. Thèse de doctorat, Unité de recherche Hydrologie-Hydraulique, Cemagref (Lyon), Grenoble.
- RIETTE, S. et CAYA, D. (2002). Sensitivity of short simulations to the various parameters in the new CRCM spectral nudging. *Research activities in Atmospheric* and Oceanic Modelling, 1105(32):7.39–7.40. Edited by H. Ritchie, WMO/TD.
- SAÏD, M., FAVRE, A.-C. et SLIVITZKY, M. (2009). Link between autocorrelation and change-point : the endless question of which came first the chicken or the egg. Soumis à la revue *Extremes*.
- UPPALA, S. M., KÅLLBERG, P. W., SIMMONS, A. J., ANDRAE, U., BECHTOLD, V. D. C., FIORINO, M., GIBSON, J. K., HASELER, J., HERNANDEZ, A., KELLY, G. A., LI, X., ONOGI, K., SAARINEN, S., SOKKA, N., ALLAN, R. P., ANDERSSON, E., ARPE, K., BALMASEDA, M. A., BELJAARS, A. C. M., BERG, L. V. D., BIDLOT, J., BORMANN, N., CAIRES, S., CHEVALLIER, F., DETHOF, A., DRAGOSAVAC, M., FISHER, M., FUENTES, M., HAGEMANN, S., HÓLM, E., HOSKINS, B. J., ISAKSEN, L., JANSSEN, P. A. E. M., JENNE, R., MCNALLY, A. P., MAHFOUF, J.-F., MORCRETTE, J.-J., RAYNER, N. A., SAUNDERS, R. W., SIMON, P., STERL, A., TRENBERTH, K. E., UNTCH, A., VASILJEVIC, D., VITERBO, P. et WOOLLEN, J. (2005). The ERA-40 re-analysis. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 131(612):2961–3012.
- YUE, S. et WANG, C. Y. (2002). Regional streamflow trend detection with consideration of both temporal and spatial correlation. *International Journal of Climatology*, 22(8):933–946.