

UNIVERSITE DU QUEBEC

mémoire  
présenté  
à

L'INSTITUT NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE (EAU)

comme exigence partielle  
de la  
maîtrise ès Sciences (eau)  
par  
Yves Grimard

"Contribution à l'étude des modèles de bilan  
du phosphore dans les grands réservoirs"

Avril 1981

A Denise, ma compagne de chaque jour

## Avant-Propos

"The scientist does not study nature because it is useful; he studies it because he delights in it, and he delights in it because it is beautiful. If nature were not beautiful, it would not be worth knowing and if nature were not worth knowing, life would not be worth living. Of course I do not here speak of that beauty that strikes the senses, the beauty of qualities and appearances; not that I undervalue such beauty, far from it, but it has nothing to do with science; I mean that profounder beauty which comes from the harmonious order of the parts, and which a pure intelligence can grasp".

- Henri Poincaré

Cette réflexion du célèbre mathématicien français m'a souvent redonné persévérance dans mes travaux de recherche. L'étude de systèmes aussi complexes que les lacs et réservoirs requiert l'intégration de plusieurs sciences. Ceci justifie la progression assez lente des sciences environnementales de l'eau relativement aux sciences plus circonscrites.

Aborder un problème en limnologie nécessite un choix. On peut soit adopter l'approche macroscopique qui consiste à étudier le problème avec une vue d'ensemble, à l'aide de variables et de paramètres intégrateurs. On peut aussi viser une démarche microscopique où chaque élément du système devient lui-même un sous-système, qui demande à être bien connu. De prime abord, l'approche microscopique semble de beaucoup plus circonspecte, de par sa finesse et son souci du détail. Cependant, un grand danger guette

son utilisation: la spécificité du milieu étudié implique que bien souvent les résultats obtenus ne sont pas généralisables, le plus souvent à cause de l'omission de variables inconnues ou incontrôlables.

Pour moi le problème reste entier:

"Je tiens impossible de connaître les parties sans connaître le tout, non plus de connaître le tout sans connaître particulièrement les parties"

- Blaise Pascal

Cependant l'approche holistique donne des résultats plus profitables pour certains problèmes, le plus souvent en raison même de leur complexité et de l'insuffisance de nos connaissances à leur sujet. Ainsi en est-il de la dynamique des éléments nutritifs dans une retenue d'eau artificielle, après sa mise en eau. Le phosphore, en particulier, joue souvent un rôle clef dans la détermination de la qualité de l'eau emmagasinée. Pour aborder ce problème, j'ai opté pour une approche holistique, sans doute à cause de mon objectif premier de forger un outil de gestion. Cette voie m'a semblé plus rassurante bien qu'elle ne soit pas toujours satisfaisante pour l'esprit, laissant bien des "pourquoi" et des "comment" sans réponse.

J'ai traité le sujet de l'évolution de la concentration en phosphore total dans un réservoir nouvellement formé, par l'entremise de trois aspects fondamentaux. En premier lieu il convenait de faire le point sur nos connaissances à l'égard du phosphore dans les eaux douces. En second lieu

j'ai revu les techniques usuelles utilisées dans les dernières décennies pour l'étude du bilan du phosphore dans les systèmes lacustres. Bien que le système lac diffère du système réservoir, on leur trouve certains comportements similaires, d'où la possibilité d'utiliser partiellement des résultats d'un système pour décrire l'autre. Finalement j'ai développé un outil de prévision de la concentration du phosphore total dans les réservoirs pour la période suivant la mise en eau. Le modèle développé est du type "boîte noire" et a comme point de départ un modèle déjà existant. L'intérêt particulier de notre approche réside dans le fait que l'on peut tenir compte de la vitesse à laquelle les surfaces sont submergées lors de la formation d'un réservoir. Cette nouvelle dimension permet d'obtenir un gain de précision considérable dans la prévision. Il y a encore certes place à l'amélioration mais je crois que cette nouvelle perspective dans ce type de modèle laisse bon espoir pour un avenir prometteur.

Je tiens finalement à témoigner ma gratitude à tous ceux qui m'ont entouré pendant ces quelques mois de travail et de réflexion, plus particulièrement :

- Gérard Jones (INRS-Eau), mon directeur, qui a toujours su me guider par ses conseils judicieux;
- Pierre Campbell (INRS-Eau), qui a bien voulu accepter l'examen et la critique de ce travail;
- Bernard Coupal de l'Université de Sherbrooke pour l'appréciation globale du travail;

- Serge Daudelin, pour nos discussions fructueuses;
  
- Roger Lemire et Alain Bachand de la "Société d'Energie de la Baie James" ainsi que B.C. McGrath et F.A. Dudek de la "Churchill Falls Corporation Limited" pour avoir mis à ma disposition des données pertinentes;
  
- Lise Raymond pour le soin apporté à la dactylographie du manuscrit et André Parent pour la reproduction des figures.

Enfin à tous mes consoeurs et mes confrères de maîtrise et au corps professoral j'exprime des remerciements sincères pour leur soutien constant.

## Résumé

Le phosphore est examiné sous l'angle des modèles de bilan dit "boîte noire" (input-output model) pour les lacs et les réservoirs. Une description du cycle du phosphore dans les eaux douces précède une revue de la littérature sur les modèles prédictifs de la concentration du phosphore dans les systèmes lacustres. Par la suite, les hypothèses de travail inhérentes à l'utilisation de ces modèles sont examinées, ainsi que la précision de ce type d'approche versus des méthodes plus complexes (modèles deux boîtes et modèles écologiques). Cette partie de l'étude guide le choix d'une méthode à adopter pour l'étude des réservoirs.

La période subséquente au début de la mise en eau d'un réservoir est ordinairement caractérisée par un accroissement du niveau trophique (trophic upsurge) souvent important. Les travaux d'Ostrofsky (1978a) fournissent un modèle de bilan spécifique à la description de la variation de la concentration du phosphore lors de la mise en eau d'un réservoir. Ce modèle est une modification d'une approche classique (Vollenweider, 1969), à laquelle on ajoute un terme décrivant les apports de phosphore autochtones au réservoir, en provenance des sols et des végétaux submergés dans la cuvette du réservoir. L'une des hypothèses de ce modèle spécifie que le temps de remplissage du réservoir est considéré comme nul. Cette hypothèse s'écartant de la réalité dans le cas de grands réservoirs où la mise en eau peut s'effectuer sur plusieurs années, on propose dans ce mémoire une méthodologie permettant de tenir compte de la vitesse de submersion des surfaces de la cuvette du réservoir. Le modèle ainsi modifié est appliqué aux réservoirs Smallwood (Labrador), LG2 et LG3 (baie James). Les résultats obtenus montrent que le modèle proposé semble pertinent.

## TERMINOLOGIE

<u>Symbole</u>	<u>Signification</u>	<u>Unité</u>
a	Coefficient de submersion (cette étude)	$T^{-1}$
$f_o$	Coefficient de proportionnalité pour l'évacuation du phosphore par les effluents (Vollenweider, 1964)	-
$F_{sed}$	Coefficient de proportionnalité pour la sédimentation (Pionlelli et Tonelli, 1964)	$T^{-1}$
$I_P$	Apport volumétrique annuel de phosphore total dans un lac (ou réservoir)	$M \cdot L^{-3} \cdot T^{-1}$
K	Potentiel de fertilité unitaire (voir $P_F$ )	$M \cdot L^{-2}$
L	= $a \cdot k \cdot \alpha \cdot S_{max}$ (artifice mathématique)	$M \cdot T^{-2}$
$L_p$	Apport superficiel en phosphore dans un lac (ou réservoir) (par unité de surface du lac)	$M \cdot L^{-2} \cdot T^{-1}$
$P_E$	Quantité totale de phosphore qui entre dans un lac (ou réservoir) pendant un laps de temps " $\Delta t$ "	$M \cdot T^{-1}$
$P_F$	Quantité totale de phosphore potentiellement lessivable dans la cuvette d'un réservoir, avant sa mise en eau	M
$P_F$ uni- taire	$P_F$ par unité de surface de la cuvette du réservoir (aussi appelé K)	$M \cdot L^{-2}$
$P_{Lt}$	Quantité totale de phosphore lessivé au temps " $t$ "	$M \cdot T^{-1}$

$P_s$	Quantité totale de phosphore sortant d'un lac pendant un laps de temps " $\Delta t$ "	$M \cdot T^{-1}$
$P_{sed}$	Quantité de phosphore total qui sédimente pendant un laps de temps " $\Delta t$ "	$M \cdot T^{-1}$
$P(t)$	Quantité totale de phosphore présente dans les eaux d'un lac (ou réservoir)	M
$[\overline{P}_E]$	Concentration moyenne en phosphore total dans les eaux des tributaires d'un lac et celle dans les eaux de précipitation à la surface d'un lac, combinées proportionnellement à leur contribution relative au budget hydrologique	$M \cdot L^{-3}$
$[P_L]_t$	Concentration moyenne en phosphore total des eaux d'un lac (ou d'un réservoir) au temps " $t$ "	$M \cdot L^{-3}$
$[P_L]_{t_0}$	$[P_L]_t$ initial	$M \cdot L^{-3}$
$[P_L]_{\infty}$	Concentration moyenne en phosphore total des eaux d'un lac (ou d'un réservoir) à l'état stationnaire	$M \cdot L^{-3}$
$[P_O]_{\infty}$	Concentration moyenne en phosphore total des eaux des effluents d'un lac si ce dernier est en état stationnaire	$M \cdot L^{-3}$
Q	Volume d'eau moyen passant annuellement dans un lac (ou un réservoir)	$L^3 \cdot T^{-1}$
$q_s$	Épaisseur équivalente de la lame d'eau reçue annuellement sur un lac (ou réservoir) ( $= \bar{z} \cdot \rho$ )	$L \cdot T^{-1}$
R	Coefficient de rétention du phosphore dans un lac (ou réservoir)	-
$R_{EXP}$	"R" expérimentale	-
S	Surface d'un lac (ou d'un réservoir)	$L^2$
$S_{max}$	Surface totale inondable lors de la formation de la cuvette d'un réservoir	$L^2$

$S(t)$	Surface totale nouvellement inondée au temps "t" lors de la mise en eau d'un réservoir	$L^2$
$V$	Volume d'un lac (ou d'un réservoir)	$L^3$
$v_{sed}$	Vitesse apparente de sédimentation du phosphore	$L \cdot T^{-1}$
$\bar{Z}$	Profondeur moyenne d'un lac (ou d'un réservoir)	$L$
$\alpha$	Coefficient de lessivage (Ostrofsky, 1978a)	$T^{-1}$
$\beta$	Phosphore potentiellement lessivable selon Ostrofsky (1978a)	$M \cdot T^{-1}$
$\Phi$	$= \rho + \sigma$ (artifice mathématique)	$T^{-1}$
$\rho$	Fréquence de renouvellement de la masse d'eau ( $= Q \cdot V^{-1}$ )	$T^{-1}$
$\sigma$	Coefficient de proportionnalité pour la sédimentation (Vollenweider, 1964) aussi appelé par abus de langage: Taux de sédimentation	$T^{-1}$
$\tau$	Temps de séjour moyen des eaux d'un lac (ou d'un réservoir) ( $= \rho^{-1}$ )	$T$

Définition des unités:

L	Longueur
M	Masse
T	Temps
-	Adimensionnel

## TABLE DES MATIERES

	<u>Page</u>
AVANT-PROPOS	i
RESUME	v
TERMINOLOGIE	vi
TABLE DES MATIERES	ix
LISTE DES TABLEAUX	xii
LISTE DES FIGURES	xiv
CHAPITRE 1: INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2: LE PHOSPHORE DANS LES EAUX DOUCES; NOTIONS DE BASE	6
2.1 Concept de cycle	7
2.2 Importance du phosphore dans le métabolisme des organismes autotrophes	8
2.3 Caractère limitatif du phosphore pour la produc- tion primaire	9
2.4 Spéciation du phosphore dans les eaux douces	12
2.5 Sources de phosphore dans les eaux douces	14
2.6 Esquisse du cycle du phosphore dans les eaux douces	16
CHAPITRE 3: REVUE DE LA LITTERATURE: MODELE BOITE NOIRE	23
3.1 Situation historique	24
3.2 Modèle "boîte noire": définition	26
3.3 Premier développement	28
3.4 Modèles de Vollenweider	31
3.5 Le coefficient de rétention	38
3.6 Modèles empiriques	44
3.7 Autres types de modèles	54

CHAPITRE 4:	ADEQUATION MODELE-REALITE	56
4.1	Sur les hypothèses sous-jacentes aux modèles "boîte noire"	57
4.2	Constance des apports	59
4.3	Linéarité du taux de sédimentation	60
4.4	Egalité de $[P_L]_{\infty}$ et $[P_O]_{\infty}$	62
4.5	Etat stationnaire	67
4.6	Sur les sources d'erreurs dans les modèles "boîte noire"	68
4.7	Résultat sur la capacité de prédiction d'un modèle boîte noire	69
4.8	Sur les études comparatives de divers modèles	70
CHAPITRE 5:	ADAPTATION D'UN MODELE "BOITE NOIRE" POUR LE CALCUL DE L'EVOLUTION DE LA QUANTITE TOTALE DE PHOSPHORE DANS UN GRAND RESERVOIR, DURANT SA MISE EN EAU ET LA PERIODE SUBSE- QUENTE	76
5.1	Mise en situation	77
5.2	Sur les conséquences de la création d'un réservoir	78
5.3	Le lessivage des sols et de la végétation submer- gée: un apport important de phosphore	81
5.4	Modèle d'Ostrofsky et Duthie	87
5.5	Développement d'une méthode pour tenir compte du temps de remplissage dans l'estimation des apports autochtones de phosphore par lessivage après la mise en eau d'un réservoir	94
5.6	Application de la méthode au réservoir Smallwood et comparaison des résultats	101
CHAPITRE 6:	APPLICATION DU MODELE SUR LES RESERVOIRS LG2 ET LG3, BAIE JAMES	113
6.1	Procédure préconisée	114
6.2	Description du bassin versant de la rivière La Grande	115

6.3	Sur l'estimation d'une courbe de remplissage pour LG2	118
6.4	Méthode et résultats pour LG2	121
6.5	Prédictions sur LG3	128
6.6	Réservoirs en série	133
CHAPITRE 7:	CONCLUSION ET SUGGESTIONS DE TRAVAUX COMPLEMENTAIRES	136
ANNEXE A:	DETAILS DE CERTAINS DES CALCULS MATHEMATIQUES	141
ANNEXE B:	MODELE "DEUX BOITES"	151
REFERENCES	BIBLIOGRAPHIQUES	156

## LISTE DES TABLEAUX

	<u>Page</u>
2.1 Liste des éléments, essentiels à la croissance des plantes d'eau douces, présents dans leurs tissus (demande) et dans les eaux douces (offre)	10
2.2 Spéciation du phosphore dans les eaux douces	13
2.3 Principales sources de phosphore dans les eaux douces	15
3.1 Progression des écoles de pensée chez les limnologues holistiques	25
4.1 Comparaison de modèles "boîte noire"	73
5.1 Création d'un réservoir - effets sur le milieu aquatique local	80
5.2 Apport potentiel total en phosphore dans l'eau d'un réservoir pour divers substrats de la cuvette	85
5.3 Données nécessaires pour l'application du modèle de bilan au réservoir Smallwood	102
5.4 Comparaison des valeurs de " $\alpha$ " et " $\beta$ " avec le modèle de Ostrofsky (1978) et le modèle de cette étude	107
5.5 Comparaison numérique entre les résultats obtenus avec le modèle d'Ostrofsky (1978a) et ceux calculés avec notre modèle	108
6.1 Banque de données sur LG2 et LG3	117

6.2	Valeurs des paramètres utilisés dans notre modèle pour la simulation des concentrations en phosphore total en fonction du temps pour le réservoir LG2	122
6.3	Variation spatio-temporelle de la concentration en phosphore total dans le réservoir LG2 (après sa mise en eau), observée <u>in situ</u> et calculée par notre modèle	125
6.4	Valeurs des paramètres utilisés par notre modèle pour la simulation des concentrations en phosphore total en fonction du temps dans le réservoir LG3	130

## LISTE DES FIGURES

	<u>Page</u>
2.1 Cycle du phosphore dans les eaux lacustres	17
2.2 Distribution verticale du phosphore total et soluble en période de stratification thermique pour un lac oligotrophe et un lac eutrophe	21
3.1 Modèle de Vollenweider (1968) impliquant la charge superficielle de phosphore total ( $L_p$ ) et la profondeur moyenne ( $\bar{Z}$ ) du lac	34
3.2 Modèle de Vollenweider (1975) reliant l'état trophique d'un lac à la charge superficielle d'eau ( $Z/\tau = q_s$ ) et à la charge superficielle de phosphore total ( $L_p$ )	39
3.3 Modèle de Dillon (1975a) reliant l'état trophique d'un lac à sa concentration prédite de phosphore au brassage printanier	43
3.4 Comparaison du modèle de Kirchner et Dillon (1975) et celui de Chapra (1975) pour la prédiction du coefficient de retention de phosphore	47
3.5 Graphique de la concentration potentielle de phosphore total dans un lac ( $[\bar{P}] = L_p/\rho$ ) en fonction du coefficient de retention (R) pour caractériser l'état trophique d'un lac	49
4.1 Comparaison entre R expérimental et R calculé dans l'étude de Vollenweider (1975).	64

4.2	Probabilité de l'état trophique d'un lac en fonction de $[P_L]_{\infty}$ calculée avec l'équation 4.3	71
4.3	Concentration moyenne maximale des affluents en phosphore ( $[\overline{P_E}]$ ), si l'on veut garantir à un niveau de probabilité donné un état trophique donné	72
5.1a	Evolution temporelle après la création d'un réservoir Paramètres: productivité (bactéries, phytoplancton, zooplancton, poisson); couleur	82
5.1b	Evolution temporelle après la création d'un réservoir Paramètre: oxygène dissous	82
5.2	Schéma sommaire des événements suivant l'inondation d'un sol (conditions aérobies dans l'eau sus-jacente)	84
5.3	Allure classique de la courbe d'accumulation, en fonction du temps, d'une substance dans le filtrat d'une solution comprenant de l'eau provenant d'un milieu naturel plus un substrat (ex.: feuilles, sol, matière organique détritique)	86
5.4	Concentration en phosphore total dans un réservoir tel que décrit par le modèle d'Ostrofsky (1978a)	90
5.5	Courbe discrète de la surface inondée ( $S_{(t)}$ ) en fonction du temps (t)	97
5.6	Courbe continue de la surface inondée ( $S_{(t)}$ ) en fonction du temps (t)	99
5.7	Courbes d'inondation des surfaces réelles et estimées en fonction du temps, réservoir Smallwood	104

5.8	Comparaison des résultats du modèle Ostrofsky (1978a) et de cette étude pour la variation temporelle de la concentration du phosphore total du réservoir Smallwood	109
6.1	Courbes d'inondation des surfaces: valeurs réelles et valeurs compilées <i>à priori</i>	120
6.2	Stations d'échantillonnage du réseau de surveillance de la S.E.B.J.	124
6.3	Concentration en phosphore total en fonction du temps observée et calculée à l'aide de notre modèle, pour le réservoir LG2, après sa mise en eau	127
6.4	Concentration en phosphore total en fonction du temps prévue pour LG3 selon 3 scénarios différents de remplissage	131
6.5	Evolution de la concentration du phosphore total dans des réservoirs A (sans l'influence des autres) B (en série)	134

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1. INTRODUCTION

"We make a scientific advance when we think up a theory that overcomes a difficulty experienced by the old theory"<sup>1-2</sup>

En ces années, l'homme s'éveille aux répercussions environnementales de ses actions sur les écosystèmes. En fait, cet éveil se veut un réflexe d'autoconservation de l'homme qui se sent perturbé par le déséquilibre qu'il a lui-même amorcé. Il investit donc des énergies dans la réhabilitation et la conservation du milieu pour freiner le mouvement inverse. Ce souci de conserver un environnement sain et viable, s'est traduit plus récemment par une prolifération des recherches dans ce sens et un accroissement des contrôles et des législations à tous les paliers gouvernementaux à l'égard des pollueurs.

L'eutrophisation progressive des plans d'eau semble une préoccupation majeure des scientifiques et des gestionnaires du milieu. Le développement agricole, urbain et industriel en amont des plans d'eau se reflète souvent dans ceux-ci par une augmentation considérable de la production biologique. Cette croissance provoquée de la biomasse dans les écosystèmes lacustres prive l'homme de certains usages de la ressource eau.

Les causes de l'eutrophisation étant aujourd'hui mieux connues, il est possible de les prévoir et surtout de les contrôler. En effet, la production autotrophe d'un lac dépend des stimuli d'ordre physique biologique et

---

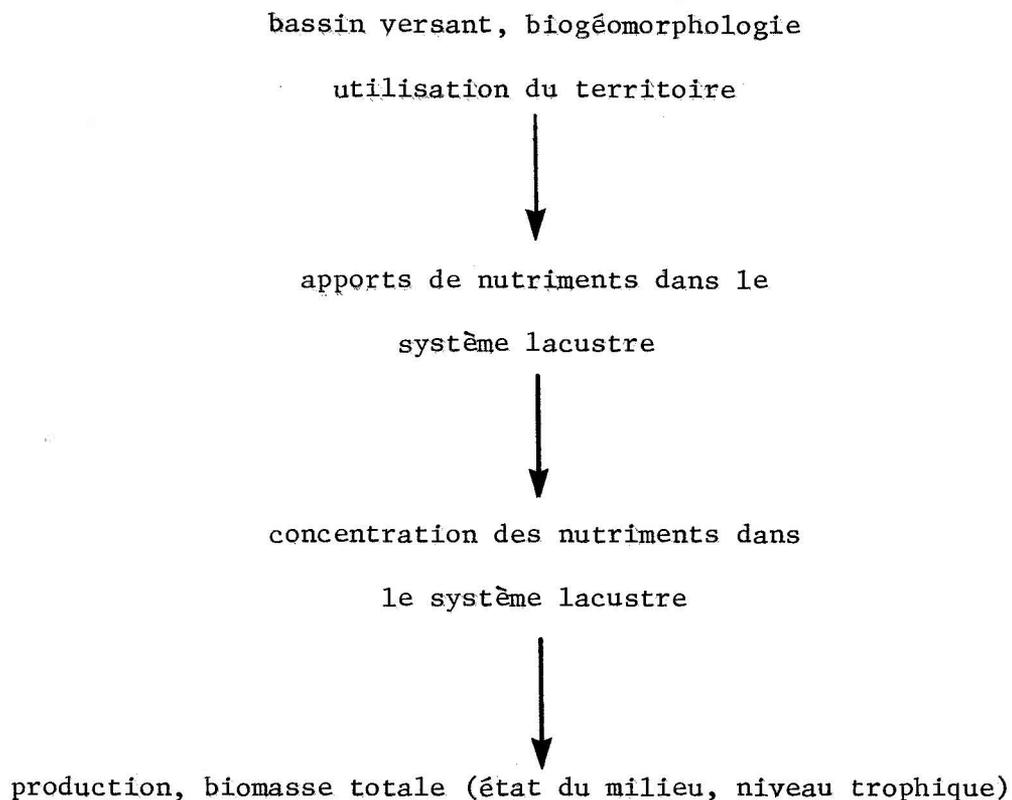
<sup>1</sup> Rigler, 1975, p. 197.

<sup>2</sup> Traduction: "Nous faisons une avance scientifique quand nous trouvons une théorie qui résoud une difficulté rencontrée avec une vieille théorie".

chimique . Cependant, la tendance actuelle des recherches porte à croire que les processus chimiques, en particulier au niveau des éléments dit "nutritifs", sont dans la majorité des cas, les facteurs contrôlant l'eutrophisation (Vollenweider, 1968; Wetzel, 1975).

L'élément nutritif "phosphore" revêt une importance particulière à ce niveau. Plusieurs travaux ont clairement démontré son caractère limitatif pour la production primaire (Vollenweider, 1968; Schindler *et al.*, 1971; Hutchinson, 1973; Schindler et Fee, 1974; Vallentyne, 1974; Wetzel, 1975; Kalff et Knoechel, 1978; Schindler *et al.*, 1978). Il est aussi généralement reconnu qu'il existe une corrélation entre la concentration moyenne de phosphore total dans un lac et la concentration moyenne estivale de chlorophylle "a", la visibilité du disque de Secchi ou bien la croissance estivale de la biomasse (Sakamoto, 1966; Bachman et Jones, 1974; Dillon et Rigler, 1974a; Oglesby, 1977; Oglesby et Schaffner, 1978). Forts de cette hypothèse, plusieurs chercheurs ont utilisé le phosphore comme outil d'inférence sur la qualité d'un lac (Vollenweider, 1968; Dillon et Rigler, 1975; Larsen et Mercier, 1976; Vollenweider, 1976; Chapra et Reckhow, 1979). On tente ainsi de traduire par un modèle l'action de l'homme et de la nature sur un système lacustre.

Les différents modèles issus de ces recherches s'inscrivent tous, partiellement ou en totalité, dans la chaîne d'événements suivants:



Connaissant chacune des relations de transfert d'un maillon de la chaîne à l'autre, le gestionnaire du milieu est en mesure de gérer le développement socio-économique d'une région en minimisant ou en contrôlant les effets sur le milieu. (Par exemple: Alain et Lerouzes; 1979).

Une étape primordiale dans le processus réside dans la phase de calcul de la concentration d'un nutriment dans le lac à partir de la connaissance des charges entrantes. Plusieurs efforts se sont déployés dans ce sens de tel sorte qu'une panoplie de modèles existe maintenant. Le degré de

complexité et l'approche préconisée varient d'un modèle à l'autre. Cependant, une classe de modèle, généralement appelé "boîte noire", semble d'utilisation préférentielle par les gestionnaires, probablement à cause de leurs intrants relativement faciles à obtenir et de leur philosophie de base simple.

L'intérêt grandissant pour l'utilisation de la méthodologie "boîte noire" au sein des gestionnaires nous a motivé pour la formulation de deux objectifs directeurs de ce travail, à savoir:

- 1- Etude évolutive de l'approche "boîte noire" pour les modèles de bilan du phosphore dans un lac et réalisme de cette approche.
- 2- Possibilité d'adaptation de cette méthodologie à un système artificiel (réservoir) présentant un comportement différent.

Le premier objectif trouve sa raison d'être dans le fait qu'il y a peu d'études de ce genre disponible. Ainsi, nous croyons fournir au néophyte les éléments nécessaires pour l'utilisation rationnelle de ces modèles. Le deuxième objectif pour sa part est né du fait que la crise énergétique accélère le développement des installations hydro-électriques au Québec, d'où la création de plusieurs réservoirs. Dans cette optique, il est intéressant de développer un outil qui pourra servir à la prédiction de la concentration en phosphore total au cours des années suivant la période de mise en eau. Cette période est souvent marquée d'un enrichissement des eaux qui s'estompe graduellement. Prenant comme point d'appui le modèle de Ostrofsky (1978a), nous lui ajoutons une dimension permettant de prendre en compte l'inondation progressive des surfaces.

CHAPITRE 2

LE PHOSPHORE DANS LES EAUX DOUCES: NOTIONS DE BASE

## 2. LE PHOSPHORE DANS LES EAUX DOUCES: NOTIONS DE BASE

### 2.1 Concept de cycle

La vie s'organise dans la biosphère par l'entremise d'un flux d'énergie qui permet à diverses composantes de se structurer dans une configuration viable. Les divers types d'organismes ne tirent pas leur énergie des mêmes sources. Une hiérarchie s'établit dans l'alimentation, ce que l'on nomme la chaîne alimentaire. A la base de cette pyramide on retrouve la production primaire. Cette dernière est définie comme la quantité de matière organique créée par voie de photosynthèse (ou par chimiosynthèse), ce qui est le propre des organismes autotrophes (ou chémotrophes). Une partie de cette production primaire alimente la production secondaire, deuxième palier dans la chaîne alimentaire, constituée d'organismes hétérotrophes. Enfin, une partie de toute cette matière vivante devient détritique pour ensuite être minéralisée. La minéralisation permet à une fraction de la matière de recirculer dans le cycle.

Nous constatons donc que le cycle de la vie se lie intimement au cycle de la matière dans un écosystème. Cette dépendance réciproque nous permet donc d'inférer sur la production biologique d'un écosystème par la connaissance du cycle des éléments chimiques qui la composent. Certains éléments seront plus significatifs que d'autres pour cette démarche. Le phosphore présente justement les qualités requises, comme nous le verrons, et peut être utilisé comme outil d'inférence dans un écosystème lacustre.

## 2.2 Importance du phosphore dans le métabolisme des organismes autotrophes

Le phosphore revêt une importance écologique de premier ordre. On peut énumérer trois raisons qui font de cet élément l'un des plus importants dans le métabolisme cellulaire au sein de la production primaire.

Tout d'abord, on retrouve le groupe  $\text{PO}_4^{---}$  (orthophosphate) dans le cycle énergétique de la photosynthèse. En fait, ce groupe s'insère en séquence régulière dans plusieurs composés riches en énergie<sup>1</sup>. Mentionnons l'adénosine-triphosphate (ATP) et l'adénosine diphosphate (ADP), qui ont un rôle déterminant dans les mécanismes de transfert de l'énergie solaire à la cellule dans la production primaire (assimilation du  $\text{CO}_2$ ).

Le groupe  $\text{PO}_4^{---}$  se retrouve également dans plusieurs composés moléculaires vitaux tels que la lécithine, la coenzyme A, les phospholipides, etc...

Enfin, en plus de son rôle énergétique et structural, le groupe  $\text{PO}_4^{---}$  assure la reproduction cellulaire. On le retrouve dans le matériel génétique de la cellule, principalement dans les composés acide ribonucléique (ARN) et acide désoxyribonucléique (ADN). Ces derniers garantissent le transfert du code génétique.

<sup>1</sup> Les composés riches en énergie sont ceux dont l'hydrolyse s'accompagne d'une baisse d'énergie libre ( $\Delta G'$ ) d'au moins 5000 calories par mole.

### 2.3 Caractère limitatif du phosphore pour la production primaire

Les organismes autotrophes aquatiques se composent de divers éléments chimiques que l'on regroupe habituellement en quatre classes:

- les éléments nutritifs: C, N, P
- les éléments majeurs: Na, K, Mg, Ca, Cl, S, Si
- les oligo-éléments ou éléments traces: B, Mn, Fe, Co, Cu, Zn, Mo, I, F
- le milieu (l'eau): H<sub>2</sub>O

On peut classifier les éléments nutritifs par le rapport: cycle de l'élément // cycle de vie de l'organisme. Le tableau 2.1, emprunté à Vallentyne (1974), nous renseigne sur la disponibilité et la demande des divers éléments composant les plantes aquatiques. On peut constater, qu'en moyenne, les tissus des algues se composent de un (1) atome de phosphore pour sept (7) d'azote et quarante (40) de carbone (Wetzel, 1975). Par contre, l'offre du milieu ne suit pas toujours ces proportions, et donc l'un de ces trois éléments sera susceptible de limiter le potentiel de production du milieu.

Le phosphore est maintenant reconnu par plusieurs auteurs comme l'élément nutritif limitant le plus souvent la production primaire dans un lac (Vollenweider, 1968; Schindler *et al.*, 1971; Hutchinson, 1973; Vallentyne, 1974; Wetzel, 1975). Ceci s'explique bien si l'on examine la réserve principale de chacun des éléments nutritifs et les mécanismes de transfert entre ces réserves et l'hydrosphère.

TABLEAU 2.1: Liste des éléments essentiels à la croissance des plantes d'eau douces, présents dans leurs tissus (demande) et dans les eaux douces (offre).

Eléments	Symbole	Demande (% des plantes)	Offre (% des eaux)	Demande:Offre (rapport approximatif)
Oxygène	O	80.5	89	1
Hydrogène	H	9.7	11	1
Carbone	C	6.5	$1.2 \times 10^{-3}$	5,000
Silice	Si	1.3	$6.5 \times 10^{-4}$	2,000
Azote	N	0.7	$2.3 \times 10^{-5}$	30,000
Calcium	Ca	0.4	$1.5 \times 10^{-3}$	<1,000
Potassium	K	0.3	$2.3 \times 10^{-4}$	1,300
Phosphore	P	0.08	$1.0 \times 10^{-6}$	80,000
Magnésium	Mg	0.07	$4.0 \times 10^{-4}$	<1,000
Soufre	S	0.06	$4.0 \times 10^{-4}$	<1,000
Chlore	Cl	0.06	$8.0 \times 10^{-4}$	<1,000
Sodium	Na	0.04	$6.0 \times 10^{-4}$	<1,000
Fer	Fe	0.02	$7.0 \times 10^{-5}$	<1,000
Bore	B	$1.0 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-5}$	<1,000
Manganèse	Mn	$7.0 \times 10^{-4}$	$1.5 \times 10^{-6}$	<1,000
Zinc	Zn	$3.0 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-6}$	<1,000
Cuivre	Cu	$1.0 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-6}$	<1,000
Molybdène	Mo	$5.0 \times 10^{-5}$	$3.0 \times 10^{-7}$	<1,000
Cobalt	Co	$2.0 \times 10^{-6}$	$5.0 \times 10^{-9}$	<1,000

D'après: Vallentyne (1974).

Le carbone se trouve principalement dans l'atmosphère sous forme de  $\text{CO}_2$  et s'incorpore dans l'eau par dissolution pour former l'acide carbonique. L'azote se trouve aussi principalement dans l'atmosphère et passe dans le milieu aquatique en majeure partie par dissolution. Quant au phosphore, ses origines sont plutôt de nature géologique et on retrouve sa réserve principale dans les roches sédimentaires (Garrels *et al.*, 1975). Il passe dans les eaux surtout par altération chimique, érosion physique et par transport atmosphérique. Diverses formes de composés du phosphore sont réfractaires et non disponibles à l'assimilation biologique (Peters, 1978). Ceci confirme en partie pourquoi l'on observe une rareté relative du phosphore versus les autres éléments nutritifs.

Cette caractéristique de facteur limitant attribuée au phosphore peut aussi se justifier par le fort coefficient de corrélation observé entre la concentration en phosphore total d'un lac lors de l'isothermie printanière des eaux et la concentration moyenne estivale de chlorophylle "a" (Sakamoto, 1966; Dillon et Rigler, 1974a). On a rapporté aussi très souvent dans la littérature qu'une augmentation de la charge entrante de phosphore dans un lac occasionnait une augmentation de la production du lac et qu'une diminution de la charge se traduisait par une diminution de la production (Vollenweider, 1968).

Enfin, il faut mentionner que dans plusieurs cas particuliers, d'autres éléments peuvent jouer le rôle de facteur limitatif. Sakamoto (1971) et Elder *et al.* (1976) ont démontré pour certains lacs qu'à court terme le fer pouvait être limitatif mais qu'à long terme le phosphore restait le principal facteur limitatif. Goldman (1960) a aussi montré pour un lac à petit bassin versant que le molybdène était le facteur limitant la production primaire.

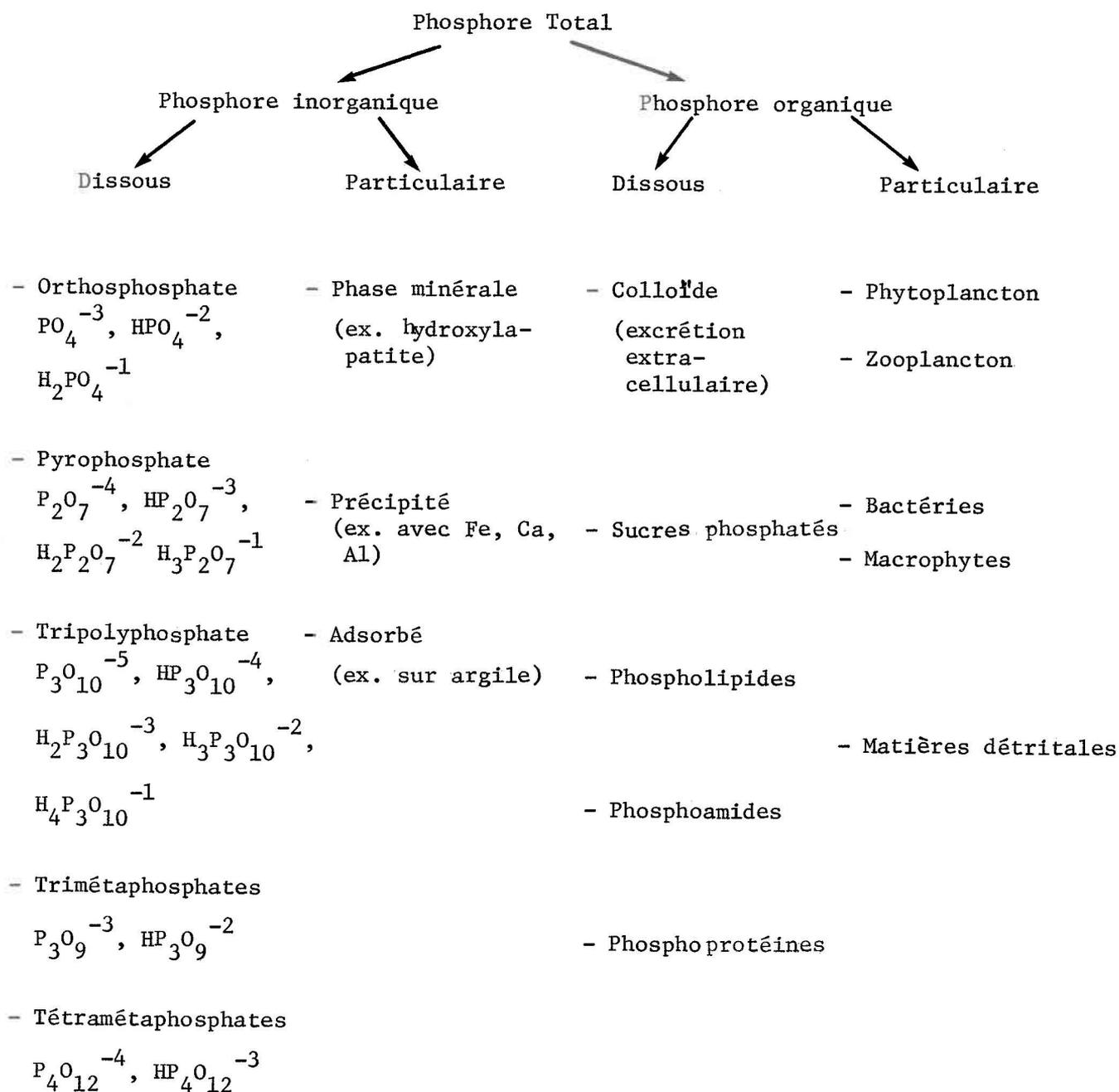
Wetzel (1975) et Schindler *et al.* (1978) suggèrent que dans des cas extrêmes de lacs très productifs, l'azote ou le carbone peuvent devenir limitants.

#### 2.4 Spéciation du phosphore dans les eaux douces

Le phosphore se retrouve dans les eaux douces sous plusieurs formes. Le tableau 2.2 brosse une esquisse des diverses formes retrouvées dans le milieu. Dans les eaux de lac, la plus grande partie du phosphore se retrouve de façon générale sous forme organique (90%) et le reste (10%) sous forme inorganique (Wetzel, 1975), quoique l'inverse puisse aussi être vrai pour certains lacs (Jones *et al.*, 1979).

Les producteurs primaires utilisent le phosphore sous forme d'orthophosphates ou de phosphore organique dissous. Cependant, on ne peut se référer au dosage de ces quantités pour caractériser la production du milieu. Rigler (1964) a montré que le cycle des orthophosphates est tellement rapide l'été ( $\sim 20$  minutes) qu'une telle mesure ne peut être considérée comme absolue. De plus, il faut mentionner que les orthophosphates sont présents dans le milieu lacustre dans des quantités souvent sous le seuil de détection des méthodes standard d'analyse. En conséquence, on préfère généralement doser le phosphore total en supposant par contre qu'il est disponible dans des proportions semblables pour un même type de milieu.

D'autres méthodes ont aussi été proposées. Par exemple, Schaffner et Oglesby (1978) suggèrent une façon d'estimer le phosphore biologiquement disponible. Il s'agit de considérer la somme des formes immédiatement disponibles ( $\text{PO}_4^{---}$ ), plus celles qui sont libérées par un oxydant fort pour simuler l'action de l'enzyme alcaline phosphatase plus celles qui se désorbent dans une solution du milieu étudié.

TABLEAU 2.2: Spéciation du phosphore dans les eaux douces.<sup>1</sup><sup>1</sup>D'après: Anonyme, 1970; Wetzel, 1975.

## 2.5 Sources de phosphore dans les eaux douces

Comme nous l'avons déjà spécifié, les sources naturelles de phosphore dans l'hydrosphère sont surtout d'origine géologique. Néanmoins, avec l'évolution de la technologie et de l'urbanisation, les sources anthropiques contribuent pour une part grandissante.

Le tableau 2.3 résume les principales sources naturelles et anthropiques d'apport en phosphore. On y trouvera aussi la nature de l'émission, soit ponctuelle ou diffuse. De façon générale on constatera que la charge de phosphore entrant dans un lac sera fortement conditionnée par la nature même du bassin versant. Par le vocable "nature" on se réfère à la géomorphologie, à la pédologie, au couvert végétal, à l'utilisation des sols (agriculture) et à la présence d'industries ou de développements urbains.

Il faut noter que nous n'avons pas inclus les eaux souterraines dans les sources d'apports, celles-ci présentent des concentrations en phosphore de beaucoup inférieures aux eaux de surface et comptent habituellement pour moins de 2% dans le bilan hydrologique (Schaffner et Oglesby, 1978).

La spéciation quantitative et qualitative des apports a été étudiée à plusieurs reprises (Stumm et Stumm-Zollinger, 1972; Peters, 1977; Duffy *et al.*, 1978; Duxbury et Peverly, 1978; Green *et al.*, 1978; Peters, 1978; Bernard, 1979).

TABLEAU 2.3: Principales sources de phosphore dans les eaux douces<sup>1</sup>A - Sources naturelles:

<u>Sources</u>	<u>Nature</u>	<u>Mécanismes de transfert</u>
Végétation du bassin versant (ex.: feuilles caduques)	Diffuse	Charriage par ruissellement de surface et transport fluvial
eau de pluie	Diffuse	
Sol (hydroxylapatite fluorapatite burshite wavellite variseite barrandite)	Diffuse	Erosion mécanique Erosion hydraulique Altération chimique Erosion éolienne Transport fluvial

B - Sources anthropiques

<u>Sources</u>	<u>Nature</u>	<u>Mécanismes de transfert</u>
Agriculture		
- épandage d'engrais	Diffuse ponctuelle	Ruissellement de surface - érosion drainage agricole
- stockage des fumiers	Ponctuelle	Ecoulement direct dans le cours d'eau
Urbanisation		
- drainage des eaux de pluie	Ponctuelle Diffuse	Collecteur d'eau pluvial Ruissellement de surface
- eaux sanitaires (excréments-déter- gents)	Ponctuelle	Collecteur sanitaire
Industrie		
- agro-alimentaire	Ponctuelle	Collecteur d'eaux usées
- pâtes et papier (procédé Kraft)	Ponctuelle	Collecteur d'eaux usées
- divers	Diffuse	

<sup>1</sup>

D'après: Vollenweider, 1968; Wetzel, 1975; Peters, 1977; Duxbury et Peverly, 1978; Peters, 1978; Bernard, 1979.

Il existe aussi différents modèles pour évaluer et quantifier les apports en phosphore en un point donné tenant compte de la nature du bassin versant (Patalas, 1972; Dillon et Rigler, 1975; Kirchner, 1975; Cluis *et al.*, 1979).

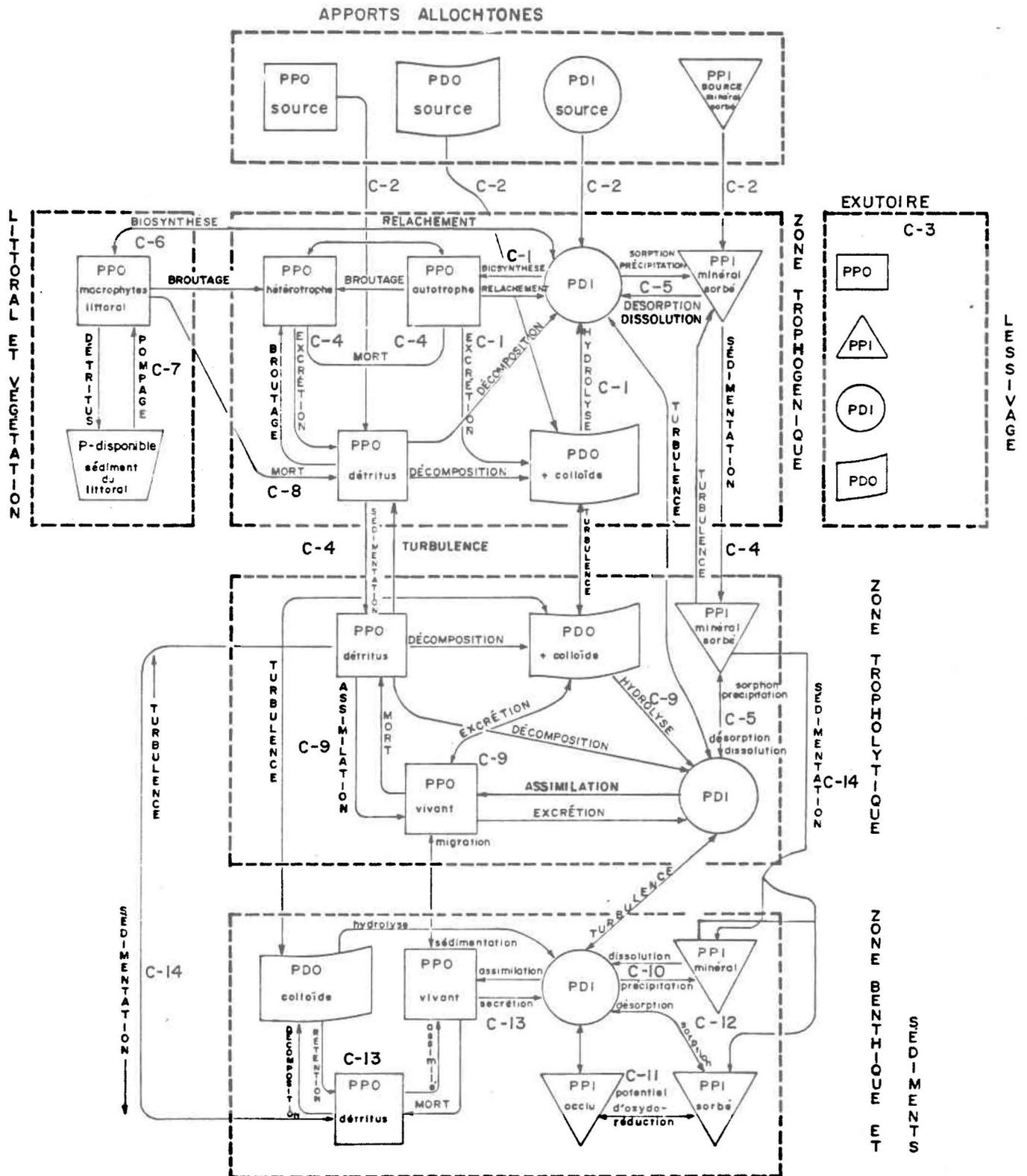
## 2.6 Esquisse du cycle du phosphore dans les eaux douces

Les modèles de bilan du phosphore total dans l'écosystème lacustre considérés dans les sections suivantes nous amènent à conceptualiser le lac comme homogène et identifier seulement les grands flux de matière. Cependant, pour que l'utilisateur de ces modèles soit conscient de la simplicité de cette conception versus les processus réels, il importe de résumer ici les diverses étapes connues du cycle du phosphore dans un lac. Le lecteur doit cependant être averti qu'il ne s'agit pas d'une revue exhaustive de la littérature et que plusieurs concepts font encore l'objet de discussion et de recherche.

Les mécanismes régissant le cycle du phosphore dans les eaux d'un lac sont de trois ordres: biologiques, chimiques et physiques. On observe aussi une hétérogénéité spatiale au niveau des sites où s'opèrent les diverses étapes du cycle du phosphore. Pour ces raisons, et pour alléger la présentation, nous avons opté pour une présentation à l'aide d'une figure synthétisant les interrelations entre les diverses formes du phosphore et la distribution spatiale des sites de ces interactions. Le lecteur devra se référer à la figure 2.1 tout au long de cette section.

On peut distinguer pour l'étude du cycle du phosphore dans un système lacustre quatre zones d'importance, soient:

Figure 2.1: Cycle du phosphore dans les eaux lacustres.  
 D'après: Tessier (1978); Wetzel (1975); Macko, et al. (1974);  
 Lean (1973); Syers, Harris et Armstrong (1973); Stumm et Stumm-  
 Zollinger (1972).



PPO : phosphore particulaire organique      PDO : phosphore dissous organique  
 PPI : phosphore particulaire inorganique    PDI : phosphore dissous inorganique

- le littoral;
- la zone trophogénique pélagique;
- la zone tropholytique;
- la zone benthique-sédiment.

Ces zones ne sont pas nécessairement délimitables spatialement de façon très précise. Cependant elles se réfèrent au lac en tant que système ouvert dynamique où la matière peut entrer, changer de forme, s'incorporer à la biomasse, sédimenter, se sorber, etc... Malheureusement, faute de données pertinentes ou généralisables, nous n'avons pu inclure dans la figure 2.1 l'ordre de grandeur des diverses formes de phosphore ni de l'importance relative de chacune des interactions. Néanmoins nous décrirons les principaux flux de matières observés généralement.

La zone trophogénique-pélagique est le support des producteurs primaires, principalement le phytoplancton. Cette zone se caractérise surtout par le recyclage extrêmement rapide du phosphore durant l'été. En effet on estime à environ 20 minutes (Rigler, 1964) le temps moyen pour que 75% du  $PO_4^{---}$  boucle le cycle C-1 (voir figure 2.1). Cette zone aussi se veut la porte d'entrée des apports allochtones (C-2) et la porte de sortie du phosphore autochtone (C-3). Une partie de la matière organique détritale (organismes morts ou excréments) sédimente vers les zones plus profondes du lac, ainsi que les formes particulaires inorganiques du phosphore (C-4). Outre les processus biologiques et physiques, on retrouve aussi des réactions chimiques. Les phosphates peuvent former des complexes ou des sels insolubles avec des cations tels que le fer, le magnésium, le manganèse, le zinc ou le cuivre (Wetzél, 1975). Si le pH est élevé et le calcium présent en quantité suffisante, il

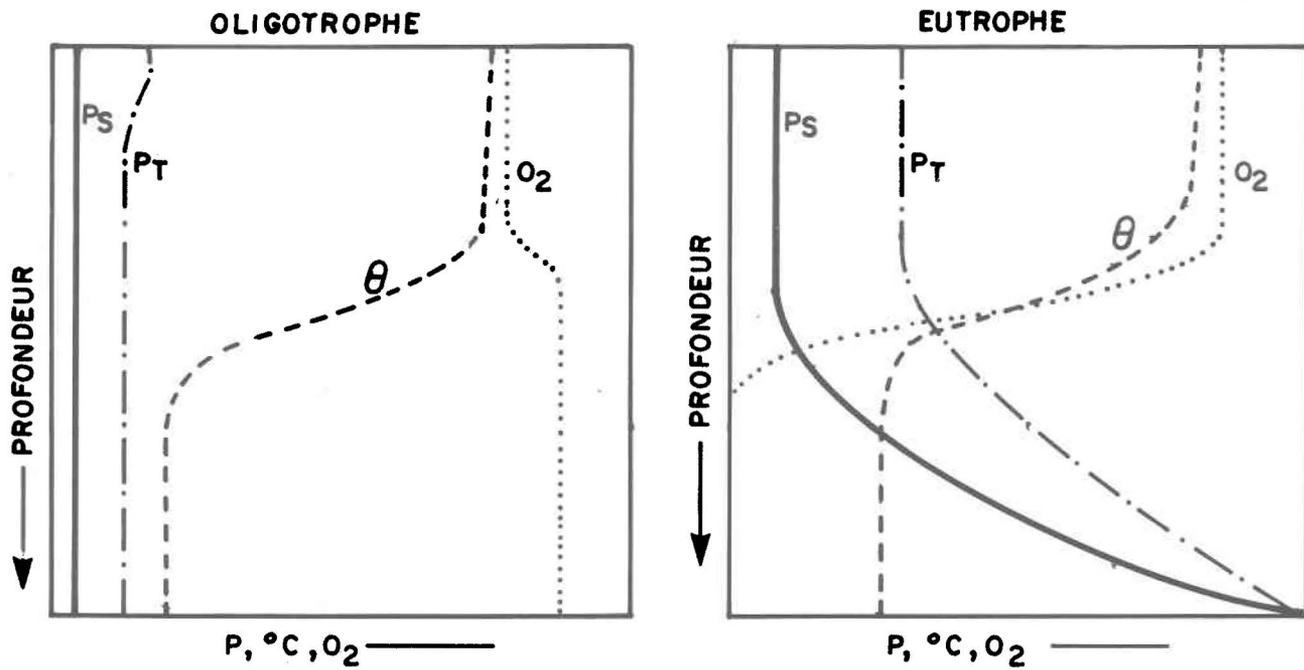
peut y avoir formation d'apatite (Anon., 1970). La sorption des phosphates sur les surfaces (principalement d'argile) est aussi un processus bien connu (C-5) (Anon., 1970). Les travaux de Lean (1973) laissent croire que la plus grande partie du phosphore dans cette zone se retrouve sous forme particulaire organique.

La zone du littoral prend toute son importance par la présence des macrophytes. L'ampleur avec laquelle cette zone conditionne le cycle global du phosphore dépendra de la surface relative des berges par rapport à celle du lac et de la colonisation de celles-ci par les macrophytes. Carignan et Kalff (1980) ont montré, pour un milieu mésotrophe et un milieu eutrophe, que la source principale d'approvisionnement en phosphore (> 90%), pour neuf espèces communes de macrophytes aquatiques, était les sédiments (C-7). Cependant, les macrophytes peuvent acquérir aussi une certaine partie de leur réserve de phosphore par filtration de l'eau au niveau des feuilles (C-6). Wetzel (1975) rapporte que le phosphore est relâché lentement par la plante et plus rapidement par les épiphytes qui la colonisent. A la fin de l'été, la dégradation annuelle de la végétation du littoral fournit un apport supplémentaire de nutriments au lac (C-8).

La zone tropholytique agit comme le "système digestif" du lac. La matière organique détritale est décomposée via l'action bactérienne (C-9). Une partie du phosphore organique est donc hydrolysée. Pendant la période de stratification thermique, la barrière densimétrique au niveau de la thermocline minimise le mélange des eaux superficielles avec celles plus profondes. Les échanges dépendront de la turbulence qui peut s'exprimer par le coefficient moyen de diffusion turbulente (Eddy diffusion) (Vollenweider, 1968).

Les échanges de phosphore entre les eaux du lac et les sédiments représentent un mécanisme très important dans le cycle du phosphore. En général, on observe un mouvement net du phosphore du lac vers les sédiments (Vollenweider, 1968; 1975). Ceux-ci agissent comme un véritable piège pour le phosphore (Fitzgerald, 1970). Quatre mécanismes régissent la destinée du phosphore dans cette zone. Il s'agit de l'équilibre minéral de l'eau (C-10), les réactions d'oxydo-réduction (C-11), la sorption (C-12) et l'activité biologique (benthos) (C-13). Le principal paramètre contrôlant les interactions dans cette zone est l'oxygène dissous. La plus grande partie du phosphore rejoint les sédiments par sédimentation (C-14). Une grande partie de celui-ci est hydrolysé. Si la microzone d'interface eaux-sédiments est oxygénée, il y a formation d'oxydes et d'hydroxydes de fer ou d'aluminium; les phosphates ont tendance à former des complexes ou à se sorber sur ces composés. Ils deviennent ainsi réfractaires, et piégés dans les sédiments. On a rapporté aussi la précipitation des phosphates avec le fer, l'aluminium ou le calcium dans des conditions aérobies (Syers *et al.*, 1973). Si au contraire, l'interface eaux-sédiments accuse un déficit en oxygène, le processus inverse s'amorce (Theis et McCabe, 1978). Les oxydes et les hydroxydes métalliques sont réduits et les phosphates sorbés reviennent en solution. Pendant cette période d'anoxie, les sédiments n'agissent plus comme un piège mais bien comme une source de phosphore. Donc pour la zone des sédiments, les processus sont principalement d'ordre chimique et contrôlés en grande partie par le contenu en oxygène de cette zone.

La figure 2.2 tiré de Wetzel (1975) illustre la distribution en profondeur du phosphore total et soluble pour deux types de lacs, l'un avec une courbe d'oxygène dissous orthograde (bien oxygéné) l'autre avec une



## LÉGENDE

P<sub>S</sub> = PHOSPHORE SOLUBLEP<sub>T</sub> = PHOSPHORE TOTAL

θ = TEMPÉRATURE

O<sub>2</sub> = CONCENTRATION EN OXYGÈNE DISSOUS

D'après Wetzel (1975)

Figure 2.2. Distribution verticale du phosphore total et soluble en période de de stratification thermique pour un lac oligotrophe et un lac eutrophe.

courbe clinograde (déficit en oxygène dans les bas fonds du lac). On constatera l'augmentation du phosphore soluble dans la zone de désoxygénation.

Pour finir cette section, nous discuterons brièvement de la variation temporelle de la concentration en phosphore total dans les eaux d'un lac. Généralement nous observons une première augmentation à la suite de la fonte des neiges (Stewart et Markello, 1974). Ce gain provient du charriage accru de sédiments et de matières organiques détritales causé par un ruissellement intense. Toutefois cette montée s'estompe rapidement. La majeure partie des apports étant sous forme particulaire organique ou inorganique, ceux-ci rejoignent les sédiments du fond et sont piégés. A la fin de l'été, on peut observer une seconde montée causée par une anoxie temporaire des eaux du fond (dépend du niveau trophique du lac). Cette augmentation prendra fin lors du retournement automnal des eaux. En effet, pendant cette période, l'anoxie disparaît et les phosphates sont sorbés et retournent aux sédiments. Enfin, durant la période hivernale, la concentration reste assez stable.

CHAPITRE 3

REVUE DE LA LITTERATURE: MODELE "BOITE NOIRE"

### 3. REVUE DE LITTÉRATURE: MODELE BOITE NOIRE

#### 3.1 Situation historique

L'introduction des modèles de bilan des substances nutritives dans un système lacustre date du début des années 60. En effet, à cette époque une nouvelle école de pensée prend racine chez les limnologues. Pour situer cette nouvelle ligne de pensée dans l'ensemble des recherches en limnologie, il importe d'en résumer les grands courants. Rigler (1975) fournit une bonne rétrospective des diverses tendances. Nous en résumerons les lignes principales.

Une dichotomie fondamentale existe parmi l'ensemble des limnologues, ce qui nous permet de percevoir en deux groupes: les "réductionnistes" et les "holistiques".

Les chercheurs réductionnistes abordent la compréhension d'un système en le décortiquant en chacun de ses éléments pour bien voir chacune des interrelations. Par exemple, le cycle du phosphore tel que vu à la section 2.6 résulte d'études à caractère réductionniste. Pour leur part, les chercheurs holistiques préfèrent étudier un système globalement, pour regrouper dans un même résultat plusieurs interactions. Les modèles du type "boîte noire" étant le propre de l'approche holistique, nous nous intéresserons principalement à ce type d'étude.

Rigler (1975) distingue cinq écoles de chercheurs ayant une approche holistique. Le tableau 3.1, emprunté à ce dernier, résume bien la situation.

TABLEAU 3.1: Progression des écoles de pensée chez les limnologues holistiques<sup>1</sup>.

Epoque approximative d'apparition	Nom de l'école de pensée	Conception du système lac
1910	Typologiste	Statique - Fermé
1925	Corrélationniste	Interactions dynamiques entre les composantes
1940	Expérimentaliste	Homéostasie, interactions multiples
1950	Cinétique	Etat stationnaire
1960	Entrée-Sortie	Système ouvert

<sup>1</sup> D'après Rigler (1975).

Les "typologistes" regroupent les lacs dans diverses classes à l'aide de plusieurs paramètres d'ordre bio-physico-chimique. De cette classification ressortent des lacs à comportement similaire, de telle sorte que l'on peut prévoir le comportement d'un lac par l'observation d'un autre lac ayant des caractéristiques semblables (par exemple l'indice morpho-édaphic de Ryder (1974)). Les "corrélationalistes", eux, étudient les interactions entre plusieurs paramètres à l'aide d'études empiriques (par exemple, relation entre chlorophylle "a" et phosphore total de Sakamoto (1966)). Les "expérimentalistes" étudient sur le système même l'influence d'un paramètre en le modifiant artificiellement (par exemple, Schindler *et al.*, 1971). Les adeptes de l'approche cinétique, pour leur part, s'intéressent aux flux de matières dans un lac (littoral, pélagique, sédiment) et enfin les adeptes des modèles "entrée-sortie" ou de bilan tentent de traduire sous forme de concentrations moyennes dans le lac, les charges entrant dans le système. La revue de la littérature qui suit relate l'évolution des modèles "entrée-sortie".

### 3.2 Modèle "boîte noire": définition

Les modèles de bilan, tantôt appelés "boîte noire" ou "entrée-sortie", sont des modèles mathématiques de simulation. Dans les cas qui suivent, il s'agit de modèles agrégés spatialement et temporellement. Le lac est considéré par analogie comme un réservoir où la composition bio-physico-chimique est homogène en chacun des points<sup>1</sup>. Ce réservoir possède des entrées et des sorties où l'on peut injecter de la matière ou retirer de la matière. Ce qui nous intéresse c'est la concentration ou la quantité de matière présente dans le réservoir en tout temps.

<sup>1</sup>

Couramment appelé CSTR pour "Continuously stirred tank reactor".

Les bases d'un modèle de bilan reposent toujours sur un postulat de conservation. En effet, comme le disait Lavoisier, "dans la nature rien ne se perd, rien ne se crée". Ce principe se traduit pour le phosphore dans un milieu lacustre par l'hypothèse suivante: "Après un laps de temps donné, le phosphore présent dans le milieu est égal à celui présent au début de la période, plus celui qui entre, moins celui qui sort". On appelle cette hypothèse l'équation de continuité de la matière qui peut se traduire par l'équation suivante:

$$P_{(t+\Delta t)} - P_{(t)} = P_E - P_S \quad (3.1)$$

où

$P_{(t+\Delta t)}^1$  = phosphore total au temps  $t+\Delta t$ ;

$P_{(t)}$  = phosphore total au temps  $t$ ;

$P_E$  = phosphore total qui entre pendant la période de temps  $\Delta t$ ;

$P_S$  = phosphore total qui sort pendant la période de temps  $\Delta t$ .

On peut réécrire cette équation en termes de vitesse de variation de la charge en phosphore:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d P_E}{dt} - \frac{d P_S}{dt} \quad (3.2)$$

où

$\frac{d P}{dt}$  = variation de la quantité de phosphore dans le lac;

$\frac{d P_E}{dt}$  = variation de la quantité de phosphore qui entre dans le lac;

$\frac{d P_S}{dt}$  = variation de la quantité de phosphore qui sort du lac.

<sup>1</sup>

Le lecteur trouvera au début du mémoire une liste (terminologie) où sont regroupés tous les symboles et leur signification.

Un point important à noter ici; tous les modèles de bilan de masse du phosphore qui suivront sont basés sur cette équation. Ce qui change d'un modèle à l'autre, c'est la façon d'exprimer les variations des quantités de phosphore qui entrent et qui sortent du système lacustre. Nous discuterons à la section 4.1 des hypothèses implicites dans l'utilisation des modèles de bilan; cependant, nous donnerons ici pour chaque modèle les traits saillants qui le distinguent des autres.

### 3.3 Premier développement

L'application première d'un modèle de bilan de substances nutritives à un système lacustre appartient à Biffi (1963). Ces travaux fourniront le squelette pour les modèles ultérieurs. Son modèle, en termes de phosphore, s'énonce comme suit:

$$V \frac{d [P_L]_t}{dt} = P_E - Q [P_L]_t \quad (3.3)$$

où

$[P_L]_t$  = concentration moyenne de phosphore total dans le lac au temps "t";

V = volume du lac;

$P_E$  = quantité annuelle de phosphore total entrant dans le lac;

Q = volume d'eau passant annuellement dans le lac.

Biffi considère ici le phosphore comme une substance conservatrice, c'est-à-dire que la concentration du milieu reflète la charge entrante, sans aucune perte par sédimentation. En effet la solution de l'équation 3.3 a la forme:

$$[P_L]_t = [P_L]_{t_0} e^{-\rho(t-t_0)} + \frac{I_P}{\rho} (1 - e^{-\rho(t-t_0)}) \quad (3.4)$$

où

- $[P_L]_{t_0}$  = concentration moyenne initiale de phosphore total dans le lac;  
 $\rho$  = fréquence de renouvellement de la masse d'eau ( $QV^{-1}$ );  
 $I_P$  = apport volumétrique annuel ( $P_E V^{-1}$ ).

Ce qui nous donne à long terme<sup>1</sup>, en supposant que  $P_E$  reste constant d'une année à l'autre:

$$[P_L]_{\infty} = \frac{I_P}{\rho} = [P_E]$$

où

- $[P_E]$  = concentration moyenne de phosphore total dans les eaux des affluents du lac et celle dans les eaux de précipitation à la surface du lac, combinées proportionnellement à leur contribution relative au budget hydrologique;  
 $[P_L]_{\infty}$  = concentration moyenne en phosphore total dans le lac, à l'état stationnaire.

<sup>1</sup>

Cette tendance à long terme s'obtient en prenant la limite quand le temps tend vers l'infini dans l'équation de la concentration en fonction du temps et est généralement appelée "état stationnaire" (steady state).

Nous voyons donc que la concentration vers laquelle le système tend n'est nulle autre que la concentration moyenne des tributaires. Cette approche s'avère peu exacte dans les faits en partie à cause de la non-inclusion de la sédimentation (Dillon, 1974; Reckhow, 1978) qui représente un exutoire non-négligeable pour le phosphore. Un tel modèle serait cependant applicable pour des substances comme les chlorures ou le sodium qui ne sont pas piégées dans les sédiments. Mentionnons aussi que des travaux ultérieurs (Rainey, 1967; Sweers, 1969) ont parachevé le travail de Biffi. Nous ne décrivons pas ces résultats car encore là il s'agit de modèles conservatifs.

Piontelli et Tonelli (1964) présentent le premier modèle boîte noire qui prend en considération la sédimentation. Les auteurs l'évaluent comme une fonction du premier ordre des apports ( $P_E$ ), d'où:

$$\frac{d P_{sed}}{dt} = F_{sed} P_E \quad (3.6)$$

$P_{sed}$  = quantité de phosphore qui rejoint les sédiments;

$F_{sed}$  = coefficient de sédimentation de  $P_E$

En incluant ce terme dans le modèle de Biffi (1963) on obtient:

$$V \frac{d [P_L]_t}{dt} = P_E - Q [P_L]_t - F_{sed} P_E \quad (3.7)$$

qui a la solution:

$$[P_L]_t = [P_L]_{t_0} e^{-\rho(t-t_0)} + \frac{(1-F_{sed}) I_p}{\rho} (1-e^{-\rho(t-t_0)}) \quad (3.8)$$

et à l'état stationnaire:

$$[P_L]_{\infty} = \frac{(1-F_{sed}) I_p}{\rho} = (1-F_{sed}) [\overline{P_E}] \quad (3.9)$$

On obtient pour un même lac une concentration inférieure au modèle de Biffi (1963)<sup>1</sup>. Le crédit de cette différence appartient à la sédimentation. Toutefois, les auteurs de ce modèle sont eux-mêmes sceptiques quand au bien fondé de considérer la sédimentation comme fonction du premier ordre des apports superficiels.

#### 3.4 Modèles de Vollenweider

Il est impossible d'éviter le nom de Vollenweider quand on étudie les modèles de bilan du phosphore dans un lac. En effet, les développements majeurs dans ce domaine reposent entièrement ou en partie sur ses théories.

Vollenweider (1964) propose son premier modèle. Dans cette version, il considère le taux de sortie du phosphore par les effluents ( $dP_s/dt$ ) comme proportionnel à la charge annuelle et le taux de sédimentation ( $dP_{sed}/dt$ ) comme proportionnel à la concentration, ce qui donne:

---

<sup>1</sup> Car  $0 < F_{sed} < 1$

$$V \frac{d[P_L]_t}{dt} = P_E - f_o P_E - \sigma V [P_L]_t \quad (3.10)$$

où

$\sigma$  = coefficient de proportionnalité de la sédimentation;

$f_o$  = coefficient de proportionnalité pour le lessivage par les effluents.

On obtient à l'état stationnaire:

$$[P_L]_{\infty} = \frac{(1-f_o) L_p}{\bar{Z} \sigma} \quad (3.11)$$

où  $L_p$  = apport superficiel en phosphore ( $I_p \bar{Z}$ ).

car  $V = S \bar{Z}$  si  $\bar{Z}$  = profondeur moyenne, et  $S$  = surface du lac.

Vollenweider a calculé le rapport:

$$\frac{(1-f_o) L_p}{[P_L]_{\infty}}$$

pour 5 lacs suisse et le trouve à peu près constant quand  $[P_L]_{\infty}$  représente la concentration hivernale moyenne de phosphore total. Ceci lui a permis, comme on le verra plus loin, de considérer  $\sigma$  comme une fonction de  $\bar{Z}$

$$\frac{(1-f_o) L_p}{[P_L]_{\infty}} = \sigma \bar{Z} \sim \text{constant.}$$

d'où  $\sigma \propto \bar{Z}^{-1}$ .

En 1968, Vollenweider a été mandaté par l'organisation de coopération et de développement économique (OCDE) pour rédiger un rapport sur le

problème de l'eutrophisation. L'un des objectifs du travail se résume comme suit "Etude et définition des limites de charge admissibles en phosphore et en azote en fonction des facteurs morphologiques, hydrologiques, hydrochimiques et bioclimatologiques". Avec les données disponibles dans la littérature, il a pu caractériser le niveau trophique de plusieurs lacs en utilisant leurs apports superficiels ( $L_p$ ) et leurs profondeurs moyennes ( $\bar{Z}$ ) (voir figure 3.1). Le graphique comprend trois régions, soit les lacs oligotrophes, les lacs mésotrophes et les lacs eutrophes. Chacune des régions est séparée de l'autre par une droite dont la pente représente un apport volumétrique annuel de phosphore. Un concept ressort ici, soit la classification des lacs par l'apport volumétrique annuel. En effet cette base permettra au gestionnaire du milieu d'évaluer la charge annuelle permmissible en phosphore pour ne pas enrichir le lac au point d'en perdre certains usages. Ce concept sera remanié ultérieurement par Vollenweider (1975), Dillon (1975a; 1975b), Larsen et Mercier (1976), et Reckhow (1977).

Vollenweider (1969) a révisé son modèle et modifié le concept de perte de phosphore par l'effluent proportionnel aux apports totaux annuels. Cette fois-ci, il l'a considéré comme proportionnelle à la concentration de phosphore total dans le lac. L'équation ainsi modifiée s'écrit:

$$V \frac{d [P_L]_t}{dt} = P_E - Q[P_L]_t - V \sigma [P_L]_t \quad (3.12)$$

qui a la solution:

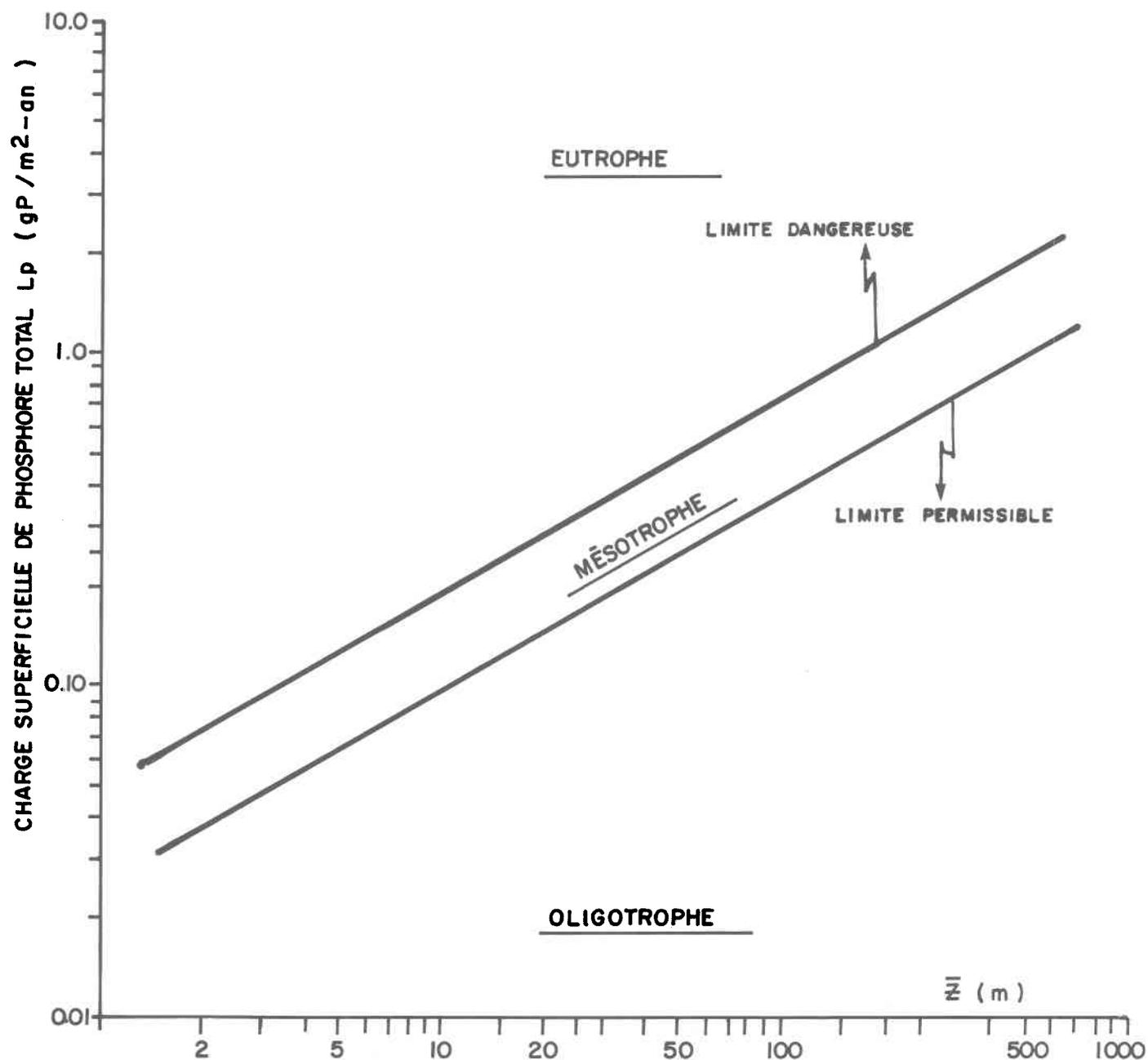


Figure 3.1. Modèle de Vollenweider (1968) impliquant la charge superficielle de phosphore total ( $L_p$ ) et la profondeur moyenne ( $\bar{Z}$ ) du lac.

$$[P_L]_t = [P_L]_{t_0} e^{-(\rho+\sigma)(t-t_0)} + \frac{I_p}{\sigma+\rho} (1-e^{-(\sigma+\rho)(t-t_0)}) \quad (3.13)$$

et à l'état stationnaire:

$$[P_L]_{\infty} = \frac{I_p}{\sigma+\rho} \quad (3.14)$$

Cette équation (3.14) se retrouve dans la littérature sous différentes formes équivalentes, à savoir:

$$[P_L]_{\infty} = \frac{L_p}{\bar{Z}(\sigma+\rho)} \quad (3.15)$$

$$= \frac{L_p}{\bar{Z}(\sigma+1/\tau)} \quad (3.16)$$

$$= \frac{L_p}{V_{\text{sed}} + \bar{Z}/\tau} \quad (3.17)$$

$$= \frac{L_p}{\sigma \bar{Z} + q_s} \quad (3.18)$$

où:

$\tau = \rho^{-1}$  = temps de séjour moyen de l'eau dans le lac;

$V_{\text{sed}} = \bar{Z}\sigma$  = vitesse apparente de sédimentation;

$q_s = \frac{\bar{Z}}{\tau}$  = épaisseur équivalente de la lame d'eau reçue annuellement sur le lac.

L'une des principales difficultés dans l'utilisation de ce modèle provient de la détermination de " $\sigma$ ", le taux de sédimentation. Ce paramètre ne peut se mesurer simplement. Avec les données dont il disposait, Vollenweider (1975) a estimé " $\sigma$ " avec l'équation du bilan à l'état stationnaire, c'est-à-dire:

$$\sigma = \frac{I_p}{[P_L]_{\infty}} - \rho \quad (3.19)$$

Il obtient des valeurs entre 0.1 et 1.0 an<sup>-1</sup>. Par la suite, avec un nombre croissant de données, il a pu établir une relation entre la profondeur moyenne et le taux de sédimentation, soit:

$$\ln \sigma = \ln 5.5 - 0.85 \ln \bar{Z} \quad (3.20)$$

avec un coefficient de corrélation égal à 0.79, ou pour une approximation grossière

$$\sigma = \frac{10}{\bar{Z}} \quad (\text{avec } \bar{Z} \text{ en mètres}) \quad (3.21)$$

Vollenweider (1975) a défini aussi un nouvel usage du modèle, soit le calcul du "temps de demie-vie" ( $t_{\frac{1}{2}}$ ). Ce dernier représente le temps requis pour qu'un lac ayant subi une modification de sa charge entrante de phosphore atteigne une concentration égale à la moyenne de la concentration où il se trouvait avant le changement et celle vers laquelle il doit tendre selon le modèle.

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\sigma + \rho} \quad (3.22)$$

Vollenweider (1975) propose aussi d'utiliser, pour les lacs ayant une stratification importante, une fréquence de renouvellement de masse d'eau moindre<sup>1</sup> que celle calculée comme le rapport de Q sur V. Ceci se justifiait par le fait que l'analogie du modèle considère le lac comme un "CSTR", ce qui est rarement le cas<sup>2</sup>.

Le modèle de Vollenweider (1969) s'est avéré un bon prédicteur pour les lacs oligotrophes et mésotrophes, mais il sous-estime la concentration de phosphore total pour les lacs eutrophes (Reckhow, 1978). Vollenweider (1975) a raffiné son modèle pour corriger le biais remarqué pour les lacs à forte production. En effet, comme nous l'avons vu à la section 2.6, la sédimentation du phosphore dans un lac n'est pas nécessairement un processus du premier ordre. Généralement, lorsqu'un lac est en voie d'eutrophisation, on observe des périodes d'anoxie prolongées dans la zone d'interface eaux-sédiments d'où, par les processus déjà mentionnés, une perturbation de l'équilibre eaux-sédiments et une remise en solution de certaines formes de phosphates. Vollenweider (1975) propose donc de tenir compte de cette possibilité en considérant le taux de sédimentation comme fonction décroissante (exponentielle) de la concentration.

Le développement du modèle sous cette hypothèse conduit à une équation différentielle non linéaire. Pour résoudre cette équation, Vollenweider procède par approximation. Cet exercice mathématique ayant peu d'intérêt dans le cadre de ce mémoire, nous présentons seulement l'application finale

<sup>1</sup>  $\rho$  effectif  $\sim$  0.6 à 0.7 fois  $\rho$  calculé

<sup>2</sup> A cet égard on peut consulter Schiebe et Dendy (1978).

donnée par l'auteur à ce modèle, soit un graphique du calcul de la charge superficielle de phosphore maximale admissible pour un niveau trophique désiré en fonction de  $q_s$  (voir figure 3.2). Toutefois, Potvin (1976) a montré que le paramètre  $q_s$  ( $Z/\tau$ ) ne semble pas tenir compte de la situation réelle de tous les lacs dans ce type d'approche.

La forme principale des modèles de Vollenweider utilisée comme modèle-guide par les chercheurs provient de sa version de 1969 à l'état d'équilibre. L'équation 3.14 et le coefficient de rétention (voir section 3.5) sont les outils de base utilisés pour les développements les plus récents.

### 3.5 Le coefficient de rétention

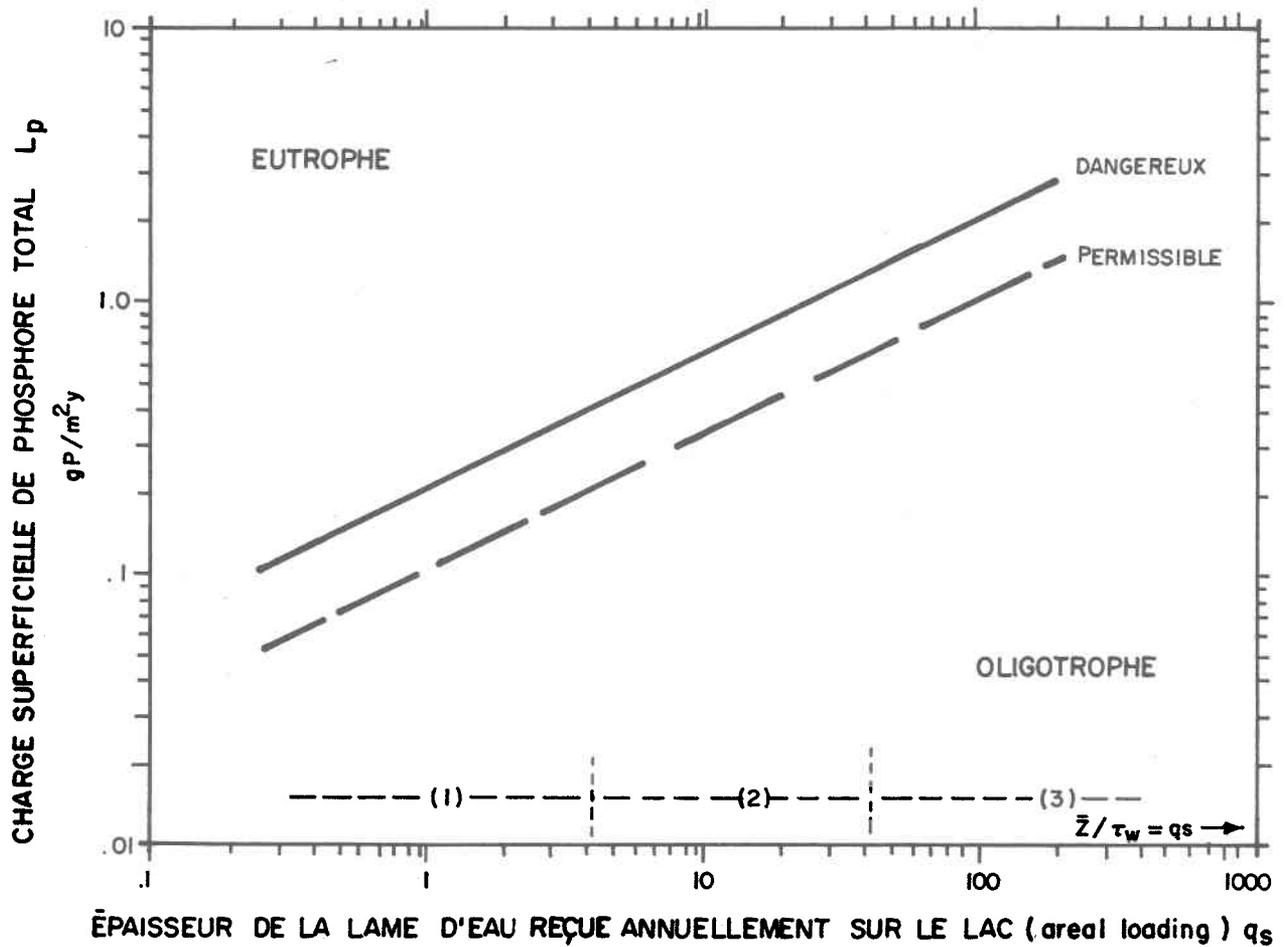
Sous les hypothèses d'un lac homogène en état stationnaire, Vollenweider (1975) définit le coefficient de rétention (noté R) comme étant le rapport entre le phosphore piégé dans le lac et le phosphore entrant dans le lac (c'est-à-dire, la fraction du phosphore entrant dans le lac qui ne sera pas évacuée par les effluents). La formulation s'écrit comme suit:

$$R = \frac{P_E - P_O}{P_E} \quad (3.23)$$

où

$P_E$  = quantité de phosphore entrant annuellement dans le lac;

$P_O$  = quantité de phosphore évacué annuellement par les effluents;



d'après Vollenweider (1975).

Figure 3.2 . Modèle de Vollenweider (1975) reliant l'état trophique d'un lac à la charge superficielle d'eau ( $Z/\tau = q_s$ ) et à la charge superficielle de phosphore total ( $L_p$ ).

Il faut noter que le coefficient de rétention est constant seulement si le lac est en état stationnaire (car si non  $P_o$  varie ou/et  $P_E$  varie).

Cette définition peut se réécrire sous la forme suivante:

$$R = \frac{I_P - Q/V [P_o]_{\infty}}{I_P} \quad (3.24)$$

où

$[P_o]_{\infty}$  = concentration moyenne en phosphore des effluents à l'état stationnaire

d'où:

$$[P_o]_{\infty} = \frac{I_P (1 - R)}{Q/V} = \frac{I_P (1 - R)}{\rho} = [P_L]_{\infty} \quad (3.25)$$

Selon l'hypothèse que  $[P_o]_{\infty} = [P_L]_{\infty}$ , Dillon et Rigler (1974b) ont adapté cette version du modèle de Vollenweider pour le calcul de la concentration de phosphore à l'état stationnaire. En effet, l'utilisation de l'équation 3.25 permet de calculer  $[P_L]_{\infty}$  sans connaître le taux de sédimentation " $\sigma$ " qui est difficile à mesurer. Dillon et Rigler (1974b) suggère donc le calcul  $[P_L]_{\infty}$  via le coefficient de rétention dont il propose l'estimation par la formule suivante:

$$R_{Exp} = \frac{\sum_{i=1}^n (q_e)_i [P_e]_i - \sum_{j=1}^m (q_o)_j [P_o]_j}{\sum_{i=1}^n (q_e)_i [P_e]_i} \quad (3.26)$$

$R_{Exp}$	=	coefficient de rétention expérimental;
$(q_e)_i$	=	débit moyen du tributaire $i$ ;
$[P_e]_i$	=	concentration de phosphore total dans le tributaire $i$ ;
$n$	=	nombre de tributaire;
$(q_o)_i$	=	débit moyen de l'effluent $j$ ;
$[P_o]_j$	=	concentration de phosphore total dans l'effluent;
$m$	=	nombre d'effluents .

Bien que le modèle de Dillon et Rigler (1974b) découle de variables plus facilement mesurables, il s'avère peu utile dans la mesure où l'on doit calculer  $R_{Exp}$  tel que proposé ici; en effet dans ce cas une tautologie en résulte (cf. section 4.4).

Il faut noter aussi la ressemblance de cette équation avec celle proposé par Piontelli et Tonelli (1964) (équation 3.9). En effet, l'équation 3.24 peut se réécrire sous la forme équivalente  $[P_L]_{\infty} = [\overline{P_E}] (1 - R)$ . Ce qui montre qu'à l'état stationnaire les deux modèles sont équivalents.

Les efforts de Dillon et Rigler n'ont pas seulement porté sur les modèles de bilan mais s'inscrivent plutôt dans la chaîne d'un développement empirique permettant de calculer la capacité de développement qu'un lac peut absorber dans son bassin versant, sans qu'il ne soit menacé d'eutrophisation. Cette méthode comprend:

- un modèle d'apport;
- un modèle de prédiction de  $[P_L]_{\infty}$ ;

- un modèle de prédiction de la concentration moyenne de chlorophylle "a" durant l'été en fonction de  $[P_L]_{\infty}$ ;
- un modèle de prédiction de la transparence du disque de Secchi.

Cette méthode est présentée dans Dillon et Rigler (1975).

De plus, Dillon (1975a) propose un modèle de classification de l'état trophique en fonction du modèle proposé (équation 3.25) qui peut s'écrire comme suit:

$$\frac{L_p (1 - R)}{\rho} = [P_L]_{\infty} \bar{Z}$$

puisque  $L_p = L_p / \bar{Z}$ .

En portant sur graphique  $\frac{L_p (1-R)}{\rho}$  vs  $\bar{Z}$  on obtiendra trois régions distinctes

en posant:

$$[P_L]_{\infty} < 10 \text{ mg m}^{-3} \text{ pour les lacs oligotrophes;}$$

$$10 \text{ mg m}^{-3} < [P_L]_{\infty} < 20 \text{ mg m}^{-3} \text{ pour les lacs mésotrophes;}$$

$$[P_L]_{\infty} > 20 \text{ mg m}^{-3} \text{ pour les lacs eutrophes (voir figure 3.3).}$$

Les travaux de Potvin (1976) ont montré que cette approche se voulait supérieure à celle proposée par Vollenweider (figure 3.1) tout autant par la représentation physique du phénomène plus probant que par la qualité des résultats obtenus.

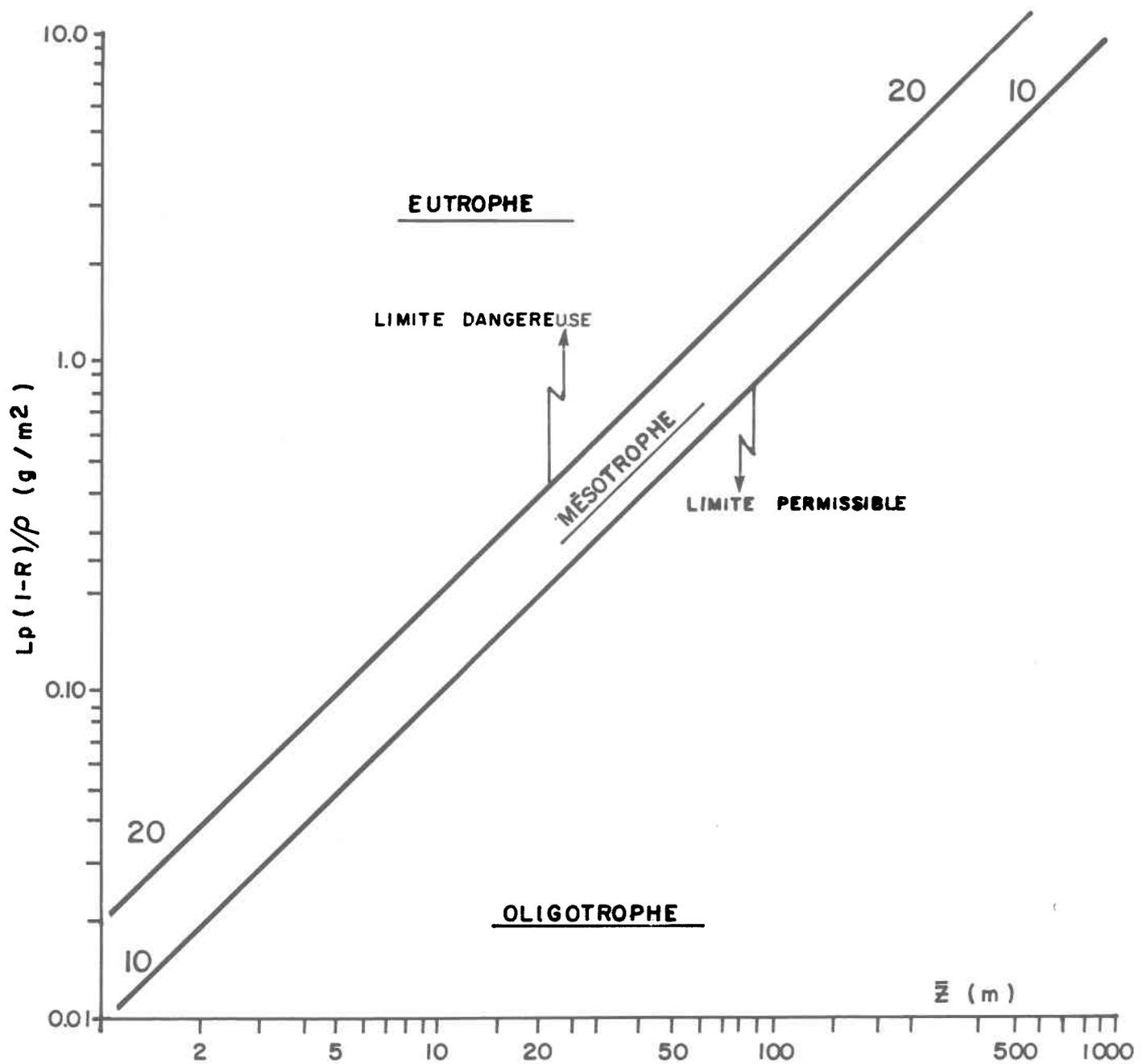


Figure 3.3 . Modèle de Dillon (1975 a) reliant l'état trophique d'un lac à sa concentration prédite de phosphore au brassage printanier.

### 3.6 Modèles empiriques

La principale difficulté à contourner dans l'utilisation concrète du modèle de bilan du phosphore tel qu'énoncé par Vollenweider (1969) ou Dillon et Rigler (1974b) réside dans l'obtention d'une valeur fiable pour le taux de sédimentation ou le coefficient de rétention. Il s'avère onéreux, tant au point de vue du temps que des coûts, de mesurer ces variables par leurs définitions respectives. Si l'on connaît l'une des deux, on connaît l'autre car ces variables sont intimement liées par la relation suivante:

$$R = \frac{\sigma}{\rho + \sigma} = \frac{1}{1 + \rho/\sigma} \quad (3.27)$$

que l'on peut facilement déduire à partir des équations 3.25 et 3.14.

Vollenweider (1975) a déjà proposé une formule empirique pour l'estimation de  $\sigma$  (voir équations 3.20 et 3.21). Ceci présuppose une vitesse de sédimentation apparente constante car on peut exprimer " $\sigma$ " sous la forme:

$$\sigma = \frac{V_{\text{sed}}}{\bar{Z}}$$

d'où l'équation 3.21 identifie  $V_{\text{sed}} = 10 \text{ m an}^{-1}$ .

Jones et Bachman (1976) ont estimé  $\sigma$  à l'aide du modèle lui-même (équation 3.19). Pour 51 lacs de l'Iowa, les valeurs trouvées varient entre  $-25.7$  et  $22.4 \text{ an}^{-1}$  avec une moyenne de  $1.19$  et un écart type de  $0.69$ . Le meilleur ajustement de leurs données fut pour une valeur constante de  $\sigma$  ( $0.65 \text{ an}^{-1}$ ) et un facteur de correction de  $0.84$ ; c'est-à-dire:

$$[P_L]_{\infty} = \frac{0.84 I_P}{(0.65 + \rho)} \quad (3.28)$$

Kirchner et Dillon (1975) sont les premiers à proposer une relation empirique pour l'estimation du coefficient de rétention. L'échantillon de travail se compose de 13 lacs de l'Ontario. Une analyse de corrélation entre diverses variables ( $\bar{Z}$ ,  $\rho$ ,  $q_s$ ) et le coefficient de rétention leur sert de base pour justifier la variable  $q_s$  comme étant celle décrivant potentiellement le mieux le coefficient de rétention. Par la suite, les auteurs utilisent la technique de régression multiple pour construire une relation empirique d'estimation de R. Le meilleur ajustement trouvé est une somme d'exponentielles décroissantes.

$$R = 0.426 \exp \{ -0.271 q_s \} + 0.574 \exp \{ -0.00949 q_s \} \quad (3.29)$$

avec un coefficient de corrélation de 0.94. Cette équation respecte la condition limite établie par les auteurs soit  $q_s = 0 \rightarrow R = 1$ . C'est-à-dire s'il n'y a aucun apport en eau, on n'aura pas d'évacuation et donc la rétention est totale.

On trouvera le graphique de cette relation à la figure 3.4. Les auteurs concluent leur article en souhaitant que l'on puisse expliquer pourquoi le coefficient de rétention était mieux représenté par une fonction de la charge d'eau reçue par unité de surface ( $q_s$ ) plutôt que la charge d'eau reçue par unité de volume ( $\rho$ ). Chapra (1975) a proposé une explication en considérant l'équation de bilan sous la forme suivante:

$$\frac{d[P_L]_t}{dt} = I_p - \rho[P_L]_t - \frac{v_{sed}}{\bar{Z}} [P_L]_t \quad (3.30)$$

La différence essentielle réside dans le fait que la sédimentation est considérée comme uniforme sur toute la surface des sédiments plutôt que uniforme pour chaque unité de volume du lac. De cette équation, on peut tirer la relation suivante:

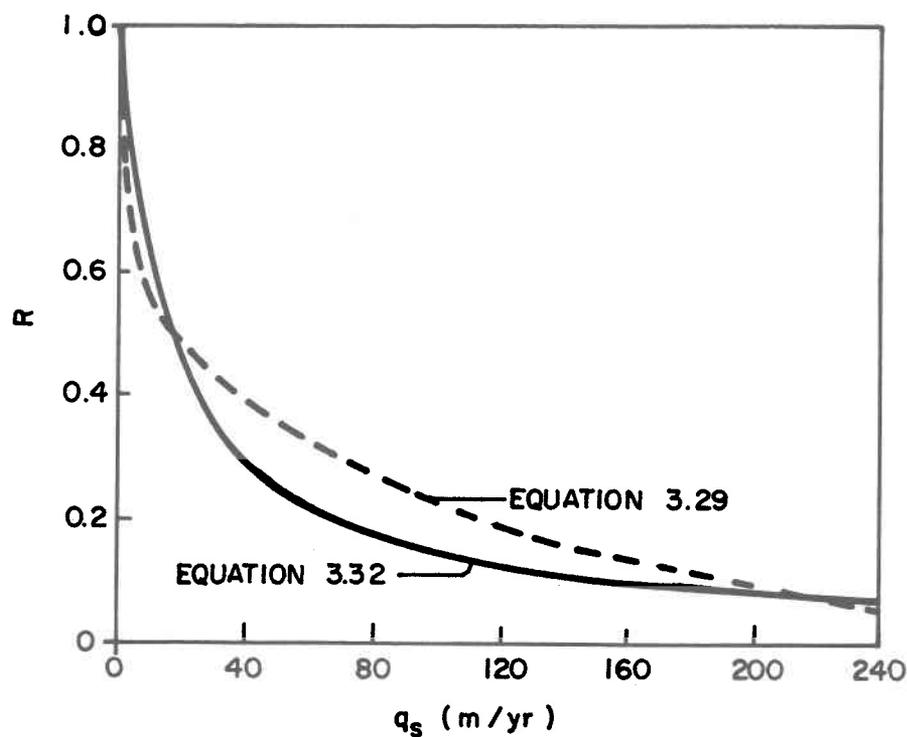
$$R = \frac{v_{sed}}{v_{sed} + q_s} \quad (3.31)$$

Cette dernière fournit l'explication recherchée par Kirchner et Dillon (1975) car si " $v_{sed}$ " varie peu d'un lac à l'autre, on peut exprimer "R" en fonction de " $q_s$ ". Chapra (1975) a ajusté de nouveau une relation entre "R" et " $q_s$ ", puis en se servant de l'équation 3.31, il a obtenu avec les mêmes données que celles employées par les auteurs précédents:

$$R = \frac{16}{16 + q_s} \quad (3.32)$$

d'où  $v_{sed} \approx 16 \text{ m an}^{-1}$ .

Les résultats sont présentés à la figure 3.4. Enfin Chapra (1975) mentionne qu'une dichotomie apparaît entre les lacs à faible " $q_s$ " et à fort " $q_s$ ", probablement parce que les mécanismes régissant la sédimentation diffèrent dans ces deux types de système. Dillon et Kirchner (1975) proposent plutôt une valeur de  $13.2 \text{ m an}^{-1}$  pour " $v_{sed}$ ", en rejetant deux données



—————	= ÉQUATION 3.32	$R = \frac{16}{16 + q_s}$
- - - - -	= ÉQUATION 3.29	$R = 0.426 \exp. \{-0.271 q_s\} +$ $0.574 \exp \{0.00949 q_s\}$

D'après Chapra (1975 )

Figure 3.4. Comparaison du model de Kirchner et Dillon (1975) avec celui de Chapra (1975) pour la prédiction du coefficient de rétention.

qu'ils soupçonnent erronées. Reckhow (1978) affirme qu'il est difficile pour l'instant d'affirmer qu'une valeur a plus de mérite que l'autre. Selon lui, considérer une vitesse de sédimentation constante conduit à une surestimation de  $[P_L]_{\infty}$  dans les lacs avec un fort "q<sub>s</sub>" et à une sous-estimation dans les lacs très riches en substances nutritives.

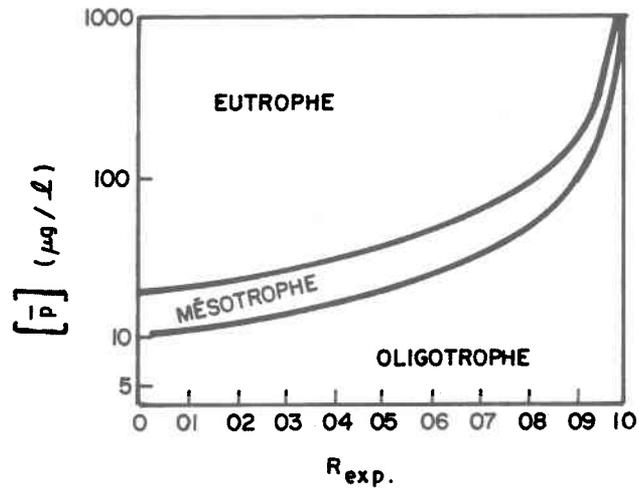
Dans une étude similaire, Larsen et Mercier (1976) de "U.S. Environmental Protection Agency" développent plusieurs formules empiriques pour 20 lacs peu productifs nord-américains. La meilleure approximation retenue par les auteurs s'exprime:

$$R = \frac{1}{1 + \rho^{\frac{1}{2}}} \quad (3.33)$$

avec un coefficient de corrélation égal à 0.94. Cette estimation se conforme aux cas limites, i.e. si  $\rho = 0 \rightarrow R = 1$  et si  $\rho = \infty \rightarrow R = 0$ . Les auteurs fournissent aussi un graphique dans le même style que Vollenweider (1968) pour prédire le niveau trophique d'un lac. En effet, l'équation de Dillon et Rigler (1974b) (3.25) peut se réécrire sous la forme:

$$\frac{I_P}{\rho} = \frac{[P_L]_{\infty}}{(1-R)} \quad (3.34)$$

Il est donc possible, si la concentration moyenne de phosphore dans un lac est représentative du niveau trophique, de déterminer des zones d'état trophique dans un graphe de  $I_P/\rho$  en fonction de R. Les auteurs utilisent les mêmes bornes que Dillon (1975a) pour définir l'état trophique d'un lac (voir section 3.5). Les résultats obtenus sont présentés à la figure 3.5.



D'après Larsen et Mercier (1975)

Figure 3.5 . Graphique de la concentration potentielle de phosphore total dans un lac ( $[\bar{P}] = I_p / \rho$ ) en fonction du coefficient de rétention ( $R$ ) pour caractériser l'état trophique d'un lac .

Ce graphique en fait n'est qu'un remaniement des axes du graphique déjà proposé par Dillon (1975a) (voir figure 3.3). Il diffère en ce sens qu'il permet de confronter la concentration potentielle de phosphore total dans le lac ( $I_p/\rho$ ) aux autres facteurs amenuisant cette concentration potentielle (coefficient de rétention).

Ostrofsky (1978b) n'est pas d'accord sur le principe que les équations empiriques doivent respecter les cas limites. Dans le cas où  $q_s < 10 \text{ m an}^{-1}$ , l'auteur dénonce une surestimation des formules empiriques pour le coefficient de rétention, ce qui implique une sous-estimation de la concentration en phosphore. L'argument de l'auteur réside dans le fait que si on pose  $R = 1$  pour  $q_s = 0$ , en évaluant  $[P_L]_\infty$  on obtient  $[P_L]_\infty = 0$ , ce qui est dénué de sens. Utilisant les données provenant de 53 lacs des territoires du nord-ouest, l'auteur démontre que pour un  $q_s < 10 \text{ m an}^{-1}$  le rapport des concentrations observées sur les concentrations prédites dépasse largement une norme acceptable si on utilise l'équation 3.29 proposée par Dillon et Kirchner (1975). Il propose alors d'utiliser l'équation suivante:

$$R = 0.201 \exp(-0.0425 q_s) + 0.574 \exp(-0.00949 q_s) \quad (3.35)$$

qui semble représenter beaucoup mieux ce type de lac (voir figure 3.6), même si la condition limite n'est pas respectée.

Cette vague de modèles empiriques déferle dans les travaux de plusieurs thésards qui, à coup de développements et d'approches empiriques de plus en plus raffinés, recherchent l'équation la plus juste. C'est ainsi que Walker (1977) proposa l'utilisation de la relation suivante:

$$[P_L]_{\infty} = \frac{I_P}{\rho} \left( \frac{1}{1+0.824 \rho^{0.454}} \right) \quad (3.36)$$

développée sur un ensemble de 105 lacs tempérés d'Amérique du Nord ( $R^2 = 0.906$ ).

Utilisant des données similaires, Reckhow (1977) part du principe émis auparavant par Chapra (1975), à savoir que des mécanismes différents régissent le bilan du phosphore dans des lacs de productivité différente. Il propose donc un regroupement des lacs en 3 classes distinctes. Le critère de classification proposé découle de deux paramètres, soit " $q_s$ " et le degré d'oxygénation du milieu (oxique ou anoxique).

Les trois classes sont :

- 1- lacs oxiques avec  $q_s < 50 \text{ m an}^{-1}$
- 2- lacs oxiques avec  $q_s > 50 \text{ m an}^{-1}$
- 3- lacs anoxiques<sup>1</sup>

Une différence fondamentale existe aussi dans le postulat du modèle. L'auteur dénonce une mauvaise interprétation du modèle en ce sens que le terme " $\sigma$ " ne serait pas seulement relié à la sédimentation mais à une variable multidimensionnelle " $\phi$ " qui peut s'écrire :

<sup>1</sup> Un lac est considéré ici comme anoxique si on obtient au moins une mesure nulle de concentration en oxygène durant la stratification thermique estivale.

$$\phi = f (P_E, P_S, [P_L], [Ca], [Fe], [Al], pH, [O_2], \rho, \bar{Z}, V \dots) \quad (3.37)$$

où

$P_F$  = masse annuelle de phosphore entrant dans le lac;

$P_S$  = masse annuelle de phosphore sortant du lac;

$[P_L]$  = concentration de phosphore dans le lac;

$[Ca]$ ,  $[Fe]$ ,  $[Al]$  = concentration des cations Ca, Fe et Al

de l'eau dans la zone interstielle eau-sédiment;

$[O_2]$  = concentration de l'oxygène dissout dans la même zone que le pH.

Selon l'auteur, chacune de ces variables serait susceptible de modifier le régime de sédimentation et les modèles utilisés jusqu'à maintenant donnent de bons résultats car une multicollinéarité lie ensemble les variables décrivant la sédimentation, de telle sorte qu'en utilisant seulement un sous-ensemble de ces variables on peut fournir une bonne estimation de l'action globale.

Une étude de corrélation entre les variables morphohydrologiques du lac et sa concentration en phosphore a permis à l'auteur de discerner quelles variables avaient un grand potentiel pour estimer la concentration en phosphore. Le choix de l'auteur s'arrête sur " $\bar{Z}$ ", " $\rho$ " et " $q_s$ ". Ces variables semblent être les meilleurs indicateurs de la rétention du phosphore et de la qualité résultante du lac. Une analyse des données et une recherche de la meilleure équation pour chacune des classes de lacs suggèrent l'utilisation des formules suivantes:

Lacs oxiques avec  $q_s < 50 \text{ m an}^{-1}$

$$[P_L]_{\infty} = \frac{L_p}{\frac{18 \bar{Z} + 1.05 q_s \exp(0.012 q_s)}{10 + \bar{Z}}} \quad R^2 = 0.876 \quad (3.38)$$

Lacs oxiques avec  $q_s > 50 \text{ m an}^{-1}$

$$[P_L]_{\infty} = \frac{L_p}{2.77 \bar{Z} + 1.05 (q_s) \exp(0.0011 q_s)} \quad R^2 = 0.949 \quad (3.39)$$

Lacs anoxiques

$$[P_L]_{\infty} = \frac{L_p}{0.17 \bar{Z} + 1.13 q_s} \quad R^2 = 0.948 \quad (3.40)$$

L'auteur propose aussi une formule générale pouvant s'appliquer dans tous les cas, soit:

$$[P_L]_{\infty} = \frac{L_p}{q_s \exp(0.0025 q_s) + \bar{Z} \{0.35 + 0.11 \bar{Z}^2 \rho \exp\{-0.005 \bar{Z}^2 \rho\} + \exp\left(\frac{-100 L_p}{Z \rho}\right)\}} \quad R^2 = 0.887 \quad (3.41)$$

Enfin l'auteur avoue en toute franchise que son modèle n'est pas nécessairement meilleur que ses prédécesseurs; tout dépend de la qualité des données recueillies et du type de lac étudié. Néanmoins la classification des lacs permet d'obtenir de meilleurs coefficients de détermination ( $R^2$ ), ceux-ci reflétant le pourcentage de variance expliqué par le modèle.

### 3.7 Autres types de modèles

On distingue principalement deux autres types de modèles utilisés dans la prédiction de la concentration de phosphore total en milieu lacustre, soient les modèles dit "deux boîtes" et les modèles écologiques.

Les modèles "deux boîtes" ont une approche sensiblement semblable au modèle "une boîte" mais beaucoup moins agrégée. On considère le lac comme un système à deux compartiments, l'épilimnion et l'hypolimnion. Chaque compartiment est considéré comme un "CSTR"<sup>1</sup> avec des coefficients de transfert d'un compartiment à l'autre. Ce type de modèle fut d'abord introduit par O'Melia (1972) puis revu par Imboden (1973; 1974), Imboden et Gächter (1975), Snodgrass et O'Melia (1975). Les mécanismes considérés dans les plus récentes versions sont la photosynthèse, la minéralisation, la sédimentation, les relâchements via les sédiments et les échanges au niveau de la thermocline. On considère aussi le phosphore sous deux formes, soient soluble et particulaire. Le modèle se résume à six équations différentielles décrivant les concentrations de phosphore sous chacune de ses deux formes, dans chacun des compartiments et ce pour deux époques données, soient la stratification thermique et l'homothermie. Nous n'élaborerons pas ici sur ce type de modèle car le but de cette section ne porte que sur la comparaison de la fiabilité de ces modèles versus des modèles plus simples au chapitre suivant. Cependant le lecteur trouvera à l'annexe B la signification des variables et les équations du modèle tel que proposé par Snodgrass et O'Melia (1975). On constatera à l'examen du modèle que la principale lacune réside dans l'estimation des variables d'entrées, celles-ci étant nombreuses et demandant souvent des échantillonnages laborieux pour les estimer.

<sup>1</sup>

(Voir section 3.2)

Pour leur part, les modèles dit "écologiques" réfèrent à un groupe de modèles incluant des composantes biologiques telles la biomasse primaire et secondaire et les nutriments majeurs (N, P, C). On considère dans ce type de modèle les transferts d'énergie entre matière organique et inorganique. Leurs avantages viennent du fait qu'ils considèrent explicitement des variables telles la biomasse et l'oxygène dissout, et leur pas de résolution est beaucoup plus court que pour les modèles conventionnels. Leur utilité se retrouvera dans l'analyse des variations saisonnières de la qualité de l'eau par exemple. Cependant, comme pour les modèles deux boîtes, ces modèles écologiques exigent une quantité considérable de données d'entrée<sup>1</sup> qui sont rarement disponibles pour la majorité des lacs. Chaque variable est décrite dans le modèle par une équation différentielle composée de la somme des principaux processus affectant la concentration de la substance (respiration, excrétion, photosynthèse, sédimentation, etc...). On tient compte aussi des échanges gazeux avec l'atmosphère et des variations saisonnières des conditions environnementales. Nous ne détaillerons pas ici ce modèle mais les intéressés peuvent toujours consulter Scavia *et al.* (1976) et Anonyme (1975). Encore là ce type de modèle requiert une très bonne connaissance du milieu.

<sup>1</sup> Par exemple:

- |                               |   |                             |
|-------------------------------|---|-----------------------------|
| - P biologiquement disponible | - | groupe de phytoplancton     |
| - NH <sub>3</sub>             | - | groupe de zooplancton       |
| - NO <sub>3</sub>             | - | carbone inorganique         |
| - N-organique dissout         | - | carbone organique           |
| - Si soluble réactif          | - | macroinvertébrés benthiques |
| - Si particulaire             | - | paramètres morphologiques   |

CHAPITRE 4

ADEQUATION MODELE-REALITE

#### 4. ADEQUATION MODELE-REALITE

##### 4.1 Sur les hypothèses sous-jacentes aux modèles "boîte noire"

Pour formuler et utiliser un modèle de type "boîte noire" associé au bilan du phosphore dans un système lacustre, nous devons accepter un écart entre la réalité et sa représentation. Cet écart se traduit justement par les hypothèses de travail utilisées dans la conception des modèles. Comme nous l'avons déjà expliqué à la section 3.2, les modèles de bilan du phosphore reposent sur l'équation de continuité. Les hypothèses se greffant à cette approche dans le cas des modèles déjà vus au chapitre précédent sont de quatre ordres, soient: spatial, temporel, hydrologique et associé au cycle du phosphore.

La considération spatiale dans les modèles boîtes noires est réduite à sa plus simple expression. Le lac est considéré comme un CSTR (continuously stirred tank reactor), c'est-à-dire de composition chimique, biologique et physique homogène en chacun de ses points. Ce compartiment admet aussi une entrée en chacun de ses points, c'est-à-dire, si on ajoute une quantité  $x$  de solution des tributaires, elle est considérée comme distribuée uniformément dans le lac. De la même façon on peut décrire les charges de phosphore éliminées par sédimentation ou par évacuation par les effluents. Il va sans dire que de prime abord cette approche paraît simpliste, mais comme nous le verrons plus loin, il semble qu'avec les connaissances actuelles sur le cycle du phosphore, elle s'avère aussi pertinente qu'une approche plus complexe.

La considération temporelle est implicitement déterminée par la considération spatiale. Si l'on fait fi des variations chimiques, physiques et biologiques du milieu, on ne peut se permettre un temps de résolution

plus court que le cycle de ces dites variations. Par conséquent, l'année demeure la seule unité de temps vraiment valable pour les calculs. Les variations interannuelles étant aléatoires, elles sont considérées ici comme d'espérance mathématique nulle à long terme. Les variables ayant une dimension temporelle seront donc exprimées en valeur moyenne pour l'année. Le terme bilan prend ici toute sa signification, c'est-à-dire que l'on considère le lac comme un réacteur ou chaque année on introduit  $x$  kg de phosphore et l'on tente de décrire ce qu'il en adviendra du niveau du lac lui-même ( $[P_L]$ ), des sédiments ( $\sigma$ ) et des effluents ( $\rho$ ).

Au niveau hydrologique, le bilan est également très simple. Le volume du lac est considéré comme constant, ce qui est plausible en regard du pas de temps considéré. On suppose aussi que les apports provenant de la nappe phréatique et des précipitations directement à la surface du lac sont équivalents à peu près à la lame d'eau évaporée chaque année et aux pertes par la nappe phréatique. Cette hypothèse permet d'ignorer ces termes (précipitation, évaporation, flux sous-terrain) dans le bilan hydrologique puisque l'on suppose qu'ils s'annulent. A noter cependant que la charge en phosphore contenue dans les eaux de précipitations sera incluse dans le bilan des apports en phosphore.

Les hypothèses associées au cycle de la matière peuvent se résumer aux considérations prises à l'égard du comportement et de la dynamique du système. Par exemple, on pourrait considérer la sédimentation comme étant proportionnelle à la concentration de la substance plutôt qu'à la charge superficielle. De même, on pourrait considérer que la sédimentation peut se décrire comme une réaction du premier ordre plutôt que du second ordre. C'est précisément

dans ce type d'hypothèse que réside la progression des modèles "boîte noire".

Nous examinerons ici surtout les hypothèses du cycle de la matière car les hypothèses du type spatial, temporel ou hydrologique sont fixées par la nature même du modèle et le niveau d'aggrégation choisi. Parmi celles-ci, les plus importantes seront celles retenues pour le modèle dit conservatif, c'est-à-dire avec une sédimentation positive. Quatre hypothèses ont retenu notre attention, soient:

- 1- l'apport de phosphore constant dans le temps (interannuel);
- 2- le taux de sédimentation linéaire (1er ordre);
- 3- la concentration de phosphore dans le lac égale à celle de l'effluent (moyenne annuelle) à l'état stationnaire;
- 4- l'état stationnaire.

#### 4.2 Constance des apports

En autant que le pas de temps reste l'année, cette hypothèse peut se justifier pour un milieu à l'état naturel où les apports d'origine anthropique restent négligeables. Mais, il serait cependant dangereux de croire en la constance des apports dans un bassin versant à forte densité humaine, ou dans un réservoir après la mise en eau (cf. chapitre 5). En effet, une tendance à l'augmentation des rejets de toute sorte peut s'observer à la suite de l'augmentation du développement urbain, industriel et agricole, d'où une plus grande charge de nutriments dans les lacs en aval des cours d'eaux récepteurs. Dillon (1974) suggère l'utilisation d'une fonction exponentielle dans les cas extrêmes ou sinon une croissance géométrique pour décrire les apports en

phosphore. On peut utiliser aussi une fonction discrète en escalier pour décrire les projections futures des apports en phosphore dans le milieu lacustre.

Le temps de demi-vie tel que présenté à l'équation (3.22) nous renseignera sur la rapidité avec lequel le système s'ajustera à une modification dans la charge annuelle de phosphore entrant dans le système. On peut aussi faire une approximation de l'erreur commise en négligeant de petites variations des apports (voir section 4.5).

#### 4.3 Linéarité du taux de sédimentation

Le taux de sédimentation s'exprime généralement sous la forme suivante:

$$\frac{d P_{\text{sed}}}{dt} = \sigma [P_L] \quad (4.1)$$

On considère donc le taux de sédimentation comme proportionnel à la concentration de phosphore dans le lac, le coefficient de proportionnalité étant représenté par le symbole " $\sigma$ ". Cette hypothèse ne semble pas s'éloigner tellement de la réalité. En effet, une étude menée par Sonzogni, Uttomark et Lee (1975) établit une comparaison entre des valeurs de sédimentation mesurées, d'une part, et calculées à partir d'un modèle du même type que celui proposé par Vollenweider (1969) d'autre part. Les auteurs ont exprimé l'équation 3.14 sous la forme équivalente suivante:

$$\bar{Z} \sigma [P_L]_{\infty} = \bar{Z} (I_p - \rho [P_L]_{\infty})$$

Le membre de gauche traduit la quantité de phosphore total sédimentée pendant une année par unité de surface de sédiment. Quant au membre de droite, il est facilement évaluable ne contenant que les paramètres et variables usuellement employés dans ce type de modèle. Les auteurs ont comparé cette valeur calculée avec les résultats provenant d'une expérience réalisée *in situ* où l'on a mesuré la quantité de phosphore total sédimentée sur une période d'un an. Les résultats obtenus sur deux lacs sont les suivants:

	Sédimentation calculée mg de P m <sup>-2</sup> an <sup>-1</sup>	Sédimentation mesurée mg de P m <sup>-2</sup> an <sup>-1</sup>
Lac Mendota	1.35 x 10 <sup>3</sup>	1.19 x 10 <sup>3</sup>
Lac Washington	1.7 x 10 <sup>3</sup>	1.5 x 10 <sup>3</sup>

Donc l'hypothèse que le taux de sédimentation du phosphore varie comme une fonction du première ordre de la concentration en phosphore total ne semble pas dénuée de sens, du moins en ce qui concerne ces **deux lacs**.

Vollenweider (1975) a proposé l'utilisation d'un modèle non linéaire pour la sédimentation. La raison postulée prend force dans le fait qu'une augmentation de la charge spécifique en phosphore dans un lac conduit à une augmentation de la concentration en phosphore, ce qui peut causer une diminution d'oxygène dissous dans l'hypolimnion. Nous avons déjà vu qu'un déficit d'oxygène dans la zone interstitielle eau-sédiment peut impliquer un relâchement de phosphates en provenance des sédiments. Donc " $\sigma$ " ne serait pas constant mais pourrait être considéré comme fonction de la concentration en phosphore total du lac.

Reckhow (1977) postule que ni le terme " $\sigma$ " ni le terme " $v_{sed}$ " (représentant la vitesse apparente de sédimentation, utilisé d'abord par Chapra (1975)) ne représentent équitablement la réalité. Selon cet auteur, la sédimentation serait mieux représentée par une variable multidimensionnelle telle que représentée à l'équation (3.37).

A ce jour, les études sur le sujet étant encore très limitées, nous croyons que l'approximation d'un taux linéaire de sédimentation reste une des méthodes valables, tant par sa simplicité que par la justesse des résultats généralement obtenus. Il va de soi que des techniques plus sophistiquées amélioreront les résultats pour les lacs plus complexes (ex.: anoxie prolongée). Il ne reste qu'à attendre les efforts de recherche dans ce domaine.

#### 4.4 Egalité de $[P_L]_{\infty}$ et $[P_O]_{\infty}$

Cette hypothèse a été validée plusieurs fois par des auteurs sans que ce soit le but ultime de leur recherche. A titre d'exemple, nous étayerons nos dires par les résultats proposés par Vollenweider (1975), lors de sa validation de l'utilisation du modèle décrit à l'équation (3.14). Vollenweider valide son modèle en comparant, d'une part, les valeurs du coefficient de rétention calculées avec les données expérimentales (équation 3.26) et, d'autre part, le coefficient de rétention calculé avec le modèle lui-même (équation 3.27) à l'état stationnaire.

Ceci revient à comparer les deux entités suivantes:

R expérimental

vs

R calculé via le modèle

$$\frac{\sum_{i=1}^n (q_e)_i [P_e]_i - \sum_{j=1}^n (q_o)_j \cdot [P_o]_j}{\sum_{i=1}^n (q_e)_i [P_e]_i} \quad \text{vs}$$

$$\frac{\sigma}{\rho + \sigma} = \frac{I_P (\rho [P_L]_\infty)}{I_P}$$

$$\sum_{i=1}^n (q_e)_i [P_e]_i$$

(en utilisant 3.30)

qui peut se réécrire (en ne supposant pas  $[P_o] = [P_L]$ )

$$\frac{I_P - \rho [P_o]_\infty}{I_P}$$

vs

$$\frac{I_P - \rho [P_L]_\infty}{I_P}$$

Donc la nuance entre R expérimental ( $R_{Exp}$ ) et R calculé apparaît dans l'utilisation de  $[P_o]_\infty$  d'une part et de  $[P_L]_\infty$  d'autre part, d'où une simple validation de cette hypothèse et non comme Vollenweider l'exprime "The agreement between the two sets of values is satisfactory wherefore the basic model appears to be acceptable".<sup>1-2</sup>

Le graphique résultant de cette comparaison (voir figure 4.1) montre que  $R_{Exp}$  a tendance à surestimer R. Ceci s'explique par le fait que généralement  $[P_o]$  sous-estime  $[P_L]$ . Cette tendance a été aussi observée par Dillon (1974) et Reckhow (1977). L'explication émise découle du phénomène de sédimentation. En effet la majeure partie du phosphore étant sous forme particulaire dans le lac, une partie de celui-ci

1

Vollenweider (1975), page 61.

2

"La concordance entre les deux ensembles de valeurs est satisfaisante, d'où le modèle de base semble acceptable".

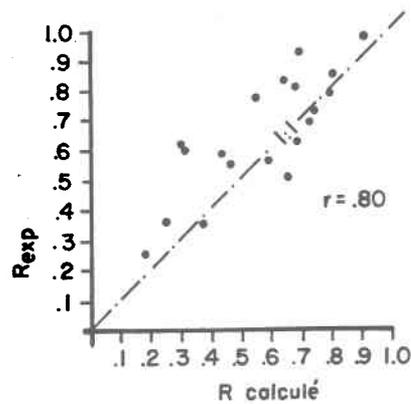


Figure 4.1. Comparaison entre R expérimental et R calculé dans l'étude de Vollenweider (1975).

$$R_{\text{exp}} = \frac{\sum_{i=1}^n (q_e)_i [P_e]_i - \sum_{j=1}^m (q_o)_j [P_o]_j}{\sum_{i=1}^n (q_e)_i [P_e]_i}$$

$$R_{\text{calculé}} = \frac{\sigma}{\rho + \sigma}$$

sédimentera avant d'arriver à l'effluent, d'où une concentration plus élevée dans les eaux du lac que dans les eaux de l'effluent. Néanmoins, Reckhow (1977) a calculé un très haut coefficient de corrélation entre  $[P_O]$  et  $[P_L]$  (0.957). Il observe sur un échantillon de 75 lacs de la zone climatique tempérée que le rapport  $[P_O]/[P_L]$  augmente avec la taille du lac. Il explique ce phénomène par le fait que généralement les grands lacs ont un plus grand débit d'évacuation à l'exutoire; ceci entraîne une plus grande turbulence à la décharge du lac et il s'en suit une remise en suspension des sédiments, d'où une augmentation du rapport  $[P_O]/[P_L]$ .

Nous retrouvons une démarche similaire à celle de Vollenweider (1975) dans l'article de Dillon et Rigler (1974b). Les auteurs ont validé le modèle proposé à l'équation 3.25 en mesurant  $[P_O]_\infty$  pour calculer  $R_{Exp}$  et en utilisant ce résultat pour compiler  $[P_L]_\infty$ . Les calculs utilisés semblent dans une tautologie. En effet une des hypothèses du modèle est précisément que  $[P_L]_\infty = [P_O]_\infty$ , d'où inévitablement en utilisant  $[P_O]_\infty$  dans le calcul on retrouvera cette même valeur dans le résultat final. On peut constater cet état de fait en suivant le développement suivant:

Le coefficient de rétention expérimental peut s'écrire:

$$R_{Exp} = 1 - \frac{Q[P_O]_\infty}{\sum q_i [P_E]_i} \quad (\text{équivalent à l'équation 3.26})$$

et  $[P_L]_\infty$  est calculé par l'équation (3.25).

$$[P_L]_{\infty} = \frac{I_P (1 - R_{Exp})}{\rho}$$

En remplaçant  $R_{Exp}$  dans cette dernière équation, on obtient:

$$[P_L]_{\infty} = \frac{I_P (1 - (1 - Q[P_O]_{\infty} / \sum_{i=1}^n q_i [P_E]_i))}{\rho}$$

$$[P_L]_{\infty} = \frac{I_P (Q[P_O]_{\infty} / I_P V)}{\rho}$$

$$[P_L]_{\infty} = \frac{I_P (\rho [P_O]_{\infty} / I_P)}{\rho}$$

$$[P_L]_{\infty} = [P_O]_{\infty}$$

Ce qui devrait logiquement en résulter suite à l'hypothèse  $[P_L]_{\infty} = [P_O]_{\infty}$  !

Les auteurs trouvent une bonne concordance entre les valeurs de  $[P_L]_{\infty}$  mesurées et celles de  $[P_L]_{\infty}$  calculées (i.e.  $[P_O]_{\infty}$  mesurée), d'où une justification supplémentaire de l'hypothèse ci-haut mentionnée. On retrouvera la même démarche dans les articles de Dillon (1975a) et de Scheider (1978).

Il faut toutefois mentionner que l'hypothèse  $[P_L] = [P_O]$  peut devenir hasardeuse pour des lacs où les concentrations de phosphore sont élevées.

4.5 Etat stationnaire

Cette condition ne peut être atteinte que si les apports (charge superficielle) de phosphore restent à peu près constants. S'il n'y a pas de changements majeurs dans l'environnement du lac, les variations de charges de phosphore sont aléatoires, par exemple, soumises aux changements atmosphériques. Il est intéressant de regarder l'influence de ces variations sur la prédiction de la concentration du phosphore. Sonzogni, Uttomark et Lee (1975) ont évalué la différence entre la concentration prédite pour un modèle avec apport constant et un modèle avec apport croissant de  $\Delta P_E$  par année. La différence est donnée par l'équation:

$$\text{différence} = \Delta P_E \frac{\rho}{(\rho + \sigma)^2} \quad (4.2)$$

Le terme  $\frac{\rho}{(\rho + \sigma)^2}$  sera d'autant plus petit que 1, que  $\sigma$  sera grand. Il est donc normal de prévoir qu'un lac avec un fort taux de sédimentation sera moins influencé par un accroissement de la charge qu'un autre. Intuitivement on doit s'attendre à ce résultat puisque si une grande partie du phosphore sédimente, une augmentation de la charge n'influencera pas beaucoup la concentration dans le lac, car une bonne partie de l'augmentation de charge rejoindra les sédiments. De façon générale, il semble justifiable que si les variations  $\Delta P_E$  sont petites, leur influence sur la concentration puisse être négligé pour la plupart des situations, d'où la possibilité d'atteindre un état stationnaire.

#### 4.6 Sur les sources d'erreurs dans les modèles "boîte noire"

Les travaux de Reckhow (1977, 1978, 1979) ont fourni une étude approfondie sur le sujet. Nous nous contenterons d'en résumer les points principaux. On peut diviser les erreurs inhérentes à l'utilisation d'un modèle empirique<sup>1</sup> en quatre classes soient:

- 1- les erreurs sur les variables indépendantes ( $I_p, \rho, q_s, \dots$ );
- 2- les erreurs sur la variable dépendante ( $[P_L]_\infty$ );
- 3- les erreurs d'estimation des paramètres;
- 4- les erreurs dues au modèle lui-même.

Les erreurs engendrées par les variables dépendantes et indépendantes proviennent de deux sources distinctes. On reconnaît en premier lieu une erreur liée à la mesure (précision des méthodes et des appareils) et en second lieu une erreur due à la représentativité de l'échantillon utilisé pour quantifier un paramètre.

Les erreurs dans l'estimation des paramètres du modèle reflètent la précision avec laquelle on peut se permettre de définir une relation. Cette erreur dépend des valeurs prises par les variables dépendantes et indépendantes et du nombre de données utilisées pour définir la relation.

Les erreurs dues au modèle lui-même se calculent comme étant l'erreur résiduelle si l'on soustrait de l'erreur totale toutes les autres erreurs déjà mentionnées. On peut interpréter cette erreur comme l'habilité

<sup>1</sup> Il faut noter ici que les modèles "boîte noire" dans leurs versions récentes sont empiriques du au fait que l'on "estime" certains paramètres.

du modèle à prédire. Reckhow (1977) fournit une méthodologie pour l'estimation de chacune de ces erreurs.

#### 4.7 Résultat sur la capacité de prédiction d'un modèle boîte noire

Chapra et Reckhow (1979) ont estimé l'incertitude attribuable à un modèle de bilan du phosphore. La méthodologie utilisée découle des théories usuelles d'interférences statistiques dans les modèles de régression. Les auteurs utilisent comme modèle de base celui proposé par Vollenweider (1976), qui n'est autre que celui de Larsen et Mercier (1976).

$$\text{i.e.} \quad R = \frac{1}{1 + \sqrt{\rho}}$$

que l'on substitue dans l'équation 3.25; il en résulte

$$[P_L]_{\infty} = \frac{[P_E]_{\infty}}{1 + \sqrt{\tau}} \quad (4.3)$$

où

$\tau$  = temps de séjour moyen des eaux dans le lac.

En classant les lacs de la façon suivante:

<u>Etat trophique</u>	<u><math>[P_L]_{\infty}</math> (en <math>\mu\text{g P l}^{-1}</math>)</u>
oligotrophe	< 10
mésotrophe	10 - 20
eutrophe	20 - 50
hypereutrophe	> 50

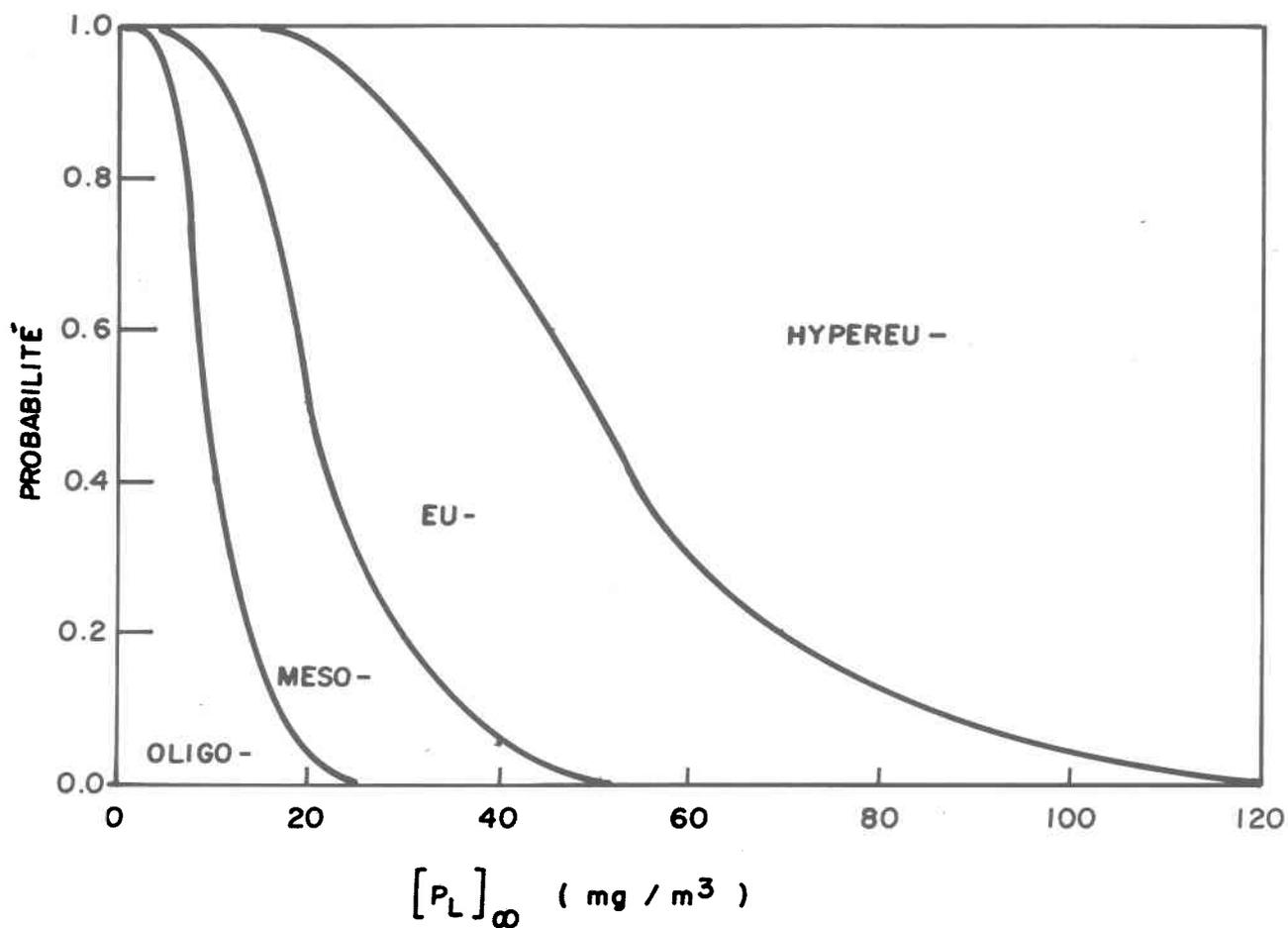
les auteurs établissent un monographe donnant la probabilité d'état trophique d'un lac en fonction de sa concentration de phosphore total calculée par l'équation 4.3 (voir figure 4.2). Un remaniement de ce graphique permet aussi d'en obtenir un second donnant la concentration moyenne maximale admissible dans les affluents si l'on espère garantir, à un niveau de probabilité donné (soit 75%, 90%, 95%), un état trophique donné (voir figure 4.3).

Cette approche utilise comme variable indépendante, outre  $[\overline{P}_E]$ , le temps de séjour moyen des eaux dans le lac comme estimateur du temps de rétention. Il semble que cette variable soit la plus appropriée pour établir une telle relation. Dillon (1975a) l'a déjà démontré pour le lac Cameron (Ontario) et Yeasted et Morel (1978) ont aussi montré par analyse discriminante que le paramètre " $\tau$ " se veut le plus significatif dans la prédiction de la variable " $[P_L]_\infty$ ".

#### 4.8 Sur les études comparatives de divers modèles

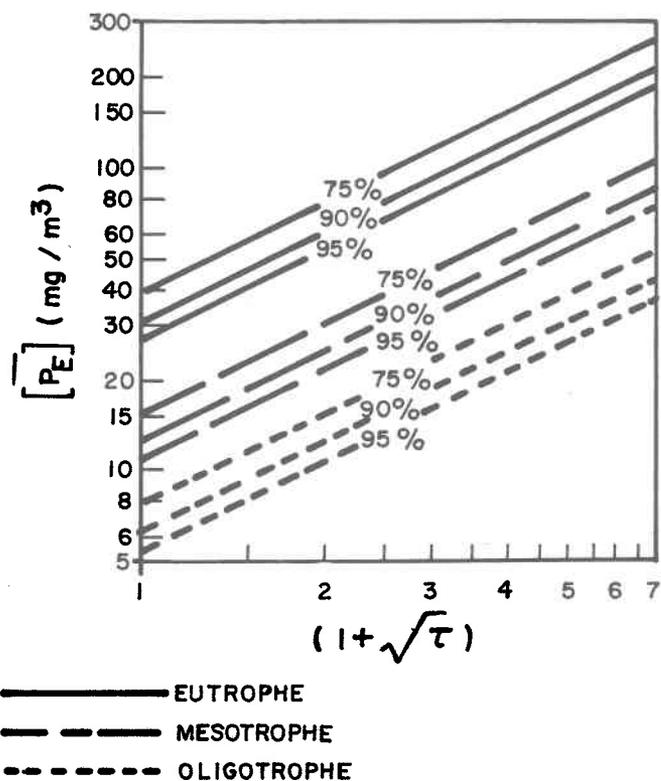
Nous avons retrouvé dans la littérature trois études de ce genre soit Reckhow (1977), Tapp (1976) et Scavia et Chapra (1977). Nous nous proposons ici d'en ressortir les principales conclusions.

Reckhow (1977) utilise une banque de données provenant de 46 lacs de la zone tempérée. L'auteur estime le pourcentage d'erreur moyen introduit par l'utilisation de l'un ou l'autre des modèles suivants, soit le sien (équation 3.41), celui de Dillon et Rigler (1974b) (équation 3.25) couplé à l'équation de Kirchner et Dillon (1975) (équation 3.29), et enfin celui proposé par Larsen et Mercier (1976) (équation 3.33). Les résultats obtenus sont présentés au tableau 4.1.



D'après Chapra et Reckhow, 1979.

Figure 4.2. Probabilité de l'état trophique d'un lac en fonction de  $[P_L]_{\infty}$  calculé avec l'équation 4.3



D'après Chapra et Reckhow (1979)

Figure 4.3 . Concentration moyenne maximale des affluents en phosphore ( $[P_E]$ ), si l'on veut garantir à un niveau de probabilité donné un état trophique donné .

TABLEAU 4.1: Comparaison de modèles "boîte noire"

<u>Modèle</u>	<u>Déviation moyenne</u> <sup>1</sup>	<u>Erreur moyenne</u> <sup>2</sup>
Reckhow (1977)	0.0104	29%
Dillon et Rigler (1974) et Kirchner et Dillon (1975)	0.0100	27%
Larsen et Mercier (1976)	0.0109	33%

$$^1 \text{ Déviation moyenne : } \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |P_{\text{obs}} - P_{\text{pred}}|$$

$$^2 \text{ \% d'erreur moyenne : } \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|P_{\text{obs}} - P_{\text{pred}}|}{P_{\text{obs}}} \times 100$$

où  $P_{\text{obs}}$  :  $[P_L]_{\infty}$  observée

$P_{\text{pred}}$  :  $[P_L]_{\infty}$  calculée

D'après Reckhow (1977).

Cette étude est révélatrice. Il semble que l'approche "boîte noire" ait atteint son plus haut niveau de précision. On constate que même les développements les plus récents (et plus sophistiqués) ne diminuent pas l'erreur de façon appréciable. Les trois modèles utilisés dans cette étude ont donné des résultats comparables. Reckhow (1977) a aussi fait la comparaison avec ses équations développées pour les diverses classes de lacs (voir section 3.6). Cette approche s'avère légèrement meilleure dans quelques cas, à cause du regroupement des lacs en classes plus homogènes.

Reckhow (1977) a aussi comparé les résultats de son modèle avec ceux du modèle "deux boîtes" de Snodgrass et O'Melia (1975), pour un échantillon comprenant 14 lacs oxygènes et 10 lacs anoxiques. Dans les deux cas, le modèle de Reckhow (1977) se compare favorablement au modèle "deux boîtes".

Nous retrouvons des résultats allant dans le même sens dans l'étude de Scavia et Chapra (1977). Les auteurs ont comparé les résultats de l'application du modèle type "boîte noire" de Chapra (1975) (voir section 3.6) et du modèle écologique développé par Scavia *et al.* (1976) aux données provenant du lac Ontario. Les auteurs concluent en ces termes:

" Les prédictions des concentrations moyennes annuelles du phosphore total et de la chlorophylle<sup>a</sup> dérivées du modèle écologique s'accordent bien avec celles dérivées des modèles plus simples. Nous en concluons que l'emploi d'un type de modèle particulier est dicté par la nature des problèmes étudiés plutôt que par la supériorité inhérente de l'une ou l'autre approche"<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Scavia et Chapra (1975) page 286.

Une autre étude comparative entre l'approche "boîte noire" et les modèles écologiques, menée par Tapp (1976), appuie encore le bien-fondé de l'approche des modèles "boîte noire". On peut lire dans la conclusion:

" Based on the data collected by the EPA National eutrophication survey on 66 water bodies in the southeastern United States, the Vollenweider model, the Dillon model and the Larsen-Mercier model all have some merit when examining eutrophication problems"<sup>1-2</sup>.

Forts de ces études, nous croyons que l'approche "boîte noire" est appropriée quand nous voulons seulement une connaissance de la variable  $[P_L]_{\infty}$  et ce pour trois raisons:

- considérant la complexité réelle du système étudié versus la simplicité de la conception du modèle "boîte noire", il semble que l'on doit surtout attacher une importance à la capacité de prédiction du modèle plutôt qu'au sens physique que l'on peut lui accorder;
- l'approche "boîte noire" exige des intrants beaucoup plus faciles à obtenir ou à mesurer que les autres approches. De plus, le nombre d'intrants requis est relativement faible comparé à d'autres modèles;
- pour l'instant, il semble que l'approche "boîte noire" permettra de prédire la variable  $[P_L]_{\infty}$  de façon aussi précise sinon meilleure que les approches plus complexes.

<sup>1</sup> Tapp (1976) page 56.

<sup>2</sup> Traduction:

"Basé sur la banque de données recueillies par EPA National eutrophication survey sur 66 plans d'eau du sud-est des Etats-Unis, le modèle de Vollenweider, le modèle de Dillon et le modèle de Larsen-Mercier ont tous du mérite quand on examine les problèmes de l'eutrophisation".

CHAPITRE 5

ADAPTATION D'UN MODELE "BOITE NOIRE" POUR LE CALCUL  
DE L'EVOLUTION DE LA QUANTITE TOTALE DE PHOSPHORE DANS  
UN GRAND RESERVOIR, DURANT SA MISE EN EAU ET LA PERIODE SUBSEQUENTE.

## 5.1 Mise en situation

"No branch of engineering has contributed more to the development of civilisation than the art and science of controlling the flow of water".<sup>1-2</sup>

Au Canada, et en particulier au Québec, le relief ainsi que le réseau hydrographique se prêtent bien à l'utilisation de l'eau en tant que source d'énergie. En effet, près de 30% des eaux douces mondiales se retrouvent au Canada et 10% en territoire Québécois. L'eau étant une de nos grandes richesses naturelles et une ressource appelée à prendre une part grandissante dans le bilan énergétique des Québécois, il importe de contrôler l'effet de la "domestication" des eaux sur leur qualité.

La réalisation d'un projet d'utiliser le potentiel énergétique d'un cours d'eau implique dans la majorité des cas des ouvrages permettant de créer une "tête d'eau" suffisante pour une production hydro-électrique satisfaisante et rentable. Ces ouvrages transforment le cours d'eau naturel (milieu lotique) en une nappe d'eau artificielle (milieu lentique). Bien que pour le profane cette transformation ne semble point dramatique, elle l'est en quelque sorte puisque la qualité des eaux d'un réservoir peut se dégrader, et plus particulièrement lors de la mise en eau.

<sup>1</sup> Baxter et Glaude (1980).

<sup>2</sup> Traduction: "Aucune discipline de l'ingénierie n'a contribué plus au développement de la civilisation que l'art et la science de contrôler les masses d'eau".

Dans cette optique, il devient judicieux de mettre au point des outils permettant aux gestionnaires de ces aménagements de prévoir les "avaries" causées au milieu et ainsi, peut-être, de mieux contrôler l'intégration d'un projet dans son environnement et d'en minimiser les répercussions.

Prenant pour acquis que l'utilisation de modèles "boîte noire" empirique pour la prévision ou le calcul de la concentration du phosphore total dans un lac donne des résultats satisfaisants, il devient justifiable d'étudier les possibilités d'application de ces modèles à des plans d'eau artificiels (réservoirs). Dans ce cadre, notre attention devra porter particulièrement sur les différences fondamentales entre le système "lac" et le système "réservoir", et ce pour ne pas introduire de biais majeurs en postulant des hypothèses non adéquates à des réservoirs.

## 5.2 Sur les conséquences de la création d'un réservoir

La création d'un réservoir peut trouver sa justification dans la poursuite d'objectifs très variés. On peut citer:

- prévention des inondations par la régularisation des débits;
- conversion de l'énergie hydraulique en énergie électrique;
- créer une réserve pour alimentation en eau potable;
- créer un bassin artificiel pour supporter une faune ichthyenne commercialisable (pêcheries);
- site de récréation (navigation de plaisance, baignade, esthétique);
- rehaussement du niveau d'eau pour faciliter la navigation commerciale;
- etc...

Ces réservoirs peuvent prendre naissance soit dans le rehaussement d'un ou plusieurs lacs naturels déjà existants, ou bien dans la vallée d'une rivière suite à l'endiguement de celle-ci. Dans le premier cas, les changements qualitatifs de l'eau sont habituellement moins prononcés que dans le second, puisque le changement est moins radical. Néanmoins, dans les deux cas on observe des variations dans la composition chimique et biologique de l'eau (Baxter et Glaude, 1980). Le tableau 5.1, modifié de Campbell *et al.* (1976), résume bien les effets sur le milieu aquatique généralement observés lors de la création d'un réservoir.

Comme on peut l'imaginer, les changements morphométriques sont majeurs. Les paramètres physiques du système, tels le volume, la surface et la profondeur moyenne augmentent. Dans un réservoir créé par l'harnachement d'une rivière, on retrouvera la profondeur maximale juste à l'amont du barrage et la bathymétrie du réservoir représentera une fosse en "V" où le sillon de profondeur maximale se situe dans l'ancien lit de la rivière. Cette constatation ne s'applique pas aux réservoirs formés par le rehaussement d'un lac, où la profondeur maximale reste au même endroit que celle du lac avant le rehaussement.

On observe aussi des changements majeurs dans la turbulence des eaux. En effet, pour un réservoir créé dans le lit d'une rivière, la turbulence des eaux diminue, ce qui favorise la stratification thermique et la sédimentation. On rapporte aussi souvent des effets de courant de densité quand la décharge du réservoir ne se situe pas en surface (Baxter, 1974). Si les eaux des tributaires sont plus denses que celles du réservoir en surface, alors elles se glissent sous ces dernières pour se rendre jusqu'à la

TABLEAU 5.1: Création d'un réservoir - effets sur le milieu aquatique local (modifié de Campbell et al. (1976)).

Effets physiques:

- morphologie - profondeur, largeur augmentent
- hydraulique - vitesse, courants, turbulence, mélange, ré-aération ...  
diminuent
- température - stratification thermique possible  
- fluctuation thermique journalière amortie  
- cycle saisonnier décalé et amorti
- sédimentation - turbidité diminuée  
- nature et morphologie du fond changent (sédimentation  
sélective de l'amont à l'aval du réservoir)  
- eaux plus 'érosives' en aval du réservoir

Effets chimiques:

- oxygène dissous - diminue, surtout vers le fond
- couleur - augmente ou diminue
- ions majeurs - variations saisonnières amorties
- minéralisation - teneur augmente ou diminue  
globale, solides  
dissous
- Mn, Fe - augmente (surtout dans conditions anaérobies)  
ou diminue
- CO<sub>2</sub>, alcalinité - augmente, surtout vers le fond ou diminue
- N<sub>T</sub>
- P<sub>T</sub> - diminue<sup>1</sup> ou augmente
- C<sub>org</sub> - fraction soluble,  $\sim$  constante; fraction en suspension,  
diminue

Effets biologiques:

- productivité - augmente, du moins au début  
globale
- composition des - change remarquablement (formes lotiques  $\rightarrow$  formes la-  
diverses popula- custres)  
tions
- phytoplancton : diatomés, chlorophycées  $\rightarrow$  cyanophycées; formes petites  $\rightarrow$   
formes grandes
- zooplancton : formes rhéophiles  $\rightarrow$  rotifères  $\rightarrow$  crustacées
- bactéries : colibacilles diminuent

Effets divers:

problèmes d'odeurs et de goûts trop marqués; perturbations socio-économiques dans le territoire environnant.

<sup>1</sup>

Cette constatation n'est toutefois pas généralisée.

décharge submergée. On peut représenter le système comme une rivière sur laquelle flotte un lac. Cependant, cet effet est minimum si le réservoir est grand et sujet à des courants internes, ces derniers favorisant le mélange des eaux.

La composition chimique des eaux d'un réservoir est influencée, tout comme celle d'un lac, par les apports en provenance du bassin versant et de l'atmosphère (apports allochtones). Cependant, dans le cas d'un réservoir nouvellement créé, on rapporte généralement des apports de nutriments et d'autres substances en provenance des sols et de la végétation inondés (apports autochtones). Ces transferts de matière s'opèrent via des processus physiques, chimiques et biologiques que nous appellerons "lessivage". Ces transferts sont de nature transitoire et se font sentir principalement pendant les premières années suivant la mise en eau; par la suite, les substrats organiques étant en état avancé de décomposition, il y a peu de relâchement de nutriments ou d'autres substances dans le réservoir. Cette augmentation des apports en nutriments après la mise en eau induit une augmentation de la production primaire que l'on nommera "accroissement trophique"<sup>1</sup>; la phase suivante de stabilisation porte généralement le nom de "décroissance trophique"<sup>2</sup>. Campbell *et al.* (1976) fournissent une figure illustrant ces deux phases pour divers paramètres (voir figure 5.1).

### 5.3 Le lessivage des sols et de la végétation submergés: un apport important de phosphore

Les diverses formes de phosphore présentes dans la matière organique (voir section 2.4) peuvent être relâchées dans le milieu aqueux suite à une

<sup>1</sup> Traduction de "Trophic upsurge"

<sup>2</sup> Traduction de "Trophic depression"

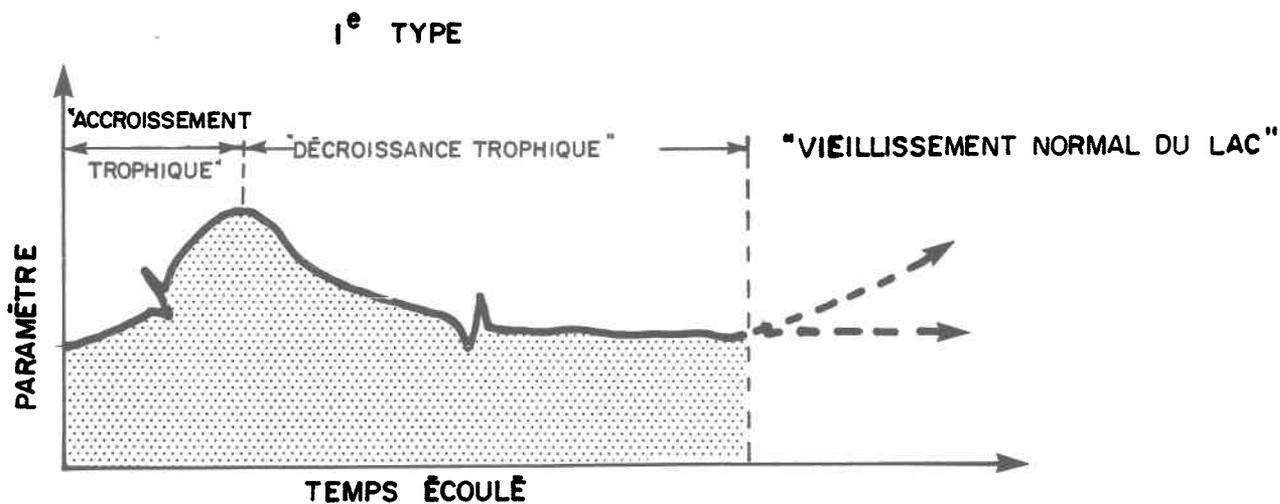


Figure 5. la. Évolution temporelle après la création d'un réservoir.  
Paramètres : productivité ( bactéries, phytoplancton, zooplancton, poisson ) ; couleur.

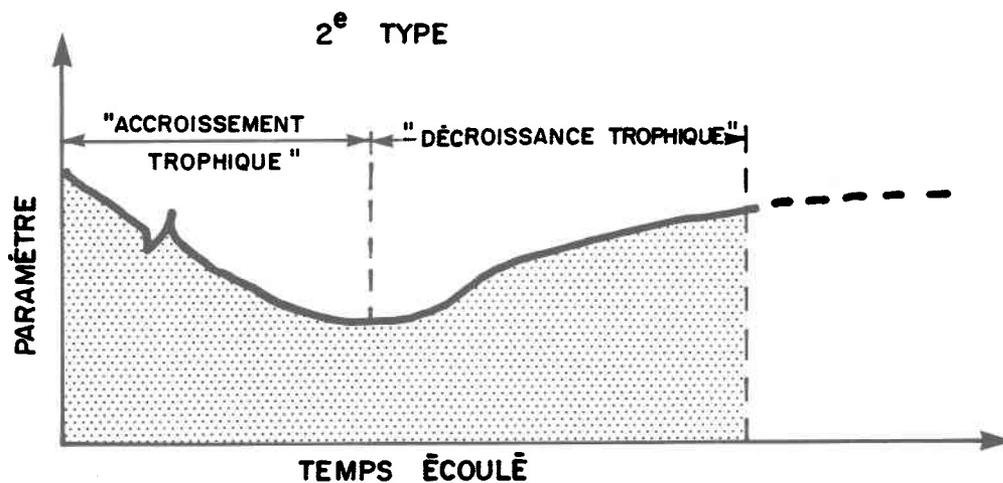


Figure 5. Ib. Évolution temporelle après la création d'un réservoir .  
Paramètre : oxygène dissous. ( d'après Campbell et al., 1976 ).

immersion prolongée (Baxter et Glaude, 1980). Campbell *et al.* (1976) ont fait une expertise et une revue de littérature sur les effets du décapage des sols d'un réservoir avant la mise en eau. Ils mettent en évidence que les eaux d'un réservoir, où l'on a pris soin de décapier le fond avant la mise en eau, présentent des concentrations en nutriments ainsi qu'une activité bactérienne et planctonique moins grandes que celles du même réservoir si non décapé. Les auteurs fournissent aussi un schéma des événements suivant l'inondation d'un sol, que nous avons reproduit à la figure 5.2.

Maystrenko et Denisova (1972) ont évalué pour divers substrats le taux de minéralisation de plusieurs substances (C, N,  $\text{NH}_4$ ,  $\text{PO}_4$ ). Le tableau 5.2 donne une esquisse des résultats obtenus pour le phosphore total (en  $\text{PO}_4$ ). Boucher et Lemire (1979) ont constaté une augmentation pour le phosphore total de 200% dans la période subséquente à la mise en eau du réservoir Désaulniers (Baie James). Enfin Ostrofsky et Duthie (1978) et Ostrofsky (1978a) ont fait une revue de la littérature sur les pertes en phosphore de la végétation et des sols suite à un lessivage prolongé. Ils ont montré que le relâchement du phosphore est très **rapide** au début de l'**immersion** pour décroître rapidement par la suite. Ils ont repris aussi des expériences similaires en utilisant des espèces d'arbres indigènes aux territoires du Labrador (Picea, Bétula, Alnus) puis différents types de sol de la même région. Les résultats montrent que le taux de lessivage du phosphore suit le même modèle que celui généralement rapporté dans la littérature. Il faut noter que ces expériences sont effectuées dans l'obscurité pour minimiser le recyclage des éléments nutritifs par voie de photosynthèse (voir figure 5.3).

Figure 5.2: Schéma sommaire des évènements suivant l'inondation d'un sol (conditions aérobies dans l'eau sus-jacente) (d'après Campbell et al., 1976)

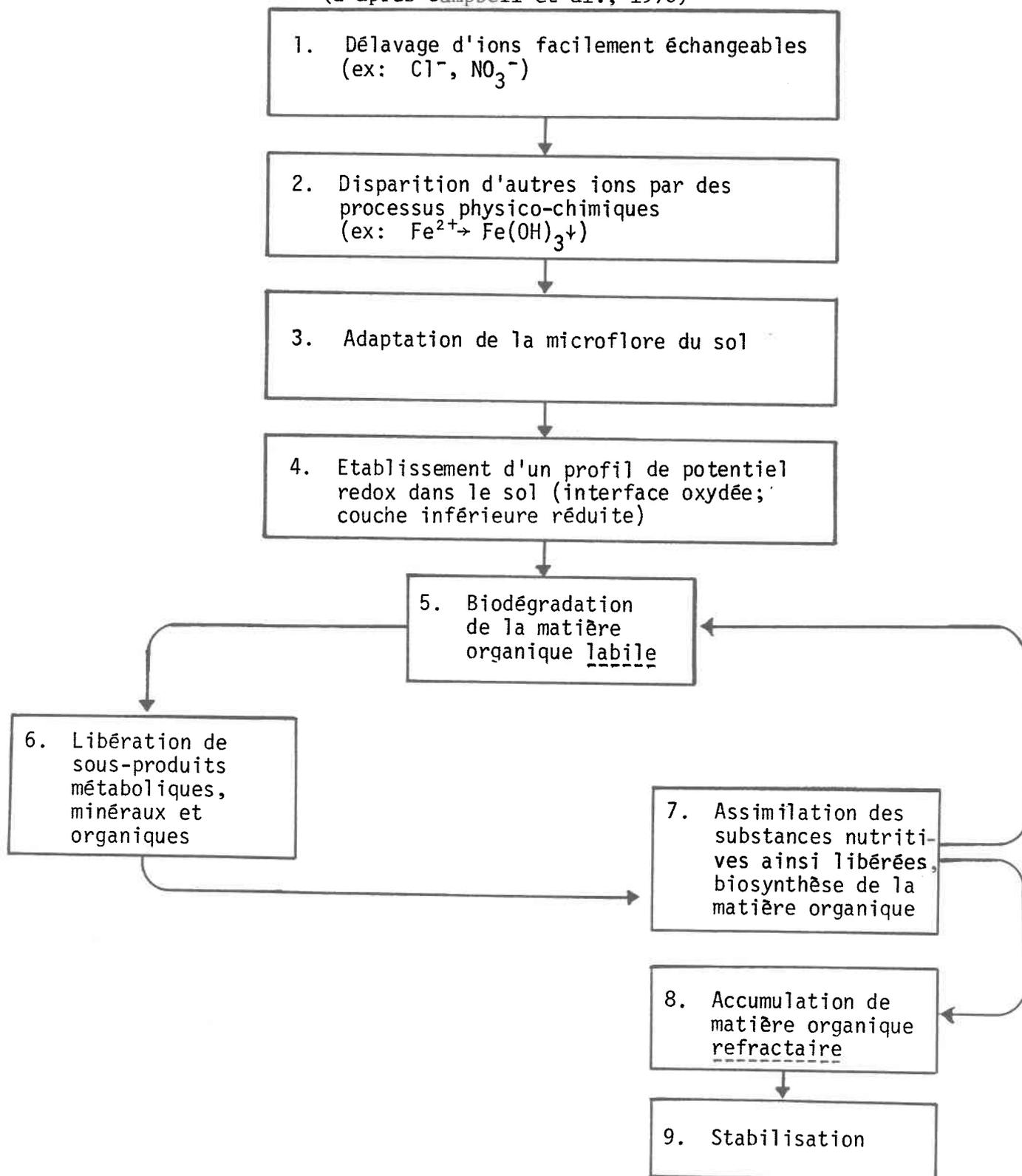
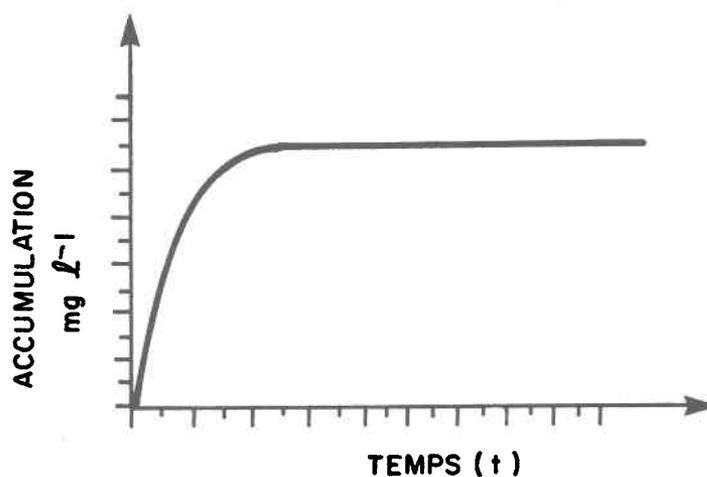


TABLEAU 5.2: Apport potentiel total en phosphore dans l'eau d'un réservoir pour divers substrats de la cuvette (Maystrenko et Denisova, 1972)<sup>1</sup>

<u>Substrat</u>	Taux de minéralisation du Phosphore total (en kg de PO <sub>4</sub> ) <sup>2</sup>
ARBRES	0.23
MACROPHYTES	1.65
HERBES	1.26
PHYTOPLANCTON	0.33
SOLS % carbone	
Chernozen < 2	0.29
Prairie < 1.5	1.97
Forêt < 1.5	1.05
Autres 0.5 - 22.5	0.47
Limon < 7	0.51
Tourbe < 22.5	0.49
Sable < 0.05	0.41
Argile < 0.1	0.52

<sup>1</sup> Tiré de Campbell et al., 1976.

<sup>2</sup> Le taux de minéralisation correspondant à la quantité de PO<sub>4</sub> (en provenance de 1 tonne métrique de matière végétal (kg tonne<sup>-1</sup> an<sup>-1</sup>) ou pour les sols en couche de 30 cm répartie sur un hectare (kg hectare<sup>-1</sup> an<sup>-1</sup>).



D'après Ostrofsky (1978 a).

Figure 5.3 . Allure classique de la courbe d'accumulation, en fonction du temps, d'une substance dans le filtrat d'une solution comprenant de l'eau provenant d'un milieu naturel plus un substrat (ex. feuille, sol, matière organique détritible ).

5.4 Modèle d'Ostrowsky et Duthie

Suite aux études limnologiques effectuées lors de la mise en eau du réservoir Smallwood au Labrador (Duthie et Ostrowsky, 1974, 1975), les auteurs ont étudié la possibilité d'adapter un modèle du type "boîte noire" pour décrire et prévoir la phase d'accroissement trophique généralement observée durant les premières années d'inondation des sols d'un réservoir (Ostrowsky, 1978a; Ostrowsky et Duthie, 1978; Duthie, 1979).

Le modèle proposé est basé sur l'approche de Vollenweider (1969) (équation 3.12). Les auteurs se proposent de tenir compte des apports de phosphore en provenance des sols et de la végétation inondés dans l'équation du bilan. L'équation du bilan conventionnel de Vollenweider (1969) peut s'écrire:

$$\frac{d P_t}{dt} = P_E - (\rho + \sigma) P_t \quad (5.1)$$

où

$P_t$  = quantité totale de phosphore présente dans le réservoir au temps  $t$  (kg);

$P_E$  = charge annuelle de phosphore entrant dans le réservoir (kg de P an<sup>-1</sup>);

" $\sigma$ " et " $\rho$ " ont la même signification qu'auparavant (voir section 3.4).

Le terme " $P_E$ " est habituellement une constante et représente les apports allochtones en phosphore. Ostrowsky (1978a) propose d'inclure dans ce dernier une variable ayant une dimension temporelle pour tenir compte des

apports autochtones en phosphore dûs au lessivage de la matière organique dans les sols nouvellement inondés. Il postule que la quantité de phosphore lessivée de la cuvette du réservoir, peut s'exprimer par une relation globale qui sera fonction du temps et qui tiendra compte de tous les substrats. Cette relation traduit mathématiquement l'allure de la courbe présentée à la figure 5.3, i.e.:

$$P_{L_t} = P_F (1 - e^{-\alpha t}) \quad (5.2)$$

où

$P_{L_t}$  = quantité totale de phosphore lessivée au temps  $t$  (en kg de P);

$P_F$  = quantité de phosphore potentiellement lessivable (en kg de P);

$\alpha$  = coefficient de lessivage ( $\text{an}^{-1}$ ).

D'où le taux de lessivage sera donné par<sup>1</sup>:

$$\frac{d P_{L_t}}{dt} = \alpha P_F e^{-\alpha t} = B e^{-\alpha t} \quad (5.3)$$

Il réécrit donc le modèle de bilan sous la forme suivante:

$$\frac{d P_t}{dt} = \underbrace{P_E}_{\substack{\text{apport de} \\ \text{phosphore} \\ \text{allochtone}}} + \underbrace{B e^{-\alpha t}}_{\substack{\text{apport de} \\ \text{phosphore} \\ \text{autochtone}}} - \underbrace{(\rho + \sigma) P_t}_{\substack{\text{perte par sédimentation} \\ \text{et par l'effluent}}} \quad (5.4)$$

Ostrofsky (1978a) nomme " $\alpha P_F$ " sous le symbole "B" qu'il baptise "total leachable phosphorus". En fait le "total leachable phosphorus" n'est pas "B" mais plutôt " $\alpha^{-1} B$ " (i.e. " $P_F$ ") car

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_{L_t} = P_F$$

Nous conservons la notation "B" pour " $\alpha P_F$ " et ce dans le but de garder une consistance avec la littérature déjà parue sur le sujet.

Cette équation a comme solution:

$$P_t = \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{B}{(\phi - \alpha)} (e^{-\alpha t} - e^{-\phi t}) + P_0 e^{-\phi t} \quad (5.5)$$

où:

$$\phi = (\rho + \sigma);$$

$P_0$  = quantité initiale de phosphore dans le réservoir.

L'équation 5.5 conduit à une courbe de la concentration de phosphore total dans le réservoir en fonction du temps ayant la forme donnée à la figure 5.4. L'auteur utilise son modèle pour poser une limite mathématique entre la phase "accroissement trophique" et "décroissance trophique". Il définit cette limite comme étant égale au point d'inflexion de la courbe (c'est-à-dire pour la valeur de temps  $t_i$  qui annule la dérivée seconde de l'équation 5.5). Ce calcul donne:

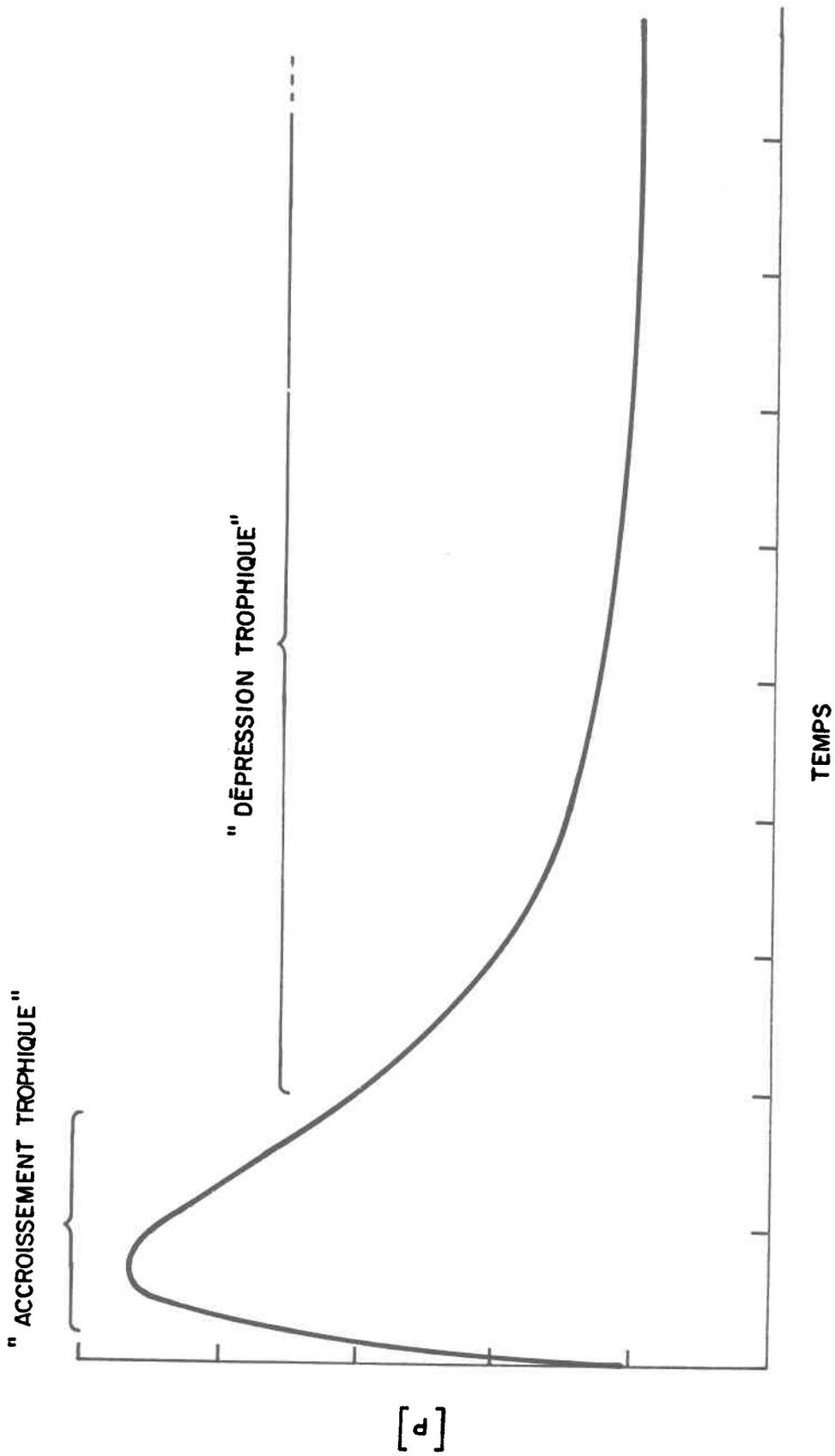
$$t_i = \frac{1}{\phi - \alpha} \ln \left[ \frac{\phi}{\alpha B} \left( \frac{P_E - \phi P_0}{\alpha} (\phi - \alpha) + B \phi \right) \right] \quad (5.6)$$

où:

$t_i$  = durée de la phase "accroissement trophique" si  $t_0 = 0$  représente le début de la mise en eau du réservoir.

$$\text{En posant } P_0 = \frac{P_E}{\phi}, \quad (5.7)$$

ce qui représente l'état stationnaire selon le modèle de Vollenweider (1969) (équation 3.14), on simplifie l'équation 5.6, ce qui donne:



Tiré de Ostrofsky (1978 a)

Figure 5.4 . Concentration en phosphore total dans un réservoir tel que décrit par le modèle d'Ostrofsky (1978 a) 
$$P_t = \frac{PE}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{B}{(\phi - \alpha)} (e^{-\alpha t} - e^{-\phi t}) + P_0 e^{-\phi t}$$

$$t_i = \frac{1}{\phi - \alpha} \ln \left( \frac{\phi^2}{\alpha^2} \right) \quad (5.8)$$

Ostrofsky (1978a) utilise les données recueillies sur le réservoir Smallwood lors de la mise en eau pour calculer les valeurs de "α" et "B". Le protocole expérimental est le suivant:

- 1- "P<sub>E</sub>" est calculé pour dix-sept (17) tributaires en échantillonnant les débits et les concentrations. Ces données servent à établir une relation empirique du même type que celle proposée par Kirchner (1975) reliant la densité de drainage aux apports de phosphore. Cette dernière relation sert à établir les charges de phosphore pour les tributaires non-échantillonnés. Les apports en phosphore par voie de précipitations sur le lac sont calculés de façon expérimentale à partir de données obtenues avec des collecteurs de précipitations solides et liquides.
- 2- Le terme "σ" est estimé par l'équation 3.27 où l'on estime "R" par l'équation 3.24 proposé par Kirchner et Dillon (1975).
- 3- Les termes "α" et "B" sont compilés en résolvant simultanément l'équation 5.5 pour des valeurs de P<sub>t</sub> mesurées pour deux années différentes, soient 1975 et 1976.

Il convient maintenant d'examiner les hypothèses inhérentes au modèle proposé par Ostrofsky (1978a).

- 1- Les pertes de phosphore par les effluents et la sédimentation du réservoir sont des processus de premier ordre.
- 2-  $P_E$  est constant dans le temps.
- 3- Le taux de lessivage du phosphore de la cuvette du réservoir se représente par l'équation 5.2.
- 4- Le réservoir est considéré comme un CSTR (voir section 3.2).
- 5- Le coefficient de rétention "R" n'est pas affecté par un changement de la charge en phosphore entrant dans le réservoir,
- 6- On peut faire l'approximation de  $P_o$  par  $P_E/\phi$ .
7. Le temps de remplissage du réservoir est considéré comme instantané.

Les hypothèses 1, 2 et 4 découlent directement du modèle de Vollenweider (1969) et ont déjà été discutées (c.f. chapitre 4). L'hypothèse 3 pour sa part ne semble pas dénuée de sens et est bien étayée par les auteurs (c.f. section 5.3). Pour accepter l'hypothèse 5 il faut faire un acte de foi car rien ne laisse supposer à priori que le coefficient de rétention ne varie pas avec la charge; il faut garder à l'esprit que ce dernier a été défini pour un lac en état stationnaire (voir section 3.5). L'hypothèse 6 a pour conséquence que le réservoir peut se modéliser immédiatement après le début

de sa mise en eau comme un lac à l'état stationnaire, dans l'optique d'un modèle de bilan. Pour un réservoir créé par le rehaussement d'un lac déjà existant cette hypothèse est justifiable, mais pour un réservoir créé par l'harnachement d'une rivière, il serait peut-être préférable de prendre comme concentration initiale celle de l'eau de la rivière.

L'hypothèse 7 a retenu notre attention. En effet, elle semble le point le plus faible du modèle. Elle convient peut-être pour des réservoirs ayant un temps de remplissage relativement court, par exemple de l'ordre de la semaine ou du mois peut-être, ou pour un réservoir dont le lit s'étend dans une plaine. Cependant, pour de grands réservoirs, par exemple lors de la création d'un complexe hydro-électrique, où le remplissage peut s'effectuer sur plusieurs années dans un relief accidenté, l'hypothèse est difficilement justifiable. D'ailleurs Ostrofsky (1978a) en fait mention:

" The most unrealistic assumption is that little leaching occurs until the reservoir is filled to capacity. While reservoirs do fill quite rapidly, downstream water commitments often determine the actual rate of filling, which may take several years"<sup>1-2</sup>

<sup>1</sup> Ostrofsky (1978a), p. 493.

<sup>2</sup> Traduction: "L'hypothèse la moins réaliste est que peu de lessivage ne survient jusqu'à ce que le réservoir soit rempli à sa pleine capacité. Même dans la situation où le réservoir se remplit assez rapidement, il demeure que ce sont les besoins d'eau en aval (la demande) qui déterminent le taux de remplissage, lequel peut d'ailleurs s'effectuer sur plusieurs années".

En effet, cette hypothèse suppose implicitement que toute la surface inondable par la formation du réservoir commence à relâcher du phosphore dans le réservoir immédiatement après la fermeture du barrage. Nous sommes donc d'avis que cette hypothèse introduit un biais sévère dans le modèle lors de l'application à des réservoirs ayant un temps de remplissage plutôt long et une cuvette en "V", ce qui suppose une inondation progressive des surfaces. En conséquence, nous nous proposons d'approfondir la suggestion d'Ostrofsky (1978a):

" The rate of flooding of new land by the reservoir could be incorporated into the model for specific applications"<sup>1-2</sup>

5.5 Développement d'une méthode pour tenir compte du temps de remplissage dans l'estimation des apports autochtones de phosphore par lessivage après la mise en eau d'un réservoir

Ostrofsky (1978a) a mis en évidence la nécessité d'inclure dans un modèle de bilan du phosphore, adapté à la mise en eau d'un réservoir, les apports en provenance du lessivage des sols et de la végétation submergés (c.f. section 5.4). Cependant, nous croyons que cette approche donnerait une meilleure représentation de la réalité si nous considérions la dimension temporelle dans l'immersion des surfaces. Le modèle tel qu'énoncé par Ostrofsky (1978a) suppose le commencement immédiat du lessivage sur toute les surfaces inondées du réservoir, ce que nous nous proposons de remplacer par un participation graduelle des surfaces inondées au lessivage. En effet, les grands réservoirs

<sup>1</sup> Ostrofsky (1978a).

<sup>2</sup> Traduction: "Le taux d'inondation d'une nouvelle surface par le réservoir pourrait être incorporé dans le modèle pour une application spécifique".

au Québec sont habituellement situés dans une vallée au relief accidenté. Il est facile de comprendre que les rivières offrant le plus grand potentiel hydro-électrique sont celles sillonnant des terrains présentant de fortes dénivellations. De plus, techniquement, il est beaucoup plus facile d'ériger des barrages et des digues dans une vallée que dans une plaine, la morphologie de l'endroit agissant comme parois naturelles pour la retenue d'eau sur la plus grande partie du pourtour du réservoir. De par ces faits, il devient justifiable de tenir compte du taux d'immersion des surfaces, ce qui serait moins essentiel dans un relief plutôt plat, car dans ce cas, l'eau inonderait rapidement le nouveau lit du réservoir.

En conservant l'hypothèse d'un taux de lessivage exprimé sous la forme d'une exponentielle décroissante (équation 5.3), il est possible de concevoir une nouvelle fonction qui tiendra compte à la fois du taux de lessivage et du taux d'immersion. Alors, supposons que l'on peut exprimer la surface réelle inondée en fonction du temps. Nous appellerons pour l'instant cette fonction  $S(t)$ , c'est-à-dire que, pour chaque valeur de temps donnée,  $S(t)$  donne la surface totale inondée à ce temps depuis le début de la mise en eau. Nous supposons que cette fonction est monotone croissante, c'est-à-dire  $S(t+\Delta t) \geq S(t)$ . On suppose de plus que la quantité de phosphore potentiellement lessivable ( $P_F$ ) est directement proportionnelle à la superficie submergée<sup>1</sup>, ce qui s'exprime:

$$P_F = K S_i \quad (5.9)$$

où:

$$S_i = \text{surface inondée (m}^2\text{)};$$

<sup>1</sup> En fait, cette hypothèse ne diffère pas de celle d'Ostrowsky (1978a); il s'agit de considérer dans ce cas particulier " $S_i$ " comme étant la surface total inondable.

$K$  = constante de proportionnalité ( $\text{mg P m}^{-2}$ ) (phosphore potentiellement lessivable, moyenne par  $\text{m}^2$  de surface inondée; aussi appelé  $P_F$  unitaire)

Pour illustrer notre démarche, nous présenterons notre méthode en supposant que  $S(t)$  est une fonction discrète, c'est-à-dire que le réservoir se remplit par étape. Cette première approche permettra de bien saisir la méthode proposée.

La figure 5.5 montre une courbe discrète de remplissage hypothétique. On peut voir que la surface inondée après le temps " $t_1$ " est " $S_1$ ", la surface inondée entre le temps " $t_1$ " et " $t_2$ " est donnée par " $S_2 - S_1$ ", et ainsi de suite. Supposons que l'on veuille connaître la quantité de phosphore lessivé au temps " $t^*$ " où " $t^* \geq t_n$ ". On devra alors considérer le phosphore lessivé pour chacune des parcelles de surface inondée. Il va de soit que la première parcelle inondée aura fourni au milieu (par unité de surface) plus de phosphore que la deuxième parcelle inondée, la deuxième plus que la troisième, et ainsi de suite.

En conservant le même modèle de lessivage que Ostrofsky (1978a), c'est-à-dire:

$$P_{L_t} = P_F (1 - e^{-\alpha t}) \quad (5.10)$$

il est possible de calculer la quantité de phosphore lessivée au temps " $t^*$ " de la façon suivante:

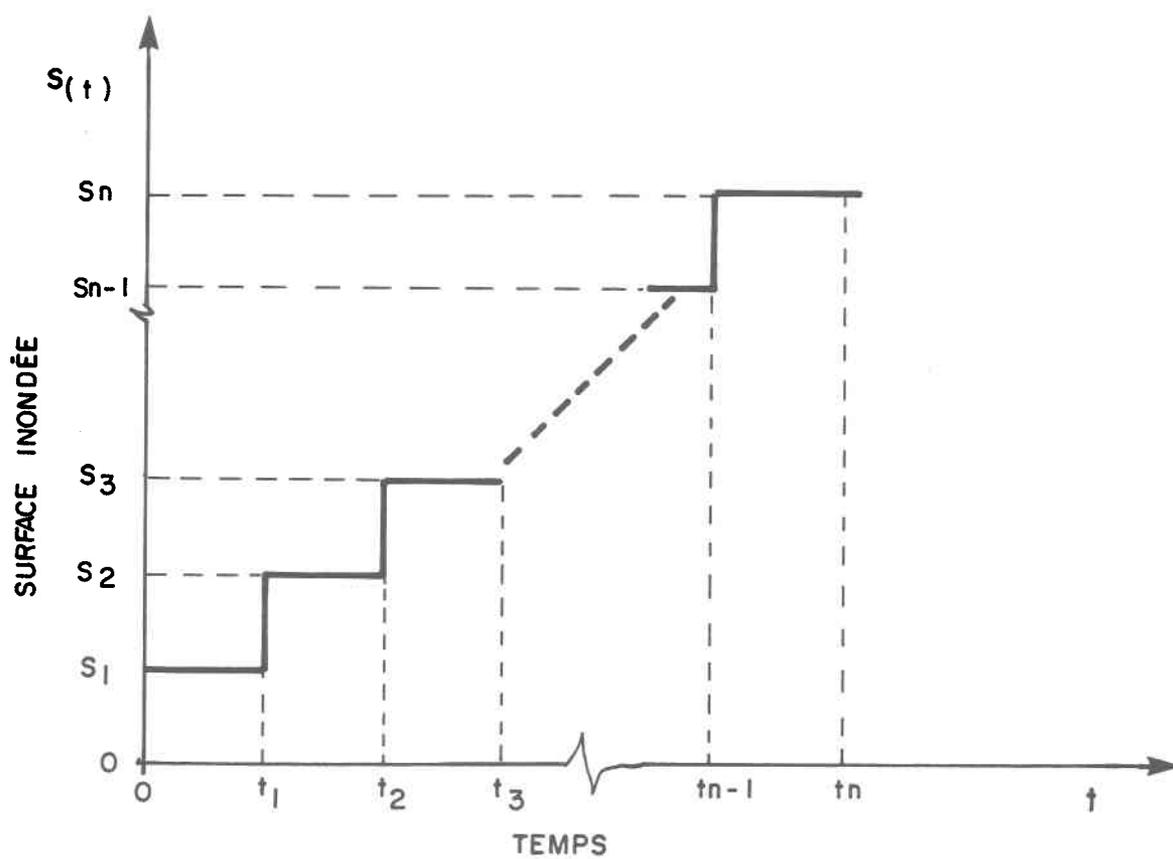


Figure 5.5 . Courbe discrète de la surface inondée ( $S_{(t)}$ ) en fonction du temps ( $t$ ).

la parcelle  $S_1$ , aura fourni  $K(S_1) (1-e^{-\alpha(t^*-0)})$ ;

la parcelle  $S_2-S_1$  aura fourni  $K(S_2-S_1) (1-e^{-\alpha(t^*-t_1)})$ ;

la parcelle  $S_n-S_{n-1}$  aura fourni  $K(S_n-S_{n-1}) (1-e^{-\alpha(t^*-t_{n-1})})$ ;

d'où l'apport total au temps  $t^*$  sera donné par:

$$P_{L_{t^*}} = \sum_{i=1}^n K (S_i - S_{i-1}) (1-e^{-\alpha(t^*-t_{i-1})}) \quad (5.11)$$

où " $S_i-S_{i-1}$ " représente la surface inondée au temps " $t_i$ ", et " $t^*-t_{i-1}$ " le temps écoulé depuis l'inondation de la surface " $S_i$ ".

On peut reprendre le même raisonnement en supposant que " $S(t)$ " n'est plus une fonction discrète mais une fonction continue. La figure 5.6 représente une courbe hypothétique de remplissage. Dans ce cas, la quantité de phosphore lessivé au temps " $t^*$ " sera donnée par:

$$P_{L_{t^*}} = \int_0^{t^*} K S'(t) (1-e^{-\alpha(t^*-t)}) dt \quad (5.12)$$

où  $S'(t) = dS/ dt$

c'est-à-dire la sommation sur chaque élément infiniment petit de temps " $\Delta t$ ". Cette méthode s'appelle le produit de convolution de deux fonctions.

Cette fonction peut remplacer l'équation 5.2 dans le modèle de bilan si le temps de remplissage est assez long pour le justifier. Evidemment,

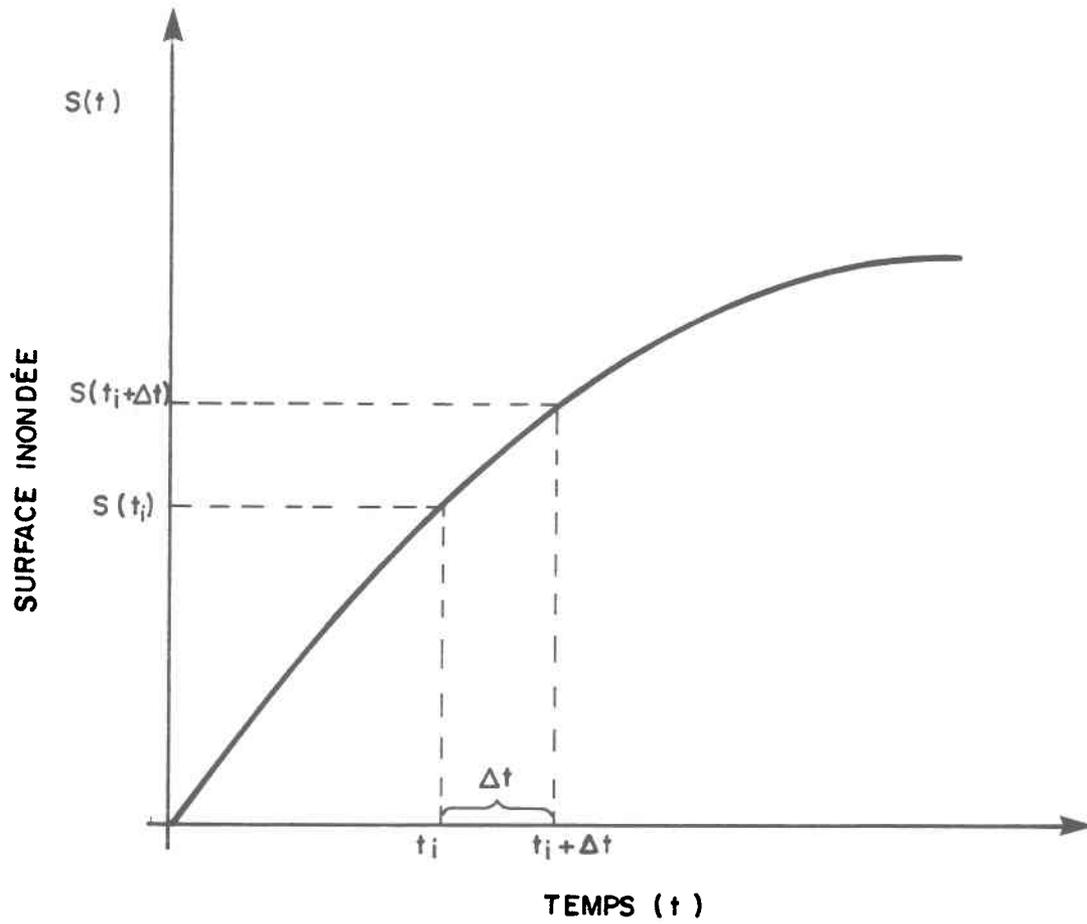


Figure 5.6 . Courbe continue de la surface inondée ( $S(t)$ ) en fonction du temps ( $t$ ).

nous nous intéressons davantage au taux de lessivage qu'à la fonction de lessivage, car c'est le taux qui entre dans le modèle de bilan. On peut calculer ce dernier en dérivant l'équation (5.12), ce qui donne, après simplification (en utilisant la règle de Leibnitz pour la différentiation d'une intégrale; voir Annexe A, partie 1):

$$\frac{d P_{L_{t^*}}}{d t^*} = \int_0^{t^*} \alpha K S'(t) e^{-\alpha(t^*-t)} dt \quad (5.13)$$

Donc, en connaissant ou en approximant la fonction  $S'(t)$ , il est possible d'évaluer l'expression 5.13.

On doit noter que tous les modèles conceptuels (CSTR), tels que développés pour les lacs et réservoirs, considèrent que le volume de ces systèmes est constant. Ceci est évidemment beaucoup plus proche de la réalité dans le cas des lacs que dans le cas d'un réservoir pendant la période de remplissage. Toutefois, conscient du fait que notre modèle doit être à la fois simple d'usage et résoluble de façon analytique, il est basé, comme celui d'Ostrowsky (1978a), sur le modèle du type CSTR de Vollenweider (1969). On pourrait envisager le volume comme une fonction du temps à l'intérieur du nouveau modèle. Ceci va évidemment conduire à une équation très complexe qui n'est résoluble que par des méthodes numériques. Dans ce cas, le modèle perd sa facilité d'utilisation et par le fait même les possibilités d'application à grande échelle.

## 5.6 Application de la méthode au réservoir Smallwood et comparaison des résultats

Nous reprenons ici le modèle de Ostrofsky (1978a) en substituant le terme " $Be^{-\alpha t}$ " par l'expression 5.13 pour tenir compte du remplissage graduel du réservoir. Le tableau 5.3 fournit les principales données nécessaires à l'application du modèle. N'ayant pu obtenir à temps de source officielle<sup>1-2</sup> des données pour compiler la fonction  $S(t)$ , nous avons dû l'estimer. Nous disposons cependant de renseignements (Duthie et Ostrofsky, 1974, 1975; Ostrofsky, 1978a) permettant de construire une approximation. En effet, la mise en eau du réservoir Smallwood a débuté en 1971 pour se terminer en 1974; en 1973, le réservoir était presque plein. La totalité de la surface inondée se chiffre à 2660 km<sup>2</sup>. Utilisant ces données, nous avons simulé une courbe de remplissage de la façon suivante.

On suppose que la surface inondée en fonction du temps peut s'exprimer par une fonction du type:

<sup>1</sup> Nous avons reçu à la toute fin de la rédaction du mémoire les données nécessaires pour la compilation de la fonction  $S(t)$  pour le réservoir Smallwood. Cependant par manque de temps, nous avons conservé la fonction  $S(t)$  estimée avec les renseignements préliminaires que nous possédions. D'ailleurs la fonction estimée (*a priori*) représente assez bien la progression. L'une des contraintes sur la fonction  $S(t)$  est que celle-ci doit être croissante; nous ne pouvons donc pas ajuster les deux décroissances de la courbe réelle présentée à la figure 5.7. Néanmoins, cette omission a peu d'influence sur les résultats visés puisque la plus grande partie du lessivage s'effectue lors des premiers mois subséquents à la submersion (Ostrofsky, 1978a). A notre avis, la baisse sporadique du niveau de l'eau après une assez longue période d'inondation influencerait peu les résultats finaux.

<sup>2</sup> Communications personnelles de B.C. McGrath et de F.A. Dudek (Churchill Falls Labrador Corporation Limited) à H.G. Jones (INRS-Eau).

TABLEAU 5.3: Données nécessaires pour l'application du modèle de bilan au réservoir Smallwood<sup>1</sup>

Aire du bassin versant <sup>2</sup> :	66,120.8 km <sup>2</sup>
Aire du réservoir <sup>2</sup> :	7,269.4 km <sup>2</sup>
Surface totale inondée:	2,660.0 km <sup>2</sup>
Charge annuelle de phosphore via le ruissellement:	3.6 x 10 <sup>5</sup> kg de P an <sup>-1</sup>
via les précipitations:	3.2 x 10 <sup>5</sup> kg de P an <sup>-1</sup>
Total :	6.8 x 10 <sup>5</sup> kg de P an <sup>-1</sup>
Module interrannuel à la dé- charge du réservoir:	4.16 x 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup> an <sup>4</sup>
Coefficient de rétention <sup>3</sup> :	0.63
Concentration en phosphore total mesuré en 1975:	12.6 µg P l <sup>-1</sup>
total mesuré en 1976:	9.8 µg P l <sup>-1</sup>
Volume du réservoir:	8.32 x 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup>
Concentration moyenne initiale de phosphore:	6.05 µg P l <sup>-1</sup>

<sup>1</sup> D'après Ostrofsky (1978a) et Duthie et Ostrofsky (1974, 1975).

<sup>2</sup> Réservoir à pleine capacité.

<sup>3</sup> D'après la relation de Kirchner et Dillon (1975).

$$S(t) = S_{\max} (1 - e^{-at}) \quad (5.14)$$

où

$S_{\max}$  = surface totale inondable ( $\text{km}^2$ );

$\alpha$  = coefficient de submersion ( $\text{an}^{-1}$ );

$t$  = temps écoulé depuis le début de la mise en eau (an).

La valeur de " $S_{\max}$ " étant connue ( $2660 \text{ km}^2$ ), nous avons ajusté une valeur de " $a$ " qui tient compte des renseignements que nous possédons. La valeur retenue pour " $a$ " est  $1 \text{ an}^{-1}$ . Cette valeur donne un temps de demi-vie<sup>1</sup> égal à " $\ln 2$ ", ce qui nous permet d'écrire que :

50% de la surface inondable est submergée après  $\sim 0.7$  année;

75% de la surface inondable est submergée après  $\sim 1.4$  année;

87.5% de la surface inondable est submergée après  $\sim 2.1$  années;

93.75% de la surface inondable est submergée après  $\sim 2.8$  années;

96.87% de la surface inondable est submergée après  $\sim 3.5$  années;

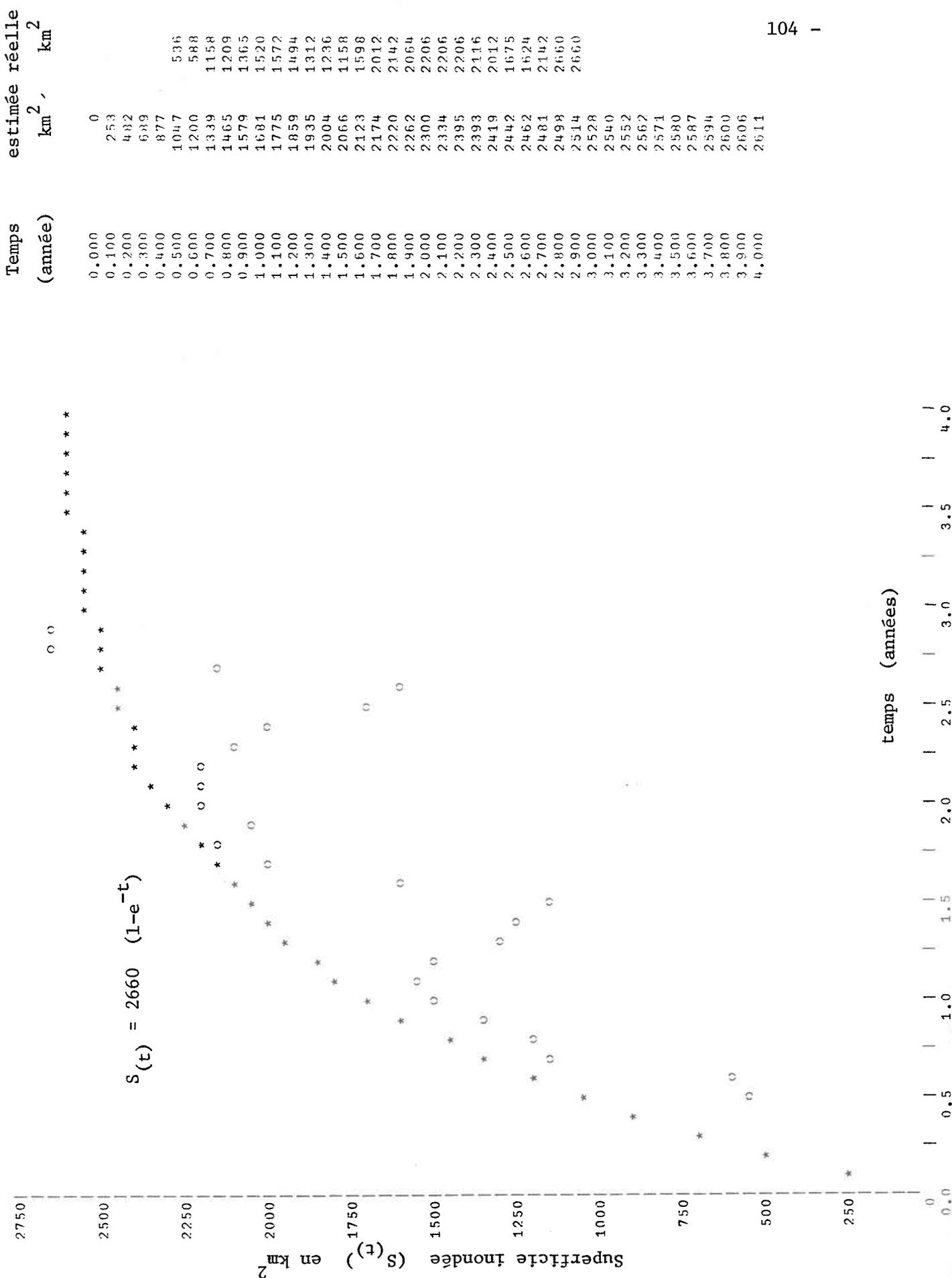
et ainsi de suite.

Cette configuration peut selon nous être considérée comme une approximation valable de la réalité, vu la morphologie de fosse en "v" du site. La figure 5.7 représente l'allure générale de la fonction. Le taux d'inondation  $dS(t) / dt$  sera donc donné par :

<sup>1</sup>

Analogue à la définition donnée à la section 3.4 mais pour la quantité de surface inondée.

Figure 5.7: Courbes d'inondation des surfaces réelles du réservoir Smallwood en fonction du temps: valeurs réelles (o) et valeurs estimées (\*).



$$S'(t) = a S_{\max} e^{-at} \quad (5.15)$$

et en substituant dans l'équation 5.13 on obtient le taux de lessivage:

$$\frac{d P_{L_t}}{d t} = \int_0^t \alpha K a S_{\max} e^{-ax} e^{-\alpha(t-x)} dx \quad (5.16)$$

Ceci donne en résolvant (voir Annexe 1, partie 2):

$$\frac{d P_{L_t}}{d t} = a \alpha K S_{\max} \left( \frac{e^{-at} - e^{-\alpha t}}{\alpha - a} \right) \quad (5.17)$$

pour  $a \neq \alpha$ .

On peut donc réécrire l'équation modifiée du bilan comme suit:

$$\frac{d P_t}{d t} = P_E + a \alpha K S_{\max} \left( \frac{e^{-at} - e^{-\alpha t}}{\alpha - a} \right) - (\rho + \sigma) P_t \quad (5.18)$$

En posant  $\phi = \rho + \sigma$  et  $L = a \alpha K S_{\max}$ , et en résolvant on obtient (voir Annexe 1, partie 3):

$$P_t = \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{L}{(\alpha - a)} \left( \frac{(e^{-at} - e^{-\phi t})}{(\phi - a)} + \frac{(e^{-\phi t} - e^{-\alpha t})}{(\phi - \alpha)} \right) + P_0 e^{-\phi t} \quad (5.19)$$

qui est la nouvelle équation proposée pour le calcul de la quantité de phosphore présente dans les eaux du réservoir après le temps "t". Ce modèle est

en fait une généralisation de celui d'Ostrofsky (1978a) puisque si le paramètre "a" tend vers l'infini (donc le commencement immédiat du lessivage sur toute la surface inondée du réservoir), alors le modèle devient identique à celui d'Ostrofsky (1978a) (équation 5.5) (voir Annexe 1, partie 4). De plus, si le temps tend vers l'infini, la réponse du modèle est la même que celle du modèle de Vollenweider (1969) (équation 3.14) (voir Annexe 1, partie 5).

Sachant que:

$$L = a \alpha K S_{\max} = a \alpha P_F = a B$$

et dans le cas présent  $a = 1$  et donc  $L = B$ , nous avons compilé de la même façon qu'Ostrofsky (1978a), mais avec l'équation 5.14, les valeurs de "α" et "B" (voir tableau 5.4) en utilisant les données de 1975 et 1976 pour la concentration de phosphore total dans le réservoir. Nous comparons au tableau 5.5 les valeurs des concentrations en phosphore total obtenues avec le présent modèle, et celles compilées avec le modèle de Ostrofsky (1978a). Ces résultats apparaissent sous forme de graphique à la figure 5.8<sup>1</sup>.

Il faut remarquer que le maximum de la concentration en phosphore est approximativement 6.5 fois moins élevé avec l'équation proposée ici ( $\sim 130 \mu\text{g P l}^{-1}$  contre  $\sim 19 \mu\text{g P l}^{-1}$ ). De plus les maxima des deux courbes sont déphasés d'environ une année. Bien que ne connaissant pas les valeurs

<sup>1</sup>

Théoriquement, on devrait s'attendre à ce que les deux courbes de la figure 5.8 se croissent à  $t = 4$  et à  $t = 5$ . Ce n'est pas le cas. L'explication vient du fait que Ostrofsky (1978a) a probablement choisi 1975 comme  $t = 4$  et 1976 comme  $t = 4.5$ . On peut déduire ceci en calculant pour quelles valeurs de  $t$ ,  $\alpha = 1.5$ . Mais pour suivre son texte nous conservons l'hypothèse que 1975  $\rightarrow$  4 ans et 1976  $\rightarrow$   $t = 5$  ans.

TABLEAU 5.4: Comparaison des valeurs de " $\alpha$ " et " $\beta$ " obtenues avec le modèle de Ostrofsky (1978a) et celles calculées avec le modèle de cette étude

	$\alpha$ ( $\text{an}^{-1}$ )	$\beta^1$ ( $\text{mg P an}^{-1}$ )
Ostrofsky (1978a) <sup>2</sup>	1.5	$4.0 \times 10^{13}$
Cette étude <sup>3</sup>	0.82	$4.2 \times 10^{12}$

<sup>1</sup> Ostrofsky (1978a) et Ostrofsky et Duthie (1978) expriment " $\beta$ " en mg de P  $\text{an}^{-1}$  (voir note section 5.4).

<sup>2</sup>

$$P_t = \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{B}{(\phi - \alpha)} (e^{-\alpha t} - e^{-\phi t}) + P_0 e^{-\phi t}$$

<sup>3</sup>

$$P_t = \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{L}{(\alpha - a)} \left( \frac{e^{-\alpha t} - e^{-\phi t}}{(\phi - a)} + \frac{(e^{-\phi t} - e^{-\alpha t})}{(\phi - \alpha)} \right) + P_0 e^{-\phi t}$$

5.5 Comparaison numérique entre les résultats obtenus avec le modèle d'Ostrowsky (1978a) et ceux calculés avec notre modèle

A (an)	B ( $\mu\text{g P l}^{-1}$ )	C ( $\mu\text{g P l}^{-1}$ )
0.000	6.050	6.050
0.250	90.220	7.270
0.500	123.970	9.790
0.750	129.950	12.520
1.000	121.800	14.910
1.250	107.420	16.710
1.500	91.300	17.880
1.750	75.760	18.480
2.000	61.890	18.580
2.250	50.090	18.310
2.500	40.030	17.750
2.750	32.510	17.000
3.000	26.300	16.140
3.250	21.440	15.230
3.500	17.680	14.300
3.750	14.790	13.390
4.000	12.590	12.540
4.250	10.930	11.740
4.500	9.680	11.010
4.750	8.740	10.350
5.000	8.040	9.760
5.250	7.520	9.240
5.500	7.130	8.780
5.750	6.850	8.380
6.000	6.640	8.020
6.500	6.370	7.470
7.000	6.230	7.060
7.500	6.140	6.760
8.000	6.100	6.550
8.500	6.090	6.400
9.000	6.070	6.290
9.500	6.070	6.220
10.000	6.070	6.170
11.000	6.060	6.110
12.000	6.060	6.090

A - Temps écoulé depuis le début de la mise en eau (en années).

B - Concentration en phosphore total dans le réservoir d'après l'équation 5.5 ( $\mu\text{g P l}^{-1}$ ).

C - Concentration en phosphore total dans le réservoir d'après l'équation 5.19 ( $\mu\text{g P l}^{-1}$ ).

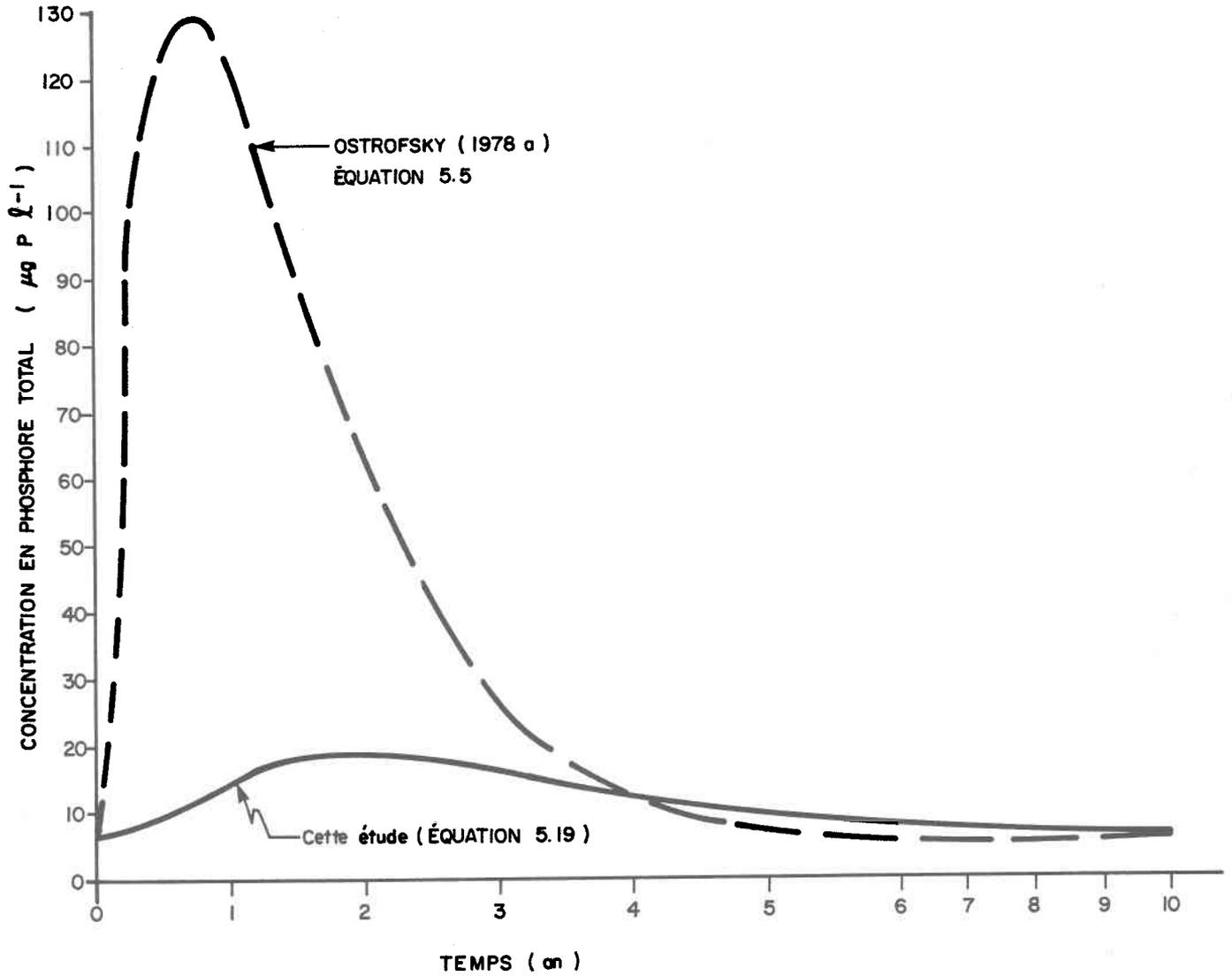


Figure 5.8 . Comparaison des résultats du modèle Ostrofsky ( 1978 a ) avec ceux de cette étude pour la variation temporelle de la concentration du phosphore total du réservoir Smallwood .

réelles des concentrations de phosphore total observées dans les années subséquentes à la mise en eau (sauf pour 1975 et 1976), il nous est permis de croire que l'équation proposée se rapproche beaucoup plus de la réalité que celle d'Ostrowsky (1978a). Notre déduction prend racine dans les constatations suivantes.

- 1- Il est peu probable que les eaux du réservoir aient présenté des concentrations de l'ordre de  $130 \mu\text{g P l}^{-1}$  de phosphore total après la première année au début du remplissage. Cette concentration de phosphore est caractéristique d'un milieu hypereutrophe (Wetzel, 1975). De plus, Duthie et Ostrowsky (1975) rapportent:

" The following is based on analyses made in 1970 before flooding and in 1973 when the reservoir was approaching full pond level. --- The impact of flooding on the measured parameters is fairly small, except possibly with nitrate"<sup>1-2</sup>

---

<sup>1</sup> Duthie et Ostrowsky (1975), p. 120

<sup>2</sup> Traduction: "Les résultats suivants sont basés sur des analyses effectuées en 1970 avant la mise en eau et en 1973 quand le réservoir approchait sa pleine capacité. --- L'impact de la mise en eau sur les paramètres mesurés est assez faible, sauf peut-être pour les nitrates".

- 2- Le réservoir Smallwood se situe au nord du 53<sup>ième</sup> parallèle. La végétation que l'on y retrouve appartient au groupe de transition entre la forêt boréale et la toundra, donc plutôt éparse et de petite taille. De plus, les assises géologiques de la région se caractérisent par des roches du type métamorphique, difficilement érodables et pauvres en nutriments (Duthie et Ostrofsky, 1975). Par conséquent, il est peu probable que l'apport en phosphore par lessivage des substrats inondés soit de l'ordre en moyenne de 10 g de P par mètre de surface inondée<sup>1-2</sup>.

A titre indicatif seulement, on peut juxtaposer ce résultat à celui obtenu par Maystrenko et Denisova (1972)<sup>3</sup>. On peut calculer par le biais de leurs

<sup>1</sup> Calculé avec les valeurs de " $\alpha$ " et " $\beta$ " tirées d'Ostrofsky (1978a).

$$P_F \text{ unitaire} = K = \beta \alpha^{-1} S_{\max}^{-1}$$

<sup>2</sup> Ostrofsky et Duthie (1978) rapportent un  $P_F$  unitaire de 15 mg de P m<sup>-2</sup> pour Smallwood. On a cependant omis de diviser le terme " $\beta$ " par " $\alpha$ " dans le calcul; de plus une erreur d'unités s'est glissée, car en reprenant leur calcul nous trouvons 15 g de P m<sup>-2</sup> (non pas des mg).

<sup>3</sup> L'expérience des auteurs cités a consisté à immerger dans un bain de capacité de 100 litres et de 1,500 cm<sup>2</sup> de fond, une couche de 5 cm de sol, sous 30 cm d'eau, et ce pour 7 types de sols différents. Le niveau d'eau était maintenu constant en renouvelant l'eau initiale avec de l'eau du réservoir ou de la rivière étudiée. Le tout s'est effectué dans l'obscurité et sans aération, sur une période de 1 à 2 ans. Le taux d'échange se calcule de la façon suivante:

$$\text{taux d'échange} = \frac{E \times 100}{A - (B + C)}$$

où:

- E = contenu des ingrédients dans l'eau surnageante;
- A = contenu initial des ingrédients dans le matériel;
- B = contenu final des ingrédients dans le matériel;
- C = contenu des ingrédients en suspension ou dans les sédiments.

Ici, le terme "ingrédients" se réfère à Phosphore (PO<sub>4</sub>-Tot) et "matériel" au type de sol.

résultats<sup>1</sup> un taux d'échange moyen de  $0.2 \text{ mg de PO}_4 \text{ m}^{-2} \text{ j}^{-1}$  entre divers types de sols et l'eau qui les submerge. Si on transforme les résultats obtenus par Ostrofsky (1978a) en unités compatibles<sup>2</sup>, sur une période de 1 an, on obtient  $65.2 \text{ mg de PO}_4 \text{ m}^{-2} \text{ j}^{-1}$ .

Il faut mentionner que ces deux résultats ne sont pas directement comparables même s'ils sont exprimés dans les mêmes unités. En fait, l'expérience de Maystrenko et Denisova (1972) n'inclut pas dans le taux d'échange, la matière qui sédimente, ce qui est inclus dans le  $P_F$  unitaire tel que nous le calculons. De plus, le fait que l'expérience ait été menée dans l'obscurité a pour conséquence d'éliminer l'effet de recyclage des éléments nutritifs par les organismes autotrophes. Ce recyclage est implicitement contenu dans les valeurs du modèle d'Ostrofsky (1978a), vu le caractère holistique de ce dernier. Toutefois, un écart des valeurs si grand est difficilement explicable.

En reprenant le même exercice avec les valeurs obtenues avec notre modèle, nous obtenons un  $P_F$  unitaire de  $1.9 \text{ g de P m}^{-2}$ , ce qui correspond à un "taux d'échange" de  $8.9 \text{ mg de PO}_4 \text{ m}^{-2} \text{ j}^{-1}$  ce qui s'éloigne beaucoup moins des résultats de Maystrenko et Denisova (1972), mais encore ici l'écart reste important.

<sup>1</sup> Tiré de Campbell *et al.* (1976), leur tableau 4-5.

<sup>2</sup> Il s'agit ici de calculer  $P_L(t)$  en utilisant l'équation 5.2 avec  $P_F = P_F$  unitaire et  $t=1$  an. Par la suite on transforme les unités en  $\text{mg de PO}_4 \text{ m}^{-2} \text{ j}^{-1}$ .

CHAPITRE 6

APPLICATION DU MODELE AUX RESERVOIRS LG2 ET LG3, BAIE JAMES

## 6.1 Procédure préconisée

Le processus de validation d'un modèle doit généralement inclure un essai à l'aide de données indépendantes de celles qui ont servi à l'élaboration de ce dernier. Cette étape vise deux objectifs, à savoir premièrement si le modèle conçu peut s'adapter à d'autres études, donc s'il n'est pas spécifique, et deuxièmement à sonder sa justesse et sa précision relativement à la réalité observée. Il va de soi que cette étape est louable, voire même nécessaire, si l'on se propose d'utiliser la méthodologie développée comme un outil de gestion et de prévision.

La mise en eau récente (novembre 1978) du réservoir LG2 sur la Grande Rivière dans le territoire de la Baie de James au nord-ouest du Québec, nous a fourni l'opportunité de vérifier notre modèle. Ce bassin présente des similarités avec celui de la rivière Churchill où se situe le réservoir Smallwood. Pour cette raison, le réservoir LG2 devient un banc d'essai approprié pour notre modèle.

Dans l'optique où le modèle proposé devra servir d'abord et avant tout à la planification et à la gestion, nous avons opté pour l'utiliser tout comme on l'aurait fait avant la mise en eau de LG2. En effet, le modèle proposé dans cette étude répond à un besoin spécifique, soit de développer un outil ayant un potentiel de prédiction appréciable. Par conséquent, nous avons simulé la courbe de remplissage ( $S_{(t)}$ ) avec les données disponibles avant même la mise en eau du réservoir. Ceci représente un anachronisme, certes, mais cette approche permet de mieux évaluer l'applicabilité et la précision du modèle.

Quelques mesures de la concentration en phosphore total dans le réservoir LG2 étant disponibles, nous confronterons nos prédictions avec les mesures "in situ". Par la suite, nous appliquerons aussi notre modèle au réservoir LG3, dont le début de la mise en eau est prévu pour le mois de mai 1981. Dans ce deuxième cas, en utilisant trois protocoles de remplissage différents, nous tenterons de mettre en relief l'effet du temps de remplissage sur la concentration en phosphore des eaux du réservoir.

En dernier lieu, nous discuterons brièvement le cas des réservoirs en série, comme c'est le cas sur la rivière La Grande. Cette situation engendrera une modification appréciable des apports en phosphore dans les réservoirs en aval de celui à la tête du bassin. Cette situation particulière enfreint une des hypothèses du modèle, soit la constance des apports allochtones.

## 6.2 Description du bassin versant de la rivière La Grande

Le bassin de la rivière La Grande se situe entre le  $53^{\circ}$  et le  $55^{\circ}$  parallèle nord et entre le  $69^{\circ}$  et le  $79^{\circ}$  méridien ouest. La rivière, d'une longueur approximative de 800 km, draine une surface de  $96,600 \text{ km}^2$ . Les eaux s'écoulent d'est en ouest et fournissent un module interannuel de  $1700 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . La rivière compte plus de 250 tributaires dont les principaux sont les rivières Laforge, de Pontois-Corvette, Sakami et Kanaaupscow. On se propose de plus de détourner bientôt les rivières Caniapiscaw et Eastmain, vers le bassin de la Grande Rivière, en amont du barrage LG2, pour former un bassin versant totalisant  $176,000 \text{ km}^2$ .

Le bassin versant de la Grande Rivière s'étend dans la région du Bouclier canadien, dont l'origine remonte au précambrien. En général, le substrat est composé de gneiss granitique, de granites à pyroxène ou d'autres types de granites. Les quatre glaciations dont la région fut témoin ont laissé plusieurs dépôts meubles de sable, de gravier et d'argile dans la partie est du territoire, on retrouve aussi des dépôts d'argile, formés par sédimentation lorsque la mer recouvrait cette portion du bassin versant.

Le climat de cette région est plutôt rigoureux: un hiver long et froid suivi d'un court été. Le couvert végétal se compose principalement de conifères (Picea mariana, Pinus banksiana, Larix laricina). Les arbres sont éparses et de fine taille. On dénombre aussi une grande quantité de tourbières (sphaignes) sur le territoire. Enfin le bassin versant héberge 36,000 habitants dont la plus grande densité se situe le long de la côte de la Baie James. On retrouvera d'autres renseignements sur la région dans Tamenasse (1980) et Nault (1980).

Le tableau 6.1 présente une banque de données physiographiques et hydrologiques sur les réservoirs LG2 et LG3 (Lemire et Bachand, 1980). Ces données seront utilisées pour l'application de notre modèle à ces deux réservoirs.

TABLEAU 6.1: Banque de données pour les réservoirs LG2 et LG3 (Lemire et Bachand, 1980)

Paramètres	Réservoir LG2	Réservoir LG3
Superficie du bassin versant	98,045 km <sup>2</sup>	65,683 km <sup>2</sup>
Superficie du réservoir (niveau maximal)	2,836 km <sup>2</sup>	2,461 km <sup>2</sup>
Superficie inondée (niveau maximal)	2,629 km <sup>2</sup>	2,176 km <sup>2</sup>
Volume total	6.24 x 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup>	6.01 x 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup>
Module inter-annuel	5.43 x 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup> an <sup>-1</sup>	3.98 x 10 <sup>10</sup> m <sup>3</sup> an <sup>-1</sup>
Profondeur moyenne	22 m	24.4 m
Date de mise en eau	novembre 1978	mai 1981

### 6.3 Estimation d'une courbe de remplissage pour LG2

Comme nous l'avons déjà expliqué, l'intérêt particulier du modèle comme outil de gestion et de prédiction nous a incités à l'appliquer au réservoir LG2 tout comme on l'aurait fait avant la mise en eau. Par conséquent, nous avons dû simuler une courbe de remplissage pour obtenir la fonction  $S_{(t)}$ , partie intégrante du modèle.

Pour que le modèle soit facilement applicable, la fonction  $S_{(t)}$  doit posséder les propriétés suivantes:

- 1-  $\lim_{t \rightarrow \infty} S_{(t)} = S_{\max}$  et  $S_{(0)} = 0$  ;
- 2-  $S_{(t)}$  est une fonction continue et bornée pour tout  $t \geq 0$  ;
- 3-  $S_{(t)}$  peut être dérivé pour tout  $t \geq 0$  ;
- 4- La fonction  $S'_{(t)} e^{-\alpha(t^*-t)}$  est intégrable pour  $t \geq 0$  .

Les deux premières propriétés sont naturelles pour cette fonction mais les propriétés numéros 3 et 4 sont induites par la forme du modèle et deviennent des contraintes dans le choix de la fonction  $S_{(t)}$ .

La forme de la fonction  $S_{(t)}$  présentée à l'équation 5.14 répond positivement à tous les critères mentionnés ci-haut. Cette forme n'est certes

pas la meilleure, mais elle possède une qualité supplémentaire, soit la possibilité d'être ajustée facilement sur le temps de remplissage prévisible (par un choix judicieux du paramètre "a").

Nous avons utilisé le module inter-annuel et le volume du réservoir LG2 pour estimer le temps de remplissage probable. Ce dernier se chiffre à environ 1.6 année si l'on considère que l'on doit conserver un débit minimum en aval du réservoir pendant ce remplissage. Cette estimation permet d'assigner au paramètre "a" de l'équation 5.14 une valeur qui respecte cet échéancier. En effet, le temps de demi-vie de l'équation 5.14 étant donné par:

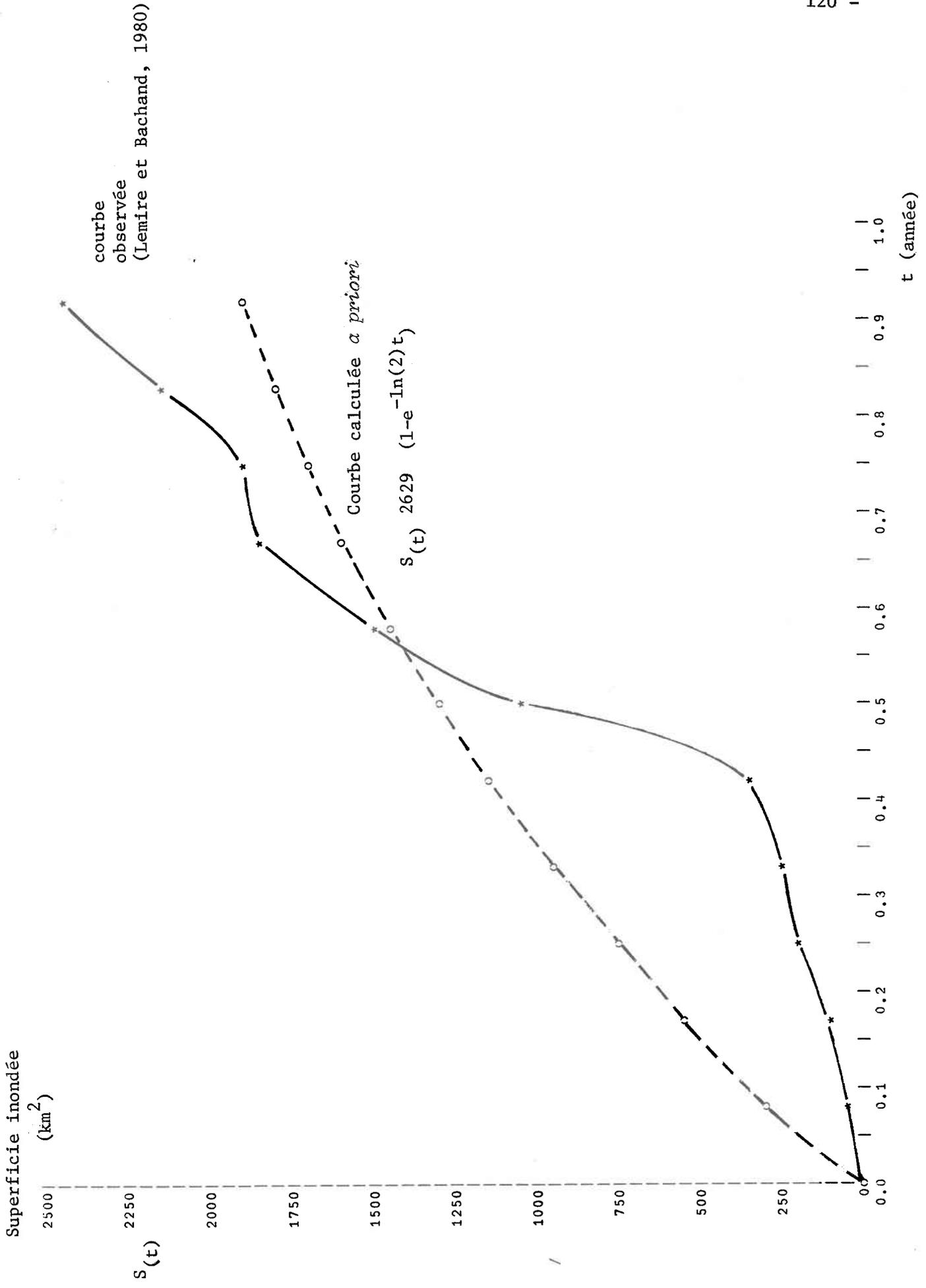
$$\frac{\ln(2)}{a}$$

il est possible de choisir une valeur de "a" qui ajuste la prévision. Dans le cas présent, nous avons opté pour un temps de ~~demi-vie~~ égal à 0.5 année. Ce dernier décrit assez bien la situation. En effet, après la période prévue pour le remplissage, le modèle considérera qu'environ 90% des surfaces inondables seront submergées.

La figure 6.1 donne la courbe d'inondation des surfaces en fonction du temps qui a été observée lors du remplissage de LG2, et celle que nous avons proposée *a priori*. L'ajustement nous semble acceptable, compte tenu des faits suivants:

- 1- Les contraintes sur la fonction  $S(t)$  qui veulent que cette dernière puisse être dérivée en tous points  $t \geq 0$  et que la fonction 5.13 soit intégrale.

Figure 6.1: Courbes d'inondation des surfaces : valeurs réelles (\*) et valeurs compilées *a priori* (o).



- 2- Le remplissage d'un réservoir étant essentiellement déterminé par les conditions hydrologiques et morphologiques, il est difficile de prédire avec précision la fonction exacte de remplissage, celle-ci conservant un caractère aléatoire.
  
- 3- La morphologie de la cuvette du réservoir LG2 est du type fosse en "V" car La Grande Rivière sillonne une vallée. Alors, il devient plausible de postuler une inondation graduelle des surfaces, ce que traduit la fonction choisie.

#### 6.4 Méthode et résultats pour LG2

La période de mise en eau du réservoir LG2 a débuté en novembre 1978. Le réservoir fut presque entièrement rempli après la première année. Depuis ce temps le niveau de l'eau a peu varié. Il s'est maintenu entre la cote minimale pour la production hydro-électrique et la cote maximale d'emmagasinement (marnage de 7.7 m).

Le tableau 6.2 fournit les valeurs des paramètres utilisés dans le modèle (équation 5.19). Nous avons employé les mêmes valeurs pour le coefficient de lessivage " $\alpha$ " et pour " $P_F$  unitaire" que celles compilées pour le réservoir Smallwood (voir section 5.5). Ce geste s'explique par la similitude des deux bassins versants au point de vue de la géologie, de la climatologie et de la végétation. Nous voulions aussi par la même occasion vérifier si ces deux paramètres étaient transférables entre des bassins semblables. Quant aux autres paramètres, nous avons utilisé la même méthode qu'Ostrofsky (1978a) pour les estimer (voir section 5.4).

TABLEAU 6.2: Valeurs des paramètres utilisés dans l'équation 5.19 pour la simulation des concentrations en phosphore total en fonction du temps pour le réservoir LG2

Paramètre	Description	Valeur
$\alpha$	coefficient de submersion	$2 * \ln 2 = 1.39 \text{ an}^{-1}$
$\alpha^1$	coefficient de lessivage	$0.82 \text{ an}^{-1}$
$P_F$ unitaire <sup>1</sup>	quantité de phosphore potentiellement lessivable par unité de surface	$1.9 \times 10^{-3} \text{ kg de P m}^2$
$\beta$	$\propto P_F$ unitaire $S_{\max}$	$4.09 \times 10^6 \text{ kg de P an}^{-1}$
L	$\alpha \beta$	$5.67 \times 10^6 \text{ kg de P an}^{-2}$
$\rho$	fréquence de renouvellement (Q/V)	$0.87 \text{ an}^{-1}$
$\sigma^2$	coefficient de sédimentation	$0.8 \text{ an}^{-1}$
$\phi$	$\rho + \sigma$	$1.67 \text{ an}^{-1}$
$P_0$ <sup>3</sup>	concentration initiale	$6.02 \mu\text{g de P l}^{-1}$

<sup>1</sup> Mêmes valeurs que celles trouvées pour le réservoir Smallwood (voir section 5.5).

<sup>2</sup> Utilisant les équations 3.27 et 3.24 (Kirchner et Dillon, 1975).

<sup>3</sup> Utilisant l'équation 5.7 (Vollenweider, 1969).

Pour vérifier la justesse du modèle, nous avons compilé des données provenant de campagnes d'échantillonnage effectuées pour le compte de la S.E.B.J. et calculé des concentrations moyennes en phosphore total dans le réservoir pour diverses périodes après la mise en eau. Les données s'échelonnent de la période suivant immédiatement la fermeture du barrage jusqu'à 1.5 année plus tard. Nous disposons de résultats pour 14 stations, lesquelles sont réparties en 8 groupes distincts, vu la proximité de certaines d'entre elles. La figure 6.2 présente une carte du réservoir LG2 ainsi que la localisation des stations échantillonnées. Pour établir une concentration moyenne en phosphore total, nous avons assigné à chaque groupe de stations un pourcentage de la surface totale du réservoir. Le pourcentage de surface associé à un groupe de stations correspond à la portion de l'aire totale du réservoir qui est la plus près de ce groupe de stations<sup>1</sup>. Le résultat de cette approche est beaucoup moins biaisé que la simple moyenne arithmétique des données. Par contre, une pondération avec les volumes d'eau associés aux stations (plutôt que les surfaces) aurait donné une moyenne encore plus fiable. Mais compte tenu des moyens à notre disposition<sup>2</sup>, des erreurs inhérentes à chacune des mesures et du nombre de données disponibles, nous sommes d'avis que ce protocole est suffisamment précis pour nos fins (Bobée, 1980).

Les résultats de cette compilation ainsi que les valeurs calculées à l'aide du modèle (équation 5.19) sont présentés au tableau 6.3 ainsi qu'à la figure 6.3. Les résultats nous semblent satisfaisants et cohérents; les observations dont nous disposons à date sont bien représentées par le modèle.

<sup>1</sup> Analogie à la méthode de "Thiessen" pour calculer la lame d'eau équivalente précipitée sur un territoire, connaissant les données de plusieurs stations météorologiques.

<sup>2</sup> Carte bathymétrique très grossière.

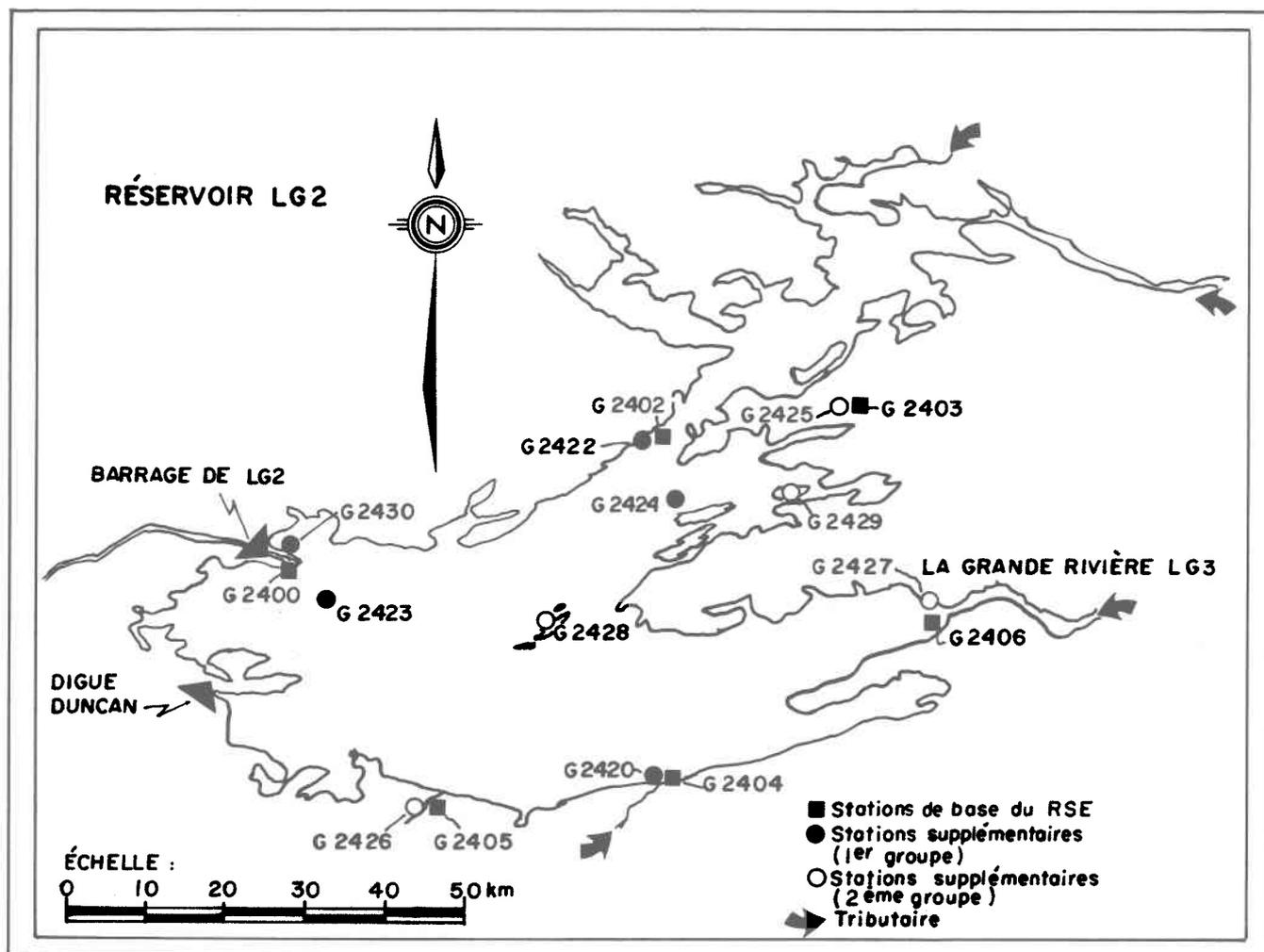


Figure 6.2. Stations d'échantillonnage du réseau de surveillance de la S.E.B.J. d'après Nault, 1980 .

TABLEAU 6.3: Variation spatio-temporelle de la concentration en phosphore total ( $\mu\text{g P l}^{-1}$ ) dans le réservoir LG2 (après sa mise en eau), observée *in situ*<sup>1</sup> et calculée par l'équation 5.19

# de Station <sup>2</sup> Temps après la mise en eau (année)	G2-400(0) <sup>6</sup> et/ou G2-421(0.2)	G2-402(0.1) et/ou G2-422(0.1)	G2-403(0.5) et/ou G2-425(0.8)	G2-404(0.4) et/ou G2-420(0.4)	G2-405(0.7) et/ou G2-426(0.8)	G2-406(0.5) et/ou G2-427(0.5)
0	6(2) <sup>3</sup> 100% <sup>4</sup>					
0.1	4 43%	5 57%				
0.2	4 43%	8 57%				
0.4	6 32%	70 <sup>5</sup> -		5 68%		
0.5	8.5(4) 7%	6(2) 12%	8(3) 15%	10(4) 17%		10.5(2) 8%
0.6	11.3(3) 7%	15(2) 12%	9(2) 15%	21(3) 17%		10.5(4) 8%
0.7	9.3(3) 7%	15(2) 25%	12 16%	12 14%	8(2) 17%	9 8%
0.8	13.5(2) 7%	14(4) 12%	11.5(4) 15%	15(4) 14%	21(3) 17%	7.5(4) 7%
1.5	16(2) 30%	20(3) 32%	17(2) 13%	-	-	21(3) 20%

TABLEAU 6.3: Variation spatio-temporelle de la concentration en phosphore total ( $\mu\text{g P l}^{-1}$ ) dans le réservoir LG2 (après sa mise en eau), observée *in situ* et calculée par l'équation 5.19 (SUITE)

# de Station <sup>2</sup> Temps après la mise en eau (année)	G2-423(0.5)	G2-429(0.5)	MOYENNE <sup>7</sup>	ECART TYPE	CALCULE PAR LE MODELE	DIFFERENCE (calculé-observé)	VALEUR prédite sur valeur observée
0			6	-	6.2	0.2	1.03
0.1			4.6	0.50	6.6	2.0	1.43
0.2			6.3	1.99	7.7	1.4	1.22
0.4			5.3	0.47	10.7	5.4	2.02
0.5	9(2) 28%	15 13%	9.5	2.50	12.4	2.9	1.31
0.6	9(2) 28%	18(2) 13%	13.2	4.73	14.0	0.8	1.06
0.7	6 13%	-	10.9	3.11	15.6	4.7	1.43
0.8	9 14%	33(2) 14%	16.4	7.82	17.0	0.6	1.04
1.5	-	-	18.5	2.07	22.0	3.5	1.19

<sup>1</sup> D'après des données obtenues auprès de Lemire et Bachand (1980)

<sup>2</sup> Notation utilisée par la Société d'énergie de la Baie James

<sup>3</sup> (n) signifie que la valeur présentée résulte de la moyenne de "n" mesures

<sup>4</sup> Proportion de la surface du réservoir affectée à cette station pour le calcul de la moyenne (voir section 6.4)

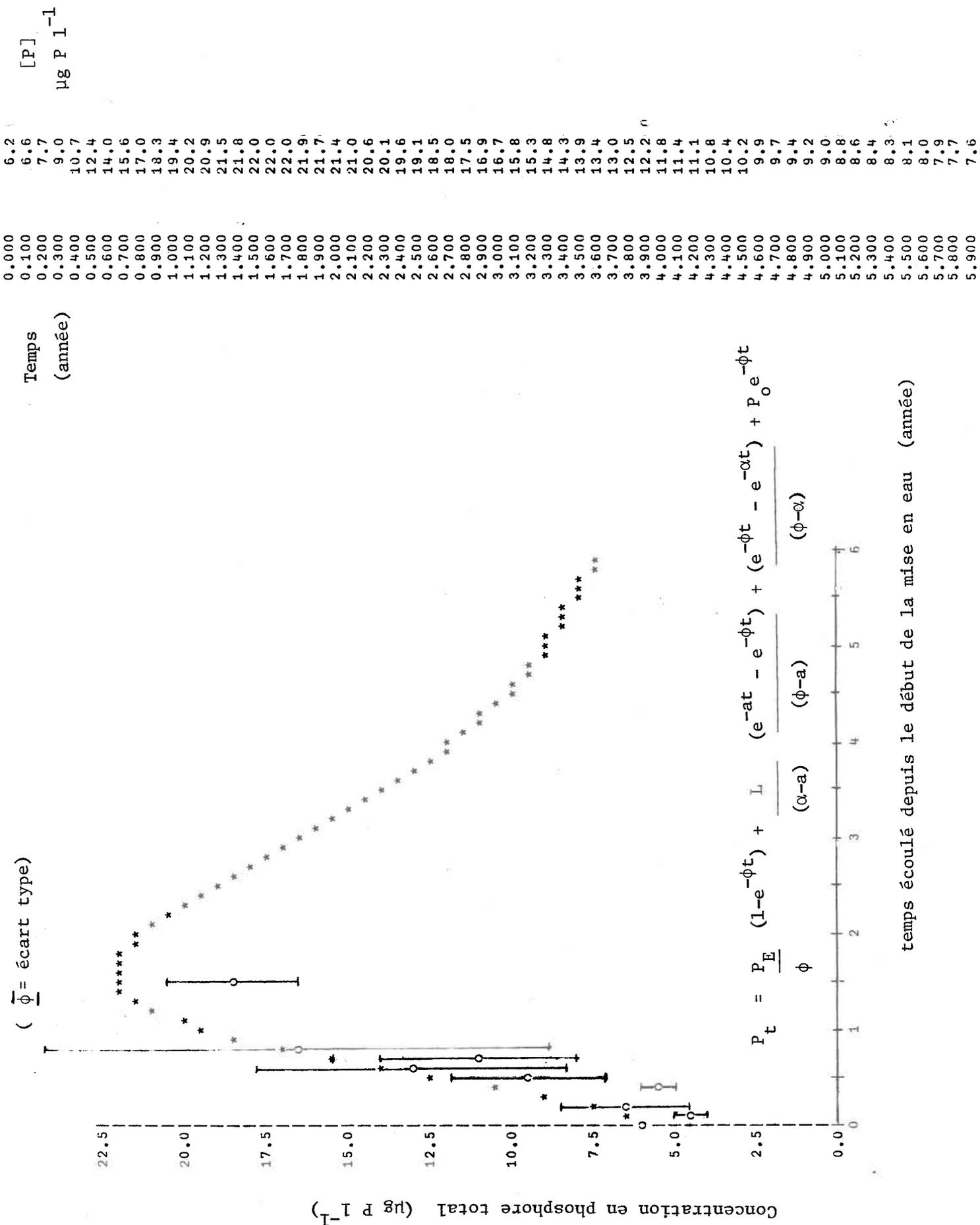
<sup>5</sup> Valeur non utilisée dans le calcul car douteuse selon Lemire et Bachand (1980)

<sup>6</sup> (m) suivant le # de la station indique la période approximative (en année après la mise en eau) où la station a été submergée

<sup>7</sup> La moyenne est pondérée par la proportion de surface du réservoir associée à la station (voir section 6.4)

-: données non disponibles ou non significatives

Figure 6.3: Concentration en phosphore total en fonction du temps, observée (o) et calculée (\*) à l'aide de notre méthode, pour le réservoir LG2, après sa mise en eau.



temps écoulé depuis le début de la mise en eau (année)

Toutefois, on note une surestimation par le modèle, et ce, surtout au début de la mise en eau et au maximum de la courbe. Ces différences peuvent s'expliquer selon nous par les raisons suivantes.

- 1- La fonction  $S_{(t)}$  utilisée dans le modèle surestime un peu la fonction réelle d'inondation des surfaces au début de la période de remplissage. Ceci induit des concentrations prédites supérieures à celles observées à cause de la moins grande superficie submergée dans la réalité par rapport à celle considérée dans le modèle.
- 2- La mise en eau du réservoir LG2 a débuté durant la saison froide (novembre 1978). On peut donc supposer qu'à cette époque de l'année les réactions chimiques et biologiques impliquées dans le processus de lessivage sont ralenties, ce qui amènera donc un relâchement de nutriments moins prononcé.
- 3- L'utilisation des paramètres  $\alpha$  et B compilés pour le réservoir Smallwood.

Il restera à vérifier dans l'avenir si le modèle peut prédire le maximum de la concentration en phosphore total, la durée de la phase d'accroissement trophique et décrire la phase finale de stabilisation. Néanmoins, nous sommes confiants car selon les observations des données physico-chimiques en provenance de LG2, il semble que l'on se dirige rapidement (après 1.5 année) vers un plateau en ce qui a trait à la concentration en phosphore total (Lemire et Bachand, 1980).

#### 6.5 Prédictions pour le réservoir LG3

La mise en eau du réservoir LG3, sur la rivière La Grande (en amont de LG2), débutera en mai 1981. Nous avons simulé trois scénarios différents

de remplissage pour étudier l'effet (prévu par le modèle) du temps de mise en eau sur l'évolution de la concentration du phosphore total dans le réservoir. Il faut mentionner que cette partie de notre étude n'est qu'à titre spéculatif et que, comme il est mentionné à la section 6.6, nous ne tenons pas compte de l'effet possible du réservoir LG4<sup>1</sup> en amont.

Nous avons utilisé la même méthodologie que précédemment pour estimer les paramètres nécessaires à l'application du modèle (voir sections 6.3 et 6.4). Les trois protocoles de mise en eau étudiés impliquent des temps de remplissage de 1.5 an, 3 ans et 6 ans respectivement. Le premier protocole est le plus probable puisque l'on prévoit la mise en service de LG3 pour le mois d'août 1982, soit environ 1.3 année après la fermeture du barrage. Les deux autres scénarios se justifient non pour des raisons d'incertitude quant à la durée probable de la mise en eau, mais à titre d'étude de sensibilité du modèle.

Le tableau 6.4 présente les valeurs des paramètres utilisés dans le modèle (équation 5.19) pour les trois essais. La figure 6.4, elle, illustre les trois courbes correspondantes ainsi que les résultats numériques. A l'examen de cette figure, on constatera qu'une augmentation du temps de mise en eau diminuera l'intensité de l'accroissement trophique. Par contre, cette même période durera plus longtemps et la période de stabilisation tardera d'autant plus à venir.

<sup>1</sup>

La mise en eau de LG4 débutera en août 1983 pour se terminer probablement en février 1984.

TABLEAU 6.4: Valeurs des paramètres utilisés dans l'équation 5.19 pour la simulation des concentrations en phosphore total en fonction du temps dans le réservoir LG3

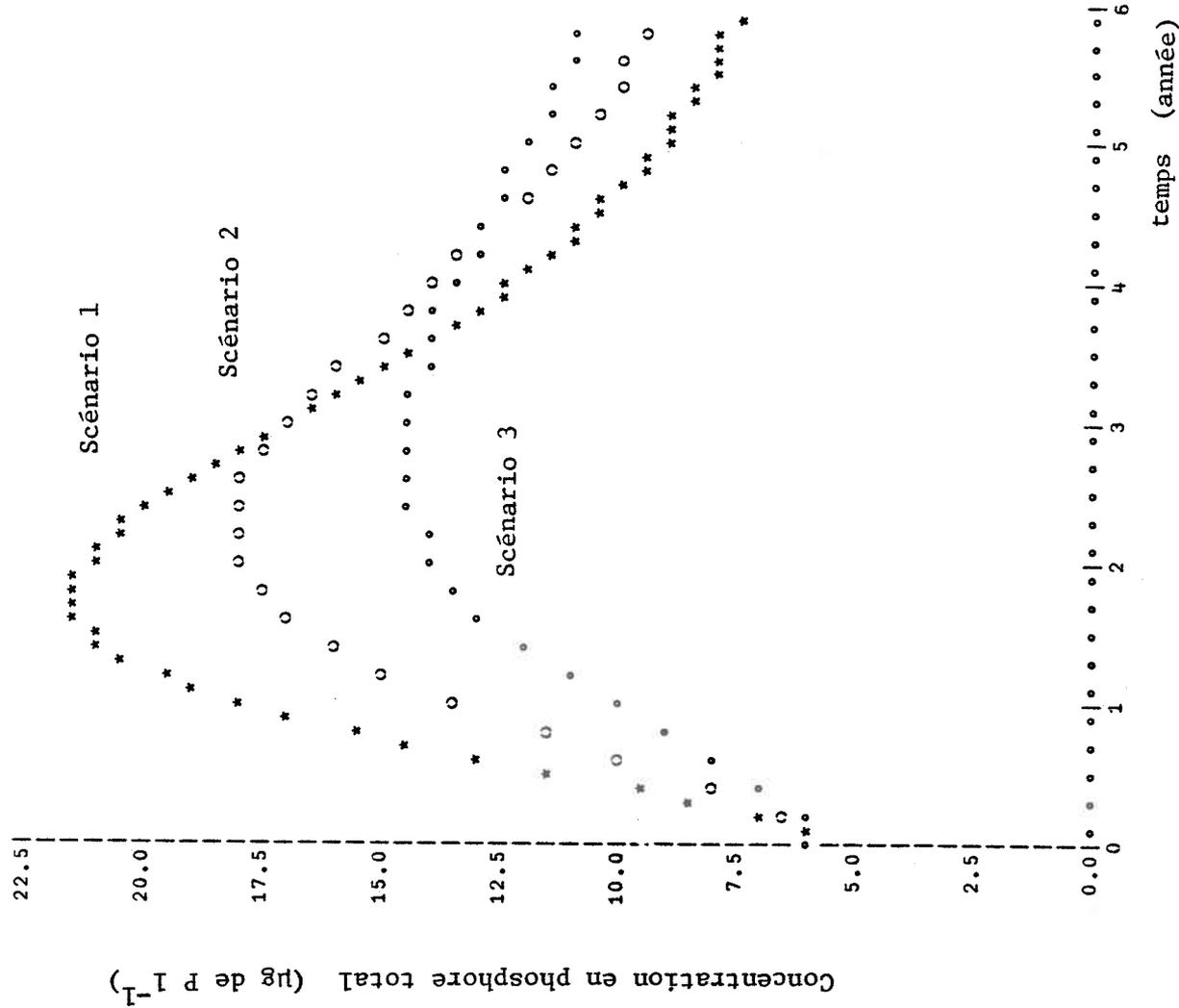
Paramètres	Description	Valeurs		
		protocole 1	protocole 2	protocole 3
$\alpha$	coefficient de sub- mersion	$2 \ln(2)$ $\sim 1.39 \text{ an}^{-1}$	$\ln(2)$ $\sim 0.69 \text{ an}^{-1}$	$\frac{1}{2}\ln(2)$ $\sim 0.35 \text{ an}^{-1}$
$\alpha^1$	coefficient de les- sivage	$0.82 \text{ an}^{-1}$	$0.82 \text{ an}^{-1}$	$0.82 \text{ an}^{-1}$
$P_F$ unitaire <sup>1</sup>	quantité de phos- phore potentielle- ment lessivable par unité de surface	$1.9 \times 10^3$ $P \text{ m}^{-2} \text{ mg}$	$1.9 \times 10^3$ $P \text{ m}^{-2} \text{ mg}$	$1.9 \times 10^3$ $P \text{ m}^{-2} \text{ mg}$
$\beta$	$\alpha P_F$ unitaire $S_{\text{max}}$	$3.39 \times 10^6$ $P \text{ an}^{-1} \text{ kg}$	$3.39 \times 10^6$ $P \text{ an}^{-1} \text{ kg}$	$3.39 \times 10^6$ $P \text{ an}^{-1} \text{ kg}$
L	$\alpha \beta$	$4.70 \times 10^6$ $P \text{ an}^{-1} \text{ kg}$	$2.34 \times 10^6$ $P \text{ an}^{-1} \text{ kg}$	$1.17 \times 10^6$ $P \text{ an}^{-1} \text{ kg}$
$\rho$	fréquence de renou- vellement	$0.66 \text{ an}^{-1}$	$0.66 \text{ an}^{-1}$	$0.66 \text{ an}^{-1}$
$\sigma^2$	coefficient de sé- dimentation	$0.66 \text{ an}^{-1}$	$0.66 \text{ an}^{-1}$	$0.66 \text{ an}^{-1}$
$\phi$	$\rho + \sigma$	$1.32 \text{ an}^{-1}$	$1.32 \text{ an}^{-1}$	$1.32 \text{ an}^{-1}$
$P_o^3$	concentration ini- tiale temps nécessaire pour inonder 87.5% des surfaces	$5.8 \mu\text{g de P l}^{-1}$  $\sim 1.5 \text{ an}$	$5.8 \mu\text{g de P l}^{-1}$  $\sim 3 \text{ ans}$	$5.8 \mu\text{g de P l}^{-1}$  $\sim 6 \text{ ans}$

<sup>1</sup> Mêmes valeurs que celles trouvées pour le réservoir Smallwood (voir section 5.5).

<sup>2</sup> Utilisant les équations 3.27 et 3.24 (Kirchner et Dillon, 1975).

<sup>3</sup> Utilisant l'équation 5.7 (Vollenweider, 1969).

Figure 6.4: Concentration en phosphore total en fonction du temps prévue pour le réservoir selon 3 scénarios différents de remplissage



Concentration en phosphore total  
(µg de P l<sup>-1</sup>)

Temps (année)	#1	Scénario #2	#3
0.0	5.8	5.8	5.8
0.1	6.2		
0.2	7.0	6.4	6.1
0.3	8.3		
0.4	9.7	7.9	6.9
0.5	11.3		
0.6	12.8	9.8	8.0
0.7	14.3		
0.8	15.6	11.7	9.1
0.9	16.9		
1.0	18.0	13.5	10.1
1.1	18.9		
1.2	19.7	15.0	11.2
1.3	20.3		
1.4	20.8	16.2	12.0
1.5	21.2		
1.6	21.4	17.1	12.8
1.7	21.5		
1.8	21.5	17.7	13.4
1.9	21.4		
2.0	21.2	18.1	13.9
2.1	21.0		
2.2	20.6	18.2	14.2
2.3	20.3		
2.4	19.9	18.1	14.4
2.5	19.4		
2.6	19.0	17.9	14.5
2.7	18.5		
2.8	18.0	17.5	14.6
2.9	17.5		
3.0	17.0	17.0	14.5
3.1	16.5		
3.2	16.0	16.5	14.4
3.3	15.5		
3.4	15.0	15.9	14.2
3.5	14.5		
3.6	14.0	15.2	14.0
3.7	13.6		
3.8	13.1	14.6	13.8
3.9	12.7		
4.0	12.3	14.0	13.5
4.1	11.9		
4.2	11.6	13.4	13.2
4.3	11.2		
4.4	10.9	12.8	12.9
4.5	10.6		
4.6	10.3	12.2	12.6
4.7	10.0		
4.8	9.7	11.7	12.3
4.9	9.5		
5.0	9.2	11.1	12.0
5.1	9.0		
5.2	8.8	10.7	11.7
5.3	8.6		
5.4	8.4	10.2	11.4
5.5	8.2		
5.6	8.1	9.8	11.1
5.7	7.9		
5.8	7.8	9.4	10.8
5.9	7.6		

On doit s'attendre, intuitivement, à cette influence du temps de remplissage sur la concentration du phosphore total. En effet, une prolongation du temps de mise en eau implique, dans un réservoir ayant une morphologie du type vallée ou fosse en "V", une diminution du taux de submersion des surfaces; donc, pour un laps de temps donné, il se produit un lessivage d'une moins grande quantité de substrat, d'où une accumulation moins grande de sous-produits du lessivage dans les eaux susjacentes. Dans un même temps, le débit à l'exutoire du réservoir est plus grand (à cause de l'emmagasinement moins complet des eaux), ce qui permet au réservoir de se vidanger plus rapidement et par conséquent, dilue l'effet du lessivage du substrat.

D'autre part, le fait d'allonger la période de remplissage du réservoir induit un temps d'inondation total de la cuvette plus long, ce qui se traduit par une activité de lessivage plus étalée dans le temps et retarde donc le début de la stabilisation de la concentration du nutriment phosphore dans le réservoir.

Pendant les deux premières années de son existence, le réservoir LG3 ne sera pas influencé par LG4 (voir section 6.6). Il devrait alors présenter un accroissement trophique sensiblement pareil à celui de LG2. Le scénario simulant la mise en eau du réservoir LG2 sur 1.5 année laisse croire que le maximum de la concentration en phosphore total sera atteint après environ 1.5 an et sera de l'ordre de  $21 \mu\text{g de P l}^{-1}$ .

## 6.6 Réservoirs en série

Les réservoirs LG2, LG3 et LG4 sont aménagés sur un même cours d'eau, l'un à la suite de l'autre, ce que l'on appelle des réservoirs en série ou bien en cascade. Ce cas particulier va à l'encontre de l'une des hypothèses à la base de notre modélisation, soit la constance des apports allochtones.

On peut s'imaginer facilement, par exemple, que le début de la mise en eau du réservoir LG3 influencera la composition chimique et physique des eaux à l'exutoire de cette retenue d'eau. Par conséquent, la qualité des apports au réservoir LG2, en aval, sera modifiée, ce qui n'est pas pris en compte dans le développement de notre modèle.

La figure 6.5 illustre un cas hypothétique de trois réservoirs en série. La partie "A" de la figure rend compte de l'évolution de la concentration du phosphore total dans les trois réservoirs, si les mises en eau des réservoirs ont lieu de façon indépendante (autrement dit chaque réservoir isolé des autres). La partie "B" de la figure montre les courbes correspondantes lorsque les réservoirs sont en série. Les temps  $T_1$ ,  $T_2$ , et  $T_3$ <sup>1</sup> représentant respectivement le début de la mise en eau des réservoirs<sup>2</sup> # 1, # 2 et # 3, on constate que :

---

<sup>1</sup> Ici  $T_1 < T_2 < T_3$

<sup>2</sup> De l'aval vers l'amont.

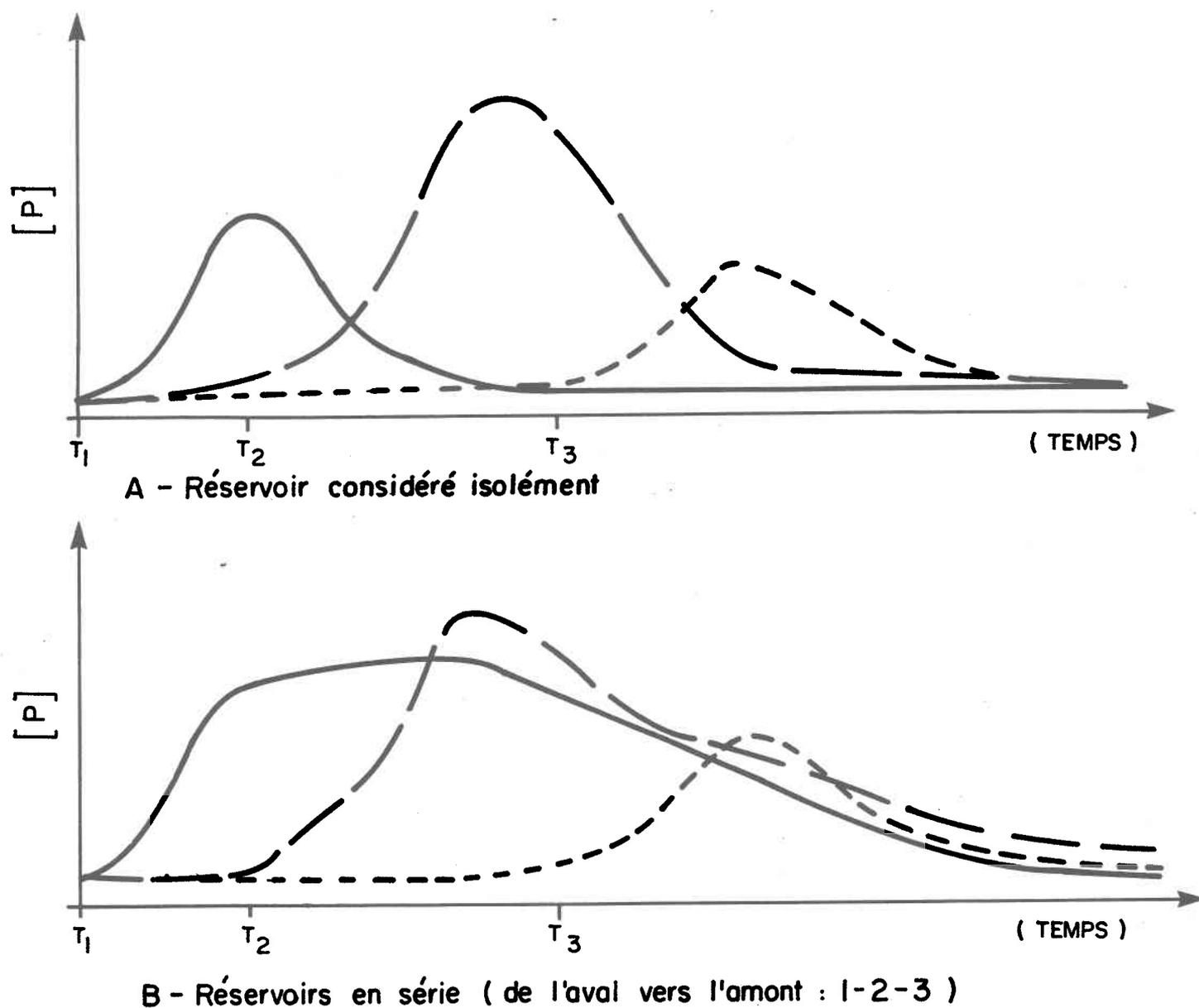


Figure 6.5 . Évolution de la concentration du phosphore total dans des réservoirs A ( isolément ) ;  
B ( en série ) .

	entre $T_1$ et $T_2$	entre $T_2$ et $T_3$	après $T_3$
Le réservoir # 1	n'est pas influencé	est influencé par # 2	est influencé par # 2 et # 3
Le réservoir # 2		n'est pas influencé	est influencé par # 3
Le réservoir # 3			n'est pas influencé

Par un raisonnement analogue pour les réservoirs de la rivière La Grande, on peut prévoir que la courbe proposée pour LG2 (figure 6.3) ne sera plus représentative après mai 1981, c'est-à-dire après le début de la mise en eau de LG3<sup>1</sup>. La même chose s'applique pour la courbe de LG3 (figure 6.4) après le début de la mise en eau de LG4, soit en août 1983<sup>2</sup>.

Nous n'avons pas, dans le cadre de ce mémoire, développé une méthodologie pour palier à cette lacune. Néanmoins, nous croyons que ce problème pourrait être résolu en incluant dans le modèle un taux variable d'apports alloctones pour tenir compte des variations induites par les réservoirs en amont. On pourrait supposer un transfert complet ou partiel, selon le cas, d'un réservoir à l'autre (cf. Cluis et al. 1979) et utiliser le modèle lui-même pour estimer les apports en provenance de réservoirs en amont.

---

1

Correspond à 2.5 ans sur le graphique (figure 6.3).

2

Correspond à 2.3 ans sur le graphique (figure 6.4).

CHAPITRE 7

CONCLUSION ET SUGGESTIONS DE TRAVAUX COMPLEMENTAIRES

Le phosphore étant un élément reconnu comme le plus souvent limitatif de la production primaire dans les eaux douces, il s'est créé un besoin de posséder des outils pour prévoir l'impact des actions humaines sur cet élément. Le cycle du phosphore étant très complexe et encore mal connu, les modèles du type "boîte noire" semblent l'approche ayant le plus grand succès auprès des gestionnaires de la ressource eau. Dans cette optique, le modèle mis au point au cours de cette étude devient un outil approprié. Le modèle, conçu pour décrire l'évolution de la concentration du phosphore total lors de la mise en eau d'un réservoir et dans la période subséquente, a montré un pouvoir prédictif appréciable. Cette amélioration de la capacité de prédiction, relativement aux modèles déjà existant, est imputable à l'ajout de la dimension temporelle dans l'inondation des surfaces, lors de la mise en eau de la cuvette.

L'application du modèle au réservoir Smallwood nous a permis de mettre en évidence les deux variantes qui le distinguent de celui d'Ostrofsky (1978a). Dans un premier temps, il abaisse de façon considérable le maximum calculé pour la concentration du phosphore total pendant la phase d'accroissement trophique. Le deuxième effet se traduit par un étalement dans le temps de cette même phase. La courbe résultante semble mieux concorder avec les observations réelles dont nous disposons.

La seconde application du modèle, cette fois-ci au réservoir LG2, montre le potentiel prédictif du modèle. Le fait d'avoir utilisé le modèle comme outil d'inférence, sans employer les données obtenues après la mise en eau, nous a permis de situer le modèle dans son contexte réel d'utilisation et donc d'étudier sa capacité de prédiction; la comparaison des résultats ob-

tenus avec les mesures *in situ* montre une bonne correspondance. Enfin, l'application du modèle au réservoir LG3 a servi comme étude de la sensibilité du modèle au taux de submersion des surfaces (a), montrant son importance relative dans la forme que prendra la phase d'accroissement trophique.

Le modèle développé étant simple d'application, ne requérant que des intrants relativement faciles à obtenir, nous espérons qu'il fera l'objet d'études et d'applications ultérieures.

#### Suggestions de travaux complémentaires

Le modèle proposé dans ce mémoire est sûrement un pas en avant, mais il conviendrait de l'améliorer par des études complémentaires pertinentes, à savoir:

- La fonction  $S_{(t)}$  utilisée pour décrire la surface submergée en fonction du temps pourrait faire l'objet d'études approfondies. En outre, on pourrait mettre au point une gamme de fonctions, répondant aux contraintes mathématiques du modèle, pour simuler d'une façon plus précise la progression de la mise en eau, et ce pour divers types de réservoir (Morphologie).

- Les paramètres " $\alpha$ " et " $P_F$  unitaire", représentant respectivement le taux de lessivage et la quantité de phosphore potentiellement lessivable des sols et végétaux submergés, méritent une attention particulière. A l'aide d'études empiriques ou autres, on pourrait les mettre en relation avec des variables caractérisant le milieu étudié. Nous pensons, par exemple, à la nature des sols composant la cuvette du réservoir, au climat de la région, la composition des eaux susjacentes, etc... Ainsi il serait possible d'établir une table des valeurs à utiliser pour ces deux paramètres en fonction de la nature du milieu d'application du modèle.
  
- Le taux d'apport en phosphore allochtone ( $I_p$ ) ainsi que la fréquence de renouvellement des eaux ( $\rho$ ) sont considérés ici comme des valeurs constantes. La possibilité de les faire varier en fonction du temps à l'intérieur du modèle est envisageable. Il s'agirait de les relier à la fonction  $S(t)$ , ou à son équivalent pour le volume du réservoir. On sait que la surface du réservoir augmente lors de la mise en eau et, inversement, celle du bassin versant diminue. Ceci implique une variation du terme " $I_p$ ". Il en est de même pour la variable " $\rho$ ", qui change avec le volume du réservoir et le débit à l'exutoire.
  
- En disposant de résultats d'essais de modélisation sur plusieurs réservoirs, il serait possible de construire une abaque dans le même style que Chapra (1975) donnant la probabilité d'atteindre un niveau trophique

donné en fonction de divers indicateurs (par exemple, " $\alpha$ ", " $P_F$  unitaire", temps de remplissage, etc..).

- Enfin, il serait très intéressant d'ajuster le modèle pour fins d'utilisation dans les réservoirs en série. La modification apportée au modèle devra se situer au niveau du terme " $I_p$ ", en lui ajoutant une variable décrivant les apports supplémentaires acheminés par des réservoirs en amont, lors de leur mise en eau.

ANNEXE A

DETAILS DE CERTAINS DES CALCULS MATHÉMATIQUES

Partie 1: Différentiation en fonction du temps de l'équation 5.12

$$P_{L_{t^*}} = \int_0^{t^*} K S'(t) (1 - e^{-\alpha(t^*-t)}) dt$$

Pour trouver  $\frac{d P_{L_{t^*}}}{d t^*}$  nous utilisons la règle de Leibniz de différentiation

d'une intégrale qui s'énonce comme suit:

$$\frac{d}{dy} \int_{g(y)}^{h(y)} f(x,y) dx = \int_{g(y)}^{h(y)} \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} dx + f(h(y),y) \frac{dh(y)}{dy}$$

$$- f(g(y),y) \frac{dg(y)}{dy}$$

d'où:

$$\frac{d P_{L_{t^*}}}{d t^*} = \int_0^{t^*} \frac{\partial (K S'(t) (1 - e^{-\alpha(t^*-t)}))}{\partial t^*} dt$$

$$+ K S'(t^*) (1 - e^{-\alpha(t^*-t^*)}) \frac{d(t^*)}{d t^*}$$

$$- K S'(0) (1 - e^{-\alpha(t^*-0)}) \frac{d(0)}{d t^*}$$

Il reste donc :

$$\frac{d P_{L_{t^*}}}{d t^*} = \int_0^{t^*} \alpha K S'(t) e^{-\alpha(t^*-t)} dt$$

Partie 2: Solution de l'équation 5.16

$$\begin{aligned}
 \frac{d P_{L_t}}{dt} &= \int_0^t \alpha K a S_{\max} e^{-a x} e^{-\alpha(t-x)} dx \\
 &= a \alpha K S_{\max} \int_0^t e^{-(a-\alpha)x} e^{-\alpha t} dx \\
 &= a \alpha K S_{\max} \left( \frac{e^{-(a-\alpha)x} e^{-\alpha t}}{\alpha - a} \right) \Bigg|_0^t \\
 &= a \alpha K S_{\max} \left( \frac{e^{(\alpha-a)t} e^{-\alpha t} - e^{-\alpha t}}{\alpha - a} \right) \\
 &= a \alpha K S_{\max} \left( \frac{e^{-at} - e^{-\alpha t}}{\alpha - a} \right)
 \end{aligned}$$

pour  $\alpha \neq a$

Partie 3: Solution de l'équation 5.18

$$\frac{d P_t}{dt} = P_E + a \alpha K S_{max} \frac{(e^{-at} - e^{-\alpha t})}{\alpha - a} - (\rho + \sigma) P_t$$

On peut réécrire cette équation sous la forme

$$\frac{d P_t}{dt} + (\sigma + \rho) P_t = P_E + a \alpha K S_{max} \frac{(e^{-at} - e^{-\alpha t})}{\alpha - a}$$

ce qui est une équation différentielle linéaire dont la forme générale est:

$$\frac{dy}{dx} + y P(x) = Q(x)$$

Ce type d'équation a comme solution générale:

$$y = e^{-\int P(x) dx} \left[ \int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx + c \right]$$

où "c" est la constante d'intégration.

Dans notre cas  $P(x) \rightarrow (\sigma + \rho)$  et

$$Q(x) \rightarrow P_E + a \alpha K S_{max} \frac{(e^{-at} - e^{-\alpha t})}{\alpha - a}$$

$$\text{Donc } \int P(x) dx \rightarrow \int (\sigma + \rho) dt = (\sigma + \rho) t$$

En posant  $(\sigma + \rho) = \phi$

et  $a \propto K S_{\max} = L$

l'équation 5.18 aura la solution

$$\begin{aligned}
 P_t &= e^{-\phi t} \left[ \int \left( P_E + L \frac{(e^{-at} - e^{-\alpha t})}{\alpha - a} \right) e^{\phi t} dt + c \right] \\
 &= e^{-\phi t} \left[ \int P_E e^{\phi t} dt + \frac{L}{\alpha - a} \int e^{(-a+\phi)t} dt + \frac{L}{\alpha - a} \int e^{(-\alpha+\phi)t} dt + c \right] \\
 &= e^{-\phi t} \left[ \frac{P_E e^{\phi t}}{\phi} + \frac{L e^{(-a+\phi)t}}{(\alpha - a)(\phi - a)} - \frac{L e^{(-\alpha+\phi)t}}{(\alpha - a)(\phi - \alpha)} + c \right] \\
 &= \frac{P_E}{\phi} + \frac{L}{(\alpha - a)} \left( \frac{e^{-at}}{\phi - a} - \frac{e^{-\alpha t}}{\phi - \alpha} \right) + c e^{-\phi t}
 \end{aligned}$$

On évalue la constante "c" avec la condition initiale suivante:

$$t = 0, P = P_0$$

d'où

$$P_0 = \frac{P_E}{\phi} + \frac{L}{(\alpha - a)} \left( \frac{1}{\phi - a} - \frac{1}{\phi - \alpha} \right) + c$$

Donc :

$$c = P_0 - \frac{P_E}{\phi} - \frac{L}{(\alpha-a)} \left( \frac{1}{\phi-a} - \frac{1}{\phi-\alpha} \right)$$

En substituant "c" on obtient :

$$P_t = \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{L}{(\alpha-a)} \left[ \frac{(e^{-at} - e^{-\phi t})}{\phi-a} + \frac{(e^{-\phi t} - e^{-\alpha t})}{\phi-\alpha} \right] + P_0 e^{-\phi t}$$

pour  $\phi \neq a$  et  $\phi \neq \alpha$

Partie 4: Etude de la limite quand "a" tend vers l'infini dans l'équation 5.19

$$\begin{aligned}
 \lim_{a \rightarrow \infty} P_t &= \lim_{a \rightarrow \infty} \left[ \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{L}{(\alpha - a)} \left( \frac{e^{-at} - e^{-\phi t}}{\phi - a} + \frac{e^{-\phi t} - e^{-\alpha t}}{\phi - \alpha} \right) \right. \\
 &\quad \left. + P_0 e^{-\phi t} \right] \\
 &= \lim_{a \rightarrow \infty} \left( \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) \right) + \lim_{a \rightarrow \infty} \left( \frac{L}{(\alpha - a)} \frac{(e^{-at} - e^{-\phi t})}{(\phi - a)} \right) \\
 &\quad + \lim_{a \rightarrow \infty} \left( \frac{L}{(\alpha - a)} \frac{(e^{-\phi t} - e^{-\alpha t})}{(\phi - a)} \right) + \lim_{a \rightarrow \infty} (P_0 e^{-\phi t}) \\
 &= \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \lim_{a \rightarrow \infty} \left( \frac{a \alpha K S_{max}}{(\alpha - a) (\phi - a)} (e^{-at} - e^{-\phi t}) \right) \\
 &\quad + \lim_{a \rightarrow \infty} \left( \frac{a \alpha K S_{max}}{(\alpha - a) (\phi - \alpha)} (e^{-\phi t} - e^{-\alpha t}) \right) + P_0 e^{-\phi t} \\
 &= \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \lim_{a \rightarrow \infty} \left( \frac{\alpha K S_{max}}{\left(\frac{\alpha}{a} - 1\right)} \frac{(e^{-at} - e^{-\phi t})}{(\phi - a)} \right) \\
 &\quad + \lim_{a \rightarrow \infty} \left( \frac{\alpha K S_{max}}{\left(\frac{\alpha}{a} - 1\right)} \frac{(e^{-\phi t} - e^{-\alpha t})}{(\phi - a)} \right) + P_0 e^{-\phi t} \\
 &= \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{\alpha K S_{max}}{(0 - 1)} \frac{(e^{-\infty t} - e^{-\phi t})}{(\phi - \infty)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha K S_{\max}}{(\alpha-1)} \frac{(e^{-\phi t} - e^{-\alpha t})}{(\phi-\alpha)} + P_0 e^{-\phi t} \\
& = \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + 0 - \frac{\alpha K S_{\max}}{\phi-\alpha} (e^{-\phi t} - e^{-\alpha t}) + P_0 e^{-\phi t} \\
& = \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{B}{\phi-\alpha} (e^{-\alpha t} - e^{-\phi t}) + P_0 e^{-\phi t}
\end{aligned}$$

car  $B = \alpha P_E = \alpha K S_{\max}$

Ce qui est l'équation d'Ostrofsky (5.5).

Partie 5: Etude de la limite quand le temps tend vers l'infini dans  
l'équation 5.19

$$\begin{aligned}
 \lim_{t \rightarrow \infty} P_t &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ \frac{P_E}{\phi} (1 - e^{-\phi t}) + \frac{L}{\alpha - a} \left( \frac{e^{-at} - e^{-\phi t}}{\phi - a} - \frac{e^{-\phi t} - e^{-\alpha t}}{\phi - \alpha} \right) + P_0 e^{-\phi t} \right] \\
 &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{P_E}{\phi} \right) + \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{-P_E}{\phi} e^{-\phi t} \right) + \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{L}{(\alpha - a)(\phi - a)} (e^{-at} - e^{-\phi t}) \right) \\
 &+ \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{L}{(\alpha - a)(\phi - \alpha)} (e^{-\phi t} - e^{-\alpha t}) \right) + \lim_{t \rightarrow \infty} (P_0 e^{-\phi t}) \\
 &= \frac{P_E}{\phi} + \frac{(-P_E e^{-\phi t})}{\phi} + \frac{L (e^{-at} - e^{-\phi t})}{(\alpha - a)(\phi - a)} \\
 &+ \frac{L}{(\alpha - a)} \frac{(e^{-\phi t} - e^{-\alpha t})}{(\phi - \alpha)} + P_0 e^{-\phi t} \\
 &= \frac{P_E}{\phi} \\
 &= \frac{P_E}{\rho + \sigma}
 \end{aligned}$$

Ce qui est l'état stationnaire du modèle de Vollenweider (1969) (voir équation 3.14).

ANNEXE B

MODELE "DEUX BOITES"

Equations du modèle de Snodgrass et O'Melia (1975).

Les équations 1 à 4 décrivent la période de stratification et  
5 et 6 décrivent la période d'homothermie.

$$(1) \quad V_e \frac{d [OP]_e}{dt} = \sum_J Q_J [OP]_J - Q [OP]_e - P_e V_e [OP]_e + \frac{k_{th}}{\bar{z}_{th}} A_{th} [OP]_h - \frac{k_{th}}{\bar{z}_{th}} A_{th} [OP]_e$$

$$(2) \quad V_e \frac{d [PP]_e}{dt} = \sum_J Q_J [PP]_J - Q [PP]_e - P_e V_e [OP]_e - g_e A_{th} [PP]_e + \frac{k_{th}}{\bar{z}_{th}} A_{th} [PP]_e$$

$$(3) \quad V_h \frac{d [OP]_h}{dt} = R_h V_h [PP]_h + \frac{k_{th}}{\bar{z}_{th}} A_{th} [OP]_e - \frac{k_{th}}{\bar{z}_{th}} [OP]_h$$

$$(4) \quad V_h \frac{d [PP]_h}{dt} = g_e A_{th} [PP]_e - g_h A_s [PP]_h - R_h V_h [PP]_h + \frac{k_{th}}{\bar{z}_{th}} A_{th} [PP]_e - \frac{k_{th}}{\bar{z}_{th}} A_{th} [PP]_h$$

$$(5) \quad V \frac{d [OP]}{dt} = \sum_J Q_J [OP]_J - Q [OP] - P_{eu} V_{eu} [OP] + R V [PP]$$

$$(6) \quad V \frac{d [PP]}{dt} = \sum_J Q_J [PP]_J - Q [PP] + P_{eu} V_{eu} [OP] - R V [PP] - g A_s [PP]$$

Conditions de **saut**:

$$(7) \quad [OP] \text{ (immédiatement après la stratification d'automne)} = \frac{[OP]_e V_e + [OP]_h V_h}{V}$$

$$(8) \quad [PP] \text{ (immédiatement après la stratification d'automne)} = \frac{[PP]_e V_e + [PP]_h V_h}{V}$$

Les inconnues de ce système sont:

$[OP]_e$ ,  $[OP]_h$ ,  $[PP]_e$ ,  $[PP]_h$ ,  $[OP]$ ,  $[PP]$ .

Tableau des notations du modèle de Snodgrass et O'Melia (1975)

A	:	Surface du lac ( $m^2$ )
$A_s$	:	Aire de l'interface eau-sédiment ( $m^2$ )
$A_{th}$	:	Aire du lac à la thermocline ( $m^2$ )
g	:	Coefficient de sédimentation pour le lac entier (m/jour)
$g_h$	:	Coefficient de sédimentation dans l'hypolimnion (m/jour)
$g_e$	:	Coefficient de sédimentation dans l'épilimnion (m/jour)
$k_{th}$	:	Coefficient de transport vertical dans la thermocline ( $m^2$ /jour)
$p_e$	:	Taux de production dans l'épilimnion ( $jour^{-1}$ )
$p_{eu}$	:	Taux de production dans la zone euphotique ( $jour^{-1}$ )
q	:	Débit moyen à la sortie du lac ( $m^3$ /jour)
$Q_j$	:	Débit moyen du tributaire j ( $m^3$ /jour)
R	:	Taux de décomposition pour le lac entier ( $jour^{-1}$ )
$R_h$	:	Taux de décomposition pour l'hypolimnion ( $jour^{-1}$ )
t	:	Temps (jour)
V	:	Volume du lac entier ( $m^3$ )
$V_e$	:	Volume de l'épilimnion ( $m^3$ )
$V_{eu}$	:	Volume de la zone euphotique en hiver ( $m^3$ )
$V_h$	:	Volume de l'hypolimnion ( $m^3$ )
$\bar{Z}$	:	Profondeur moyenne du lac (m)
$\bar{Z}_e$	:	Profondeur moyenne de l'épilimnion (m)
$\bar{Z}_{eu}$	:	Profondeur moyenne de la zone euphotique (m)
$\bar{Z}_h$	:	Profondeur moyenne de l'hypolimnion (m)
$\bar{Z}_{th}$	:	Profondeur de la thermocline (m)

- [OP] : Concentration d'orthophosphates dans le lac en hiver ( $\text{g/m}^3$ )
- [OP]<sub>j</sub> : Concentration d'orthophosphates du tributaire j ( $\text{g/m}^3$ )
- [OP]<sub>e</sub> : Concentration d'orthophosphates dans l'épilimnion ( $\text{g/m}^3$ )
- [OP]<sub>h</sub> : Concentration d'orthophosphates dans l'hypolimnion ( $\text{g/m}^3$ )
- [PP] : Concentration en phosphore particulaire dans le lac en hiver ( $\text{g/m}^3$ )
- [PP]<sub>j</sub> : Concentration en phosphore particulaire dans le tributaire j ( $\text{g/m}^3$ )
- [PP]<sub>e</sub> : Concentration en phosphore particulaire dans l'épilimnion ( $\text{g/m}^3$ )
- [PP]<sub>h</sub> : Concentration en phosphore particulaire dans l'hypolimnion ( $\text{g/m}^3$ )

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ALAIN, J. et M. LEROUZES. (1979).

"Méthodologie pour le calcul des apports en phosphore et la détermination de la capacité de support d'un lac". Gouvernement du Québec, Ministère des Richesses naturelles, service de la qualité des eaux, 52 p.

ANONYME. (1970).

"Chemistry of nitrogen and phosphorus in water". American Water Works Association Journal, 62(2): 127-139.

ANONYME. (1975).

"Computer Program documentation for the reservoir model EPACO". U.S. Environmental Protection Agency, Washington, D.C.

BACHMAN, R.W. et J.R. JONES. (1974).

"Phosphorus inputs and algal blooms in lakes". Iowa State Journal Research 49(2): 155-160.

BAXTER, R.M. (1974).

"Environmental effects of reservoirs". Environment Canada, Centre Canadien des eaux intérieures, rapport non publié, 41 p.

BAXTER, M. et P. GLAUDE. (1980).

"Environmental effects of dams and impoundments in Canada: experience and prospects". Can. Bull. Fish. Aquat. Sci. 205: 34 p.

BERNARD, C. (1979).

"Impacts des pratiques agricoles sur les sols et les eaux en milieu agricole". Service de protection de l'environnement du Québec, Qualité du milieu, rapport non publié, 194 p.

BIFFI, F. (1963).

"Determining the time factor as a characteristic trait in the self-purifying power of Laga d'Orta in relation to a continued pollution".

Atti Ist. Ver. Sci. Lett. Arti., 121: 131-136. (Cité dans Dillon (1974)).

BOBEE, B. (1980).

"Communication personnelle". Institut national de la recherche scientifique.

BOUCHER, R. et R. LEMIRE. (1979).

"Répercussions écologiques de la mise en eau du réservoir Desaulniers, Préliminaire". Société d'énergie de la baie James, Rapport interne, Montréal, 19 p.

CAMPBELL, P.G., B. BOBEE, A. CAILLE, M.J. DEMALSY, P. DEMALSY, J.L. SASSEVILLE, S.A. VISSER, P. COUTURE, M. LACHANCE, M. LAPOINTE et L. TALBOT. (1976).

"Effets du décapage de la cuvette d'un réservoir sur la qualité de l'eau emmagasinée:  laboration d'une méthode d'étude et application au réservoir de Victoriaville (rivier  Bulstrode, Québec)". INRS-Eau, rapport scientifique No 37, 304 p., 3 appendices (pour le Ministère des Richesses naturelles, Québec).

CARIGNAN, R. et J. KALFF. (1980).

"Phosphorus sources for aquatic weeds: water or sediment?". Science, 207: 987-989.

CHAPRA, S.C. (1975).

"Comment on: An empirical method of estimating the retention of phosphorous in lakes, by W.B. Kirchner and P.J. Dillon". Water Resources Research 11: 1033-1036.

CHAPRA, S.C. et K.H. RECKHOW. (1979).

"Expressing the phosphorus loading concept in probabilistic terms". J. Fish. Res. Board Can., 36: 225-229.

CLUIS, D.A., D. COUILLARD et L. POTVIN. (1979).

"A square grid transport model relating land use exports to nutrient load in rivers". Water Resources Research, 15(3): 630-636.

DILLON, P.J. (1974).

"A critical review of Vollenweider's nutrient budget model and other related models". Water Resources Bulletin, 10: 969-989.

DILLON, P.J. (1975a).

"The phosphorus budget of Cameron Lake, Ontario, the importance of flushing rate to degree of eutrophy of lakes". Limnology and Oceanography, 20: 28-39.

DILLON, P.J. (1975b).

"The application of the phosphorus-loading concept to eutrophication research". Environment Canada, Scientific series No. 46, Inland waters directorate, Canada, 12 p.

DILLON, P.J. et F.H. RIGLER. (1974a).

"The phosphorus-chlorophyll relationship in lakes". Limnology and Oceanography, 19: 767-773.

DILLON, P.J. et F.H. RIGLER. (1974b).

"A test of a simple nutrient budget model predicting the phosphorus concentration in lakes". J. Fish. Res. Board Can., 31: 1771-1778.

DILLON, P.J. et F.H. RIGLER. (1975).

"A simple method for predicting the capacity of lake for development based on lake trophic status". J. Fish. Res. Board Can., 32: 1519-1931.

DUDEK, F.A. (1980).

"Communication à H.G. Jones (INRS-Eau)". Churchill Falls (Labrador) Corporation Limited.

DUTHIE, H.C. (1979).

"Limnology of subarctic Canadian lakes and some effects of impoundment".  
Arctic and Alpine research, 11(2): 145-158.

DUTHIE, H.C. et M.L. OSTROFSKY. (1974).

"Plankton, chemistry and physics of lakes in Churchill Falls Region  
of Labrador". J. Fish. Res. Board Can., 31: 1105-1117.

DUTHIE, H.C. et M.L. OSTROFSKY. (1975).

"Environmental impact of the Churchill Falls (Labrador) hydroelectric  
project: A preliminary assessment". J. Fish. Res. Board Can., 32: 117-125.

DUXBURY, J.M. et J.H. PEVERLY. (1978).

"Nitrogen and phosphorus losses from organic soils". Journal of Environ-  
mental Quality, 7(4): 566-570.

FITZGERALD, G.P. (1970).

"Aerobic lake muds for removal of phosphorus from lake waters". Lim-  
nology and Oceanography, 15: 550-555.

ELDER, J.F., K.E. OSBORN et C.R. GOLDMAN. (1976).

"Iron transport in a lake Tahoe tributary and its potential influence  
upon phytoplankton growth". Water Research, 10: 783-787.

GARRELS, R.M., F.T. MACKENZIE et C. HUNT. (1975).

"Chemical cycles and the global environment assessing human influences".  
William Kaufman, California, 206 p., (Chap. 9, 105-203).

GOLDMAN, C.R. (1960).

"Primary production and limiting factors in 3 lakes of the Alaskan  
Peninsula". Ecological Monographs, 30: 207-230.

GREEN, D.B., T.J. LOGAN et N.E. SMECK. (1978).

"Phosphate adsorption-desorption characteristics of suspended sediments  
in the Maumee River basin of Ohio". Journal of Environmental Quality,  
7(2): 208-212.

HUTCHINSON, G.E. (1973).

"Eutrophication". Scientific American 61: 269-279.

IMBODEM, D.M. (1973).

"Limnological transport and nutrient models". Schweizerische Zeitschrift für Hydrologie, 35: 27-58.

IMBODEN, D.M. (1974).

"Phosphorus model of lake eutrophication". Limnology and Oceanography, 19: 297-304.

IMBODEN, D.M. et R. GACHTER. (1975).

"Modelling and control of lake eutrophication". International federation of automatic control (IFAC), 6th Triennial world congress, August 24-30, 1975, 10 p., Boston/Cambridge, Mass., U.S.A.

JONES, J.R. et R.W. BACHMANN. (1976).

"Prediction of phosphorus and chlorophyll levels in lakes". Journal of Water Pollution Control Federation, 48: 2176-2182.

JONES, H.G., M. VOUELLET, M. LECLERC, D. CLUIS, P. COUTURE, L. POTVIN et W. SOCHANSKA. (1979).

"Productivité biologique des eaux du lac St-Jean". Institut national de la recherche scientifique (INRS-Eau), rapport scientifique No 76.

KALFF, J. et R. KNOECHEL. (1978).

"Phytoplankton and their dynamics in oligotrophic and eutrophic lakes". Annual Review of Ecological Systems, 9: 475-495.

KIRCHNER, W.B. (1975).

"An examination of the relationship between drainage basin morphology and the export of phosphorus". Limnology and Oceanography, 20: 267-270.

KIRCHNER, W.B. et P.J. DILLON. (1975).

"An empirical method of estimating the retention of phosphorus in lakes". Water Resources Research, 11: 182-183.

LARSEN, D.P. et H.T. MERCIER. (1976).

"Phosphorus retention capacity of lakes". J. Fish. Res. Board Can., 33: 1742-1750.

LEAN, D.R.S. (1973).

"Movements of phosphorus between its biologically important forms in lake waters". J. Fish. Res. Board Can., 30: 1525-1536.

LEMIRE, R. et A. BACHAND. (1980).

"Communication personnelle". Société d'énergie de la baie James, Montréal, Québec.

MACKO, D., M. TERAGUCHI, M. WALDON et H. CHIZECK. (1974).

"Aquatic ecosystem model, biomass and phosphorus dynamics". Pittsburgh conf. on modelling and simulation, 5th annual proc., University of Pittsburgh, Pa., April 24-26, 1974: 201-206.

MAYSTRENKO, Y.G. et A.I. DENISOVA. (1972).

"Method of forecasting the content of organic and biogenic substances in the water of existing and planned reservoirs". Soviet hydrology: Selected papers, 6: 515-540.

McGRATH, B.C. (1980).

"Communication à H.G. Jones (INRS-Eau)". Churchill Falls (Labrador) Corporation Limited.

NAULT, R. (1980).

"Surveillance écologique intensive du réservoir LG2". Eau du Québec, 13(1): 33-43.

OGLESBY, R.T. (1977).

"Phytoplankton summer standing crop and annual productivity as a function of phosphorus loading and various physical factors". J. Fish. Res. Board Can., 34: 2255-2270.

OGLESBY, R.T. et W.R. SCHAFFNER. (1978).

"Phosphorus loading to lakes and some of their responses. Part II: Regression model of summer phytoplankton, standing crops, winter total P and transparency of New York lakes with known phosphorus loading". Limnology and Oceanography, 23: 135-145.

O'MELIA, C.R. (1972).

"An approach to the modelling of lakes". Schweizerische Zeitschrift für Hydrologie, 34: 1-33.

O'MELIA, C.R. (1974).

"Phosphorus cycling in lakes". Water Resources Research Institute of University of North Carolina, Report No 97, December 1974, 45 p.

OSTROFSKY, M.L. (1978a).

"Trophic changes in reservoirs; an hypothesis using phosphorus budget models". International Revue Ges. Hydrobiol., 64(4): 481-499.

OSTROFSKY, M.L. (1978b).

"Modification of phosphorus retention models for use with low areal loading". J. Fish. Res. Board Can., 35: 1532-1536.

OSTROFSKY, M.L. et H.C. DUTHIE. (1978).

"An approach to modeling productivity in reservoirs". Verh. Internat. Verein. Limnol., 20: 1562-1567.

PATALAS, K. (1972).

"Crustacean plankton and the eutrophication of lakes in the Okanagan Valley, British Columbia". J. Fish. Res. Board Can., 30: 519-542.

PETERS, R.H. (1977).

"Availability of atmospheric orthophosphate". J. Fish. Res. Board Can., 34: 918-924.

PETERS, R.H. (1978).

"Concentration and kinetics of phosphorus fractions in water from streams entering in lake Memphremagog". J. Fish. Res. Board Can., 35: 315-328.

PIONTELLI, R. et V. TONOLLI. (1964).

"Il tempo di residenza delle aquo lacustri in relazione ai fenomeni di arricchimento in sostange immense con particolare riguardo al Lago Maggiore". Memorie dell'Instituto Italiano di Idrobiologia, 17: 247-266. (cité dans Dillon, 1974).

POTVIN, P. (1976).

"Relation entre l'état trophique d'un lac et l'utilisation du territoire dans son bassin versant". Thèse de maîtrise, Institut national de la recherche scientifique, Université du Québec, Canada, 137 p.

RAINEY, R.H. (1967).

"Natural displacement of pollution from Great Lakes". Science 155: 1242-1243.

RECKHOW, K.H. (1977).

"Phosphorus models for lakes management". Ph.D. Thesis, Harvard University, Environmental Sciences, 209 p.

RECKHOW, K.H. (1978).

"Empirical lake models for phosphorus: developments, applications, limitations and uncertainty". Lake ecosystem modelling, Edited by Scavia, D. et A. Robertson, Ann Arbor Science Publishers Inc.: 193-221.

RECKHOW, K.H. (1979).

"The use of simple models and uncertainty analysis in lake management".  
Water Resources Bulletin, 15(3): 601-611.

RIGLER, F.H. (1964).

"The phosphorus fractions and the turnover time of inorganic phosphorus  
in different types of lakes". Limnology and Oceanography, 9: 511-518.

RIGLER, F.H. (1975).

"Nutrient kinetics and the new typology". Verh. Internat. Verein.  
Limnol., 19: 197-210.

RYDER, R.A., S.R. KERR, K.H. LOFTUS et H.A. REGIER. (1974).

"The morphoedaphic index, a fish yield estimator-review and evaluation".  
J. Fish. Res. Board Can. 31: 663-688.

SAKAMATO, M. (1966).

"Primary production by phytoplankton community in some Japanese lakes  
and its dependence on lake depth". Archiv für Hydrobiologie, 62: 1-28.

SAKAMOTO, M. (1971).

"Chemical factors involved in the control of phytoplankton production  
in the experimental lakes area, Northwestern, Ontario". J. Fish. Res.  
Board Can., 28: 203-213.

SCAVIA, D., B.J. EADIE et A. ROBERTON. (1976).

"An ecological model for lake Ontario - model formulation and prelimi-  
nary evaluation". Environmental Research Laboratory NOAA (National  
Oceanic Atmospheric Administration) Technical Report ERL 371-GLERL 12:  
63 p.

SCAVIA, D. et S.C. CHAPRA. (1977).

"Comparaison of an ecological model of lake Ontario and phosphorus loa-  
ding models". J. Fish. Res. Board, 34: 286-290.

SCHAFFNER, W.R. et R.T. OGLESBY. (1978).

"Phosphorus loading to lakes and some of their responses. Part I: A new calculation of phosphorus loading and its application to 13 New York lakes". *Limnology and Oceanography*, 23: 120-134.

SCHEIDER, W.A. (1978).

"Applicability of phosphorus budget models to small precambrian lakes. Algonquin Park, Ontario". *J. Fish. Res. Board Can.*, 35: 300-304.

SCHIEBE, F.R. et F.E. DENDY. (1978).

"Control of water residence time in small reservoirs". *Transactions of the American Society Agricultural Engineering*, 21(4): 666-670.

SCHINDLER, D.W., F.A.J. ARMSTRONG, S.K. KOLMGREN et G.J. BRUNSKILL. (1971).

"Eutrophication of lake 227, experimental lakes area, Northwestern Ontario, by addition of phosphates and nitrate". *J. Fish. Res. Board Can.*, 28: 1763-1782.

SCHINDLER, D.W. et E.J. FEE. (1974).

"Experimental lakes area: whole-lake experiments in eutrophication". *J. Fish. Res. Board Can.*, 31: 937-953.

SCHINDLER, D.W., E.J. FEE et T. RUSZCZYNSKI. (1978).

"Phosphorus input and its consequences for phytoplankton standing crop and production in the experimental lakes area and similar lakes". *J. Fish. Res. Board* 35: 190-196.

SNODGRASS, W.J. et C.R. O'MELIA. (1975).

"Predictive model for phosphorus in lakes". *Environmental Sciences and Technology*, 9(10): 937-944.

SONZOGNI, W.C., P.C. UTTOMARK et G.F. LEE. (1975).

"A phosphorus residence time model: theory and application". *Water Research*, 10: 429-435.

STEWART, K.M. et S.J. MARKELLO. (1974).

"Seasonal variations in concentrations of nitrate and total phosphorus, and calculated nutrient loading for six lakes in western New York".

Hydrobiologia, 44(1): 61-89.

STUMM, W et E. STUMM-ZOLLINGER. (1972).

"The role of phosphorus in eutrophication". Mitchell, R. (ed) "Water Pollution Microbiology". Wiley-Interscience, N.Y., p. 11-42.

SWEERS, H.E. (1969).

"Removal of contaminants from lake Ontario by natural process". Proceedings 12th Conference Great Lakes Research: 734-741.

SYERS, J.K., R.F. HARRIS et D.E. ARMSTRONG. (1973).

"Phosphate chemistry in lake sediments". Journal Environmental Quality, 2(1): 1-14.

TAMENASSE, J. (1980).

"Connaissance du milieu dans la région de LG2". Eau du Québec, 13(1): 16-20.

TAPP, J.S. (1976).

"Comparaison of eutrophication models". Proceedings of the Conference on environmental modelling and simulation, 19-22 April 1976, Cincinnati, Ohio: 50-56.

TESSIER, A. (1978).

"Description de paramètres physico-chimiques, gammes de concentration et signification". Université du Québec, Institut national de la recherche scientifique, notes de l'unité de cours 0603.

THEIS, T.L. et P.J. McCABE. (1978).

"Phosphorus dynamics in hypereutrophic lake sediments". Water Research, 12: 677-685.

VALLENTYNE, J.R. (1974).

"The algal bowl: lakes and man". Fish. Res. Board Can., Miscellaneous Special Publication 22, 186 p.

VOLLENWEIDER, R.A. (1964).

"The correlation between area of inflow and lake budget". German limnological conference, Lunz. (Cité dans Dillon (1974)).

VOLLENWEIDER, R.A. (1968).

"Les bases scientifiques de l'eutrophisation des lacs et des eaux courantes sous l'aspect particulier du phosphore et de l'azote comme facteur d'eutrophisation". OECD Technical report DAS/CSI/68.27, Paris, 159 p.

VOLLENWEIDER, R.A. (1969).

"Possibilities and limits of elementary models concerning the budget of substances in lakes". Archiv für Hydrobiologie, 66(1): 1-36.

VOLLENWEIDER, R.A. (1975).

"Input-output models, with special reference to the phosphorus loading concept in limnology". Schweizerische Zeitschrift für hydrologie, 37: 53-84.

VOLLENWEIDER, R.A. (1976).

"Advances in defining critical loading levels for phosphorus in lake eutrophication". Memorie dell'Istituto Italiano di Idrobiologia, 33: 53-83.

WALKER, W.W. Jr. (1977).

"Some analytical methods applied to lake water quality problems". Ph.D. Thesis, Harvard University (cité dans Reckhow, 1977).

WETZEL, R.G. (1975).

"Limnology". W.B. Saunders Company, Philadelphie, 743 p.

YEASTED, J.G. et F.M. MOREL. (1978).

"Empirical insights into lake response to nutrient loadings with application to models of phosphorus in lakes". Environmental Science and Technology. 12(2): 195-201.