UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE

présentée à

l'INSTITUT NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE (EAU)

comme exigence partielle du

doctorat ès Sciences (eau)

par

Claude Lelièvre

M.Sc. (Météorologie)

"MODÈLE DE CORRECTION DES EFFETS DE LA DISCRÉTISATION DES ÉPISODES SECS ET HUMIDES"

20 NOVEMBRE 1989

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de thèse M. Jean-Pierre Fortin pour avoir dirigé mes travaux. Le support du Ministère de l'Environnement du Québec a été vivement apprécié. Je suis en particulier reconnaissant pour les encouragements prodigués par le Directeur de la qualité de l'atmosphère, M. Gaston Paulin. Finalement je tiens à remercier mon épouse Danielle pour sa patience lors des années de rédaction de la thèse.

RÉSUMÉ

La détermination de la longueur moyenne des épisodes humides et secs est importante lors de plusieurs études ayant trait en particulier aux précipitations acides. Les données sur lesquelles les distributions des épisodes sont calculées proviennent de l'intégration des données sur un intervalle de temps variant entre une et vingt-quatre heures. De nombreuses formules mathématiques ont été proposées pour ajuster des distributions théoriques aux distributions observées. Cependant les effets causés par la discrétisation des données de base sont rarement examinés.

Dans cette thèse, on élabore un modèle général qui tient compte des principaux effets de la discrétisation de la précipitation. Les effets de la discrétisation dont ce modèle peut tenir compte sont associés à la position de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure, au seuil de détection de l'appareil, aux délais de détection du début et de la fin de l'épisode humide, à la présence d'épisodes non détectés et à la présence d'épisodes faussement détectés.

Une série de 11 modèles de complexité croissante est élaborée. Le modèle le plus simple accepte les données sans aucune correction, tandis que le modèle le plus complexe tient compte de l'ensemble des effets de la discrétisation lorsqu'il y a au maximum un seul épisode faussement détecté. Deux distributions théoriques sont examinées: la première consiste en une exponentielle décroissante et la seconde en une somme de deux exponentielles décroissantes.

Des données quotidiennes de précipitation aux stations de Paris (France), San Francisco (États-Unis) et de Moncton (Canada) ainsi que des données horaires de précipitation provenant de Québec ont servi à tester les différents Les modèles produisent généralement un ajustement beaucoup plus précis lorsqu'ils utilisent comme distribution théorique une somme de deux exponentielles plutôt qu'une simple exponentielle. Cependant il semble possible dans certains cas que le modèle le plus complexe puisse produire un excellent ajustement en utilisant une simple distribution exponentielle: il est possible que le surplus d'épisodes de courte durée qui est observé soit dû aux effets de la la présence d'une deuxième discrétisation et non à exponentielle dans la distribution théorique. Plusieurs paramètres des modèles complexes ne peuvent se déterminer à partir d'un ensemble limité de données et doivent être estimés à partir d'hypothèses supplémentaires.

TABLE DES MATIÈRES

																							Page
REMERCI	EMENTS		٠	•			*				*	٠	٠			*					*	٠	ii
RÉSUMÉ			•	•			•	*	•			*	٠	٠	٠	٠	٠			٠	ž		iii
TABLE D	ES MAT	ΊÈΙ	RES					*			٠	*	٠			٠	*	٠			٠	•	v
LISTE D	ES FIG	URI	ES	•			18	*	(* :			*	:. * :		*	•			•	*	*		xiv
LISTE D	ES TAB	LEA	XUA	i		•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	•	*							xxiv
LISTE D	ES ANN	EXI	ES	•		٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		xxix
TERMINO	LOGIE	•	•	•		•	•	•	•	•	٠	•		•	•	•	•	•	1.	•	•	٠	xxx
INTRODU	CTION	•	•	•		•	•	٠	•	•	٠	•	٠	•	•	•	٠	•	٠	•	•	•	1
1. RE	VUE DE	L	A L	IT	réf	TAS	URI	E	•	•	•	•	٠	•	•	•		٠	٠	•	•	•	4
1.	1 Dist	ril	out	io	n (du	no	omk	re) (d'e	ép:	is	ode	25	е	n	fo	onc	ti	or	1	
	de 1	euı	r d	ur	ée	•	•	٠	ě	٠	٠	٠	•	•	ě	•	٠	•	٠	٠	•	•	5
	1.1.1	Ét	cud	es	ne	: t	ena	ant	- r	oas	s c	on	pt	e	de		.a	re	ela	ti	or	1	
		<u>er</u>	ntr	<u>e</u>	12	1	du	ré	<u>e</u>	e	t_	_1	<u>'i</u>	nt	<u>en</u>	<u>si</u>	té		de		<u>1</u> a	<u>L</u>	
		<u>p1</u>	réc	<u>ip</u> :	ita	ti	<u>on</u>	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	5
8	1.1.2	<u>É</u> t	cud	es	te	ena	nt	C	omj	pto	<u>e</u>	de	_1	<u>a</u>	re	<u>la</u>	ti	on.	<u> </u>	nt	re	2	
		1	a	d	ur	ée		еt	-	1	ij	<u>i n</u>	te	n	s i	te	ś	đ	le		1 a	L	
		<u>p1</u>	réc	ip:	ita	ti	<u>on</u>	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	7
1.	2 Étud	es	su	r	le	no	omb	re	đ	'é	pi	so	de	s	en	f	or	ıct	ic	n	d€	<u> </u>	
	leur	ir	nte	ns	ité		•				*				*	*		٠	*		٠		8
1.	3 Comm	ent	ai	re	su	r	les	s é	étu	ıde	28	ar	ıté	ri	.eu	re	es	•	٠	٠	٠		10
2. DE	SCRIPT	10I	1 D	ES	EF	'FE	TS	DE	E I	A	DI	sc	RÉ	TI	SA	TI	(O)	ī	•	•	•	•	12
2.	1 Posi	tic	on	de	. 1	'é	pis	soc	le	h	um	id	е	pa	r	r	ap	po	rt	ā	u	Z	
	heur	es	de	me	esu	re		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	*	•	•	13
2	2 Saui	1 2	۵F	dáf.	-	+ i	on	a	s 7	l I a	nr	127	· a i	1									1 /

	Page
	2.3 Délais de détection du début et de la fin de
	l'épisode humide
	2.3.1 Cas où les augets sont initialement vides
	<u>et où S>>S</u> d
	2.3.2 Cas où les augets sont initialement vides
	<u>et où S≈S</u> d · · · · · · · · 22
	2.3.3 Cas où un des augets contient initialement
	de la précipitation et où $S \approx S_d$ 25
	2.4 Présence d'épisodes humides détectés d'intensité
	inférieure au seuil cherché 28
	2.5 Présence d'épisodes humides non détectés à
	l'intérieur d'un épisode mesuré sec 33
	2.6 Présence d'épisodes secs non détectés à
	l'intérieur d'un épisode mesuré humide 35
3.	MODÈLE GÉNÉRAL DES DISTRIBUTIONS DES ÉPISODES SECS
	ET HUMIDES
	3.1 Notation utilisée pour décrire la répartition
	des épisodes selon leurs distributions 39
	3.2 Méthodes de correction des divers effets de la
	discrétisation 41
	3.2.1 <u>Délais de détection du début et de la fin</u>
	<u>d'un épisode humide</u> 41
	3.2.2 <u>Position de l'épisode humide par rapport</u>
	aux heures de mesure 43

3.2.2.1 Cas où l'épisode humide est continu:	
aucun épisode sec non détecté	43
3.2.2.2 Cas où l'épisode humide contient des	
épisodes secs non détectés	50
3.2.3 <u>Position de l'épisode sec par rapport aux</u>	
heures de mesure	53
3.2.3.1 Cas où l'épisode sec est continu:	
aucun épisode humide non détecté	54
3.2.3.2 Cas où l'épisode sec contient des	
épisodes humides non détectés	59
3.2.4 <u>Présence d'épisodes humides non détectés</u> .	60
3.2.5 <u>Présence d'épisodes secs non détectés</u>	61
3.2.6 <u>Présence d'épisodes humides détectés alors</u>	
qu'ils sont sous le seuil choisi	62
3.2.6.1 Effet sur les épisodes humides	62
3.2.6.2 Effet sur les épisodes secs	67
3.3 Modèle global	70
4. MODÈLES SPÉCIFIQUES	75
4.1 Formules	76
4.1.1 Formule pour G(t _d)	76
4.1.2 Formules pour $P_S(y)$ et $P_h(x)$	77
4.1.2.1 Exponentielle décroissante	79
4.1.2.2 Somme de deux exponentielles	
décroissantes	80

Page

		Page
4.1.	2.3 Autres distributions	. 81
4.1.3	Formules pour $W_{sk}(y)$ et $W_{hr}(x)$. 81
4.1.	3.1 Valeur constante	. 82
4.1.	3.2 Valeur variable selon la durée	. 82
4.2 D	iscrétisation de la distribution théorique	ı
đ	es épisodes humides	. 83
4.2.1	Cas 1: distribution discrète sans	<u>.</u>
	correction	. 84
4.2.2	Cas 2: distribution discrète avec	<u>!</u>
	déphasage de 0,5 h	. 87
4.2.3	Cas 3: distribution discrète avec	
	déphasage variable	. 89
4.2.4	Cas 4: distribution continue sans	<u>-</u>
	correction	. 90
4.2.5	Cas 5: distribution continue avec	Ŀ
	redistribution sur les classes	_
	avoisinantes	. 92
4.2.6	Cas 6: distribution continue avec td nul	. 94
4.2.7	Cas 7: distribution continue avec td	
	constant et des épisodes humides non	Ĺ
	détectés	. 95
4.2.8	Cas 8: distribution continue avec td	_
	distribué selon G(t _d) avec k _X =1 sans	
	énisode faussement détecté	. 97

Page

6.	COMPARAISON DES RÉSULTATS PRODUITS PAR LES
	DIFFÉRENTS MODÈLES
	6.1 Méthodes statistiques 152
	6.1.1 <u>Régression non-linéaire</u> 152
	6.1.2 <u>Paramètres de comparaison entre les</u>
	<u>modèles</u>
	6.1.2.1 Somme des carrés des différences 154
	6.1.2.2 Somme du khi-carré 154
	6.1.2.3 Test de la probabilité de l'ajustement . 155
	6.1.2.4 Robustesse des paramètres de
	régression 155
	6.1.2.5 Durée moyenne d'un épisode humide 156
	6.2 Codification des modèles 156
	6.3 Comparaison des modèles pour les épisodes
	humides
	6.3.1 <u>Valeur des paramètres</u> 159
	6.3.1.1 Distribution A: exponentielle
	décroissante 174
	6.3.1.2 Distribution B: somme de deux
	distributions 177
	6.3.2 <u>Somme des carrés des différences</u> 178
	6.3.2.1 Distribution A: exponentielle
	décroissante

		P	age
6.3.2.2 Distribution B: somme de	d€	ux	
distributions exponentielles			182
6.3.3 <u>Somme du khi-carré</u>		• •	184
6.3.4 Probabilité d'ajustement		• •	184
6.3.4.1 Distribution A: exponent	iel	le	
décroissante			187
6.3.4.2 Distribution B: somme de	d€	ux	
distributions exponentielles			187
6.3.5 Coefficient de variation des paramèt	res		190
6.3.5.1 Distribution A: exponent	iel	le	
décroissante			190
6.3.5.2 Distribution B: somme de	d€	ux	
distributions exponentie	lles	s .	198
6.3.6 <u>Durée moyenne</u>			199
6.3.6.1 Distribution A: exponent	iel	le	
décroissante			199
6.3.6.2 Distribution B: somme de	d€	ux	
distributions exponentielles			202
6.3.7 <u>Sommaire</u>			203
6.4 Comparaison des modèles des épisodes secs			206
6.4.1 <u>Valeurs des paramètres</u>			206
6.4.1.1 Distribution A: exponent	iel	le	
décroissante			213
6.4.1.2 Distribution B: somme de	d∈	ux	
distributions exponentielles			216

6.4.2 <u>Somme des carrés des différences</u> 21	.6
6.4.2.1 Distribution A: exponentielle	
décroissante 21	.6
6.4.2.2 Distribution B: somme de deux	
distributions exponentielles 21	.9
6.4.3 Somme du khi-carré	0
6.4.4 <u>Probabilité d'ajustement</u> 22	0
6.4.4.1 Distribution A: exponentielle	
décroissante	3
6.4.4.2 Distribution B: somme de deux	
distributions exponentielles 22	3
6.4.5 <u>Coefficient de variation des paramètres</u> 22	3
6.4.5.1 Distribution A: exponentielle	
décroissante	8
6.4.5.2 Distribution B: somme de deux	
distributions exponentielles 22	8
6.4.6 <u>Durée moyenne</u>	9
6.4.6.1 Distribution A: exponentielle	
décroissante	9
6.4.6.2 Distribution B: somme de deux	
distributions exponentielles 23	2
6.5 Sélection du meilleur modèle 23	3
CONCLUSION	7
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES 24	1

Page

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 2.1	Effet de la discrétisation des épisodes
	humides: position aléatoire de l'épisode
	humide par rapport aux heures de mesure et à
	la durée réelle de l'épisode 15
Figure 2.2	Effet des délais de détection du début et de
	la fin de l'épisode humide 19
Figure 2.3	Effet des délais de détection du début et de
	la fin de l'épisode humides lorsque les
	augets sont initialement vides et où le
	seuil (S) est un multiple m de S _d (seuil de
	détection de l'appareil). ‡ indique que le
	seuil S_d a été atteint. Cas où $x = 1,8 h$;
	t _d = 0,5 h. La valeur de i indique la durée
	mesurée de l'épisode 24
Figure 2.4	Effet de la discrétisation des épisodes
	humides: détection des épisodes humides
	d'intensité (I) réelle inférieure au seuil
	$(I_s=S/1h)$ cherché, où: $S = S_d$ (seuil de
	détection de l'appareil). ‡ indique que le
	seuil S _d a été atteint 29

Figure 2.5	Effet de la discrétisation des épisodes
	humides: détection des épisodes humides
	d'intensité (I) réelle inférieure au seuil
	($I_s=S/1h$) cherché. Cas où $S=2$ S_d (seuil
	de détection de l'appareil). ‡ indique que
	le seuil S_d a été atteint 32
Figure 2.6	Effet de la discrétisation des épisodes
	humides: présence de k épisodes humides non
	détectés à l'intérieur d'un épisode sec.
	Cas où k=2
Figure 2.7	Effet de la discrétisation des épisodes
	humides: présence de r épisodes secs non
	détectés à l'intérieur d'un épisode humide.
	Cas où r=2
Figure 3.1	Illustration de $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$, la fonction
	de répartition des épisodes humides de durée
	réelle x selon les épisodes de durée mesurée
	(i), lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non
	détecté et que t _f ne dépend pas de x. Les
	chiffres à l'intérieur des surfaces
	délimitées par $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ indiquent la
	durée mesurée. Cas où $t_d = t_f = 0.3 h \dots 46$

Figure 3.2	Illustration de la répartition des épisodes
	humides réels dans les épisodes mesurés
	humides lorsque $t_{\mathbf{f}}$ ne dépend pas de x . La
	courbe supérieure en traits pleins
	représente Ph(x), la fonction continue
	représentant la distribution de la densité
	de probabilité des épisodes humides en
	fonction de leur durée réelle x 47
Figure 3.3	Illustration de $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$, la fonction
	de répartition des épisodes humides de durée
	réelle x selon les épisodes de durée mesurée
	(i), lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non
	détecté et que t _f dépend de x selon
	l'équation (3.4). Les chiffres à
	l'intérieur des diverses surfaces délimitées
	par $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ indiquent la durée
	mesurée. Cas où $t_d=0,3$ et $m=1$ 49
Figure 3.4	Illustration de $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$, la fonction
	de répartition des épisodes secs de durée
	réelle y selon les épisodes de durée mesurée
	(j), lorsqu'il n'y a aucun épisode humide
	non détecté

Figure 3.5	Illustration de la répartition des épisodes
	secs réels dans les épisodes mesurés secs.
	La courbe supérieure en traits pleins
	représente P _S (y), la fonction continue
	représentant la distribution de la densité
	de probabilité des épisodes humides en
	fonction de leur durée réelle y 58
Figure 3.6	Illustration des effets qui se produisent
	lors de la détection d'épisodes humides
	alors qu'ils sont sous le seuil choisi (I_S) .
	\ddagger indique que le seuil S_d a été atteint 68
Figure 4.1	Illustration de la densité de probabilité du
	nombre d'épisodes humides en fonction de
	leur intensité (G(I)) et du délai de
	détection $(G(t_d))$ 78
Figure 4.2	Distribution théorique représentant le cas
	1: distribution discrète des épisodes
	humides sans correction 86
Figure 4.3	Distribution théorique représentant le cas
	2: distribution discrète des épisodes
	humides avec déphasage de 0,5 h 88
Figure 4.4	Distribution théorique représentant le cas
	3: distribution discrète des épisodes
	humides avec déphasage D(i) de 0,5 h pour
	i=1 et de 1 h pour les autres heures 91

selon leur durée à la station de San

Francisco (jours humides 1927-1947) 129

Figure 5 3	Logarithme à la base 10 du nombre
rigure 5.5	_
	d'observations classées d'épisodes secs
	selon leur durée à la station de San
	Francisco (jours secs 1927-1947) 131
Figure 5.4	Logarithme à la base 10 du nombre
	d'observations classées d'épisodes humides
	selon leur durée à la station de Moncton
	(jours humides 1900-1949)
Figure 5.5	Logarithme à la base 10 du nombre
	d'observations classées d'épisodes humides
	selon leur durée à la station de Québec
	(heures humides mai 1961-1969) 136
Figure 5.6	Logarithme à la base 10 du nombre
	d'observations classées d'épisodes humides
	selon leur durée à la station de Québec
	(heures humides juin 1961-1969) 137
Figure 5.7	Logarithme à la base 10 du nombre
	d'observations classées d'épisodes humides
	selon leur durée à la station de Québec
	(heures humides juillet 1961-1969) 138
Figure 5.8	Logarithme à la base 10 du nombre
	d'observations classées d'épisodes humides
	selon leur durée à la station de Québec
	(heures humides 200t 1961-1969) 139

(heures sèches, août 1961-1969) 149

Figure 5.15	Logarithme à la base 10 du nombre
	d'observations classées d'épisodes secs
	selon leur durée à la station de Québec
	(heures sèches, septembre 1961-1969) 150
Figure 6.1	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques B _{dh} (i) et les valeurs
	observées O _h (i) pour chacune des 8 classes
	d'observations de durée moyenne mesurée i
	(h) à la station de Québec durant les étés
	(juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 3A,
	4A et 6A
Figure 6.2	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques B _{dh} (i) et les valeurs
	observées $O_h(i)$ pour chacune des 8 classes
	d'observations de durée moyenne mesurée i
	(h) à la station de Québec durant les étés
	(juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 5A,
	8A et 8.1A
Figure 6.3	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques B _{dh} (i) et les valeurs
	observées O _h (i) pour chacune des 8 classes
	d'observations de durée moyenne mesurée i
	(h) à la station de Québec durant les étés
	(juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 9A,
	9.1A, 11A et 11.1A 171

Figure 6.4	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques B _{dh} (i) et les valeurs
	observées O _h (i) pour chacune des 8 classes
	d'observations de durée moyenne mesurée i
	(h) à la station de Québec durant les étés
	(juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 3B,
	4B, 5B et 6B
Figure 6.5	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques B _{dh} (i) et les valeurs
	observées O _h (i) pour chacune des 8 classes
	d'observations de durée moyenne mesurée i
	(h) à la station de Québec durant les étés
	(juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 7B,
	8B et 8.1B
Figure 6.6	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques Bdh(i) et les valeurs
	observées O _h (i) pour chacune des 8 classes
	d'observations de durée moyenne mesurée i
	(h) à la station de Québec durant les étés
	(juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 9B,
	9.1B, 10B et 10.1B 175

Figure 6.7	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques B _{ds} (j) et les valeurs
	observées O _S (j) pour chacune des classes
	d'observations de durée moyenne mesurée j
	(h) à la station de Québec pendant les mois
	de mai de 1961 à 1969. Modèles 3A, 4A et 6A . 210
Figure 6.8	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques B _{ds} (j) et les valeurs
	observées O _S (j) pour chacune des classes
	d'observations de durée moyenne mesurée j
	(h) à la station de Québec pendant les mois
	de mai de 1961 à 1969. Modèles 5A et 9A 211
Figure 6.9	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques B _{ds} (j) et les valeurs
	observées O _S (j) pour chacune des classes
	d'observations de durée moyenne mesurée j
	(h) à la station de Québec pendant les mois
	de mai de 1961 à 1969. Modèles 3B, 4B et 6B . 212
Figure 6.10	Histogrammes des différences entre les
	valeurs théoriques B _{ds} (j) et les valeurs
	observées O _S (j) pour chacune des classes
	d'observations de durée moyenne mesurée j
	(h) à la station de Québec pendant les mois
	de mai de 1961 à 1969. Modèles 5B, 7B, 8B

LISTE DES TABLEAUX

		P	age
Tableau	3.1	Équations pour $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$, la fonction	
		de répartition des épisodes humides de durée	
		réelle x selon les épisodes de durée mesurée	
		(i), lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non	
		détecté et que t_f ne dépend pas de x	46
Tableau	3.2	Équations pour $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$, la fonction	
		de répartition des épisodes humides de durée	
		réelle x selon les épisodes de durée mesurée	
		(i), lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non	
		détecté et que t _f dépend de x selon	
		l'équation (3.4)	49
Tableau	3.3	Équations pour $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$, la fonction	
		de répartition des épisodes secs de durée	
		réelle y selon les épisodes de durée mesurée	
		(j), lorsqu'il n'y a aucun épisode humide	
		non détecté	57
Tableau	3.4	Valeurs maximales de t _d (h) permettant de	
		rapporter un faux épisode de durée mesurée	
		i en fonction de m, le rapport S/S _d ,	
		lorsque le pas de discrétisation DT vaut 1	
		•	

Tableau 3.5 Équations pour $FD_{h0}(x,i,t_d,m)$, la fonct	ion	
de répartition des épisodes humi	des	
faussement détectés de durée réelle	(x)	
selon les épisodes de durée mesurée	(i)	
lorsqu'il n'y a aucun épisode non détec	té,	
dans le cas où $S = m S_d \dots \dots$		66
Tableau 4.1 Modèles résultant des diverses hypothè	ses	
sous-jacentes à la discrétisation de	la	
distribution théorique des épisodes humid	les .	85
Tableau 4.2 Modèles résultant des diverses hypothè	ses	
sous-jacentes à la discrétisation de	la	
distribution théorique des épisodes secs		105
Tableau 5.1 Nombre de séquences observées en fonction	de	
leur durée (tirées de Weiss, 1964)		126
Tableau 5.2 Nombre de séquences observées en fonction	de	
leur durée regroupées en classes de durée		127
Tableau 5.3 Nombre de séquences humides observées	en	
fonction de leur durée: données québécois	es .	134
Tableau 5.4 Nombre de séquences humides observées	en	
fonction de leur durée regroupées en clas	ses	
de durée: données québécoises		135
Tableau 5.5 Nombre de séquences sèches observées	en	
fonction de leur durée: données québécois	es .	142

(%).

horaires de Québec . .

Les moyennes

écarts-types sont calculées pour les données

et

les

pourcentage

Tableau 6.6	Comparaison de divers modèles pour les
	épisodes humides. Critère: probabilité
	qu'une distribution tirée au hasard
	procure un meilleur ajustement. Les
	moyennes et les écarts-types sont calculés
	pour les données de Québec. Les résultats
	sont exprimés en pourcentage (%) 188
Tableau 6.7	Comparaison de divers modèles pour les
	épisodes humides. Critère: coefficient de
	variation des paramètres. Les résultats
	sont exprimés en pourcentage (%) 191
Tableau 6.8	Comparaison de divers modèles pour les
	épisodes humides. Critère: durée moyenne
	des épisodes humides (h). Les moyennes et
	écarts-type sont calculées pour les
	données de la station de Québec 200
Tableau 6.9	Comparaison de divers modèles pour les
	épisodes secs. Valeur des paramètres 207
Tableau 6.10	Comparaison de divers modèles pour les
	épisodes secs. Critère: somme des carrés
	des erreurs normalisée par le nombre total
	d'épisodes. Les résultats sont exprimés
	en pourcentage (%)

	Page
Tableau 6.11	Comparaison de divers modèles pour les
	épisodes secs. Critère: somme du khi-carré
	normalisée par le nombre total d'épisodes . 221
Tableau 6.12	Comparaison de divers modèles pour les
	épisodes secs. Critère: probabilité
	qu'une distribution tirée au hasard
	procure un meilleur ajustement 222
Tableau 6.13	Comparaison de divers modèles. Critère:
	coefficient de variation des paramètres.
	Les résultats sont exprimés en pourcentage
	(%)
Tableau 6.14	Comparaison de divers modèles pour les
	épisodes secs. Critère: durée moyenne des
	épisodes humides (h)
Tableau 6.15	Conditions d'utilisation des divers
	modèles

LISTE DES ANNEXES

		Page
Annexe A.	Calcul de $f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$. 247
Annexe B.	Programme SEC01T	. 265
Annexe C.	Formules pour B _{dh1} (i,t _d ,t _f ,t _{sh})	. 277
ANNEXE D.	CODE SAS POUR GÉNÉRER LES MODÈLES	. 280

TERMINOLOGIE

Symbole	Définition
Σ	symbole de sommation.
00	symbole représentant l'infini.
A	paramètre de répartition de la
	probabilité entre les deux distributions
	exponentielles décroissantes dans le cas
	des épisodes humides.
a	paramètre de la fonction exponentielle
	décroissante pour les épisodes humides.
a _i	paramètre de la somme de deux
	exponentielles décroissantes pour les
	épisodes humides.
aa	paramètre d'une chaîne de Markov pour les
	épisodes humides.
В	paramètre de répartition de la
	probabilité entre les deux distributions
	exponentielles décroissantes dans le cas
	des épisodes secs.
b	paramètre de la fonction exponentielle
	décroissante pour les épisodes secs.
bi	paramètre de la somme de deux
	exponentielles décroissantes pour les
	épisodes secs.

Symbole Définition

bb paramètre d'une chaîne de Markov pour les

épisodes secs.

B_{dh}(i) fonction représentant la distribution

discrétisée des épisodes humides

théoriques de durée totale i contenant des

épisodes non détectés.

 $B_{dh}(i,t_d,t_f)$ fonction représentant la distribution

discrétisée des épisodes humides

théoriques de durée totale i contenant des

épisodes non détectés, lorsque t_d et t_f

servent de paramètres.

B_{dhr}(i,t_d,t_f) fonction représentant la distribution

discrétisée des épisodes humides

théoriques de durée totale i contenant r

épisodes secs non détectés, lorsque t_d et

t_f servent de paramètres.

Bdhr(i,td,tf,tsh) fonction représentant la distribution

discrétisée des épisodes humides

théoriques de durée totale i contenant r

épisodes secs non détectés, lorsque td, tf

et t_{sh} servent de paramètres.

B_{ds}(j) fonction représentant la distribution

discrétisée des épisodes secs théoriques

de durée totale j contenant des épisodes

non détectés.

xxxi

Symbole

Définition

 $B_{ds}(j,t_d,t_f)$

fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes secs théoriques de durée totale j contenant des épisodes non détectés, lorsque t_d et t_f servent de paramètres.

B_{dsk}(j,t_d,t_f)

fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes secs théoriques de durée totale j contenant k épisodes humides non détectés, lorsque t_d et t_f servent de paramètres.

 $B_{dsk}(j,t_d,t_f,t_{hs})$

fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes secs théoriques de durée totale j contenant k épisodes non détectés, lorsque t_d , t_f et t_{hs} servent de paramètres.

С

symbole représentant une distribution continue.

 $C_{h0}(x,t_d,t_f)$

probabilité d'avoir un épisode humide non détecté lorsqu'il n'y a pas d'épisode sec non détecté dans les épisodes mesurés humides, lorsque t_d et t_f servent de paramètres.

 $c_{\mathbf{k}}$

kième constante de normalisation des équations pour $P_s(y)$ et $P_h(x)$.

Symbole	Sy	mb	o.	le
---------	----	----	----	----

Définition

Dymbole	belimeton
$c_{s0}(y,t_d,t_f)$	probabilité d'avoir un épisode sec non
	détecté lorsqu'il n'y a pas d'épisode
	humide non détecté dans les épisodes
	mesurés secs, lorsque t _d et t _f servent de
	paramètres.
D	symbole représentant une distribution
	continue.
D(i)	facteur de déphasage variable selon i des
	épisodes humides réel par rapport aux
	heures de mesure (h).
đ	symbole de dérivée totale.
D_{h0}	facteur de normalisation de $C_{h0}(x,t_d)$.
D _{s0}	facteur de normalisation de $C_{s0}(y,t_d)$.
$\mathtt{d}_{\mathtt{sk}}$	valeur constante représentant $W_{sk}(y)$.
d _{hr}	valeur constante représentant Whr(x).
DT	Durée d'intégration des données archivées
	(h).
E	erreur de mesure sur la durée de l'épisode
	(h).
$E_{h0}(x,t_d,t_f)$	proportion d'épisodes humides non détectés

 $E_{h0}(x,t_d,t_f)$ proportion d'épisodes humides non détectés $lorsqu'il \ n'y \ a \ aucun \ épisode \ sec \ non \\ détecté, \ que \ t_d \ et \ t_f \ servent \ de \\ paramètres.$

Symbole

Définition

 $E_{s0}(y,t_d,t_f)$

proportion d'épisodes secs non détectés lorsqu'il n'y a aucun épisode humide non détecté, que t_d et t_f servent paramètres.

EVAP

fonction qui tient compte du d'évaporation de la précipitation au fond de l'auget.

 $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$

fonction de répartition des épisodes en épisodes mesurés, humides réels lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non détecté, que t_d et t_f servent paramètres.

Fhr(x,i,td,tf,tsh) fonction de répartition des épisodes humides continus $P_{h1}(x)$ en couples d'épisodes humides impliqués dans la distribution des épisodes discrets durée mesurée i, Bdh1(i,td,tf,tsh). et t_f servent de paramètres et il y a r épisodes secs non détectés de durée tsh. fonction intermédiaire dans le calcul de

 $f_{h1}(x,i,t_d,t_f,\t_{sh},x_d)$

 $F_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh})$.

 $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$

fonction de répartition des épisodes secs réels en épisodes mesurés, lorsqu'il n'y a aucun épisode humide non détecté, que td, et t_f servent de paramètres.

xxxiv

Symbole

 G_t

 $\mathtt{H_{i}}$

Définition

-	
$F_{s1}(y,j,t_d,t_f,t_{hs})$	fonction de répartition des épisodes secs
	continus P _{s1} (y) en couples d'épisodes secs
	impliqués dans la distribution des
	épisodes discrets de durée mesurée j,
	$B_{ds1}(j,t_d,t_{hs})$. t_d est fixe et il y a un
	épisode humide non détecté de durée t _{hs} .
$f_{s1}(y,j,t_d,t_{hs},x_d)$	fonction intermédiaire dans le calcul de
	$F_{s1}(y,j,t_d,t_{hs})$.
$FD_{h0}(x,i,t_d,m)$	fonction qui représente la répartition des
	épisodes humides faussement détectés de
	durée (x) selon les durées mesurées (i)
	lorsque t _d et m sont constants.
G ₀	constante dans l'expression pour G(I).
G(I)	distribution de la probabilité des
	épisodes humides en fonction de leur
	intensité I.
G(t _d)	intensité I. distribution de la probabilité des
G(t _d)	
G(t _d) g _{hr}	distribution de la probabilité des
-	distribution de la probabilité des épisodes humides en fonction de t_d .
-	distribution de la probabilité des épisodes humides en fonction de t _d . paramètre r de l'exponentielle

facteur de normalisation de $G(t_d)$.

durée d'un épisode réel (h).

Symbole	Définition
I	intensité moyenne de la précipitation
	(mm/h).
I	symbole signifiant une illustration des
	épisodes secs et humides: dans les
	figures seulement.
i	durée discrète mesurée de l'épisode
	humide (h).
I ₀	paramètre de l'exponentielle représentant
	G(I).
i ₀	plus courte durée discrète considérée pour
	les épisodes humides mesurés (h).
Id	intensité au début de la précipitation
	(mm/h).
If	intensité de précipitation à la fin de
	l'épisode (mm/h).
$I_{\mathbf{m}}$	valeur minimale de l'intensité de la
	précipitation (mm/h).
i _m	plus longue durée discrète considérée pour
	les épisodes humides mesurés (h).
Imin	plus petite intensité qui peut être
	faussement détectée (mm/h).
Is	seuil d'intensité de la précipitation à
	partir duquel une donnée horaire est
	considérée humide (mm/h).

Symbole	Définition
I _x	valeur maximale de l'intensité de la
	précipitation (mm/h).
INT	fonction entière qui transforme un nombre
	réel en entier.
j	durée discrète mesurée d'un épisode sec
	(h).
j ₀	plus courte durée discrète considérée pour
	les épisodes secs mesurés (h).
j _m	plus longue durée discrète considérée pour
	les épisodes secs mesurés (h).
k	indice du nombre d'épisodes humides non
	détectés à l'intérieur d'un épisode mesuré
	sec.
k _X	nombre maximal d'épisodes humides non
	détectés à l'intérieur d'un épisode mesuré
	sec.
L	partie entière de la durée d'un épisode
	humide faussement détecté.
LX	partie entière de la durée maximale d'un
	épisode humide faussement détecté.
m	facteur reliant S et S _d .
$M_h(x)$	représente une chaîne de Markov pour les
	épisodes humides.
$M_{s}(y)$	représente une chaîne de Markov pour les
	épisodes secs.

xxxvii

Symbole	Définition
n	nombre de basculements des augets pendant
	un épisode humide.
NI	facteur de normalisation à l'unité des
	équations B _{dh} (i).
NJ	facteur de normalisation à l'unité des
	équations B _{ds} (i).
O _h (i)	fonction discrète représentant la
	distribution de la probabilité des
	épisodes humides observés en fonction de
	leur durée mesurée i.
O _s (j)	fonction discrète représentant la
	distribution de la probabilité des
	épisodes secs observés en fonction de leur
	durée mesurée j.
p	paramètre de répartition de la probabilité
	entre les classes adjacentes.
P _h (x)	fonction continue représentant la
	distribution de la densitéde probabilité
	des épisodes humides en fonction de leur
	durée réelle x.
$P_{h0}(x)$	fonction continue représentant la
	distribution de la densité de probabilité
	des épisodes humides en fonction de leur
	durée réelle x, lorsqu'il n'y a aucun

xxxviii

épisode sec non détecté.

Symbole	Définition
P _s (y)	fonction continue représentant la
	distribution de la densité de probabilité
	des épisodes secs en fonction de leur
	durée réelle y.
P _{s0} (y)	fonction continue représentant la
	distribution de la probabilité de densité
	des épisodes secs en fonction de leur
	durée réelle y, lorsqu'il n'y a aucun
	épisode humide non détecté.
r	nombre d'épisodes secs non détectés à
	l'intérieur d'un épisode mesuré humide.
r_{x}	nombre maximal d'épisodes secs non
	détectés à l'intérieur d'un épisode mesuré
	humide.
S	seuil de hauteur de la précipitation à
	partir duquel une donnée horaire est
	considérée humide (mm).
s _a	quantité de précipitation restant dans les
	augets à la fin d'un épisode humide (mm).
s_d	seuil de détection de hauteur de la pluie
	pour les pluviographes (mm).
s_{i}	durée d'un épisode sec réel (h).
s _i	quantité de précipitation initialement
	présente dans l'auget au début de la
	précipitation (mm).

xxxix

Symbole

Définition

 $S_{ exttt{min}}$ plus petit seuil qui puisse être

faussement détecté (mm).

T temps (h).

t_d délai de détection du début de l'épisode

humide (h).

t_{dm} valeur maximale de t_d (h).

t_{d0} valeur maximale de t_d (h).

t_{dmin} délai de détection associé à I_{min} (h).

t_f délai de fin de détection de la fin de

l'épisode humide (h).

th durée détectée de l'épisode humide (h).

ths durée totale des épisodes humides non

détectés durant les épisodes mesurés secs

(h).

t_p délai de détection de précipitation (h).

t_{sh} durée totale des épisodes secs non

détectés durant les épisodes mesurés

humides (h).

Whr(x) probabilité d'avoir r épisodes secs non

détectés à l'intérieur d'un épisode humide

de longueur réelle x.

W_{sk}(y) probabilité d'avoir k épisodes humides non

détectés à l'intérieur d'un épisode sec de

longueur réelle y

x durée de l'épisode humide réel (h).

Symbole	Définition
X ²	khi-carré.
x_0	plus courte durée continue considérée pour
	les épisodes humides réels (h).
x_{m}	plus longue durée continue considérée pour
	les épisodes humides réels (h).
Уо	plus courte durée continue considérée pour
	les épisodes secs réels (h).
Уm	plus longue durée continue considérée pour
	les épisodes secs réels (h).

INTRODUCTION

Le sujet de cette thèse trouve son origine lors des travaux de la mise au point du modèle de transport à grandes distances des polluants atmosphériques (Lelièvre et al., 1985; Fortin et al., 1987). La détermination de la longueur moyenne des épisodes secs et humides est très importante dans le calcul des retombées humides des polluants atmosphériques. Ce calcul a été effectué en supposant que la distribution observée des épisodes humides était en réalité composée de la somme de deux distributions, l'une représentant les épisodes de courte durée (averses) et l'autre ceux de longue durée (précipitation associée aux systèmes synoptiques). L'ajustement de la distribution observée avec la distribution théorique était excellent. Cependant, on a observé qu'il était très difficile d'interpoler spatialement les trois paramètres du modèle. Seule la longueur moyenne des épisodes semblait se prêter à l'interpolation spatiale. Une étude plus approfondie sur les données de précipitation semble donc importante à réaliser.

Les épisodes de précipitation ont des durées variables

s'étendant de quelques secondes à plusieurs heures. On observe que les épisodes courts sont plus fréquents que les épisodes longs. En fait, il semble que la distribution du nombre d'épisodes en fonction de leur durée soit assez bien représentée par une fonction exponentielle décroissante.

La plupart des données sur la précipitation sont l'intégration de la quantité de précipitation sur une période de durée variable. Par exemple, la précipitation recueillie par les pluviographes à augets est accumulée dans l'auget jusqu'à ce qu'elle atteigne un seuil prédéterminé de l'ordre de 0,2 mm. La résolution temporelle de ce type d'appareil est donc variable selon l'intensité de la précipitation. Une forte intensité produira un court délai de détection de l'ordre d'une minute, tandis qu'une intensité très faible peut causer un délai de détection de plus d'une heure.

Les données des pluviographes à augets sont généralement cumulées à des fins d'archivage sur une heure qui coïncide avec les heures de l'horloge. C'est ainsi qu'un phénomène essentiellement continu, à l'échelle de temps de l'ordre de la minute, est discrétisé. Lorsqu'on veut utiliser ces données discrétisées afin de trouver les véritables longueurs des épisodes secs et humides, on doit corriger ces données pour les effets de la discrétisation. Après une brève revue de la littérature, les effets de la discrétisation seront décrits. Puis on présentera un modèle général et des modèles

spécifiques de correction des effets de la discrétisation des données de précipitation sur la distribution des épisodes secs et humides. Ensuite, les résultats produits par les divers modèles seront comparés. Finalement, des recommandations relativement à l'utilisation de modèles de distribution des épisodes secs et humides seront présentés.

CHAPITRE 1.

REVUE DE LA LITTÉRATURE

Dans ce chapitre, on examine brièvement les résultats des études antérieures portant sur les distributions des épisodes humides ou secs en fonction de leur durée ou de leur intensité. Dans la première partie on présente les modèles les plus simples qui supposent que la distribution du nombre d'épisodes en fonction de leur durée ne dépend pas de la hauteur de la précipitation. Dans la deuxième partie, on examine quelques études qui tiennent compte en plus de la hauteur de la précipitation lors des épisodes. Dans la troisième partie, on discute des études portant sur le nombre d'épisodes humides en fonction de leur intensité. Finalement, quelques commentaires seront formulés sur ces études.

1.1 Distribution du nombre d'épisodes en fonction de leur durée

L'étude des distributions des épisodes humides en fonction de leur durée s'effectue sur un pas de temps qui varie généralement d'une heure à cinq jours. La plupart des études utilisent un pas de temps d'un jour (Besson, 1924; Buishand, 1977; Chang et al., 1984; Chin, 1977; Coe et Stern, 1982; Cooke,1953; Edelsten, 1976; Gabriel et Neumann, 1962; Garbutt et al., 1981; Guzman et Torrez, 1985; Haan et al., 1976; Jorgensen, 1949; Stern, 1980), quelques unes utilisent un pas de temps horaire (Brown et al., 1985; Lund et al., 1977; Nguyen et Rousselle, 1981) et d'autres un pas de temps de cinq jours (Arruda et Pinto, 1980). Parfois ces études portent également sur la distribution des épisodes secs (Chang et al., 1984; Cooke, 1953; Jorgensen, 1949; Wiser, 1965).

1.1.1 <u>Études ne tenant pas compte de la relation entre la</u> durée et l'intensité de la précipitation

Dans la plupart des études, l'hypothèse est faite que la durée de la précipitation est indépendante de son intensité. Un modèle qui est utilisé fréquemment est celui d'une chaîne de Markov du premier ordre à deux états (Chin, 1977; Gabriel et Neumann, 1962; Gates et Tong, 1976; Katz, 1974). Les deux états considérés sont: humide et sec. L'état humide se produit lorsque l'intensité de la

précipitation excède un seuil préétabli qui est généralement égal au seuil de détection de la hauteur de précipitation des instruments divisé par le pas de temps utilisé. Cette chaîne de Markov constitue un modèle auto-régressif d'ordre 1, parce que l'état actuel ne dépend que de l'état précédent. Dans un modèle auto-régressif d'ordre n, l'état actuel dépend des n états précédents. On observe fréquemment que la chaîne de Markov du premier ordre ne donne pas des résultats satisfaisants sur l'ensemble de la distribution observée. C'est pourquoi des modèles auto-régressifs d'ordre plus élevé ont été ajustés sur les distributions. Par exemple des chaînes de Markov d'ordre deux ou trois (Chin, 1977; Klugman et Klugman, 1981) ont été proposées afin de procurer un Certains auteurs ont même meilleur ajustement. l'ajustement de données avec des chaînes de Markov en allant jusqu'à l'ordre 12 (Lund et al., 1977). Toutefois, à cause la diminution du nombre de degrés de liberté de l'ajustement avec l'accroissement de l'ordre de la chaîne de Markov, il est rare qu'une chaîne de Markov d'un ordre supérieur à trois produise un ajustement réellement supérieur à celui des chaînes d'ordre inférieur.

Parmi les autres solutions possibles pour améliorer l'ajustement il y a: l'ajustement des données en plusieurs sections (Stern, 1980), l'utilisation de la somme de deux chaînes de Markov (Lelièvre, 1981) et la variation des paramètres selon le jour de l'année et selon une fonction

analytique (Coe et Stern, 1982).

1.1.2 <u>Études tenant compte de la relation entre la durée et</u> l'intensité de la précipitation

L'ajustement des données peut être amélioré en considérant les relations entre la durée et l'intensité de la précipitation. Une première façon consiste à utiliser une chaîne de Markov à plusieurs états. S'il y a m états, il y a alors m-1 seuils $(S_1 \ a \ S_{m-1})$ à spécifier. L'état i se produit lorsque la précipitation pendant la période de mesure se situe entre les seuils S_{i-1} et S_i . Par exemple, Haan et al. (1977) ont utilisé une chaîne de Markov à sept états sur les données quotidiennes de précipitation.

Utilisant les données horaires de précipitation à Salem (Oregon) de 1948 à 1979, Brown et al. (1985) ont trouvé que l'intensité moyenne de la précipitation augmente avec la durée de l'épisode humide. Ceci démontre que l'hypothèse d'une absence de relation entre la durée et l'intensité de la précipitation peut s'avérer erronée à plusieurs sites.

Guzman et Torrez (1985) ont proposé un modèle qui tient compte non seulement de l'état précédent (sec ou humide) mais également de la quantité de la précipitation associée à cet état. Katz (1977) a combiné une chaîne de Markov pour la distribution du nombre d'épisodes en fonction de leur durée avec une distribution gamma pour représenter les hauteurs de

précipitation dans le but d'établir un modèle de probabilité de quantité de la précipitation journalière.

Stern (1980) a utilisé une chaîne de Markov avec une distribution exponentielle des hauteurs de précipitation afin de déterminer le début de la saison des pluies à Samaru au Nigéria.

1.2 Études sur le nombre d'épisodes en fonction de leur intensité

Les données sur la précipitation sont généralement fournies par les divers services météorologiques sur une base de temps horaire. Par exemple, la Direction de la Météorologie du Ministère de l'Environnement du Québec publie les données de précipitation suivantes sur une base quotidienne: totaux horaires et intensités maximales sur une base de 5, 10, 15 et 30 minutes, 1, 2, 6 et 12 heures. Les données de précipitation ne sont donc pas disponibles de façon routinière pour des périodes d'intégration inférieure à une heure.

L'obtention de statistiques précises sur les taux de précipitation sont importantes pour le design de systèmes de télécommunication par micro-ondes (Segal, 1986). Le Comité Consultatif International sur la Radio (CCIR) a trouvé (CCIR, 1982b) qu'un temps d'intégration de la précipitation de l'ordre d'une minute est désirable afin de déterminer

l'influence de la précipitation sur la propagation des microondes. C'est pourquoi le CCIR a encouragé les recherches
permettant de déterminer les taux de précipitation sur une
base d'intégration d'une minute à partir des données
statistiques existantes.

Il existe plusieurs méthodes de transformation des distributions de précipitation basées sur une intégration de t minutes en distributions basées sur une intégration d'une minute. Segal (1986) favorise l'utilisation du rapport des taux de précipitation équiprobables:

$$r_t(P) = I_1(P) / I_t(P)$$
 (1.1)

Où $I_1(P)$ et $I_t(P)$ sont les taux de précipitation excédés avec une égale probabilité P. Deux modes d'analyse sont privilégiés: le mode 1 analyse r_t en fonction de P, tandis que le mode 2 analyse r_t en terme de I_t . Segal (1986) a trouvé qu'il n'était pas possible de trouver une relation universellement valide pour $r_t(P)$. Il a alors divisé le Canada en sept zones climatiques de précipitation à partir des 14 zones déterminées par le CCIR (1982a). Il a regroupé ces sept zones en trois régions géoclimatiques. Le sud-ouest du Québec se retrouve dans la zone II. La relation en puissance suivante a été utilisée pour le mode 1:

$$r_{t}(P) = a P^{b} \tag{1.2}$$

Sur la plage de valeurs de P entre 10^{-5} et 3 x 10^{-4} ,

Segal (1986) a trouvé les valeurs suivantes, pour les périodes d'intégration de 5 et 10 minutes:

$$a = 0,715$$
 $b = -0,0457$ pour $r_5(P)$ (1.3)

$$a = 0,596$$
 $b = -0,0736$ pour $r_{10}(P)$ (1.4)

La relation en puissance suivante a été utilisée pour le mode 2:

$$r_{t}(P) = c I_{t}^{d}(P)$$
 (1.5)

Pour $I_t(P)$ variant de 10 à 100 mm/h, Segal a trouvé les valeurs suivantes pour les paramètres:

$$c = 0,729$$
 $d = 0,129$ pour $r_5(P)$ (1.6)

$$c = 0,673$$
 $d = 0,186$ pour $r_{10}(P)$ (1.7)

1.3 Commentaire sur les études antérieures

Dans toutes les études qui ont été réalisées dans la littérature, aucune correction n'a été suggérée pour tenir compte des effets de la discrétisation des données de précipitation. En général, la chaîne de Markov simple ne procure pas un ajustement aussi bon qu'on le désire: souvent la probabilité des très courts et des très longs épisodes est sous-estimée. Afin d'obtenir un meilleur ajustement les chercheurs ont proposé divers modèles plus complexes: modèles auto-régressifs d'ordre plus élevé, autres types de distributions, ajustement par partie, etc. Cependant, il

est possible que ces modèles ajustent bien une distribution qui est différente de la distribution non influencée par les effets de discrétisation: le gain dans l'ajustement peut être illusoire.

Le but de cette thèse est de réaliser un modèle qui tient compte des principaux effets de la discrétisation. Par exemple, lorsqu'on intègre les données de précipitation sur une période d'une heure, on ne tient pas compte du temps réel du début et de la fin de l'épisode humide. On ne considère également pas le temps pris par l'auget à accumuler la quantité d'eau nécessaire à la détection du début de la précipitation. De plus, l'épisode de précipitation peut avoir été interrompu par une période sèche. Le modèle proposé devrait permettre de corriger en tout ou en partie les distributions observées des épisodes humides en tenant compte des effets de la discrétisation.

CHAPITRE 2.

DESCRIPTION DES EFFETS DE LA DISCRÉTISATION

Dans ce chapitre les effets de la discrétisation des données relativement à la précipitation sont examinés de façon qualitative. La modélisation plus précise des effets de la discrétisation est présentée au chapitre 3. On verra au chapitre 6 que la distribution du nombre d'épisodes humides en fonction de leur durée peut généralement être représentée par une distribution exponentielle décroissante. Soit DT la période de temps sur laquelle les données de précipitation sont cumulées. Afin de simplifier la présentation dans ce chapitre et de faciliter la compréhension des divers concepts impliqués, on suppose une distribution uniforme du nombre d'épisodes en fonction de leur durée et que DT vaut une heure.

Les principaux points à considérer lorsqu'on examine les

effets de la discrétisation de la précipitation sont:

- position de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure;
- seuil de détection de l'appareil;
- délai de détection du début de l'épisode humide;
- délai de détection de la fin de l'épisode humide;
- présence d'épisodes humides non détectés;
- présence d'épisodes secs non détectés;
- présence d'épisodes faussement détectés.

2.1 Position de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure

Dans cette section, on suppose que l'épisode humide est continu à l'intérieur des heures pendant lesquelles il est détecté. Le fait de calculer la durée de la précipitation à l'aide d'un pas de temps fixe d'une heure (correspondant aux heures de l'horloge) rallonge la durée de l'épisode humide Lorsqu'un épisode humide est rapporté comme ayant mesuré. duré exactement une heure, il a duré en réalité x minutes, où x vaut entre 0 et 60 minutes. Ceci produit un rallongement de l'épisode réel de (60-x) minutes. Lorsqu'on considère les épisodes humides mesurés de i heures, on constate qu'en réalité, ils ont duré de i-2 à i heures, ce qui cause une surestimation de la durée de l'épisode réel entre 0 et 2 heures. Si on suppose une distribution uniforme du nombre d'épisodes humides en fonction de leur durée pour chacune des durées mesurées, l'effet de la discrétisation de précipitation est alors de surestimer la durée moyenne de la précipitation humide d'une demi-heure si l'épisode a une durée mesurée d'une heure, et d'une heure pour les autres épisodes. La figure 2.1a présente les effets positionnement aléatoire de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure lorsque l'épisode a une durée mesurée d'une Le centre des épisodes réels se situe en moyenne au milieu de l'heure de mesure (1,5 h). L'épisode moyen dure une demi-heure et s'étend de 1,25 à 1,75 h. L'épisode minimum a une durée à peu près nulle tandis que l'épisode maximum dure une heure complète et coïncide en position avec l'épisode mesuré qui s'étend de 1 à 2 h. La différence entre la durée mesurée et la durée réelle constitue l'erreur E causée par le fait de ne pas tenir compte du positionnement aléatoire des épisodes humides à l'intérieur des heures de mesure. La figure 2.1b présente les mêmes effets pour le cas où l'épisode mesuré a une durée supérieure à une heure: dans ce cas-ci l'erreur est doublée.

2.2 Seuil de détection de l'appareil

La plupart des pluviographes ont un seuil de détection (S_d) de 0,2 mm de hauteur de la pluie pour les appareils en système métrique et de 0,01 pouce pour les appareils en

Figure 2.1 Effet de la discrétisation des épisodes humides: position aléatoire de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure et à la durée réelle de l'épisode.

a) Épisode mesuré d'une heure.

ÉPISODE				DU	RÉE	MO	YEN	NE				DUF	RÉE	MINI	MAI	Æ			DURÉ	E MAXI	MALE		
	Т	1	1	. , 2	5	1,	5	1,	75	2	1	1,25	5	1,5	1	75	2	1	1,25	1,5	1,7	5	2
RÉEL	I					х								×						x			
	т	1	1	, 2	5	1,	5	1,	75	2	1	1,25	5	1,5	1	.,75	2	ļ	1,25	1,5	1,7	5	2
MESURÉ	I					i								i						i			
	Е					+0,	5							+1						0			

Où, E = erreur de mesure sur la durée de l'épisode (h)

I = illustration

i = durée mesurée de l'épisode humide (h)

T = temps (h)

x = durée réelle de l'épisode humide (h)

Figure 2.1 (suite) b) Épisode mesuré de plus d'une heure.

ÉPISODE				М	OYEN						M	INIM	UM					M	MIXA	J M		
	т	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
RÉEL	ı				x							x							X			l
	т	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	ļ	2	3	4	5	6 	7
MESURÉ	Ι				i					•		i		•	000000000000000000000000000000000000000	₩						
	E	-			+1			-				+2							0			

Où, E = erreur de mesure sur la durée de l'épisode (h)

I = illustration

i = durée mesurée de l'épisode humide (h)

T = temps (h)

x = durée réelle de l'épisode humide (h)

système anglais. À chaque fois qu'un auget contient la quantité d'eau équivalente à une hauteur de précipitation égale à S_d , il bascule, signalant ainsi la présence de précipitation. Le délai de détection de précipitation (t_p) dépend de l'intensité (I) moyenne de la précipitation:

$$t_p = S_{\tilde{d}} / I \tag{2.1}$$

Le temps entre deux basculements des augets vaut également t_p . Par exemple, si l'intensité moyenne de la précipitation est de 2 à 3 mm/h, le délai de détection de la précipitation est alors de 4 à 6 minutes.

2.3 Délais de détection du début et de la fin de l'épisode humide

Lorsqu'on désire calculer la durée d'un épisode humide, on doit fixer un seuil d'intensité (I_S) de précipitation à partir duquel la donnée mesurée est considérée comme humide. I_S correspond à un seuil (S) de hauteur de précipitation tombée pendant une heure. Ce seuil peut être différent du seuil de détection (S_d) de l'appareil. Généralement, il est choisi comme un multiple de S_d . On considère ici quelques cas de complexité croissante. Le cas le plus simple est celui où les augets du pluviographe sont vides au début de chacun des épisodes de pluie et que S est choisi beaucoup plus grand que S_d . Le deuxième cas considéré est similaire au premier sauf que maintenant S est du même ordre de

grandeur que S_d . Finalement, le dernier cas examiné est celui où la précipitation accumulée lors de l'épisode pluvieux précédent ne s'est pas évaporée avant le début de l'épisode pluvieux actuel.

2.3.1 Cas où les augets sont initialement vides et où S>>Sd.

On considère d'abord le cas le plus simple dans lequel les augets du pluviographe ne contiennent aucune précipitation au début de l'épisode pluvieux. Ce cas se produit lorsqu'il s'est écoulé un délai suffisamment long depuis la dernière précipitation pour faire évaporer la quantité résiduelle de précipitation dans les augets. Dans ce cas-ci, on suppose également que le seuil choisi S est beaucoup plus grand que S_d. Cette hypothèse simplifie le calcul de t_f parce qu'elle permet de faire l'hypothèse que toute la précipitation détectée pendant une heure de mesure est effectivement tombée à l'intérieur de cette heure et ne provient pas de l'accumulation de la précipitation pendant l'heure précédente.

À la figure 2.2, les effets du délai de détection du début (t_d) et de la fin (t_f) de l'épisode humide sont présentés. La durée totale (x) de l'épisode humide est composée de trois sections: le délai de détection initial (t_d) , la durée détectée de l'épisode humide (t_h) et le délai de détection de la fin de l'épisode (t_f) . Trois cas de

Figure 2.2 Effet des délais de détection du début et de la fin de l'épisode humide.

a) Épisode mesuré d'une heure.

ÉPISODE			1	MOYEN				M	INIMUM				M	AXIMUM		
	т	0,5	1	1,5	2	2,5	0,5	1	1,5	2	2,5	0,5	1	1,5	2	2,5
RÉEL	I		ta	t _h	tf				t _d t ₁			t	d	th	t	f
	T	0,5	1	1,5	2	2,5	0,5	1	1,5	2	2,5	0,5	1	1,5	2	2,5
MESURÉ	I			i					i					i		
	E		0	,5-t _d -t	f				1-t _d -t	f				-t _d -t	£	
	т	0,5	1	1,5	2	2,5	0,5	1	1,5	2	2,5	0,5	1	1,5	2	2,5
CORRIGÉ	I		t _d	th	tf			td	th	tf			t _d	th	tf	
	E			0					+0,5					-0,5		

Où, E = erreur de mesure sur la durée de l'épisode (h)

I = illustration

i = durée mesurée de l'épisode humide (h)

T = temps en heures

 t_d = délai de détection du début de la précipitation (5/12 h)

 $t_f = délai de détection de la fin de la précipitation (5/12 h)$

 t_h^{\dagger} = durée détectée de l'épisode humide (h) x = durée réelle de l'épisode humide = t_d + t_f + t_h , en heures

Figure 2.2 (suite) b) Épisode mesuré de plus d'une heure.

ÉPISODE				M	OYEN						M	INIMU	M					MAX	KIMUN	1		
	т	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	3 4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
RÉEL	I		t _d		t _h		t _f				t _d	$t_{ m h}$	t.	E			t _d		th		tı	£
	т	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	3 4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
MESURÉ	I				i					WWW.WWW.		i							i			
	E				1 - t _d	-t _f						2-t _d	-t _f				•		-t _d -1	f		
	т	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	3 4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
CORRIGÉ	I		td		t _h		tf			t	1	t _h		tf			t _d		th		tf	
	E				0						1,020	+1							-1			

Où, E = erreur de mesure sur la durée de l'épisode (h)

I = illustration

i = durée mesurée de l'épisode humide (h)

T = temps en heures

t_d = délai de détection du début de la précipitation (0,75 h)

t_f = délai de détection de la fin de la précipitation (0,75 h)

 t_h^{\dagger} = durée détectée de l'épisode humide (h) x = durée réelle de l'épisode humide = t_d + t_f + t_h , en heures

la durée de t_h sont examinés: durée moyenne, durée minimale et durée maximale. L'épisode corrigé est obtenu en prenant la durée moyenne de t_h et en lui ajoutant une durée t_d au début et t_f à la fin. L'épisode humide réel peut être positionné n'importe où par rapport aux heures de mesure. Si on postule que l'épisode humide réel est positionné de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure, la position moyenne de l'épisode humide se situe alors au milieu des heures de mesure: c'est cette situation qui est illustrée à la figure 2.2. Par définition, l'épisode mesuré débute et se termine en synchronisation avec les heures de mesure. La figure 2.2a présente le cas particulier où l'épisode humide a une durée mesurée d'une heure. La figure 2.2b traite des autres cas où la durée mesurée excède une heure.

On peut relier t_d à l'intensité du début de la précipitation (I_d) et au seuil par:

$$t_{d} = S / I_{d}$$
 (2.2)

Pour que la première heure de mesure soit détectée comme étant humide, il faut qu'il y ait eu de la précipitation pendant au moins t_d . Pour que la dernière heure de mesure soit rapportée comme étant humide, il faut que la durée de précipitation excède le délai de fin de détection (t_f) de l'épisode humide. Si on suppose une intensité de précipitation (I_f) à la fin de l'épisode, on a:

$$t_f = S / I_f \tag{2.3}$$

Si on suppose que l'intensité moyenne au début de la précipitation (I_d) est égale à celle de la fin de la précipitation (I_f) , on obtient:

$$t_f = t_d = S / I$$
; où $I = I_d = I_f$ (2.4)

2.3.2 Cas où les augets sont initialement vides et où S≈Sd.

Comme dans le cas précédent on suppose que les augets sont vides au départ. Cependant, dans ce cas-ci on fait l'hypothèse que S est du même ordre de grandeur que S_d . Soit M le rapport entre S et S_d défini ainsi:

$$m = S / S_{d}$$
 (2.5)

Il est préférable d'utiliser une valeur entière pour m parce qu'on a alors une relation exacte entre la détection de la précipitation par l'appareil et le calcul de la durée des épisodes en utilisant le seuil S. Le paramètre t_f peut s'interpréter comme étant le temps pris pour obtenir les m derniers basculements des augets plus le temps pour accumuler la précipitation qui reste dans un des augets à la fin de la précipitation. Ce paramètre représente la durée de la précipitation requise pour détecter la présence d'un épisode humide d'intensité supérieure au seuil. On choisit à titre d'exemple un épisode humide de durée réelle x pendant lequel les augets ont basculé n fois. La valeur de n se calcule à

l'aide de la valeur entière (INT) du rapport entre x et t_p , la durée entre deux basculements qui a été définie à l'équation (2.1):

$$n = INT (x / t_p) = INT (x I / S_d) = INT (x m / t_d)$$
 (2.6)

La dernière partie de cette relation est valide lorsque l'intensité au début (I_d) de la précipitation est égale à l'intensité moyenne de la précipitation (I). La durée de t_f peut se calculer comme étant la somme du temps nécessaire pour effectuer m basculements des augets $((m-1)t_p)$ et de la quantité de précipitation résiduelle à la fin de l'épisode $(x - n t_p)$:

$$t_f = (m-1) t_p + x - n t_p$$
 (2.7)

En se servant des équations (2.1), (2.4) et (2.5), on a:

$$t_f = x - (n+1) t_p + t_d = x - (n+1-m) t_d / m$$
 (2.8)

Or la valeur de x est comprise entre n t_p et (n+1) t_p , d'où l'inégalité suivante:

$$t_{d} - t_{p} \le t_{f} \le t_{d} \tag{2.9}$$

En termes de m, cette équation devient:

$$t_d ((m-1) / m) \le t_f \le t_d$$
 (2.10)

Cette équation prédit que t_f tend vers t_d lorsque m tend vers l'infini: on se trouve alors ramené au cas examiné à la

Figure 2.3 Effet des délais de détection du début et de la fin de l'épisode humides lorsque les augets sont initialement vides et où le seuil (S) est un multiple m de S_d (seuil de détection de l'appareil). \ddagger indique que le seuil S_d a été atteint. Cas où x=1,8 h; $t_d=0,5$ h. La valeur de i indique la durée mesurée de l'épisode.

m	TEMPS	1,5 1,6 1,7 1,8 1,9 2 2,1 2,2 2,3 2,4 2,5 2,6 2,7 2,8 2,9 3 3,1 3,2 3,3 3,4 3,5
1	ÉPISODE RÉEL	$\langle t_d \rangle \langle t_f \rangle$
	AUGETS	‡
2	ÉPISODE RÉEL	$\langle t_d \rangle \langle t_f \rangle$
	AUGETS	t
4	ÉPISODE RÉEL	< t _d > <> <>
4	AUGETS	t
5	ÉPISODE RÉEL	< t _d > <> <>
5	AUGETS	t
10	ÉPISODE RÉEL	$ $ \leftarrow $ $ $ $ \leftarrow $
10	AUGETS	+ + + + + + + + + + + + + + + + + + +
	ÉPISODE RÉEL	< t _d > <> <>
	AUGETS	**************************************

section précédente. La figure 2.3 illustre le comportement de t_f en fonction des valeurs suivantes de m: 1, 2, 4, 5, 10 et ∞ . Les conditions choisies pour illustrer ce cas sont une durée humide égale à 1,8 heures centrée autour de 2,5 h. La valeur de t_d a été fixée de façon arbitraire à 0,5 h pour chacun des cas. On constate qu'il peut y avoir une assez bonne variation de la durée t_f selon la valeur de m. Tout comme le prédit la relation (2.10), on constate pour les valeurs élevées de m une convergence vers le cas limite où m tend vers l'infini. Si on suppose une distribution uniforme du nombre d'épisodes en fonction de leur durée, la valeur moyenne de t_f se situe alors à mi-chemin entre ses valeurs extrêmes indiquées par la relation (2.10):

$$t_f = t_d ((m-0.5)/m) = (m-0.5) t_p$$
 (2.11)

La figure 2.2 peut également servir à représenter ce cas, en tenant compte que la valeur de $t_{\rm f}$ n'est plus égale à $t_{\rm d}$.

En général, l'un des augets basculants du pluviomètre va contenir une certaine quantité de précipitation qui est tombée à la toute fin de l'épisode humide. La quantité maximale contenue dans l'auget est légèrement inférieure au seuil de détection de l'appareil (S_d) . La quantité minimale

est nulle, ce qui correspond au cas où la précipitation cesse à l'instant précis où l'auget bascule. On peut alors présumer qu'en moyenne, la quantité (Sa) de précipitation restant à la fin d'un épisode humide se situe à mi-chemin entre ces deux extrêmes:

$$S_a = S_d / 2$$
 (2.12)

La quantité de précipitation qui reste dans l'auget au début d'un nouvel épisode de précipitation est inférieure à Sa parce qu'il y a évaporation graduelle. Il est très difficile de prévoir le taux d'évaporation à l'intérieur de l'auget basculant d'un pluviomètre entre deux épisodes humides parce que celui-ci dépend de nombreux facteurs tels que: type de pluviomètre, température extérieure, humidité relative, rayonnement solaire et vitesse du vent. Soit EVAP une fonction qui tient compte du taux d'évaporation de la précipitation au fond de l'auget. La quantité initiale de précipitation au fond de l'auget au début d'un épisode humide est alors de:

$$S_i = EVAP (S_a)$$
 (2.13)

L'équation (2.2) pour t_d se trouve alors modifiée en:

$$t_d = (s - s_i) / I = (m s_d - s_i) / I$$
 (2.14)

L'influence de la quantité de précipitation initialement présente dans l'auget au début d'un épisode humide diminue donc lorsqu'on utilise un seuil (S) plus élevé que le seuil de détection (S_d) . Le calcul de t_f se trouve également influencé par la présence initiale de précipitation dans l'auget qui produit un effet équivalent au rallongement de la durée réelle de l'épisode humide (x) égal à (S_i/I) . La valeur du nombre de basculements (n) pendant l'épisode humide se calcule à l'aide de la valeur entière (INT) du rapport entre $(x + S_i/I)$ et t_p , la durée entre deux basculements qui a été définie à l'équation (2.1):

$$n = INT ((x + S_i/I)/t_p) = INT ((x I + S_i) / S_d)$$
 (2.15)

La durée de t_f peut se calculer comme étant la somme du temps nécessaire pour effectuer m basculements des augets $((m-1)t_p)$ et de la quantité de précipitation résiduelle à la fin de l'épisode $(x + (S_i / I) - n t_p)$:

$$t_f = (m-1) t_p + x - n t_p + S_i / I$$
 (2.16)

Dans ce cas-ci, on ne peut plus comparer directement t_f avec t_d parce que t_d est maintenant dépendant de la quantité d'eau initialement présente dans l'auget. La durée de $(x+S_i/I)$ est comprise entre n t_p et (n+1) t_p , d'où l'inégalité suivante:

$$(m-1) t_p \le t_f \le m t_p$$
 (2.17)

Si on suppose une distribution uniforme des durées humides, la valeur moyenne de t_f est:

$$t_f = (m - 0.5) t_p$$
 (2.18)

Cette expression est identique à celle obtenue à l'équation (2.11). Dans le cas d'une distribution uniforme des épisodes en fonction de leur durée, la présence d'une certaine quantité d'eau initialement dans l'auget n'affecte pas la valeur moyenne de t_f. La figure 2.2 peut encore servir à illustrer le phénomène de l'effet des délais de détection du début et de la fin de l'épisode humide en tenant compte du fait que t_d et t_f sont calculés de façon différente.

2.4 Présence d'épisodes humides détectés d'intensité inférieure au seuil cherché.

On examine ici deux cas, selon la valeur de S relativement à $S_{\mathbf{d}}$.

a) Cas où $S = S_d$.

On examine d'abord le cas où le seuil S est égal au seuil de détection (S_d) de l'appareil. Lorsque l'intensité de la précipitation est plus faible que I_S , le délai de détection (t_d) devient supérieur à la période de mesure. La figure 2.4 illustre la détection de la présence d'épisodes humides même si leur intensité est inférieure au seuil cherché. Trois cas simples sont examinés pour un épisode humide réel s'étendant de 1,5 h à 16,5 h. Dans le premier

Figure 2.4 Effet de la discrétisation des épisodes humides: détection des épisodes humides d'intensité (I) réelle inférieure au seuil ($I_s=S/1h$) cherché, où: $S=S_d$ (seuil de détection de l'appareil). \ddagger indique que le seuil S_d a été atteint.

a) Cas où I = 0,667 I_s (mm/h); t_d = 1,5 h.

TEMPS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ÉPISODE RÉEL		****															
AUGETS			‡	‡		‡	‡		‡		‡	‡		‡	‡		‡
ÉPISODES MESURÉS			*			*		È	*			*		***	***		**

b) Cas où I = 0,5 I_s (mm/h); t_d = 2 h.

TEMPS	1	2	3	4	5	6	7	8	9 :	10	11	12	13	14	15	16	17
ÉPISODE RÉEL																	
AUGETS			‡		ŧ		\$		‡			‡		‡		‡	
ÉPISODES MESURÉS			***		333	E			***	*	*		*		*		

c) Cas où I = 0,25 I_s (mm/h); t_d = 4 h.

TEMPS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ÉPISODE RÉEL		****															
AUGETS					‡				1	:				‡			
ÉPISODES MESURÉS					***	*			**	*			*				

cas, l'intensité est égale à 0,667 I_s, ce qui signifie une valeur de t_d égale à 1,5 h. Dans ce cas-ci, on mesure une série d'épisodes humides d'une durée de deux heures, séparés par des épisodes secs d'une durée mesurée d'une heure. L'intensité du deuxième cas choisi vaut 0,5 I_s, ce qui procure une valeur de 2 h à t_d. On observe alors une alternance entre épisodes secs et humides d'une durée mesurée d'une heure. Finalement, dans le dernier cas, on a choisi une valeur de 0,25 I_s pour l'intensité et de 4 h pour t_d. On observe alors des épisodes humides d'une durée d'une heure séparés par des épisodes secs d'une durée de trois heures. Les phénomènes suivants sont donc observés:

- la première heure humide détectée est retardée en moyenne de (t_d-0,5) h;
- la proportion en durée d'épisodes secs mesurés est égale
 à 1-1/t_d;
- le nombre d'épisodes mesurés humides consécutifs d'intensité égale à I_s est égal à $1/(t_d-1)$;
- il est toujours possible de détecter de faux épisodes humides avec une intensité de la précipitation inférieure au seuil de détection (I_S) .

b) Cas où S est un multiple de Sd

Soit S un multiple de Sd,

 $S = m S_d$ (2.19)

Dans ce cas-ci, la plus petite intensité qui puisse être faussement détectée est égale à:

$$I_{min} = (m-1) S_d / DT ; où DT = 1 h$$
 (2.20)

Cette intensité correspond à la détection d'une hauteur de précipitation égale à Sd en une heure, dont une proportion (m-1) S_d est tombée pendant cette heure et le reste S_d durant l'heure précédente. DT représente le pas de temps de discrétisation temporelle qui a été choisi d'une durée d'une heure. La figure 2.5 présente la détection d'épisodes humides dont l'intensité est inférieure au seuil de détection choisi (I_S) dans le cas où S vaut le double de S_d. comme à la figure 2.4, la durée humide réelle s'étend de 1,5 à 16,5 h. Deux cas sont examinés ici. Dans le premier cas, on utilise une intensité de la précipitation égale à 0,667 Is pour laquelle t_d vaut 1,5 h. On observe que par rapport au cas similaire dans lequel m valait 1 (figure 2.4), il y a une réduction importante de la durée humide faussement détectée. L'épisode humide actuel n'a plus qu'une durée d'une heure et il est suivi d'un épisode sec d'une durée mesurée de deux heures. Dans l'autre cas examiné, I vaut 0,5 ${
m I_S}$ et ${
m t_d}$ est égal à 2 h. Dans ce cas-ci on ne peut pas obtenir deux basculements des augets à l'intérieur d'une heure de mesure, et il n'y a pas d'épisode humide mesuré.

Figure 2.5 Effet de la discrétisation des épisodes humides: détection des épisodes humides d'intensité (I) réelle inférieure au seuil ($I_s=S/1h$) cherché. Cas où S=2 S_d (seuil de détection de l'appareil). \ddagger indique que le seuil S_d a été atteint.

a) Cas où I = 0,667 I_s (mm/h); t_d = 1,5 h.

TEMPS	1	2	3	4		5	6	7	8	9	1)	11	12	13	14	: :	15	16	17
ÉPISODE RÉEL																				
AUGETS		‡ :	÷	‡	‡	‡														
ÉPISODES MESURÉS			*	***			*	*			***			*	***			*	*	

b) Cas où I = 0,5 I_s (mm/h); t_d = 2 h.

TEMPS	1	2	3	4	5	6	7	3 9	9 1	0 1	1 1	2 1	3	14	15	16	17
ÉPISODE RÉEL																	
AUGETS		‡		‡	‡	‡											
ÉPISODES MESURÉS																	

Les constatations suivantes peuvent être faites:

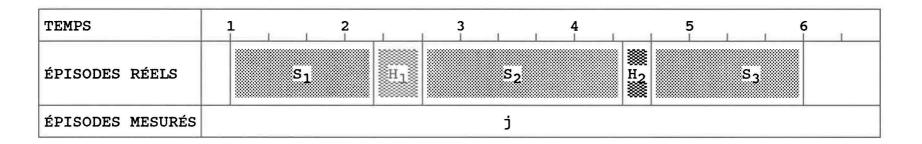
- en termes de durée, la proportion d'épisodes secs mesurés est égale à $m(1-1/t_d)$;
- le nombre d'épisodes mesurés humides consécutifs $\label{eq:d'intensité} \mbox{ d'intensité égale au seuil est égal à } $$ $$ (t_d/(m(t_d-1))-1). $$$

2.5 Présence d'épisodes humides non détectés à l'intérieur d'un épisode mesuré sec

Lorsque l'intensité de la précipitation est supérieure à I_S , mais que sa durée est trop courte (inférieure à t_d), l'épisode humide n'est pas détecté. La figure 2.6 illustre ce phénomène. Un épisode mesuré sec s'étend d'une heure à six heures. Toutefois il y a présence de deux courts épisodes de précipitation. Le premier (H_1) s'étend de 2,33 h à 2,67 h et le deuxième (H_2) de 4,42 h à 4,67 h. Ces deux épisodes ont une durée inférieure à t_d qui a été fixé à 0,75 h. On constate donc que:

- les épisodes humides de durée inférieure à t_d ne sont pas détectés;
- les épisodes secs mesurés sont en réalité parfois composés de segments plus courts séparés par des épisodes humides non détectés;

Figure 2.6 Effet de la discrétisation des épisodes humides: présence de k épisodes humides non détectés à l'intérieur d'un épisode sec. Cas où k=2.



Où, i = indice du numéro de l'épisode.

j = durée mesurée de l'épisode sec

H; = durée d'un épisode humide réel

S; = durée d'un épisode sec réel

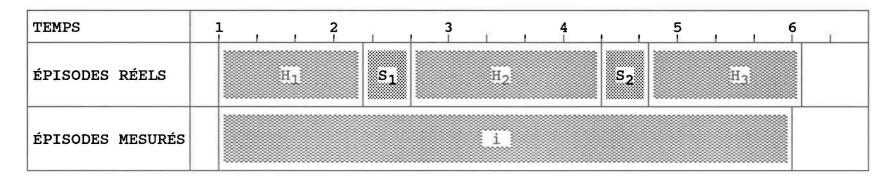
t_d = temps de délai de détection d'un épisode humide = 0,75 h

- la distribution mesurée des épisodes secs est biaisée dans le sens que le nombre d'épisodes longs est surestimé et que le nombre d'épisodes courts est sousestimé.
- 2.6 Présence d'épisodes secs non détectés à l'intérieur d'un épisode mesuré humide

Lorsque la précipitation effectue un court arrêt à l'intérieur d'un épisode humide, l'épisode sec résultant n'est pas détecté. À la figure 2.7, on trouve un épisode humide d'une durée mesurée de 5 heures qui s'étend entre 1 h et 6 h. Il y a deux épisodes secs d'une durée de 0,42 h: le premier débute à 2,25 h et le second à 4,33 h. Si t_d vaut 0,33 h, ces deux épisodes secs sont non détectés. Les constatations suivantes peuvent être faites:

- les épisodes secs d'une durée inférieure à (1-t_d) ne sont pas détectés;
- les épisodes humides mesurés sont en réalité parfois composés de segments plus courts séparés par des épisodes secs non détectés;
- la distribution mesurée des épisodes humides est biaisée dans le sens que le nombre d'épisodes longs est surestimé et que le nombre d'épisodes courts est sousestimé.

Figure 2.7 Effet de la discrétisation des épisodes humides: présence de r épisodes secs non détectés à l'intérieur d'un épisode humide. Cas où r=2.



Où, i = durée mesurée de l'épisode humide

j = indice du numéro de l'épisode.

H_j = durée d'un épisode humide réel

S_j = durée d'un épisode sec réel

t_d = temps de délai de détection d'un épisode humide = 0,33 h

CHAPITRE 3.

MODÈLE GÉNÉRAL DES DISTRIBUTIONS DES ÉPISODES SECS ET HUMIDES

Dans ce chapitre, un modèle théorique général est élaboré afin de décrire les distributions des épisodes secs et humides. Ce modèle permet de corriger les distributions pour les effets suivants:

- délais de détection du début et de la fin de la précipitation par rapport aux heures de mesure;
- position d'un épisode humide réel par rapport aux heures de mesure;
- présence d'épisodes humides et secs non détectés;
- présence d'épisodes humides détectés alors qu'ils sont sous le seuil cherché.

Soit:

 $O_h(i) = fonction$ discrète représentant la distribution de la probabilité des épisodes humides observés en fonction de leur durée mesurée i.

- $O_S(j) = fonction discrète représentant la distribution de <math display="block">la \quad probabilit\'e \quad des \quad \'episodes \quad secs \quad observ\'es \quad en$ fonction de leur durée mesurée j.
- $P_h(x)$ = fonction continue représentant la distribution de la densité de probabilité des épisodes humides en fonction de leur durée réelle x.
- $P_S(y)$ = fonction continue représentant la distribution de la densité de probabilité des épisodes secs en fonction de leur durée réelle y.

Toutes ces fonctions sont normalisées à l'unité:

$$\begin{array}{ccc}
i_{m} & j_{m} \\
\Sigma & O_{h}(i) = \Sigma & O_{s}(j) = 1 \\
i=i_{0} & j=j_{0}
\end{array}$$
(3.1)

$$\int_{x_0}^{x_m} P_h(x) dx = \int_{y_0}^{y_m} P_s(y) dy = 1$$
 (3.2)

où,

- i₀ = plus courte durée discrète considérée pour les épisodes humides mesurés
- i_m = plus longue durée discrète considérée pour les épisodes humides mesurés
- j₀ = plus courte durée discrète considérée pour les épisodes secs mesurés
- j_m = plus longue durée discrète considérée pour les épisodes secs mesurés

- x₀ = plus courte durée continue considérée pour les épisodes humides réels
- x_m = plus longue durée continue considérée pour les épisodes humides réels
- y₀ = plus courte durée continue considérée pour les épisodes secs réels
- y_m = plus longue durée continue considérée pour les épisodes secs réels.

On désire trouver une méthode mathématique qui permette de retrouver les fonctions continues $P_h(x)$ et $P_s(y)$ à partir des fonctions discrètes $O_h(i)$ et $O_s(j)$ des valeurs observées tout en corrigeant statistiquement celles-ci pour les effets de la discrétisation.

3.1 Notation utilisée pour décrire la répartition des épisodes selon leurs distributions

La notation suivante est utilisée afin de représenter les diverses distributions:

 $A_{ab}(d,e_n)$; où,

A = fonction qui représente le type de distribution:

B = distribution continue avec épisodes non détectés

 B_d = distribution discrète avec épisodes non détectés

P = distribution continue sans épisodes non détectés

 P_d = distribution discrète sans épisodes non détectés

a = nature de l'épisode réel pendant l'épisode mesuré:

h = humide

s = sec

b = indice du nombre d'épisodes non détectés.

d = indice de durée de l'épisode:

i = humide discret

j = sec discret

x = humide continu

y = sec continu

e_n = série optionnelle de paramètres.

La liste de terminologie contient les définitions des distributions qui sont utilisées dans ce chapitre. À titre d'exemple mentionnons:

 $B_{dsr}(j,t_d,t_f,t_{hs})$ = fonction représentant la distribution discrète (B_d) des épisodes secs (a=s) d'une durée j lorsqu'il y a r épisodes humides non détectés et que t_d , t_f et t_{hs} sont des paramètres.

- 3.2 Méthodes de correction des divers effets de la discrétisation
- 3.2.1 <u>Délais de détection du début et de la fin d'un épisode</u>

 <u>humide</u>

Le délai de détection (t_d) du début de la précipitation est causé par le temps pris par la précipitation d'intensité (I) pour atteindre la quantité de précipitation égale au seuil (S) recherché. Si on suppose que l'auget est initialement vide au début de chaque épisode humide, on obtient la relation suivante:

$$t_{d} = S / I \tag{3.3}$$

Tel qu'indiqué à la section 2.3.2, le paramètre t_f représente la durée de la précipitation requise pour détecter la présence d'un épisode humide d'une intensité supérieure au seuil. L'expression pour t_f dans le cas général se trouve à l'équation (2.8):

$$t_f = x - (n + 1 - m) t_d / m$$
 (3.4)

Οù,

x = durée réelle de l'épisode humide (h)

n = nombre de basculements des augets pendant la durée réelle de l'épisode humide calculé à l'aide de l'équation (2.6) tp = intervalle de temps entre deux basculements des augets, tel que défini à l'équation (2.1).

L'équation (2.11) représente la valeur moyenne de t_{f} lorsqu'on suppose une distribution uniforme des épisodes en fonction de leur durée:

$$t_f = t_d ((m-0,5)/m) = (m-0,5) t_p$$
 (3.5)

La décision d'utiliser l'équation (3.4) ou l'équation (3.5) pour représenter t_f va dépendre de la précision désirée lorsqu'on établit le modèle de correction des effets de la discrétisation. L'équation (3.4) est plus précise mais elle exige plus de calculs.

Les épisodes humides d'une durée inférieure à t_d ne sont pas détectables. La durée du cycle humide détecté est amputée de t_d au début et de t_f à la fin du cycle réel: cet effet de la discrétisation a été illustré au chapitre précédent à la figure 2.2. Si on connaît la distribution du nombre d'épisodes en fonction de leur intensité, on peut alors calculer $G(t_d)$ qui représente la distribution de la densité de probabilité des épisodes humides en fonction de t_d .

Les épisodes humides sont corrigés en ajoutant t_d au début et t_f à la fin de chaque épisode, tandis que les épisodes secs doivent être raccourcis des mêmes durées. Lorsqu'on effectue ces corrections sur les distributions, on

s'aperçoit que les épisodes d'exactement une heure constituent un cas spécial. Dans ce cas-là, la correction n'est que de t_d , car l'épisode humide devient non détectable dès que sa durée est inférieure à t_d .

- 3.2.2 <u>Position de l'épisode humide par rapport aux heures de</u> mesure
- 3.2.2.1 Cas où l'épisode humide est continu: aucun épisode sec non détecté.

Les hypothèses suivantes sont faites:

- l'épisode humide est continu
- l'épisode humide est positionné de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure.
- $t_d \le 1$ et $t_f \le 1$.

Cas où la valeur de tf est indépendante de x.

La valeur de t_f est indépendante de la durée humide réelle x sauf lorsque l'équation (3.4) est utilisée. Dans un premier temps on dérive les équations pour une valeur fixe de t_f. Ces équations seront ensuite réécrites en se servant de l'équation (3.4). Lorsqu'on suppose que l'épisode humide est positionné de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure, ceci implique qu'on a une probabilité uniforme de trouver l'épisode humide n'importe où par rapport aux heures de mesure. Cette situation a été présentée à la figure 2.1.

Dans ce cas-là, la probabilité qu'un épisode humide d'une durée de x heures soit rapporté comme ayant duré i ou i-1 heures entières dépend de (i-x), la partie fractionnaire des heures. Examinons ce qui se passe pour quelques durées x.

Si x vaut moins que t_d , il n'est pas possible de détecter l'épisode humide. Si x vaut entre t_d et t_d+t_f , l'épisode humide est détecté comme ayant duré une heure, sauf s'il chevauche deux heures de mesure de telle façon que la durée humide dans la première heure soit inférieure à t_d et que la durée humide dans la deuxième heure soit inférieure à t_f . La probabilité $B_{dh0}(i,t_d,t_f)$ de trouver un épisode humide de durée mesurée (i) lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non détecté à partir d'un épisode réel de durée x et de probabilité $P_{h0}(x)$ est:

$$B_{dh0}(i,t_d,t_f) = \int_{i-2+t_d+t_f}^{i+t_d+t_f} F_{h0}(x,i,t_d,t_f) P_{h0}(x) dx$$
 (3.6)
Où,

 $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ = fonction de répartition des épisodes humides réels en épisodes mesurés de durée i, lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non détecté, définie ainsi:

$$\begin{split} F_{h0}(x,0,t_d,t_f) &= 1 & \text{si } 0 < x < t_d \\ F_{h0}(x,0,t_d,t_f) &= t_f \text{ et } F_{h0}(x,1,t_d,t_f) = 1 - t_f \text{ si } x = t_d \\ F_{h0}(x,0,t_d,t_f) &= 0 \text{ et } F_{h0}(x,1,t_d,t_f) = 1 & \text{si } x = t_d + t_f \\ \end{split}$$

Pour déterminer $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ il suffit de calculer pour un ensemble de durées x la répartition des épisodes en fonction de leur durée mesurée pour les positions possibles de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure. On détermine alors que $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ varie linéairement selon x. Pour x compris entre t_d et t_d+t_f , on obtient alors:

$$F_{h0}(x,0,t_d,t_f) = t_d + t_f - x$$
 (3.7a)

$$F_{h0}(x,1,t_d,t_f) = 1 - t_d - t_f + x$$
 (3.7b)

Lorsque $x \ge t_d + t_f$, la précipitation est rapportée comme ayant duré une heure avec une probabilité croissante selon x d'être rapportée comme ayant duré deux heures. Lorsque $x \ge 1 + t_d + t_f$, il n'est plus possible que l'épisode soit rapporté comme ayant duré une heure: il sera rapporté comme ayant duré deux heures avec une probabilité croissante selon x d'être rapporté comme ayant duré trois heures. On trouve alors les relations suivantes lorsque x est compris entre $t_d + t_f$ et $1 + t_d + t_f$:

$$F_{h0}(x,1,t_d,t_f) = 1 + t_d + t_f - x$$
 (3.8a)

$$F_{h0}(x,2,t_d,t_f) = x - t_d - t_f$$
 (3.8b)

Le tableau 3.1 contient les équations pour $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ en fonction de x. On constate que toutes ces équations ont une dépendance linéaire en x et que la durée mesurée peut provenir d'épisodes réels dont la plage de valeurs s'étend sur deux heures. La figure 3.1 illustre

Tableau 3.1 Équations pour $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$, la fonction de répartition des épisodes humides de durée réelle x selon les épisodes de durée mesurée (i), lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non détecté et que t_f ne dépend pas de x. $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)=0$ sauf à:

Durée rée	Durée réelle x (h)		Première fonction	i	Deuxième fonction
minimum	maximum	(h)	$F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$	(h)	$F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$
0	t _d	0	1		
t _d	t _d +t _f	0	$t_d + t_f - x$	1	1+x-t _d -t _f
i-2+t _d +t _f	i-1+t _d +t _f	i-1	i-1-x+t _d +t _f	i	x-i+2-t _d -t _f
i-1+t _d +t _f	i+t _d +t _f	i	i-x+t _d +t _f	i+1	x-i+1-t _d -t _f

Figure 3.1 Illustration de $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$, la fonction de répartition des épisodes humides de durée réelle x selon les épisodes de durée mesurée (i), lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non détecté et que t_f ne dépend pas de x. Les chiffres à l'intérieur des surfaces délimitées par $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ indiquent la durée mesurée. Cas où $t_d = t_f = 0,3$ h.

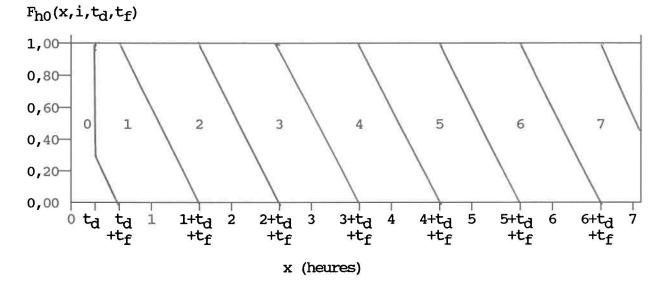
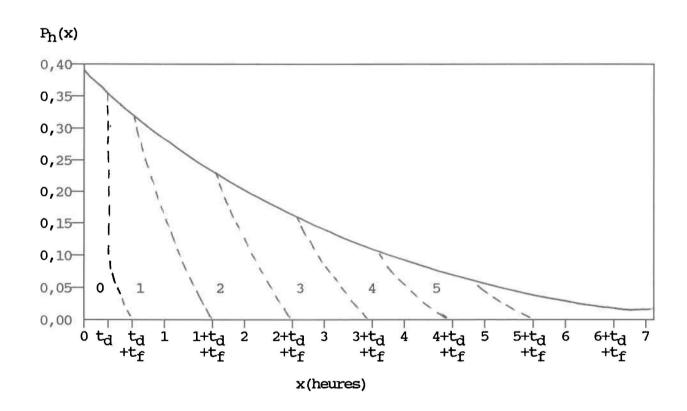


Figure 3.2 Illustration de la répartition des épisodes humides réels dans les épisodes mesurés humides lorsque t_f ne dépend pas de x. La courbe supérieure en traits pleins représente $P_h(x)$, la fonction continue représentant la distribution de la densité de probabilité des épisodes humides en fonction de leur durée réelle x. Les courbes en pointillé proviennent de la multiplication de $P_h(x)$ par $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ et séparent les surfaces de probabilité pour lesquelles la durée mesurée en heures correspond au nombre inscrit à l'intérieur des diverses surfaces.



graphiquement les droites représentées par Fho(x,i,td,tf), pour des valeurs de i variant de 0 à 7. La figure 3.2 illustre la façon dont les épisodes humides réels sont répartis épisodes mesurés. dans les La courbe supérieure représente la variation de Ph(x) en fonction de x et a l'allure d'une fonction exponentielle décroissante. courbes en pointillé proviennent de la multiplication de $P_h(x)$ par $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ et séparent les surfaces probabilité pour lesquelles la durée mesurée en heures correspond au nombre inscrit à l'intérieur des diverses surfaces.

Cas où la valeur de tf dépend de x.

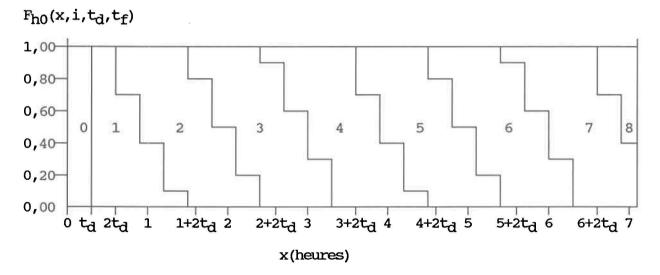
Lorsqu'on utilise l'équation (3.4) pour décrire tf, ce paramètre dépend alors de la durée humide réelle x. raisonnement pour obtenir les équations pour $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ qui sont présentées au tableau 3.2 est le même que lorsqu'on utilise une valeur fixe pour tf. On remarque que les bornes des intervalles n'ont plus des valeurs fixes mais qu'elles dépendent en particulier de m et de t_d. La figure 3.3 illustre le comportement des fonctions $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ pour quelques valeurs de i, lorsque m=1 et t_d=0,3 h. En comparant figure avec la figure 3.1, on observe l'utilisation de l'équation (3.4) produit une plus grande quantité d'épisodes de durée observée d'une heure que celle obtenue par l'utilisation de l'équation (3.5).

Tableau 3.2 Équations pour $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$, la fonction de répartition des épisodes humides de durée réelle x selon les épisodes de durée mesurée (i), lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non détecté et que t_f dépend de x selon l'équation (3.4). Soit: $N(i) = 2m + INT(im/t_d)$.

$F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$	= 0	sauf	à:
-----------------------	-----	------	----

Durée rée	lle x (h)	i	Première fonction	i	Deuxième fonction
minimum	maximum	(h)	$F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$		$F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$
0	t _d	0	1		
t _d	2 t _d	0	(2m-n-1)t _d /m	1	1-(2m-n-1)t _d /m
$N(i-2)t_{d/m}$	$N(i-1)t_d/m$	i-1	i-1+(2m-n-1)t _d /m	i	2-i-(2m-n-1)t _d /m
$N(i-1)t_{d/m}$	N(i)t _d /m	i	i+(2m-n-1)t _d /m	i+1	1-i-(2m-n-1)t _d /m

Figure 3.3 Illustration de $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$, la fonction de répartition des épisodes humides de durée réelle x selon les épisodes de durée mesurée (i), lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non détecté et que t_f dépend de x selon l'équation (3.4). Les chiffres à l'intérieur des diverses surfaces délimitées par $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ indiquent la durée mesurée. Cas où t_d =0,3 et m=1.



Calcul de la proportion d'épisodes humides non détectés.

On peut maintenant calculer $E_{h0}(x,t_d,t_f)$, la proportion d'épisodes humides non détectés lorsqu'il n'y a aucun épisode sec non détecté:

$$E_{h0}(x,t_d,t_f) = P_{h0}(x) F_{h0}(x,0,t_d,t_f)$$
 (3.9)

Utilisant les formules pour $F_{h0}(x,0,t_d,t_f)$, on a:

$$E_{h0}(x,t_d,t_f) = P_{h0}(x)$$
 si 0 < x < t_d (3.10a)

$$E_{h0}(x,t_d,t_f) = P_{h0}(x) (t_d + t_f - x) \text{ si } t_d \le x \le t_d + t_f(3.10b)$$

Pour obtenir $C_{h0}(x,t_d,t_f)$, la probabilité d'avoir un épisode humide non détecté, il suffit de diviser $E_{h0}(x,t_d,t_f)$ par D_{h0} , le facteur de normalisation défini par:

$$D_{h0} = \int_{0}^{t_{d}} P_{h0}(x) dx + \int_{t_{d}}^{t_{d}+t_{f}} P_{h0}(x) (t_{d}+t_{f}-x) dx$$
 (3.11)

$$C_{h0}(x,t_d,t_f) = E_{h0}(x,t_d,t_f) / D_{h0}$$
 (3.12)

3.2.2.2 Cas où l'épisode humide contient des épisodes secs non détectés.

Le problème se complique sensiblement lorsqu'on suppose que l'épisode humide est entrecoupé par des épisodes secs. La figure 2.7 avait illustré un cas où il y avait deux épisodes secs non détectés à l'intérieur d'un épisode mesuré

humide. Considérons le cas où il y a un épisode sec à l'intérieur de l'épisode humide.

Définissons les fonctions suivantes:

- $B_{dh1}(i,t_d,t_f,t_{sh})$ = fonction représentant la distribution discrète des épisodes humides pendant les épisodes mesurés humides de durée i lorsqu'il n'y a qu'un seul épisode sec non détecté de durée t_{sh} et que t_d et t_f sont des paramètres.
- $F_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh})=$ fonction de répartition des épisodes humides continus $P_{h1}(x)$ en couples d'épisodes humides impliqués dans la distribution des épisodes discrets de durée mesurée i, $B_{dh1}(i,t_d,t_f,t_{sh})$. t_d et t_f servent de paramètres et il y a un épisode sec non détecté de durée t_{sh} .
- $f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$ = fonction intermédiaire dans le calcul de $F_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh})$.

Les relations entre les diverses fonctions sont:

$$F_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh}) = \int_{x}^{i+t_d+t_f} f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d) P_{h1}(x_d) dx_d \quad (3.13)$$

$$B_{dh1}(i,t_d,t_f,t_{sh}) = \int_0^{1+t_d+t_f} F_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh}) P_{h1}(x) dx (3.14)$$

Les équations décrivant $f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$ se

trouvent à l'Annexe A. Dans l'Annexe B, le programme FORTRAN qui permet de vérifier les formules est présenté. Pour obtenir ces équations les hypothèses suivantes sont faites:

- les augets du pluviographe sont vides au début de l'épisode humide: ceci permet de calculer avec précision la valeur de t_d; la présence d'eau dans l'auget réduirait la durée de t_d;
- un épisode sec continu de durée réelle supérieure à une heure précède l'épisode humide: on ne veut pas se trouver dans la situation où la fin de l'épisode humide précédent interfère avec les calculs;
- un épisode sec continu d'une durée réelle supérieure à une heure suit l'épisode humide: on ne veut également pas d'interférence avec le prochain épisode humide;
- l'épisode sec contenu à l'intérieur de l'épisode humide est non détectable;
- le début de l'épisode humide a une égale probabilité d'être positionné n'importe où à l'intérieur des heures de mesure: c'est une hypothèse raisonnable lorsqu'on applique la correction à une distribution d'épisodes;
- le début de l'épisode sec non détecté a une égale probabilité de se trouver n'importe où à l'intérieur de l'épisode humide;
- les temps de délais de détection du début (t_d) et de la fin (t_f) de l'épisode humide sont égaux: cette hypothèse n'est valide que dans le cas où la valeur du seuil (S)

choisi excède de beaucoup celle du seuil de détection (S_d) .

Les formules pour $f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$ doivent alors être intégrées sur leur domaine d'applicabilité. Dans l'Annexe C, ces formules ont été intégrées pour le cas spécial où t_{sh} a une valeur inférieure à $(1-t_d)$.

3.2.3 <u>Position de l'épisode sec par rapport aux heures de mesure</u>

La fin d'un épisode humide se trouvant à côté du début de l'épisode sec suivant, c'est donc la valeur de t_f qui influence la détectabilité de la première heure sèche. De même, la fin de l'épisode sec se trouve à être juxtaposée avec le début de l'épisode humide suivant. C'est alors la valeur de t_d qui influence la détectabilité de la dernière heure de l'épisode sec. Si les valeurs de t_d et t_f sont choisies constantes dans le modèle, il y a alors parfaite analogie entre les équations pour les épisodes secs et humides: il s'agit de remplacer t_d par $1-t_f$, t_d+t_f par $2-t_d-t_f$, x par y, i par j et t_{sh} par t_{hs} .

Toutefois, si on décidait de faire dépendre t_f de la longueur x, tel qu'à l'équation (3.4), alors il n'y aurait plus parfaite analogie entre les deux ensembles d'équations. Les équations pour les épisodes secs devront faire appel à d'autres hypothèses afin d'être résolues. Par exemple on pourrait faire l'hypothèse que la longueur d'un épisode

humide ne dépend pas de la longueur de l'épisode sec précédent. Ceci permet de trouver une valeur moyenne selon x pour t_f que l'on peut mettre dans les équations. Les équations qui suivent présument que l'on peut trouver une valeur adéquate pour t_f qui peut servir pour décrire le comportement des épisodes secs.

3.2.3.1 Cas où l'épisode sec est continu: aucun épisode humide non détecté.

Les hypothèses suivantes sont faites:

- l'épisode sec est continu
- l'épisode sec est positionné de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure.

Lorsqu'on suppose que l'épisode sec est positionné de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure, ceci implique qu'on a une probabilité uniforme de trouver l'épisode sec n'importe où par rapport aux heures de mesure. Dans ce cas-là, la probabilité qu'un épisode sec d'une durée de y heures soit rapporté comme ayant duré j ou j-1 heures entières dépend de (j-y), la partie fractionnaire des heures. Examinons la situation pour certaines durées y.

Si y vaut moins que $1-t_f$, il n'est pas possible de détecter l'épisode sec parce que l'heure va être déclarée comme étant humide. Si y vaut entre $1-t_f$ et $2-t_d-t_f$, l'épisode sec est détecté comme ayant duré une heure, sauf

s'il chevauche deux heures de mesure lorsque la durée sèche de la première heure est inférieure à 1-t $_f$ (provient de la fin d'un épisode humide) et que celle de la deuxième heure est inférieure à 1-t $_d$ (provient du début d'un épisode humide). La probabilité $B_{ds0}(j,t_d,t_f)$ de trouver un épisode sec de durée mesurée (j) lorsqu'il n'y a aucun épisode humide non détecté à partir d'un épisode réel de durée y et de densité de probabilité $P_{s0}(y)$ est:

$$B_{ds0}(j,t_d,t_f) = \int_{j-t_d-t_f}^{j+2-t_d-t_f} F_{s0}(y,j,t_d,t_f) P_{s0}(y) dy$$
 (3.15)

Οù,

 $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$ = fonction de répartition des épisodes secs réels en épisodes mesurés, lorsqu'il n'y a aucun épisode humide non détecté, définie de telle sorte que:

$$F_{s0}(y,0,t_d,t_f) = 1-t_d$$
 et $F_{s0}(y,1,t_d,t_f)=t_d$ si $y = 1-t_f$
$$F_{s0}(y,0,t_d,t_f) = 0$$
 et $F_{s0}(y,1,t_d,t_f)=1$ si $y = 2-t_d-t_f$

 $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$ se détermine de la même façon que $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$ et varie linéairement selon y. Pour y compris entre 1-t_f et 2-t_d-t_f, on obtient alors:

$$F_{s0}(y,0,t_d,t_f) = 2 - t_d - t_f - y$$
 (3.16)

$$F_{s0}(y,1,t_d,t_f) = -1 + t_d + t_f + y$$
 (3.17)

Lorsque y≥2-t_d-t_f, la période sèche sera rapportée comme

ayant duré une heure avec une probabilité croissante selon y d'être rapportée comme ayant duré deux heures. Lorsque $y \ge 3-t_d-t_f$, il n'est plus possible que l'épisode soit rapporté comme ayant duré une heure: il est rapporté comme ayant duré deux heures avec une probabilité croissante selon y d'être rapporté comme ayant duré trois heures. On trouve alors les relations suivantes lorsque y est compris entre $2-t_d-t_f$ et $3-t_d-t_f$:

$$F_{s0}(y,1,t_d,t_f) = 3 - t_d - t_f - y$$
 (3.18a)

$$F_{s0}(y,2,t_d,t_f) = y + t_d + t_f - 2$$
 (3.18b)

Les équations pour $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$ ont une dépendance linéaire en fonction de y et sont présentées au tableau 3.3. La figure 3.4 trace les lignes droites qui représentent ces équations, pour une série de valeurs de j. La façon dont les épisodes secs réels sont répartis dans les épisodes mesurés est présentée à la figure 3.5. On peut maintenant calculer $E_{s0}(y,t_d,t_f)$, la proportion d'épisodes secs non détectés de durée inférieure à une heure lorsqu'il n'y a aucun épisode humide non détecté:

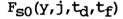
$$E_{s0}(y,t_d,t_f) = P_{s0}(y) F_{s0}(y,0,t_d,t_f)$$
 (3.19)

En utilisant les formules pour $F_{s0}(y,0,t_d,t_f)$, ceci devient:

Tableau 3.3 Équations pour $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$, la fonction de répartition des épisodes secs de durée réelle y selon les épisodes de durée mesurée (j), lorsqu'il n'y a aucun épisode humide non détecté. $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)=0$ sauf à:

Durée rée	lle y (h)	j	Première fonction	j	Deuxième fonction
minimum	maximum	(h) $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$		(h)	$F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$
0	1-t _f	0	1		
1-t _f	2-t _d -t _f	0	2 - t _d - t _f - y	1	-1+y+t _d +t _f
j-t _d -t _f	j+1-t _d -t _f	j-1	j+1-y-t _d -t _f	j	y-j+t _d +t _f
j+1-t _d -t _f	j+2-t _d -t _f	j	j-y-t _d -t _f +2	j+1	y-j+1+t _d +t _f

Figure 3.4 Illustration de $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$, la fonction de répartition des épisodes secs de durée réelle y selon les épisodes de durée mesurée (j), lorsqu'il n'y a aucun épisode humide non détecté. Les chiffres à l'intérieur des surfaces délimitées par les droites représentant $F_{s0}(y,j,t_d,t_f)$ indiquent la durée sèche mesurée. Cas où $t_d = t_f = 0,3$ h.



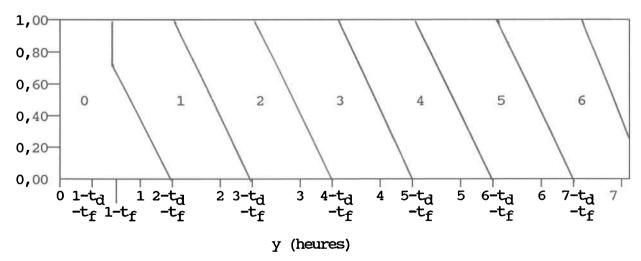
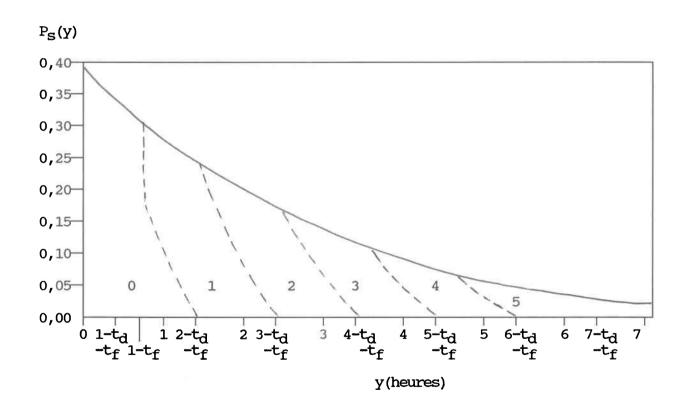


Figure 3.5 Illustration de la répartition des épisodes secs réels dans les épisodes mesurés secs. La courbe supérieure en traits pleins représente $P_S(y)$, la fonction continue représentant la distribution de la densité de probabilité des épisodes humides en fonction de leur durée réelle y. Les courbes en pointillé proviennent de la multiplication de $P_S(y)$ par $F_{SO}(y,j,t_d,t_f)$ et séparent les surfaces de probabilité pour lesquelles la durée mesurée en heures correspond au nombre inscrit à l'intérieur des diverses surfaces.



$$E_{s0}(y,t_d,t_f) = P_{s0}(y)$$
 si $0 < y \le 1-t_f$ (3.20a)

$$E_{s0}(y,t_d,t_f)=P_{s0}(y)(2-t_d-t_f-y)$$
 si $1-t_f < y \le 2-t_d-t_f$ (3.20b)

Pour obtenir $C_{s0}(y,t_d,t_f)$, la probabilité d'avoir un épisode sec non détecté, il suffit de diviser $E_{s0}(y,t_d,t_f)$ par D_{s0} , le facteur de normalisation défini par:

$$D_{s0} = \int_{0}^{1-t_{f}} P_{s0}(y) dy + \int_{1-t_{f}}^{2-t_{d}-t_{f}} P_{s0}(y) (2-t_{d}-t_{f}-y) dy (3.21)$$

D'où,

$$C_{s0}(y,t_d,t_f) = E_{s0}(y,t_d,t_f) / D_{s0}$$
 (3.22)

3.2.3.2 Cas où l'épisode sec contient des épisodes humides non détectés.

Le problème se complique sensiblement lorsqu'on suppose que l'épisode sec est entrecoupé par des épisodes humides. Considérons le cas où il y a un épisode humide à l'intérieur de l'épisode sec. Définissons les fonctions suivantes:

- $B_{ds1}(j,t_d,t_f,t_{hs})$ = fonction représentant la distribution discrète des épisodes secs pendant les épisodes mesurés secs de durée j lorsqu'il n'y a qu'un seul épisode humide non détecté de durée t_{hs} et que t_d et t_f sont des paramètres.
- $F_{s1}(y_d,j,t_d,t_f,t_{hs})$ = fonction de répartition des épisodes secs continus $P_{s1}(y)$ en couples d'épisodes secs

impliqués dans la distribution des épisodes discrets de durée mesurée j, $B_{ds1}(j,t_d,t_{hs})$. t_d et t_f servent comme paramètres et il y a un épisode humide non détecté de durée t_{hs} .

 $f_{s1}(y,j,t_d,t_f,t_{hs},y_d)$ = fonction intermédiaire dans le calcul de $F_{s1}(y_d,i,t_d,t_{hs})$.

Les relations entre les diverses fonctions sont:

$$F_{s1}(y,j,t_d,t_f,t_{hs}) = \int_{y}^{j+2-t_d-t_f} f_{s1}(y,j,t_d,t_f,t_{hs},y_d) P_{s1}(y_d) dy_d (3.23)$$

$$B_{ds1}(j,t_d,t_f,t_{hs}) = \int_0^{j+2-t_d-t_f} F_{s1}(y,j,t_d,t_f,t_{hs}) P_{s1}(y) dy (3.24)$$

Les équations décrivant $f_{s1}(y,j,t_d,t_f,t_{hs},y_d)$ sont similaires à celles de $f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$ qui se trouvent dans l'Annexe A: il suffit de remplacer x par y, t_d par 1- t_f , t_d+t_f par 2- t_d-t_f , i par j et t_{sh} par t_{hs} .

3.2.4 Présence d'épisodes humides non détectés

Comme on a pu le constater à la figure 3.1, les épisodes d'une durée inférieure à t_d ne sont pas détectables ainsi qu'une partie des épisodes d'une durée entre t_d et t_d+t_f . La figure 2.6 nous avait présenté une illustration de l'effet de la présence de deux épisodes humides non détectés. On doit estimer la probabilité d'avoir un certain nombre d'épisodes

humides non détectés ainsi que les conséquences de ne pas détecter ces épisodes sur la distribution mesurée. Soit:

 $W_{Sk}(y) = probabilité d'avoir k épisodes humides non détectés à l'intérieur d'un épisode sec de durée réelle y.$

La formulation exacte de $W_{sk}(y)$ doit faire l'objet d'hypothèses spécifiques. A priori il semble logique de supposer que la probabilité d'avoir des épisodes secs non détectés augmente graduellement avec la durée x. Plus x est grand, plus il est possible d'avoir plusieurs épisodes non détectés. Au chapitre 4, on trouve des fonctions qui ont ces propriétés.

3.2.5 Présence d'épisodes secs non détectés

x.

Comme on peut le constater à la figure 3.4, les épisodes secs d'une durée inférieure à 1-t $_f$ ne sont pas détectables ainsi qu'une partie des épisodes d'une durée entre 1-t $_f$ et 2-t $_d$ -t $_f$. Un exemple de l'influence de la présence de deux épisodes secs non détectés a été présenté à la figure 2.7. On doit estimer la probabilité d'avoir un certain nombre d'épisodes secs non détectés ainsi que les conséquences de ne pas détecter ces épisodes sur la distribution mesurée. Soit:

 $W_{hr}(x) = probabilité d'avoir r épisodes secs non détectés à l'intérieur d'un épisode humide de durée réelle$

La formulation exacte de Whr(x) doit faire l'objet d'hypothèses spécifiques. A priori, il semble logique de supposer que lorsque l'épisode est court, il y a une forte probabilité qu'il n'y ait aucun épisode sec non détecté. Lorsque la durée de x augmente, la probabilité d'avoir des épisodes non détectés augmente graduellement. Plus x est grand, plus il est possible d'avoir plusieurs épisodes non détectés. Le chapitre 4 contient des fonctions qui ont ces propriétés.

3.2.6 <u>Présence d'épisodes humides détectés alors qu'ils sont</u> sous le seuil choisi

3.2.6.1 Effet sur les épisodes humides

On suppose que le seuil (S) cherché est un multiple (m) du seuil de détection (S_d) . La plus petite intensité qui puisse être faussement détectée est I_{min} :

$$I_{min} = (m-1) S_d / DT ; DT = 1 h$$
 (3.25)

Le délai de détection associé à Imin est:

$$t_{dmin} = \frac{m S_d DT}{(m-1) S_d} = \frac{m DT}{m-1}$$
; $DT = 1 h$ (3.26)

La durée maximale (L_X) d'un épisode faussement détecté dépend de m, de sa durée réelle (x), de la valeur de t_d et de sa position relativement aux heures de mesure. La fonction qui représente la répartition des épisodes humides

faussement détectés selon les durées mesurées est ${\rm FD_{h\,0}}\,({\rm x\,,i\,,t_d\,,m})$. Cette fonction est différente de ${\rm F_{h\,0}}\,({\rm x\,,i\,,t_d\,,t_f})$ sous les aspects suivants:

- les bornes de changement de formules en termes de durée mesurée dépendent d'un multiple de t_d dans le cas de $FD_{h0}(x,i,t_d,m)$ et de la durée mesurée à laquelle t_d+t_f a été ajouté dans le cas de $F_{h0}(x,i,t_d,t_f)$;
- t_d peut être supérieur à 1 dans le cas de FD_{h0}(x,i,t_d,m), ce qui peut produire une série d'épisodes humides mesurés séparés chacun par un épisode sec d'une durée mesurée d'une heure;
- la fonction $FD_{h0}(x,i,t_d,m)$ rajoute des épisodes mesurés en surplus des épisodes réellement au-dessus du seuil: il faudra donc s'assurer de normaliser adéquatement $B_{dh}(i)$.

Pour rapporter un faux épisode humide d'une durée mesurée maximale (L_X) il faut que t_d soit situé dans l'intervalle $[(L_X+m)/(L_X+m+1),(L_X+m-1)/(L_X+m)]$. Le tableau 3.4 contient les valeurs maximales de t_d qui permettent de rapporter un faux épisode humide de durée mesurée i. On constate immédiatement que le fait d'utiliser un seuil supérieur au seuil de détection permet de réduire sensiblement la valeur maximale de t_d qui permet de faussement détecter des épisodes humides et par conséquent réduit le nombre de faux épisodes. Cette observation était également évidente au chapitre 2 (voir figures 2.4 et 2.5).

Tableau 3.4 Valeurs maximales de t_d (h) permettant de rapporter un faux épisode de durée mesurée i en fonction de m, le rapport S/S_d, lorsque le pas de discrétisation DT vaut 1 h. L'équation utilisée pour obtenir les valeurs dans ce tableau est la suivante:

$$t_d = (m+(i-1) DT) / (m-1+(i-1))$$

m	1	2	3	4	5	6
1 h	∞	2,0000	1,5000	1,3333	1,2500	1,2000
2 h	2,0000	1,5000	1,3333	1,2500	1,2000	1,1667
3 h	1,5000	1,3333	1,2500	1,2000	1,1667	1,1429
4 h	1,3333	1,2500	1,2000	1,1667	1,1429	1,1250
5 h	1,2500	1,2000	1,1667	1,1429	1,1250	1,1111
6 h	1,2000	1,1667	1,1429	1,1250	1,1111	1,1000
7 h	1,1667	1,1429	1,1250	1,1111	1,1000	1,0909
8 h	1,1429	1,1250	1,1111	1,1000	1,0909	1,0833

Si on utilise $S=S_d$, on peut alors observer une forte surestimation du nombre d'épisodes de courte durée par rapport à ceux de longue durée. L'ampleur du phénomène dépend de la distribution $G(t_d)$. En résumé, dans le but de minimiser la détection du nombre de faux épisodes, il faut utiliser une valeur du seuil beaucoup plus grande que le seuil de détection S_d .

Le tableau 3.5 présente les formules pour $FD_{h0}(x,i,t_d,m)$. Ces formules ont été obtenues en supposant que les épisodes humides faussement détectés peuvent se positionner de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure. Examinons maintenant quelques formules de ce tableau dans le cas où m=1. Si x est d'une durée inférieure à t_d, aucun épisode ne peut être faussement détecté. Si x vaut entre t_d et 2t_d, l'épisode ne peut être rapporté que comme ayant duré une heure. Si x vaut entre 2_d et 3t_d, il y a maintenant deux heures détectées qui peuvent consécutives ou séparées par une heure sèche. La probabilité d'être rapportée comme ayant duré deux heures est égale à la durée mesurée (2 heures) moins la durée entre deux atteintes successives du seuil (t_d), soit donc égale à 2-t_d. probabilité d'être rapportée comme ayant duré une heure est alors de (td-1); toutefois, comme il y a deux de ces épisodes qui seront rapportés, $FD_{h0}(x,1,t_d,m)$ devient égal à $2t_d-2$.

Tableau 3.5 Équations pour ${\rm FD_{h0}}({\rm x,i,t_d,m})$, la fonction de répartition des épisodes humides faussement détectés de durée réelle (x) selon les épisodes de durée mesurée (i) lorsqu'il n'y a aucun épisode non détecté, dans le cas où S = m S_d. Soit ${\rm L_X}$ un entier tel que:

$$\frac{L_{x} + m}{L_{x} + m + 1} < t_{d} < \frac{L_{x} + m - 1}{L_{x} + m}$$

i x	1	2	3	LX	L
0 < x < t _d	0	0	0	0	0
t _d < x < 2t _d	1	0	0	0	0
2t _d < x < 3t _d	2t _d -2	2-t _d	0	0	o
$3t_d < x < 4t_d$	2t _d -2	2t _d -2	3-2t _d	0	0
$L_{x}t_{d}< x<(L_{x}+1)t_{d}$	2t _d -2	2t _d -2	2t _d -2	L_{x} -(L_{x} -1) t_{d}	0
L t _d <x<(l+1)t<sub>d</x<(l+1)t<sub>	2t _d -2	2t _d -2	2t _d -2	$L_{x}^{-}(L_{x}^{-1})t_{d}^{+}$ INT(x/(L _x t _d))-1	0

3.2.6.2 Effet sur les épisodes secs.

La présence d'épisodes humides faussement détectés a également un effet sur la discrétisation des épisodes secs. Cet effet est toutefois fort complexe car il dépend non seulement de la durée sèche réelle **(y)** mais également de l'intégration des effets sur les épisodes humides pondérée par G(td). Cette intégration est sujette en plus à des restrictions causées par y et la position de l'épisode sec par rapport aux heures de mesure. On propose plutôt des formules simplifiées basées sur les effets qui se produisent lors de la présence de faux épisodes détectés. formules ont comme principaux désavantages empiriques et de dépendre de l'ensemble de données sur lequel elles vont être dérivées. Des recherches plus approfondies sur sujet pourraient éventuellement mener l'établissement de formules plus satisfaisantes au point de Trois situations typiques peuvent vue théorique. produire:

Cas 1: le faux épisode humide est mesuré comme un seul bloc de durée i sans épisode sec intercalé. La durée sèche qui aurait dû être mesurée comme j, est maintenant mesurée comme deux épisodes secs, l'un de durée j₁ et l'autre de durée j-j₁-i. Cette situation a été illustrée à la figure 3.6a, pour le cas où t_d=1,25 h,

Illustration des effets qui se produisent lors de la détection d'épisodes humides alors qu'ils sont sous le seuil choisi (I_S). \dagger indique que le seuil S_d a été atteint. La durée sèche totale (j) s'étend de 1 h à 17 h. Figure 3.6

a) Cas où I = 0,8 I_S (mm/h); t_d = 1,25 h.

TEMPS	Ä-	7-	e -	4-	ഹ–	φ-		ω-	ο -	10	11	12	13	14	15	16	17
ÉPISODE RÉEL				***					***							8	
AUGETS					↔	↔		↔,	+								
ÉPISODES MESURÉS	V		j ₁		^		138		× ***			1	j-j ₁ -i				Ŷ

b) Cas où I = 0,8 I_S (mm/h); $t_d = 1,25 h$.

TEMPS	н-	6-3		ֆ_ Ծ_	9-	7	ω-	σ -	10	11 1	12 1	ღ_ _	4-	15 1	9-	17
ÉPISODE RÉEL															,,,,,	c
AUGETS		*		++	++	↔	↔	*	**	**		↔	+	+		
ÉPISODES MESURÉS	jı	**1	п		48		11	***		4				2		

c) Cas où I = 0,33 I_S (mm/h); $t_d = 3 h$.

TEMPS	1	77-	ღ-	4-	ഗ	6 7	ω-	σ -	10	11	12	13	14	15	16	17
ÉPISODE RÉEL		***													***	
AUGETS				+			+ +			+		++				
ÉPISODES MESURÉS		<j<sub>1</j<sub>		> #1#	n->	<-u=2->	% 1%	<-u=2-> 1	**** ^		<-u=2->	***1		<3		Ņ

 $S=S_d$ et l'épisode humide d'intensité inférieure au seuil (0,8 I_S) débute à 4 h pour se terminer à 9 h: le faux épisode humide a une durée mesurée de 4 h.

- Cas 2: le faux épisode humide est mesuré comme plusieurs blocs humides de durée totale i séparés par des épisodes secs d'une durée d'une heure. On suppose qu'il y a n épisodes secs intercalés, que i représente la durée sèche qui aurait dû être rapportée et que j₁ est la durée sèche mesurée avant le début du bloc Dans ce cas-là, l'épisode sec de durée j est humide. remplacé par les épisodes secs suivants: n d'une durée d'une heure, un de durée j₁ et un de durée j-i-n-j₁. La figure 3.6b illustre cette situation en utilisant les paramètres suivants: $t_d = 1,25 h$, $S=S_d$, $I=0,8 I_S$. L'épisode humide débute à 1,75 h et finit à 16 h: on observe alors la série suivante des durées d'épisodes humides: un d'une heure, deux de quatre heures et un dernier de deux heures. Ils sont séparés chacun par un épisode sec d'une durée d'une heure.
- Cas 3: le faux épisode humide est mesuré comme plusieurs blocs humides de durée totale i séparés par des épisodes secs d'une durée mesurée u de plus d'une heure. L'épisode sec qui aurait dû être rapporté de durée j est remplacé par les épisodes secs suivants: n d'une durée de u heures, un d'une durée j₁ et un de

durée (j - i - n u - j_1). Cette situation est illustrée à la figure 3.6c, dans laquelle on a choisi: $t_d=3$ h, $S=S_d$, I=0,333 I_S (mm/h). On observe alors une série de quatre épisodes humides d'une durée d'une heure séparés chacun par des épisodes secs d'une durée de deux heures.

L'effet net de ces trois cas est donc d'augmenter de façon considérable les épisodes secs de courte durée par rapport à ceux de longue durée. La valeur corrigée de $B_{ds0}(j)$ par rapport à l'effet des faux épisodes peut être représentée de façon approximative par:

$$B_{ds0}(j) = B_{ds0}(j) (1 + A1 / j) / NJ$$
 (3.27)

où Al = constante à être déterminée par régression.

Le facteur de normalisation NJ est calculé par

$$NJ = \sum_{j=1}^{j_X} B_{ds0}(j)$$
 (3.28)

3.3 Modèle global

On peut maintenant tenir compte de toutes les corrections pour trouver un modèle global. Soit:

B_{ds}(j) = fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes secs théoriques de durée totale j contenant des épisodes non détectés. B_{dh}(i) = fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes humides théoriques de durée totale i contenant des épisodes non détectés.

La première opération à effectuer consiste à tenir compte de la distribution $G(t_d)$ de la densité de probabilité du temps de délai du début de l'épisode humide. Dans le cas où t_f est une fonction de t_d , on obtient:

$$B_{ds}(j) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) B_{ds}(j, t_d, t_f) dt_d$$
 (3.29)

$$B_{dh}(i) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) B_{dh}(i, t_d, t_f) dt_d$$
 (3.30)

Où,

- $B_{ds}(j,t_d,t_f)=$ fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes secs théoriques de durée totale j contenant des épisodes non détectés, lorsque t_d et t_f servent de paramètres.
- $B_{\mathrm{dh}}(\mathrm{i},\mathrm{t_d},\mathrm{t_f})$ = fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes humides théoriques de durée totale i contenant des épisodes non détectés, lorsque $\mathrm{t_d}$ et $\mathrm{t_f}$ servent de paramètres.

Deuxièmement, on tient compte de la présence de k épisodes humides non détectés lors des épisodes mesurés secs et de r épisodes secs non détectés lors des épisodes mesurés humides:

$$B_{ds}(j,t_d,t_f) = \sum_{k=0}^{k_X} B_{dsk}(j,t_d,t_f)$$
 (3.31)

$$B_{dh}(i,t_d,t_f) = \sum_{r=0}^{r_x} B_{dhr}(i,t_d,t_f)$$
 (3.32)

Οù,

 $B_{dsk}(j,t_d,t_f)$ = fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes secs théoriques de durée totale j contenant k épisodes humides non détectés, lorsque t_d et t_f sont utilisés comme paramètres.

Bdhr(i,td,tf) = fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes humides théoriques de durée totale i contenant r épisodes secs non détectés, lorsque td et tf sont des paramètres.

Troisièmement, on tient compte de la présence de la distribution des épisodes non détectés:

$$B_{dsk}(j,t_{d},t_{f}) = \int_{0}^{k(t_{d}+t_{f})} c_{hk-1}(t_{hs},t_{d},t_{f}) B_{dsk}(j,t_{d},t_{hs},t_{f}) dt_{hs} (3.33)$$

$$B_{dhr}(i,t_{d},t_{f}) = \int_{0}^{r(2-t_{d}-t_{f})} C_{sr-1}(t_{sh},t_{d},t_{f}) B_{dhr}(i,t_{d},t_{f},t_{sh}) dt_{sh} (3.34)$$
Où,

- $B_{dsk}(j,t_d,t_f,t_{hs})$ = fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes secs théoriques de durée totale j contenant k épisodes non détectés, lorsque t_d , t_f et t_{hs} servent de paramètres.
- $B_{dhr}(i,t_d,t_f,t_{sh})$ = fonction représentant la distribution discrétisée des épisodes humides théoriques de durée totale i contenant r épisodes non détectés, lorsque t_d , t_f et t_{sh} servent de paramètres.

Les relations entre ces dernières fonctions et les fonctions continues sont:

$$B_{dsk}(j,t_d,t_f,t_{hs}) = \int_0^{j+k(2-t_d-t_f)} F_{sk}(y,j,t_d,t_f,t_{hs}) P_{sk}(y) dy \quad (3.35)$$

$$B_{dhr}(i,t_d,t_f,t_{sh}) = \int_0^{i+r(t_d+t_f)} F_{hr}(x,i,t_d,t_f,t_{sh}) P_{hr}(x) dx (3.36)$$

Finalement, les distributions continues contenant un nombre fixe d'épisodes non détectés sont reliées aux distributions continues par:

$$P_{sk}(y) = W_{sk}(y) P_s(y)$$
 (3.37)

$$P_{hr}(x) = W_{hr}(x) P_{h}(x)$$
 (3.38)

Οù,

$$\begin{array}{ll}
k_{\mathbf{X}} \\
\Sigma \\
k=0
\end{array} \qquad (3.39)$$

$$\begin{array}{ll}
\Gamma_{\mathbf{x}} \\
\Sigma \\
\Gamma = 0
\end{array} \qquad (3.40)$$

En tenant compte de tous les termes, $B_{ds}(j)$ et $B_{dh}(i)$ deviennent:

$$B_{ds}(j) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left\{ \sum_{k=0}^{k_x} \int_{0}^{k(t_d + t_f)} c_{hk-1}(t_{hs}, t_d, t_f) \right\} [$$

$$\int_{0}^{j+k(2-t_{d}-t_{f})} F_{sk}(y,j,t_{d},t_{f},t_{hs}) W_{sk}(y) P_{s}(y) dy] dt_{hs} \} dt_{d} (3.41)$$

$$B_{dk}(i) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left(\sum_{r=0}^{r_X} \int_{0}^{r(2-t_d-t_f)} C_{sr-1}(t_{sh}, t_d, t_f) \right) [$$

$$\int_{0}^{i+r(t_{d}+t_{f})} F_{hr}(x,i,t_{d},t_{f},t_{sh}) W_{hr}(x) P_{h}(x) dx] dt_{sh} \} dt_{d} (3.42)$$

Le degré de complexité de ces équations augmente rapidement avec le nombre maximal d'épisodes non détectés que le modèle utilise. Au chapitre suivant, on élabore une série de modèles de complexité croissante.

Chapitre 4.

MODÈLES SPÉCIFIQUES

On désire appliquer le modèle de correction des effets de la discrétisation de la précipitation horaire. On doit préciser la distribution de la densité de probabilité du nombre d'épisodes humides $(G(t_d))$ en fonction du délai de détection de la précipitation (t_d) ; on doit également établir des expressions pour la distribution des densités de probabilité du nombre d'épisodes secs $(P_S(y))$ et humides $(P_h(x))$ en fonction de leur durée; les répartitions des épisodes secs $(W_{hr}(x))$ et humides $(W_{Sk}(y))$ selon le nombre d'épisodes non détectés doivent être aussi établies. Dans un premier temps des formules sont proposées pour ces termes. Puis divers modèles de complexité croissante sont élaborés.

4.1 Formules

4.1.1 Formule pour G(t_d)

Expérimentalement (Gabriel et Neumann, 1962; Katz, 1974; Chin, 1977), on trouve fréquemment que la distribution des épisodes humides en fonction de leur intensité (I) est assez bien représentée par une fonction exponentielle décroissante du type:

$$G(I) = G_0 \exp(-I_0 I)$$
 (4.1)
Où,

I₀ = paramètre de l'exponentielle (h/mm)

 G_0 = constante qui normalise G(I) à l'unité entre les bornes inférieure (I_m) et supérieure (I_x) . Le choix de la borne inférieure est influencé par le seuil de détection de l'appareil. La détermination de la borne supérieure dépend du site où les données de précipitation sont recueillies.

La valeur de G_0 est donc trouvée par l'intégration de l'équation (4.1) sur sa plage de valeurs:

$$G_0 = \frac{I_0}{\exp(-I_m I_0) - \exp(-I_x I_0)}$$
 (4.2)

On rappelle la relation entre t_d et I:

$$t_{d} = S / I \tag{4.3}$$

Les valeurs extrêmes sont données par:

$$t_{d0} = S / I_{x}$$
 (4.4)

$$t_{dm} = S / I_m \tag{4.5}$$

D'où,

$$G(t_d) = G_t \exp(-S I_0/t_d)$$
 (4.6)

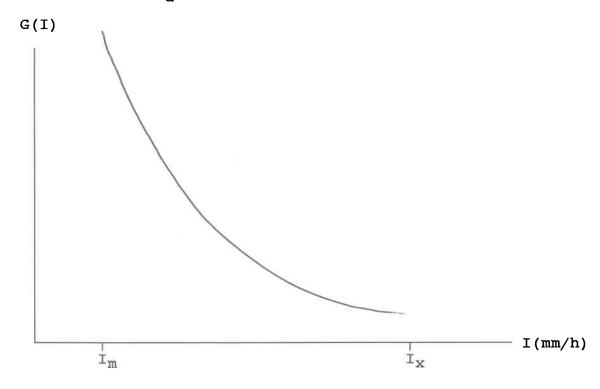
où
$$G_t = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) dt_d$$
 (4.7)

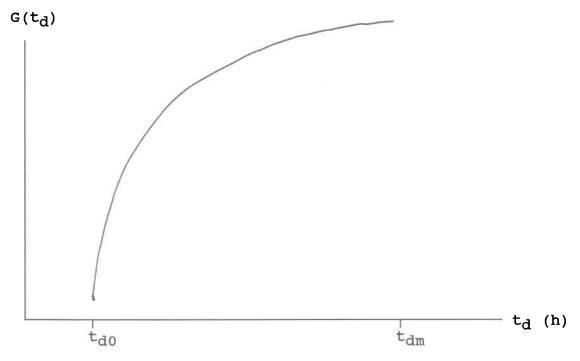
La figure 4.1 illustre un exemple de la variation de la densité de la probabilité du nombre d'épisodes humides en fonction de leur intensité (G(I)) et du délai de détection (G(t_d)). Les courbes qui représentent ces fonctions varient en sens inverse en fonction de leurs paramètres respectifs. G(I) part d'une valeur maximale à I_m et diminue rapidement pour atteindre sa valeur minimale à I_x . Par contre, G(t_d) part de sa valeur minimale à t_{d0} , augmente rapidement en fonction de t_d et atteint sa valeur maximale à t_{dm} .

4.1.2 Formules pour $P_s(y)$ et $P_h(x)$

Diverses formules peuvent être proposées pour $P_S(y)$ et $P_h(x)$. Examinons ici l'exponentielle décroissante et la somme de deux exponentielles décroissantes.

Figure 4.1 Illustration de la densité de probabilité du nombre d'épisodes humides en fonction de leur intensité (G(I)) et du délai de détection $(G(t_d))$.





4.1.2.1 Exponentielle décroissante

Les formules normalisées pour $P_{\mathbf{S}}(\mathbf{y})$ et $P_{\mathbf{h}}(\mathbf{x})$ dans le cas d'une distribution exponentielle décroissante sont:

$$P_{s}(y) = (exp(-b y)) / c_{1}$$
 (4.8)

$$P_h(x) = (exp(-a x)) / c_2$$
 (4.9)

Οù,

$$c_1 = \int_{y_0}^{y_m} \exp(-b y) dy = (-\exp(-b y_m) + \exp(-b y_0))/b (4.10)$$

$$c_2 = \int_{x_0}^{x_m} \exp(-a x) dx = (-\exp(-a x_m) + \exp(-a x_0))/a (4.11)$$

Notons que les équations pour l'exponentielle décroissante et la chaîne de Markov simple sont équivalentes. En effet, les équations pour la chaîne de Markov sont:

$$M_{s}(y) = (1-bb)^{y-1} / c_{3}$$
 (4.12)

$$M_h(x) = (1-aa)^{x-1} / c_4$$
 (4.13)

$$c_3 = \int_{y_0}^{y_m} (1-bb)^{y-1} = [(1-bb)^{y_m-1} - (1-bb)^{y_0-1}]/\ln(1-bb)$$
 (4.14)

$$c_4 = \int_{x_0}^{x_m} (1-aa)^{x-1} = [(1-aa)^{x_m-1} - (1-aa)^{x_0-1}]/\ln(1-aa)$$
 (4.15)

Postulant l'égalité entre les équations (4.8) et (4.12),

ainsi qu'entre (4.9) et (4.13), on trouve pour n'importe quelles valeurs de x et de y:

$$bb = 1 - e^{-b}$$
 (4.16)

$$aa = 1 - e^{-a}$$
 (4.17)

4.1.2.2 Somme de deux exponentielles décroissantes

Dans le cas d'une distribution représentée par la somme de deux exponentielles décroissantes, on a les formules suivantes:

$$P_s(y) = B \exp(-b_1 y) / c_5 + (1-B) \exp(-b_2 y) / c_6$$
 (4.18)

$$P_h(x) = A \exp(-a_1 x) / c_7 + (1-A) \exp(-a_2 x) / c_7$$
 (4.19)
Où,

$$c_5 = \int_{y_0}^{y_m} \exp(-b_1 y) dy = [-\exp(-b_1 y_m) + \exp(-b_1 y_0)]/b_1 (4.20)$$

$$c_6 = \int_{y_0}^{y_m} \exp(-b_2 y) dy = [-\exp(-b_2 y_m) + \exp(-b_2 y_0)]/b_2$$
 (4.21)

$$c_7 = \int_{x_0}^{x_m} \exp(-a_1 x) dx = [-\exp(-a_1 x_m) + \exp(-a_1 x_0)]/a_1$$
 (4.22)

$$c_8 = \int_{x_0}^{x_m} \exp(-a_2 x) dx = [\exp(-a_2 x_m) - \exp(-a_2 x_0)]/a_2$$
 (4.23)

4.1.2.3 Autres distributions

Plusieurs autres types de distributions ont été essayées: Pearson 3, log Pearson 3, Poisson, log normale, Cependant les résultats obtenus avec ces distributions n'améliorent généralement pas ceux obtenus avec la somme de De plus, ces autres distributions ne deux exponentielles. produisent pas des valeurs directement utilisables pour le calcul des périodes sèches et humides dans le modèle statistique du transport à grandes distances des polluants atmosphériques (TGDPA) utilisé par le Ministère de l'Environnement du Québec. Ce modèle du TGDPA (Lelièvre et al., 1985) se sert en effet des paramètres de fonctions exponentielles afin de décrire les transitions entre les périodes sèches et humides: ces paramètres représentent la durée moyenne des épisodes secs et humides. C'est pourquoi seules les deux distributions exponentielles seront considérées.

4.1.3 Formules pour $W_{sk}(y)$ et $W_{hr}(x)$

Ces paramètres sont normalisés à l'unité:

$$\begin{array}{ccc}
k_{\mathbf{X}} \\
\Sigma & W_{\mathbf{S}\mathbf{k}}(\mathbf{y}) = 1 \\
\mathbf{k} = 0
\end{array} \tag{4.24}$$

$$\sum_{r=0}^{r_x} W_{hr}(x) = 1$$
 (4.25)

On peut proposer diverses formules pour les paramètres

4.1.3.1 Valeur constante

Lorsque le modèle contient peu d'épisodes non détectés, l'influence du choix des relations pour $W_{sk}(y)$ et $W_{hr}(x)$ est minimal et il est alors possible que l'utilisation d'une valeur constante pour W soit appropriée:

$$W_{sk}(y) = d_{sk} \tag{4.26}$$

$$W_{hr}(x) = d_{hr} (4.27)$$

Où d_{sk} et d_{hr} sont des constantes positives dont les sommes respectives sont normalisées à l'unité.

4.1.3.2 Valeur variable selon la durée

A priori, il semble logique de supposer que, lorsque la durée sèche augmente, la probabilité d'avoir un épisode humide non détecté augmente. De plus il semble logique de postuler que plus l'épisode sec est long, plus il est possible d'avoir un nombre élevé d'épisodes non détectés. Plusieurs fonctions peuvent représenter mathématiquement ce comportement. À titre d'exemple, signalons:

$$W_{s0}(y) = \exp(-g_{s0} y) \tag{4.28}$$

$$W_{s1}(y) = (1-W_{s0}(y)) \exp(-g_{s1} y)$$
 (4.29)

$$W_{sk_x}(y) = (1 - W_{s0}(y) - \dots - W_{sk_{x-1}}(y))$$
 (4.30)

Où les paramètres g_{sk} sont des paramètres de valeur décroissante avec k, ce qui assure que les nombreux épisodes non détectés ont une probabilité plus grande de se produire lors des épisodes secs les plus longs. Des fonctions similaires peuvent être proposées pour les épisodes humides:

$$W_{h0}(x) = \exp(-g_{h0} x)$$
 (4.31)

$$W_{h1}(x) = (1-W_{h0}(x)) \exp(-g_{h1} x)$$
 (4.32)

$$W_{hr_x}(x) = (1-W_{h0}(x)-...-W_{hr_{x-1}}(x))$$
 (4.33)

4.2 Discrétisation de la distribution théorique des épisodes humides.

On examine ici quelques cas de discrétisation de la distribution théorique des épisodes humides. Les six critères qui servent à différencier ces cas sont:

- 1 Nature de la distribution théorique: discrète ou continue?
- 2 Type de correction appliquée: aucune, déphasage constant, déphasage variable ou fonction (F_{hr}) .
- 3 Valeur de t_d : nulle, constante ou variable selon $G(t_d)$.
- 4 Nombre d'épisodes non détectés.
- 5 Présence d'épisodes humides faussement détectés.

6 - Fonction représentant Whr.

Le tableau 4.1 présente les cas de discrétisation résultant des différentes hypothèses.

4.2.1 Cas 1: distribution discrète sans correction.

Le premier cas examiné est le plus simple: on suppose qu'il n'y a aucune correction à apporter à la distribution théorique $P_h(i)$ afin d'obtenir la distribution théorique discrétisée $P_{dh}(i)$ qui est comparée à la distribution des observations $O_h(i)$. La relation suivante est donc postulée:

$$B_{dh}(i) = P_h(i) \tag{4.34}$$

Les valeurs de $B_{dh}(i)$ et de $P_h(i)$ coïncident donc pour toutes les valeurs de i et sont représentées par des astérisques (*) à la figure 4.2. Les hypothèses suivantes doivent être faites afin d'obtenir ce cas:

- r_x = 0 : il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- $-k_{X} = 0$: il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- $-t_d = 0$: il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;
- $-t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- tous les épisodes humides réels ont une durée entière i;
- tous les épisodes humides débutent et se terminent en synchronisation parfaite avec les heures de mesure.

Tableau 4.1 Modèles résultant des diverses hypothèses sousjacentes à la discrétisation de la distribution théorique des épisodes humides.

					Mo	odèle	es				
Paramètres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nature	D	D	D	С	С	С	С	С	С	С	С
f _h (i), i=1	0	-, 5	-, 5	0	р	F _{h0}	F _{h0}	F _{h0}	F _{h0}	F _{h1}	F _{h1}
f _h (i), i>1	0	-, 5	-1	0	p	F _{h0}	F _{h0}	F _{h0}	FhO	F _{h1}	F _{h1}
t _d	0	0	0	0	0	0	cst	G	G	cst	G
k _X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
r _X	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
W _{h1}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	cst	cst
Faux épis.	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	NON	OUI

où, C = distribution continue

cst = constante quelconque

D = distribution discrète

 F_{hi} = fonction de répartition des épisodes humides lorsqu'il y a i épisodes secs non détectés

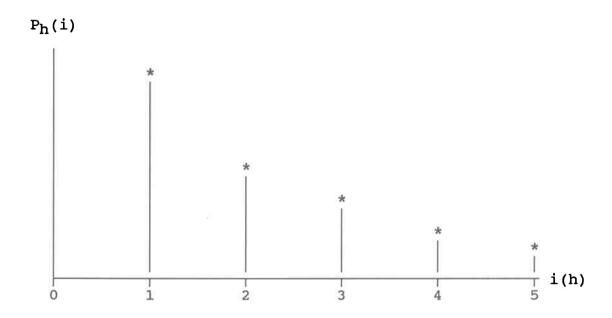
 $G = G(t_d) = distribution de t_d$

k_x = nombre maximal d'épisodes humides non détectés

p = paramètre de répartition de la probabilité entre des classes adjacentes

r_x = nombre maximal d'épisodes secs non détectés

Wh1 = probabilité d'avoir des épisodes humides contenant un épisode sec non détecté



Ce modèle est très souvent utilisé dans la littérature. Toutefois, il est le plus biaisé et le moins précis. L'erreur relative faite en employant ce modèle est maximale lorsque la distribution comporte un nombre restreint de classes. La durée moyenne d'un épisode est donnée par:

$$\overline{i} = \overline{\underbrace{i_{X} \atop \Sigma}_{i=1}^{i_{X}} i P_{h}(i)}_{i=1}$$

$$i_{X} \atop \Sigma P_{h}(i)$$

$$i=1$$
(4.35)

4.2.2 Cas 2: distribution discrète avec déphasage de 0,5 h.

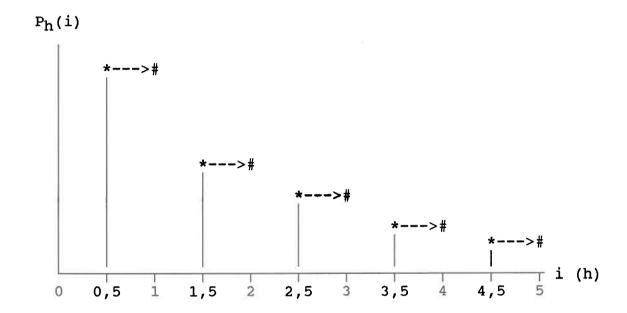
Les hypothèses suivantes sont à la base de ce cas:

- $r_X = 0$: il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- k_x = 0 : il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;
- $t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- les épisodes humides réels ont une durée moyenne égale à i-0,5 h.

Dans ce cas-ci, il s'agit d'une distribution discrète qui s'étend de 0,5 à i_x -0,5 h. Les valeurs de P_h ne sont alors définies qu'aux milieux des heures de mesure (voir figure 4.3):

$$B_{dh}(i) = P_h(i-0.5)$$
 (4.36)

Figure 4.3 Distribution théorique représentant le cas 2: distribution discrète des épisodes humides avec déphasage de 0,5 h. Les flèches indiquent qu'il y a une correction uniforme de 0,5 h appliquée à chacun de points de la distribution discrète de sorte que $B_{\hbox{dh}}(i) = P_{\hbox{h}}(i-0,5)$. *= $P_{\hbox{h}}(i)$ #= $P_{\hbox{dh}}(i)$.



La durée moyenne d'un épisode est donnée par:

$$\frac{i_{X}^{-0,5}}{\sum_{\Sigma}^{\Sigma} i P_{h}(i)} = \frac{i=0,5}{i_{X}^{-0,5}} \sum_{\Sigma}^{\Sigma} P_{h}(i) = 0,5$$
(4.37)

4.2.3 Cas 3: distribution discrète avec déphasage variable.

Ce modèle postule que:

- r_x = 0 : il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- k_x = 0 : il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;
- $t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- les épisodes humides réels ont une durée moyenne égale à i-D(i), où D(i) est un facteur de déphasage variable selon la longueur de l'épisode.

On a déjà signalé à la section 1.1 que l'effet du positionnement aléatoire de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure est d'allonger en moyenne d'environ 30 minutes les épisodes humides d'une durée mesurée d'une heure. Les épisodes d'une durée mesurée de plus d'une heure se trouvent surestimés par environ une heure. Il semble donc justifié de proposer les formules suivantes pour D(i):

$$D(i) = 0.5$$
 si $i = 1$ (4.38)

$$D(i) = 1$$
 si $i > 1$ (4.39)

On obtient alors:

$$B_{dh}(i) = P_h(i-D(i))$$
 (4.40)

Dans ce cas-ci, il s'agit d'une distribution discrète qui s'étend de i=0,5 à $i=i_X-1$ h. Cette distribution est représentée à la figure 4.4.

La durée moyenne d'un épisode est donnée par:

$$\frac{\vec{i}}{\vec{i}} = \frac{0.5 P_{h}(0.5) + \sum_{i=1}^{i_{x}-1} i P_{h}(i)}{0.5 + \sum_{i=1}^{i_{x}-1} P_{h}(i)}$$
(4.41)

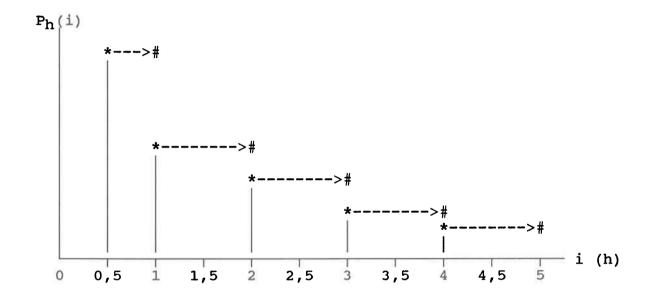
4.2.4 Cas 4: distribution continue sans correction.

Ce modèle postule que:

- $r_X = 0$: il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- $k_X = 0$: il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;
- $t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- les épisodes humides réels sont distribués selon une $\text{distribution continue } P_h\left(x\right);$

Figure 4.4 Distribution théorique représentant le cas 3: distribution discrète des épisodes humides avec déphasage D(i) de 0,5 h pour i=1 et de 1 h pour les autres heures. Les flèches représentent donc la transformation suivante: $B_{dh}(i) = P_h(i-D(i))$.

* = $P_h(i)$ # = $B_{dh}(i)$



- la distribution discrète des épisodes humides théoriques $B_{\hbox{\scriptsize dh}}(i) \ \hbox{provient de l'intégration de la distribution}$ des épisodes réels entre les bornes i-1 et i.

On a représenté à la figure 4.5 un exemple de distribution continue. Dans ce cas-ci, l'équation suivante s'applique:

$$B_{dh}(i) = \int_{i-1}^{i} P_h(x) dx$$
 (4.42)

La durée moyenne des épisodes réels est calculée de la même façon pour tous les cas de distributions continues:

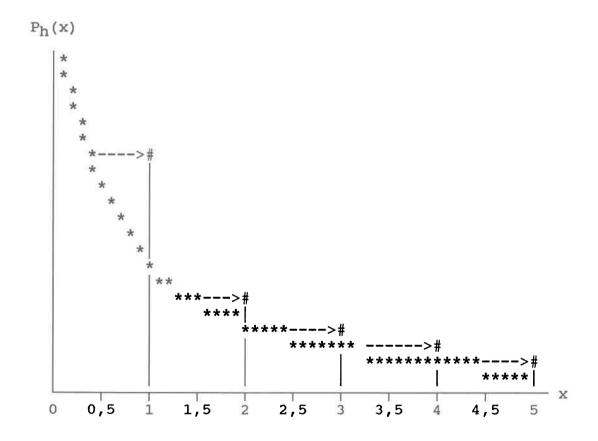
$$\bar{x} = \frac{\int_0^{i_X} x P_h(x) dx}{\int_0^{i_X} P_h(x) dx}$$
(4.43)

4.2.5 <u>Cas 5: distribution continue avec redistribution sur</u> les classes avoisinantes.

Ce modèle postule que:

- r_X = 0 : il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- $k_X = 0$: il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;
- $t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;

Figure 4.5 Distribution théorique représentant le cas 4: distribution continue des épisodes humides sans correction. Les flèches indiquent une correspondance entre les valeurs intégrées de $P_h(x)$ sur l'intervalle [i-1,i] et la valeur théorique discrète $P_h(i)$. * = $P_h(x)$ # = $P_h(i)$



- les épisodes humides réels sont distribués selon une distribution continue $P_h(x)$;
- la distribution discrète des épisodes humides théoriques $B_{\hbox{\scriptsize dh}}(i) \quad \text{est} \quad \text{une} \quad \text{fonction} \quad \text{de} \quad \text{l'intégration} \quad \text{de} \quad \text{la}$ distribution des épisodes réels entre les bornes i-2 et i.

Dans ce cas-ci, les équations suivantes s'appliquent:

$$B_{dh}(1) = p \int_{0}^{1} P_{h}(x) dx$$
 (4.44)

$$B_{dh}(i) = (1-p) \int_{i-2}^{i-1} P_h(x) dx + p \int_{i-1}^{i} P_h(x) dx$$
 (4.45)

Le paramètre p permet une redistribution de la probabilité sur les intervalles avoisinants. Si p vaut 1, ce modèle est alors identique au modèle 4. Si p vaut moins de 1, il s'agit d'un transfert de probabilité des basses valeurs de i vers les plus hautes valeurs de i. Si p vaut plus de 1, le transfert de probabilité s'effectue alors en sens inverse.

4.2.6 Cas 6: distribution continue avec td nul.

Ce modèle postule que:

- r_X = 0 : il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- $-k_{X}=0$: il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;

- $t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- les épisodes humides réels sont distribués selon une distribution continue $P_h(x)$;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure.

La distribution discrète des épisodes théoriques $B_{dh}(i)$ est une fonction de l'intégration de la distribution des épisodes réels $P_h(x)$ en tenant compte de la position aléatoire des épisodes humides par rapport aux heures de mesure à l'aide de la fonction $F_{h0}(x,i,0,0)$ qui a été définie aux tableaux 3.1 et 3.2. Dans ce cas-ci, les équations suivantes s'appliquent:

$$B_{dh}(1) = \int_0^1 F_{h0}(x, 1, 0, 0) P_h(x) dx \qquad (4.46)$$

$$B_{dh}(i) = \int_{i-2}^{i-1} F_{h0}(x,i,0,0) P_h(x) dx + \int_{i-1}^{i} F_{h0}(x,i,0,0) P_h(x) dx (4.47)$$

4.2.7 <u>Cas 7: distribution continue avec t_d constant et des</u> <u>épisodes humides non détectés</u>

Pour ce modèle, on suppose:

- r_x = 0 : il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- k_X = 1 : il y a au maximum un épisode humide non détecté;

- t_d = constante, ce qui implique que l'intensité de la précipitation est également constante quelle que soit la durée de l'épisode;
- t_f = soit égal à t_d , soit une fonction de t_d et de m (équation 2.11) ou soit une fonction de t_d , m et x (équation 2.8), dépendant de la précision désirée;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure.

Notons que la distribution théorique peut contenir des épisodes d'une durée inférieure à $t_d=t_f$. On a alors,

$$B_{dh}(0) = \int_{0}^{t_d+t_f} F_{h0}(x, 0, t_d, t_f) P_h(x) dx$$
 (4.48)

$$B_{dh}(1) = \left[\int_{t_d}^{1+t_d+t_f} F_{h0}(x,1,t_d,t_f) P_h(x) dx \right] / NI$$
 (4.49)

$$B_{dh}(i) = \left[\int_{i-2+t_d+t_f}^{i+t_d+t_f} F_{h0}(x,i,t_d,t_f) P_h(x) dx \right] / NI$$
 (4.50)

Où NI est le facteur de normalisation de la distribution $B_{\hbox{dh}}(i)$ qui ne contient pas d'épisodes non détectés tel que défini à l'équation suivante:

$$NI = \sum_{i=1}^{i_X} B_{dh}(i)$$
 (4.51)

4.2.8 Cas 8: distribution continue avec t_d distribué selon $\underline{G(t_d)} \text{ avec } k_X=1 \text{ sans \'episode faussement d\'etect\'e}$

Pour ce modèle, on suppose:

- $r_x = 0$: il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- k_{X} = 1 : il y a au maximum un épisode humide non détecté;
- t_d varie selon G(t_d);
- t_f = soit égal à t_d , soit une fonction de t_d et de m (équation 2.11) ou soit une fonction de t_d , m et x (équation 2.8), dépendant de la précision désirée;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure;
- il n'y a pas d'épisode humide faussement détecté.

On a alors que t_{dm} est inférieur ou égal à 1 et que:

$$B_{dh}(0) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{0}^{t_d + t_f} F_{h0}(x, 0, t_d, t_f) P_h(x) dx \right] dt_d (4.52)$$

$$B_{dh}(1) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{t_d}^{1+t_d+t_f} F_{h0}(x,1,t_d,t_f) P_h(x) dx \right] dt_d/NI \quad (4.53)$$

$$B_{dh}(i) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{i-2+t_d+t_f}^{i+t_d+t_f} F_{h0}(x,i,t_d,t_f) P_h(x) dx \right] dt_d/NI \quad (4.54)$$

Où NI est le facteur de normalisation défini à l'équation (4.51).

Pour ce modèle, on suppose:

- $r_X = 0$: il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- k_X = 1 : il y a au maximum un épisode humide non détecté;
- t_d varie selon G(t_d);
- t_f = soit égal à t_d , soit une fonction de t_d et de m (équation 2.11) ou soit une fonction de t_d , m et x (équation 2.8), dépendant de la précision désirée;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure;
- il y a des épisodes humides faussement détectés.

On a alors que t_{dm} est supérieur à 1 et que:

$$B_{dh}(1) = \{ \int_{t_{d0}}^{1} G(t_d) \left[\int_{t_d}^{1+t_d+t_f} F_{h0}(x,1,t_d,t_f) P_h(x) dx \right] dt_d$$

+
$$\int_{1}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{t_d}^{i_x} FD_{h0}(x,1,t_d,m) P_h(x) dx \right] dt_d$$
 / NI (4.55)

$$B_{dh}(i) = \{ \int_{t_{d0}}^{1} G(t_d) \left[\int_{i-2+t_d+t_f}^{i+t_d+t_f} F_{h0}(x,i,t_d,t_f) P_h(x) dx \right] dt_d \}$$

$$+ \int_{1}^{\frac{(i+m-1)}{(i+m-2)}} G(t_d) \left[\int_{it_d}^{i_x} FD_{h0}(x,i,t_d,m) P_h(x) dx \right] dt_d / NI (4.56)$$

Où NI est le facteur de normalisation défini à l'équation (4.51) et $FD_{h0}(x,i,t_d,m)$ est défini au tableau 3.5. Lorsqu'on substitue les expressions pour $FD_{h0}(x,i,t_d,m)$

dans les équations en supposant que m=1, on obtient:

$$B_{dh}(1) = \{ \int_{t_{d0}}^{1} G(t_{d}) \left[\int_{t_{d}}^{1+t_{d}+t_{f}} F_{h0}(x,1,t_{d},t_{f}) P_{h}(x) dx \right] dt_{d}$$

$$+ \int_{1}^{2} G(t_{d}) \left[\int_{t_{d}}^{2t_{d}} P_{h}(x) dx + \int_{2t_{d}}^{i_{x}} (2t_{d}-2) P_{h}(x) dx \right] dt_{d}$$

$$+ \int_{2}^{\infty} G(t_{d}) \left[\int_{t_{d}}^{i_{x}} int(x/t_{d}) P_{h}(x) dx \right] dt_{d} \} / NI$$

$$(4.57)$$

$$\begin{split} & B_{dh}(i) = \{ \int_{t_{d0}}^{1} G(t_{d}) \ [\int_{i-2+t_{d}+t_{f}}^{i+t_{d}+t_{f}} F_{h0}(x,i,t_{d},t_{f}) \ P_{h}(x) \ dx \] \ dt_{d} \\ & + \int_{(i+1)/i}^{i/(i-1)} G(t_{d}) \ [\int_{it_{d}}^{i_{x}} (i-(i-1)t_{d} + INT(x/(i\ t_{d}))-1) \ P_{h}(x) \ dx \] \\ & dt_{d} + \int_{1}^{(i+1)} G(t_{d}) \ [\int_{it_{d}}^{i_{x}} (2t_{d}-2) \ P_{h}(x) \ dx \] \ dt_{d} \ \} \ / \ NI \ (4.58) \end{split}$$

Dans le cas où $P_h(x)$ est représenté par une exponentielle décroissante définie entre 0 et l'infini:

$$P_{h}(x) = a \exp(-a x) \tag{4.59}$$

Les équations pour B_{dh}(i) deviennent:

$$\begin{split} & B_{dh}(1) = \{ \int_{t_{d0}}^{1} G(t_d) \left[\int_{t_d}^{1+t_d+t_f} a F_{h0}(x,1,t_d,t_f) \exp(-ax) dx \right] dt_d \\ & + \int_{1}^{2} G(t_d) \left[\exp(-a t_d) + (2t_d-3) \exp(-2 a t_d) \right] dt_d \\ & + \int_{2}^{\infty} G(t_d) \left[\frac{1}{(\exp(a t_d)-1)} \right] dt_d \} / NI \end{split}$$
 (4.60)

$$\begin{split} & B_{dh}(i) = \{ \int_{t_{d0}}^{1} G(t_{d}) \ [\int_{i-2+t_{d}+t_{f}}^{i+t_{d}+t_{f}} (x,i,t_{d},t_{f}) \ exp(-ax) dx] \ dt_{d} \\ & + \int_{i-2+t_{d}+t_{f}}^{i/(i-1)} G(t_{d}) \ exp(-i \ a \ t_{d}) [(i-1) (1-t_{d}) + 1/(1-exp(-i \ a \ t_{d}))] dt_{d} \\ & + \int_{1}^{\frac{(i+1)}{i}} G(t_{d}) \ [(2t_{d}-2) \ exp(-i \ a \ t_{d}) \] \ dt_{d} \ \} \ / \ NI \end{split}$$

4.2.10 Cas 10: distribution continue avec $k_x=1$, $r_x=1$, $t_d=cst$ et $W_{h,0}=cst$

Pour ce modèle, on suppose:

- $r_x = 1$: il y a au maximum un épisode sec non détecté;
- $k_x = 1$: il y a au maximum un épisode humide non détecté;
- t_d = constante;
- t_f = soit égal à t_d , soit une fonction de t_d et de m (équation 2.11) ou soit une fonction de t_d , m et x (équation 2.8), dépendant de la précision désirée;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure;
- W_{h0} = constante.

On a alors,

$$B_{dh}(0) = \left[\int_{0}^{t_d+t_f} W_{h0} F_{h0}(x,0,t_d,t_f) P_h(x) dx + \right]$$

$$(\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} (\int_{0}^{t_{d}+t_{f}} F_{h1}(x,0,t_{d},t_{f},t_{sh}) (1-W_{h0}) P_{h}(x) dx)$$

$$F_{s0}(t_{sh}, 0, t_d, t_f) P_s(t_{sh}) dt_{sh}) / (\int_0^{2-t_d-t_f} F_{s0}(t_{sh}, 0, t_d, t_f) P_s(t_{sh}) dt_{sh})$$
 (4.62)

$$B_{dh}(1) = \left[\int_{t_{d}}^{1+t_{d}+t_{f}} W_{h0} F_{h0}(x,1,t_{d},t_{f}) P_{h}(x) dx + \left(\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} \left(\int_{0}^{1+t_{d}+t_{f}} F_{h1}(x,1,t_{d},t_{f},t_{sh}) (1-W_{h0}) P_{h}(x) dx \right) \right]$$

$$F_{s0}(t_{sh},0,t_{d},t_{f}) P_{s}(t_{sh}) dt_{sh} / \left(\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} F_{s0}(t_{sh},0,t_{d},t_{f}) P_{s}(t_{sh}) dt_{sh} \right) / NI$$

$$(4.63)$$

$$\begin{split} \mathbf{B}_{dh}(i) &= \left[\int_{i-2+t_d+t_f}^{i+t_d+t_f} \mathbf{W}_{h0} \ \mathbf{F}_{h0}(\mathbf{x}, i, t_d, t_f) \ \mathbf{P}_{h}(\mathbf{x}) \ d\mathbf{x} \right. + \\ &\left(\int_{0}^{2-t_d-t_f} \left(\int_{0}^{i+t_d+t_f} \mathbf{F}_{h1}(\mathbf{x}, i, t_d, t_f, t_{sh}) \ (1-\mathbf{W}_{h0}) \ \mathbf{P}_{h}(\mathbf{x}) \ d\mathbf{x} \right) \end{split}$$

$$F_{s0}(t_{sh}, 0, t_d, t_f) P_s(t_{sh}) dt_{sh}) / (\int_0^{2-t_d-t_f} F_{s0}(t_{sh}, 0, t_d, t_f) P_s(t_{sh}) dt_{sh})] / NI$$
 (4.64)

à cause de sa normalisation à l'unité, la relation suivante existe entre les paramètres W_h :

$$W_{h1} = 1 - W_{h0} (4.65)$$

En postulant une expression pour le terme de niveau 0, la valeur pour le terme de niveau 1 est également fixée.

4.2.11 Cas 11: distribution continue avec $k_X=1$, $r_X=1$, t_d dépend de $G(t_d)$ et $W_{h0}=cst$, avec épisodes faussement détectés

Pour ce modèle, on suppose:

- $r_X = 1$: il y a au maximum un épisode sec non détecté;
- k_X = 1 : il y a au maximum un épisode humide non détecté;
- t_d = distribué selon G(t_d);
- t_f = soit égal à t_d , soit une fonction de t_d et de m (équation 2.11) ou soit une fonction de t_d , m et x (équation 2.8), dépendant de la précision désirée;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure;
- W_{h0} = constante;
- il y a des épisodes faussement détectés.

On a alors que t_{dm} est supérieur à 1 et que,

$$\begin{split} \mathbf{B}_{dh}(1) &= \{ \int_{t_{d0}}^{1} \mathbf{G}(t_{d}) \ [(\int_{t_{d}}^{1+t_{d}+t_{f}} \mathbf{W}_{h0} \ \mathbf{F}_{h0}(\mathbf{x}, 1, t_{d}, t_{f}) \ \mathbf{P}_{h}(\mathbf{x}) \ d\mathbf{x}) + \\ (\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} (\int_{0}^{1+t_{d}+t_{f}} \mathbf{F}_{h1}(\mathbf{x}, 1, t_{d}, t_{f}, t_{sh}) \ (1-\mathbf{W}_{h0}) \ \mathbf{P}_{h}(\mathbf{x}) \ d\mathbf{x}) \end{split}$$

$$P_{s}(t_{sh}) F_{s0}(t_{sh}, 0, t_{d}, t_{f}) dt_{sh}) / (\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} F_{s0}(t_{sh}, 0, t_{d}, t_{f})$$

+
$$\int_{1}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{t_d}^{i_x} W_{h0} FD_{h0}(x,1,t_d,m) P_h(x) dx \right] +$$

$$(\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} (\int_{0}^{1+t_{d}+t_{f}} FD_{h1}(x,1,t_{d},t_{f},t_{sh}) (1-W_{h0}) P_{h}(x) dx)$$

$$P_s(t_{sh}) F_{s0}(t_{sh}, 0, t_d, t_f) dt_{sh}) / (\int_0^{2-t_d-t_f} F_{s0}(t_{sh}, 0, t_d, t_f)$$

$$P_s(t_{sh}) dt_{sh})] dt_d \} / NI$$
 (4.66)

$$B_{dh}(i) = \{ \int_{t_{d0}}^{1} G(t_d) [(\int_{i-2+t_d+t_f}^{i+t_d+t_f} F_{h0}(x,i,t_d,t_f) P_h(x) dx) + (i-2+t_d+t_f) \} \}$$

$$(\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} (\int_{0}^{i+t_{d}+t_{f}} F_{h1}(x,i,t_{d},t_{f},t_{sh}) (1-W_{h0}) P_{h}(x) dx)$$

$$P_{s}(t_{sh}) F_{s0}(t_{sh}, 0, t_{d}, t_{f}) dt_{sh}) / (\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} F_{s0}(t_{sh}, 0, t_{d}, t_{f})$$

Ps(tsh) dtsh)] dtd

$$+ \int_{1}^{\frac{(i+m-1)}{(i+m-2)}} G(t_d) \left[\int_{it_d}^{i_x} W_{h0} FD_{h0}(x,i,t_d,m) P_h(x) dx \right]$$

$$+(\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}}(\int_{i\ t_{d}}^{i_{x}}\mathrm{FD}_{h1}(x,i,t_{d},m)\ (1-W_{h0})\ P_{h}(x)\ dx)$$

$$P_{s}(t_{sh}) F_{s0}(t_{sh}, 0, t_{d}, t_{f}) dt_{sh}) / (\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} F_{s0}(t_{sh}, 0, t_{d}, t_{f}) P_{s}(t_{sh}) dt_{sh}) dt_{d} / NI$$
 (4.67)

4.3 Discrétisation de la distribution théorique des épisodes secs.

Le cheminement pour déterminer les modèles des épisodes secs est généralement identique à celui suivi pour élaborer les modèles humides correspondants. Il suffit en général de remplacer t_d par $1-t_f$, t_d+t_f par $1-t_d-t_f$, x par y, i par j et t_{sh} par t_{hs} ainsi que les fonctions dont l'indice est h par les fonctions équivalentes dont l'indice est s. Les modèles qui tiennent compte des épisodes non détectés (9 et 11) comportent toutefois des différences au niveau de la paramétérisation de ceux-ci.

On examine ici quelques cas de discrétisation de la distribution théorique des épisodes secs. Les six critères qui servent à différencier ces cas sont:

- 1 Nature de la distribution théorique: discrète ou continue?
- 2 Type de correction appliquée: aucune, déphasage constant, déphasage variable ou fonction (F_{sr}) .
- 3 Valeur de td: nulle, constante ou variable selon G(td).
- 4 Nombre d'épisodes non détectés.
- 5 Présence d'épisodes faussement détectés.
- 6 Fonction représentant Wsr.

Le tableau 4.2 présente les cas de discrétisation résultant des différentes hypothèses.

Tableau 4.2 Modèles résultant des diverses hypothèses sousjacentes à la discrétisation de la distribution théorique des épisodes secs.

					Mo	odèle	es				
Paramètres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nature	D	D	D	С	С	С	С	С	С	С	С
$f_s(j), j=1$	0	0,5	0,5	0	р	F _{s0}	F _{s0}	F _{s0}	F _{s0}	F _{s1}	F _{s1}
f _s (j),j>1	0	0,5	1	0	р	F _{s0}	F _{s0}	F _{s0}	F _{s0}	F _{s1}	F _{s1}
t _d	0	0	0	0	0	0	cst	G	G	cst	G
k _X	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
r_X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
W _{s1}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	cst	cst
Faux épis.	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	NON	OUI	NON	oui

où, C = distribution continue

cst = constante quelconque

D = distribution discrète

 F_{sj} = fonction de répartition des épisodes secs lorsqu'il y a j épisodes humides non détectés

 $G = G(t_d) = distribution de t_d$

k_x = nombre maximal d'épisodes humides non détectés

p = paramètre de répartition de la probabilité entre des classes adjacentes

r_x = nombre maximal d'épisodes secs non détectés

W_{s1} = probabilité d'avoir des épisodes secs contenant un épisode humide non détecté

4.3.1 Cas 1: distribution discrète sans correction.

Le premier cas examiné est le plus simple: on suppose que la distribution discrète théorique $B_{ds}(j)$ n'a pas besoin de correction par rapport à la distribution théorique $P_{s}(j)$ qui est elle-même discrète. Les hypothèses suivantes doivent être faites afin d'obtenir ce cas:

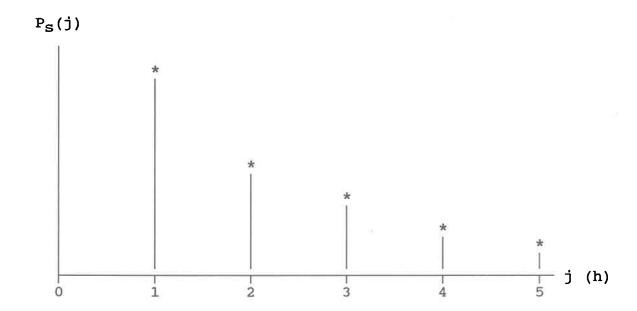
- r_x = 0 : il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- k_x = 0 : il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;
- $t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- tous les épisodes secs réels ont une durée entière j;
- tous les épisodes secs débutent et se terminent en synchronisation parfaite avec les heures de mesure.

Cette situation est illustrée à la figure 4.6 où l'on observe une série de valeurs discrètes qui représentent:

$$B_{ds}(j) = P_s(j) \tag{4.68}$$

Ce cas a l'avantage d'être extrêmement simple. Toutefois, il est le plus biaisé et le moins précis. L'erreur relative faite en employant ce modèle est maximale lorsque la distribution comporte un nombre restreint de classes. La durée moyenne d'un épisode est donnée par:

Figure 4.6 Distribution théorique représentant le cas 1: distribution discrète des épisodes secs sans correction. $*=P_S(j)=B_{dS}(j)$.



$$\frac{\bar{j}}{\bar{j}} = \frac{\int_{\Sigma}^{\Sigma} j P_{s}(j)}{\int_{\Sigma}^{j} P_{s}(j)}$$

$$\frac{j_{s}}{\sum_{j=1}^{\Sigma} P_{s}(j)}$$

$$j_{s}$$

$$j_{s}$$

$$j_{s}$$

$$j_{s}$$

$$j_{s}$$

4.3.2 Cas 2: distribution discrète avec déphasage de 0,5 h.

Les hypothèses suivantes sont à la base de ce cas:

- r_x = 0 : il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- $k_X = 0$: il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;
- $-t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- les épisodes secs réels ont une durée moyenne égale à j+0,5 h.

Dans ce cas-ci, il s'agit d'une distribution discrète qui s'étend de 1,5 à $j_X+0,5$ h. Les valeurs de P_S ne sont alors définies qu'aux milieux des heures de mesure (voir figure 4.7). La correction va donc dans le sens inverse de celle apportée aux épisodes humides: ceci assure la conservation de la durée totale. On a alors:

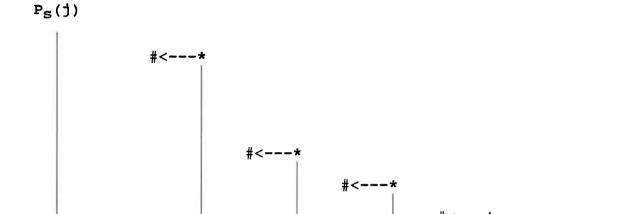
$$B_{ds}(j) = P_s(j+0,5)$$
 (4.70)

Figure 4.7 Distribution théorique représentant le cas 2:
distribution discrète des épisodes secs avec
déphasage de 0,5 h. Les flèches indiquent le
sens de la correction de sorte que:

$$B_{ds}(j) = P_s(j+0,5)$$
.

0,5

Soit: $*=P_S(j)$ $\#=B_{ds}(j)$.



2,5

1,5

La durée moyenne d'un épisode est donnée par:

$$\frac{j_{x_{5}^{+0,5}}}{\sum_{\Sigma} j P_{s}(j)} = \frac{j=1,5}{j_{x_{5}^{+0,5}}}$$

$$\frac{j_{x_{5}^{+0,5}}}{\sum_{\Sigma} P_{s}(j)}$$

$$j=1,5$$
(4.71)

4.3.3 Cas 3: distribution discrète avec déphasage variable.

Ce modèle postule que:

- r_x = 0 : il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- k_x = 0 : il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;
- t_f = 0 : il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- les épisodes secs réels ont une durée moyenne égale à j+D(j), où D(j) est un facteur de déphasage variable selon la longueur de l'épisode.

On a déjà signalé à la section 1.1, que l'effet du positionnement aléatoire de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure est d'allonger d'environ 30 minutes les épisodes humides d'une durée mesurée d'une heure. Dans le cas des épisodes secs, c'est l'effet contraire: les épisodes secs réels sont sous-estimés d'une demi-heure. Les épisodes secs d'une durée mesurée de plus d'une heure se trouvent

sous-estimés par environ une heure. Il semble donc justifié de proposer les formules suivantes pour D(j):

$$D(j) = 0.5$$
 si $j = 1$ (4.72)

$$D(j) = 1$$
 si $j > 1$ (4.73)

On obtient alors:

$$B_{ds}(j) = P_s(j+D(j))$$
(4.74)

Dans ce cas-ci, il s'agit d'une distribution discrète qui s'étend de j=1,5 à $j=j_X+1$ h. Cette distribution est représentée à la figure 4.8.

La durée moyenne d'un épisode est donnée par:

$$\frac{1,5 P_{s}(1,5) + \sum_{j=3}^{j_{x}+1} j P_{s}(j)}{j=3}$$

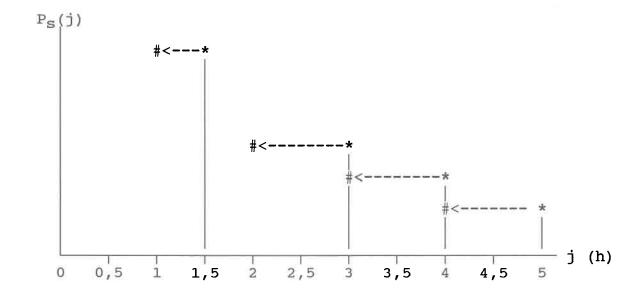
$$\frac{j_{x}+1}{1,5 + \sum_{j=3}^{j} P_{s}(j)}$$
(4.75)

4.3.4 Cas 4: distribution continue sans correction

Ce modèle postule que:

- $r_X = 0$: il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- $k_X = 0$: il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;

Figure 4.8 Distribution théorique représentant le cas 3: distribution discrète des épisodes secs avec déphasage (D(j)) de 0,5 h pour j=1 et de 1 h pour les autres heures. Les flèches indiquent le sens de la correction: $B_{ds}(j) = P_s(j+D(j))$. Soit : $*=P_s(j)$ $\#=B_{ds}(j)$.



- $t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- les épisodes secs réels sont distribués selon une distribution continue $P_{\mathbf{S}}(\mathbf{y})$;
- la distribution discrète des épisodes secs théoriques $B_{ds}(j)$ provient de l'intégration de la distribution des épisodes secs réels entre les bornes j et j+1.

On a représenté à la figure 4.9 un exemple de distribution continue. Dans ce cas-ci, l'équation suivante s'applique:

$$B_{ds}(j) = \int_{j}^{j+1} P_{s}(y) dy$$
 (4.76)

La durée moyenne des épisodes réels est calculée de la même façon pour tous les cas des distributions continues:

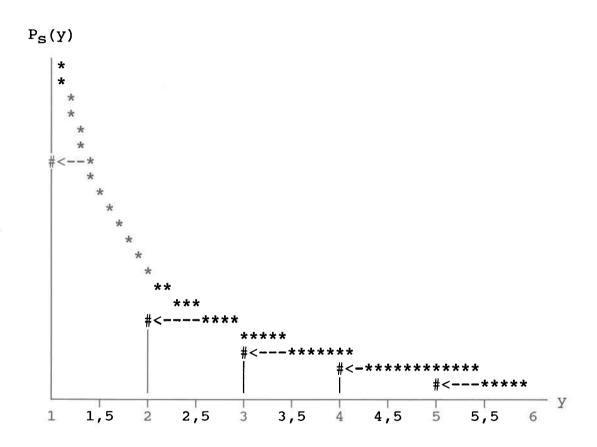
$$\frac{1}{y} = \frac{\int_{1-t_{f}}^{j_{x}+2-t_{d}-t_{f}} y P_{s}(y) dy}{\int_{1-t_{f}}^{j_{x}+2-t_{d}-t_{f}} P_{s}(y) dy}$$
(4.77)

4.3.5 <u>Cas 5: distribution continue avec redistribution sur</u> les classes avoisinantes.

Ce modèle postule que:

- $r_X = 0$: il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- $k_X = 0$: il n'y a aucun épisode humide non détecté;

Figure 4.9 Distribution théorique représentant le cas 4: distribution continue des épisodes secs sans correction. Les flèches indiquent une correspondance entre la probabilité de $P_s(y)$ cumulée sur l'intervalle [j,j+1] et la valeur de $P_{s}(y)$. Soit: $P_s(y)$ $P_s(y)$



- t_d = 0 : il n'y a aucun délai de détection de la précipitation;
- les épisodes secs réels sont distribués selon une distribution continue $P_{S}(y)$;
- la distribution discrète des épisodes théoriques B_{ds}(j) est une fonction de l'intégration de la distribution des épisodes réels entre les bornes j et j+2. Dans ce cas-ci, les équations suivantes s'appliquent:

$$B_{ds}(1) = p \int_{1}^{2} P_{s}(y) dy$$
 (4.78)

$$B_{ds}(j) = (1-p) \int_{j}^{j+1} P_{s}(y) dy + p \int_{j+1}^{j+2} P_{s}(y) dy$$
 (4.79)

4.3.6 <u>Cas 6: distribution continue avec t_d nul</u>.

Ce modèle postule que:

- $r_X = 0$: il n'y a aucun épisode sec non détecté;
- $k_X = 0$: il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- $t_d = 0$: il n'y a aucun délai de détection du début de la précipitation;
- $t_f = 0$: il n'y a aucun délai de détection de la fin de la précipitation;
- les épisodes secs réels sont distribués selon une distribution continue $P_s(y)$;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure.

La distribution discrète des épisodes mesurés $B_{ds}(j)$ est une fonction de l'intégration de la distribution des épisodes réels en tenant compte de la position aléatoire des épisodes humides par rapport aux heures de mesure à l'aide de la fonction $F_{s0}(y,j,0,0)$ qui a été présentée au tableau 3.3. Dans ce cas-ci, les équations suivantes s'appliquent:

$$B_{ds}(1) = \int_{1}^{2} F_{s0}(y,1,0,0) P_{s}(y) dy \qquad (4.80)$$

$$B_{ds}(j) = \int_{j}^{j+1} F_{s0}(y,j,0,0) P_{s}(y) dy + \int_{j+1}^{j+2} F_{s0}(y,j,0,0) P_{s}(y) dy \quad (4.81)$$

4.3.7 <u>Cas 7: distribution continue avec t_d constant et des</u> épisodes secs non détectés

Pour ce modèle, on suppose:

- $r_X = 1$: il y a au maximum un épisode sec non détecté;
- k_x = 0 : il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = constante;
- les distributions des épisodes secs et humides sont indépendantes de sorte que la valeur de t_f utilisée dans les calculs provient de la valeur moyenne des valeurs de t_f des épisodes humides;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure.

On a alors,

$$B_{ds}(0) = \int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} F_{s0}(y,0,t_{d},t_{f}) P_{s}(y) dy$$
 (4.82)

$$B_{ds}(1) = \int_{1-t_d}^{3-t_d-t_f} F_{s0}(y,1,t_d,t_f) P_s(y) dy / NJ$$
 (4.83)

$$B_{ds}(j) = \int_{j-t_d-t_f}^{j+2-t_d-t_f} F_{s0}(y,j,t_d,t_f) P_s(y) dy \] dt_d/NJ$$
 (4.84)

Où NJ est le facteur de normalisation des épisodes secs détectables défini à l'équation suivante:

$$NJ = \sum_{j=1}^{j_X} B_{ds}(j)$$
 (4.85)

4.3.8 Cas 8: distribution continue avec t_d distribué selon $\underline{G(t_d)} \text{ avec } r_x=1 \text{ sans \'episode faussement d\'etect\'e}$

Pour ce modèle, on suppose:

- r_X = 1 : il y a au maximum un épisode sec non détecté;
- $k_X = 0$: il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d = varie selon G(t_d);
- les distributions des épisodes secs et humides sont indépendantes de sorte que la valeur de t_f utilisée dans les calculs provient de la valeur moyenne des valeurs de t_f des épisodes humides;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure;
- il n'y a pas d'épisode humide faussement détecté.

On a alors que t_{dm} est inférieur à 1 et que:

$$B_{ds}(0) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{0}^{2-t_d-t_f} F_{s0}(y,0,t_d,t_f) P_s(y) dy \right] dt_d (4.86)$$

$$B_{ds}(1) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{1-t_d}^{3-t_d-t_f} F_{s0}(y,1,t_d,t_f) P_s(y) dy \right] dt_d/NJ \quad (4.87)$$

$$B_{ds}(j) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{j-t_d-t_f}^{j+2-t_d-t_f} F_{s0}(y,j,t_d,t_f) P_s(y) dy \right] dt_d/NJ$$
(4.88)

Où NJ est le facteur de normalisation défini à l'équation (4.85).

4.3.9 Cas 9: distribution continue avec t_d distribué selon $\underline{G(t_d)} \text{ avec } \underline{r_x=1} \text{ avec \'episodes faussement d\'etect\'es}$

Pour ce modèle, on suppose:

- r_X = 1 : il y a au maximum un épisode sec non détecté;
- k_x = 0 : il n'y a aucun épisode humide non détecté;
- t_d varie selon G(t_d);
- les distributions des épisodes secs et humides sont indépendantes de sorte que la valeur de t_f utilisée dans les calculs provient de la valeur moyenne des valeurs de t_f des épisodes humides;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure;
- il y a des épisodes humides faussement détectés.

On utilise la correction proposée à la section 3.2.6.2. En combinant les équations (4.87) et (4.88) avec l'équation (3.27), on obtient:

$$B_{ds}(1) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{1-t_f}^{3-t_d-t_f} F_{s0}(y,1,t_d,t_f) P_s(y) dy \right] dt_d \text{ NO } (4.89)$$

$$B_{ds}(j) = \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_d) \left[\int_{j-t_d-t_f}^{j+2-t_d-t_f} F_{s0}(y,j,t_d,t_f) P_{s}(y) dy \right] dt_d \text{ NO } (4.90)$$

$$O\dot{u}$$
, $NO = (1 + A1 / j) / NJ$ (4.91)

NJ est le facteur de normalisation défini à l'équation (4.85).

4.3.10 Cas 10: distribution continue avec $k_x=1$, $r_x=1$, $t_d=cst$ et $W_{s,0}=cst$

Pour ce modèle, on suppose:

- r_X = 1 : il y a au maximum un épisode sec non détecté;
- k_X = 1 : il y a au maximum un épisode humide non détecté;
- t_d = constante;
- les distributions des épisodes secs et humides sont indépendantes de sorte que la valeur de t_f utilisée dans les calculs provient de la valeur moyenne des valeurs de t_f des épisodes humides;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure;
- W_{s0} = constante.

On a alors,

$$B_{ds}(0) = \left[\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} W_{s0} F_{s0}(y,0,t_{d},t_{f}) P_{s}(y) dy + \left(\int_{0}^{t_{d}-t_{f}} \left(\int_{0}^{2-t_{d}-t_{f}} F_{s1}(y,0,t_{d},t_{f},t_{hs}) (1-W_{s0}) P_{s}(y) dy \right) \right]$$

$$F_{h0}(t_{hs},0,t_{d},t_{f}) P_{h}(t_{hs}) dt_{hs} / \left(\int_{0}^{t_{d}+t_{f}} F_{h0}(t_{hs},0,t_{d},t_{f}) P_{h}(t_{hs}) dt_{hs} \right)$$

$$(4.92)$$

$$B_{ds}(1) = \left[\int_{1-t_f}^{3-t_d-t_f} w_{s0} F_{s0}(y,1,t_d,t_f) P_{s}(y) dy + \right]$$

$$(\int_{0}^{t_{d}+t_{f}} (\int_{0}^{3-t_{d}-t_{f}} F_{s1}(y,1,t_{d},t_{f},t_{hs}) (1-W_{s0}) P_{s}(y) dy)$$

$$F_{h0}(t_{hs}, 0, t_d, t_f) P_h(t_{hs}) dt_{hs}) / (\int_0^{t_d + t_f} F_{h0}(t_{hs}, 0, t_d, t_f)$$

$$P_{h}(t_{hs}) dt_{hs}$$
)] / NJ (4.93)

$$B_{ds}(j) = \begin{bmatrix} \int_{j-t_d-t_f}^{j+2-t_d-t_f} W_{s0} F_{s0}(y,j,t_d,t_f) P_{s}(y) dy + \int_{j-t_d-t_f}^{j+2-t_d-t_f} W_{s0} F_{s0}(y,j,t_d,t_f) \end{bmatrix}$$

$$(\int_{0}^{t_{d}+t_{f}} (\int_{0}^{j+2-t_{d}-t_{f}} F_{s1}(y,j,t_{d},t_{f},t_{hs}) (1-W_{s0}) P_{s}(y) dy)$$

$$F_{h0}(t_{hs}, 0, t_d, t_f) P_h(t_{hs}) dt_{hs}) / (\int_0^{t_d + t_f} F_{h0}(t_{hs}, 0, t_d, t_f)$$

$$P_{h}(t_{hs}) dt_{hs}$$
)] / NJ (4.94)

à cause de la normalisation de leur somme à l'unité, la relation suivante existe entre les paramètres W_S :

$$W_{s1} = 1 - W_{s0} \tag{4.95}$$

En postulant une expression pour le terme de niveau 0, la valeur pour le terme de niveau 1 est également déterminée.

4.3.11 Cas 11: distribution continue avec $k_X=1$, $r_X=1$, t_d dépend de $G(t_d)$, $W_{S0}=cste$, avec épisodes faussement détectés

Pour ce modèle, on suppose:

- r_X = 1 : il y a au maximum un épisode sec non détecté;
- k_X = 1 : il y a au maximum un épisode humide non détecté;
- t_d = distribué selon $G(t_d)$;
- les distributions des épisodes secs et humides sont indépendantes de sorte que la valeur de t_f utilisée dans les calculs provient de la valeur moyenne des valeurs de t_f des épisodes humides;
- les épisodes débutent et se terminent de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure;
- W_{s0} = constante.
- il y a des épisodes faussement détectés.

On a alors,

(4.97)

$$\begin{split} & B_{ds}(1) = \{ \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_{d}) \ [\int_{1-t_{f}}^{3-t_{d}-t_{f}} W_{s0} \ F_{s0}(y,1,t_{d},t_{f}) \ P_{s}(y) \ dy + \\ & (\int_{0}^{2t_{d}} (\int_{0}^{3-t_{d}-t_{f}} F_{s1}(y,1,t_{d},t_{f},t_{hs}) \ (1-W_{s0}) \ P_{s}(y) \ dy) \\ & F_{h0}(t_{hs},0,t_{d},t_{f}) \ P_{h}(t_{hs}) \ dt_{hs}) \ / \ (\int_{0}^{t_{d}+t_{f}} F_{h0}(t_{hs},0,t_{d},t_{f}) \\ & P_{h}(t_{hs}) \ dt_{hs} \) \] \ dt_{d} \ \} \ No \\ & (4.96) \\ & B_{ds}(j) = \{ \int_{t_{d0}}^{t_{dm}} G(t_{d}) \ [\int_{j-t_{d}-t_{f}}^{j+2-t_{d}-t_{f}} W_{s0} \ F_{s0}(y,j,t_{d},t_{f}) \ P_{s}(y) \ dy + \\ & (\int_{0}^{t_{d}+t_{f}} (\int_{0}^{j+2-t_{d}-t_{f}} F_{s1}(y,j,t_{d},t_{f},t_{hs}) \ (1-W_{s0}) \ P_{s}(y) \ dy) \\ & F_{h0}(t_{hs},0,t_{d},t_{f}) \ P_{h}(t_{hs}) \ dt_{hs}) \ / \ (\int_{0}^{t_{d}+t_{f}} F_{h0}(t_{hs},0,t_{d},t_{f}) \\ \end{split}$$

Où NO est défini à l'équation (4.91).

Ph(ths) dths)] dtd } NO

CHAPITRE 5.

SÉLECTION DES ENSEMBLES DE DONNÉES

Deux sources de données ont été utilisées: les données québécoises et les données tirées de la littérature. Les données québécoises proviennent des banques de données sur les pluviographes à augets du Service de l'Environnement Atmosphérique du Canada. Les données tirées de la littérature proviennent de Weiss (1964).

5.1 Sélection des ensembles de données

5.1.1 <u>Données de la littérature</u>

Les données de la littérature proviennent d'observations archivées sur une base de temps quotidienne. Une journée est déterminée comme pluvieuse si pendant cette journée il y a eu de la précipitation mesurable. Le seuil de détection est donc de 0,25 mm par jour pour les stations nord-américaines et de 0,2 mm par jour pour la station française.

5.1.2 Données québécoises

Les données québécoises proviennent du pluviographe situé sur le site de l'aéroport de Québec. Neuf années de données ont été compilées: de 1961 à 1969. Les durées des épisodes secs et humides ont été additionnées pendant les mois suivants: de mai à septembre. La saison d'été regroupe les mois de juin, juillet et août. Lorsque des données manquantes sont rencontrées, il faut éliminer l'épisode qui précède ainsi que l'épisode qui suit les données manquantes. Le pluviographe utilisé a un seuil de détection de 0,01 pouce. Le seuil utilisé pour calculer les durées des épisodes a été choisi égal au seuil de détection.

5.2 Données tirées de la littérature

La méthode de l'ajustement des données des épisodes secs ou humides à l'aide d'une chaîne de Markov est populaire depuis longtemps. À titre d'exemple d'application, on a choisi quatre distributions sur lesquelles Weiss (1964) a appliqué un modèle markovien. Ces distributions sont basées sur un pas de temps différent de celui qu'on utilise: un jour au lieu d'une heure. Ceci ne constitue pas un problème car les modèles développés peuvent utiliser n'importe quel pas de temps. Toutefois, lors de l'interprétation des résultats, il faut tenir compte du fait que l'intégration des données sur une longue période va filtrer une grande partie de l'information relative aux courts épisodes.

5.2.1 Distribution des jours humides à Paris (France)

Cet ensemble de données a été rapporté pour la première fois dans la littérature par Benson (1924). Les données brutes sont rapportées au tableau 5.1. Ces données ont été regroupées par classes de durée. Les classes doivent avoir un minimum de 5 ou 6 observations afin de minimiser les variations statistiques aléatoires à l'intérieur d'une Lorsque deux classes adjacentes montrent des classe. déviations importantes par rapport à une variation régulière observées dans les autres classes, elles sont regroupées ensemble si cela améliore la régularité de la variation d'une classe à l'autre. Le tableau 5.2 présente les regroupements des données qui ont été effectués. La figure 5.1 présente le logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées en fonction de leur durée. Le fait que la courbe qui relie les observations est presque droite sur ce graphique signifie une décroissance exponentielle du nombre d'observations fonction de leur durée.

5.2.2 <u>Données de San Francisco (États-Unis)</u>

Cet ensemble de données a été rapporté pour la première fois dans la littérature par Jorgensen (1949). Les données brutes sont rapportées au tableau 5.1. Le tableau 5.2 présente les regroupements des données qui ont été effectués. La figure 5.2 présente le logarithme du nombre d'observations d'épisodes humides classées selon leur durée.

Tableau 5.1 Nombre de séquences observées en fonction de leur durée (tirées de Weiss, 1964).

Station													ਰ	durée (jours)	<u> </u>	jon	rs)													
	H	7	ო	4	5	9	7	ω	D	10	11	77	13	10 11 12 13 14 15 16 17 18	[5]	1 9	7	8 19	9 20	1 21	21 22	23	24	25	26	27	78	29	30	31
Paris	917	614	389	263	917 614 389 263 181 117	117	66	83	29	34	27 19 14 14	13	14		9	9	9	н	2 4	m	0	0	0	7	0	73	0	н	0	Н
S.F. h	128 70 38 20 21	70	38	20	21	12	Ŋ	7	0	7	0	Н	0	ਜ		0	0	0	Н											
S.F. S	98	86 51	37	27	13	13 11	14	7	7	7 12 11	11	7	Ŋ	0	4	m	7		1 2	77	Н	ч	0	н	0	н	77	П	н	0
Moncton 2425 758 203 92	2425	758	203	92	88	18	D.	9	က	ന																				

où, Paris = Paris-Montsouris, jours humides 1873-1922.

S.F. h = San Francisco, jours humides 1927-1947.

S.F. s = San Francisco, jours secs 1927-1947.

Moncton = Moncton, jours humides 1900-1949.

Tableau 5.2 Nombre de séquences observées en fonction de leur durée regroupées en classes de durée.

	Pari	is	s.1	F. hu	ımide		5.F.	sec	ı	lonct	con
I1	12	#	I1	12	#	Il	12	#	I1	12	#
1	1	917	1	1	128	1	1	86	1	1	2425
2	2	614	2	2	70	2	2	51	2	3	962
3	3	389	3	3	38	3	3	37	4	4	92
4	4	263	4	5	41	4	5	40	5	5	38
5	5	181	6	6	12	6	11	62	6	6	18
6	7	216	7	9	12	12	15	16	7	8	11
8	9	122	10	40	6	16	18	6	9	20	6
10	10	34				19	22	6			
11	11	27				23	50	7			
12	12	19									
13	13	14									
14	15	20									
16	16	6									
17	20	13									
21	40	9									

Où, Paris = Paris-Montsouris, jours humides 1873-1922.

S.F. humide = San Francisco, jours humides 1927-1947.

S.F. sec = San Francisco, jours secs 1927-1947.

Moncton = Moncton, jours humides 1900-1949.

Il = borne inférieure de durée

I2 = borne supérieure de durée

Figure 5.1 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes humides selon leur durée à la station de Paris-Montsouris (jours humides 1873-1922).

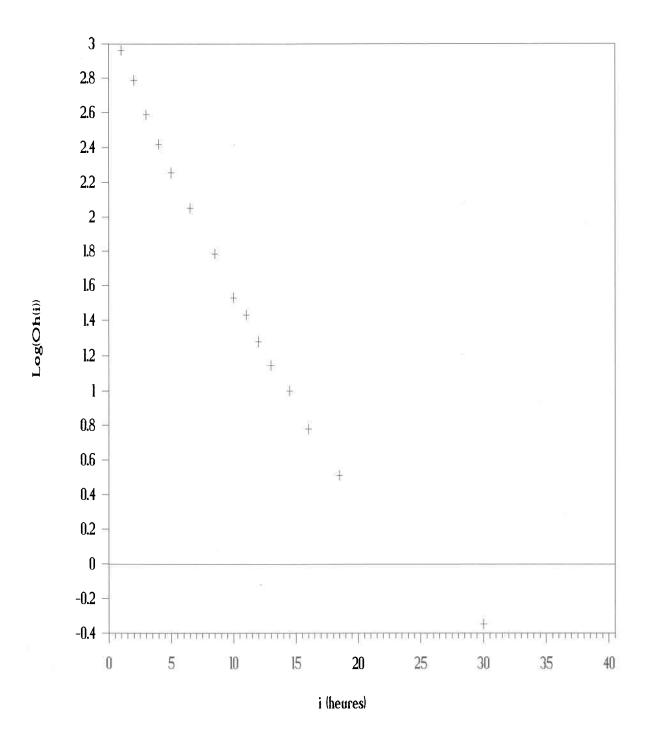
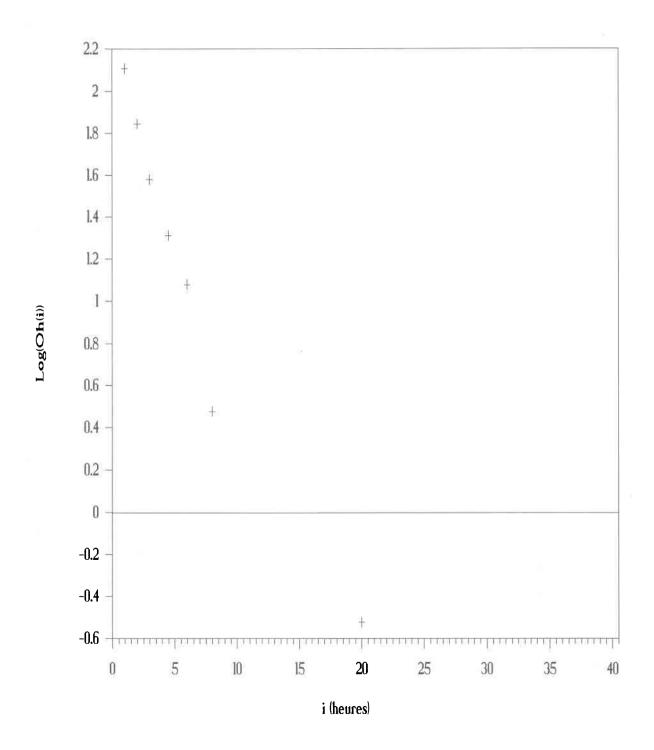


Figure 5.2 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes humides selon leur durée à la station de San Francisco (jours humides 1927-1947).



La courbe qui relie les divers points est encore une fois pratiquement linéaire, de sorte que l'utilisation d'un modèle exponentiel devrait s'avérer excellent.

La figure 5.3 présente le logarithme à la base 10 du nombre d'observations d'épisodes secs classées selon leur durée. Les points sont maintenant alignés le long d'une courbe concave: la pente de la courbe diminue lorsque la durée augmente. Dans ce cas-ci, le modèle exponentiel simple ne fournira probablement pas un ajustement satisfaisant.

5.2.3 <u>Données de Moncton (Nouveau-Brunswick, Canada)</u>

Cet ensemble de données a été rapporté pour la première fois dans la littérature par Cooke (1953). Les données brutes sont rapportées au tableau 5.1 tandis que le tableau 5.2 présente les regroupements des données qui ont été effectués. La figure 5.4 illustre la décroissance rapide du logarithme du nombre d'observations classées selon leur durée. La courbe est également à peu près linéaire ce qui implique encore une fois qu'un modèle exponentiel décroissant devrait être approprié.

Figure 5.3 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes secs selon leur durée à la station de San Francisco (jours secs 1927-1947).

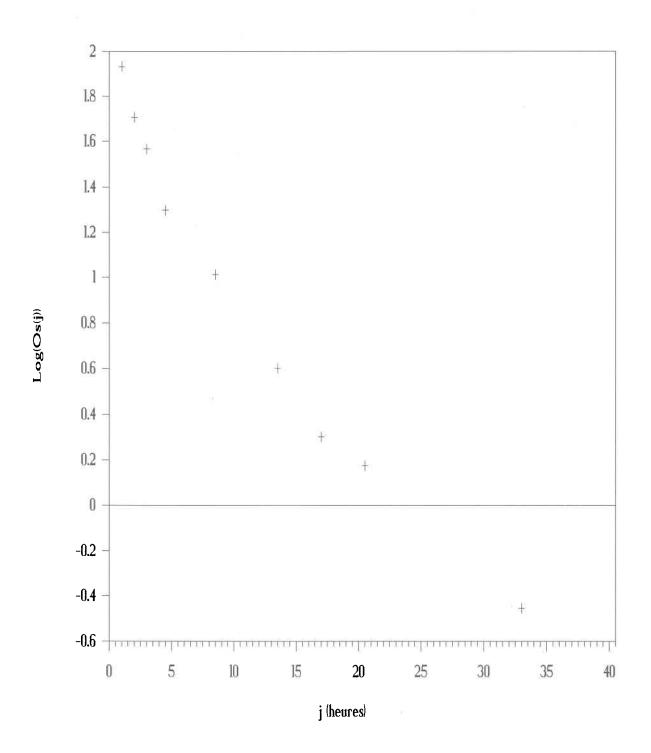
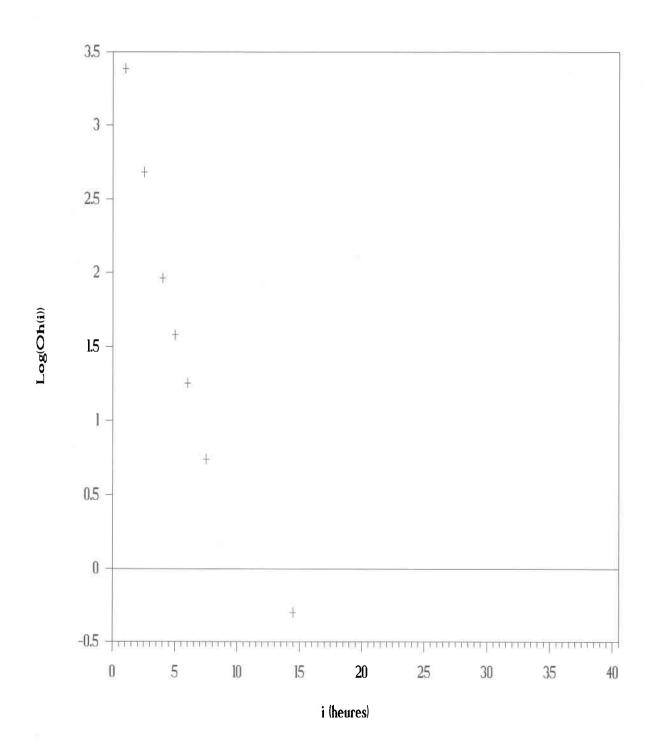


Figure 5.4 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes humides selon leur durée à la station de Moncton (jours humides 1900-1949).



5.3 Données québécoises

Ces données proviennent du pluviographe à augets de la station située à l'aéroport de Québec. Les données sont cumulées sur une base mensuelle pour les mois de mai à septembre. La saison d'été regroupe les mois de juin à août. Les années de mesure utilisées s'étalent de 1961 à 1969.

5.3.1 <u>Épisodes humides</u>

Les données brutes sont présentées au tableau 5.3. Les données regroupées par classes se trouvent au tableau 5.4. Les figures 5.5 à 5.10 présentent, pour les observations classées, le logarithme à la base 10 du nombre d'épisodes humides en fonction de leur durée. On observe sur chacune de ces figures que les premiers points sont généralement alignés en ligne droite tandis que les derniers points se situent à droite de cet alignement. Le modèle exponentiel semble donc moins bon dans le cas des données horaires que dans le cas des données quotidiennes.

5.3.2 Épisodes secs

Les données brutes sont présentées au tableau 5.5 tandis que les données regroupées par classes se trouvent au tableau 5.6. Les figures 5.11 à 5.15 présentent le logarithme du nombre d'épisodes secs en fonction de leur durée dans le cas

Tableau 5.3 Nombre de séquences humides observées en fonction de leur durée: données québécoises.

	31	0	0	0	0	0	0
	30	0	0	0	0	0	0 (
	29	0	0	0	0	0	0
	28	0	0	0	0	0	0
	27	0	0	0	0	0	0
	26	0	0	0	0	0	0
	25	0	0	0	0	0	0
	24	0	0	0	0	0	0
	23	0	0	0	0	0	0
	22	0	0	0	0	0	0
	21	0	0	0	0	1	0
	20	1	0	0	0	0	0
	19	0	0	0	0	0	0
SS		1	0	0	0	1	0
(heures)	17 18	1	7	0	0	1	2
(j.	16	0	0	0	0	0	0
xe.	15 16	7	0	0	0	1	0
durée	14	0	Н	0	0	7	7
.0	13 14	0	0	0	0	1	0
		က	1	7	П	0	4
	11 12	0	0	7	1	ω	2
	10	3	2	0	Н	2	3
	6	4	4	က	က	2	10
	ω	က	4	ო	S	0	12
	7	2	2	2	S	3	6
	9	10	2	2	9	5	10
	2	ນ	7	4	16	9	27
	4	7	12	14	13	10	39
	က	18	20	24	25	16	69
	2	33	44	39	22	41	140
	1	72	87	110	113	83	310
Mois		Mai	Juin	Juillet 110	Août	Septem.	Été

Tableau 5.4 Nombre de séquences humides observées en fonction de leur durée regroupées en classes de durée: données québécoises.

, ,									
\a\	#	310	140	69	39	27	19	25	Q
été	12	1	7	က	4	വ	7	10	30
	II	1	2	3	4	വ	9	ω	11
septembre	#	83	41	16	10	11	7	14	
septe	12	1	2	က	4	9	10	40	
0.2	ΙΊ	1	2	3	4	2	7	11	
1¢	#	113	57	25	13	16	11	11	
août	12	1	7	ო	4	വ	7	40	
	11	1	2	က	4	5	9	ω	
Let	#	110	39	24	14	8	6		
juillet	12	1	2	ო	4	7	50		
	II	1	2	က	4	5	ω		
l'n	#	87	44	20	12	6	10	9	
juin	12	1	2	ო	4	7	10	30	
	11	1	2	က	4	2	ω	11	
	#	72	33	18	12	12	10	ω	
mai	12	1	7	ო	വ	7	10	40	
	11	П	2	ဗ	4	9	ω	11	

Où, Il = borne inférieure de durée I2 = borne supérieure de durée

Figure 5.5 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes humides selon leur durée à la station de Québec (heures humides mai 1961-1969).

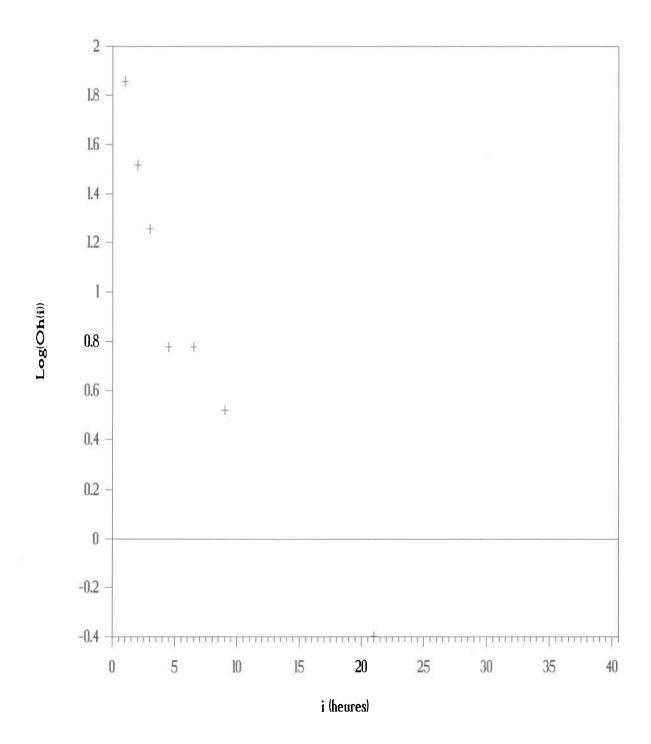


Figure 5.6 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes humides selon leur durée à la station de Québec (heures humides juin 1961-1969).

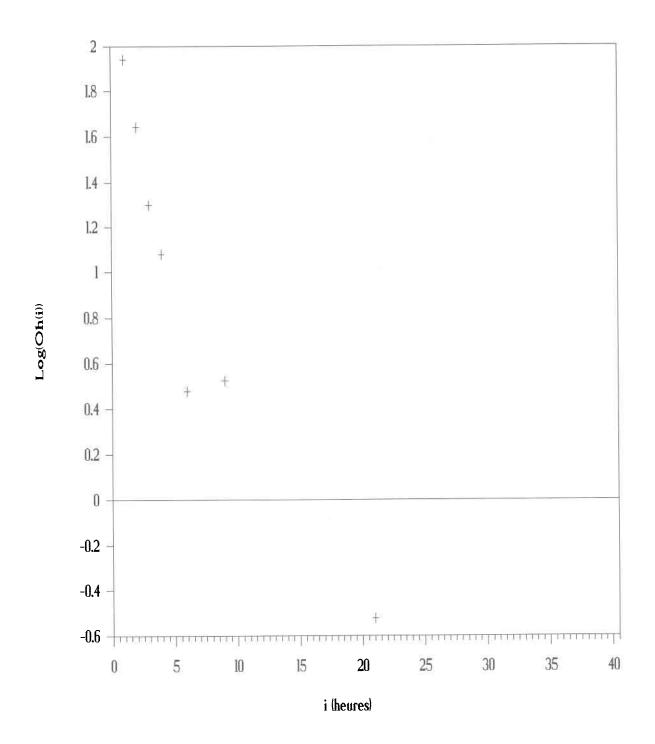


Figure 5.7 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes humides selon leur durée à la station de Québec (heures humides juillet 1961-1969).

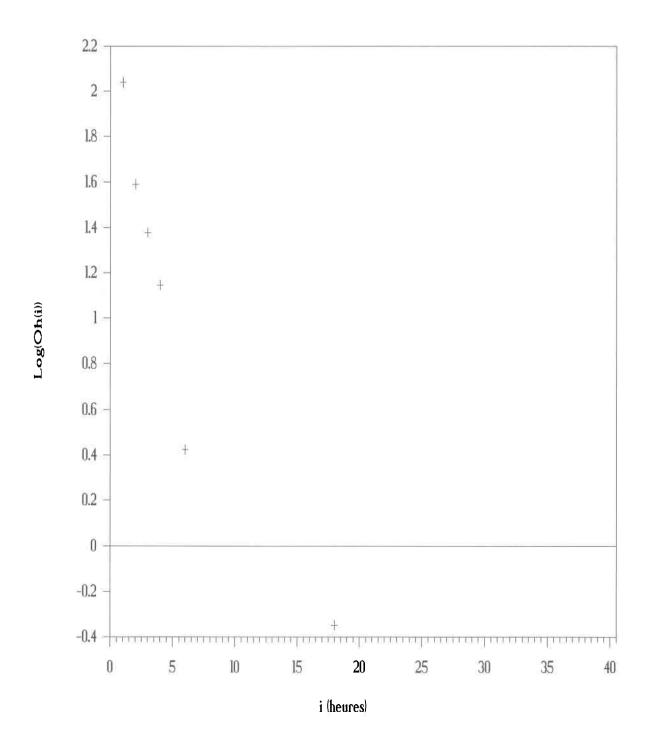


Figure 5.8 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes humides selon leur durée à la station de Québec (heures humides août 1961-1969).

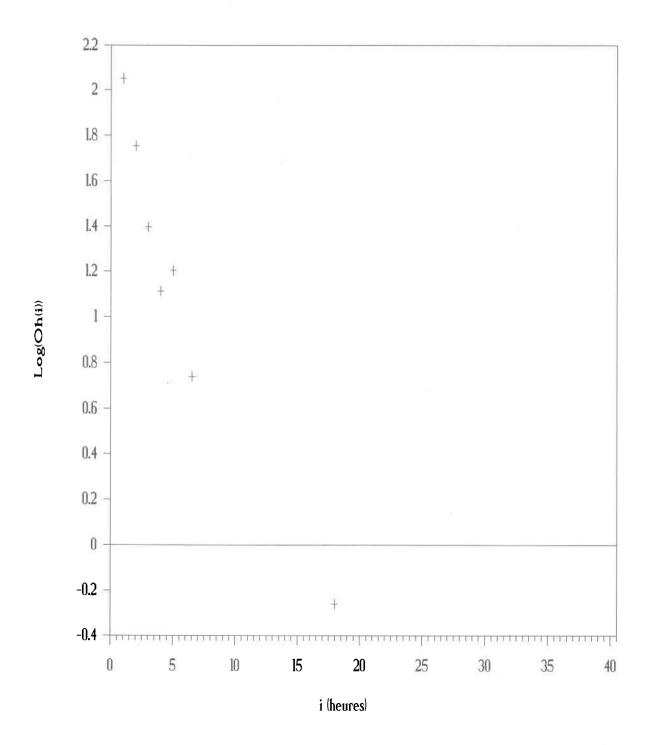


Figure 5.9 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes humides selon leur durée à la station de Québec (heures humides septembre 1961-1969).

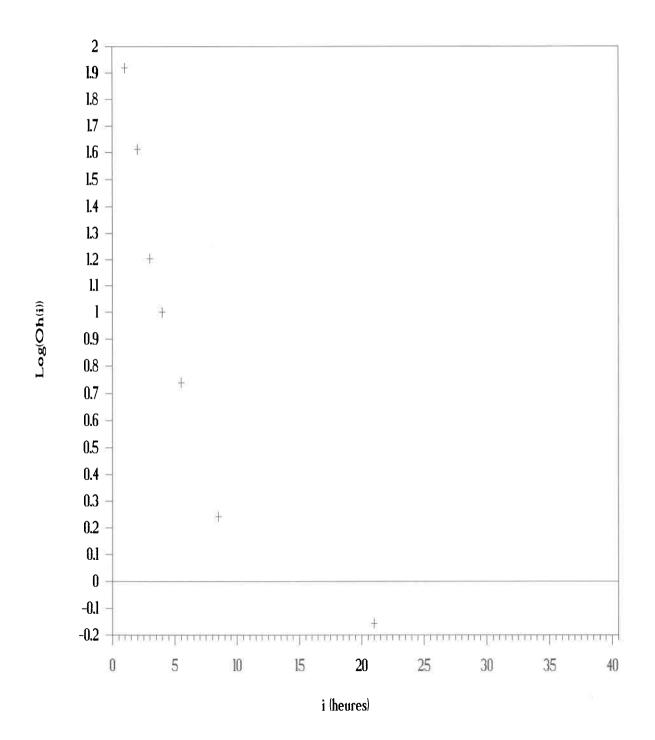


Figure 5.10 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes humides selon leur durée à la station de Québec (heures humides été 1961-1969).

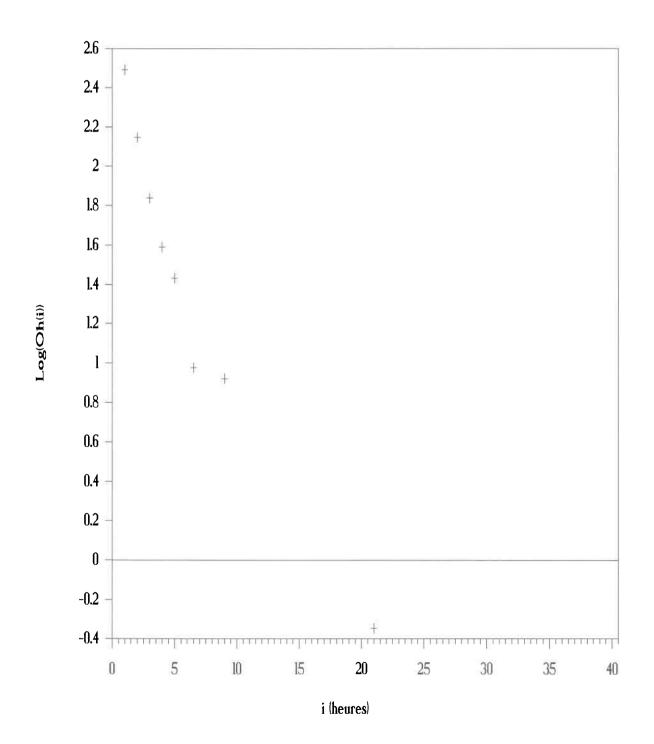


Tableau 5.5 Nombre de séquences sèches observées en fonction de leur durée: données québécoises.

Mois																ਚ	durée		(he	(heures	<u>~</u>										
	Н	7	m	4	Ŋ	9	7	ω	a	10	Ħ	27	13	14	15]	16	17	18	19	20 2	21 2	22 2	23 2	24 25		26 2	27 28	8 29	9 30	0 31	
Mai	32	32 17	12	0	Ŋ	4	4	Ŋ	Ŋ	4	7	н	n	-	н	0	н	н	0	н	0	н	7	0	т	т	н	0	н	0	п
Juin	35	35 23	11	4	ω	7	ည	Н	7	н	က	7	н	4	0	0	~	7	0	7	က	က	0	7	0	7	н	7	Ω ·	7	0
Juillet 30 29	30	29	15	12	œ	4	7	က	Н	н	7	9	7	т	4	4	0	С	е	ო	0	Ŋ	-	-	0	0	н	-	8	, H	0
Août	44	44 21	25 12		12	0	4	5	4	œ	Н	7	ო	4	7	7	н	7	7	73	н	4	н	m	т	н	н	0	н		П
Septem. 27 17	27	17	15	12	∞	Ŋ	വ	7	9	Т	т	က	7	0	П	4	0	က	0	н	7	7	т	-	0	~	0	7	2	н	7

Mois																ן ש	durée	ا پو	(pe	(heures)	<u>0</u>										
	32	33	32 33 34 35 36 37	35	36	37	38	39 40	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	20	51	52	53	52	55	26	57	28	29	09	61	62
Mai	П	н	Н	0	7	0	7	0	7	0	0	7	н	0	0	N	0	0	ਜ	0	н	0	0	0	0	н	0	0	н	0	н
Juin	0	0	0	1	0	Н	Н	0	Н	4	ო	ч	Н	7	ч	Ч	П	0	7	7	н	П	Н	н	0	0	н	7	0	0	Н
Juillet	0	0 1	1	7	0	Н	0	Н	0	7	0	٦	٦	٦	က	က	0	7	0	0	0	0	0	ਜ	0	н	П	н	е	0	Н
Août	П	7	7	П	r	2	7	7	7	н	0	7	0	Н	П	н	7	0	н	0	0	0	н	7	н	0	0	0	Н	Н	0
Septem.	7	Т	0	П	0	Н	0	Н	0	0	ო	0	0	0	н	7	0	ო	Н	0	н	7	н	н	0	н	н	н	0	0	0

Tableau 5.5 (suite).

Mois																							귱	l řé	w	durée (heures)	<u>ख</u>	§	8														
	9 %	0 4	D D	9 9	9 6	9 6	0 7	7 -	2.4	3	7	7	7	7	► ∞	9.7	& O	<u></u>	∞ N	ω m	α 4 α π	2 8	7 00	∞ ∞	ω ω	00	о н	00	<u>σ</u> ω	04	<i>ع</i> ص	6 9	7.0	0 0	0 0	1000	H 0 7	H O M	НО4	100	0 0 1	100	
Mai	н	н	н				_	H					г		П				, ,	· ·	г						7						н	Н	н		Н			7	Н		
Juin				Н.	-	-			Н									н				-					Н	ਜ	Н											7	Н		
Juillet 1	П						_		н		7	Н					П	п				٦		ਜ			7	7	Н						-	1 1	r-l	-					
Août	7	7	Н	2	П	7		Н	٦			7					п				-	н					⊣	7							H	7	7						
Septem.		н	П			Н		7		Н			П			П			н					Н				7			~		7			Ч							

Mois																							ੂ ਯੂ	ĬŘ.	l w	=	ପୂ	durée (heures)	SS														
	106		442	нне	4	तनऽ	п п 9	447	пπ 8	776	100	424	227	4 2 E	H 2 4	0 7 N	727	400	400	4 W O	ਜਲਜ	H 60 7	⊣ m m	⊣ ε 4	чеυ	H 70 9	737	дπω	нпб	H 40	44	440	H 4 6	H 44 4	147	H 4 9	147 148	440	H 10 O	ਜਨਸ	7 2 2	ч и	4 U H
Mai																			Н	-				н										а	-							н	
Juin									Н	н.	н	-	н		1																		н						-				
Juillet			73							11		Н						٦			Н																						
Août		П	٦					Т			Н							7	٦																								
Septem.					Н									1		Н	-										7							Н		-				1	1		

Tableau 5.5 (suite).

Mois																						.0	翼	γ,		ੁ	H	durée (heures)	<u>20</u>												
	U U U	651	1 7 7 8	ы В ОЛ Р	н 90	нон	7 9 7	ное	H 0 4	261	199	1 9 7	861	100	474	477	3 7 1	174	7 7 2	1 7 9	17	1 / 8	120	H & O	н 8 н	H Ø 73	нωе	H 8 4	287	11 1 8 8 8 6 7	887	100	400	101	402	 H 0 4	поп	469	407	H 0 8	9 0 0
Mai														Н			1	1																							
Juin	ен			1								-																д	п												
Juillet																																									
Août				1				П			-	-																													
Septem.																											_		_												-

Mois																							ਸ਼੍ਰੀ	ğ'	as	durée (heures)	ಶ್ವ	II	्रि														
	707	308	004	200	0 0 9	707	000	000	010	244	212	312	214	215	717	7 1 2 8 1 2	0 1 2	000	H 2 2 2	000	000	004	0.00	0 0 0	700	000	0 00	0 % 0	795	000	2000	0 m 4	2000	0 0 0	785	00 00	200	240	24H 244	0 4 m	• (0) 0	9 LD W	979
Mai															-																												
Juin	Н																																							Ч			
Juillet										-						7												ч															
Août															-																							_					
Septem.												_					-	٦						,																		П	П

Tableau 5.6 Nombre de séquences sèches observées en fonction de leur durée regroupées en classes de durée: données québécoises.

	mai		-	juin		ju	illet	=	á	août		sej	ptemb	re
I1	12	#	Il	12	#	I1	12	#	11	12	#	Il	12	#
1	1	32	1	1	35	1	1	30	1	1	44	1	1	27
2	2	17	2	2	23	2	2	29	2	2	21	2	2	17
3	3	12	3	3	11	3	3	15	3	3	25	3	3	15
4	5	14	4	5	12	4	4	12	4	4	12	4	4	12
6	8	13	6	7	12	5	6	12	5	5	12	5	6	13
9	11	11	8	13	10	7	9	10	6	7	13	7	9	13
12	22	10	14	20	10	10	12	10	8	9	9	10	16	13
23	30	10	21	26	10	13	17	13	10	12	11	17	25	10
31	42	10	27	33	10	18	22	14	13	16	11	26	32	11
43	63	10	34	43	11	23	34	10	17	22	12	33	48	10
64	96	10	44	51	11	35	46	12	23	29	10	49	57	10
97	143	10	52	67	10	47	61	12	30	37	11	58	85	10
144	250	7	68	113	10	62	87	9	38	43	10	86	132	10
			114	350	13	88	108	8	44	61	10	133	300	10
						109	350	8	62	66	10			
									67	99	10			
									100	115	7			
									116	300	7			

Où, Il = borne inférieure de durée I2 = borne supérieure de durée

Figure 5.11 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes secs selon leur durée à la station de Québec (heures sèches, mai 1961-1969).

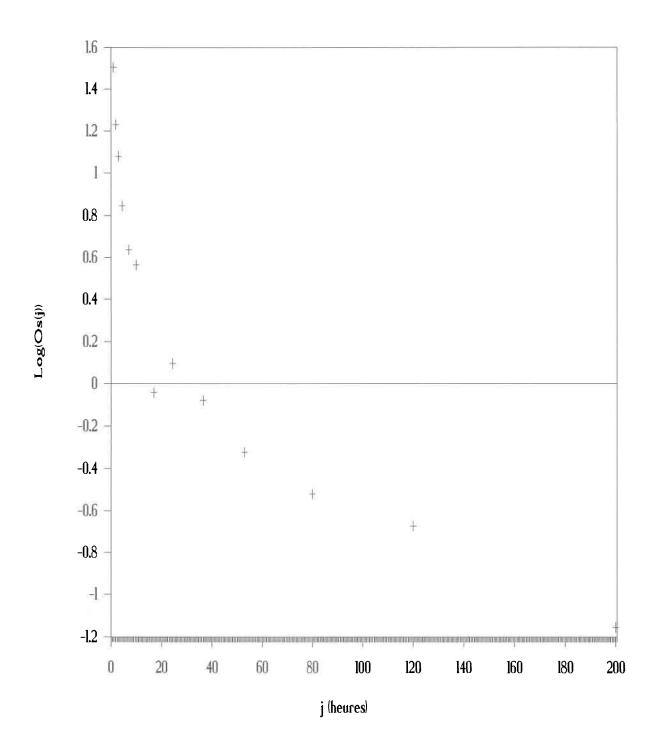


Figure 5.12 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes secs selon leur durée à la station de Québec (heures sèches, juin 1961-1969).

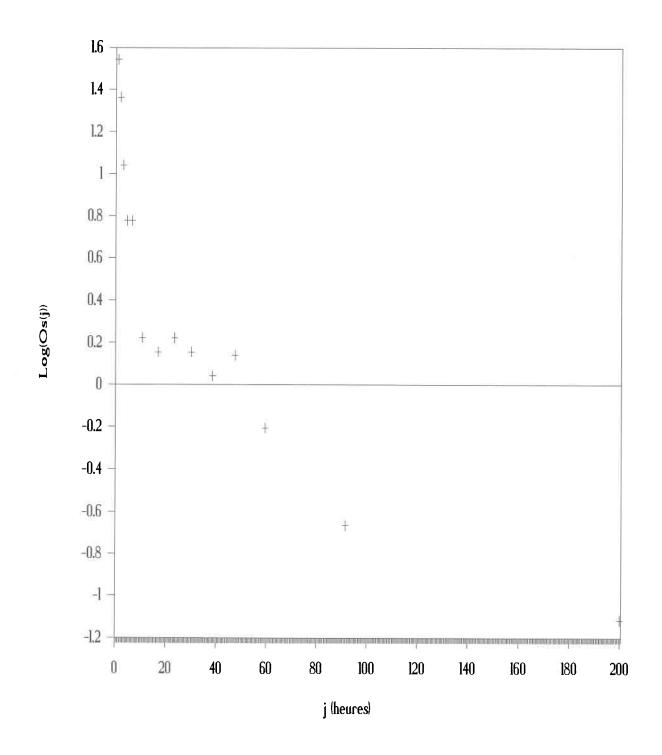


Figure 5.13 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes secs selon leur durée à la station de Québec (heures sèches, juillet 1961-1969).

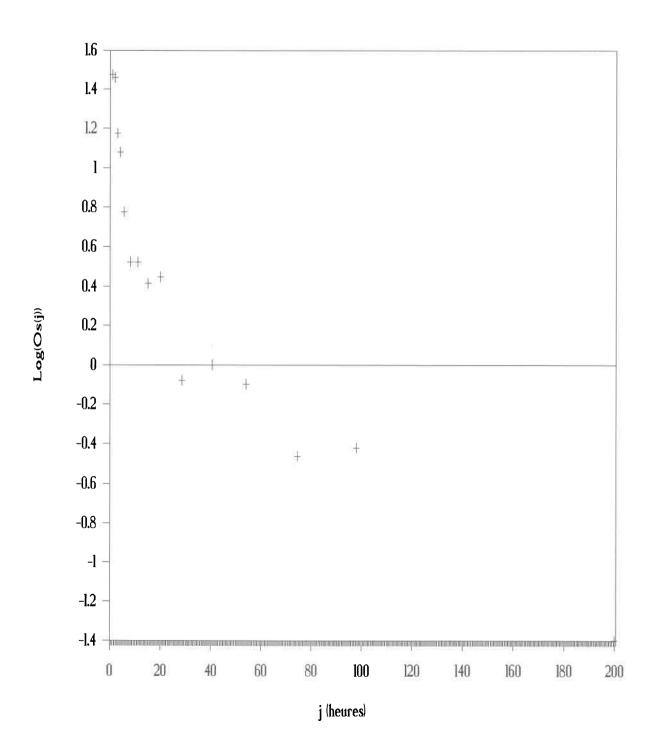


Figure 5.14 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes secs selon leur durée à la station de Québec (heures sèches, août 1961-1969).

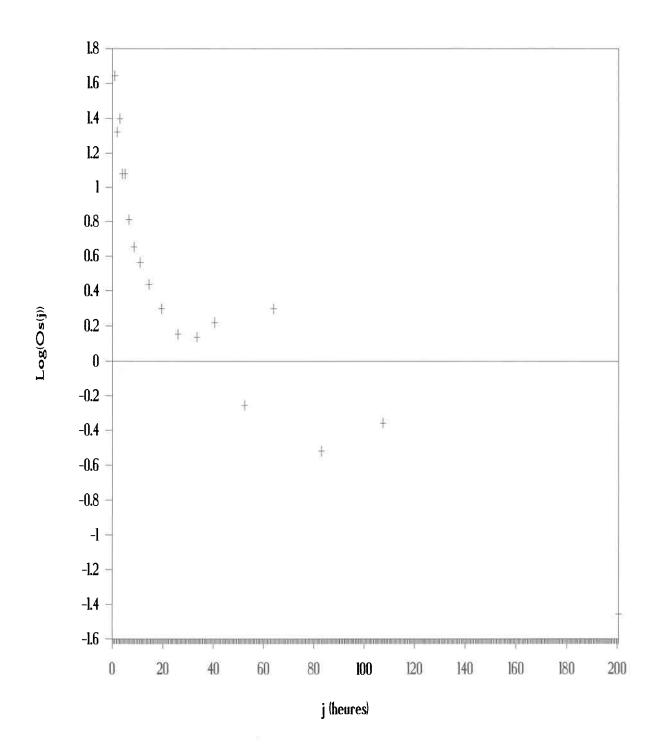
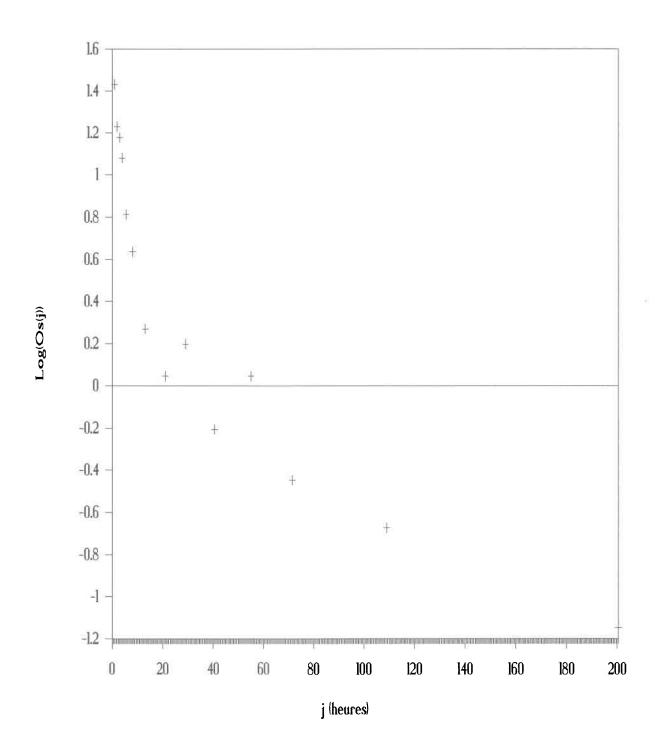


Figure 5.15 Logarithme à la base 10 du nombre d'observations classées d'épisodes secs selon leur durée à la station de Québec (heures sèches, septembre 1961-1969).



des observations classées. Les points sont moins bien alignés que dans le cas des épisodes humides et la courbure de la courbe qui relie les divers points est plus forte. Le modèle exponentiel simple n'est probablement pas adéquat pour décrire de façon satisfaisante la distribution des épisodes secs.

CHAPITRE 6.

COMPARAISON DES RÉSULTATS PRODUITS PAR LES DIFFÉRENTS MODÈLES

6.1 Méthodes statistiques

6.1.1 <u>Régression non-linéaire</u>

Le système SAS qui est disponible pour les ordinateurs IBM a été utilisé pour effectuer les calculs d'ordre statistique. Ce système a comme avantages:

- simplicité de programmation pour les modèles simples
- utilisation de techniques statistiques éprouvées
- grande confiance dans les résultats obtenus
- grand nombre de tests, fonctions et procédures statistiques disponibles
- possibilités graphiques intéressantes.

Les désavantages de SAS sont relativement mineurs:

- coût d'utilisation relativement élevé
- inefficacité lors de certains types d'opérations
- grande demande en espace-mémoire.

Parmi les procédures de régression disponibles sur SAS, NLIN permet de réaliser des régressions non-linéaires. Cette procédure est bien documentée dans le livre SAS: Statistics, version 5 (1985). La régression non-linéaire est parfois difficile à réaliser car il arrive souvent que la convergence dépende des valeurs initiales des paramètres. Si des difficultés de convergence se produisent et que l'on n'a qu'une faible idée des valeurs des paramètres, on peut alors fournir une série de paramètres. NLIN évalue alors l'ajustement à chacun de ces points et débute ses itérations à partir du point qui a fourni le meilleur ajustement.

Le critère d'ajustement des paramètres de la régression est basé sur la somme pondérée des carrés des différences (valeurs prévues - valeurs observées). Lorsque les poids sont égaux à l'inverse de la valeur prévue, cette régression minimise la fonction utilisée dans le test de l'ajustement basé sur une distribution du khi-carré. C'est cette dernière méthode qui a été retenue car elle a tendance à produire des régressions plus représentatives de l'ensemble de la distribution que la méthode des moindres carrés.

6.1.2 Paramètres de comparaison entre les modèles

L'ajustement obtenu par les divers modèles peut être comparé à différents points de vue:

- somme des carrés des différences;

- somme des carrés des différences pondérée par l'inverse de la valeur théorique (somme du khi-carré);
- test de la probabilité de l'ajustement;
- robustesse des paramètres de régression;
- durée moyenne d'un épisode humide.

6.1.2.1 Somme des carrés des différences

Lorsqu'on utilise la somme des carrés des différences entre les valeurs prévues et les valeurs observées comme critère du degré de l'ajustement on se trouve à ajuster la distribution par rapport à ses points comportant la plus forte fréquence d'occurrence. Les points avec une faible fréquence d'occurrence se trouvent alors très mal ajustés. Dans le cas d'une distribution exponentielle avec décroissance rapide, seuls les premiers points de la distribution sont bien ajustés.

6.1.2.2 Somme du khi-carré

Dans ce cas-ci, les carrés des différences entre les valeurs prévues et les valeurs observées sont pondérées par la valeur prévue. La somme de ces termes est distribuée comme le khi-carré. Si on l'utilise comme critère d'ajustement, on se trouve à donner un poids plus grand aux valeurs prévues qui ont une plus faible probabilité d'occurrence. Ceci permet d'avoir un ajustement qui est plus représentatif de l'ensemble des points que la méthode de la

somme des carrés des erreurs.

6.1.2.3 Test de la probabilité de l'ajustement

Le test de la probabilité de l'ajustement est basé sur la somme du khi-carré ainsi que sur le nombre de degrés de liberté. Ce test est utile à la fois pour déterminer quels sont les modèles acceptables ainsi que la valeur relative des modèles entre eux. La probabilité qui est indiquée est la probabilité qu'une distribution tirée au hasard donne de meilleurs résultats que la distribution utilisée. Par exemple, si la probabilité indiquée est de 95%, ceci indique qu'il y a 95% de chance qu'une distribution tirée au hasard ait produit un aussi bon ajustement. Si on rejette l'hypothèse que la distribution ajuste bien les données on fait une erreur dans 5% des cas.

6.1.2.4 Robustesse des paramètres de régression

Lorsqu'on réalise une régression avec plusieurs paramètres, ceux-ci ont une valeur qui est plus ou moins incertaine. NLIN fournit un estimé de l'erreur standard asymptotique (ESA). Le coefficient de variation (CV_j) associée à la valeur (V_j) du j_{ième} paramètre peut être définie ainsi:

$$CV_{j} = (ESA)_{j} / V_{j}$$
 (6.1)

Une forte valeur de ${\tt CV}_{\dot{\tt J}}$ indique qu'il s'agit là d'un

paramètre qui peut varier beaucoup d'une régression à l'autre.

6.1.2.5 Durée moyenne d'un épisode humide

Il est intéressant de noter la variation de la durée moyenne d'un épisode telle que calculée par les différents modèles. Ce paramètre ne peut toutefois pas servir de critère pour sélectionner le meilleur modèle.

6.2 Codification des modèles

Si on combine les 11 types de modèles avec les deux types de distribution, on obtient 22 modèles différents pour les épisodes humides ainsi que pour les épisodes secs. Le code SAS pour générer ces différents modèles se trouve dans l'annexe D. Les équations présentées au chapitre 4 sont généralement utilisées telles qu'elles dans les divers modèles. Toutefois les simplifications suivantes ont été effectuées: on a supposé que t_d et t_f sont égaux; au lieu de se servir des fonctions $P_S(t_{Sh})$ et $P_h(t_{hs})$, on utilise directement t_{Sh} et t_{hs} . Cette dernière simplification est justifiée par la faible gamme de valeurs possibles pour t_{Sh} et t_{hs} qui a été observée dans la plupart des modèles. De plus le temps de calcul est considérablement réduit.

6.3 Comparaison des modèles pour les épisodes humides

données peuvent être séparées en deux groupes Les distincts selon leur période d'intégration: 24 heures ou une modèles de correction des effets heure. Les 1a discrétisation des épisodes humides ont été développés en fonction d'une période d'intégration d'une heure. utilise une période d'intégration de 24 heures, de nouveaux phénomènes peuvent affecter la discrétisation des épisodes Par exemple, dans certaines régions il existe un humides. cycle quotidien des précipitations qui arrivent plus ou moins régulièrement en fin d'après-midi et qui durent une ou En utilisant une période d'intégration de 24 deux heures. heures on se trouve alors à grandement surestimer la durée humide ainsi qu'à produire des épisodes humides très longs. Au Québec, l'intervalle de temps entre le passage entre deux systèmes météorologiques qui amènent de la précipitation varie généralement entre un et trois jours. En utilisant une période d'intégration de 24 heures, il peut arriver assez fréquemment que l'intervalle de temps sec entre ces deux périodes humides ne soit pas détecté, ce qui cause une forte surestimation de la durée humide. Le tableau 6.1 présente de façon subjective les différences probables des différents effets de la discrétisation des épisodes humides selon des périodes d'intégration d'une et de 24 heures.

Tableau 6.1 Effets de la discrétisation des épisodes humides selon des périodes d'intégration d'une et de 24 heures.

Effets	1 heure	24 heures
Position aléatoire des épisodes humides par rapport aux heures de mesure	important	important
Délais de détection de début et de fin de la précipitation	assez important	effet moindre
Épisodes secs non détectés	peu nombreux	très nombreux
Cycle quotidien	peu d'influence	très grande influence
Intervalle entre deux passages de systèmes météorologiques	peu d'influence	influence si intervalle in- férieur à 2 jours

Lorsqu'on interprète les résultats obtenus par différents modèles, il faut donc tenir compte du fait que les effets de la discrétisation agissent de façon différente selon la période d'intégration. Les modèles 9 à 11 tiennent compte des effets de la discrétisation qui se retrouvent principalement en utilisant une période d'intégration d'une Les modèles présentés dans cette thèse ne tiennent heure. ni de l'influence du cycle quotidien ni l'intervalle de temps entre le passage de deux systèmes météorologiques: on ne peut donc pas s'attendre à être capable de retrouver la véritable durée humide à l'aide des modèles utilisés lorsque la période d'intégration est de 24 heures.

Le sous-modèle 8.1 provient du modèle 8 dans lequel I_0 vaut 0,4. Le sous-modèle 9.1 est identique au modèle 9 dans lequel on a posé I_0 =0,4 et t_{dm} =2. Finalement on obtient le modèle 10.1 en supposant I_0 =0,4, t_{dm} =2,0, t_{sh} =0,001 et W_{h0} =0,5.

Les valeurs des paramètres des différents modèles sont d'abord présentées, puis les résultats des différents critères de comparaison sont ensuite commentés.

6.3.1 <u>Valeur des paramètres</u>

Les valeurs des paramètres se trouvent au tableau 6.2. Le comportement des divers modèles ne varie pas tellement

Tableau 6.2 Comparaison de divers modèles pour les épisodes humides. Valeur des paramètres. a) Distribution exponentielle décroissante

				, s	modèles	70							
données	Param.	1,2,4	e	2	9	7	ω	8.1	0	9.1	10	11	11.1
Paris	p t _d I ₀ t _{dm} NI t _{sh}	0,346	0,356	0,333	0,398	0,346	0,346	0,363	0,302 -2,78 2,078 1,250	0,220 0,400 2,000 2,360	0,346 0,999 0,001 0,999	0,278 -,040 2,012 1,046 ,0001 0,982	0,276 0,400 2,000 1,441 0,001
ል. ጉ	a Io td Io tdm NI tsh Who	0,484	0,510	0,453	0,596	0,484	0,484	0,527	0,416 -2,21 2,273 1,240	0,320 0,400 2,000 1,936	0,484 0,999 0,001 0,999	0,412 -,053 2,322 0,952 0,001 0,743	0,402 0,400 2,000 0,982 0,001 0,500
Moncton	a td IO tdm NI nI tsh Who	1,028	1,135	0,893	1,292	1,028	1,030	1,155	0,801 2,650 2,000 1,261	0,958 0,400 2,000 0,883	1,028 0,999 0,001 0,999	1,024 0,400 2,000 0,548 0,001	1,024 0,400 2,000 0,549 0,001

Tableau 6.2 a) (suite)

				#	modèles	70							
données	Param.	1,2,4	က	വ	9	7	ω	8.1	0	9.1	10	11	11.1
Québec: mai	a p t _d I _O t _{dm} NI t _{sh}	0,371	0,379	0,303	0,441	0,371	0,372	0,395	0,218 -1,44 2,299 2,000	0,219 0,400 2,000 2,444	0,371 0,999 0,001 0,999	0,304 -,078 3,069 0,964 0,001	0,296 0,400 2,000 1,217 0,001
juin	a b t _d I _O t _{dm} NI t _{sh}	0,431	0,442	0,371	0,509	0,431	0,432	0,458	0,221 0,780 2,071 2,790	0,257 0,400 2,000 2,212	0,431 0,999 0,001 0,999	0,304 1,350 2,384 1,175 0,001 0,001	0,343 0,400 2,000 1,102 0,001
juillet	a Fd IO tdm NI Ksh Who	0,565	0,588	0,461	0,691	0,564	0,565	0,611	0,379 -,272 2,270 1,793	0,397 0,400 2,000 1,678	0,564 0,999 0,001 0,999	0,487 1,168 2,459 0,750 0,001 0,001	0,492 0,400 2,000 0,855 0,001

Tableau 6.2 a) (suite)

				# 	modèles	70							
données	Param.	1,2,4	က	2	9	7	ω	8.1	0	9.1	10	11	11.1
Québec: août	p td To tdm NI tsh	0,507	0,532	0,449	0,629	0,507	0,507	0,551	0,347 -0,42 2,030 1,650	0,321 0,400 2,000 1,956	0,507 0,999 0,001 0,999	0,359 -,008 2,542 1,017 0,001 0,522	0,421 0,400 2,000 0,969 0,001 0,500
septembre	re a lo td lo tdm NI tsh Who	0,348	0,353	0,284	0,407	0,348	0,348	0,367	0,127 -,542 2,276 3,563	0,194 0,400 2,000 2,603	0,348 0,999 0,001 0,999	0,362 -,011 2,558 1,025 0,001 0,551	0,419 0,400 2,000 0,962 0,001
été	p t _d Io t _{dm} NI t _{sh}	0,505	0,524	0,436	0,606 0,505	0,505	0,505	0,542	0,334 0,109 2,055 1,882	0,335 0,400 2,000 1,895	0,505 0,999 0,001 0,999	0,346 0,073 2,670 1,026 0,001	0,419 0,400 2,000 0,962 0,001 0,500

Tableau 6.2 b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

				H	modèles	70						
données	Param.	1,2,4	က	വ	9	7	8	8.1	6	9.1	10	10.1
Paris	a b c c t dm NI tsh Who	0,257 0,531 0,473	0,297 1,178 0,666	0,267 0,594 0,541 0,970	0,317 5,968 0,740	0,261 0,588 0,426 0,828	0,272 0,665 0,495 8,893	0,298 1,227 0,601	0,214 0,385 0,229 -3,85 2,038 1,143	0,204 0,221 0,000 0,400 2,000 2,359	0,257 0,532 0,406 0,999 0,001 0,999	0,261 0,588 0,337 0,999 0,001 0,500
ያ _• ች•	a c c t d TO t d TO t d MI WhO	0,415 1,124 0,767	0,427 3,118 0,476	0,429 5,000 0,773 0,841	0,429 8,710 0,671	0,427 3,525 0,496 0,294	0,430 3,893 0,474 -,693	0,738 2,927 0,160	0,012 0,438 0,014 -3,63 3,209 1,250	0,316 7,930 1,000 0,400 2,000 1,947	0,404 0,991 0,541 0,999 0,001	0,411 1,045 0,492 0,999 0,001 0,500
Moncton	a c c t d TO t d TO t Sh WhO	0,618 1,341 0,202	0,739 3,163 0,138	0,490 1,118 0,080 1,050	0,745 6,397 0,295	0,616 1,463 0,103 0,826	0,621 1,370 0,110 50,00	0,427 2,798 0,486	0,497 1,097 0,093 -0,10 5,770 0,999	0,699 2,042 0,250 0,400 2,000 0,587	1,000 13,25 0,983 0,990 0,001	1,000 13,15 0,991 0,999 0,001

Tableau 6.2 b) (suite)

				, a	modèles	70						
données	Param.	1,2,4	က	2	9	7	8	8.1	6	9.1	10	10.1
Québec: mai	д	0,220	0,231	0,227	0,257		0,223	0,225	0,217	0,219	0,224	0,224
	c P td Io tdm	0,493	0,351	0,503	0,540	0,303	0,293	0,308		0,551 0,400 2,000	0,275	0,249
	ni tsh Who									2,440	0,064	0,001
juin	g Q C	0,212	0,237	0,218	0,299	0,207	0,219	0,224	0,224	0,256	0,206	0,207
	p ta Io tam NI			0,882		0,600	1,733		0,750 2,079 2,780	2,000	0,583	0,597
	tsh Who									1	0,039	0,001

Tableau 6.2 b) (suite)

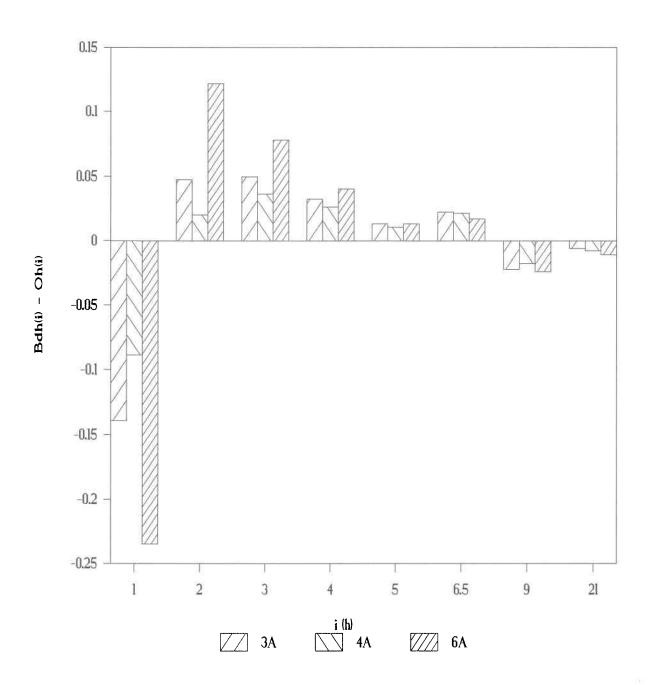
				# # 	modèles	,,,						
données	Param.	1,2,4	3	2	9	7	ω	8.1	6	9.1	10	10.1
juillet	a b c p td Io tdm NI tsh Who	0,099 0,814 0,106	0,426 4,148 0,186	0,020 0,668 0,048 1,155	0,433 12,38 0,538	0,088 0,875 0,049 0,750	0,243 0,941 0,119 45,35	0,427 3,682 0,241	0,100 0,516 0,138 -,325 2,315 1,856	0,221 0,674 0,231 0,400 2,000 1,466	0,119 0,811 0,052 0,959 0,014	0,194 1,004 0,081 0,750 0,001
août	a b c c b td Io tdm NI tsh	0,367 1,153 0,596	0,381 2,438 0,384	0,392 15,00 0,621 0,788	0,388 5,305 0,556	0,392 4,267 0,480 0,087	0,418 3,476 0,337 0,196	0,381 2,180 0,375	0,390 3,030 0,414 -8,03 12,00 0,654	0,272 0,315 0,000 0,400 2,000 1,950	0,365 0,368 2,178 2,148 0,354 0,316 0,400 0,400 ,0006 0,001 0,888 0,500	0,368 2,148 0,316 0,400 0,001

Tableau 6.2 b) (suite)

			#	modèles	70						
	1,2,4	3	5	9	7	æ	8.1	0	9.1	10	10.1
000	0,095	0,146	0,094	0,197	0,129	0,095	0,137	0,113	0,193	0,121	0,126
td Io				77.	0,574	50,00		2,277 2,277 3.502	0,400 2,000 2,605	0,700	0,625
										,0001 0,001	0,001
0,3	23			0,384	0,323	0,326	0,352	0,339	0,332	0,336	0,054
b 1,063 c 0,450	63 50	2,360 0,338	1,200 0,463	6,125 0,531	1,290	1,091	1,962	0,350	4,832 0,950	1,390	0,316 0,061
					0,694	50,00		0,033	0,400	0,640	0,082
								1,837	1,816		
										, 0007	0,001
										0,615	0,500

d'un ensemble de données à l'autre. C'est pourquoi un ensemble de données typique a été choisi afin d'aider à visualiser le degré d'ajustement des différents modèles par rapport aux observations: les données de la station de Québec pendant les étés (juin à août) de 1961 à 1969 ont donc été choisies. Les différences entre les valeurs prévues Bdh(i) et les valeurs observées Oh(i) sont souvent petites de sorte qu'il y a souvent peu de différence entre les tracés des fonctions Bdh(i) et Oh(i) en fonction de i. Les différences entre les fonctions B_{dh}(i) et O_h(i) ont été mises sous forme La figure 6.1 montre la variation des d'histogrammes. différences $B_{dh}(i)-O_{h}(i)$ en fonction de la durée moyenne i des classes d'observation pour les modèles 3A, 4A et 6A. constate que pour ces trois modèles, dans la première et les deux dernières classes d'observation, Bdh(i) sous-estime Oh(i). Les classes centrales sont toutes surestimées. On constate donc qu'il y a un biais dans l'ajustement en fonction de la durée de la classe d'observation par ces trois modèles qui ne peuvent bien ajuster les extrémités de la distribution. Le modèle 4A produit un meilleur ajustement que le modèle 3A. Le pire modèle est le modèle 6A. Les plus grandes erreurs se produisent pour les courtes durées: ceci n'est pas surprenant étant donné que les plus fortes valeurs des fonctions se trouvent associées aux classes de courte durée et que la méthode d'ajustement donne un poids plus grand aux classes avec peu d'observations.

Figure 6.1 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{dh}(i)$ et les valeurs observées $O_h(i)$ pour chacune des 8 classes d'observations de durée moyenne mesurée i (h) à la station de Québec durant les étés (juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 3A, 4A et 6A.



On constate également à la figure 6.2 que, pour les modèles 5A, 8A et 8.1A, les premières et les dernières classes de $B_{dh}(i)$ sous-estiment $O_h(i)$ et que les classes centrales surestiment $O_h(i)$. Les différences sont cependant réduites par rapport à la figure 6.1. Le modèle 8.1A est moins bon que le modèle 8A surtout pour la première classe. Les modèles 7A et 10A produisent des résultats identiques au modèle 8A et n'ont pas été tracés. Le modèle 5A s'avère de beaucoup supérieur au modèle 8A.

Tel qu'on peut le constater à la figure 6.3, les modèles 9A, 9.1A, 10A et 10.1A produisent des erreurs qui alternent entre le positif et le négatif. De plus ces erreurs sont plus petites par un facteur 10 que les erreurs rapportées à la figure 6.1. Ces modèles semblent donc produire des résultats satisfaisants. Le modèle 9A est supérieur au modèle 9.1A surtout pour les deux premières classes. Similairement le modèle 11A s'avère supérieur au modèle 11.1A principalement dans les deux premières classes. Le modèle 11A s'avère légèrement supérieur au modèle 9A surtout grâce à sa performance dans les classes de durées de 2 et de 6,5 heures.

Les figures 6.4 et 6.5 présentent les différences entre $B_{\mathrm{dh}}(i)$ et $O_{\mathrm{h}}(i)$ pour les modèles 3B à 8.1B. On constate immédiatement que l'utilisation de la distribution B permet de réduire les erreurs par un ordre de grandeur par rapport à

Figure 6.2 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{dh}(i)$ et les valeurs observées $O_h(i)$ pour chacune des 8 classes d'observations de durée moyenne mesurée i (h) à la station de Québec durant les étés (juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 5A, 8A et 8.1A.

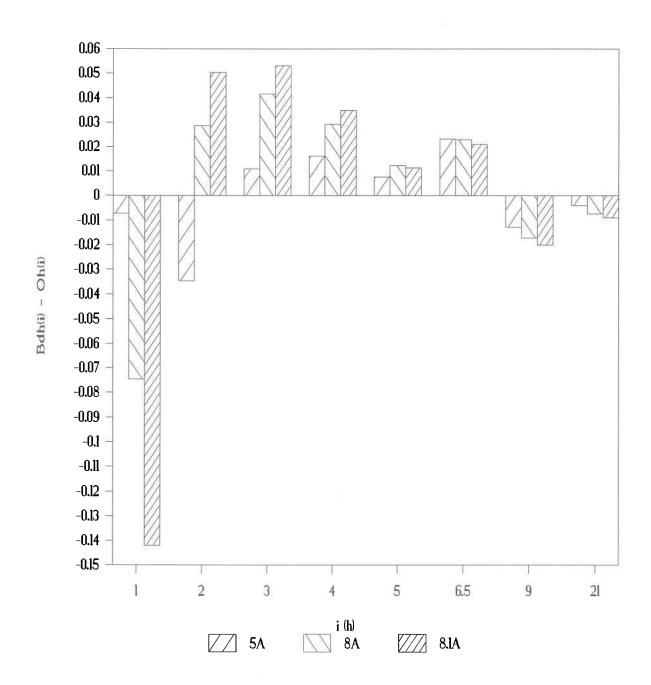


Figure 6.3 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{dh}(i)$ et les valeurs observées $O_h(i)$ pour chacune des 8 classes d'observations de durée moyenne mesurée i (h) à la station de Québec durant les étés (juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 9A, 9.1A, 11A et 11.1A.

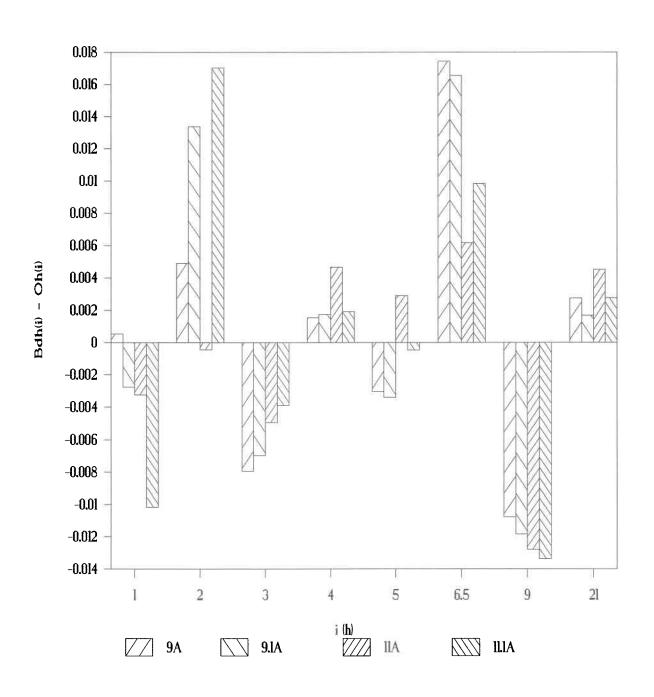


Figure 6.4 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{dh}(i)$ et les valeurs observées $O_h(i)$ pour chacune des 8 classes d'observations de durée moyenne mesurée i (h) à la station de Québec durant les étés (juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 3B, 4B, 5B et 6B.

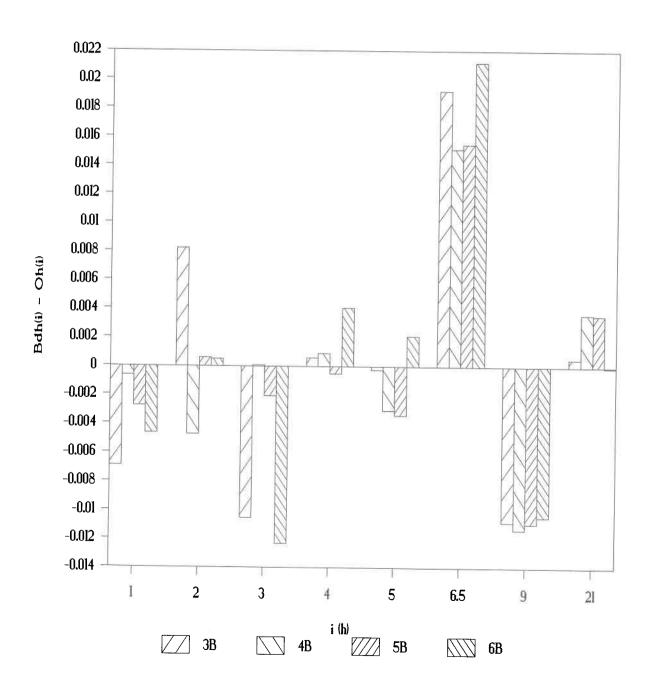
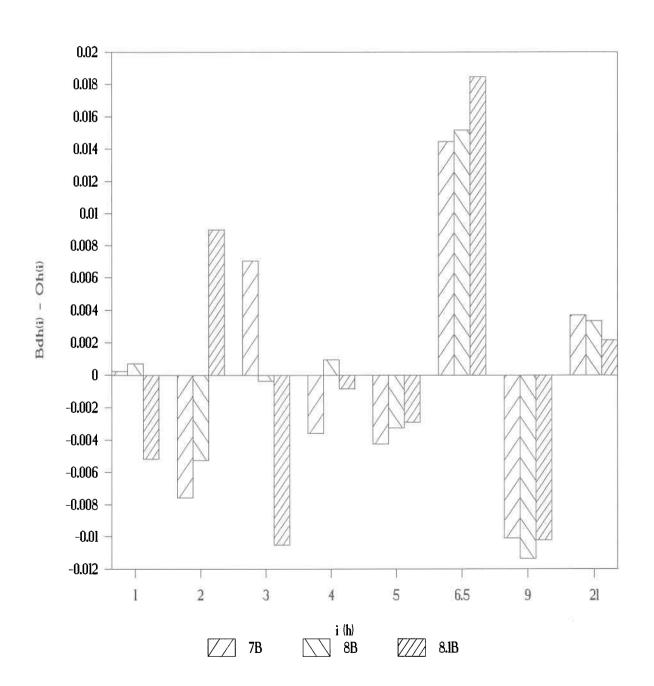


Figure 6.5 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{dh}(i)$ et les valeurs observées $O_h(i)$ pour chacune des 8 classes d'observations de durée moyenne mesurée i (h) à la station de Québec durant les étés (juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 7B, 8B et 8.1B.



l'utilisation de la distribution A. On remarque également que les écarts positifs et négatifs sont assez bien répartis en fonction de la durée: il n'y a plus comme à la figure 6.1 de biais systématique en fonction de la durée. Pour ces modèles les plus fortes erreurs se situent aux classes de durée 6,5 h et 9h.

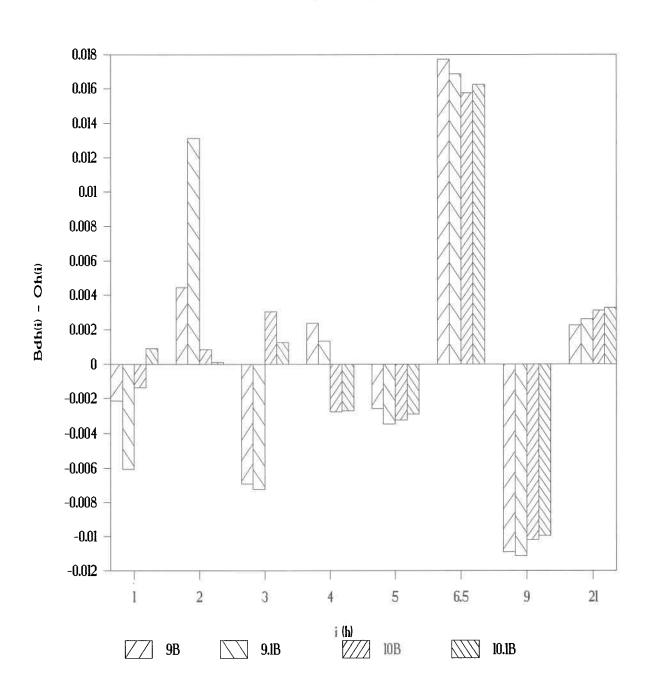
La figure 6.6 présente les différences entre $B_{\mathrm{dh}}(i)$ et $O_{\mathrm{h}}(i)$ dans le cas des modèles 9B, 9.1B, 10B et 10.1B. Cette fois-ci, on constate que dans le cas du modèle 9, l'utilisation de la distribution B n'entraîne pratiquement aucune amélioration de l'ajustement par rapport à l'utilisation de la distribution A (figure 6.3). Cette situation peut s'expliquer par le fait que les erreurs résiduelles non expliquées par le modèle 9A sont à peu près aléatoires et donc difficilement explicables par l'utilisation d'une meilleure distribution.

6.3.1.1 Distribution A: exponentielle décroissante

Tel qu'on peut le constater au tableau 6.2a, la valeur du paramètre a est à peu près identique pour les modèles 1, 2, 4, 7, 8 et 10. Si on classe les modèles par ordre de valeurs croissantes de a, on obtient la suite suivante: 9, 11, 5, (1, 2, 4, 7, 8 et 10), 3 et 6.

Les valeurs de t_d du modèle 7 ont toutes atteint leur valeur limite maximale (0,999). Dans le modèle 8, c'est le

Figure 6.6 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{dh}(i)$ et les valeurs observées $O_h(i)$ pour chacune des 8 classes d'observations de durée moyenne mesurée i (h) à la station de Québec durant les étés (juin à août) de 1961 à 1969. Modèles 9B, 9.1B, 10B et 10.1B.



paramètre I_0 qui a atteint partout sa valeur limite maximale (50). Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer ce fait. Par exemple, il est possible que la distribution exponentielle ne soit pas capable de s'ajuster assez bien avec les données. Il est également possible que les modèles 7 et 8 ne soient pas adéquats et que d'autres effets de la discrétisation soient plus importants.

Le paramètre NI est là pour s'assurer que distribution théorique est à peu près normalisée à l'unité. Dans le modèle 11, une valeur de NI égale à un implique que l'effet des épisodes non détectés est compensé exactement par celui des épisodes faussement détectés pour produire le même nombre d'épisodes observés. Les valeurs de t_{dm} et de I_{O} sont inconnues. Ces valeurs ont été estimées par régression sur l'ensemble des données. La fonction G(td) a été définie à l'équation (4.6) et I_0 vaut à peu près l'inverse l'intensité moyenne de la précipitation. Si on suppose que l'intensité moyenne de la précipitation est de 2 à 3 mm/h en été au Québec, ceci implique que Io devrait varier entre 0,3 et 0,5 h/mm.

Les valeurs de I_0 (-2,78 à 2,65) trouvées par le modèle 9 sur les ensembles de données quotidiennes sont loin des valeurs désirées. Dans le cas des données horaires, les valeurs se rapprochent davantage des valeurs idéales. C'est sur l'ensemble de données horaires comportant le plus grand

nombre d'épisodes (été) où l'on observe la valeur (0,122) la plus rapprochée de la gamme de valeurs souhaitées. L'utilisation du modèle 11 ne permet pas d'obtenir des valeurs plus réalistes pour I_0 . À moins d'avoir une distribution observée avec un grand nombre de classes, il semble donc improbable de pouvoir déterminer de façon précise la valeur de I_0 à l'aide de la régression. Il faudrait évaluer I_0 à l'aide de la distribution du nombre d'épisodes en fonction de leur temps de délai et utiliser cette valeur comme constante dans la régression: cette approche a également comme avantage d'augmenter d'un le nombre de degrés de liberté de la régression.

La valeur de W_{h0} varie fortement d'un ensemble de données à l'autre et sa valeur est grandement incertaine. La détermination de la valeur de t_{sh} est également très incertaine.

6.3.1.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

La valeur du paramètre "a" varie relativement peu d'un modèle à l'autre. Par contre la valeur de b varie souvent fortement d'un modèle à l'autre. La valeur de c subit une variation moyenne. Il est difficile de comparer les valeurs de ces trois paramètres entre elles à cause de la présence de mécanismes compensatoires entre ces paramètres.

Le paramètre p du modèle 5 vaut maintenant 0,96 ± 0,10: il a une importance bien moindre que dans le cas de la En effet, si p vaut 1, les équations du distribution A. modèle 5 deviennent identiques à celles du modèle 4. paramètre t_d du modèle 7 varie maintenant entre 0,087 et 0,828 h. La valeur moyenne de t_d pondérée par G(t_d) qui est définie par l'équation (4.6) entre 0 et 1 heure, devrait se situer entre 0,50 et 0,60 h lorsque I₀ vaut entre 0 et 1 (voir tableau 6.3). La valeur du paramètre Io du modèle 6 est donc reliée à la valeur moyenne de td. En comparant les valeurs de t $_{
m d}$ du modèle 6 et de I $_{
m 0}$ du modèle 7 par rapport aux valeurs du tableau 6.3, on remarque que même si l'accord n'est pas parfait, il est assez bon compte tenu de la grande variabilité des paramètres. Les valeurs des paramètres a, b, c et t_d du modèle 10 sont similaires à celles du modèle 7 parce que Who tend vers un.

6.3.2 Somme des carrés des différences

Le meilleur modèle par rapport à ce critère est évidemment celui qui produit la plus faible valeur de la somme des carrés des différences. Le tableau 6.4 présente les résultats pour la somme des carrés des différences entre les valeurs observées et prévues normalisée par le nombre total d'épisodes dans chacune des distributions. Cette normalisation a pour but de rendre plus comparables les résultats provenant d'ensembles de données différents. On

Tableau 6.3 Valeurs moyennes de t_d pondérées par $G(t_d)$, en heures.

Io	t _d	I ₀	t _d
-1,0	0,07825	0,1	0,52739
-0,9	0,10463	0,2	0,54274
-0,8	0,14224	0,3	0,55566
-0,7	0,19139	0,4	0,56656
-0,6	0,31225	0,5	0,57623
-0,5	0,30956	0,6	0,58490
-0,4	0,36620	0,7	0,59279
-0,3	0,41474	0,8	0,60004
-0,2	0,45390	0,9	0,60678
-0,1	0,48457	1,0	0,61308
0,0	0,50000	5,0	0,73898
		10,	0,80329
		50,	0,92839

Comparaison de divers modèles pour les épisodes humides. Critère: somme des carrés des erreurs normalisée par le nombre total d'épisodes. Les résultats sont exprimés en pourcentage (%). Les moyennes et écarts-types sont calculés pour les données horaires de la station de Québec. Tableau 6.4

a) Distribution exponentielle décroissante

					modèles	s o						
données	1,2,4	е	വ	9	7	ω	8.1	თ	9.1	10	11	11.1
Paris	0,15	0,44	0,08	2,83	0,15	0,15	0,58	0,01	1,80	0,15	0,008	1,32
S.F.	0,18	0,88	0,05	4,59	0,18	0,19	1,00	0,01	0,52	0,18	0,012	0,31
Moncton	0,34	3,79	0,01	11,93	0,34	0,35	2,80	0,011	0,36	0,34	0,320	0,33
Québec: mai	2,82	4,11	0,77	9,04	2,83	2,84	4,57	0,17	0,58	2,83	0,127	2,40
juin	2,27	3,64	1,04	8,44	2,27	2,29	3,93	0,19	0,28	2,27	0,300	1,40
juillet	1,79	3,98	0,31	10,38	1,79	1,81	3,96	0,24	0,43	1,79	0,151	1,46
août	0,72	1,84	0,29	6,37	0,73	0,74	1,99	0,08	0,73	0,72	0,074	0,48
septembre	4,17	5,52	1,50	10,38	4,17	4,19	6,03	0,08	0,07	4,17	0,089	3,06
été	1,12	2,61	0,24	7,88	1,12	1,14	2,78	0,05	0,40	1,12	0,029	0,83
MOYENNE	2,15	3,62	0,69	8,75	2,15	2,16	3,87	0,14	0,42	2,15	0,13	1,61
ÉCART-TYPE	1,14	1,17	0,46	1,41	1,14	1,14	1,28	0,07	0,21	1,14	0,09	0,88

Tableau 6.4 b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

				modèles	les						
données	1,2,4	က	വ	9	7	ω	8.1	6	9.1	10	10.1
Paris	0,005	0,110	0,004	0,020	0,007	0,004	0,015	0,002	1,790	0,005	0,024
S.F.	0,015	0,008	0,008	0,014	0,008	0,008	800'0	0,012	0,506	0,008	0,028
Moncton	900'0	, 0005	,0001	900'0	, 0003	, 0002	, 0003	0,002	, 0003	0,774	0,790
Québec: mai	0,163	0,185	0,140	0,245	0,112	0,133	0,154	0,165	0,566	0,114	0,120
juin	0,199	0,199	0,137	0,370	0,115	0,120	0,150	0,179	0,273	0,113	0,107
juillet	0,300	0,277	0,068	0,277	0,346	0,234	0,284	0,267	0,393	0,320	0,351
août	0,122	0,068	0,066	0,066	0,064	0,141	080'0	0,070	0,101	0,063	0,068
septembre	0,053	0,164	0,052	0,290	0,068	0,055	0,107	0,074	0,735	0,070	0,066
été	0,040	0,071	0,040	0,075	0,046	0,041	0,068	0,052	690'0	0,039	0,039
MOYENNE	0,146	0,161	0,084	0,221	0,125	0,120	0,141	0,135	0,356	0,120	0,125
ÉCART-TYPE	0,089	0,073	0,040	0,113	0,102	0,063	0,072	0,076	0,239	0,093	0,104

observe généralement que l'ajustement est meilleur pour les modèles comportant le plus de paramètres.

6.3.2.1 Distribution A: exponentielle décroissante

Les résultats obtenus par les modèles 1, 2 et 4 sont identiques parce qu'ils proviennent de la même équation de Le modèle 3, qui corrige d'une façon différente les base. épisodes mesurés d'une heure, n'obtient pas de meilleurs résultats que le modèle 1. Ceci s'explique par le fait que distribution exponentielle sous-estime le d'épisodes d'une durée d'une heure, tandis que la correction apportée par le modèle 3 va dans le sens contraire. Le modèle 5 qui déplace les valeurs de la distribution d'une catégorie à l'autre obtient des résultats moyens: il améliore le modèle 1 parce qu'il comporte un paramètre de plus, mais il n'obtient pas d'aussi bons résultats que les modèles 9 et 11 qui sont basés sur une représentation plus réaliste des effets de la discrétisation.

6.3.2.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

L'utilisation de la distribution B améliore la performance des modèles 1 à 8 par un facteur généralement supérieur à 10. Les performances des modèles 1 et 3 sont similaires; l'utilisation d'une distribution qui s'ajuste bien aux données peut donc rendre plausible l'hypothèse d'un

ajustement différent pour les épisodes humides d'une durée moyenne d'une heure. Cependant le fait que le modèle 3 n'améliore pas de façon systématique le modèle 1, indique que ce type de correction n'a pas d'effet majeur et qu'il est masqué par d'autres effets plus importants.

Le modèle 5 offre maintenant un plus faible degré d'amélioration par rapport au modèle 1 que celui qui avait été réalisé lors de l'utilisation de la distribution A: ceci souligne l'importance d'utiliser une distribution appropriée pour effectuer l'ajustement des modèles aux données. Le modèle 6 affiche encore la pire performance mais il a toutefois bénéficié d'une très grande amélioration par rapport à l'utilisation de la distribution A.

Le degré d'amélioration du modèle 7 par rapport au modèle 6 n'est maintenant plus que d'un facteur 2 alors qu'il était de 10 dans le cas de la distribution A. Les performances des modèles 7 et 8 sont encore une fois à peu près identiques. Le modèle 8.1 offre une performance souvent seulement légèrement détériorée par rapport au modèle 8.

Le modèle 9 obtient à peu près les mêmes valeurs que le modèle 8: l'effet des épisodes faussement détecté est alors moins évident. De plus, l'utilisation de la distribution B n'entraîne plus qu'une faible augmentation de la performance. Ceci s'explique par le fait que les valeurs des paramètres a et b de la régression ont tendance à se rapprocher l'une de

l'autre ou que le paramètre c tend vers ses valeurs extrêmes (0 et 1).

La performance du modèle 10 est similaire à celle du modèle 8 parce que W_{h0} tend vers un ce qui rend les équations des deux modèles identiques. Le modèle 11 n'a pas été ajusté sur les ensembles de données parce qu'il comporte un nombre de paramètres plus élevé que le nombre de classes de données dans la plupart des distributions.

6.3.3 Somme du khi-carré

Le tableau 6.5 reproduit les résultats obtenus par la somme du khi-carré dans laquelle le carré des différences entre les valeurs théoriques et prévues est normalisé par la valeur théorique. Ce critère accorde plus d'importance aux observations moins fréquentes que celui basé sur le critère de la somme des carrés des différences. Le comportement des modèles par rapport à ce paramètre est très similaire à celui décrit à la section précédente. On n'élaborera donc pas davantage sur les résultats obtenus par ce paramètre.

6.3.4 Probabilité d'ajustement

Le nombre de degrés de liberté de l'ajustement provient de la différence entre le nombre de classes d'observations moins 1 et moins le nombre de paramètres. On utilise ce calcul avec celui de la somme du khi-carré pour déterminer la

sont . Critère: somme du Les résultats sont écarts-types Tableau 6.5 Comparaison de divers modèles pour les épisodes humides. chi-carré normalisée par le nombre total d'épisodes. I exprimés en pourcentage (%). Les moyennes et les calculées pour les données horaires de Québec.

a) Distribution exponentielle décroissante

					modèles	les						
données	1,2,4	က	ഗ	9	7	æ	8.1	0	9.1	10	11	11.1
Paris	1,47	3,05	0,95	18,87	1,47	1,49	3,21	0,21	9,33	1,47	3,92	6,78
S.F.	1,19	3,89	0,48	20,90	1,19	1,21	3,43	0,22	2,90	1,19	0,45	1,80
Moncton	1,73	86'6	0,34	30,10	1,73	1,78	6,37	0,20	1,41	1,73	1,51	1,64
Québec: mai	14,67	20,40	5,49	53,09	14,67	14,76	20,57	1,77	4,07	14,67	1,38	11,35
juin	14,45	20,21	8,56	50,31	14,45	14,52	19,79	2,65	2,87	14,45	4,07	8,30
juillet	10,10	17,69	3,70	46,52	10,09	10,18	16,01	26,2	3,52	10,10	3,59	7,22
août	4,84	9,10	2,70	30,19	4,84	4,88	8,32	1,62	1,96	4,84	1,26	3,08
septembre	27,15	33,93	13,86	74,18	27,14	27,33	34,64	1,14	4,48	27,15	1,29	16,12
été	7,27	13,05	2,98	39,41	7,27	7,34	12,07	1,18	1,24	7,27	0,88	4,39
MOYENNE	13,08	19,06	6,22	48,95	13,08	13,17	18,57	1,88	3,02	13,08	2,08	8,41
ÉCART-TYPE	7,22	7,76	3,95	13,57	7,22	7,26	8,34	0,68	1,14	7,22	1,26	4,36

Tableau 6.5 b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

					modèles	sə]					
données	1,2,4	е	ß	9	7	æ	8.1	O	9.1	10	10.1
Paris	90'0	0,22	0,05	0,41	0,11	0,08	0,20	0,04	9,33	0,07	0,16
S.F.	0,25	0,20	0,20	0,20	0,18	0,20	0,20	0,22	2,90	0,26	0,30
Moncton	0,02	0,06	0,01	0,06	0,016	0,020	90'0	0,02	0,04	2,53	2,50
Québec: mai	1,73	1,77	1,55	2,36	1,30	1,52	1,62	1,77	4,07	1,32	1,37
juin	2,63	2,55	2,27	3,92	2,10	2,18	2,30	2,67	2,88	2,11	2,20
juillet	1,84	3,39	06'0	3,38	1,40	2,04	3,39	2,45	2,88	1,79	2,02
août	1,68	1,28	1,24	1,23	1,22	1,48	1,48	1,29	1,96	1,14	1,24
septembre	0,57	1,46	0,57	3,69	06'0	0,58	1,23	1,12	4,48	0,89	0,93
été	1,06	1,30	1,04	1,44	1,02	1,06	1,25	1,18	1,24	0,99	66'0
MOYENNE	1,60	1,96	1,26	2,67	1,32	1,48	1,88	1,75	2,92	1,37	1,46
ÉCART-TYPE	0,64	0,77	0,54	1,06	0,38	0,55	0,76	0,62	1,12	0,44	0,49

probabilité qu'une distribution tirée au hasard procure un meilleur ajustement. C'est probablement ce critère qui permet le mieux de juger le degré d'ajustement de la distribution. Le tableau 6.6 reproduit les résultats obtenus pour ce critère.

6.3.4.1 Distribution A: exponentielle décroissante

Le modèle 9 est le seul modèle qui permet un ajustement acceptable sur l'ensemble des données. Les données de San Francisco sont toutefois bien ajustées par plusieurs modèles. Basé sur cet ensemble de données, les meilleurs modèles sont le 9 et le 5, suivi du regroupement 1, 2 et 4, et des modèles 11, 7 et 8. Les modèles 3, 6 et 10 offrent une piètre performance.

6.3.4.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

Dans ce cas-ci, la plupart des modèles sont acceptables. l'ensemble des distributions, les modèles Sur ont des performances similaires: il est assez difficile de les départager. Le modèle 6 est généralement légèrement moins bon que les autres, tandis qu'une légère supériorité est remarquée pour le groupe de modèles 1, 2 et 4. Le modèle 9 qui a procuré d'excellents ajustements lorsqu'utilisé avec la distribution A, produit maintenant la pire performance.

probabilité qu'une distribution tirée au hasard procure un meilleur ajustement. Les moyennes et les écarts-types sont calculés pour les données de Québec. Les résultats sont exprimés en pourcentage (%). critère: de divers modèles pour les épisodes humides. Tableau 6.6 Comparaison probabilité

a) Distribution exponentielle décroissante

					modèles	l se						
données	1,2,4	က	D.	9	7	ω	8.1	0	9.1	10	11	11.1
Paris	66'66	100,0	99,21	100,0	66'66	66'66	100,0	19,30	100,0	100,0	34,53	100,0
S.F.	39,79	96,46	16,72	100,0	54,34	55,49	98,64	29,14	93,60	83,90	100,0	76,38
Moncton	100,0 100,	100,0	98,33	100,0	100,0	100,0	100,0	97,28	100,0	100,0	100,0	100,0
Québec: mai	86'66	100,0	94,02	100,0	66,66	66,66	100,0	76,74	84,80	100,0	100,0	16,99
juin	66'66	100,0	12,66	100,0	66'66	66'66	100,0	91,70	75,10	100,0	99,93	99,64
juillet	96'66	100,0	94,37	100,0	66'66	66'66	100,0	98,53	93,35	100,0	100,0	62,66
août	96,40	96'66	84,39	100,0	98,19	98,27	66'66	86,26	66,39	99,74	92,21	89,19
septembre	100,0	100,0	66'66	100,0	100,0	100,0	100,0	64,42	91,41	100,0	100,0	66'66
été	100,0	100,0	18'66	100,0	100,0	100,0	100,0	94,32	84,05	100,0	94,02	66'66
MOYENNE	99,39	66'66	95,38	100,0	69 ' 66	99,71	100,0	85,33	83,02	36,86	97,69	60'86
ÉCART-TYPE	1,34	0,01	5,53	00'0	0,67	0,68	0,002	11,59	8,46	0,05	3,28	3,98

Tableau 6.6 b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

) W	modèles						
données	1,2,4	ო	Ŋ	9	7	ω	8.1	6	9.1	10	10.1
Paris	0,10	13,73	0,05	60,53	2,02	0,66	10,35	0,22	100,0	1,44	7,94
S.F.	14,01	10,84	26,51	10,70	23,85	26,32	10,66	100,0	98,83	100,0	36,68
Moncton	11,41	46,15	13,58	47,45	18,60	29,37	41,81	100,0	49,32	100,0	100,0
Québec: mai	58,59	59,61	72,18	72,72	65,67	71,52	55,54	100,0	96,53	100,0	62,59
juin	82,41	81,31	88,12	93,91	86,07	87,13	77,13	100,0	93,32	100,0	87,34
juillet	84,71	98'96	100,0	96,81	88'06	95,88	96,84	100,0	98,46	100,0	95,71
août	75,32	62,88	78,11	61,27	77,81	88,68	69,64	100,0	90,95	100,0	78,09
septembre	20,63	55,32	40,32	91,82	55,91	41,11	47,64	100,0	98,31	100,0	57,00
été	85,19	91,93	91,60	94,41	91,12	92,00	90,88	99,39	95,23	98,82	90,44
MOYENNE	67,81	74,65	78,39	85,16	77,91	79,39	72,95	06'66	95,47	99,79	79,36
ÉCART-TYPE	22,98	16,20	19,25	13,34	13,18	18,73	17,63	0,10	2,68	0,20	13,50

plus il est difficile d'obtenir la convergence de ce modèle parce que les améliorations à l'ajustement apportées par l'utilisation de la distribution B et par l'utilisation du mécanisme de correction des effets des épisodes non détectés vont dans le même sens.

6.3.5 Coefficient de variation des paramètres

Le coefficient de variation des paramètres nous indique au tableau 6.7 la fiabilité des paramètres: une faible valeur signifie que la valeur du paramètre est connue avec une grande précision. Les points d'interrogation représentent des valeurs inconnues, généralement causées par le fait que le paramètre de la régression a atteint une des bornes de sa plage de valeurs possibles. Le symbole >> représente les valeurs trop élevées pour être représentées (100000% et plus).

6.3.5.1 Distribution A: exponentielle décroissante

Le modèle 3 offre une moins bonne performance que le modèle 1. La performance du modèle 5 est similaire à celle du modèle 1. Le modèle 6 est le pire parmi les modèles 1 à 8. Il n'a pas été possible de calculer les valeurs pour les paramètres t_d du modèle 6 et I₀ du modèle 7 parce que ces paramètres ont atteint l'une des bornes des valeurs possibles. Le coefficient de variation pour les paramètres

Critère: coefficient de Tableau 6.7 Comparaison de divers modèles pour les épisodes humides. Critère: coeff variation des paramètres. Les résultats sont exprimés en pourcentage (%).

a) Distribution exponentielle décroissante

			Ħ	modèles	70							
Param.	1,2,4	ო	ហ	9	7	∞	8.1	D	9.1	10	11	11.1
a tdm VI tsh Who	3,27	4,86	3,30	11,78 11,78	11,78	4,73	5,44	2,58 11,16 10,52 3,12	16,37	4,70	3,05 8,68 15,25 4,46 102,0	11,56
a td Io tdm NI tsh Who	4,55	8,72	4,24	19,38	6,83	6,91	9,23	6,01 47,36 22,31 7,23	15,53	6,83	18,41 351,9 533,0 250,5 >>	9,81
a tdm tdm NI tsh Who	5,81	16,45	5,21	26,93	8,74	8,87	14,19	15,84 211,0 43,17 28,43	9,04	8,74	16,04 24,51 5,72 15,53	

Tableau 6.7 a) (suite)

	11.1	21,92	22,35	20,81
	11	26,76 58,18 380,2 269,6 >>	45,36 508,6 28,70 46,80 ?>>	٠٠
	10	24,40 ? ?	23,71 ? ?	22,37 ?
	9.1	19,53	15,96	18,81
	0	19,13 67,27 11,83 21,45	31,67 179,7 7,58 37,63	37,06 117,1 40,03 50,14
	8.1	30,69 24,40 24,49 20,56	20,23	22,48 20,46
	ω	24,49	23,79 3	22,48
70	7	24,40	8,42	9,65
modèles	9		30,00	31,69
A	വ	14,56	19,58 22,17	16,16 15,50
	က	19,63	19,71	20,77
	1,2,4	16,03	15,90	14,67
	Param.	a P t _d IO t _{dm} NI t _{Sh}	a P t _d Io t _{dm} NI t _{sh}	a p t _d Io t _{dm} NI t _{sh}
	données	Québec: mai	juin	juillet

Tableau 6.7 a) (suite)

				H	modèles								
données	Param.	1,2,4	ო	വ	9	7	ω	8.1	Q	9.1	10	11	11.1
Québec: août	a P td IO tdm NI tsh Who	9,24	13,42	10,46	23,29	14,31	14,40	13,73	34,33 367,8 12,45 24,86	13,46	14,31 ?	31,76 >> 29,35 257,9	12,89
septembre	a td Io tdm NI tsh Who	21,93	25,37	22,88	36,37	33,45	33,67	26,31	25,39 126,0 5,18 21,57	20,11	33,45 ?	2529, 37,64 802,7 266,4 >>	29,35
été	a t _d Io t _{dm} NI t _{sh}	10,37	14,69	9,99	24,46	15,37	15,45	14,97	14,73 914,1 7,94 20,61	8,60	15,37	34,14 12938 502,0 452,4 >>	13,81
MÉDIANE mai à septembre	p t _d Io t _{dm} NI t _{sh}	15,90	19,71	16,16	30,69	23,71	23,79	20,46	31,67 179,1 11,83 24,86	18,81	23,71 ? ?	31,76 508,6 380,2 266,4 >>	21,92

Tableau 6.7 b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

modèles	3 5 6 7 8 8.1 9 9.1 10 10.1	3,19 4,06 3,00 5,19 4,23 2,95 16,57 36352 4,63 7,89 13,98 9,56 25,40 8,15 12,64 12,41 11,16 16301 6,58 13,74 4,45 14,31 7,29 15,26 11,54 4,33 70,49 ? 15,99 30,03 12,18 2,78 21,68 2,78 21,68 ?	4,45 5,82 4,89 2,93 5,04 4,45 34407 15,34 11,44 15,93 >> 37,17 22,40 522,2 30,60 23,69 >> 138,9 147,7 10,77 10288 ? 27,66 22,20 10,37 2843, 2654, 187,1 86,42	6,20 15,83 6,21 6,25 16,33 5,96 42,10 7,34 6000, 6,59 9,22 6,11 17,49 3,09 8,51 10,08 28,02 11,19 >> 9,09 8,94 56,82 5,18 20,50 52,46 11,40 160,3 18,97 27571 16,36 1,88 1,86 2,18 20,50 62,46 11,40 160,3 18,97 27571 16,36 62,37 5,91
	8	23 64 54 03	, 04 2, 2 7, 7 43,	33 51 46
		119 115 26 58	93 5 40 52 90 14 37 28	25 1 09 50 50 5
nodèles	9	3,00 5,40 7,29 1	336 1 1 2 1 2 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	21 49 18 2
	5	4,06 9,56 4,31	5,82 >> 7,12 2,20	5,83 6,11 6,82 1,88
	က	3,19 13,98 4,45	4,45 25,93 16,06	6,20 9,22 8,94
	1,2,4	4,67 6,34 14,89	8,66 42,71 19,38	7,41 3,54 24,21
	Param.	a b c c b td Io tdm NI tsh Who	a b c p t _d Io t _{dm} NI t _{Sh}	a b c c tdm tdm NI
	données	Paris	ស ភ	Moncton

Tableau 6.7 b) (suite)

					modèles	Si Si						
données	Param.	1,2,4	е	S.	9	7	8	8.1	Q	9.1	10	10.1
Québec: mai	a b c b td Io tdm NI tsh Who	19,42 27,52 24,35	15,37 29,90 16,77	20,43 75,28 23,53 21,73	13,94 39,80 11,79	17,26 26,13 18,96 9,00	19,61 57,39 21,68 3,85	14,86 23,89 17,45	3191, >> >> 219,2 25,46 184,8	>> >> >> 30,23	33,94 57,22 166,9 23,79 5569,	17,41 24,07 21,26 21,01
juin	a b c c b td Io tdm NI tsh who	38,95 26,00 53,56	25,62 33,91 31,30	36,86 53,23 49,43 19,32	19,79 41,42 18,43	31,78 27,28 34,13 19,88	32,71 53,67 35,03 25,40	27,10 22,47 30,13	>> >> 1117, 89,66 355,9	83531 92741 >> 26,17	255,0 54,90 3309, 214,4 >>	31,33 27,40 34,88 35,18

Tableau 6.7 b) (suite)

					modèles	្ត្រី ស្ត្						
données	Param.	1,2,4	က	2	9	7	ω	8.1	0	9.1	10	10.1
Québec: juillet	a b c b t _d Io t _{dm} NI t _{sh}	199,4 16,22 74,20	23,91 73,03 99,68	426,6 14,41 95,14 11,03	31,90 185,4 25,72	348,7 32,27 152,8 23,51	130,2 154,9 283,5 3781,	22,25 81,97 55,18	٠٠	251,3 144,3 551,5 33,87	981,4 393,2 1165, 695,4 2857,	533,8 360,9 991,9 490,7
août	a b c c b td Io tdm NI NI tsh	26,72 55,28 49,36	13,27 36,75 20,66	15,03 >> 17,27 23,39	11,40 43,65 10,64	13,63 37,79 12,62 59,40	23,10 1011, 182,1 11201	16,01 26,52 17,33	30,01 273,4 442,9 >> ? 569,3	1697, 234,6 ? 16,02	43,56 86,96 263,5 49,20 >>	15,76 32,33 19,09 29,13

Tableau 6.7 b) (suite)

	10.1	27,61 14,12 24,53 16,08	15,91 22,32 24,20 12,75	27,61 27,40 24,53 29,13
	10	49,59 50,94 166,7 103,7 >>	4,94 42,58 96,85 30,13 >>	49,59 57,22 263,5 103,7 103,7
	9.1	16685 >> >> 31,32	14,38 9005, 53,91 43,46	16685 92741 >> 30,23
	0	>> 14039 >> 9650, 331,9 336,0	11,07 >> 12349 21,02 69,07	>> 14039 >> 9650, 331,9 355,9
	8.1	21,61 14,63 19,44	12,50 26,96 16,83	21,61 23,89 19,44
	ω	805,8 12,96 222,6	29,71 49,33 63,48	32,71 53,67 182,1 3781,
 8	7	23,69 12,67 19,28 9,82	17,25 23,13 26,58 5,98	23,69 27,28 19,28 19,88
modèles	9	22,33 25,28 16,91	9,85 27,82 10,15	19,79 41,42 16,91
	വ	36,78 17,29 23,43 9,79	20,80 58,54 37,11 16,25	36,78 53,23 23,53 19,32
	က	21,58 16,98 18,73	11,60 28,18 17,36	21,58 29,90 31,30
	1,2,4	24,77 8,02 19,10	17,49 23,92 33,25	24,77 26,00 49,36
	Param.	a b c c tdm NI sh who	a b c c t dm NI Kho	a b c c d d I I sh
	données	Québec: septembre	été	MÉDIANE mai à septembre

est similaire pour les modèles 8 et 8.1. Les valeurs affichées par le modèle 9 pour ses quatre paramètres se trouvent comparables à celles des autres modèles avec parfois des valeurs élevées pour I₀. Pour le modèle 10, seule la variation du paramètre "a" a pu être calculée: les autres paramètres ont atteint des valeurs extrêmes. Les valeurs des paramètres du modèle 11 sont souvent incertaines à cause du grand nombre de paramètres utilisés dans ce modèle. Le sous-modèle 11.1 qui n'a que deux paramètres variables affiche une performance similaire à celle du modèle 7.

6.3.5.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

Les performances des modèles 1 à 6 sont similaires. En comparant la performance de t_d du modèle 6 avec celle de I_0 du modèle, on s'aperçoit que t_d est beaucoup mieux défini. On note que le coefficient de variation des paramètres double à peu près de valeur en passant de la distribution A à la distribution B. L'obtention d'un meilleur ajustement avec un plus grand nombre de paramètres a donc un prix: une plus grande incertitude sur leur valeur. En effet il peut y avoir un effet compensatoire entre les variations des paramètres. La valeur des paramètres des modèles 8 à 10 sont souvent assez incertaines: des changements dans la valeur d'un paramètre peuvent être en partie compensés par des

modifications dans les valeurs des autres paramètres.

6.3.6 <u>Durée moyenne</u>

Les durées moyennes sont tabulées au tableau 6.8.

6.3.6.1 Distribution A: exponentielle décroissante

La durée moyenne des épisodes humides est calculée à partir des formules théoriques. La durée calculée pour le modèle 2 est inférieure d'exactement 0,5 unité (jour ou heure) par rapport à celle du modèle 1. La durée calculée par le modèle 3 est inférieure à celle du modèle 1 d'une durée comprise entre 0,5 et 1 unité. Sur l'ensemble des données, l'écart moyen est de 0,757 ± 0,058 unité . La durée calculée par le modèle 4 est légèrement inférieure à celle du modèle 2: la différence n'est que de 0,036 ± 0,007 unité.

La durée calculée par le modèle 5 est toujours supérieure à celle de l'épisode 4 parce que le paramètre p a toujours une valeur supérieure à 1. En moyenne la durée du modèle 1 est inférieure de 0,240 ± 0,119 unité à celle du modèle 1. La durée calculée par le modèle 6 est inférieure de 0,141 à 0,026 unité à celle du modèle 3. Les durées calculées par les modèles 7, 8 et 10 sont à peu près identiques à celles du modèle 4.

épisodes humides (h). Les moyennes et écarts-type sont calculées pour les données de la station de Québec. Critère: durée moyenne des Tableau 6.8 Comparaison de divers modèles pour les épisodes humides.

Distribution exponentielle décroissante

					modèles	les								
données	т	7	ო	4	വ	9	7	ω	8.1	0	9.1	10	11	11.1
Paris	3,419	2,919	2,592	2,890	3,004	2,511	2,890	2,888	2,788	3,309	4,540	2,890	3,597	3,624
S.F.	2,608	2,108	1,820	2,068	2,208	1,678	2,068	2,065	1,953	2,401	3,129	2,068	2,429	2,485
Moncton	1,557		1,057 0,943	1,028	1,120 0,774		0,973	0,971	0,971 0,889	1,247	1,044 0,973	0,973	0,976	0,976
Québec: mai	3,224	2,724	2,432	2,693	3,300	2,267 2,693	2,693	2,691	2,691 2,587	4,596	4,596 4,560 2,693 3,285	2,693	3,285	3,374
juin	2,854	2,354	2,089	2,319	2,697	1,965	2,319	2,317	2,226	4,530	3,888	2,319	3,287	2,916
juillet	2,318	1,818	1,596	1,771	2,171	1,448	1,772	1,770	1,678	2,637	2,517	1,772	2,053	2,034
août	2,516	2,016 1,749		1,974	2,226	2,226 1,590 1,974	1,974	1,972	1,972 1,863 2,877		3,113 1,974	1,974	2,786	2,371
septembre	3,404	2,904	2,614	2,875	3,517	2,456	2,875	2,873	2,770 7,848	7,848	5,156	2,875	2,766	3,668
été	2,523	2,023	1,775	1,981	2,292	1,650	1,981	1,979	1,887	2,997	2,986	1,981	2,887	2,389
MOYENNE	2,810	2,310 2,043		2,269	2,701	1,896 2,269		2,267	2,267 2,169 4,243			3,706 2,269	2,844	2,792
ÉCART-TYPE 0,395 0,395 0,374	0,395	0,395		0,402	0,532	0,368	0,401	0,401	0,402 0,532 0,368 0,401 0,401 0,399 1,792 0,925 0,401 0,414	1,792	0,925	0,401	0,414	0,583

Tableau 6.8 (suite) b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

					modèles	les							
données	Т	7	М	4	വ	9	7	æ	8.1	6	9.1	10	10.1
Paris	3,367	2,867	2,534	2,833	2,802	2,381	2,611	2,578	2,340	3,071	4,530	2,695	2,418
S.F.	2,605	2,105	1,811	2,056	1,815	1,604	1,303	1,239	1,322	3,417	3,161	1,803	1,683
Moncton	1,519	1,019	0,850	0,923	986'0	0,505	0,780	0,827	0,504	1,014	0,725	0,984	0,992
Québec: mai	3,254	2,754	2,436	2,697	2,694	2,219	1,839	1,788	1,769	4,603	4,538	1,741	1,660
juin	2,790	2,290	1,960	2,233	2,111	1,753	1,653	1,602	1,587	4,446	2,574	1,632	1,493
juillet	2,732	2,232	1,532	2,172	3,864	1,278	1,637	1,427	0,770	3,045	2,186	1,607	1,331
août	2,532	2,032	1,749	1,976	1,665	1,516	1,346	0,997	1,271	1,250	3,174	1,268	1,176
septembre	3,667	3,167	2,602	3,172	3,181	2,344	2,106	2,324	2,009	7,723	5,157	1,701	1,875
été	2,468	1,968	1,689	1,908	1,857	1,460	1,427	1,524	1,231	2,950	2,871	1,308	1,276
MOYENNE	2,907	2,407	1,995	2,360	2,562	1,762	1,668	1,610	1,440	4,003	3,417	1,543	1,469
ÉCART—TYPE 0,423 0,423 0,394 0,443 0,775 0,394	0,423	0,423	0,394	0,443	0,775	0,394	0,253	0,253 0,400 0,403 2,000 1,070 0,186 0,239	0,403	2,000	1,070	0,186	0,239

La durée calculée par le modèle 9 qui tient compte des épisodes faussement détectés est significativement différente des autres durées. Cette durée est généralement supérieure à celle calculée par le modèle 1. Sur l'ensemble des données, en excluant le mois de septembre, la durée calculée par le modèle 9 a été supérieure de 0,56 ± 0,69 unité à celle du modèle 1. Pour le mois de septembre, l'allongement de la période humide semble excessif. Ceci implique que l'effet de la présence d'épisodes faussement détectés est suffisante pour contrebalancer les corrections apportées par la position aléatoire des épisodes réels par rapport aux heures de mesure.

Finalement, les durées calculées par le modèle 11 se rapprochent de celles du modèle 1. Si on ne considère que les données horaires, la différence moyenne est de 0,034 h. Les divers effets peuvent donc se compenser et faire en sorte que la durée calculée par la distribution corrigée soit excellente même si l'ajustement des données par cette distribution est pauvre: c'est le cas où deux erreurs s'annullent pour produire un résultat acceptable.

6.3.6.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

Pour cette distribution ont observe également que:

- la durée calculée par le modèle 2 est exactement inférieure

de 0,5 unité à celle du modèle 1;

- la durée calculée par le modèle 3 est inférieure de 0,786 ± 0,052 unité à celle du modèle 1;
- la durée calculée par le modèle 4 est inférieure de 0,060 ± 0,017 unité à celle du modèle 2
- la durée calculée par le modèle 6 est inférieure de 0,232 ± 0,049 unité à celle du modèle 3.

La durée calculée par le modèle 5 est maintenant généralement à peu près égale à celle du modèle 4. Ceci s'explique par le fait que la distribution de base représente mieux la distribution observée et que le paramètre p varie légèrement autour de 1. Les durées calculées par les modèles 7, 8 et 10 sont similaires. Elles sont toutefois maintenant fort différentes de celles calculées par le modèle 4.

6.3.7 Sommaire

On résume ici les principales constatations qui ont été faites dans la comparaison des différents modèles pour les épisodes humides.

L'application des divers modèles sur les données utilisant une période d'intégration de 24 heures ne permet pas de déterminer la véritable durée humide parce qu'on ne tient pas compte des cycles de précipitation quotidiens ni de l'intervalle de temps entre le passage de deux systèmes météorologiques.

- Seuls les modèles 9A, 9.1A, 11A et 11.1A ainsi que les modèles utilisant la distribution B obtiennent des résultats satisfaisants du point de vue de la répartition aléatoire des erreurs en fonction de la durée mesurée i.
- Du point de vue de la probabilité au dépassement sur l'ensemble des données horaires les meilleurs modèles sont ceux basés sur la distribution B, à l'exception des modèles 9B et 10B qui ont un nombre trop élevé de paramètres. Parmi les modèles qui utilisent la distribution A, les modèles 9A, 5A et 11A obtiennent des résultats acceptables.
- L'utilisation de la distribution B par rapport à celle de la distribution A ne permet pas d'améliorer de façon systématique l'ajustement pour les modèles 9 et 9.1 parce que les erreurs résiduelles sont de nature plutôt aléatoire.
- Si on suppose que le modèle 11A produit les valeurs les plus réalistes pour la durée moyenne humide réelle, on trouve alors que les modèles 1A, 1B, 5A et 11A produisent les meilleurs estimés de la durée moyenne. Les durées moyennes calculées par les modèles 9A et 9B sont trop longues car ces modèles ne tiennent pas compte de l'effet des épisodes faussement détectés. La durée calculée par les modèles 6, 7, 8 et 10 semble trop faible. Il semble donc que pour trouver la durée humide

moyenne il soit préférable d'utiliser soit un modèle qui ne fait aucune correction (modèle 1) ou soit un modèle qui corrige pour tous les effets (modèle 11). Les modèles qui n'incluent qu'une partie des effets de la discrétisation peuvent introduire des biais dans le calcul de la durée humide moyenne.

L'estimation du nombre d'épisodes secs faussement détectés ne peut s'obtenir avec précision sur ensembles de données utilisés qui comportaient entre 165 Il faudrait donc obtenir un estimé et 639 observations. du nombre et de la durée de ces épisodes à partir des précipitation utilisant une données de d'intégration d'une ou de cinq minutes. Comme ces données ne sont pas disponibles de façon routinière, il faudrait alors élaborer un programme de traitement des données avec la Direction de la Météorologie.

6.4 Comparaison des modèles des épisodes secs

6.4.1 <u>Valeurs des paramètres</u>

Les valeurs des paramètres se trouvent au tableau 6.9. Comme dans la section 6.3, on présente les histogrammes des différences entre la distribution théorique Bds(j) et la distribution observée O_S(j). La figure 6.7 présente les histogrammes de $B_{ds}(j)-O_{s}(j)$ pour les modèles 3A, 4A et 6A. Tout comme dans le cas des épisodes humides, on constate que ces modèles sous-estiment le nombre d'épisodes de courte et de longue durée tout en surestimant ceux de durée moyenne. Les modèles 3A et 4A procurent à peu près le même ajustement des observations tandis que le modèle 6A est légèrement inférieur. Les histogrammes de Bds(j)-Os(j) pour les modèles 5A et 9A sont produits à la figure 6.8. Le modèle 5A a amélioré de façon sensible l'ajustement par rapport au modèle 4A; cependant le biais dans l'ajustement en fonction de la durée demeure car le nombre d'épisodes courts et longs sont encore sous-estimés de façon systématique. L'ajustement par 9A est beaucoup plus satisfaisant car modèle seulement les erreurs sont plus faibles, mais elles montrent également une répartition plus adéquate du point de vue de leur signe.

La figure 6.9 illustre les histogrammes de $B_{ds}(j)-O_{s}(j)$ pour les modèles 3B, 4B et 6B. En comparant cette figure avec la figure 6.7, on constate donc que l'utilisation de la

Tableau 6.9 Comparaison de divers modèles pour les épisodes secs. Valeur des paramètres. a) Distribution exponentielle décroissante.

					mod	dèles				
données	Param.	1,2,4	3	5	6	7	8	9	10	11
S.F.	a p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	0,211	0,208	0,176 2,000			0,211 -10,0		0,001	
Québec: mai	a p t _d I ₀ Al NJ t _{hs} W _{S0}	0,034	,0346	,0298 5,000			,0347 -10,0		0,001	
juin	a p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	0,037	,0372	,0320 4,663	,0404	,0372 0,001	,0373 -10,0		0,001	l • I
juillet	a p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	0,043	,0430	,0391 2,985	,0457	,0431 0,001	,0431 -10,0		0,001	-20,0 47,38 4,028
août	a p t _d I ₀ Al NJ t _{hs} W _{s0}	0,043	,0430	,0382 3,906	,0465	,0430 0,001			0,001	
sept.	a p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	0,033	,0336	,0304 3,909	,0359	,0336 0,001	,0337 -10,0		,0337 -10,0 0,001 0,999	-20,0 77,18 4,576

Tableau 6.9 b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

				VI	mod	dèles				
données	Param.	1,2,4	3	5	6	7	8	9	10	11
S.F.	a b c p t _d I ₀ Al NJ t _{hs} W _{s0}	,1553 ,7338 ,6496	,5269	,7123	4,483	,1758 3,654 ,7300 ,9999	,8049 ,3426	,5856 ,9990	0,001	,5856 ,9990
Québec: mai	a b c p td I ₀ A1 NJ t _{hs}	,0170 ,3603 ,4997	,3353	,2959	,5751	,0169 ,3559 ,3728 ,0001	,3628 ,3284	,2056 ,5811	0,001	,2056 ,5811
juin	a b c p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{s0}	,0205 ,5187 ,5892	,4622	,5162	,9097		,5364 ,3387	,4808 ,4371	0,001	,4808 ,4371

Tableau 6.9 b) (suite).

					mod	dèles				
données	Param.	1,2,4	3	5	6	7	8	9	10	11
Québec: juillet	a b c p t _d I ₀ Al NJ t _{hs} Ws0	,0255 ,4505 ,5789	,3784	,0559	'	,5845	,4615 ,3666	,5536 ,3185	0,001	,5536 ,3185
août	a b c p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{s0}	,0239 ,4122 ,5584	,3569	,3395	,0248 ,6342 ,5656	,3944	,4126 ,3619	,3948 ,3792	0,001	,3948 ,3792
sept.	a b c p t _d I ₀ Al NJ t _{hs} W _{s0}	,3378	,0179 ,3177 ,4629	,3221	,4739	,3301	,3401 ,3745	,3292 ,3847	0,001	,3292 ,3847

Figure 6.7 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{ds}(j)$ et les valeurs observées $O_s(j)$ pour chacune des classes d'observations de durée moyenne mesurée j (h) à la station de Québec pendant les mois de mai de 1961 à 1969. Modèles 3A, 4A et 6A.

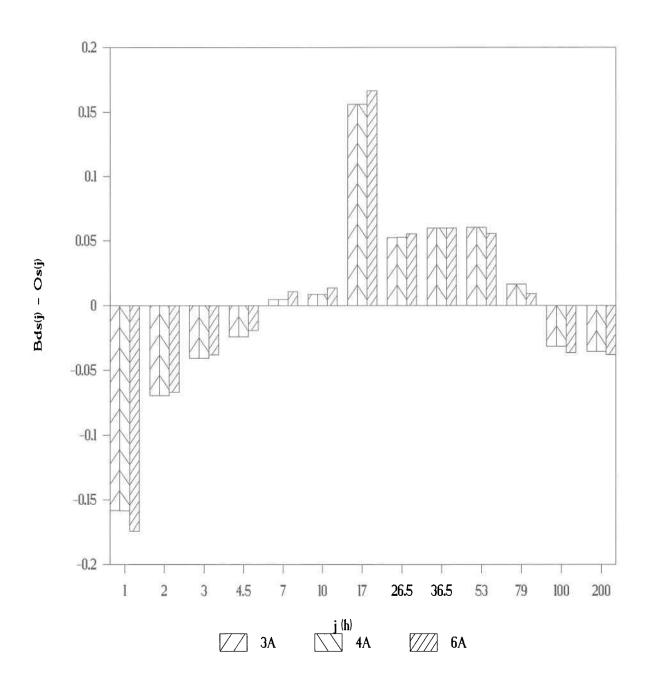


Figure 6.8 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{ds}(j)$ et les valeurs observées $O_s(j)$ pour chacune des classes d'observations de durée moyenne mesurée j (h) à la station de Québec pendant les mois de mai de 1961 à 1969. Modèles 5A et 9A.

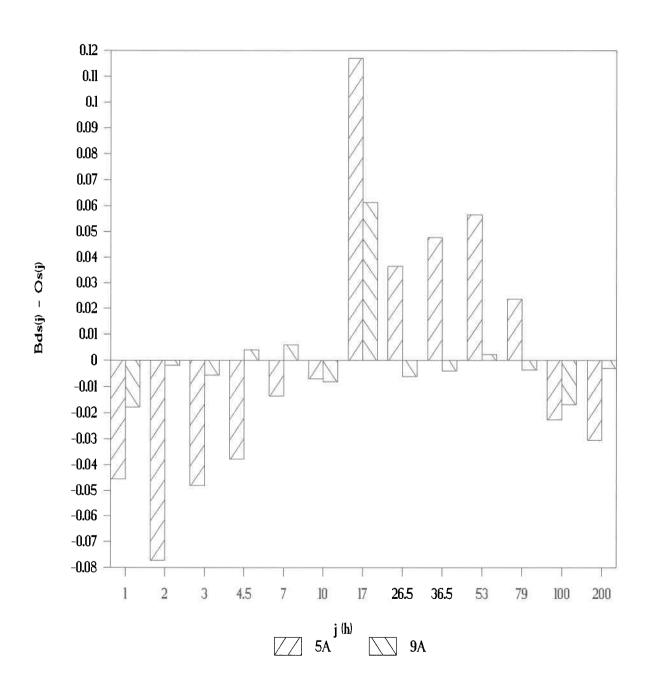
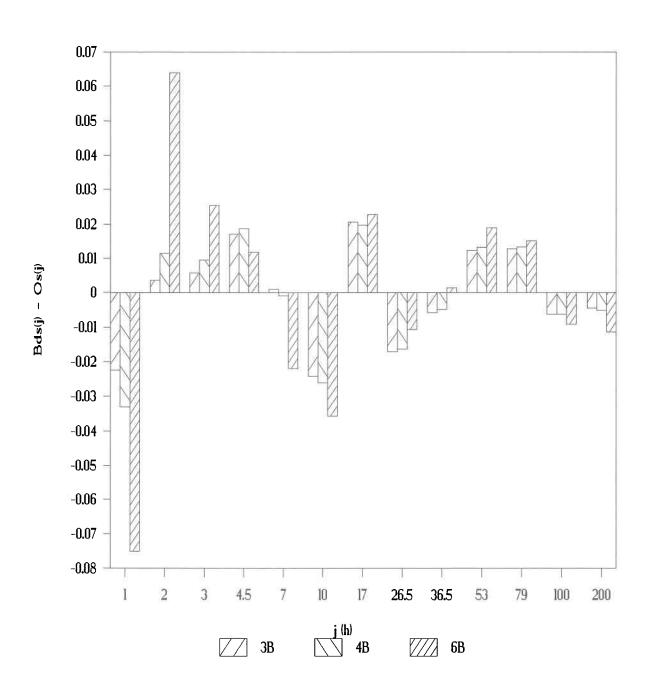


Figure 6.9 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{ds}(j)$ et les valeurs observées $O_s(j)$ pour chacune des classes d'observations de durée moyenne mesurée j (h) à la station de Québec pendant les mois de mai de 1961 à 1969. Modèles 3B, 4B et 6B.



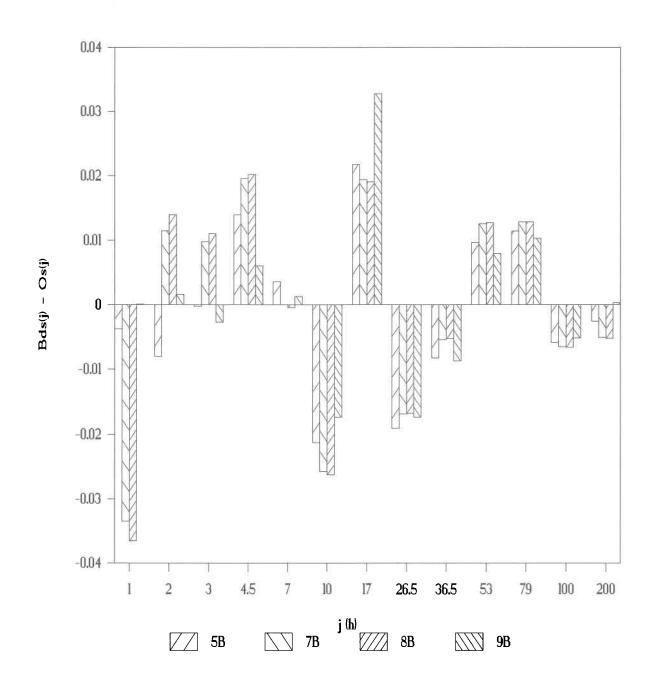
distribution B réduit considérablement les erreurs l'ajustement. De plus on voit qu'il y a alternance fréquente entre les écarts positifs et négatifs: il n'y a donc pas de biais systématique apparent des erreurs en fonction de la Le modèle 3B semble légèrement supérieur au modèle 4B tandis que le modèle 6B affiche une performance inférieure surtout aux trois premiers points de l'ajustement. Les histogrammes de $B_{ds}(j) - O_{s}(j)$ pour les modèles 5B, 7B, 8B et 9B se trouvent à la figure 6.10. Ces modèles sont également acceptables du point de vue de l'alternance entre les erreurs positives et négatives. Les performances des modèles sont équivalentes pour les classes d'une durée moyenne supérieure à 10 h. Les ajustements produits par les modèles 7B et 8B sont similaires sur l'ensemble des classes. Le modèle 5B produit des erreurs plus petites que le modèle 7B. cependant le modèle 9B qui produit le meilleur ajustement.

6.4.1.1 Distribution A: exponentielle décroissante

La valeur du paramètre a est à peu près identique pour les modèles 1, 2, 3, 4, 7 et 8. Si on classe les modèles par ordre de valeurs croissantes de a, on obtient la suite suivante: 9, 11, 5, (1, 2, 3, 4, 7 et 8) et 6.

Les valeurs de t_d du modèle 7 ont toutes atteint leur valeur limite minimale (0,001). Dans le modèle 8, c'est le paramètre I_0 qui a atteint partout sa valeur limite minimale

Figure 6.10 Histogrammes des différences entre les valeurs théoriques $B_{ds}(j)$ et les valeurs observées $O_{s}(j)$ pour chacune des classes d'observations de durée moyenne mesurée j (h) à la station de Québec pendant les mois de mai de 1961 à 1969. Modèles 5B, 7B, 8B et 9B.



(-10). Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer ce fait. Premièrement, il est possible que la distribution exponentielle ne soit pas capable de s'ajuster assez bien avec les données. Deuxièmement, il est possible que les modèles 7 et 8 ne soient pas adéquats et que d'autres effets de la discrétisation soient plus importants.

Le modèle 10 a des valeurs pour les paramètres a et I_0 identiques au modèle 8 parce que $t_{\rm hs}$ a atteint sa valeur minimale (0,001) et que $W_{\rm s0}$ vaut 0,999, ce qui implique que la correction pour tenir compte des épisodes non détectés a un poids négligeable.

Le modèle 9 produit des résultats très intéressants. Le paramètre "a" varie beaucoup par rapport à ses estimés dans les autres modèles. Le paramètre NJ assure que la distribution théorique est à peu près normalisée à l'unité. Si NJ est égal à 1, ceci implique que l'effet des épisodes non détectés est compensé exactement par celui des épisodes faussement détectés pour produire le même nombre d'épisodes observés. Les valeurs des paramètres a, I₀, Al et NJ du modèle 11 sont à peu près identiques aux valeurs des mêmes paramètres du modèle 9 parce que W_{SO} a atteint sa valeur extrême 0,999.

6.4.1.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

La valeur du paramètre a varie relativement peu d'un modèle à l'autre. Par contre la valeur de b varie souvent fortement d'un modèle à l'autre. La valeur de c subit une variation moyenne. Il est difficile de comparer les valeurs de ces trois paramètres entre elles à cause de la présence de mécanismes compensatoires entre ces paramètres.

Le paramètre p du modèle 5 vaut maintenant 1,06 \pm 0,19: il a une importance bien moindre que dans le cas de la distribution A. Le paramètre t_d du modèle 7 varie maintenant entre 0,001 et 0,999 h. La valeur de I_0 dans les modèles 8, 10 et 11 a atteint sa valeur limite inférieure, -20.

6.4.2 Somme des carrés des différences

Le tableau 6.10 présente les résultats pour la somme des carrés des différences entre les valeurs observées et prévues normalisées par le nombre total d'épisodes dans chacune des distributions.

6.4.2.1 Distribution A: exponentielle décroissante

Les résultats obtenus par les modèles 1, 2 et 4 sont identiques parce qu'ils proviennent de la même équation de base. Contrairement à ce qui se passait avec les épisodes humides, le modèle 3 améliore légèrement la performance du

Tableau 6.10 Comparaison de divers modèles pour les épisodes secs. Critère: somme des carrés des erreurs normalisée par le nombre total d'épisodes. Les résultats sont exprimés en pourcentage (%).

a) Distribution exponentielle décroissante

		modèles											
données	1,2,4	3	5	6	7	8, 10	9, 11						
S.F.	1,33	1,04	0,648	3,99	1,34	1,36	0,038						
Québec: mai	6,93	6,90	3,45	7,74	6,93	6,94	0,46						
juin	5,60	5,57	2,61	6,46	5,60	5,61	0,76						
juillet	4,39	4,36	3,02	4,96	4,39	4,40	0,56						
août	4,29	4,26	2,11	4,94	4,29	4,30	0,49						
septembre	4,95	4,94	3,04	5,53	4,95	4,96	0,41						

b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

	modèles											
données	1,2,4	3	5	6	7	8, 10	9, 11					
S.F.	0,031	0,049	0,031	0,124	0,127	0,031	0,037					
Québec: mai	0,344	0,256	0,191	1,369	0,348	0,382	0,200					
juin	0,356	0,381	0,353	0,797	0,349	0,360	0,360					
juillet	0,419	0,500	0,305	0,435	0,312	0,395	0,583					
août	0,414	0,370	0,356	1,294	0,399	0,442	0,402					
septembre	0,227	0,217	0,214	0,810	0,218	0,236	0,228					

modèle 1. Le modèle 5 procure encore une fois un ajustement sensiblement supérieur à celui du modèle 4.

Le modèle 6 est celui qui obtient les pires résultats: si les épisodes sont distribués de façon aléatoire par rapport aux heures de mesure et que la distribution réelle est exponentielle, il s'en suit alors que 1-t_d est sensiblement différent de zéro. C'est d'ailleurs ce que l'on observe avec le modèle 7: les valeurs calculées de t_d sont voisines de zéro. Une faible valeur de t_d peut donc compenser la sous-estimation des courts épisodes par la distribution exponentielle.

Le modèle 8 qui tient compte de la distribution de t_d offre une performance à peu près identique à celle du meilleur t_d trouvé par le modèle 7. Comme ces deux modèles comportent le même nombre de paramètres, ce résultat n'est pas surprenant.

La présence des épisodes faussement détectés est importante lorsque $S=S_{\rm d}$ comme on peut le constater par l'excellente performance du modèle 9. Le modèle 10 obtient les mêmes résultats que le modèle 8 et le modèle 11 fait de même par rapport au modèle 9. Ceci s'explique par le fait que $W_{\rm SO}$ tend vers un.

6.4.2.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

L'utilisation de la distribution B améliore la performance des modèles par un facteur généralement supérieur à 10. Les performances des modèles 1 et 3 sont similaires. Cependant le fait que le modèle 3 n'améliore pas de façon systématique le modèle 1, indique que ce type de correction n'a pas d'effet majeur et qu'il est masqué par d'autres effets plus importants.

Le modèle 5 n'offre maintenant plus qu'un faible degré d'amélioration par rapport au modèle 1: ceci souligne l'importance d'utiliser une distribution appropriée pour effectuer l'ajustement des modèles aux données. Le modèle 6 affiche encore la moins bonne performance mais il a toutefois bénéficié d'une très grande amélioration par rapport à l'utilisation de la distribution A.

Le degré d'amélioration du modèle 7 par rapport au modèle 6 n'est maintenant plus que d'un facteur 2 alors qu'il était de 10 dans le cas de la distribution A. Les performances des modèles 7 et 8 sont encore une fois à peu près identiques avec un léger avantage pour le modèle 7. Le modèle 9 obtient à peu près les mêmes valeurs que le modèle 8: l'effet des épisodes faussement détectés est alors moins évident que lorsque la distribution A est utilisée. Les résultats produits par les modèles 10 et 11 sont

respectivement égaux à ceux des modèles 8 et 9.

6.4.3 Somme du khi-carré

Le tableau 6.11 reproduit les résultats obtenus par la somme du khi-carré dans laquelle le carré des différences entre les valeurs théoriques et prévues est normalisé par la valeur théorique. Ce critère accorde plus d'importance aux observations moins fréquentes que celui basé sur le critère de la somme des carrés des différences. Le comportement des modèles par rapport à ce paramètre est très similaire à celui décrit à la section précédente. On n'élaborera donc pas davantage sur les résultats obtenus par ce paramètre.

6.4.4 Probabilité d'ajustement

Le nombre de degrés de liberté de l'ajustement provient de la différence entre le nombre de classes d'observations moins 1 et moins le nombre de paramètres. On utilise ce calcul avec celui de la somme du khi-carré pour déterminer la probabilité qu'une distribution tirée au hasard procure un meilleur ajustement. C'est probablement ce critère qui permet le mieux de juger le degré d'ajustement de la distribution. Le tableau 6.12 reproduit les résultats obtenus par ce critère.

Tableau 6.11 Comparaison de divers modèles pour les épisodes secs. Critère: somme du khi-carré normalisée par le nombre total d'épisodes. Les résultats sont exprimés en pourcentage (%).

a) Distribution exponentielle décroissante

			1	nodèle	s		
données	1,2,4	3	5	6	7	8, 10	9, 11
S.F.	8,74	6,90	4,90	36,23	8,73	8,93	0,33
Québec: mai	136,5	134,8	61,90	237,7	136,5	137,4	4,30
juin	121,5	120,0	60,06	208,7	121,5	122,3	9,13
juillet	85,28	84,36	62,24	131,3	85,28	85,64	7,05
août	96,50	95,05	52,01	166,2	96,50	97,07	12,87
septembre	100,9	99,91	62,30	162,8	100,9	101,4	6,49

b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

	modèles											
données	1,2,4	3	5	6	7	8, 10	9, 11					
S.F.	0,30	0,38	0,30	1,47	1,42	0,32	0,32					
Québec: mai	4,71	3,86	3,28	15,23	4,71	5,03	2,97					
juin	5,71	5,84	5,71	10,82	5,72	5,77	5,59					
juillet	5,86	6,84	4,88	5,86	4,85	5,63	6,59					
août	10,13	9,89	9,92	16,64	10,18	10,25	10,07					
septembre	4,32	4,35	4,31	9,41	4,35	4,36	4,31					

Tableau 6.12 Comparaison de divers modèles pour les épisodes secs. Critère: probabilité qu'une distribution tirée au hasard procure un meilleur ajustement. Les résultats sont exprimés en pourcentage (%).

a) Distribution exponentielle décroissante

		modèles												
données	1,2,4	3	5	6	7	8	9	10	11					
S.F.	99,97	99,69	98,15	100,0	99,99	99,99	40,14	100,0	100,0					
Québec: mai	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	69,17	100,0	87,12					
juin	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	98,36	100,0	99,58					
juillet	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	92,77	100,0	97,44					
août	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,91	100,0	99,98					
septembre	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	89,08	100,0	96,16					

b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

		modèles												
données	1,2,4	3	5	6	7	8	9	10	11					
S.F.	3,27	5,35	8,06	53,09	64,69	8,82	39,65	39,20	100,0					
Québec: mai	44,77	30,23	29,09	99,39	54,81	60,00	44,72	78,64	70,55					
juin	62,19	64,09	70,59	97,38	70,75	71,33	83,85	85,46	93,80					
juillet	63,26	76,42	55,56	63,29	54,98	67,94	90,25	82,43	96,35					
août	96,37	95,70	97,15	99,98	97,65	97,76	98,98	99,12	99,66					
septembre	35,28	35,80	44,57	92,64	45,35	45,57	64,95	65,77	83,24					

6.4.4.1 Distribution A: exponentielle décroissante.

Le modèle 9 est le seul modèle qui permet un ajustement acceptable sur l'ensemble des données.

6.4.4.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

Dans ce cas-ci, la plupart des modèles sont acceptables. Sur l'ensemble des distributions, les modèles ont performances similaires: il est difficile de assez Le modèle 6 est généralement légèrement les départager. moins bon que les autres, tandis qu'un légère supériorité est remarquée pour le groupe de modèles 1, 2 et 4. Les modèles 8 à 11 affichent souvent une valeur élevée à cause de leur grand nombre de paramètres.

6.4.5 <u>Coefficient de variation des paramètres</u>

Le coefficient de variation des paramètres nous indique au tableau 6.13 la fiabilité des paramètres: une faible valeur signifie que la valeur du paramètre est connue avec une grande précision. Les points d'interrogation représentent des valeurs inconnues, généralement causées par le fait que le paramètre de la régression a atteint une des bornes des sa plage de valeurs possibles. Le symbole >> représente les valeurs trop élevées pour être représentées (100000% et plus).

Tableau 6.13 Comparaison de divers modèles. Critère: coefficient de variation des paramètres. Les résultats sont exprimés en pourcentage (%).

a) Distribution exponentielle décroissante

				mod	dèles					
données	Param.	1,2,4	3	5	6	7	8	9	10	11
s.f.	a p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	10,73	9,36	10,84	21,97	7,88 ?	16,00 ?	6,23 ? 23,19 11,85	16,00 ? ? ?	6,23 ? 23,19 11,85 ?
Québec: mai	a p t _d I ₀ Al NJ t _{hs} W _{s0}	34,44	34,21	33,41	45,00	50,40	50 , 56	5933, ? >> >>	50,56 ? ?	5933, ? >> >> ?
juin	a p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	31,13	30,90	24,83 59,17	40,72	46,06 ?	46,11 ?	37,05 ? 97,44 52,86	,	37,05 ? 97,44 52,86 ?
juillet	A p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	24,99	24,82	23,52 64,86	30,98	36,66 ?	36 , 80 ?	822,8 ? 803,0 5335,	36,80 ? ?	822,8 ? 803,0 5335, ?

Tableau 6.13 a) (suite)

		modèles												
données	Param.	1,2,4	3	5	6	7	8	9	10	11				
Québec: août	a p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	24,09	25,01	22,86 61,49	31,58	35 , 05 ?	35 , 15 ?	1434, ? 62822 5335,	30,15	1434, ? 62822 5335, ?				
septembre	a p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}		28,21	24,98 67,67	35,99	41,80 ?	41,92 ?	978,8 ? 11747 6125,	41,92 ? ?	978,8 ? 11747 6125, ?				

Tableau 6.13 b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

				mode	èles					
données	Param.	1,2,4	3	5	6	7	8	9	10	11
S.F.	a b c p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs}	13,27	14,75	26,78	36,56 4,84		21,21	78,54	5,07 21,21 21,89 ?	
Québec: mai	a b c p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs}	15,09 9,08	12,93	16,42	26,38	16,18	15,85	116,1	15,71 15,85 12,32 ?	116,1
juin	a b c p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	17,90	16,77	27,90	24,73	27,38	19,05	135,1	11,81 19,05 14,69 ?	135,1

Tableau 6.13 b) (suite)

				mox	dèles					
données	Param.	1,2,4	3	5	6	7	8	9	10	11
Québec:										
juillet	a b c p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{S0}	92,27	18,34	21,98	17,94 7,31	22,28	22,03 12,53	31,66	16,65 22,03 12,53 ?	31,66
août	a b c p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs}	10,87 13,46 8,15	18,99	29,34	28,98		58,53	39,54	17,72 58,53 26,60 ?	39,54
septembre	a b c p t _d I ₀ A1 NJ t _{hs} W _{s0}	13,15 19,92 10,57		18,66		19,08	15,25	29,91	13,12 15,25 10,64 ?	29,91

6.4.5.1 Distribution A: exponentielle décroissante

Le modèle 3 offre une moins bonne performance que le modèle 1. La performance du modèle 5 est similaire à celle du modèle 1. Le modèle 6 est le pire de tous. Il n'a pas été possible de calculer les valeurs pour les paramètres t_d du modèle 6 et I_0 du modèle 7 parce que ces paramètres ont atteint l'une des bornes des valeurs possibles. Les valeurs affichées par le modèle 9 pour ses quatre paramètres sont souvent comparables à celles des autres modèles avec parfois des valeurs élevées pour I_0 .

6.4.5.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

Les performances des modèles 1 à 6 sont similaires. En comparant la performance de t_d du modèle 7 avec celle de I_0 du modèle 8, on s'aperçoit que t_d est beaucoup mieux défini. On note que le coefficient de variation des paramètres diminue à peu près de moitié de sa valeur en passant de la distribution A à la distribution B. L'obtention d'un meilleur ajustement avec un plus grand nombre de paramètres s'accompagne d'une réduction de l'incertitude sur la valeur des paramètres contrairement à ce qui se passait avec les épisodes humides. Ceci est dû au fait que la distribution du nombre d'épisodes secs décroît plus lentement en fonction de sa durée ce qui permet d'avoir un plus grand nombre de classes et donc par conséquent un nombre relativement élevé

de degrés de liberté.

6.4.6 <u>Durée moyenne</u>

Les durées moyennes sont tabulées au tableau 6.14.

6.4.6.1 Distribution A: exponentielle décroissante

La durée moyenne des épisodes secs est calculée à partir des formules théoriques. La durée calculée pour le modèle 2 est plus élevée d'exactement 0,5 heure par rapport à celle du modèle 1. La durée calculée par le modèle 3 est supérieure à celle du modèle 1 d'une durée comprise entre 0,5 et 1 heure. Sur l'ensemble des données horaires, l'écart moyen est de 0,996 h. La durée calculée par le modèle 4 est légèrement supérieure à celle du modèle 2: la différence n'est que de 0,002 h. Ces écarts sont beaucoup plus faibles que dans le cas des distributions humides parce que la décroissance de $P_{\rm S}(y)$ est plus lente en fonction de y que celle de $P_{\rm h}(x)$ en fonction de x.

La durée calculée par le modèle 5 est toujours supérieure à celle de l'épisode 4 parce que le paramètre p a toujours une valeur supérieure à 1. En moyenne la durée du modèle 1 est inférieure de 3,484 ± 0,849 h à celle du modèle 5. La durée calculée par le modèle 6 est inférieure de 2,298 ± 0,286 h à celle du modèle 3. Les durées calculées par les modèles 7 et 8 sont inférieures d'environ une unité par

Tableau 6.14 Comparaison de divers modèles pour les épisodes secs. Critère: durée moyenne des épisodes humides (h).

a) Distribution exponentielle décroissante

		modèles											
données	1	2	3	4	5	6	7	8, 10	9, 11				
S.F.	5,26	5,76	6,13	5,74	6,69	5,21	4,75	4,73	7,15				
Québec: mai	29,37	29,87	30,33	29,86	34,47	27,74	28,86	28,84	120,7				
juin	27,37	27,87	28,33	27,88	32,21	25,78	26,86	26,84	71,15				
juillet	23,73	24,23	24,69	24,20	26,60	22,89	23,23	23,21	59,05				
août	23,74	24,24	24,70	24,26	27,21	22,50	23,23	23,21	57,76				
sept.	30,23	30,73	31,20	30,76	33,89	28,85	29,73	29,71	88,59				

b) Somme de deux distributions exponentielles décroissantes.

		modèles												
données	1	2	3	4	5	6	7	8	9					
S.F.	5,19	5,69	6,05	5,66	5,67	5,17	4,23	3,00	7,02					
Québec: mai	31,35	31,85	32,35	31,78	32,77	29,71	23,85	21,25	40,78					
juin	30,09	30,59	30,93	30,53	30,25	29,31	20,71	17,68	22,45					
juillet	24,18	24,68	25,46	24,64	24,73	24,29	22,40	15,77	14,70					
août	24,95	25,45	26,23	25,44	25,82	24,47	18,55	16,96	17,72					
sept.	31,38	31,88	32,33	31,87	31,41	30,90	24,38	22,55	23,22					

rapport à celle du modèle 4: ceci est dû au fait que les distributions non corrigées débutent à y=1 tandis que celles qui tiennent compte des épisodes non détectés débutent à y=0.

La durée calculée par le modèle 9 qui tient compte des épisodes faussement détectés est significativement différente des autres durées. Cette durée est supérieure à celle calculée par le modèle 4 par un facteur deux à trois. C'est la correction qui affecte le plus la durée moyenne car elle donne un poids beaucoup moindre aux épisodes courts, ce qui a pour effet d'allonger de façon significative la durée moyenne calculée.

6.4.6.2 Distribution B: somme de deux distributions exponentielles

Pour cette distribution on observe également que:

- la durée calculée par le modèle 2 est exactement supérieure de 0,5 heure à celle du modèle 1;
- la durée calculée par le modèle 3 est supérieure de 1,050 ± 0,159 h à celle du modèle 1;
- la durée calculée par le modèle 4 est inférieure de 0,038 ± 0,024 h à celle du modèle 2
- la durée calculée par le modèle 6 est inférieure de 1,724 ± 0,499 h à celle du modèle 3.

La durée calculée par le modèle 5 est à peu près égale à celle du modèle 4. Ceci s'explique par le fait que la distribution de base représente mieux la distribution observée et que le paramètre p varie légèrement autour de 1. Les durées calculées par le modèle 8 est maintenant inférieure de quelques heures à celle du modèle 7. Ceci est causé par la borne utilisée pour restreindre les valeurs de I_0 . La borne inférieure a été fixée à -10. Si elle avait été fixée à -50, la différence entre les deux modèles aurait été réduite considérablement. Ces valeurs sont toutefois maintenant fort différentes de celles calculées par le modèle 4.

6.5 Sélection du meilleur modèle

Le modèle idéal devrait :

- avoir le nombre minimal de paramètres à évaluer;
- corriger la distribution observée pour les principaux effets de la discrétisation;
- procurer le meilleur ajustement de la distribution corrigée avec la distribution observée;
- avoir des valeurs pour les paramètres dans la gamme de valeurs attendues pour ceux-ci;
- fournir la même durée moyenne quelque soit la période de mesure considérée.

Ces critères sont souvent en conflit les uns envers les autres. Par exemple, le meilleur ajustement s'obtient

souvent avec le nombre maximal de paramètres et non avec le nombre minimal. Également, on remarque souvent que la régression fournit des valeurs des paramètres qui optimisent l'ajustement en sortant de la gamme désirée des valeurs des paramètres. Il n'y a probablement pas de modèle idéal pour toutes les circonstances.

Les modèles 2 et 4 sont à toutes fins pratiques identiques, la seule différence réside dans le calcul de la durée moyenne qui est légèrement plus basse en utilisant le modèle 4. À moins qu'il ne s'agisse d'un phénomène discret, l'utilisation du modèle 4 est préférable à celle du modèle 2.

Les modèles 7 et 8 fournissent les mêmes résultats dans la plupart des cas. Ils comportent le même nombre de paramètres. Le modèle 8 nécessite toutefois de 2 à 10 fois plus de temps de calcul que le modèle 7 car il implique une intégration numérique supplémentaire. Pour cette raison, l'utilisation du modèle 7 est préférable à celle du modèle 8.

Le modèle 6 obtient généralement les pires résultats. De plus, le modèle 6 est un sous-cas du modèle 7 lorsque t_d tend vers zéro. Pour ces raisons, il est préférable d'utiliser le modèle 7 au lieu du modèle 6.

La correction pour les épisodes non détectés n'est pas efficace lorsqu'elle est utilisée seule. Le fait que la distribution exponentielle sous-estime fortement le nombre

d'épisodes de courte durée a empêché le modèle 10 d'améliorer la performance du modèle 8. C'est pour cette raison que le modèle 10 est rejeté.

Le modèle 5 est seulement intéressant au point de vue de l'excellence de ses résultats. Il n'est cependant pas basé sur des bases théoriques solides car il se contente de transporter la probabilité d'une classe avoisinante à une autre. L'usage de ce modèle n'est donc pas recommandé.

Il ne reste plus maintenant qu'à choisir entre les modèles 1, 3, 4, 7, 9 et 11. Le tableau 6.15 présente les conditions d'utilisation des divers modèles.

S'il s'agit d'une distribution d'évènements réellement discrets, le modèle 1 devrait alors être choisi. Sinon, il faudrait choisir parmi les modèles restants. Si S est de beaucoup supérieur à S_d et qu'il n'y a pas beaucoup d'épisodes non détectés ou que le nombre de classes d'observations est petit, alors le choix s'effectue entre les modèles 4 et 7. Le modèle qui procure le meilleur ajustement devrait alors être choisi.

Si S est à peu près égal à S_d , il faut alors choisir entre les modèles 9 et 11. Le modèle 11 est préférable au modèle 9 s'il y a suffisamment d'épisodes non détectés.

Tableau 6.15 Conditions d'utilisation des divers modèles.

	des divers moderes.
Modèle	Conditions d'utilisation
1	- distribution d'événements discrets
2	- rejeté: utiliser plutôt le modèle 4
3	- rejeté: utiliser plutôt le modèle 7
4	 - S >> S_d - pas d'épisodes non détectés - petit nombre de classes d'observations
5	- rejeté: base théorique trop faible
6	- rejeté: cas limite du modèle 7 où t _d -> 0
7	 S >> S_d pas d'épisodes non détectés nombre suffisant de classes d'observations
8	- rejeté: utiliser le modèle 7 qui demande moins de temps de calcul
9 .	 S ≈ S_d pas d'épisodes non détectés nombre suffisant de classes d'observations note: utiliser valeurs réalistes pour les paramètres
10	- rejeté: utiliser le modèle 9 ou le modèle 11
11	 S ≈ S_d présence d'épisodes non détectés nombre suffisant de classes d'observations note: utiliser valeurs réalistes pour les paramètres

Le type de distribution à utiliser dans ces modèles est important à considérer. Les meilleurs ajustements, en se basant sur la probabilité d'ajustement, ont été produits par le modèle 9A qui utilise la distribution exponentielle décroissante et le modèle 4B qui se sert de la distribution provenant de la somme de deux exponentielles décroissantes. Toutefois, le modèle 11A a amélioré la performance du modèle 9A par rapport au critère du khi-carré. S'il n'y a pas eu d'amélioration au niveau de la probabilité d'ajustement c'est parce qu'il y a un trop faible nombre de degrés de liberté causé par l'utilisation d'un grand nombre de paramètres. Toutefois, certains de ces paramètres ont une valeur fortement incertaine. Ceci implique que le choix d'une valeur précise pour ces paramètres ne devrait pas influencer fortement le degré d'ajustement du modèle. On peut donc attribuer une valeur fixe aux paramètres Who et tsh sans trop nuire à l'ajustement du modèle 11. Ceci augmente par 2 le nombre de degrés de liberté et augmente généralement la probabilité de l'ajustement. Les effets de la discrétisation peuvent donc produire une distribution observée qui semble provenir de la somme de deux distributions exponentielles décroissantes. Seule une analyse poussée des données de précipitation pourrait permettre de déterminer s'il y a ou non présence de deux distributions distinctes.

CONCLUSION

Le but de cette thèse a été atteint: un modèle global de correction des effets de la discrétisation de la précipitation horaire a été mis au point. Ce modèle permet de tenir compte de tous les effets identifiés:

- position aléatoire de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure;
- relation entre le seuil de détection de l'appareil et le seuil choisi pour comptabiliser les épisodes;
- délai de détection de la précipitation;
- présence d'épisodes humides faussement détectés parce qu'ils sont d'une intensité inférieure au seuil cherché;
- présence d'au maximum un épisode sec ou humide non détecté.

Une série de modèles intermédiaires a été également présentée dans le but de déterminer l'importance relative de chacun des mécanismes de correction. L'une des plus grandes difficultés de cette thèse a consisté dans la recherche de formules pour corriger la distribution théorique pour la présence d'épisodes non détectés. On a présenté à la fin du

chapitre 6 quelques recommandations pouvant servir à déterminer un modèle approprié selon diverses circonstances.

lumière quelques Cette thèse mis en Par exemple l'utilisation d'une distribution intéressants. basée sur la somme de deux exponentielles décroissantes qui donne un excellent ajustement pourrait être erronée: il est possible que le surplus d'épisodes de courte durée soit causé par la présence d'épisodes faussement détectés. choix d'un seuil S trop près du seuil de détection (Sd) de l'appareil de mesure augmente les effets de discrétisation. Le calcul de la durée moyenne d'un épisode peut être inexact par un facteur deux ou trois lorsqu'on utilise un modèle trop simple et qu'il y a de nombreux épisodes faussement détectés.

Certains paramètres du modèle ne peuvent être déterminés avec précision par la régression: ils devront être estimés à l'aide d'autres méthodes de calcul ou par des hypothèses basées sur des principes théoriques. Par exemple la valeur du paramètre I_0 peut être dérivée d'études portant sur la distribution du nombre d'épisodes en fonction de leur durée (Boulet, 1985). La valeur de $t_{\rm sh}$ peut être soit fixée comme une constante de faible valeur ou évaluée selon la distribution des épisodes secs $(P_{\rm S}(t_{\rm sh}))$. La proportion d'épisodes secs non détectés $(W_{\rm h0})$ peut être estimée à une constante valant environ 0,5.

Parmi les applications possibles du modèle de correction des effets de la discrétisation, il y a:

- calcul et interpolation des durées moyennes selon divers seuils; par expérience, ce calcul est difficile à réaliser avec un modèle simple lorsque $S \approx S_d$;
- interpolation spatiale des paramètres des modèles à l'aide d'ensembles de données de stations avoisinantes; dans Fortin et al. (1987) l'interpolation des paramètres a, b et c du modèle 1B s'est avérée très difficile à réaliser. Il devrait être possible de trouver un modèle pour lequel cette interpolation spatiale puisse se réaliser de façon adéquate;
- calculs des distributions selon diverses durées de mesure: par exemple une, deux ou trois heures. Dans ces calculs, les pertes d'information dues à l'utilisation d'une plus longue période de mesure pourraient être estimées;
- dans Lelièvre et al. (1985), les durées moyennes de la précipitation en hiver n'ont pas été calculées directement parce que les pluviographes à augets ordinaires ne fonctionnent pas pendant cette saison. Les données de précipitation sont disponibles de façon routinière sur une base d'intégration de six heures. Il serait intéressant d'appliquer un modèle afin d'estimer le plus adéquatement possible la durée moyenne de la

précipitation. Ce type d'étude serait particulièrement utile aux modèles statistiques de transport à grandes distances.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ARRUDA, H.V. de, ET H.S. PINTO (1980), A simplified Gamma probability model for analysis of the frequency distribution of rainfall in the region of Campinas, SP, Brazil, Agricultural Meteor., 22, 101-108.
- BESSON, L. (1924), "Sur la probabilité de la pluie", Comptes Rendus, t 178, (19 mai) 1924, pp. 1743-1745.
- BOULET, G. (1985), Utilisation de spectres de tailles de gouttes pour évaluer les performances des radars à polarisation multiple, thèse de maîtrise, Université du Québec à Montréal.
- BROWN, B.G., R.W. KATZ et A.H. MURPHY (1985), Explanatory analysis of precipitation events with implications for stochasting modeling, J. of Climate and Appl. Meteor., 24, 1, 57-67.
- BUISHAND, T.A. (1977), Stochastic modelling of daily rainfall sequences, Wageningen, Veenman and Zonen, 211 p.

- CCIR, (1982a), Radiometeorological data, report 563-2, Recommendations and Reports of the CCIR, (Vol. V), Int. Telecomm. Union, Geneva, 96-123.
- CCIR, (1982b), Propagation data required for space telecommunication systems, Report 564-2, Recommendations and Reports of the CCIR, (Vol. V), Int. Telecomm. Union, Geneva, 331-373.
- CHANG, T.J., M.L. KAVVAS et J.W. DELLEUR (1984), Modelling of sequences of wet and dry days by binary discrete autoregressive moving average process, Journal of Climate and Applied Meteor., vol 23, 9, 1367-1378.
- CHIN, E.H. (1977), Modelling daily precipitation occurrence process with Markov chain, Water Resour. Res., 13, 949-956.
- COE, R. et R.D. STERN (1982), Fitting models of daily rainfall data, J. of Applied Meteorology, vol. 21, 7, 1024-1031.
 - COOKE, D.S. (1953), The duration of wet and dry spells at Moncton, New Brunswick, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol 79, No. 342, 536-538.

- EDELSTEN, P.R. (1976), A stochastic model of the weather at Hurley in S.E. England, Meteor. Mag., 105, 206-214.
- FORTIN, J.P., G. BOULET et LACHANCE (1986), Calibration et optimisation du modèle québécois de transport à grandes distances des polluants atmosphériques (Rapport d'étape No 1), INRS-Eau, rapport scientifique No 197, 98 p.
- FORTIN, J.P., G. BOULET, C. LELIEVRE, M. LACHANCE et G. JACQUES (1987), Calibration et optimisation du modèle québécois de transport à grandes distances des polluants atmosphériques (Rapport d'étape No 2), INRS-Eau, rapport scientifique No 212, 182 p.
- GABRIEL, K.R. et J. NEUMANN (1962), A Markov chain model for daily rainfall occurence at Tel Aviv, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 88, 90-95.
- GARBUTT, D.J., R.D. STERN, M.D.DENNETT et J. ELSTON (1981), A comparison of the rainfall climate of eleven places in West Africa using a two-part model of daily rainfall, Arch. Meteor. Geophys. Bioklim., B29, 137-155.
- GATES, P.R. et H. TONG (1976), On Markov chain modelling to some weather data, J. Appl. Meteor., 15, 1145-1151.

- GUZMAN, A.D. ET W.C. TORREZ (1985), Daily rainfall probabilities conditional upon prior occurrence and amount of rain, J. of Climate and Appl. Meteor., vol. 24, 10, 1009-1014.
- HAAN, C.T., D.M. ALLEN et J.O. STREET (1976), A Markov chain model of daily rainfall, Water Resour. Res., 12, 443-449.
- JORGENSEN, D.L. (1949), Persistency of rain and no-rain periods during the winter at San Francisco, Mon. Wea. Rev., vol. 77, 303-307.
- KATZ, R.W. (1977), Precipitation as a chain-dependent process, J. Appl. Meteor., 16, 7, 671-676.
- KLUGMAN, M.R. et S.A. KLUGMAN (1981), A method for
 determining change in precipitation data, J. Appl.
 Meteor., 20, 1506-1509.
- LELIEVRE, C. (1981), Traitement amélioré de la précipitation dans un modèle de pollution de l'air par l'utilisation d'une double chaîne de Markov, Proceedings of the Air pollution sessions, CMOS 15th annual congress, Saskatoon, Saskatchewan, May 27-29, 1981, 239-248.

- LELIEVRE, C., M. LACHANCE et J.P. FORTIN (1985), Modèle québécois de transport à grande distance des polluants atmosphériques, Environnement Québec, PA-16, 213 p.
- LUND, I.A. et D.D. GRANTHAM (1977), Persistence, runs and recurrence of precipitation, J. of Appl. Meteor., 16, $\underline{4}$, 346-358.
- NGUYEN, V.-T.-V. et J. ROUSSELLE (1981), A stochastic model for the time distribution of hourly rainfall depth, Water Resour. Res., 17, 399-409.
- SEGAL, B. (1986), The influence of raingage integration time on measured rainfall intensity distribution functions,

 J. of Atmos. and Oceanic Tech., 3, 4, 662-671.
- STERN, R.D. (1980), Analysis of daily rainfall at Samaru,
 Nigeria, using a simple two-part model, Arch. Meteor.
 Geophys. Bioklim., B28, 123-135.
- WEISS, L.L. (1964), "Sequences of wet or dry days described by a Markov chain probability model", Monthly Weather Rev., 92: 169-176.

WISER, E.H. (1965), Modified Markov probability models of sequences of precipitation events, Mon. Wea. Rev., 93, 511-516.

Annexe A.

Calcul de $f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$

On a écrit SEC01T, un programme en FORTRAN (voir Annexe B), qui permet de calculer $f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$, la fonction de répartition des épisodes humides distincts de durée réelle (x), impliqués dans des épisodes humides mesurés contenant un épisode sec non détecté de durée fixe (t_{sh}) en fonction de la durée humide mesurée i, lorsque la durée humide impliquée dans le couple d'épisodes humides contenant l'épisode sec est x_d ; t_d et t_f sont utilisés comme paramètres. On a fait les hypothèses suivantes:

- un épisode sec continu d'une durée réelle supérieure à une heure précède l'épisode humide;
- un épisode sec continu d'une durée réelle supérieure à une heure suit l'épisode humide;
- l'épisode sec contenu à l'intérieur de l'épisode humide est non détectable;

- le début de l'épisode humide a une égale probabilité d'être positionné n'importe où à l'intérieur des heures de mesure;
- le début de l'épisode sec non détecté a une égale probabilité de se trouver n'importe où à l'intérieur de l'épisode humide.

Deux méthodes de calcul sont appliquées: numérique et analytique. Dans la méthode numérique, on calcule la répartition des épisodes humides en additionnant les contributions à chacune des différentes longueurs obtenues en variant graduellement les positions de départ de l'épisode humide par rapport aux heures de mesure et de l'épisode sec par rapport au début de l'épisode humide total. La méthode analytique se sert d'une série d'équations qui décrivent la répartition des épisodes réels en termes des épisodes humides mesurés.

A.1 Calcul numérique

Dans le cas du calcul numérique, les variables suivantes sont utilisées:

- TD = durée du délai de détection du début de la précipitation;
- TF = durée du délai de détection de la fin de la précipitation;

XD = durée totale réelle de l'épisode humide

X1 = durée réelle de la première partie de l'épisode humide

X2 = durée réelle du deuxième épisode humide

TSH = durée de l'épisode sec non détecté durant l'épisode humide.

Par définition, nous avons la relation suivante:

$$THH = THH1 + THH2 \tag{A.1}$$

La précision du calcul numérique dépend du nombre maximal de points utilisés lors des calculs:

MAXT = nombre d'itérations pour T

MAXX = nombre d'itérations pour XD

MAXX1 = nombre d'itérations pour X1 par tranche entière de XD

MAXX2 = nombre de tranches entières de XD

MAXTSH = nombre d'itérations pour TSH

Les variables suivantes contiennent les temps de début et de fin des sections humides ou sèches:

TH1 = temps de début du premier épisode humide;

TH2 = temps de fin du premier épisode humide et temps de début de l'épisode sec non détecté;

TH3 = temps de fin de l'épisode sec et temps de début du deuxième épisode humide;

TH4 = temps de fin du deuxième épisode humide.

Les temps TH1 à TH4 peuvent s'étaler sur une durée variant entre une et quatre heures de mesure. Pour chacun des huit cas possibles de répartition de ces temps par rapport aux heures de mesure, on calcule les durées humides totales (DUREE1 à DUREE4) pour chacun des segments humides. La longueur humide détectée correspond à la somme des valeurs entières dont la durée humide excède TD.

A.2 Calcul analytique

Les formules théoriques ont été développées à l'aide des résultats produits par les calculs numériques à l'intérieur des valeurs limites suivantes:

$$0 \le t_{d} \le 1 \tag{A.2}$$

$$0 \le t_{sh} \le 2 - t_d - t_f$$
 (A.3)

Si t_d est supérieur à 1, l'épisode humide n'est jamais détectable lorsqu'il n'y a pas cumul de précipitation d'une heure à l'autre. La valeur de t_{sh} doit être inférieure à (2- t_d - t_f) si on désire que l'épisode humide ne soit pas entrecoupé par un épisode sec détectable.

Les autres formules dépendent de la valeur de $t_{\rm sh}$ relativement à 1- $t_{\rm f}$.

A.3 Cas où $t_{sh} \leq (1-t_f)$

A.3.1 Cas où $x \le t_d$

A.3.1.1 Cas où $x \le x_d \le t_d$

Si la durée humide réelle est inférieure à t_d , il n'est pas possible de détecter l'épisode humide, d'où:

$$f_{h1}(x,0,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.4)

A.3.1.2 Cas où
$$t_d < x_d \le x + t_d$$

Dans ce cas-ci, l'épisode humide peut être rapporté de durée nulle ou d'une heure:

$$f_{h1}(x,0,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = t_d + t_f - x_d + t_{sh}$$
 (A.5)

$$f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - f_{h1}(x,0,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.6)

A.3.1.3 Cas où
$$x + t_d < x_d \le t_d + t_f$$

Dans ce cas-ci, l'épisode humide peut également être rapporté de durée nulle ou d'une heure:

$$f_{h1}(x,0,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = t_d + t_f - x_d$$
 (A.7)

$$f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - f_{h1}(x,0,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.8)

A.3.1.4 Cas où $x_d > t_d + t_f$

Soit ii une valeur entière telle que:

$$ii + t_d + t_f \le x_d < ii + 1 + t_d + t_f$$
 (A.9)

On a alors:

$$f_{h1}(x,ii+1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = ii + 1 + t_d + t_f - x_d$$
 (A.10)

$$f_{h1}(x,ii+2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1-f_{h1}(x,ii+1,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.11)

A.3.2 Cas où $t_d < x \le t_d + t_f$

A.3.2.1 Cas où $x \le x_d \le t_d + t_f$

L'épisode humide peut être rapporté comme ayant une durée nulle ou d'une heure:

$$f_{h1}(x,0,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = t_d + t_f - x_d$$
 (A.12)

$$f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - f_{h1}(x,0,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.13)

A.3.2.2 Cas où
$$t_d + t_f < x_d < x + t_d$$

Dans ce cas-ci, l'épisode humide peut être rapporté de durée d'une ou deux heures:

$$f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 + t_d + t_f - x_d$$
 (A.14)

$$f_{h1}(x,2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.15)

A.3.2.3 Cas où
$$x + t_d \le x_d \le 1 + t_d + t_f - t_{sh}$$

L'épisode humide peut être rapporté comme ayant duré une ou deux heures:

$$f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 + t_d + t_f - x_d - t_{sh}$$
 (A.16)

$$f_{h1}(x,2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.17)

A.3.2.4 Cas où $x_d > 1 + t_d + t_f - t_{sh}$

Soit ii une valeur entière telle que:

$$ii + 1 + t_d + t_f - t_{sh} < x_d < ii + 2 + t_d + t_f - t_{sh}$$
 (A.18)

On a alors:

$$f_{h1}(x,ii+2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = ii + 2 + t_d + t_f - x_d - t_{sh}$$
 (A.19)

$$f_{h1}(x,ii+3,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1-f_{h1}(x,ii+2,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.20)

A.3.3 Cas où $x > t_d + t_f$

Nous avons ici deux cas à considérer selon la valeur de (x_d-x) .

A.3.3.1 Cas où $(x_d-x) \le t_d$

Soit jj un entier tel que,

$$jj + t_d + t_f < x_d < jj + 1 + t_d + t_f$$
 (A.21)

L'épisode humide peut être rapporté comme ayant duré jj+1 ou jj+2 heures.

$$f_{h1}(x,jj+1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = jj + 1 + t_d + t_f - x_d$$
 (A.22)

$$f_{h1}(x,jj+2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1-f_{h1}(x,jj+1,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.23)

A.3.3.2 Cas où $(x_d-x) > t_d$

Soit j un entier tel que:

$$j - 1 + t_d + t_f - t_{sh} < x_d < j + t_d + t_f - t_{sh}$$
 (A.24)

L'épisode humide peut être rapporté comme ayant duré j ou j+1 heures.

$$f_{h1}(x,j,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = j + t_d + t_f - x_d - t_{sh}$$
 (A.25)

$$f_{h1}(x,j+1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - f_{h1}(x,j,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.26)

A.4 Cas où $t_{sh} > (1-t_f)$

Définissons les valeurs entières suivantes:

$$in = INT (x - t_d - t_f)$$
 (A.27)

$$jn = INT (x_d - t_d - t_f)$$
 (A.28)

$$kn = INT (x_d + 1 - 2 t_d - 2 t_f)$$
 (A.29)

$$ln = jn + 3$$
 $si t_d < 0.5$ (A.30)

$$ln = kn + 3$$
 $si t_{d} > 0,5$ (A.31)

$$nn = in - kn + 1 \tag{A.32}$$

On est intéressé à trouver les formules pour les étendues suivantes:

$$in + t_d + t_f < x < in + 1 + t_d + t_f$$
 (A.33)

$$jn + t_d + t_f < x_d < jn + 1 + t_d + t_f$$
 (A.34)

Dans le cas où $t_d > 0.5$, l'étendue suivante est également d'intérêt lorsque $(x_d-x) < t_d$:

$$kn - 1 + 2 t_d + 2 t_f < x_d < kn + 2 t_d + 2 t_f$$
 (A.35)

Les variables ln et nn servent à calculer les valeurs des indices pour lesquels les formules s'appliquent. Les points de références utiles selon l'axe des x sont:

$$xref1 = in + t_d + t_f$$
 (A.36)

$$xref2 = in + x_d - jn - 1 + t_{sh}$$
 (A.37)

$$xref3 = xref1 + 2 - t_d - t_f - t_{sh}$$
 (A.38)

$$xref4 = xref2 + 2 - t_d - t_f - t_{sh}$$
 (A.39)

$$xref5 = xref2 + 1 \tag{A.40}$$

Les points xref1 et xref3 ne dépendent pas de x_d , tandis que les autres points en dépendent. Le point xref1 marque le début de l'étendue qui nous intéresse selon la variable x. Le point xref3 est distant de $(2 - t_d - t_f - t_{sh})$ de xref1. Une fonction qui revient constamment dans les formules est fon1 et est définie par:

fon1 =
$$(x - xref1) / (2 - t_d - t_f - t_{sh})$$
 (A.41)

Cette fonction linéaire croissante est nulle à xref1 et vaut 1 à xref3, et sa pente est égale à $1/(2-t_d-t_f-t_{sh})$. Une autre fonction linéaire qui se trouve dans les calculs est fon2 définie par:

fon2 = -
$$(x - xref4) / (2 - t_d - t_f - t_{sh})$$
 (A.42)

Ces deux fonctions ont une pente égale en valeur absolue mais de signe différent: parfois elles se croisent. La fonction qui résulte de la somme de fon1 et fon2 est une

valeur constante que l'on a nommé vmin:

$$vmin = (xref4-xref1)/(2 - t_d - t_f - t_{sh})$$
 (A.43)

Finalement, il y a la fonction fon qui dépend de (xref4+1).

fon3 = -
$$(x - xref4 - 1) / (2 - t_d - t_f - t_{sh})$$
 (A.44)

Les contributions de fon1 et de fon3 s'additionnent parfois:

$$vmin2 = (xref4 - 1 - xref1) / (2 - t_d - t_f - t_{sh})$$
 (A.45)

A.4.1 Cas où $x \le t_d$

A.4.1.1 Cas où $x_d \le (x + t_d)$

Dans ce cas-ci, nous avons:

$$f_{h1}(x,0,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.46)

A.4.1.2 Cas où
$$(x + t_d) < x_d \le (x + t_d + t_f)$$

La formule devient alors:

$$f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.47)

A.4.1.3 Cas où
$$(x + t_d + t_f) < x_d \le (2 - t_{sh} + x)$$

$$f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = (-x_d+2-t_{sh}+x)/(2-t_d-t_f-t_{sh})$$
 (A.48)

$$f_{h1}(x,2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.49)

A.4.1.4 Cas où $x_d > (2 - t_{sh} + x)$

Soit ii un entier tel que

$$ii + 1 - t_{sh} + x \le x_d < ii + 2 - t_{sh} + x$$
 (A.50)

Considérons ici deux cas selon la valeur de x_d

A.4.1.4.1 Cas où $x_d \le (ii + t_d + t_{f^+} x)$

$$f_{h1}(x,ii+1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.51)

A.4.1.4.2 Cas où $x_d > (ii + t_d + t_f + x)$

$$f_{h1}(x,ii+1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = (-x_d+ii+2-t_{sh}+x)/(2-t_d-t_f-t_{sh})$$
 (A.52)

$$f_{h1}(x,ii+2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1-f_{h1}(x,ii+1,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.53)

A.4.2 Cas où $t_d < x \le t_d + t_f$

A.4.2.1 Cas où $x \le x_d \le x + t_d$

$$f_{h1}(x,1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.54)

A.4.2.2 Cas où $x + t_d < x_d \le x + t_d + t_f$

$$f_{h1}(x,2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.55)

A.4.2.3 Cas où $x + t_d + t_f < x_d \le 2 - t_{sh} + x$

$$f_{h1}(x,2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = (-x_d+2-t_{sh}+x)/(2-t_d-t_f-t_{sh})$$
 (A.56)

$$f_{h1}(x,3,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - f_{h1}(x,2,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.57)

A.4.2.4 Cas où $x_d > (2 - t_{sh} + x)$

Soit ii un entier tel que

$$ii + 1 - t_{sh} + x \le x_d < ii + 2 - t_{sh} + x$$
 (A.58)

Considérons ici deux cas selon la valeur de xd

A.4.2.4.1 Cas où
$$x_d \le (ii + t_d + t_f + x)$$

$$f_{h1}(x,ii+2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.59)

A.4.2.4.2 Cas où $x_d > (ii + t_d + t_f + x)$

$$f_{h1}(x,ii+2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = (-x_d+ii+2-t_{sh}+x)/(2-t_d-t_f-t_{sh})$$
 (A.60)

$$f_{h1}(x,ii+3,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1-f_{h1}(x,ii+2,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$$
 (A.61)

A.4.3 Cas où $x > t_d + t_f$

A.4.3.1 Cas où xref2 < xref1 < xref4 < xref3 < xref5

A.4.3.1.1 Cas où $x \le x_d \le t_d + x$

Cas où xref1 <= x <= xref3:

$$f_{h1}(x,ln-2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - fon1$$
 (A.62)

$$f_{h1}(x, ln-1, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = fon1$$
 (A.63)

Cas où xref3 < x <= 1+xref1:</pre>

$$f_{h1}(x, \ln -2 + \ln t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1$$
 (A.64)

Cas où xref5 < x <= 1 + xref1:

$$f_{h1}(x, \ln -2, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1$$
 (A.65)

A.4.3.1.2 Cas où $x_d > t_d + x$

Cas où xref1 < x <= xref4:

$$f_{h1}(x, \ln -2, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1 - vmin$$
 (A.66)

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = vmin$$
 (A.67)

Cas où xref4 < x <= xref3:</pre>

$$f_{h1}(x, \ln -2, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1 - \text{fon1}$$
 (A.68)

$$f_{h1}(x, \ln -1, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = fon1$$
 (A.69)

Cas où xref3 < x <= xref5:</pre>

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.70)

Cas où xref5 < x <= 1 + xref1:

$$f_{h1}(x,ln-2,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - fon3$$
 (A.71)

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = fon3$$
 (A.72)

A.4.3.2 Cas où xref1 \leq xref2 \leq xref3 \leq xref4 \leq 1+xref

A.4.3.2.1 Cas où $x_d \le t_d + x$

Cas où xref1 < x <= xref3:

$$f_{h1}(x, ln-2, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1 - fon1$$
 (A.73)

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = fon1$$
 (A.74)

Cas où xref3 < x <= xref4:

$$f_{h1}(x, ln-1, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1$$
 (A.75)

Cas où $xref4 < x \le 1 + xref1$:

$$f_{h1}(x, \ln -2 + \ln t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1$$
 (A.76)

A.4.3.2.2 Cas où $x_d > t_d + x$

Cas où xref1 <= x <= xref2:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - fon1$$
 (A.77)

$$f_{h1}(x, \ln, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = fon1$$
 (A.78)

Cas où xref2 < x <= xref3:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 2 - vmin$$
 (A.79)

$$f_{h1}(x, ln, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = vmin -1$$
 (A.80)

Cas où xref3 < x <= xref4:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - fon2$$
 (A.81)

$$f_{h1}(x,ln,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = fon2$$
 (A.82)

Cas où $xref4 < x \le 1 + xref1$:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.83)

A.4.3.3 Cas où $xref4-1 \le xref2 \le xref3 \le 1+xref1 \le xref4$

A.4.3.3.1 Cas où $x_d \le t_d + x$

Cas où xref1 < x < xref3:

$$f_{h1}(x, ln-2, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1 - fon1$$
 (A.84)

$$f_{h1}(x, ln-1, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = fon1$$
 (A.85)

Cas où xref3 < x < 1 + xref1:

$$f_{h1}(x, ln-1, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1$$
 (A.86)

A.4.3.3.2 Cas où $x_d > t_d + x$

Cas où $xref1 < x \le xref4-1$:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},xd) = 1 - vmin2$$
 (A.87)

$$f_{h1}(x, ln, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = vmin2$$
 (A.88)

Cas où xref4-1 < x < xref2:

$$f_{h1}(x, ln-1, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1 - fon1$$
 (A.89)

$$f_{h1}(x,ln,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = fon1$$
 (A.90)

Cas où xref2 < x <= xref3:

$$f_{h1}(x, ln-1, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 2 - vmin$$
 (A.91)

$$f_{h1}(x, \ln, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = vmin - 1$$
 (A.92)

Cas où xref3 < x <= 1 + xref1:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - fon2$$
 (A.93)

$$f_{h1}(x,ln,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = fon2$$
 (A.94)

A.4.3.4 Cas où xref1 < xref3 < xref2 < xref4 < 1+xref1

A.4.3.4.1 Cas où $x_d \le t_d + x$

Cas où xref1 < x <= xref3:</pre>

$$f_{h1}(x, \ln -3 + \ln t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1 - \text{fon1}$$
 (A.95)

$$f_{h1}(x, \ln -2 + \ln t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = fon1$$
 (A.96)

Cas où $xref3 < x \le 1 + xref1$:

$$f_{h1}(x, \ln -2 + \ln t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1$$
 (A.97)

A.4.3.4.2 Cas où $x_d > t_d + x$

Cas où xref1 < x <= xref3:

$$f_{h1}(x, ln-1, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1 - fon1$$
 (A.98)

$$f_{h1}(x, ln, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = fon1$$
 (A.99)

Cas où xref3 < x <= xref2:

$$f_{h1}(x,ln,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.100)

Cas où xref2 < x < xref4:

$$f_{h1}(x, \ln -1, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1 - \text{fon2}$$
 (A.101)

$$f_{h1}(x, ln, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = fon2$$
 (A.102)

Cas où $xref4 < x \le 1 + xref1$:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.103)

A.4.3.5 Cas où xref1 \leq xref4-1 \leq xref3 \leq xref2 \leq 1+xref1

A.4.3.5.1 Cas où $x_d \le t_d + x$

Notez que si $t_d < 0.5$, nn=1.

Cas où xref1 < x <= xref3:

$$f_{h1}(x, \ln 3 + \ln t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1 - \text{fon1}$$
 (A.104)

$$f_{h1}(x, \ln -2 + \ln t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = fon1$$
 (A.105)

Cas où xref3 < x <= xref2:

$$f_{h1}(x, \ln -2 + \ln t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1$$
 (A.106)

Cas où $xref2 < x \le 1 + xref1$:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1$$
 (A.107)

A.4.3.5.2 Cas où $x_d > t_d + x$

Cas où xref1 < x <= xref4-1:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1 - vmin2$$
 (A.108)

$$f_{h1}(x, ln, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = vmin2$$
 (A.109)

Cas où xref4-1 < x <= xref3:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1-fon1$$
 (A.110)

$$f_{h1}(x, ln, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = fon1$$
 (A.111)

Cas où xref3 < x <= xref2:</pre>

$$f_{h1}(x, ln, t_d, t_f, t_{sh}, x_d) = 1$$
 (A.112)

Cas où xref2 < x < 1 + xref1:

$$f_{h1}(x,ln-1,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = 1-fon2$$
 (A.113)

$$f_{h1}(x,ln,t_d,t_f,t_{sh},x_d) = fon2$$
 (A.114)

Annexe B

programme SEC01T

```
PROGRAM SEC01T
C
      88/03/10
C *******************
C *
C *
        Ce programme sert à calculer la répartition des
                                                       *
C * épisodes humides réels en épisodes humides mesurés
C * lorsqu'il y a un épisode sec de durée TSH non détecté
C * présent dans les épisodes humides mesurés. Nous suppo-
                                                       *
C * sons que la position de l'épisode humide est indépen-
C * dante de la position des heures de mesure, ainsi que
C * l'épisode sec peut se retrouver n'importe où à l'inté-
C * rieur de l'épisode humide.
C *
C *
       Dans la première partie du programme nous calculons
C * la répartition des épisodes humides en considérant
C * toutes les possibilités de positionnement des épisodes
                                                       *
C * humide et sec par rapport aux heures de mesure.
C * la deuxième partie du programme nous appliquons des
C * équations mathématiques qui décrivent la répartition
C * des épisodes humides.
C *
C
С
      liste des variables:
C
C COMPTE = nombre d'épisodes humides possible
        = différence entre les valeurs calculée et théorique
        = valeur moyenne des valeurs absolues de D
C DIFF
C DIMTD = 1 - TD
```

```
= distribution des épisodes humides ne contenant pas
           d'épisode sec non détecté
C DUREE1 = durée humide pendant la première période
C DUREE2 = durée humide pendant la deuxième période
C DUREE3 = durée humide pendant la troisième période
C DUREE4 = durée humide pendant la quatrième période
C FTD
         = paramètre d'incrément lors de l'itération de TD
C FTSH
         = paramètre d'incrément lors de l'itération de TSH
C FTX
         = paramètre d'incrément lors de l'itération de XD
CH
         = nombre d'épisodes calcules selon leur durée
C
             mesurée+1
CI
         = indice de boucle de l'itération selon TD
C II
         = indice de boucle de l'itération selon TSH
C I2
         = indice de boucle de l'itération selon XD
         = indice de boucle de l'itération selon X1
C I3
C I4
         = indice de boucle de l'itération selon T
СЛ
         = indice de boucle
CK
         = indice de boucle
       = 0 : impression réduite au minimum
C ICODE
C
           1 : impression maximale pour valeurs calculées
C
           2 : impression maximale pour valeurs théoriques
CM
         = rapport du seuil choisi par rapport au seuil de
C
           détection de la précipitation
C MAXD
         = durée maximale calculée + 1
C MAXT
         = nombre d'itérations pour T
         = nombre d'itérations pour TD
C MAXTD
C MAXX
         = nombre d'itérations pour XD
C MAXX1
        = nombre d'itérations de X1 par tranche entière de
C
           XD
C MAXX2
       = nombre de tranches entières de XD
C MAXTSH = nombre d'itérations pour TSH
CP
         = nombre d'épisodes théoriques selon leur durée
C
           mesurée+1
         = valeur initiale de TD
C RTD
C RX
         = valeur initiale de XD
C RTSH
         = valeur initiale de TSH
C TD
         = durée du délai de détection du début de la
C
           précipitation
C TD2
         = TD + TF
C TF
         = durée du délai de détection de la fin de la
C
           précipitation
C TH1
         = temps du début du premier épisode humide
C TH2
         = temps de fin du premier épisode humide
C TH3
         = temps de début du deuxième épisode humide
C TH4
         = temps de fin du deuxième épisode humide
C XD
         = durée totale réelle de l'épisode humide
C X1
         = durée réelle: première partie de l'épisode humide
C X2
         = durée réelle du deuxième épisode humide
C TSH
         = durée de l'épisode sec non détecté
```

DIMENSION H(7),P(7),DISTX1(7,404),DIF(7) INTEGER IND1(7),NCAS(80)

```
DIMENSION VARG(37,50)
      CHARACTER*30 NOM
      CHARACTER*30 FILE1, FILE2
      M=1
      DO 9945 I = 1.80
9945 NCAS(I)=0
      DIFF=0
       NOM='\CLAUDE\SEC01X.PRN'
C
С
      unité 6 = imprimante
C
С
     \CLAUDE\PARAM.SX1 = fichier sur disque qui contient les
С
                          paramètres
C
      OPEN(2,FILE='\CLAUDE\PARAM.SX1')
      OPEN(3,FILE=NOM)
С
      READ(2,*) ICODE, FTD, FTSH, FX, FX1
      READ(2,*) MAXTD, MAXTSH, MAXX, MAXD
      READ(2,*) RTD, RTSH, RX, FDIV, VALEUR
      READ(2,*) FILE1
      READ(2,*) FILE2
      READ(2,*) NPOINT
      DO 191 I=1, NPOINT
191
      READ(2,*) IND1(I)
      OPEN(6, FILE=FILE1)
      OPEN(7,FILE=FILE2)
      WRITE(7,5) MAXTD, MAXTSH, MAXX, MAXD
5
      FORMAT(' MAXTD =', 18, ' MAXTSH =', 18, ' MAXX =', 18,
     * ' MAXD =', I8, ' FDIV =', F8.1)
      WRITE(7,1) FTD, FTSH, FX, RTD, RTSH, RX
      FORMAT(' FTD =', f12.6,' FTSH =', f12.6,' FX =', f12.6,
1
         RTD =',F12.6,' RTSH =',F12.6,' RX =',F12.6)
      MAXT=1/FX1+0.5
С
С
        VALEURS CALCULEES
С
C
       DO 1000 I=1, MAXTD
       TD=RTD+(I-1)*FTD
       TF=TD*(M-0.5)/M
       IF(FILE1.NE.FILE2) WRITE(6,4) TD
       WRITE(7,4) TD
       FORMAT(' TD = ', f12.6)
4
       D1MTD= 1 - TF
       TD2 = TD + TF
        DO 900 I1=1, MAXTSH
        TSH=RTSH+FTSH*(I1-1)
        IF(FILE1.NE.FILE2) WRITE(6,2) TSH
        WRITE(7,2) TSH
2
        FORMAT('TSH = ', f12.5)
         IF (TSH.GE. (2-TD2)) THEN
```

```
IF(FILE1.NE.FILE2) WRITE(6,41) TSH
         WRITE(7,41) TSH
         FORMAT(' TSH TROP GRAND =',F12.6)
41
         GOTO 900
         ENDIF
      DCOMPT=0
         DO 800 I2=1, MAXX
         XD=RX+(I2-1)*FX
         MXX1=X/FX1+0.0001
         IF(FILE1.NE.FILE2) WRITE(6,3) XD
         WRITE(7,3) XD
         IF(ICODE.EQ.77) GOTO 801
           DO 1951 K1=1, MAXD
           DO 1952 K2=1,MXX1
           DISTX1(K1,K2)=0
1952
           CONTINUE
1951
         CONTINUE
         FORMAT('XD =', f12.5)
3
          DO 100 J=1, MAXD
          H(J)=0
100
          CONTINUE
         COMPTE=0
         IF (MXX1.LT.2) GOTO 750
          DO 700 I3=1, MXX1
          X1=(I3-0.5)*FX1
          X2=X-X1
           DO 600 I4=1, MAXT
           T=(14-0.5)*FX1
           TH1=T
           TH2=TH1+X1
           TH3=TH2+TSH
           TH4=TH3+X2
           DUREE3=0
           DUREE4=0
            IF(INT(TH4).EQ.INT(TH1)) THEN
С
С
      s'étend sur 1 heure
               DUREE1=X1+X2
               K=1
               IF(XD.GE.TD) K = 2
               DUREE2=0
            ELSEIF(INT(TH1).EQ.INT(TH3)) THEN
С
С
      3 premières heures ensemble
C
330
               DUREE1=TH2-TH1+INT(TH3+1)-TH3
               DUREE2=TH4-INT(TH3+1)
            ELSEIF(INT(TH2).EQ.INT(TH4)) THEN
С
       3 dernières heures ensemble
С
C
```

```
360
               DUREE1=INT(TH2)-TH1
               DUREE2=TH4-TH3+TH2-INT(TH2)
            ELSEIF(INT(TH1).EQ.INT(TH2)) THEN
С
С
       2 premières heures ensemble
С
390
              DUREE1=TH2-TH1
              IF(INT(TH3).EQ.INT(TH4)) THEN
395
               DUREE2=TH4-TH3
              ELSE
               DUREE2=INT(TH3+1)-TH3
               DUREE3=TH4-INT(TH3+1)
              ENDIF
            ELSEIF(INT(TH2).EQ.INT(TH3)) THEN
C
C
     deux heures centrales ensemble
C
420
              DUREE1=INT (TH2) -TH1
              DUREE2=TH2-INT(TH2)+INT(TH3+1)-TH3
              DUREE3=TH4-INT(TH3+1)
            ELSEIF(INT(TH3).EQ.INT(TH4)) THEN
            GOTO 450
С
C
      2 dernières heures ensemble
С
450
              DUREE1=INT(TH1+1)-TH1
              DUREE2=TH2-INT(TH1+1)
              DUREE3=TH4-TH3
            ELSE
C
C
        s'étend sur 4 heures différentes
C
250
              DUREE1=INT(TH1+1)-TH1
              DUREE2=TH2-INT(TH1+1)
              DUREE3=INT(TH3+1)-TH3
              DUREE4=TH4-INT(TH3+1)
            ENDIF
480
            IF(INT(TH3).EQ.INT(TH2)) THEN
               SEC1=TH3-TH2
               SEC2=0
            ELSE
               SEC1=INT(TH2+1)-TH2
               SEC2=TH3-INT(TH2+1)
            ENDIF
            IF(SEC1.GT.D1MTD.OR.SEC2.GT.D1MTD) GOTO 595
            K=1+INT(DUREE1+D1MTD)+INT(DUREE2+D1MTD)
            +INT(DUREE3+D1MTD) +INT(DUREE4+D1MTD)
           H(K)=H(K)+1
590
           DISTX1(k,I3) = DISTX1(K,I3) + 1
           I8=MXX1-I3+1
           DISTX1(K,I8) = DISTX1(K,I8) + 1
           DCOMPT=DCOMPT+1
```

```
595
           CONTINUE
600
           CONTINUE
700
          CONTINUE
750
         CONTINUE
      IF(ICODE.lt.99) GOTO 800
      do 2751 K3=1, MXX1
8844
             TOT=0
             DO 8846 NIM=MAXD, 2, -1
             IF(DISTX1(NIM, K3).NE.0) GOTO 8848
8846
             CONTINUE
8848
             DO 8942 K1=1,NIM
             TOT=TOT+DISTX1(K1,K3)
             CONTINUE
8942
           IF (TOT.EQ.0.) GOTO 2751
             DO 9040 K1=1,NIM
9040
             DISTX1(K1,K3) = DISTX1(K1,K3)/TOT
             IF(K3.EQ.1) GOTO 9144
9144
             X=(K3-0.5)*FX1
      CALL CALCUL(TD, TD2, TSH, X, XD, P, ICAS, NCAS, ICODE)
      DIFTOT=0
         DO 1910 K1=1,NIM
         DIF(K1) = DISTX1(K1,K3) - P(K1)
1910
         DIFTOT=DIFTOT+ABS(DIF(K1))
      IF (DIFTOT.GE.VALEUR) THEN
        WRITE(7,1903) X, (DISTX1(k1,K3),k1=1,NIM)
        WRITE(7,1904) (P(K1),K1=1,NIM)
        WRITE(7,1907) ICAS
        WRITE(7,1905) (DIF(K1),K1=1,NIM)
      ENDIF
2751
      CONTINUE
      VARG(1,I2) = XD
      DO 2761 NP=1.NPOINT
      DO 2762 K45=1,6
2762
      VARG(K45+1+6*(NP-1), I2) = DISTX1(K45, IND1(NP))
2761
      CONTINUE
      FORMAT (' T=', F6.3, 15f7.4)
1903
      FORMAT (' P ******, 15f7.4)
1904
1905
      FORMAT (' DIFF -->',15f7.4)
      FORMAT (' ICAS = ', 16, '*************)
1907
800
         CONTINUE
801
      WRITE(3,1973) TD,TSH,MAXX,(IND1(K6),K6=1,NPOINT)
      FORMAT('"TD =', F6.3,' TSH =', F6.3,' MAXX =', I9, 618,'"')
1973
           DO 1941 K2=1, MAXX
909
          WRITE(3,1915) (VARG(K6,K2),K6=1,NPOINT*6+1)
1915
      FORMAT (50F9.5)
1941
          CONTINUE
1943
          FORMAT (' K2 = ', I4, F9.0, 10F9.5)
900
        CONTINUE
1000
       CONTINUE
      WRITE(7,9746)
9746
      FORMAT(' FREQUENCE D"UTILISATION:')
      DO 9748 I=1,84
```

```
WRITE(7,9747) I, NCAS(I)
9747
      FORMAT('I = ', I4, ' \#FOIS = ', I6)
      CLOSE(6)
      CLOSE(7)
      CLOSE(2)
      CLOSE(3)
      WRITE(6,1928)
      FORMAT(' FIN...')
1928
      STOP
      END
C
C
       CALCUL DE FH1
C
      SUBROUTINE CALCUL(TD, TD2, TSH, X, XD, FH1, ICAS, NCAS, ICODE)
      DIMENSION FH1(10)
      INTEGER NCAS(80)
      DO 10 I=1,10
10
      FH1(I)=0
      IF (TSH.LE.(1-TD)) THEN
         IF(X.LE.TD) THEN
           IF (XD.LE.TD) THEN
             FH1(1)=1
             ICAS=1
           ELSEIF(XD.LE.(X+TD)) THEN
             FH1(1) = TD2 - XD + TSH
             FH1(2)=1-FH1(1)
             ICAS=2
           ELSEIF(XD.LE.TD2) THEN
             FH1(1) = TD2 - XD
             FH1(2)=1-FH1(1)
             ICAS=3
           ELSEIF(XD.GT.TD2) THEN
             II=INT(XD-TD2)
             FH1(II+2)=II+1+TD2-XD
             FH1(II+3)=1-FH1(II+2)
             ICAS=4
           ENDIF
        ELSEIF(X.LE.TD2) THEN
           IF(XD.LE.TD2) THEN
             FH1(1) = TD2 - XD
             FH1(2)=1-FH1(1)
             ICAS=5
           ELSEIF(XD.LT.(TD+X)) THEN
             FH1(2) = 1 + TD2 - XD
             FH1(3)=1-FH1(2)
             ICAS=6
           ELSEIF (XD.LE. (1+TD2-TSH)) THEN
             FH1(2)=1+TD2-XD-TSH
             FH1(3)=1-FH1(2)
             ICAS=7
           ELSEIF(XD.GT.(1+TD2-TSH)) THEN
```

```
II=INT(XD-TD2-1+TSH)
      FH1(II+3)=II+2+TD2-TSH-XD
      FH1(II+4)=1-FH1(II+3)
      ICAS=8
    ENDIF
  ELSE
    JJ=INT(XD-TD2)
    J=INT(XD-TD2+1+TSH)
    IF(XD.LE.(X+TD)) THEN
      FH1(JJ+2)=JJ+TD2-XD+1
      FH1(JJ+3)=1-FH1(JJ+2)
      ICAS=9
    ELSE
      FH1(J+1)=J+TD2-XD-TSH
      FH1(J+2)=1-FH1(J+1)
      ICAS=10
    ENDIF
  ENDIF
ELSE
  IF(X.LE.TD) THEN
    IF(XD.LE.(X+TD)) THEN
      FH1(1)=1
      ICAS=12
    ELSEIF(XD.LE.(TD2+X)) THEN
      FH1(2)=1
      ICAS=13
    ELSEIF(XD.LE.(2-TSH+X)) THEN
      FH1(2) = (-XD+2-TSH+X)/(2-TD2-TSH)
      FH1(3)=1-FH1(2)
      ICAS=14
    ELSE
      II=INT(XD-1+TSH-X)
      IF(XD.LE.(II+TD2+X)) THEN
        FH1(II+2)=1
        ICAS=17
      ELSE
        FH1(II+2) = (-XD+II+2-TSH+X)/(2-TD2-TSH)
        FH1(II+3)=1-FH1(II+2)
        ICAS=18
      ENDIF
    ENDIF
  ELSEIF (X.LE.TD2) THEN
    IF(XD.LE.(X+TD)) THEN
      FH1(2)=1
      ICAS=23
    ELSEIF(XD.LE.(TD2+X)) THEN
      FH1(3)=1
      ICAS=24
    ELSEIF(XD.LE.(2-TSH+X)) THEN
      FH1(3) = (-XD+2-TSH+X)/(2-TD2-TSH)
```

```
FH1(4)=1-FH1(3)
    ICAS=25
  ELSE
    II=INT(XD-1+TSH-X)
    IF(XD.LE.(II+TD2+X)) THEN
      FH1(II+3)=1
      ICAS=27
    ELSE
      FH1(II+3) = (-XD+II+2-TSH+X)/(2-TD2-TSH)
      FH1(II+4)=1-FH1(II+3)
      ICAS=28
    ENDIF
  ENDIF
ELSE
  IN = INT(X-TD2)
  JN = INT(XD-TD2)
  KN = INT(XD+1-4*TD)
  LN = JN + 3
  NN = IN - KN + 1
  IF(TD2.GE.1.) LN=KN+3
  XREF1=IN+TD2
  XREF2=IN+XD-JN-1+TSH
  XREF3=IN+2-TSH
  XREF4=XREF2+2-TD2-TSH
  IF (XREF4.LT.XREF1) XREF2=XREF2+1
  IF (XREF2.GT.(XREF1+1)) THEN
     XREF2=XREF2-1
     LN=LN+1
  ENDIF
  XREF4=XREF2+2-TD2-TSH
  XREF5=XREF2+1
  VMIN=(XREF4-XREF1)/(2-TD2-TSH)
  VMIN2 = (XREF4 - 1 - XREF1) / (2 - TD2 - TSH)
  FON1=(X-XREF1)/(2-TD2-TSH)
  FON2 = -(X - XREF4) / (2 - TD2 - TSH)
  FON3 = -(X - XREF4 - 1) / (2 - TD2 - TSH)
IF(FON1.LT.0) FON1=0
  IF(FON1.GT.1) FON1=1.
  IF(FON2.LT.0) FON2=0
  IF(FON2.GT.1) FON2=1.
  IF (XREF4.LE.XREF3) THEN
    IF (XD.LE.(X+TD)) THEN
      IF (X.LE.XREF3) THEN
        FH1(LN-1)=1-FON1
        FH1(LN) = FON1
        ICAS=31
      ELSEIF (X.LE.XREF5) THEN
        FH1(LN-1+NN)=1
        ICAS=32
      ELSE
        FH1(LN-1)=1
        ICAS=33
```

```
ENDIF
            ELSE
               IF(X.LE.XREF4) THEN
                 FH1(LN-1)=1-VMIN
                 FH1(LN)=VMIN
                 ICAS=34
              ELSEIF (X.LE.XREF3) THEN
                 FH1(LN-1)=1-FON1
                 FH1(LN) = FON1
                 ICAS=35
              ELSEIF(X.LE.XREF5) THEN
                 FH1(LN)=1
                 ICAS=36
              ELSE
                 FH1(LN-1)=1-FON3
                 FH1(LN) = FON3
                 ICAS=37
              ENDIF
            ENDIF
          ELSEIF
                   ((XREF2.LE.XREF3).AND.(XREF4.LE.(1+XREF1)))
THEN
            IF(XD.LE.(X+TD)) THEN
               IF (X.LE.XREF3) THEN
                 FH1(LN-1)=1-FON1
                 FH1(LN) = FON1
                 ICAS=41
               ELSEIF (X.LE.XREF4) THEN
                 FH1(LN)=1
                 ICAS=42
              ELSE
                 FH1(LN-1+NN)=1
                 ICAS=43
              ENDIF
            ELSE
               IF(X.LE.XREF2) THEN
                 FH1(LN)=1-FON1
                 FH1(LN+1) = FON1
                 ICAS=44
              ELSEIF(X.LE.XREF3) THEN
                 FH1(LN)=2-VMIN
                 FH1(LN+1)=VMIN-1
                 ICAS=45
              ELSEIF(X.LE.XREF4) THEN
                 FH1(LN)=1-FON2
                 FH1(LN+1) = FON2
                 ICAS=46
              ELSE
                 FH1(LN)=1
                 ICAS=47
              ENDIF
            ENDIF
          ELSEIF
                   ((XREF2.LE.XREF3).AND.((XREF4-1).GT.XREF1))
```

THEN

```
IF(XD.LE.(X+TD)) THEN
    IF (X.LE.XREF3) THEN
      FH1(LN-1)=1-FON1
      FH1(LN) = FON1
      ICAS=71
    ELSE
      FH1(LN)=1
      ICAS=72
    ENDIF
  ELSE
    IF(X.LE.(XREF4-1)) THEN
      FH1(LN)=1-VMIN2
      FH1(LN+1)=VMIN2
      ICAS=74
    ELSEIF(X.LE.XREF2) THEN
      FH1(LN)=1-FON1
      FH1(LN+1) = FON1
      ICAS=75
    ELSEIF(X.LE.XREF3) THEN
      FH1(LN) = 2 - VMIN
      FH1(LN+1)=VMIN-1
      ICAS=76
    ELSE
      FH1(LN)=1-FON2
      FH1(LN+1) = FON2
      ICAS=77
    ENDIF
  ENDIF
ELSEIF (XREF4.LE.(1+XREF1)) THEN
  IF(X.LE.(X+TD)) THEN
    IF (XD.LE.XREF3) THEN
      FH1(LN-2+NN)=1-FON1
      FH1(LN-1+NN)=FON1
      ICAS=51
    ELSEIF (X.LE.XREF2) THEN
      FH1(LN-1+NN)=1
      ICAS=52
    ELSE
      FH1(LN-1+NN)=1
      ICAS=53
    ENDIF
  ELSE
    IF(X.LE.XREF3) THEN
      FH1(LN)=1-FON1
      FH1(LN+1) = FON1
      ICAS=54
    ELSEIF(X.LE.XREF2) THEN
      FH1(LN+1)=1
      ICAS=55
    ELSEIF(X.LE.XREF4) THEN
      FH1(LN)=1-FON2
```

```
FH1(LN+1) = FON2
          ICAS=56
        ELSE
          FH1(LN)=1
          ICAS=57
        ENDIF
      ENDIF
    ELSE
      IF(XD.LE.(X+TD)) THEN
        IF(TD2.LT.1) NN=1
        IF(X.LE.XREF3) THEN
          FH1(LN-2+NN)=1-FON1
          FH1(LN-1+NN)=FON1
          ICAS=61
        ELSEIF (X.LE.XREF2) THEN
          FH1(LN+NN-1)=1
          ICAS=62
        ELSE
          FH1(LN)=1
          ICAS=63
        ENDIF
      ELSE
        IF(X.LE.(XREF4-1)) THEN
          FH1(LN)=1-VMIN2
          FH1(LN+1)=VMIN2
          ICAS=64
        ELSEIF(X.LE.XREF3) THEN
          FH1(LN)=1-FON1
          FH1(LN+1) = FON1
          ICAS=65
        ELSEIF(X.LE.XREF2) THEN
          FH1(LN+1)=1
           ICAS=66
        ELSE
          FH1(LN)=1-FON2
          FH1(LN+1) = FON2
          ICAS=67
        ENDIF
      ENDIF
    ENDIF
  ENDIF
ENDIF
NCAS (ICAS) = NCAS (ICAS) +1
RETURN
END
```

Annexe C

Formules pour B_{dh1}(i,t_d,t_f,t_{sh})

Dans cette annexe, on présente les formules pour $B_{dh1}(i,t_d,t_f,t_{sh})$ élaborées à partir des formules pour $f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d)$ qui se trouvent dans l'annexe A. Par définition nous avons (voir équations 3.13 et 3.14):

$$F_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh}) = \int_{x}^{i+t_d+t_f} f_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh},x_d) P_{h1}(x_d) dx_d (C.1)$$

$$B_{dh1}(i,t_d,t_f,t_{sh}) = \int_0^{1+t_d+t_f} F_{h1}(x,i,t_d,t_f,t_{sh}) P_{h1}(x) dx (C.2)$$

On ne présente ici que les formules pour le cas où t_{sh} est inférieur à $(1-t_f)$. Les formules pour le cas où t_{sh} est supérieur à $(1-t_f)$ sont très longues car elles dépendent d'une façon complexe des interactions entre x, x_d , t_d , t_f et t_{sh} . Dans ce cas-ci nous avons l'expression suivante pour les épisodes non détectés:

$$\mathbf{B}_{dh1}(0, \mathbf{t}_{d}, \mathbf{t}_{f}, \mathbf{t}_{sh}) = \int_{\mathbf{x}=0}^{t_{d}} \left[\int_{\mathbf{x}_{d}=\mathbf{x}}^{t_{d}} (\mathbf{x}_{d}) \ d\mathbf{x}_{d} + \int_{\mathbf{x}_{d}=t_{d}}^{\mathbf{x}+t_{d}} (\mathbf{t}_{d}+\mathbf{t}_{f}-\mathbf{x}_{d}+\mathbf{t}_{sh}) \right]$$

$$P_{h1}(x_d) dx_d + \int_{x_d=x+t_d}^{t_d+t_f} (t_d+t_f-x_d) P_{h1}(x_d) dx_d P_{h1}(x) dx_d$$

$$+ \int_{x=t_{d}}^{t_{d}+t_{f}} \left[\int_{x_{d}=x}^{t_{d}+t_{f}-x_{d}} \left(t_{d}+t_{f}-x_{d} \right) P_{h1}(x_{d}) dx_{d} \right] P_{h1}(x) dx \qquad (C.3)$$

Pour les épisodes humides d'une durée mesurée d'une heure, nous avons:

$$B_{dh1}(1,t_d,t_f,t_{sh}) = \int_{x=0}^{t_d} \left[\int_{x_d=t_d}^{x+t_d} (1-t_d-t_f+x_d-t_{sh}) P_{h1}(x_d) dx_d \right]$$

$$+ \int_{x_d = x + t_d}^{t_d + t_f} (1 - t_d - t_f + x_d) P_{h1}(x_d) dx_d + \int_{x_d = t_d + t_f}^{1 + t_d + t_f} (1 + t_d + t_f - x_d)$$

 $P_{h1}(x_d) dx_d \mid P_{h1}(x) dx$

$$+ \int_{x=t_d}^{1+t_d} [\int_{x_d=x}^{x+t_d} (1+t_d+t_f-x_d) P_{h1}(x_d) dx_d] P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=1+t_d}^{1+t_d+t_f} [\int_{x_d=x}^{1+t_d+t_f} (1+t_d+t_f-x_d) P_{h1}(x_d) dx_d] P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=t_d}^{1+t_d-t_{sh}} \left[\int_{x_d=x+t_d}^{1+t_d+t_f-t_{sh}-x_d} P_{h1}(x_d) dx_d \right] P_{h1}(x) dx \quad (C.4)$$

Pour les épisodes humides d'une durée mesurée de i heures, nous avons:

$$\mathbf{B}_{dh1}(\mathbf{i}, \mathbf{t}_d, \mathbf{t}_f, \mathbf{t}_{sh}) = \int_{\mathbf{x}=0}^{\mathbf{t}_d} \int_{\mathbf{x}_d = \mathbf{i} - 2 + \mathbf{t}_d + \mathbf{t}_f}^{\mathbf{i} - 1 + \mathbf{t}_d + \mathbf{t}_f} (\mathbf{x}_d - \mathbf{i} - \mathbf{t}_d - \mathbf{t}_f + 2) \ \mathbf{P}_{h1}(\mathbf{x}_d) \ d\mathbf{x}_d$$

$$+ \int_{x_d=i-1+t_d+t_f}^{i+t_d+t_f} (i+t_d+t_f-x_d) P_{h1}(x_d) dx_d P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=t_d}^{i-2+t_d-t_{sh}} [\int_{x_d=i-2+t_d+t_f-t_{sh}}^{i-1+t_d+t_f-t_{sh}} [\int_{x_d=i-2+t_d+t_f-t_{sh}}^{i-1+t_d+t_f-t_{sh}}] P_{h1}(x_d) dx_d] P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=t_d}^{i-1+t_d-t_{sh}} [\int_{x_d=i-1+t_d+t_f-t_{sh}}^{i+t_d+t_f-t_{sh}} [\int_{x_d=i-1+t_d+t_f-t_{sh}}^{i+t_d+t_f-t_{sh}-x_d}) P_{h1}(x_d) dx_d] P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=i-2+t_d+t_f}^{i-1+t_d} [\int_{x_d=x}^{x+t_d} (i+t_d+t_f-x_d) P_{h1}(x_d) dx_d] P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=i-1+t_{d}}^{i-1+t_{d}+t_{f}} [\int_{x_{d}=x}^{i-1+t_{d}+t_{f}} (x_{d}-i-t_{d}-t_{f}+2) P_{h1}(x_{d}) dx_{d}] P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=i+t_d}^{i+t_d+t_f} [\int_{x_d=x}^{i+t_d+t_f-x_d)} P_{h1}(x_d) dx_d] P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=i-2+t_d-t_{sh}}^{i-1+t_d-t_{sh}} [\int_{x_d=x+t_d}^{i+t_d+t_f-t_{sh}} (x_{d}-i+2-t_{d}-t_{f}+t_{sh}) P_{h1}(x_{d}) dx_{d}] P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=i-1+t_d-t_{sh}}^{i+t_d-t_{sh}} [\int_{x_d=x+t_d}^{i+t_d+t_f-t_{sh}-x_d) P_{h1}(x_d) dx_d] P_{h1}(x) dx$$

$$+ \int_{x=i-2+t_d}^{i-2+t_d+t_f} \int_{x_d=i-2+t_d+t_f}^{x+t_d} (x_d-i+2-t_d-t_f) P_{h1}(x_d) dx_d P_{h1}(x) dx_d$$

$$+ \int_{x=i-1+t_d}^{i-1+t_d+t_f} \left[\int_{x_d=i-1+t_d+t_f}^{x+t_d} \frac{(i+t_d+t_f-x_d) P_{h1}(x_d) dx_d}{x_d} \right] P_{h1}(x) dx (C.5)$$

ANNEXE D

CODE SAS POUR GÉNÉRER LES MODÈLES

Les modèles sont codés avec un nombre suivi d'une lettre. Le nombre représente le type de modèle, tandis que la lettre représente la forme de distribution utilisée. Les 11 types de modèles pour les épisodes humides sont expliqués en détail à la section 4.2 et résumés au tableau 4.1. Dans le cas des épisodes secs, c'est à la section 4.3 que se trouvent les explications tandis que le tableau 4.2 contient les hypothèses sous-jacentes aux divers modèles.

Les deux types de distributions sont décrites à la section 4.1.2:

- distribution A: exponentielle décroissante;
- distribution B: somme de deux exponentielles décroissantes.

D.1 Données SAS

Les données relatives à la distribution se trouvent dans l'ensemble de données SAS "DONNEES" où l'on retrouve les quatre champs suivants:

- I1: borne inférieure de la durée de la classe;
- I2: borne supérieure de la durée de la classe;
- OBSERV: valeur de la probabilité d'avoir un épisode dans cette classe;
- TOTAL: nombre total d'observations dans la distribution.

D.2 Code à l'intérieur de la procédure NLIN

La première carte est commune à tous les modèles et ne fait qu'appeler la procédure de régression non-linéaire sur l'ensemble de données "DONNEES":

PROC NLIN DATA=DONNEES;

Les trois dernières cartes sont:

MODEL OBSERV = P;

 $_{\text{WEIGHT}} = 1/P;$

OUTPUT OUT=Z P=PREDI R=RESID PARMS=liste;

Ces cartes servent à définir OBSERV comme la variable dépendante de régression, à indiquer que la régression minimise la somme des carrés des différences par la valeur théorique P et à dire à SAS quelles sont les variables désirées en sortie. Les lignes intermédiaires dépendent du modèle choisi.

D.3 Modèles des épisodes humides

D.3.1 Modèle 1A

```
PARMS A = 0.2;

CONST = (1-EXP(-A));

P = 0;

DO K = (I1+1) TO I2 BY 1;

P = P + CONST * EXP(-A*(K-1));

END;
```

D.3.2 Modèle 1B

```
PARMS A = 0.15 B = 0.8 C = 0.5;

BOUNDS 0 < A < 5, 0 < B < 5, 0 < C < 1;

CONSTA = (1-EXP(-A))*C;

CONSTB = (1-EXP(-B))*(1-C);

P=0;

DO K = (I1+1) TO I2 BY 1;

P = P +CONSTA*EXP(-A*(K-1))+CONSTB*EXP(-B*(K-1));

END;
```

D.3.3 Modèle 2A

```
PARMS A = 0.2;

CONST = (1-EXP(-A));

P = 0;

DO K = (I1+0.5) TO I2 BY 1;

P = P + CONST * EXP(-A*(K-0.5));

END;
```

D.3.4 Modèle 2B

```
PARMS A = 0.15 B = 0.8 C = 0.5;

BOUNDS 0 < A < 5, 0 < B < 5, 0 < C < 1;

CONSTA = (1-EXP(-A))*C;

CONSTB = (1-EXP(-B))*(1-C);

P=0;

DO K = (I1+0.5) TO I2 BY 1;

P = P +CONSTA*EXP(-A*(K-0.5))+CONSTB*EXP(-B*(K-0.5));

END;
```

D.3.5 Modèle 3A

```
PARMS A = 0.2;
CONST = (1-EXP(-A));
IF I1=0 THEN
  P = CONST*(EXP(-0.5*A);
ELSE DO;
  P = 0;
  DO K = (I1+1) TO I2 BY 1;
    P = P + CONST * EXP(-A*(K-1));
  END;
END:
D.3.6 Modèle 3B
PARMS A = 0.15 B = 0.8 C = 0.5;
BOUNDS 0 < A < 5, 0 < B < 5, 0 < C < 1;
CONSTA = (1-EXP(-A))*C;
CONSTB = (1-EXP(-B))*(1-C);
 PO = CONSTA*EXP(-0.5*A) + CONSTB*EXP(-0.5*B);
IF I1=0 THEN
 P = P0;
ELSE DO;
  P=0;
  DO K = (I1+1) TO I2 BY 1;
   P = P + CONSTA*EXP(-A*(K-1)) + CONSTB*EXP(-B*(K-1));
  END;
END;
P=P/(1+P0-CONSTA-CONSTB);
D.3.7 Modèle 4A
PARMS A = 0.2;
P = EXP(-A*I1) - EXP(-A*I2);
D.3.8 Modèle 4B
PARMS A = 0.15 B = 0.8 C = 0.5;
BOUNDS 0 < A < 5, 0 < B < 5, 0 < C < 1;
P=C*(EXP(-A*I1)-EXP(-A*I2))+(1-C)*(EXP(-B*I1)-EXP(-B*I2));
```

D.3.9 Modèle 5A

```
PARMS A = 0.2 PR=1.1;
EI1 = EXP(-A*(I1-1));
EI2 = EXP(-A*(I1));
EI3 = EXP(-A*(I2-1));
EI4 = EXP(-A*(I2));
IF I1=0 THEN
  P = PR*(EI2-EI4);
ELSE
  P = (1-PR)*(EI1-EI2)+PR*(EI3-EI4)+EI2-EI3;
D.3.10 Modèle 5B
PARMS A = 0.15 B = 0.8 C = 0.5;
BOUNDS 0 < A < 5, 0 < B < 5, 0 < C < 1;
AI1 = EXP(-A*(I1-1));
AI2 = EXP(-A*(I1));
AI3 = EXP(-A*(I2-1));
AI4 = EXP(-A*(I2)
                 ));
BI1 = EXP(-B*(I1-1));
BI2 = EXP(-B*(I1)
                 ));
BI3 = EXP(-B*(I2-1));
BI4 = EXP(-B*(I2));
IF I1=0 THEN
  P = PR*(C*(AI2-AI4)+(1-C)*(BI2-BI4));
ELSE
  P=(1-PR)*((1-C)*(BI1-BI2)+C*(AI1-AI2))
   + PR *((1-C)*(BI3-BI4)+C*(AI3-AI4))
   + C
          *(AI2-AI3) + (1-C)*(BI2-BI3);
END;
D.3.11 Modèle 6A
PARMS A = 0.2
/* INTÉGRATION SELON LA RÈGLE DE SIMPSON */
/* SI N = 2, C'EST ÉQUIVALENT À LA FORMULE DE NEWTOWN */
/* E EST UN PARAMÈTRE QUI ASSURE QUE LES ERREURS DE */
/* TRONCATION N'INTERFÈRENT PAS AVEC L'INTÉGRATION */
E = 0.0001;
N = 2;
IF I1 = 0 THEN DO;
  I3 = I2 / N;
  CONST = A * I3 / 3;
  P = 1;
  IC = 0;
```

DO X = I3 TO (I2 - I3 + E) BY I3;

```
P0 = (1 - X) * EXP(-A * X);
    IC = IC + 1;
    P = P + 2 * P0 * (1 + MOD(IC, 2));
  END;
  P = P * CONST;
END:
ELSE DO;
  I3 = 1 / N;
  CONST = A * I3 / 3;
  P1 = EXP(-A * I1);
  IC = 0;
  DO X = (I1 - 1 + I3) TO (I1 - I3 + E) BY I3;
    PO = EXP(-A * X) * (X - I1 + 1);
    IC = IC + 1;
    P1 = P1 + 2 * P0 * (1 + MOD(IC, 2));
  END;
  P2 = EXP(-A * (I2 - 1));
  IC = 0;
  DO X = (I2 - 1 + I3) TO (I2 - I3 + E) BY I3;
    PO = EXP(-A * X) * (I2 - X);
    IC = IC + 1;
    P2 = P2 + 2 * P0 * (1 + MOD(IC, 2));
  END;
  P = (P1 + P2) * CONST;
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = EXP(-A * I1) - EXP(-A * (I2 - 1)) + P;
END;
D.3.12 Modèle 6B
PARMS A = 0.2 B = 1 C = 0.5;
/* INTÉGRATION SELON LA RÈGLE DE SIMPSON */
/* SI N = 2, C'EST ÉQUIVALENT À LA FORMULE DE NEWTOWN */
/* E EST UN PARAMÈTRE QUI ASSURE QUE LES ERREURS DE */
/* TRONCATION N'INTERFÈRENT PAS AVEC L'INTÉGRATION */
E = 0.0001;
C1 = C * A;
C2 = (1 - C) * B;
IF I1 = 0 THEN DO;
  N = 10;
  I3 = I2 / N;
  CONST = I3 / 3;
  P = C1 + C2;
  IC = 0;
  P2 = 0;
  DO X = I3 TO (I2 - I3 + E) BY I3;
    P0 = (1 - X) * (C1*EXP(-A * X) + C2*EXP(-B*X));
    IC = IC + 1;
    P = P + 2 * P0 * (1 + MOD(IC, 2));
  END;
```

```
P = P * CONST;
END;
ELSE DO;
  N = 10;
  I3 = 1 / N;
  CONST = I3 / 3;
  P1 = C1 * EXP(-A * I1) + C2 * EXP(-B * I1);
  IC = 0;
  DO X = (I1 - 1 + I3) TO (I1 - I3 + E) BY I3;
    PO = (C1*EXP(-A * X) + C2*EXP(-B*X)) * (X - I1 +1));
    IC = IC + 1;
    P1 = P1 + 2 * P0 * (1 + MOD(IC, 2));
  END;
  P2 = (C1*EXP(-A * (I2-1)) + C2*EXP(-B*(I2-1)));
  IC = 0;
  DO X = (I2 - 1 + I3) TO (I2 - I3 + E) BY I3;
    PO = (C1*EXP(-A * X) + C2*EXP(-B*X))* (I2 - X);
    IC = IC + 1;
    P2 = P2 + 2 * P0 * (1 + MOD(IC, 2));
  END;
  P = (P1 + P2) * CONST;
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = C * EXP(-A * I1) - C * EXP(-A * (I2 - 1))
    + (1-C) * EXP(-B * I1) - (1-C) * EXP(-B * (I2 - 1))+P;
END:
D.3.13 Modèle 7A
PARMS A = 0.2 TD = 0.2;
/* INTÉGRATION SELON LA RÈGLE DE SIMPSON */
/* SI N = 2, C'EST ÉQUIVALENT À LA FORMULE DE NEWTOWN */
/* E EST UN PARAMÈTRE QUI ASSURE QUE LES ERREURS DE */
/* TRONCATION N'INTERFÈRENT PAS AVEC L'INTÉGRATION */
M=1;
M2=2*M-1;
MTD=TD*M;
TDM=TD/M;
TD2 = 2*TD;
ND = 1 - EXP(-A * TD);
ND0=0;
DO N = M TO M2;
    NDO = NDO + (EXP(-A*N/MTD) - EXP(-A*(N+1)/MTD)) * (M2-N) * TDM;
END;
ND = ND + ND0;
IF I1 = 0 THEN DO;
  P = EXP(-A*TD) - EXP(-A * TD2) - ND0;
  NIM1=2*M;
  NI=NIM1+INT(M/TD);
  DO N = NIM1 TO (NI-1);
    P = P + (1+(M2-N)*TDM)*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM));
```

```
END;
END;
ELSE DO;
  MDTD=M/TD;
  MM2=2*M;
  NIM2=MM2+INT((I1-1)*MDTD)
  NIM1=MM2+INT((I1 )*MDTD);
  NIMO=MM2+INT((I2-1)*MDTD);
  NI = MM2 + INT((I2)
                   ) *MDTD) ;
  P=0;
  DO N = NIM2 TO NIM1-1;
    P=P+(1-I1-(M2-N)*TDM)*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM));
  END;
  DO N = NIMO TO NI
                     -1;
    P=P+(12+(M2-N)*TDM)*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM));
  END:
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = EXP(-A*NIM1*TDM) - EXP(-A*NIM0*TDM)+P;
END;
P = P / (1 - ND);
D.3.14 Modèle 7B
PARMS A = 0.2 B = 4 C = 0.5 TD=0.500;
/* INTÉGRATION SELON LA RÈGLE DE SIMPSON */
/* SI N = 2, C'EST ÉQUIVALENT À LA FORMULE DE NEWTOWN */
/* E EST UN PARAMÈTRE QUI ASSURE QUE LES ERREURS DE */
/* TRONCATION N'INTERFÈRENT PAS AVEC L'INTÉGRATION */
M=1;
M2=2*M-1;
MTD=TD*M;
TDM=TD/M;
TD2 = 2*TD;
ND = 1 - (C*EXP(-A * TD) + (1-C)*EXP(-B*TD));
ND0=0;
DO N = M TO M2;
    NDO = NDO +C*((EXP(-A*N/MTD)-EXP(-A*(N+1)/MTD)))
     +(1-C)*((EXP(-B*N/MTD)-EXP(-B*(N+1)/MTD)))*(M2-N)*TDM;
END;
ND = ND + ND0;
IF I1 = 0 THEN DO;
  P = C*(EXP(-A*TD)-EXP(-A * TD2))
    +(1-C)*(EXP(-B*TD)-EXP(-B*TD2))-ND0;
  NIM1=2*M;
  NI=NIM1+INT(M/TD);
  DO N = NIM1 TO (NI-1);
    P = P + (1 + (M2 - N) * TDM) * (C*(EXP(-A*N*TDM) - EXP(-A*(N+1) * TDM))
                     +(1-C)*(EXP(-B*N*TDM)-EXP(-B*(N+1)*TDM));
  END;
END;
```

```
ELSE DO:
  MDTD=M/TD;
  MM2=2*M;
  NIM2=MM2+INT((I1-1)*MDTD);
  NIM1=MM2+INT((I1 )*MDTD);
  NIMO=MM2+INT((I2-1)*MDTD)
  NI = MM2 + INT((I2) * MDTD);
  P=0:
  DO N = NIM2 TO NIM1-1;
  P=P+(1-I1-(M2-N)*TDM)*(C*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM))
                 +(1-C)*(EXP(-B*N*TDM)-EXP(-B*(N+1)*TDM)));
  END:
  DO N = NIMO TO NI -1;
  P=P+(I2+(M2-N)*TDM)*(C*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM))
               +(1-C)*(EXP(-B*N*TDM)-EXP(-B*(N+1)*TDM)));
  END;
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = C*(EXP(-A*NIM1*TDM) - EXP(-A*NIM0*TDM))
     +(1-C)*(EXP(-B*NIM1*TDM) - EXP(-B*NIM0*TDM))+P;
END:
P = P / (1 - ND);
D.3.15 Modèle 8A
PARMS A = 0.2 IO = 0.2;
/* INTÉGRATION SELON LA RÈGLE DE SIMPSON */
/* SI N = 2, C'EST ÉQUIVALENT À LA FORMULE DE NEWTOWN */
/* E EST UN PARAMÈTRE QUI ASSURE QUE LES ERREURS DE */
/* TRONCATION N'INTERFÈRENT PAS AVEC L'INTÉGRATION */
M=1:
M2=2*M-1;
E=0.00001;
TDMM=1;
MM=8;
TD0=0.000;
S=0.2;
IOS=IO*S;
TD1= (TDMM - TD0) / MM;
DENOM = 0;
PT = 0;
JCD = 0:
NDT = 0;
TDD = TD0;
IF (TD0=0) THEN DO;
  TDD = TD1;
  JCD = 1;
END;
TDF = (TDMM + E);
TD=TDD;
LO:
```

```
MTD=TD*M;
TDM=TD/M;
TD2 = 2*TD;
ND = 1 - EXP(-A * TD);
ND0=0;
DO N = M TO M2;
    NDO = NDO +(EXP(-A*N/MTD)-EXP(-A*(N+1)/MTD))*(M2-N)*TDM;
ND = ND + ND0;
IF I1 = 0 THEN DO;
  P = EXP(-A*TD) - EXP(-A * TD2) - ND0;
  NIM1=2*M;
  NI=NIM1+INT (M/TD);
  DO N = NIM1 TO (NI-1);
    P = P + (1+(M2-N)*TDM)*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM));
  END:
END;
ELSE DO;
  MDTD=M/TD;
  MM2=2*M;
  NIM2=MM2+INT((I1-1)*MDTD);
  NIM1=MM2+INT((I1 )*MDTD) ;
  NIMO=MM2+INT((I2-1)*MDTD);
  NI = MM2 + INT((I2) * MDTD);
  P=0:
  DO N = NIM2 TO NIM1-1;
    P=P+(1-I1-(M2-N)*TDM)*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM));
  END;
  DO N = NIMO TO NI
                     -1;
    P=P+(I2+(M2-N)*TDM)*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM));
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = EXP(-A*NIM1*TDM) - EXP(-A*NIM0*TDM)+P;
END;
PO = EXP(-IOS / TD);
IF (JC <> 0 & JC <> MM) THEN P0=P0*(1+MOD(JC,2));
PT = PT + P0 * P;
NDT = NDT + ND * PO;
DENOM = DENOM + PO;
JC = JC +1;
TD = TD + TD1;
IF (TD < TDF) THEN GOTO LO;
ND = NDT / DENOM;
P = P / (1 - ND);
D.3.16 Modèle 8B
PARMS A = 4 B = 0.2 C = 0.5;
/* INTÉGRATION SELON LA RÈGLE DE SIMPSON */
/* SI N = 2, C'EST ÉQUIVALENT À LA FORMULE DE NEWTOWN */
```

```
/* E EST UN PARAMÈTRE QUI ASSURE QUE LES ERREURS DE */
/* TRONCATION N'INTERFÈRENT PAS AVEC L'INTÉGRATION */
M=1;
M2=2*M-1;
E = 0.0001;
MM=8;
TDMM = 1;
TD0 = 0;
S = 0.2;
IOS = IO * S;
TD1= (TDM - TD0) / M;
DENOM = 0;
PT = 0;
JCD = 0;
NDT = 0;
TD = TD0;
IF (TD0=0) THEN DO;
  TD = TD1 + TD0;
  JCD = 1;
END;
TDF = (TDMM + E);
LO:
MTD=TD*M;
TDM=TD/M;
TD2 = 2*TD;
ND = 1 - (C*EXP(-A * TD) + (1-C)*EXP(-B*TD));
NDO= 0;
DO N = M TO M2;
    NDO = NDO +C*((EXP(-A*N/MTD)-EXP(-A*(N+1)/MTD)))
     +(1-C)*((EXP(-B*N/MTD)-EXP(-B*(N+1)/MTD)))*(M2-N)*TDM;
END;
ND = ND + ND0;
IF I1 = 0 THEN DO;
  P = C*(EXP(-A*TD)-EXP(-A * TD2))
    +(1-C)*(EXP(-B*TD)-EXP(-B*TD2))-ND0;
  NIM1=2*M;
  NI=NIM1+INT(M/TD);
  DO N = NIM1 TO (NI-1);
    P = P + (1 + (M2 - N) * TDM) * (C* (EXP(-A*N*TDM) - EXP(-A*(N+1) * TDM))
                     +(1-C)*(EXP(-B*N*TDM)-EXP(-B*(N+1)*TDM));
  END;
END;
ELSE DO;
  MDTD=M/TD;
  MM2=2*M;
  NIM2=MM2+INT((I1-1)*MDTD);
  NIM1=MM2+INT((I1
                    ) *MDTD)
  NIMO=MM2+INT((I2-1)*MDTD)
  NI = MM2 + INT((I2)
                    ) *MDTD) ;
  P=0;
  DO N = NIM2 TO NIM1-1;
  P=P+(1-I1-(M2-N)*TDM)*(C*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM))
```

```
+(1-C)*(EXP(-B*N*TDM)-EXP(-B*(N+1)*TDM)));
  END;
  DO N = NIMO TO NI -1;
  P=P+(I2+(M2-N)*TDM)*(C*(EXP(-A*N*TDM)-EXP(-A*(N+1)*TDM))
               +(1-C)*(EXP(-B*N*TDM)-EXP(-B*(N+1)*TDM)));
  END:
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = C*(EXP(-A*NIM1*TDM) - EXP(-A*NIM0*TDM))
     +(1-C)*(EXP(-B*NIM1*TDM) - EXP(-B*NIM0*TDM))+P;
END;
P = P / (1 - ND);
PO = EXP(-IOS / TD);
IF (JC <> 0 \& JC <> MM) THEN P0=P0*(1+MOD(JC,2));
PT = PT + P0 * P;
NDT = NDT + ND * PO;
DENOM = DENOM + PO;
JC = JC +1;
TD = TD + TD1;
IF (TD < TDF) THEN GOTO LO;
ND = NDT / DENOM;
P = P / (1 - ND);
D.3.17 Modèle 9A
PARMS A = 0.2 NI = 0.98 TDM = 2.9 IO = 0.4;
/* INTÉGRATION SELON LA RÈGLE DE SIMPSON */
/* SI N = 2, C'EST ÉQUIVALENT À LA FORMULE DE NEWTOWN */
/* E EST UN PARAMÈTRE QUI ASSURE QUE LES ERREURS DE */
/* TRONCATION N'INTERFÈRENT PAS AVEC L'INTÉGRATION */
MM=1;
M2=2*MM-1:
E = 0.00001;
NTD = 4;
II = I1 + 1;
NX = 4;
TD0 = 0;
S = 0.2;
IOS = IO * S;
IP = 0 ;
IP1 = 0;
TD1= (TDM - TD0) / M;
P = 0;
PS = 0;
P0 = 0;
P1 = 0;
P2 = 0;
PT = 0;
PT1 = 0;
PT2 = 0;
PT3 = 0;
GT = 0;
```

```
TDC = 0;
TD = TD0;
IF (TD0=0) THEN DO;
  TD = TD1 + TD0;
  TDC = 1;
END;
TDF = (1 + E);
LO:
MTD=TD*MM;
TDMM=TD/MM;
TD2 = 2 * TD;
IF I1 = 0 THEN DO;
  P=0;
  DO NN = MM TO M2;
  P=P+(EXP(-A*NN*TDMM)-EXP(-A*(NN+1)*TDMM))*(1-(M2-NN)*TDMM);
  END;
NIM1=2*MM;
NI=NIM1+INT(MM/TD);
  DO NN = NIM1 TO (NI-1);
  P=P+(EXP(-A*NN*TDMM)-EXP(-A*(NN+1)*TDMM))*(1+(M2-NN)*TDMM);
  END;
END;
ELSE DO;
  MDTD=MM/TD;
  MM2=2*MM;
  NIM2=MM2+INT((I1-1)*MDTD);
  NIM1=MM2+INT((I1
                   ) *MDTD) ;
 NIMO=MM2+INT((I2-1)*MDTD);
  NI = MM2 + INT((I2)
                   ) *MDTD) ;
  P=0;
  DO NN= NIM2 TO NIM1-1;
  P=P+(1-I1-(M2-NN)*TDMM)*(EXP(-A*NN*TDMM)
    -EXP(-A*(NN+1)*TDMM));
  END;
  DO NN= NIMO TO NI -1;
  P=P+(I2+(M2-NN)*TDMM)*(EXP(-A*NN*TDMM)
    -EXP(-A*(NN+1)*TDMM));
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = EXP(-A * NIM1 *TDMM) - EXP(-A * NIM0 * TDMM) + P;
END;
PO = EXP(-IOS / TD);
IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*(1+MOD(TDC,2));
PT = PT + P0 * P;
GT = GT + P0;
TDC = TDC +1;
TD = TD + TD1;
IF (TD < TDF) THEN GOTO LO;
P = PT * TD1 / 3;
GT = GT * TD1 / 3;
LI: X = 0;
  IF I1=0 THEN DO;
```

```
PT = 0;
    TDC = 0;
    TTT=1;
    IF (MM > 1) THEN TTT=MM/(MM-1);
    TD1 = TTT / NTD;
    TD = 1;
    TDF = 1 + TTT + E;
    L1: TD2 = 2 * TD;
    P2 = EXP (-A*TD) + (TD2 - 3) * EXP(-A*TD2);
    PO = EXP(-IOS/TD);
    IF (TDC <> 0 \& TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 *P2;
    TDC = TDC + 1;
    TD=TD+TD1;
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L1;
    PT2=PT*TD1/3;
    PT=0:
    IF ((MM>1) OR (TDM<=2)) THEN GOTO LL1;
    TDC = 0;
    TD1=(TDM-2)/NTD;
    TD = 2;
    TDF = TDM + E;
    L2: TD2 = 2 * TD;
    P2=1 / (EXP(A * TD) - 1);
    PO = EXP(-IOS / TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 * P2;
    TDC = TDC + 1;
    TD = TD + TD1;
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L2;
        PT3 = PT * TD1 / 3;
LL1:
  END;
  ELSE DO;
    IP = (II + MM) / (II+MM-1);
    TD1= (IP - 1) / NTD;
    PT = 0;
    TDC = 0;
    TD = 1;
    TDF = IP + E;
    L3: TD2 = 2 * TD;
    P2 = EXP(-II*A*TD)*(TD2-2);
    PO = EXP(-IOS/TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 *P2;
    TDC = TDC +1;
    TD = TD + TD1;
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L3;
    PT2 = PT * TD1 / 3;
    IP1 = (II+MM-1) / (II+MM-2);
    TD1 = (IP1 - IP) / NTD;
    PT = 0;
    TDC = 0;
```

```
TD = IP;
    TDF = IP1 + E;
    L4: TD2 = 2 *TD;
    EIATD=EXP(-II*A*TD);
    P2 = EIATD*((II-1)*(1-TD)+1/(1-EIATD));
    P0 = EXP(-IOS / TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 * P2;
    TDC = TDC +1;
    TD = TD + TD1;
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L4;
    PT3 = PT*TD1/3;
  END;
  PS = PS + (PT2 + PT3);
  II = II + 1;
  IF (II <= I2) THEN GOTO LI;
  P = (P + PS) / (NI * GT);
D.3.18 Modèle 9B
PARMS A = 0.2 B = 2 C = 0.5 NI=0.9 TDM=4 IO=0.4;
/* INTÉGRATION SELON LA RÈGLE DE SIMPSON */
/* SI N = 2, C'EST ÉQUIVALENT À LA FORMULE DE NEWTOWN */
/* E EST UN PARAMÈTRE QUI ASSURE QUE LES ERREURS DE */
/* TRONCATION N'INTERFÈRENT PAS AVEC L'INTÉGRATION */
MM=1;
M2=2*MM-1;
E = 0.00001;
NTD = 4;
II = I1 + 1;
NX = 4;
TD0 = 0;
S = 0.2;
IOS = IO * S;
IP = 0;
IP1 = 0;
TD1= (TDM - TD0) / M;
P = 0;
PS = 0;
P0 = 0;
P1 = 0;
P2 = 0;
PT = 0;
PT1 = 0;
PT2 = 0;
PT3 = 0;
GT = 0;
TDC = 0;
TD = TD0;
IF (TD0=0) THEN DO;
```

```
TD = TD1 + TD0;
  TDC = 1;
END;
TDF = (1 + E);
LO:
P=0:
MTD=TD*MM;
TDMM=TD/MM;
TD2 = 2 * TD;
IF I1 = 0 THEN DO;
  P=0;
  DO NN = MM TO M2;
  P=P+(C*(EXP(-A*NN*TDMM)-EXP(-A*(NN+1)*TDMM)) + (1-C)*
   (EXP(-B*NN*TDMM)-EXP(-B*(NN+1)*TDMM)))(1-(M2-NN)*TDMM);
  END;
NIM1=2*MM;
NI=NIM1+INT(MM/TD);
  DO NN = NIM1 TO (NI-1);
  P=P+(C*(EXP(-A*NN*TDMM)-EXP(-A*(NN+1)*TDMM)) + (1-C)*
   (EXP(-B*NN*TDMM)-EXP(-B*(NN+1)*TDMM)))*(1+(M2-NN)*TDMM);
  END;
END;
ELSE DO:
  MDTD=MM/TD;
  MM2=2*MM:
  NIM2=MM2+INT((I1-1)*MDTD);
  NIM1=MM2+INT((I1
                   ) *MDTD) ;
  NIMO=MM2+INT((I2-1)*MDTD)
  NI = MM2 + INT((I2)
                   ) *MDTD) ;
  P=0;
  DO NN= NIM2 TO NIM1-1;
P=P+(1-I1-(M2-NN)*TDMM)*
  (C*(EXP(-A*NN*TDMM)-EXP(-A*(NN+1)*TDMM)) +
  (1-C)*(EXP(-B*NN*TDMM)-EXP(-B*(NN+1)*TDMM)));
  END:
  DO NN= NIMO TO NI
  P=P+(I2+(M2-NN)*TDMM)*
  (C*(EXP(-A*NN*TDMM)-EXP(-A*(NN+1)*TDMM)) +
  (1-C)*(EXP(-B*NN*TDMM)-EXP(-B*(NN+1)*TDMM)));
  END;
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = C*(EXP(-A * NIM1 *TDMM) - EXP(-A * NIM0 * TDMM))
    +(1-C)*(EXP(-B*NIM1*TDMM) - EXP(-B*NIM0*TDMM)) +P;
END;
P0 = EXP(-IOS / TD);
IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*(1+MOD(TDC,2));
PT = PT + PO * P;
GT = GT + P0;
TDC = TDC +1;
TD = TD + TD1;
IF (TD < TDF) THEN GOTO LO;
P = PT * TD1 / 3;
```

```
GT = GT * TD1 / 3;
LI: X = 0;
  IF I1=0 THEN DO;
    PT = 0;
    TDC = 0;
    TTT=1;
    IF (MM > 1) THEN TTT=MM/(MM-1);
    TD1 = TTT / NTD;
    TD = 1;
    TDF = 1 + TTT + E;
    L1: TD2 = 2 * TD;
    P2 = C*(EXP (-A*TD) + (TD2 - 3) * EXP(-A*TD2)) +
     (1-C)* (EXP (-B*TD) + (TD2 - 3) * EXP(-B*TD2));
    PO = EXP(-IOS/TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 *P2;
    TDC = TDC + 1;
    TD=TD+TD1;
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L1;
    PT2=PT*TD1/3;
    PT=0:
    IF((MM>1) OR (TDM<=2)) THEN GOTO LL1;
    TDC = 0;
    TD1=(TDM-2)/NTD;
    TD = 2;
    TDF = TDM + E;
    L2: TD2 = 2 * TD;
    P2=C/(EXP(A * TD) - 1) + (1-C)/(EXP(B * TD) - 1);
    PO = EXP(-IOS / TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 * P2;
    TDC = TDC + 1;
    TD = TD + TD1;
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L2;
LL1:
        PT3 = PT * TD1 / 3;
  END;
  ELSE DO;
    IP = (II + MM) / (II+MM-1);
    TD1= (IP - 1) / NTD;
    PT = 0;
    TDC = 0;
    TD = 1;
    TDF = IP + E;
    L3: TD2 = 2 * TD;
    P2 = C*EXP(-II*A*TD)*(TD2-2);
    +(1-C)*EXP(-II*B*TD)*(TD2-2);
    PO = EXP(-IOS/TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 *P2;
    TDC = TDC +1;
    TD = TD + TD1:
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L3;
```

```
PT2 = PT * TD1 / 3;
    IP1 = (II+MM-1) / (II+MM-2);
    TD1 = (IP1 - IP) / NTD;
    PT = 0;
    TDC = 0;
    TD = IP;
    TDF = IP1 + E;
    L4: TD2 = 2 *TD;
    EIATD=EXP(-II*A*TD);
    EIBTD=EXP(-II*B*TD);
    P2 = C*EIATD*((II-1)*(1-TD)+1/(1-EIATD))
    +(1-C)*EIBTD*((II-1)*(1-TD)+1/(1-EIBTD));
    PO = EXP(-IOS / TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 * P2;
    TDC = TDC +1;
    TD = TD + TD1;
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L4;
    PT3 = PT*TD1/3;
  END;
  PS = PS + (PT2 + PT3);
  II = II + 1;
  IF (II <= I2) THEN GOTO LI;
  P = (P + PS) / (NI * GT);
D.3.19 Modèle 10A
PARMS A = 0.2 TSH=0.001 TD=0.5 WH0=0.5 NI=1.5;
MM=1;
M2=2*MM-1:
TF=TD/2;
IF(TSH>(1-TF)) THEN TSH=1-TF;
N=4;
XDN=4;
XN=4;
E=0.00001;
EATD=EXP(-A*TD);
EATD2=EXP(-A*TD2);
LO:
MTD=TD*MM;
TDMM=TD/MM;
TD2 = 2*TD;
ND = 1 - EATD;
ND0=0;
DO NN = MM TO M2;
  NDO = NDO + (EXP(-A*N/MTD) - EXP(-A*(N+1)/MTD)) * (M2-NN) * TDM;
END;
ND = ND + ND0;
IF I1 = 0 THEN DO;
  P = EATD-EATD2-ND0;
```

```
NIM1=2*MM;
 NI=NIM1+INT(MM/TD);
  DO NN = NIM1 TO (NI-1);
   P=P+(1+(M2-NN)*TDMM)*(EXP(-A*N*TDMM)-EXP(-A*(N+1)*TDMM));
  END;
END;
ELSE DO:
  MDTD=MM/TD;
  MM2=2*MM;
  NIM2=MM2+INT((I1-1)*MDTD);
 NIM1=MM2+INT((I1
                    ) *MDTD)
 NIMO=MM2+INT((I2-1)*MDTD);
     =MM2+INT((I2)
                    ) *MDTD) ;
  P=0;
  DO N = NIM2 TO NIM1-1;
  P=P+(1-I1-(M2-NN)*TDMM)*(EXP(-A*N*TDMM)-
    EXP(-A*(N+1)*TDMM));
  END;
  DO NN = NIMO TO NI -1;
    P=P+(I2+(M2-NN)*TDMM)*(EXP(-A*N*TDMM)-
     EXP(-A*(N+1)*TDMM));
  END;
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = EXP(-A*NIM1*TDMM) - EXP(-A*NIM0*TDMM)+P;
END;
P = WHO * P / (1 - ND);
ND1=0;
XC=0;
XS=TD/XN;
FX=0;
XF=TD+E;
X=0;
BX: FXD1=EXP(-A*X)-EATD;
FXD2 = (TD+TSH) *EATD+ (TD-X+TSH) *EXP(-A*(X+TD));
XDC=1;
XDS=X/XDN;
XDF = (X + TD + E - XDS);
XD=TD+XDS;
BXD: FXD2=FXD2+(TD2-XD+TSH)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1;
     XD=XD+XDS;
     IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD;
FXD2=FXD2*XDS;
L425: FXD3=0;
IF((TD-X)<E) THEN GOTO L475;
XDC=1;
XDS = (TD - X) / XDN;
XDF = (TD2 + E - XDS);
XD=TD+X+XDS;
FXD3 = (TD-X) *EXP(-A*(X+TD));
BXD1: FXD3=FXD3+(TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
```

```
XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD1;
FXD3=FXD3*XDS;
L475: P0=(FXD1+(FXD2+FXD3)*A1)*EXP(-A*X);
IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
   P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
FX=FX+P0;
XC=XC+1;
X=X+XS;
IF (X<XF) THEN GOTO BX;
XC=0;
XS=TD/XN;
FX1=0;
XF=TD2+E-XS;
X=TD;
BX2: FXD4=(TD2-X)*EXP(-A*X);
XDC=1;
XDS = (TD2 - X) / XDN;
XDF = (TD2 + E - XDS);
XD=X+XDS;
BXD3: FXD4=FXD4+(TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1;
     XD=XD+XDS;
     IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD3;
FXD4=FXD4*XDS;
P0=(FXD4)*EXP(-A*X);
IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
   P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
FX1=FX1+P0;
XC=XC+1;
X=X+XS;
IF (X<XF) THEN GOTO BX2;
ND1=(FX+FX1)*A1*XS;
BTSH1: XC=0;
IF I1=0 THEN DO;
XC=0;
XS=TD/XN;
FX=0;
XF=TD+E;
X=0:
BX3: FXD2=0;
IF(X<E) THEN GOTO L825;
FXD2 = (1-TD-TSH) *EATD+(1-TD+X-TSH) *EXP(-A*(X+TD));
XDC=1;
XDS=X/XDN;
XDF = (X + TD + E - XDS);
XD=TD+XDS;
BXF3: FXD2=FXD2+(1-TD2+XD-TSH)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1;
     XD=XD+XDS;
   IF(XD<XDF) THEN GOTO BXF3;
FXD2=FXD2*XDS;
```

```
L825: FXD3=0;
IF((TD-X)<E) THEN GOTO L875;
XDC=1;
XDS = (TD-X)/XDN;
XDF=(TD2+E-XDS);
XD=TD+X+XDS;
FXD3 = (1-TD+X) *EXP(-A*(X+TD)) + EATD2;
BXD4: FXD3=FXD3+(1-TD2+XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD4;
FXD3=FXD3*XDS;
L875: FXD4=EATD2;
XDC=1;
XDS=1/XDN;
XDF = (1 + TD2 + E - XDS);
XD=TD2+XDS;
BXD5: FXD4=FXD4+(1+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD5;
FXD4=FXD4*XDS;
P0=(FXD2+FXD3+FXD4)*EXP(-A*X);
IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
   P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
FX=FX+P0;
XC=XC+1;
X=X+XS;
IF (X<XF) THEN GOTO BX3;
FX=FX*XS;
XC=0;
XS=TD/XN;
FX1=0;
XF=TD2+E;
X=TD;
BX5: FXD5=0;
XDS=(TD2-X)/XDN;
IF(XDS<E) THEN GOTO L1075;
FXD5=(1-TD2+X)*EXP(-A*X)+EATD2;
XDC=1;
XDF = (TD2 + E - XDS);
XD=X+XDS;
BXD6: FXD5=FXD5+(1-TD2+XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1;
     XD=XD+XDS;
     IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD6;
FXD5=FXD5*XDS;
L1075: FXD7=0;
XDS=(X-TD)/XDN;
IF(XDS<E) THEN GOTO L1175;
FXD7 = (1+TD-X) *EXP(-A*(X+TD)) + EATD2;
XDC=1;
```

```
XDF = (X + TD + E - XDS);
XD=TD2+XDS;
BXD8: FXD7=FXD7+(1+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1:
     XD=XD+XDS;
     IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD8;
FXD7=FXD7*XDS;
L1175: PO=(FXD5+FXD7)*EXP(-A*X);
IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
   P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
FX1=FX1+P0;
XC=XC+1;
X=X+XS;
IF (X<XF) THEN GOTO BX5;
FX1=FX1*XS;
XS=(1-TD)/XN;
FX01=0;
XC=0;
XF=1+TD+E;
X=TD2;
BX6: FXD5 = (1+TD2-X) *EXP(-A*X) + (1+TD-X) *EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS=TD/XDN;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=X+XDS;
BXD9: FXD5=FXD5+(1+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD9;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC - XN) > E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX01=FX01+P0
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF(X<XF) THEN GOTO BX6;
FX01=FX01*XS;
XS=TD/XN;
FX02=0;
XC=0;
XF=1+TD2-XS+E;
X=1+TD;
BX7: FXD5 = (1+TD2-X)*EXP(-A*X);
   XDC=1;
   XDS=(1+TD2-X)/XDN;
   XDF=(1+TD2+E-XDS);
   XD=X+XDS;
BXD9A: FXD5=FXD5+(1+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD9A;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
```

```
IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX02=FX02+P0
                    ;
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX7;
FX02=FX02*XS;
XS = (1 - TSH) / XN;
FX03=0;
IF(XS<E) THEN GOTO L1285;
XC=0;
XF=1+TD-TSH-XS+E;
X=TD;
BX8: FXD5=(1+TD-TSH-X)*EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS = (1 + TD - TSH - X) / XDN;
   XDF = (1 + TD2 - TSH + E - XDS);
   XD=X+TD+XDS;
BXD9B: FXD5=FXD5+(1+TD2-TSH-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD9B;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC-XN) > E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX03=FX03+P0
                     ;
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF(X<XF) THEN GOTO BX8;
FX03=FX03*XS;
L1285: BDH1=(FX+FX1+FX01+FX02+FX03)*A2;
END;
* CALCUL DES ÉPISODES D'UNE DURÉE MESURÉE = I;
ELSE DO;
BDH1=0;
II=I1+1;
IIF=I2+E;
BII: FXD2=EXP(-A*(II-1+TD2));
   XDC=1;
   XDS=1/XDN;
   XDF = (II - 1 + TD2 + E - XDS);
   XD=II-2+TD2+XDS;
BXD13: FXD2=FXD2+(2-TD2+XD-II) *EXP(-A*XD) *2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD13;
   FXD3=EXP(-A*(II-1+TD2));
   XDC=1;
   XDS=1/XDN;
   XDF = (II + TD2 + E - XDS);
   XD=II-1+TD2+XDS;
```

```
BXD14: FXD3=FXD3+(II+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD14;
   FX=(1-EATD)*(FXD2+FXD3)*A1*XDS;
   XF = EATD - EXP(-A*(II-2+TD-TSH));
   FXD5=0;
   IF(XF<=0) THEN GOTO L2400;
BX15: FXD5=EXP(-A*(II-1+TD2-TSH));
   XDC=1;
   XDS=1/XDN;
   XDF=II-1+TD2-TSH-XDS+E;
   XD=II-2+TD2-TSH+XDS;
BXD16: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2+TSH)*EXP(-A*XD)
                 *2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD16;
   FXD5=FXD5*XDS*XF;
L2400: FXD6=0;
   XF = EATD - EXP(-A*(II-1+TD-TSH));
   IF(XF<=0) THEN GOTO L3000;
   FXD6=EXP(-A*(II-1+TD-TSH));
   XDC=1;
   XDF=II+TD2-TSH-XDS+E;
   XD=II-1+TD2-TSH+XDS;
BXD17: FXD6=FXD6+(II+TD2-XD+TSH)*EXP(-A*XD)
                 *2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD17;
   FXD6=FXD6*XDS*XF;
L3000: FX1=(FXD5+FXD6)*A1;
LL5: XF=II-1+TD+E;
   XS=(1-TD)/XN;
   FX2=0;
   XC=0;
   X=II-2+TD2;
BX25: FXD5=(X-II-TD2+2)*EXP(-A*X)
          +(X-II-TD+2)*EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS=TD/XDN;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=X+XDS;
BXD26: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD26;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX2=FX2+P0
```

```
XC=XC+1;
   X=X+XS:
   IF(X<XF) THEN GOTO BX25;
FX2=FX2*XS;
   FX3=0;
   XC=0;
   XF=II+TD+E;
   X=II-1+TD2;
BX30: FXD5=(II+TD2-X)*EXP(-A*X)
           +(II+TD-X)*EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS=TD/XDN;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=X+XDS:
BXD30: FXD5=FXD5+(II+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD30;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX3=FX3+P0
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX30;
FX3=FX3*XS;
   FX4=0;
   XC=0;
   XS=TD/XN;
   XF=II-1+TD;
   X=II-1+TD2;
BX32: FXD5=(X-II-TD2+2)*EXP(-A*X)
           +EXP(-A*(II-1+TD2));
   XDC=1;
   XDS = (II - 1 + TD2 - X) / XDN;
   XDF = (II - 1 + TD2 + E - XDS);
   XD=X+XDS;
BXD32: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD32;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC-XN) > E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX4=FX4+P0
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF(X<XF) THEN GOTO BX32;
FX4=FX4*XS;
   FX5=0;
   XC=0:
   XF=II+TD2-XS+E;
```

```
X=II+TD:
BX34: FXD5=(II+TD2-X)*EXP(-A*X);
   XDC=1;
   XDS = (II + TD2 - X) / XDN;
   XDF = (II + TD2 + E - XDS);
   XD=X+XDS;
BXD34: FXD5=FXD5+(II+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD34;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX5=FX5+P0
                  ;
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX34;
FX5=FX5*XS;
   FX7=0;
   XC=0;
   X=II-2+TD-TSH;
   IF (X<TD) THEN X=TD;
   XF=II-1+TD-TSH;
   XS = (XF - X) / XN;
   IF(XS<E) THEN GOTO L4000;
   XF=XF-XS+E;
BX36: FXD5=(X-II-TD+2+TSH)*EXP(-A*(X+TD))
          +EXP(-A*(II-1+TD2-TSH));
   XDC=1;
   XDS=(II-1+TD-X-TSH)/XDN;
   IF(XDS<E) THEN GOTO L4010;
   XDF = (II - 1 + TD2 - TSH + E - XDS);
   XD=X+TD+XDS;
BXD36: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2+TSH)
                *EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS:
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD36;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN) > E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX7=FX7+P0
L4010:
        XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX36;
FX7=FX7*XS;
L4000:
         FX8=0;
   XC=0;
   XF=II+TD-TSH;
   X=II-1+TD-TSH;
   XS=(XF-X)/XN;
   IF(XS<E) THEN GOTO L5000;
```

```
XF=XF-XS+E;
BX38: FXD5=(II+TD-X-TSH)*EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS=(II+TD-X-TSH)/XDN;
   IF(XDS<E) THEN GOTO L5010;
   XDF = (II + TD2 - TSH + E - XDS);
   XD=X+TD+XDS;
BXD38: FXD5=FXD5+(II+TD2-TSH-XD)
                *EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD38;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX8=FX8+P0
L5010:
         XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX38;
FX8=FX8*XS;
   FX6=0;
   XC=0;
   XS=TD/XN;
   IF(XS<E) THEN GOTO L6000;
   XF=II-2+TD2+E;
   X=II-2+TD;
BX48: FXD5=(X-II-TD2+2)*EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS = (II - TD - II + 2) / XDN;
   IF(XDS<E) THEN GOTO L6010;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=II-2+TD2+XDS;
BXD48: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD48;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 \& (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX6=FX6+P0
L6010:
         XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF(X<XF) THEN GOTO BX48;
FX6=FX6*XS;
         FX9=0;
L6000:
   IF(XS<E) THEN GOTO L7000;
   XC=0;
   XF=II-1+TD2+E;
   X=II+TD-1;
BX58: FXD5=(II+TD-X)*EXP(-A*(X+TD))
               +EXP(-A*(II-1+TD2));
   XDC=1;
```

```
XDS = (X-TD-II+1)/XDN;
   IF(XDS<E) THEN GOTO L7010;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=II-1+TD2+XDS;
BXD58: FXD5=FXD5+(II+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD58;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC - XN) > E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX9=FX9+P0
L7010:
        XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF(X<XF) THEN GOTO BX58;
FX9=FX9*XS;
L7000: BDH1=BDH1+FX+FX1+(FX2+FX3+FX4+FX5+FX6+FX7+FX8+FX9)
       *A2;
II=II+1;
IF(II<IIF) THEN GOTO BII;
END;
BD1=BDH1*(1-WH0)/(0.5-ND1);
P=P+BD1;
```

D.3.20 Modèle 10B

Les énoncés SAS pour le modèle 10B sont semblables à ceux du modèle 10A, il s'agit d'y modifier les énoncés relatifs à la distribution (a exp(-a x)) par leurs expressions appropriées (c a exp(-a x) + (1-c) b exp(-b x)).

D.3.21 Modèle 11A

```
PARMS A = 0.2 TSH=0.001 IO=0.5 WHO=0.5 NI=1.5 TDM=2.50;
MM=1;
M2=2*MM-1;
E = 0.0001;
NTD=2;
XDN=2;
XN=2;
N = 2;
A1=A/3;
A2=A1*A1;
TDO=0.010;
S=0.254;
```

```
IOS=IO*S;
TD1=(0.99-TD0)/NTD;
PS=0;
GT=0;
TDC=0;
IF (TD0=0) THEN DO;
  TD=TD1;
  TDC=1;
END;
TDF=0.99+E;
LO:
MTD=TD*MM;
TDMM=TD/MM;
TD2 = 2*TD;
EATD=EXP(-A*TD);
EATD2=EXP(-A*TD2);
ND = 1 - EATD;
NDO = 0;
DO NN = MM TO M2;
  NDO=NDO+(EXP(-A*NN/MTD)-EXP(-A*(NN+1)/MTD))*(M2-NN)*TDMM;
END;
ND = ND + ND0;
IF I1 = 0 THEN DO;
  P = EATD-EATD2;
  NIM1=2*MM;
  NI=NIM1+INT(MM/TD);
  DO NN = NIM1 TO (NI-1);
 P=P+(1+(M2-NN)*TDMM)*(EXP(-A*NN*TDMM)-EXP(-A*(NN+1)*TDMM));
  END;
END;
ELSE DO;
  MDTD=MM/TD;
  MM2=2*MM;
  NIM2=MM2+INT((I1-1)*MDTD);
  NIM1=MM2+INT((I1 )*MDTD);
  NIMO=MM2+INT((I2-1)*MDTD)
  NI = MM2 + INT((I2)
                    ) *MDTD) ;
  P=0;
  DO NN = NIM2 TO NIM1-1;
   P=P+(1-I1-(M2-NN)*TDMM)*(EXP(-A*NN*TDMM)
    -EXP(-A*(NN+1)*TDMM));
  END;
  DO NN = NIMO TO NI
                      -1;
    P=P+(I2+(M2-NN)*TDMM)*(EXP(-A*NN*TDMM)
     -EXP(-A*(NN+1)*TDMM));
  END:
  IF I1 < (I2 - 1) THEN
    P = EXP(-A*NIM1*TDMM) - EXP(-A*NIM0*TDMM) + P;
END;
P = WHO * P / (1 - ND);
ND1=0;
XC=0;
```

```
XS=TD/XN;
FX=0;
XF=TD+E;
X=0;
BX: FXD1=EXP(-A*X)-EATD;
FXD2=(TD+TSH)*EATD+(TD-X+TSH)*EXP(-A*(X+TD));
XDC=1;
XDS=X/XDN;
XDF = (X + TD + E - XDS);
XD=TD+XDS;
BXD: FXD2=FXD2+(TD2-XD+TSH)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1;
     XD=XD+XDS;
     IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD;
FXD2=FXD2*XDS;
L425: FXD3=0;
IF((TD-X)<E) THEN GOTO L475;
XDC=1:
XDS = (TD - X) / XDN;
XDF = (TD2 + E - XDS);
XD=TD+X+XDS;
FXD3 = (TD-X) *EXP(-A*(X+TD));
BXD1: FXD3=FXD3+(TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD1;
FXD3=FXD3*XDS;
L475: P0=(FXD1+(FXD2+FXD3)*A1)*EXP(-A*X);
IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
   P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
FX=FX+P0:
XC=XC+1;
X=X+XS;
IF (X<XF) THEN GOTO BX;
XC=0;
XS=TD/XN;
FX1=0;
XF=TD2+E-XS;
X=TD;
BX2: FXD4 = (TD2 - X) * EXP(-A * X);
XDC=1;
XDS = (TD2 - X) / XDN;
XDF = (TD2 + E - XDS);
XD=X+XDS;
BXD3: FXD4=FXD4+(TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1;
     XD=XD+XDS;
     IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD3;
FXD4=FXD4*XDS;
P0=(FXD4)*EXP(-A*X);
IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
   P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
```

```
FX1=FX1+P0;
XC=XC+1;
X=X+XS;
IF (X<XF) THEN GOTO BX2;
ND1=(FX+FX1)*A1*XS;
BTSH1: XC=0;
IF I1=0 THEN DO;
XC=0;
XS=TD/XN;
FX=0;
XF=TD+E;
X=0;
BX3: FXD2=0;
IF(X<E) THEN GOTO L825;
FXD2=(1-TD-TSH)*EATD+(1-TD+X-TSH)*EXP(-A*(X+TD));
XDC=1;
XDS=X/XDN;
XDF = (X + TD + E - XDS);
XD=TD+XDS;
BXF3: FXD2=FXD2+(1-TD2+XD-TSH)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1;
     XD=XD+XDS;
   IF (XD<XDF) THEN GOTO BXF3;
FXD2=FXD2*XDS;
L825: FXD3=0;
IF((TD-X)<E) THEN GOTO L875;
XDC=1;
XDS = (TD - X) / XDN;
XDF = (TD2 + E - XDS);
XD=TD+X+XDS;
FXD3 = (1-TD+X) *EXP(-A*(X+TD)) + EATD2;
BXD4: FXD3=FXD3+(1-TD2+XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD4;
FXD3=FXD3*XDS;
L875: FXD4=EATD2;
XDC=1;
XDS=1/XDN;
XDF = (1 + TD2 + E - XDS);
XD=TD2+XDS;
BXD5: FXD4=FXD4+(1+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD5;
FXD4=FXD4*XDS;
P0=(FXD2+FXD3+FXD4)*EXP(-A*X);
IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
   P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
FX=FX+P0;
XC=XC+1;
X=X+XS;
```

```
IF (X<XF) THEN GOTO BX3;
FX=FX*XS;
XC=0;
XS=TD/XN;
FX1=0;
XF=TD2+E;
X=TD;
BX5: FXD5=0;
XDS = (TD2 - X) / XDN;
IF(XDS<E) THEN GOTO L1075;
FXD5=(1-TD2+X)*EXP(-A*X)+EATD2;
XDC=1;
XDF = (TD2 + E - XDS);
XD=X+XDS;
BXD6: FXD5=FXD5+(1-TD2+XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1;
     XD=XD+XDS;
     IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD6;
FXD5=FXD5*XDS;
L1075: FXD7=0;
XDS = (X-TD) / XDN;
IF(XDS<E) THEN GOTO L1175;
FXD7 = (1+TD-X) *EXP(-A*(X+TD)) + EATD2;
XDC=1;
XDF = (X + TD + E - XDS);
XD=TD2+XDS;
BXD8: FXD7=FXD7+(1+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
     XDC=XDC+1;
     XD=XD+XDS;
     IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD8;
FXD7=FXD7*XDS;
L1175: PO=(FXD5+FXD7)*EXP(-A*X);
IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
   P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
FX1=FX1+P0;
XC=XC+1;
X=X+XS;
IF (X<XF) THEN GOTO BX5;
FX1=FX1*XS;
XS=(1-TD)/XN;
FX01=0;
XC=0;
XF=1+TD+E;
X=TD2;
BX6: FXD5 = (1+TD2-X) *EXP(-A*X) + (1+TD-X) *EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS=TD/XDN;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=X+XDS;
BXD9: FXD5=FXD5+(1+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
```

```
IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD9;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX01=FX01+P0
                    ;
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF(X<XF) THEN GOTO BX6;
FX01=FX01*XS;
XS=TD/XN;
FX02=0;
XC=0;
XF=1+TD2-XS+E;
X=1+TD;
BX7: FXD5 = (1+TD2-X) * EXP(-A*X);
   XDC=1;
   XDS=(1+TD2-X)/XDN;
   XDF = (1+TD2+E-XDS);
   XD=X+XDS;
BXD9A: FXD5=FXD5+(1+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD9A;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 \& (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX02=FX02+P0
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX7;
FX02=FX02*XS;
XS = (1 - TSH) / XN;
FX03=0;
IF(XS<E) THEN GOTO L1285;
XC=0;
XF=1+TD-TSH-XS+E;
X=TD;
BX8: FXD5 = (1+TD-TSH-X) *EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS = (1+TD-TSH-X)/XDN;
   XDF = (1 + TD2 - TSH + E - XDS);
   XD=X+TD+XDS;
BXD9B: FXD5=FXD5+(1+TD2-TSH-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD9B;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX03=FX03+P0
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
```

```
IF (X<XF) THEN GOTO BX8;
FX03=FX03*XS;
L1285: BDH1=(FX+FX1+FX01+FX02+FX03)*A2;
END;
* CALCUL DES ÉPISODES D'UNE DURÉE MESURÉE = I;
ELSE DO:
BDH1=0:
II=I1+1;
IIF=I2+E;
BII: FXD2=EXP(-A*(II-1+TD2));
   XDC=1;
   XDS=1/XDN;
   XDF = (II - 1 + TD2 + E - XDS);
   XD=II-2+TD2+XDS;
BXD13: FXD2=FXD2+(2-TD2+XD-II)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD13;
   FXD3=EXP(-A*(II-1+TD2));
   XDC=1:
   XDS=1/XDN;
   XDF = (II + TD2 + E - XDS);
   XD=II-1+TD2+XDS;
BXD14: FXD3=FXD3+(II+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD14;
   FX=(1-EATD)*(FXD2+FXD3)*A1*XDS;
   XF = EATD - EXP(-A*(II-2+TD-TSH));
   FXD5=0;
   IF(XF<=0) THEN GOTO L2400;
BX15: FXD5=EXP(-A*(II-1+TD2-TSH));
   XDC=1;
   XDS=1/XDN;
   XDF=II-1+TD2-TSH-XDS+E;
   XD=II-2+TD2-TSH+XDS;
BXD16: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2+TSH)*EXP(-A*XD)
                 *2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD16;
   FXD5=FXD5*XDS*XF;
L2400: FXD6=0;
   XF = EATD - EXP(-A*(II-1+TD-TSH));
   IF(XF<=0) THEN GOTO L3000;
   FXD6=EXP(-A*(II-1+TD-TSH));
   XDC=1;
   XDF=II+TD2-TSH-XDS+E;
   XD=II-1+TD2-TSH+XDS;
BXD17: FXD6=FXD6+(II+TD2-XD+TSH)*EXP(-A*XD)
                 *2*(1+MOD(XDC,2));
```

```
XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD17;
   FXD6=FXD6*XDS*XF;
L3000: FX1=(FXD5+FXD6)*A1;
LL5: XF=II-1+TD+E;
   XS=(1-TD)/XN;
   FX2=0;
   XC=0;
   X=II-2+TD2;
BX25: FXD5=(X-II-TD2+2)*EXP(-A*X)
          +(X-II-TD+2)*EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS=TD/XDN;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=X+XDS;
BXD26: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD26;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC<>0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX2=FX2+P0
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX25;
FX2=FX2*XS;
   FX3=0;
   XC=0;
   XF=II+TD+E;
   X=II-1+TD2;
BX30: FXD5=(II+TD2-X)*EXP(-A*X)
          +(II+TD-X)*EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS=TD/XDN;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=X+XDS;
BXD30: FXD5=FXD5+(II+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD30;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC<>0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX3=FX3+P0
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX30;
FX3=FX3*XS;
   FX4=0;
   XC=0;
```

```
XS=TD/XN;
   XF=II-1+TD;
   X=II-1+TD2;
BX32: FXD5=(X-II-TD2+2)*EXP(-A*X)
          +EXP(-A*(II-1+TD2));
   XDC=1;
   XDS=(II-1+TD2-X)/XDN;
   XDF = (II - 1 + TD2 + E - XDS);
   XD=X+XDS;
BXD32: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD32;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC<>0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX4=FX4+P0
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX32;
FX4=FX4*XS;
   FX5=0:
   XC=0;
   XF=II+TD2-XS+E;
   X=II+TD;
BX34: FXD5=(II+TD2-X)*EXP(-A*X);
   XDC=1;
   XDS=(II+TD2-X)/XDN;
   XDF = (II + TD2 + E - XDS);
   XD=X+XDS;
BXD34: FXD5=FXD5+(II+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD34;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF (XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX5=FX5+P0
   XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF(X<XF) THEN GOTO BX34;
FX5=FX5*XS;
   FX7=0;
   XC=0;
   X=II-2+TD-TSH;
   IF (X<TD) THEN X=TD;
   XF=II-1+TD-TSH;
   XS=(XF-X)/XN;
   IF(XS<E) THEN GOTO L4000;
   XF=XF-XS+E;
BX36: FXD5=(X-II-TD+2+TSH)*EXP(-A*(X+TD))
          +EXP(-A*(II-1+TD2-TSH));
```

```
XDC=1;
   XDS = (II - 1 + TD - X - TSH) / XDN;
   IF(XDS<E) THEN GOTO L4010;
   XDF = (II - 1 + TD2 - TSH + E - XDS);
   XD=X+TD+XDS;
BXD36: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2+TSH)
                *EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD36;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC<>0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX7=FX7+P0
L4010:
         XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF(X<XF) THEN GOTO BX36;
FX7=FX7*XS;
L4000:
         FX8=0;
   XC=0;
   XF=II+TD-TSH;
   X=II-1+TD-TSH;
   XS=(XF-X)/XN;
   IF(XS<E) THEN GOTO L5000;
   XF=XF-XS+E;
BX38: FXD5=(II+TD-X-TSH)*EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
   XDS = (II + TD - X - TSH) / XDN;
   IF(XDS<E) THEN GOTO L5010;
   XDF = (II + TD2 - TSH + E - XDS);
   XD=X+TD+XDS;
BXD38: FXD5=FXD5+(II+TD2-TSH-XD)
                *EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF(XD<XDF) THEN GOTO BXD38;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 \& (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX8=FX8+P0
         XC=XC+1;
L5010:
   X=X+XS;
   IF(X<XF) THEN GOTO BX38;
FX8=FX8*XS;
   FX6=0;
   XC=0;
   XS=TD/XN;
   IF(XS<E) THEN GOTO L6000;
   XF=II-2+TD2+E;
   X=II-2+TD;
BX48: FXD5=(X-II-TD2+2)*EXP(-A*(X+TD));
   XDC=1;
```

```
XDS = (II - TD - II + 2) / XDN;
   IF(XDS<E) THEN GOTO L6010;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=II-2+TD2+XDS;
BXD48: FXD5=FXD5+(XD-II-TD2+2)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD48;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC-XN)>E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX6=FX6+P0
L6010:
       XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX48;
FX6=FX6*XS;
L6000:
         FX9=0;
   IF(XS<E) THEN GOTO L7000;
   XC=0;
   XF=II-1+TD2+E;
   X=II+TD-1;
BX58: FXD5=(II+TD-X)*EXP(-A*(X+TD))
              +EXP(-A*(II-1+TD2));
   XDC=1;
   XDS=(X-TD-II+1)/XDN;
   IF(XDS<E) THEN GOTO L7010;
   XDF = (X + TD + E - XDS);
   XD=II-1+TD2+XDS;
BXD58: FXD5=FXD5+(II+TD2-XD)*EXP(-A*XD)*2*(1+MOD(XDC,2));
      XDC=XDC+1;
      XD=XD+XDS;
      IF (XD<XDF) THEN GOTO BXD58;
   P0=FXD5*EXP(-A*X)*XDS;
   IF(XC <> 0 & (ABS(XC-XN) > E)) THEN
      P0=P0*2*(1+MOD(XC,2));
   FX9=FX9+P0
L7010:
        XC=XC+1;
   X=X+XS;
   IF (X<XF) THEN GOTO BX58;
FX9=FX9*XS;
L7000: BDH1=BDH1+FX+FX1+(FX2+FX3+FX4+FX5+FX6+FX7+FX8+FX9)
       *A2;
II=II+1;
IF(II<IIF) THEN GOTO BII;
END;
BD1=BDH1*(1-WH0)/(0.5-ND1);
P=P+BD1;
P0 = EXP(-IOS / TD);
IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*(1+MOD(TDC,2));
PT = PT + P0 * P;
GT = GT + P0;
TDC = TDC +1;
```

```
TD = TD + TD1;
IF (TD < TDF) THEN GOTO LO;
P = PT * TD1 / 3;
GT = GT * TD1 / 3;
LI: X = 0;
  IF I1=0 THEN DO;
    PT = 0;
    TDC = 0;
    TTT=1;
    IF (MM>1) THEN TTT=MM/(MM-1);
    TD1 = TTT / NTD;
    TD = 1;
    TDF = 1 + E + TTT;
    L1: TD2 = 2 * TD;
    P2 = EXP (-A*TD) + (TD2 - 3) * EXP(-A*TD2);
    PO = EXP(-IOS/TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 *P2;
    TDC = TDC + 1;
    TD=TD+TD1:
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L1;
    PT2=PT*TD1/3;
    TD1=(TDM-2)/NTD;
    PT=0;
    IF((MM>1) OR (TDM <= 2)) THEN GOTO LL1;
    TDC = 0:
    TD = 2;
    TDF = TDM + E;
    L2: TD2 = 2 * TD;
    P2=1 / (EXP(A * TD) - 1);
    PO = EXP(-IOS / TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 * P2;
    TDC = TDC + 1;
    TD = TD + TD1;
    IF (TD < TDF) THEN GOTO L2;
LL1:
        PT3 = PT * TD1 / 3;
  END;
  ELSE DO:
    IP = (II + MM) / (II+MM-1);
    TD1= (IP - 1) / NTD;
    PT = 0;
    TDC = 0;
    TD = 1;
    TDF = IP + E;
    L3: TD2 = 2 * TD;
    P2 = EXP(-II*A*TD)*(2-TD);
    PO = EXP(-IOS/TD);
    IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
    PT = PT + P0 *P2;
    TDC = TDC +1;
    TD = TD + TD1;
```

```
IF (TD < TDF) THEN GOTO L3;
  PT2 = PT * TD1 / 3;
  IP1 = (II+MM-1) / (II+MM-2);
  TD1 = (IP1 - IP) / NTD;
  PT = 0;
  TDC = 0;
  TD = IP;
  TDF = IP1 + E;
  L4: TD2 = 2 *TD;
  EIATD=EXP(-II*A*TD);
  P2 = EIATD*((II-1)*(1-TD)+1/(1-EIATD));
  P0 = EXP(-IOS / TD);
  IF (TDC <> 0 & TDC <> NTD) THEN P0=P0*2*(1+MOD(TDC,2));
  PT = PT + P0 * P2;
  TDC = TDC +1;
  TD = TD + TD1;
  IF (TD < TDF) THEN GOTO L4;
  PT3 = PT*TD1/3;
END;
PS = PS + (PT2 + PT3);
II = II + 1;
IF (II <= I2) THEN GOTO LI;
P = (P + PS) / (NI*GT);
```

D.3.22 Modèle 11B

Les énoncés SAS pour le modèle 11B sont semblables à ceux du modèle 11A, il s'agit d'y modifier les énoncés relatifs à la distribution (a exp(-a x)) par leurs expressions appropriées (c a exp(-a x) + (1-c) b exp(-b x)).

D.4 Modèles des épisodes secs

D.4.1 Modèle 1A

```
PARMS A = 0.1;

CONST = (1-EXP(-A));

P = 0;

DO K = (I1+1) TO I2 BY 1;

P = P + CONST * EXP(-A*(K-1));

END;
```

D.4.2 Modèle 1B

```
PARMS A = 0.15 B = 0.8 C = 0.5;
BOUNDS 0 < A < 5, 0 < B < 5, 0 < C < 1;
CONSTA = (1-EXP(-A))*C;
CONSTB = (1-EXP(-B))*(1-C);
P=0;
DO K = (I1+1) TO I2 BY 1;
  P = P + CONSTA*EXP(-A*(K-1)) + CONSTB*EXP(-B*(K-1));
END;
D.4.3 Modèle 2A
PARMS A = 0.2;
CONST = (1-EXP(-A));
P = 0;
DO K = (I1+1.5) TO (I2+1) BY 1;
  P = P + CONST * EXP(-A*(K-1.5));
END;
D.4.4 Modèle 2B
PARMS A = 0.15 B = 0.8 C = 0.5;
BOUNDS 0 < A < 5, 0 < B < 5, 0 < C < 1;
CONSTA = (1-EXP(-A))*C;
CONSTB = (1-EXP(-B))*(1-C);
P=0;
DO K = (I1+1.5) TO (I2+1) BY 1;
  P = P + CONSTA \times EXP(-A \times (K-1.5)) + CONSTB \times EXP(-B \times (K-1.5));
END;
D.4.5 Modèle 3A
PARMS A = 0.2;
CONST = (1-EXP(-A));
IF I1=0 THEN
  P = CONST*(EXP(-0.5*A);
ELSE DO;
  P = 0;
  DO K = (I1+1) TO I2 BY 1;
    P = P + CONST * EXP(-A*K);
  END;
END;
P = P / (1+CONST*(-EXP(-A)+EXP(-A*0.5)-1));
```

D.4.6 Modèle 3B

```
PARMS A = 0.15 B = 0.8 C = 0.5;

BOUNDS 0 < A < 5, 0 < B < 5, 0 < C < 1;

CONSTA = (1-EXP(-A))*C;

CONSTB = (1-EXP(-B))*(1-C);

P0 = CONSTA*EXP(-0.5*A)+CONSTB*EXP(-0.5*B);

IF I1=0 THEN
P = P0;

ELSE DO;
P=0;
DO K = (I1+1) TO I2 BY 1;
P = P + CONSTA*EXP(-A*K)+CONSTB*EXP(-B*K);

END;

END;

END;

P = P / (1+CONSTA*(-EXP(-A)+EXP(-A*0.5)-1)+

CONSTB*(-EXP(-B)+EXP(-B*0.5)-1));
```

D.4.7 Modèle 4A

```
PARMS A = 0.2;

P = EXP(-A*(I1)) - EXP(-A*(I2));
```

D.4.8 Modèle 4B

```
PARMS A = 0.15 B = 0.8 C = 0.5;
BOUNDS 0 < A < 5, 0 < B < 5, 0 < C < 1;
P=C*(EXP(-A*I1)-EXP(-A*I2))+(1-C)*(EXP(-B*I1)-EXP(-B*I2));
```

D.4.9 Modèle 5A

Ce modèle est identique au modèle 5A pour les épisodes humides.

D.4.10 Modèle 5B

Ce modèle est identique au modèle 5B pour les épisodes humides.

D.4.11 <u>Modèle 6A</u>

Ce modèle est identique au modèle 6A pour les épisodes humides.

D.4.12 <u>Modèle 6B</u>

Ce modèle est identique au modèle 6B pour les épisodes humides.

D.4.13 Modèle 7A

Ce modèle est identique au modèle 7A pour les épisodes humides lorsqu'on remplace TD par 1-TF et TD+TF par 2-TD-TF.

D.4.14 Modèle 7B

Ce modèle est identique au modèle 7B pour les épisodes humides lorsqu'on remplace TD par 1-TF et TD2 par 2-TD-TF.

D.4.15 Modèle 8A

Ce modèle est identique au modèle 8A pour les épisodes humides lorsqu'on remplace TD par 1-TF et TD2 par 2-TD-TF.

D.4.16 Modèle 8B

Ce modèle est identique au modèle 7B pour les épisodes humides lorsqu'on remplace TD par 1-TF et TD2 par 2-TD-TF.

D.4.17 Modèle 9A

Ce modèle est identique au modèle 7A pour les épisodes secs lorsqu'on rajoute B1 à la liste des paramètres ainsi que les énoncés suivants à la fin du programme:

```
IJ=(I1+I2+1)/2;
P=P*(1+B1/IJ);
```

D.4.18 Modèle 9B

Ce modèle est identique au modèle 7B pour les épisodes secs lorsqu'on rajoute B1 à la liste des paramètres ainsi que les énoncés suivants à la fin du programme:

```
IJ=(I1+I2+1)/2;
P=P*(1+B1/IJ);
```

D.4.19 Modèle 10A

Ce modèle est identique au modèle 10A pour les épisodes humides lorsqu'on remplace TD par 1-TF, TD2 par 2-TD-TF, WHO par WS0 et TSH par THS.

D.4.20 Modèle 10B

Ce modèle est identique au modèle 10B pour les épisodes humides lorsqu'on remplace TD par 1-TF, TD2 par 2-TD-TF, WHO par WSO et TSH par THS.

D.4.21 Modèle 11A

Ce modèle est identique au modèle 9A pour les épisodes secs lorsqu'on rajoute B1 à la liste des paramètres ainsi que les énoncés suivants à la fin du programme:

IJ=(I1+I2+1)/2; P=P*(1+B1/IJ);

D.4.22 Modèle 11B

Ce modèle est identique au modèle 9B pour les épisodes secs lorsqu'on rajoute B1 à la liste des paramètres ainsi que les énoncés suivants à la fin du programme:

IJ=(I1+I2+1)/2; P=P*(1+B1/IJ);