

UNIVERSITE DU QUEBEC

THESE

présentée

à

L'INSTITUT NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE (EAU)

comme exigence partielle

de la

maîtrise ès Sciences (eau)

par

Michel Goulet

B.Sc. (Physique)

"INFLUENCE DU LAMINAGE NATUREL

DE L'ECOULEMENT DES LACS"

Octobre 1976

A ma femme, Louise, qui a grandement contribué
par son aide et ses encouragements

REMERCIEMENTS

Mes remerciements s'adressent tout particulièrement à monsieur Michel Leclerc, ingénieur et professeur à l'I.N.R.S.-Eau, qui m'a soumis le sujet et qui a été une véritable banque d'idées et une ressource continuelle tout au long du travail; à mes correcteurs internes, messieurs Raymond Charbonneau, physicien, et Guy Morin, ingénieur, professeurs à l'I.N.R.S.-Eau, pour leur collaboration et leurs précieux conseils; à monsieur André Carpentier, ingénieur du Ministère des Richesses Naturelles, qui a accepté d'être correcteur de l'extérieur; à monsieur Maurice Miron, ingénieur du Ministère des Richesses Naturelles, qui nous a fourni les données de base; à madame Francine Hamel pour la dactylographie du texte; enfin, à tous les professeurs, assistants de recherche et confrères étudiants de l'I.N.R.S.-Eau qui ont contribué, par leurs discussions ou remarques, à l'acheminement de ce travail.

TABLE DES MATIERES

	Page
REMERCIEMENTS.....	i
TABLE DES MATIERES.....	ii
LISTE DES FIGURES.....	iv
LISTE DES TABLEAUX.....	vi
TERMINOLOGIE.....	vii
INTRODUCTION.....	1
1. ASPECTS THEORIQUES.....	3
1.1 Laminage naturel.....	3
1.2 Système: Lac.....	7
1.3 Relation niveau-débit de sortie du lac.....	9
1.4 Approximation d'un lac cylindrique-circulaire.....	11
1.5 Décharge ou vidange pure.....	12
1.6 Forme de la vidange pure.....	17
2. ASPECTS QUANTITATIFS.....	21
2.1 Choix des stations et établissement des paramètres de la relation niveau-débit.....	21
2.2 Demi-décharge pure de la réserve utile.....	26
CONCLUSION.....	37
APPENDICE A - Caractérisation du débit à une station à échelle limnimétrique en écoulement uniforme.....	39
APPENDICE B - Superficie du lac = Constante.....	47
APPENDICE C - Détermination des paramètres k , b et h_0 par moindres carrés.....	54

	Page
APPENDICE D - Erreurs en jeu sur les débits classés.....	57
ANNEXE 1 - Valeurs des débits et niveaux utilisés pour éta- blir les valeurs des paramètres k , b et h_0 de cha- cune des stations.....	59
BIBLIOGRAPHIE.....	65

LISTE DES FIGURES

	Page
1. Evolution des débits entrant et sortant et de l'emmagasinement au passage d'une crue à travers un lac.....	4
2. Variation du débit de sortie en fonction du temps selon différents paramètres caractérisant un lac.....	6
3. Schématisation d'un système-lac et de ses différents paramètres contrôlant le débit de sortie.....	8
4. Comparaison entre les formes de courbes exponentielle et de décharge pure typique.....	18
5. Exemple typique de la forme que prend la courbe ($\text{Log } Q = \text{Log } K + b \text{ Log } (h - h_0)$), selon la variation de h_0	25
6. Relation à échelles logarithmiques entre le temps de demi-décharge pure et la superficie du bassin versant évaluée pour un lac de 1 mi.^2 de superficie.....	31
7. Représentation à échelles cartésiennes de la Figure 6.....	32
8. Généralisation du temps de demi-décharge pure à des lacs de différentes superficies.....	34
9-A et 9-B. Esquisse de solution.....	35
A-1 Energie d'un écoulement graduellement varié à surface libre	42
A-2 et A-3 Schématisation d'un lac et de ses berges et pentes internes pour le calcul des erreurs en cause.....	48
A-4 Estimation de la sur-évaluation du volume du lac due aux pentes internes, en fonction de la diminution du rayon (Δr) et du rayon lui-même (ou de l'aire) du lac.....	50

A-5 Estimation de la sous-évaluation du volume du lac due aux
berges, en fonction de l'augmentation du rayon (Δr) et du
rayon lui-même (ou de l'aire) du lac..... 52

LISTE DES TABLEAUX

	Page
1. Equations représentant le temps de passage d'un débit Q à un débit sous-multiple.....	16
2. Stations hydrométriques utilisées.....	23
3. Débits classés (Q_i) de fréquence .01 et les niveaux y correspondant (h_i), ainsi que les niveaux correspondant aux débits sous-multiples indiqués du débit initial pour chacune des stations.....	29
4-A et 4-B. Temps de demi-décharge pure selon les superficies de bassins versants et la fonction de puissance les reliant.....	30
A-1 Eléments géométriques de sections de canal.....	45
A-2 Valeurs des coefficients k , b et h_0 pour chacune des stations	56

TERMINOLOGIE

A	:	Superficie du lac
A _s	:	Superficie de la section mouillée
b	:	Constante reliée à la relation débit-niveau, fonction de la forme de la section de contrôle
C	:	Coefficient constant
d _a	:	Profondeur du point a sous la surface de l'eau
D	:	Profondeur hydraulique
E	:	Evaporation
E _t	:	Energie spécifique
h	:	Hauteur de la réserve utile ou du tirant d'eau par rapport au seuil de l'exutoire, puis devient la hauteur du niveau de l'eau par rapport à une référence (datum) arbitraire de la station
h _o	:	Niveau (réel ou virtuel) du seuil de l'exutoire auquel le débit est nul
h _i	:	Hauteur initiale du niveau d'eau au temps (t = 0) et correspondant au débit Q _i
g	:	Constante de gravitation
H	:	Energie totale de tête
I _e	:	Infiltration entrant dans le lac
I _s	:	Infiltration sortant du lac
k	:	Constante reliée à la relation niveau-débit
m	:	Nombre entier supérieur à zéro (0)
n	:	Nombre entier supérieur à un (1)

N_t	:	Nombre de données de niveaux utilisées à l'évaluation des paramètres k , b et h_0
P	:	Précipitation
Q	:	Débit
Q_c	:	Débit à l'entrée
Q_e	:	Débit global à l'entrée du lac
Q'_e	:	Débit à l'entrée de ou des affluents
Q_i	:	Débit initial de sortie du lac au temps $t = 0$
Q_s	:	Débit à la sortie du lac
$Q_{.01}$:	Valeur du débit de fréquence .01 parmi les débits classés
r	:	Élément de longueur de rayon du lac
R	:	Rayon hydraulique (à l'Appendice A) Rayon du lac (à l'Appendice B)
s	:	Pente de la ligne d'eau
t	:	Temps
$t_{1/m} \rightarrow 1/n$:	Temps de passage de la décharge pure de Q_i/m à Q_i/n
T	:	Largeur à surface libre du cours d'eau
v	:	Vitesse d'écoulement
V	:	Volume de la réserve utile
V_a	:	Vitesse de tête de l'écoulement passant par le point a
y	:	Profondeur du canal de faible pente
z_a	:	Élévation du point a
Z	:	Facteur de section
α	:	Angle que forment les berges du lac avec l'horizontale
β	:	Angle que forment les pentes internes du lac avec la verticale
θ	:	Pente du canal
Ψ	:	Résultats de l'évaluation par moindres carrés

INTRODUCTION

Le nombre de lacs au Québec est un chiffre impressionnant. Selon le service hydrologique du Ministère des Richesses Naturelles (M.R.N.), il y en aurait plus d'un million, dispersés dans un réseau hydrographique dense. Nous sommes donc certainement devant un phénomène hydrologique qui a son importance vis-à-vis le phénomène de l'écoulement.

Intuitivement nous savons que les lacs agissent un peu à la façon d'un condensateur électrique qui accumule le courant électrique et le relâche sur une plus longue période; de même l'effet produit par un lac s'opère à la fois sur l'amplitude et sur la répartition dans le temps des écoulements. Ceci est bien connu et lorsqu'une étude hydrologique se déroule sur un bassin comportant un lac, ses effets sont quantifiés et pris en considération; la question est facilement traitée mathématiquement lorsque l'on dispose des données pertinentes. Si par contre une étude semblable s'effectue sur un bassin comportant plusieurs lacs dont les paramètres hydrologiques ne sont pas définis, un véritable problème se pose: quel est leur effet sur la répartition chronologique des écoulements? Doit-on les considérer explicitement dans un modèle de simulation? Si oui, lesquels et de quelle façon?

La plupart des modèles hydrologiques qui existent actuellement cheminent l'eau dans le réseau hydrographique en utilisant des coefficients de transfert qui caractérisent le retardement de l'écoulement sur son parcours. Ces coefficients sont déterminés plus ou moins empiriquement en tenant compte globalement de tout agent retardateur ou accélérateur. De ce fait, les

coefficients de transfert deviennent très variables d'un point à l'autre du bassin, sont par conséquent difficiles à calibrer et peuvent entraîner des erreurs dans l'évaluation spacio-temporelle des débits.

Pour palier à ce manque, une étude du rôle des lacs s'avère importante et contribuera à réduire les approximations des modèles.

Evidemment tous les lacs n'ont pas à être considérés; par exemple, une crue serait très peu influencée par un tout petit lac situé à l'exutoire d'un grand bassin versant; dans un tel cas, le lac serait très peu différencié de la rivière elle-même et n'entraînerait à ce moment qu'une déformation très faible de l'hydrogramme de crue et pourrait être négligé devant les autres approximations d'un modèle. Le problème consiste cependant à établir un critère de rejet ou d'acceptation des lacs comme agent lamineur significatif.

Nos objectifs sont donc d'étudier le rôle des lacs en rapport avec les phénomènes de crues et de progresser vers l'établissement de critères généraux permettant de déterminer les lacs ayant une importance significative vis-à-vis le laminage.

CHAPITRE 1

ASPECTS THEORIQUES

Pour les fins de notre étude, nous allons dans ce chapitre, définir le système-lac sur lequel nous travaillerons, nous établirons ensuite les équations décrivant son comportement hydrologique puis nous tenterons de les réduire à des formes plus simplifiées les rendant plus facilement utilisables tout en évaluant les erreurs en jeu ou les diverses possibilités de solution s'offrant à nous; enfin, nous nous limiterons à des conditions initiales spécifiques qui nous permettront de progresser plus en profondeur vers la résolution d'équations particulières. Mais tout d'abord, décrivons qualitativement le phénomène du laminage naturel.

1.1 Laminage naturel

Généralement, le rôle que joue un lac au passage d'une crue, proportionnellement à sa capacité d'emmagasinement, est de réduire le débit maximum et de répartir le volume d'écoulement sur une période de temps plus longue; ceci implique qu'un certain volume est temporairement emmagasiné par le lac. C'est ce que l'on appelle le laminage naturel de l'écoulement. Sur une très longue période, les volumes d'eau écoulés $\int Q_e dt$ et $\int Q_s dt$ sont égaux (Q_e : débit d'entrée, Q_s : débit de sortie). La Figure 1 représente de façon qualitative les débits d'entrée et de sortie, ainsi que l'effet d'emmagasinement.

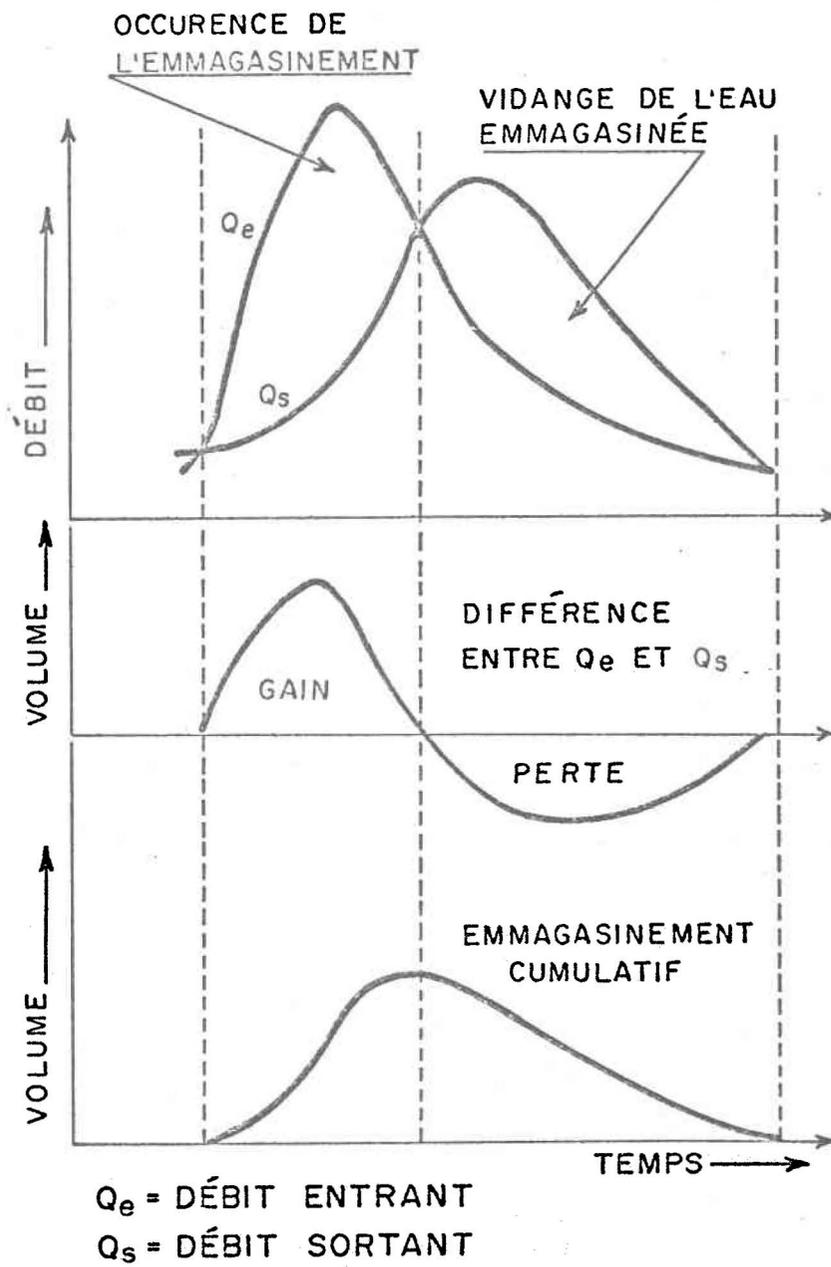
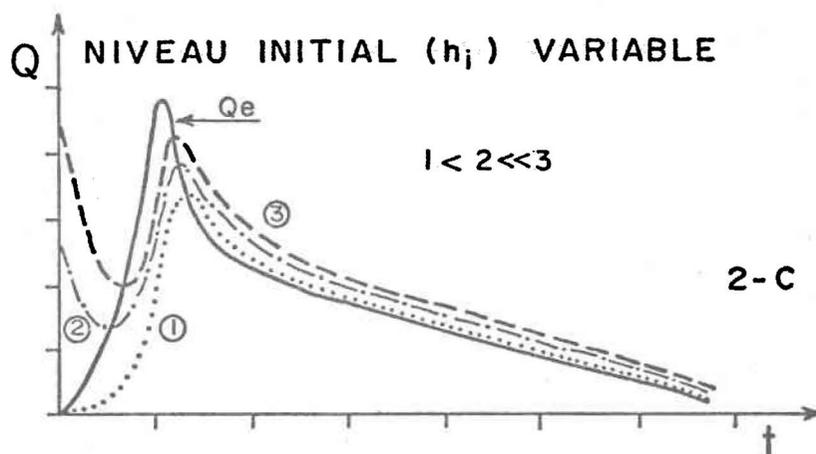
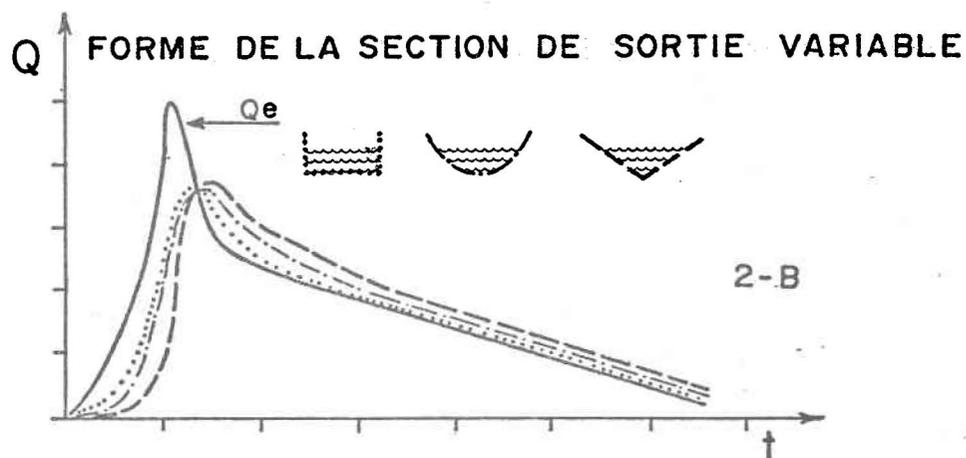
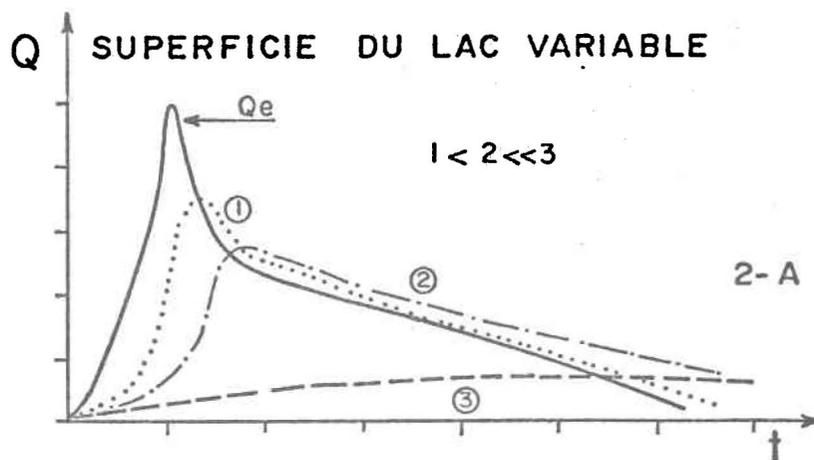


FIGURE 1: Evolution des débits entrant et sortant, et de l'emménagement au passage d'une crue à travers un lac (Tiré et adapté de Gray, 1972).

Plusieurs facteurs peuvent influencer le laminage naturel.

- En premier lieu, on retrouve la *superficie du lac* (Figure 2-A) qui est variable selon la pente des berges et qui détermine la capacité d'emmagasinement. Au passage à travers le lac, les eaux s'étalent sur toute sa superficie; ainsi plus cette superficie sera grande, plus petite sera l'augmentation de niveau pour obtenir un volume équivalent à celui de la crue et plus le laminage sera efficace.
- La *morphologie de la section d'évacuation* du lac a aussi son importance (Figure 2-B). Par exemple, pour des sections de même largeur à surface libre, une de forme rectangulaire a une réponse (débit de sortie) plus rapide et d'amplitude plus grande que celle d'une section triangulaire. La section naturelle à l'exutoire d'un lac ne prend pas une forme aussi définie qu'un rectangle ou qu'un triangle mais plutôt une forme qui évolue entre les deux. (Se référer au traitement quantitatif à l'Appendice A).
- Mentionnons aussi le *niveau initial* de la réserve utile du lac (Figure 2-C), c'est-à-dire le niveau par rapport au seuil de l'exutoire au début du passage de la crue. Dans ce cas, plus ce niveau du lac sera haut, plus la valeur du débit de pointe de la vidange sera élevée; elle peut même demeurer supérieure à la valeur à l'entrée si le niveau du lac est déjà très élevée à la suite d'une crue précédente plus importante.
- A ces facteurs s'ajoute évidemment la *forme de la crue* (amplitude et répartition dans le temps du volume d'écoulement) dont l'influence est beaucoup plus complexe à traiter qualitativement. Elle est régie par le bassin versant dont les facteurs déterminants sont la superficie, la forme, les pentes, l'orientation et par les phénomènes climatologiques s'appliquant à ce bassin ver-



FIGURES 2: Variation du débit de sortie (lignes discontinues) en fonction du temps selon différents paramètres caractérisant un lac. Le débit hypothétique à l'entrée (Q_e) est représenté par un trait continu.

sant. Notons cependant que plus la crue sera subite, c'est-à-dire concentrée dans un petit intervalle de temps, plus efficace sera la laminage (à autres facteurs constants).

Ces considérations nous serviront par la suite à comprendre et à établir la formulation qui caractérise l'écoulement de sortie Q_s .

1.2 Système: Lac

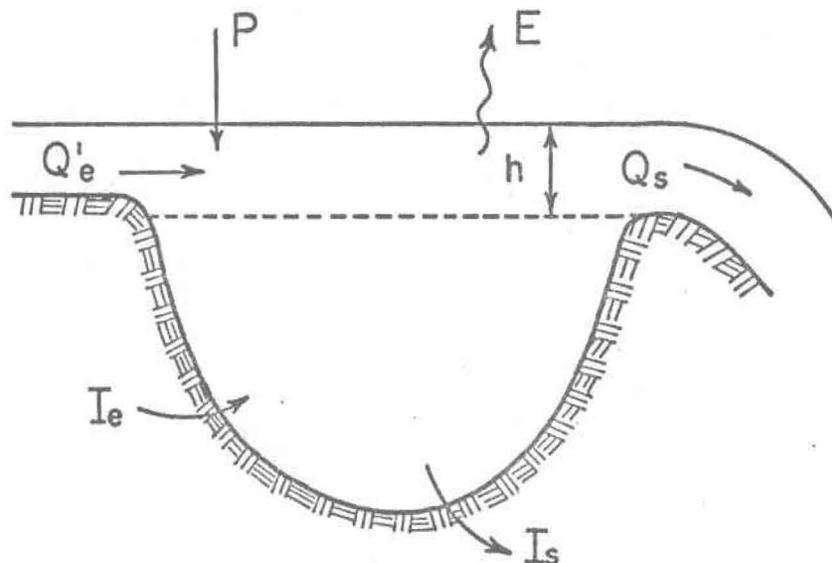
L'objet de notre travail (schématisé à la Figure 3-A) peut être représenté sous la forme d'un système ouvert comportant des variables de flux, d'état, ainsi que des paramètres constants; les variables de flux sont:

Q_e - débit d'entrée de l'ensemble des affluents	} entrant dans le système	} flux
P - précipitation		
I_e - infiltration entrant		
I_s - infiltration sortant	} sortant du système	
E - évaporation		
Q_s - débit de sortie		

Comme variable d'état, on retrouve le volume V de la réserve utile pour l'écoulement du lac, c'est-à-dire le volume d'eau au-dessus du seuil de l'exutoire. Le volume de la réserve se caractérise par la hauteur h de l'eau au-dessus du seuil de sortie (tirant d'eau) et par la superficie du lac, fonction de la hauteur, $A(h)$.

Les paramètres constants sont la section de sortie du lac et les pentes des berges.

SYSTÈME → LAC



VARIABLES

DE FLUX → Q'_e , Q_s , P , E , I_e , I_s

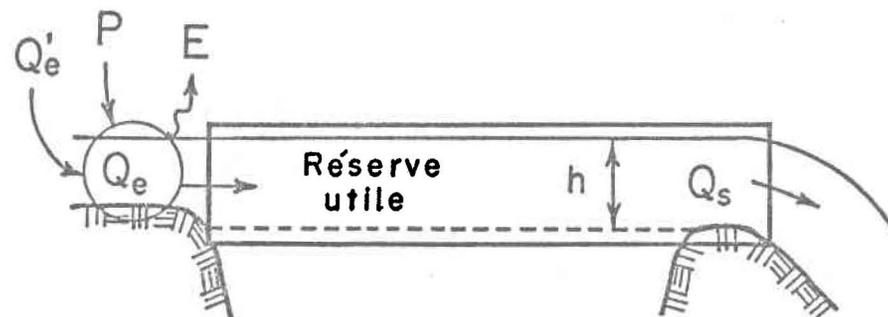
D'ÉTAT → $V(h)$

PARAMÈTRES

CONSTANTS → Section de sortie,
Pentes berges,
Pentes internes au lac

3-A: Avant simplification

SYSTÈME → LAC



VARIABLES

DE FLUX → Q_e , Q_s

D'ÉTAT → $V(h) = \int_0^h A(h) dh$

PARAMÈTRES

CONSTANTS → A ,
Section de sortie (k, b)

3-B: Après simplification

FIGURES 3: Schématisation d'un système-lac et de ses différents paramètres contrôlant le débit de sortie.

Si l'on met les variables en relation, on obtient l'équation du bilan suivant:

$$\frac{dV}{dt} = A(h) \frac{dh}{dt} = Q'_e(t) + (P(t) \times A(h)) - (E(t) \times A(h)) + I_e(t) - I_s(t) - Q_s(h) \quad (1.1)$$

Pour pouvoir traiter notre problème avec plus de facilité, posons les postulats suivants:

Les phénomènes de crues qui nous intéressent se produisent sur un temps relativement court, de l'ordre de quelques heures à quelques jours, de sorte que les flux d'infiltration I_e et I_s pour ces périodes de temps peuvent être négligés. Les flux P et E peuvent être considérés comme partie intrinsèque de l'hydrogramme net $Q'_e(t)$, la précipitation tombant directement à la surface du lac de même que l'évaporation s'en dégageant sont donc englobées dans la variable nouvelle $Q_e(t)$.

On se retrouve donc (Figure 3-B) avec deux variables de flux $Q_e(t)$ et $Q_s(h)$:

$$A(h) \frac{dh}{dt} = Q_e(t) - Q_s(h) \quad (1.2)$$

$Q_e(t)$ représentant l'hydrogramme net d'entrée et $Q_s(h)$ le débit de sortie du lac à la suite du laminage, que nous essayerons de représenter par une relation mathématique (relation niveau-débit).

1.3 Relation niveau-débit de sortie du lac

Un lac est créé par des singularités géologiques de diverses natures qui engendrent un plan d'eau dans le réseau hydrologique. Ceci donne lieu généralement à un régime d'écoulement fluvial. Cette singularité occasionne souvent

un changement de régime d'écoulement à la sortie du lac (passage de régime fluvial à torrentiel), ce qui a pour effet d'y créer un contrôle hydraulique. Faisons donc l'hypothèse que l'exutoire des lacs est caractérisé par une section contrôle définie par une relation niveau-débit univoque.

Le débit à la sortie est donc incontestablement lié à la variable d'état "h". Il existe différentes façons de caractériser le débit s'écoulant à travers une section contrôle selon la hauteur de tirant d'eau: courbes, tableaux ou équations plus ou moins complexes dépendant du niveau de précision recherché. Certaines ne relèvent que d'un ajustement ("Curve Fitting") des données de relevés de jaugeages, par exemple par un polynôme d'ordre "n" ou par méthode des points pivots¹, etc., et dont les paramètres n'ont aucune signification physique. D'autres formes d'équations par contre, tout en étant évaluées aussi par ajustement sur les données, contiennent des paramètres qui peuvent se relier au phénomène lui-même, c'est-à-dire à la structure physique du contrôle et/ou au bassin versant en amont. C'est à ce type de relation que nous nous intéressons.

Une des formes les plus couramment reconnues en hydraulique pour décrire de façon simple la relation niveau-débit, et surtout pratique en raison du nombre de paramètres, est la suivante:

$$Q = k h^b \quad (1.3)$$

Q : débit

k : constante liée à différents paramètres, notamment la section de contrôle

h: hauteur de tirant d'eau

b: constante liée à la forme de la section de contrôle.

¹ Théoret, R. (1968).

On trouvera, à l'Appendice A, différentes relations de ce type caractérisant diverses formes de sections d'écoulement.

L'équation 1.2 du bilan se pose alors sous la forme suivante:

$$A(h) \frac{dh}{dt} = Q_e(t) - k h^b \quad (1.4)$$

1.4 Approximation d'un lac cylindrique-circulaire

Pour simplifier davantage la manipulation de l'équation 1.4, la superficie du lac sera considérée comme invariante selon le niveau.

Compte tenu de cette simplification, la superficie du lac peut suffire à définir en première approximation une relation acceptable, pour la zone de marnage, entre l'emmagasinement utile et le niveau du lac. Evidemment une relation non-linéaire permettrait de décrire la réalité avec beaucoup plus de précision, mais elle introduit une complication énorme au niveau de la manipulation des équations et, considérant les erreurs déjà en cause, les gains sur la précision ne sont pas assez importants.

Ainsi, $A(h)$ devient A .

On doit cependant définir pour quelle superficie de lac une telle approximation est valable, compte tenu de l'effet des pentes internes et des berges; on retrouve les calculs de ces considérations à l'Appendice B. Ils ont été effectués pour un lac de forme circulaire dont la superficie égale celle du lac réel.

Cependant un lac n'est pas parfaitement circulaire et sa forme peut aussi entraîner une augmentation de l'erreur sur l'évaluation du volume ΔV ; celle-ci

ne peut être évaluée à priori devant la diversité des formes, mais peut cependant être reliée à l'indice de forme du lac qui est le rapport entre le périmètre du lac et celui d'un lac circulaire de même superficie:

$$\text{Indice de forme} = \frac{\text{Périmètre du lac}}{\text{Circonférence du cercle de même superficie}}$$

d'où l'on en tire que plus l'indice sera près de l'unité, plus l'erreur sera près des valeurs données par les Figures A-4 et A-5 de l'Appendice B.

La représentation mathématique du comportement hydrologique d'un lac d'après l'équation 1.4 devient donc, avec l'approximation d'un lac cylindrique:

$$A \frac{dh}{dt} = Q_e(t) - k h^b \quad (1.5)$$

Cette équation différentielle de premier ordre avec second membre n'est résoluble numériquement ou mathématiquement que dans des cas particuliers où l'on impose des conditions initiales spécifiques.

1.5 Décharge ou vidange pure

A ce stade, cette relation de transfert des écoulements à travers un lac peut être appliquée comme telle à n'importe quel lac, compte tenu des hypothèses, des postulats et des conditions posés au cours de la démonstration. L'objectif posé initialement (Introduction) qui était, entre autres, "de progresser vers l'établissement de critères généraux permettant de déterminer les lacs ayant une importance significative en rapport avec le laminage" peut être poursuivi par plusieurs voies.

On pourrait, par exemple, choisir un lac ou un ensemble de lacs dont on connaît bien les caractères structurels (physiques) et le soumettre à un ensemble diversifié de conditions hydrologiques spécifiques à l'entrée, choisies selon des hypothèses statistiques de variabilité, d'amplitude, etc., directement reliées aux aspects physiographiques et météorologiques du bassin versant.

Un telle démarche pourrait être intéressante pour mesurer l'effet de laminage en termes de décalage dans le temps des débits de pointe à l'entrée et à la sortie, ou encore en termes d'écrêtement du débit de pointe à l'entrée ou enfin en termes d'augmentation du temps de base de la crue.

On comprend dès lors la complexité du problème et la nécessité, dans le contexte de ce travail, de rechercher à nouveau certaines simplifications.

Nous avons plutôt cherché à caractériser ce phénomène de laminage en analysant l'influence chronologique attribuable uniquement aux aspects structurels physiques de chacun des lacs (superficie, forme de l'exutoire), donc indépendante des conditions à l'entrée. Cette approche revient alors à considérer des phénomènes de vidange de lacs laissés à eux-mêmes, c'est-à-dire dans des conditions où les apports à l'entrée deviennent nuls ou à toute fin pratique négligeables, sur un laps de temps relativement court, en rapport avec l'amplitude des débits de pointe à l'entrée et à la sortie.

Ainsi, dans notre équation 1.5,

$$Q_e(t) = 0 \quad (1.6)$$

ceci revient à considérer qu'initialement le lac se situe à un certain niveau qui pourrait être par exemple le niveau maximal atteint lors du passage d'une crue. On interrompt à un instant donné tous ses apports, on le laisse ainsi à lui-même; on observe alors le phénomène de la vidange "pure" de la réserve utile du lac, qui n'est régie à ce moment que par les propriétés intrinsèques du système.

Le phénomène se caractérise donc par l'équation suivante:

$$A \frac{dh}{dt} = 0 - kh^b \quad (1.7)$$

Résolvons, par intégration,

$$\int \frac{dh}{h^b} = \int \frac{-k}{A} dt \quad (1.8)$$

On retrouve donc:

$$\frac{-1}{(b-1) h^{b-1}} = \frac{-kt}{A} + C \quad (1.9)$$

$$\text{avec } c = \frac{-1}{(b-1) h_i^{b-1}}$$

c est une constante d'intégration dont la valeur est évaluée à partir de la condition initiale ($t_i = 0$) de hauteur de la réserve utile ($h = h_i$).

L'équation 1.7 devient:

$$h = \left(\frac{k(b-1)t}{A} + \frac{1}{h_i^{b-1}} \right)^{-1/b-1} \quad (1.10)$$

ou encore par remaniement,

$$t = \frac{A}{(b-1)k} \left(\frac{1}{h^{b-1}} - \frac{1}{h_i^{b-1}} \right) \quad (1.11)$$

avec t : temps pris pour passer du niveau h_i à h

A : superficie du lac

h_i : hauteur initiale du tirant d'eau

h : hauteur considérée du tirant d'eau

k et b : constantes caractéristiques de la section contrôle
et/ou du bassin versant,

enfin, pour obtenir une relation fonction du débit et de la hauteur lui
correspondant:

$$t = \frac{A}{(b-1)} \left(\frac{h}{Q} - \frac{h_i}{Q_i} \right) \quad (1.12)$$

Q_i : débit initial

Q : débit considéré.

Cette dernière équation décrit donc le temps que prend le lac pour passer
d'un niveau h_i à h ou d'un débit Q_i à un débit Q lors d'une vidange pure.
Les paramètres intervenant ici sont b , caractéristique de la section sortie
du lac, la superficie A du lac et la hauteur initiale h_i ainsi que le débit
 Q_i lui correspondant au temps initial t_i .

L'évolution dans le temps de la décharge pure peut se traduire sous
différentes formes d'équations dépendamment des sous-multiples des débits à
atteindre. Le Tableau 1 exprime celles représentant le temps de passage d'un
débit Q à un sous-multiple moitié ou quelconque.

TABLEAU 1: Equations représentant le temps de passage d'un débit Q à un débit sous-multiple

$t = \frac{A}{(b-1)k} \left(\frac{1}{h^{b-1}} - \frac{1}{h_i^{b-1}} \right) \quad (1.11)$	<p>où</p> $Q = kh^b$
$t = \frac{A}{b-1} \left(\frac{h}{Q} - \frac{h_i}{Q_i} \right) \quad (1.12)$	
<p>$Q_i \rightarrow Q_i / 2$</p> $t_{1 \rightarrow \frac{1}{2}} = \frac{A}{b-1} \left(\frac{h_{\frac{1}{2}}}{Q_i/2} - \frac{h_i}{Q_i} \right) = \frac{A}{b-1} \left(\frac{2h_{\frac{1}{2}} - h_i}{Q_i} \right) \quad (1.13)$ <p>ou</p> $t_{1 \rightarrow \frac{1}{2}} = \frac{A}{(b-1)} \frac{h_i}{Q_i} \left(2^{\frac{b-1}{b}} - 1 \right) \quad (1.14)$	
<p>$Q_i \rightarrow Q_i / n$ où $n = 2, 3, 4, \dots$</p> $t_{1 \rightarrow 1/n} = \frac{A}{(b-1)} \frac{h_i}{Q_i} \left(n^{\frac{b-1}{b}} - 1 \right) \quad (1.15)$	
<p>$Q_i / n \rightarrow Q_i / 2n$ où $n = 2, 3, 4, \dots$</p> $t_{1/n \rightarrow 1/2n} = t_{1 \rightarrow \frac{1}{2}} \cdot \left(2^{\frac{b-1}{b}} \right)^{n-1} \quad (1.16)$	
<p>$Q_i / m \rightarrow Q_i / n$ où $n = 2, 3, 4, \dots$ $m = 1, 2, 3, \dots$ $n > m$</p> $t_{1/m \rightarrow 1/n} = \frac{A}{(b-1)} \frac{h_i}{Q_i} \left(n^{\frac{b-1}{b}} - m^{\frac{b-1}{b}} \right) \quad (1.17)$	

1.6 Forme de la vidange pure

Quelle est la forme de cette vidange, peut-on la considérer comme une exponentielle décroissante? Une réponse affirmative nous amènerait à parler en termes de "constante de temps" ou "demi-vie" de vidange pure.

Pour obtenir une exponentielle décroissante, le débit à un instant t et celui à un instant $(t + \Delta t)$ devrait pouvoir s'exprimer comme ceci:

$$Q_{t+\Delta t} = Q_t \cdot e^{-c \Delta t} \quad (1.18)$$

c'est-à-dire qu'à un pas de temps Δt constant, correspond un rapport $(Q_{t+\Delta t} / Q_t)$ constant; ainsi la période de temps nécessaire pour passer d'un débit donné à la moitié, serait la même que pour passer de la moitié au quart, etc.

Or, on s'aperçoit (Tableau 1, équation 1.16) que pour un rapport de débit constant $(\frac{Q}{n}) \div (\frac{Q}{2n})$, un facteur $(2^{\frac{b-1}{b}})$ s'interpose à chaque fois que le débit diminue de moitié. Pour obtenir une exponentielle décroissante, il faudrait donc une valeur de "b" égale à un (1). Selon les évaluations faites à l'Appendice A, on devrait s'attendre à ce que les valeurs de "b" varient de l'ordre de 1.5 à 2.5, le facteur $(2^{\frac{b-1}{b}})$ varie alors de 1.26 à 1.52. On peut donc prévoir que le rapport $(Q_{t+\Delta t} / Q_t)$ ne sera pas constant mais variable dans le temps, il s'ensuit que la décharge n'aura pas une forme exponentielle mais tout au plus une allure allongée (voir Figure 4).

Il ne sera donc plus question de constante de temps unique mais plutôt de constante de temps pour une variation de débit donné. Un lac donné prendra ainsi toujours le même temps s'il est laissé à lui-même, pour passer d'un

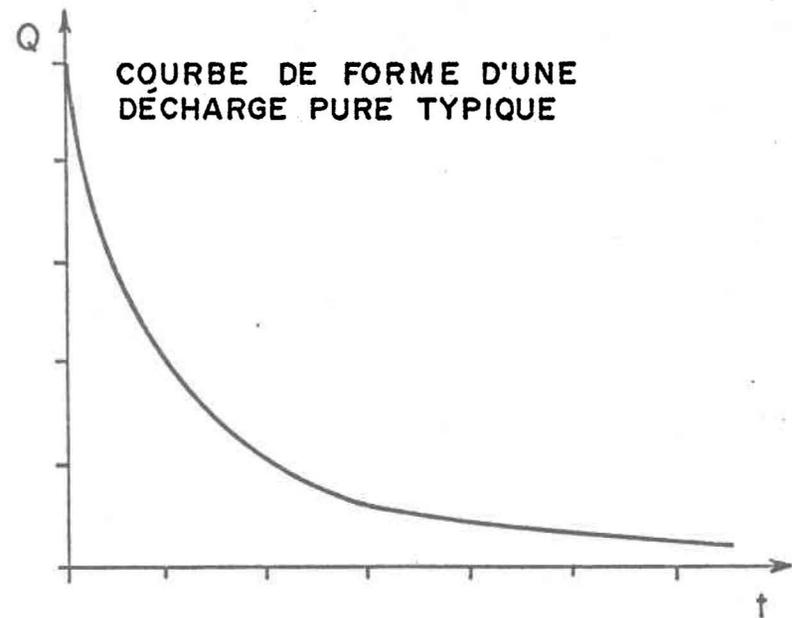
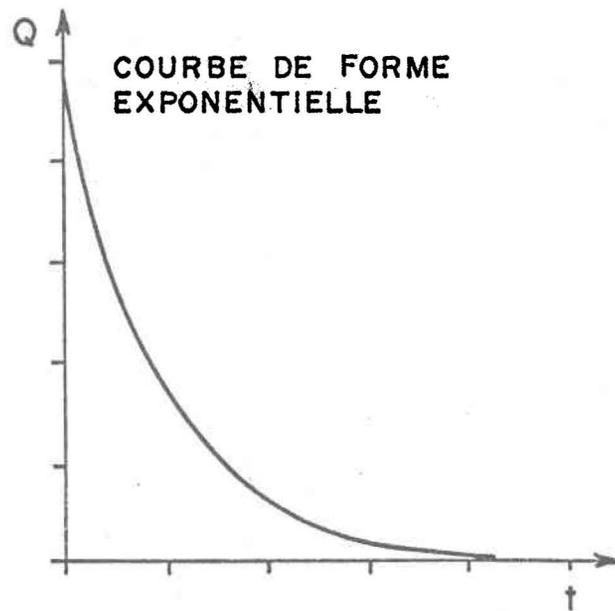


FIGURE 4: Comparaison entre les formes de courbes exponentielle et de décharge pure typique.

débit de 50,000 p.c.s., par exemple, à 25,000 p.c.s.; en ce sens, c'est une constante de temps pour ce débit initial. Une seconde diminution de moitié de cette valeur (25,000 p.c.s. à 12,500 p.c.s.) déterminera une autre constante de temps reliée à la première par un facteur constant (voir Tableau 1):

$$t_{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4}} = c \cdot t_{1 \rightarrow \frac{1}{2}} \quad (1.19)$$

Une troisième baisse de moitié implique les mêmes termes:

$$t_{\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{8}} = (c)^2 \cdot t_{1 \rightarrow \frac{1}{2}} \quad (1.20)$$

Et ainsi de suite.

Comme toutes les constantes de temps subséquentes sont reliées à la première ($t_{1 \rightarrow \frac{1}{2}}$), il devient alors intéressant d'essayer de la déterminer.

Un problème se pose à ce moment: la constante de temps étant évaluée par rapport à un débit initial donné, lequel choisirons-nous de sorte qu'un traitement appliqué à un ensemble de lacs soit homogène? Une valeur fixe ne peut être applicable à tous les lacs: la valeur de crue pour un lac pourrait correspondre à une valeur d'étiage pour un autre ou ne pourrait être atteinte par un troisième. A notre avis, le débit correspondant à une fréquence d'occurrence donnée serait un choix judicieux pour servir de comparaison à notre cause en partant de l'hypothèse qu'en première approximation, le débit d'une certaine probabilité en un point donné du cours d'eau est directement dépendant de la superficie de son bassin versant.¹

Ainsi le choix du débit devenant comparable d'un bassin à l'autre, nous

1 Gray, D.M., éd. (1972).

pourrons comparer entre elles les différentes constantes de temps.

Il faut bien comprendre que l'hypothèse d'une décharge pure ne correspond pas à la réalité physique mais peut nous donner une première indication quant à l'importance de l'augmentation de l'étalement d'une crue.

C'est sur la quantification de ces constantes de temps caractérisant la demi-décharge pure que nous travaillerons au chapitre suivant.

CHAPITRE 2

ASPECTS QUANTITATIFS

Suite aux aspects théoriques, ce chapitre se penchera sur les aspects quantitatifs du phénomène étudié. Il nous faudra maintenant rechercher des lacs répondant à nos hypothèses de base, c'est-à-dire ayant une section-contrôle à l'exutoire et y connaître la relation niveau-débit. Après avoir déterminé les valeurs des paramètres k , b et la hauteur virtuelle de débit Q_s nul, nous estimerons leurs constantes de temps de demi-décharge pure à partir desquelles nous tenterons d'établir par généralisation une relation nous permettant de caractériser un lac quelconque sur un bassin versant quelconque.

2.1 Choix des stations et établissement des paramètres de la relation niveau-débit

Le Ministère des Richesses Naturelles (M.R.N.) opère à travers le Québec un réseau de stations de jaugeage régulièrement surveillées et où la relation niveau-débit est connue entre certaines limites de validité. Elles sont ordinairement choisies de sorte que l'on y trouve une section-contrôle. On y retrouve donc des conditions critiques permettant l'établissement d'une relation univoque entre le débit et le niveau. Quelques-unes de ces stations sont implantées à la sortie de lacs; c'est donc parmi ces stations que nous

avons porté notre choix afin d'obtenir les données de base nécessaires à la poursuite de la démarche.

Quatorze stations ont été sélectionnées et se logent dans une gamme variée de dimensions de bassin versant. Le Tableau 2 présente le numéro et le lieu des stations et la superficie de leur bassin versant.

Pour ces stations, le M.R.N. nous a fourni ses courbes de tarage; celles-ci sont évaluées par la méthode des points pivots à partir des données de jaugeages. La méthode des points pivots ajuste graphiquement¹ plusieurs courbes (segments de cubiques) à différents regroupements de points (relevés de jaugeages). Il s'ensuit donc que les courbes de tarage contiennent un grand nombre de paramètres non reliables à la réalité physique. Utilisant ces courbes, nous sommes revenus aux valeurs de débits et niveaux correspondants pour établir nos propres relations qui prennent la forme suivante:

$$Q = k (h - h_0)^b \quad (2.1)$$

où h_0 représente la hauteur virtuelle de débit nul.

Le nouvel élément h_0 de notre relation tient compte du fait que les relevés ne sont pas pris par rapport au lit de la rivière mais plutôt par rapport à un point fixe du sol portant une cote quelconque non significative par elle-même. Notre valeur h_0 décrit la hauteur de débit nul et n'est pas connue car le M.R.N. ne la mesure que lorsque la station est "à sec" (il faudra la calculer). La valeur $(h - h_0)$ devient donc la hauteur d'eau au-dessus du seuil.

1 Théoret, R. (1968).

TABLEAU 2: Stations hydrométriques utilisées

No de code du M.R.N.	Aire du bassin versant (mi. ca.)	Lieu
042103	222	Maganasipi à la sortie du lac Johnson
050427	70	Tourilli à la sortie du lac Charlot
072201	215	Rapides à 1.9 mi de l'embouchure
080101	1400	Harricana à 2.1 mi. en aval du pont Route 45 à Amos
080701	22200	Nottaway à la tête du lac Soscumica
080718	12300	Waswanipi à la tête de la chute Rouge
080809	3790	Broadback à la sortie du lac Kenoniska
090606	760	Giard à la sortie du lac Menouow
090607	1310	Gipouloux à 2.2 mi. en aval du lac Ell
092722	4940	La Grande à 4.0 mi. en aval du lac Puisseaux
093808	2980	Lac Magne
103714	9100	Caniapiscau à la sortie du lac Nouveau
103801	828	False à la sortie du lac Garreau
104401	1420	Tunulik à 45.6 mi. de l'embouchure

Les raisons pour lesquelles nous avons procédé ainsi au lieu d'utiliser directement les jaugeages aux stations sont que les stations peuvent se modifier au cours des années (naturellement ou non). Dans un tel cas, les données antérieures à une certaine date ne sont plus compatibles avec les plus récentes pour établir une loi de tarage; il faut donc les éliminer de la série. Cependant, aucune note sur les données n'indique qu'il y a eu modification permettant de déterminer quand elle a eu lieu. Toutefois, lorsqu'un tel changement s'opère, de nouvelles courbes de tarage sont établies par le M.R.N. et décrivent à nouveau la réalité physique. Etant alors plus homogènes que les relevés, nous avons choisi de travailler avec les données obtenues des courbes niveau-débit.

La façon de procéder fut de sélectionner des points sur les courbes établies par le M.R.N. et à l'aide de ces points, déterminer les paramètres de notre relation. Pour être homogène d'une station à l'autre, nous nous sommes fixé des valeurs de débit formant une répartition adéquate sur papier logarithmique. Les points étaient prélevés en considération des limites minimales et maximales de fiabilité de chacune des courbes; ces limites sont fournies dans les annuaires hydrologiques du M.R.N.

On se retrouve alors avec trois paramètres à déterminer: k , b et h_0 .

Selon l'hypothèse d'une relation entre le niveau et le débit, régie par l'équation 2.1, on devrait obtenir une droite sur graphique logarithmique.

On retrouve sur la Figure 5 une représentation typique de la relation Q vs $(h - h_0)$ sur papier log-log. Le paramètre h_0 étant inconnu, on remarque que pour une variation de h_0 de quelques pieds, la courbe passe d'une allure concave à convexe. La valeur de h_0 donnant la meilleure droite dé-

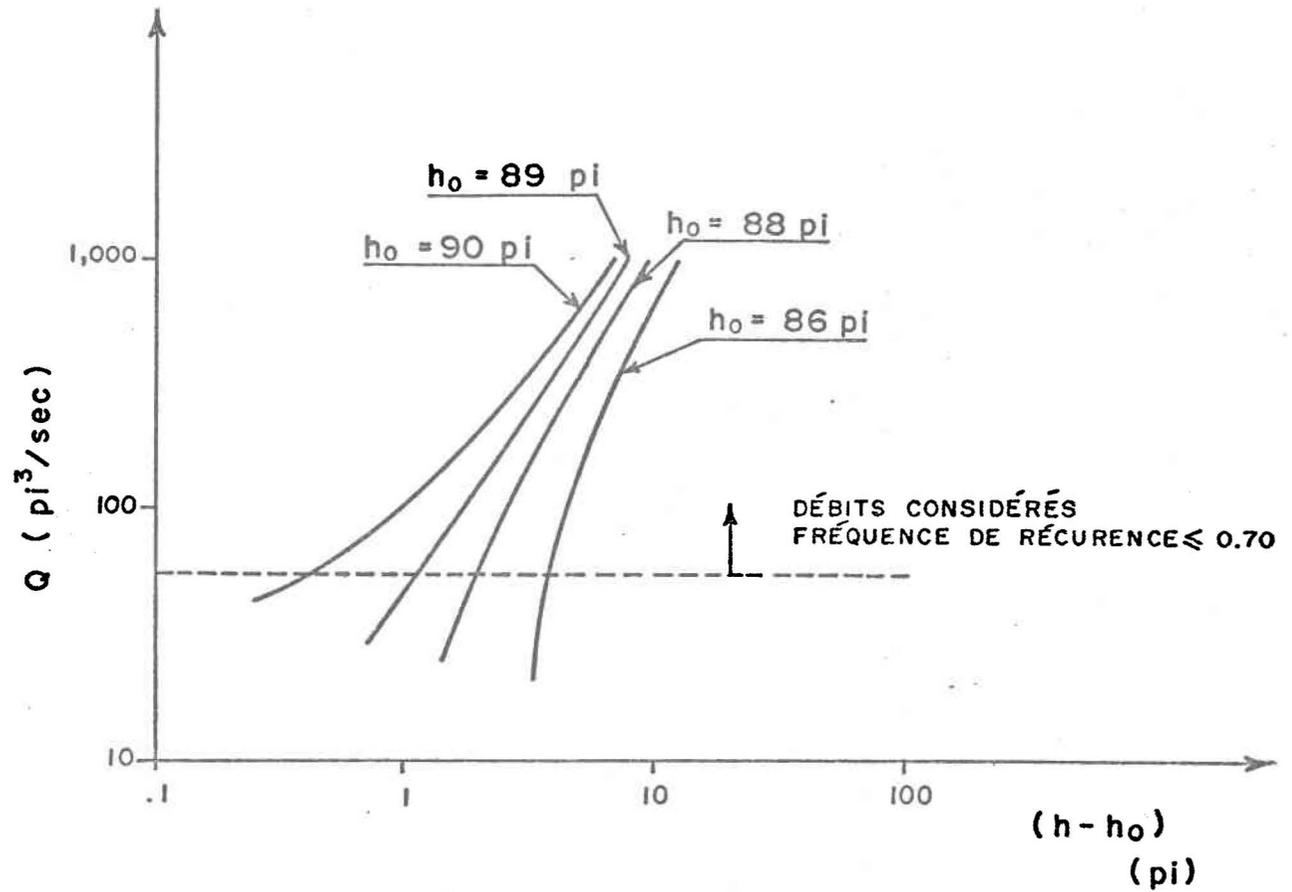


FIGURE 5: Exemple typique de la forme que prend la courbe ($\log Q = \log k + b \log (h - h_0)$), selon la variation de h_0 .

terminera la valeur cherchée. L'extrémité inférieure des courbes (débits d'étiage) se caractérise cependant par une sensibilité plus grande que l'extrémité supérieure, compte tenu que pour de faibles débits, le moindre dénivellé du lit du contrôle prend une importance singulière. Mais comme l'on s'intéresse aux périodes de crue ou d'écoulement moyen, on ne considère, dans la recherche d'une droite, que les segments médians et supérieurs. Nous avons choisi arbitrairement d'éliminer tous les débits de fréquence de récurrence supérieure à .70 sur les courbes de débits classés.

La détermination des paramètres des droites a été réalisée à l'aide d'une méthode des moindres carrés, où les valeurs sont linéarisées par une expression logarithmique; la méthode doit cependant s'ajuster à l'effet disproportionné de l'erreur sur les logarithmes des basses valeurs vis-à-vis les plus fortes valeurs:

$$Q = k (h - h_0)^b \quad (2.1)$$

$$\log Q = \log k + b \log (h - h_0) \quad (2.2)$$

A ce stade, on ne peut identifier à la fois les trois paramètres. Il faut procéder par itération en établissant une valeur estimée de h_0 puis successivement en variant cette valeur, trouver celle qui donnera le plus petit écart d'avec une droite (voir Appendice C).

2.2 Demi-décharge pure de la réserve utile

Nous appellerons subséquemment "constante de temps", le temps pris par le débit à la sortie du lac pour passer de sa valeur initiale à la moitié ($t_{1 \rightarrow \frac{1}{2}}$) (voir section 1.6). Nous estimerons cette constante par l'équation 1.13 et nous nous limiterons à ce cas, les pas suivants ($t_{\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{8}}$)

lui étant proportionnels.

Nous avons proposé à la section 1.6 d'utiliser les courbes de fréquence de récurrence pour déterminer les débits maximaux à utiliser; cependant elles ne sont pas établies pour toutes les stations à notre disposition. Les courbes de débits classés les substitueront. Ceci ajoute une erreur très difficilement estimable; toutefois l'erreur sur la constante de temps est inférieure à l'erreur sur le débit; en effet, on évalue l'erreur sur la constante comme étant égale à -0.33 à -0.6 fois celle commise sur le débit (voir Appendice D). De plus, nous travaillerons sur les données de débits journaliers classés de fréquence 0.01, ce qui assure une certaine homogénéité dans les calculs opérés sur l'ensemble des stations; un choix différent nous donnerait des résultats sensiblement différents mais comparables.

La constante de temps résultant de l'équation 1.13 est reliée à la superficie du lac, à la forme de la section et au débit de récurrence qui s'en écoule. En maintenant l'hypothèse, d'une part, que le débit d'une récurrence donnée de même que l'amplitude générale du régime hydrologique à travers une section est fonction de la superficie du bassin versant¹, et, d'autre part, que la forme de la section d'écoulement au contrôle est surtout dépendante de facteurs morphométriques locaux (limités à son environnement très immédiat) et de l'amplitude générale des débits, on peut affirmer que le seul rôle effectif joué par le volume de la réserve utile (c'est-à-dire la superficie du lac) est de moduler l'écoulement et s'avère donc sans effet significatif sur la forme de la section contrôle. De cette façon, on peut donc considérer la superficie du lac à l'amont de la section comme ayant une valeur quelconque et calculer la constante de temps en traitant cette super-

¹ Gray, D.M., éd. (1972) et Villeneuve, J.P. et al. (1971).

ficie comme une constante; l'équation 1.13 peut alors se considérer comme:

$$t = f(b, Q_i) \cdot A \quad (2.3)$$

$$\frac{t}{A} = f(b, Q_i) = f(\text{superficie du bassin versant}) \quad (2.4)$$

En nous libérant ainsi de la valeur spécifique de la superficie du lac à l'amont de chaque station, nous atteignons notre objectif initial d'obtenir un indicateur général caractérisant le phénomène structural de vidange pure.

Calculons donc maintenant les valeurs de ces constantes de temps. Pour les fins du calcul, nous supposerons initialement un lac de superficie unitaire ($A = 1.0 \text{ mi.}^2$). Les données relatives aux sections de contrôle utilisées sont listées au Tableau A-2 (Appendice C) et celles des débits et leurs hauteurs respectives sont au Tableau 3. Les résultats sont présentés au Tableau 4-A.

Dans le même contexte, il serait intéressant de porter en graphique les valeurs des constantes de temps calculées à partir des données relatives aux sections d'exutoire choisies précédemment et de leur débit de récurrence respectif en fonction de la superficie des bassins versants correspondants. Sur graphique logarithmique (voir Figure 6), les points s'alignent sur une certaine bande (nous avons tracé les points sur graphique à échelles cartésiennes (Figure 7) pour justifier l'emploi de l'échelle logarithmique). Pour établir la meilleure droite caractérisant les points sur graphique logarithmique, nous avons procédé ici encore par ajustement par moindres carrés avec correction due à l'effet disproportionné des basses valeurs vis-à-vis les plus hautes. Les coefficients de la fonction de puissance (de forme: $y = a x^b$) représentant les points sont présentés au Tableau 4-B.

TABLEAU 3: Débits classés (Q_i) de fréquence 0.01 et niveaux y correspondant (h_i), ainsi que les niveaux correspondant aux débits sous-multiples indiqués du débit initial pour chacune des stations.

Numéro de station	$Q_i = Q_{.01}$	h_i	$h_{\frac{1}{2}}$	$h_{\frac{1}{4}}$	$h_{\frac{1}{8}}$
050427	1280	98.53	97.	96.18	95.74
072201	3400	58.07	56.09	54.88	54.11
042103	2350	96.84	95.32	94.15	93.5
090606	6000	92.73	91.39	90.56	89.85
103801	10300	102.45	100.84	99.62	98.63
090607	7700	94.92	92.58	90.8	89.61
080101	7780	66.25	63.51	61.89	60.76
104401	19200	103.34	99.86	97.8	96.22
093808	31000	93.22	89.93	87.46	85.74
080809	27500	98.67	95.95	94.05	92.16
092722	24500	102.	98.02	95.18	93.31
103714	70500	98.55	95.6	93.31	91.38
080718	55500	95.11	89.21	85.49	83.11
080701	150000	95.8	89.49	84.52	80.95

TABLEAU 4-A: Temps de demi-décharge pure selon les superficies de bassins versants pour un lac de superficie unitaire.

Numéro de station	Superficie du bassin versant (mi. ²)	$t_{1 \rightarrow \frac{1}{2}}$ (jour)
050427	70	.72
072201	215	.26
042103	222	.31
090606	760	.099
103801	828	.065
090607	1310	.144
080101	1400	.143
104401	1420	.063
093808	2980	.050
080809	3790	.041
092722	4940	.076
103714	9100	.018
080718	12300	.047
080701	22200	.020

TABLEAU 4-B: Relation entre la superficie du bassin versant et le temps de demi-décharge pure.

$$y = a x^b$$

y = superficie du bassin versant (mi.²)

x = temps de demi-décharge pure (jours)

a = 15.74

b = -0.73

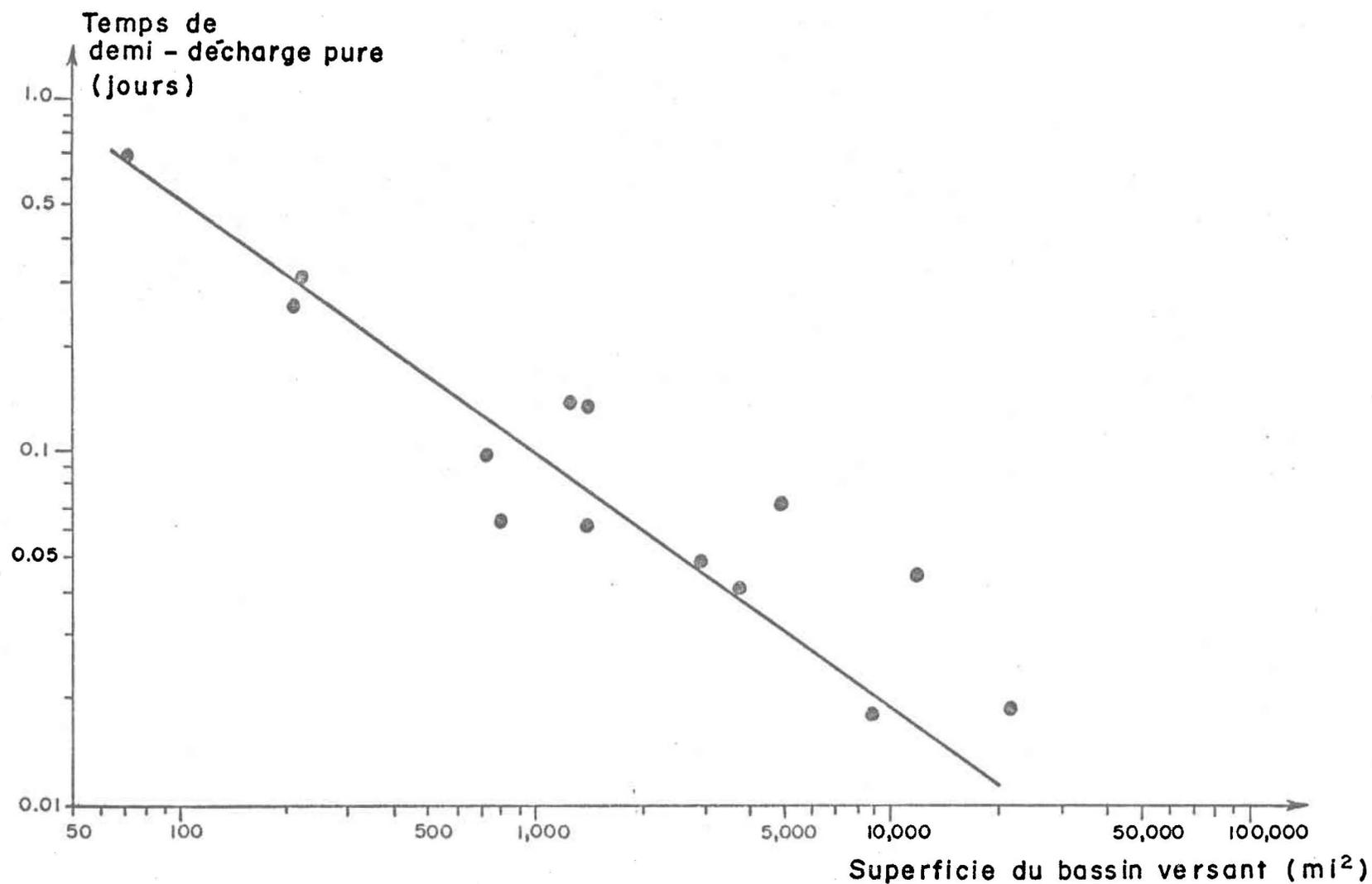


FIGURE 6: Relation à échelles logarithmiques entre le temps de demi-décharge pure et la superficie du bassin versant évaluée pour un lac de 1 mi.² de superficie. La droite est obtenue par estimation par moindres carrés avec correction due à l'effet disproportionné des logarithmiques sur les basses valeurs vis-à-vis les hautes valeurs.

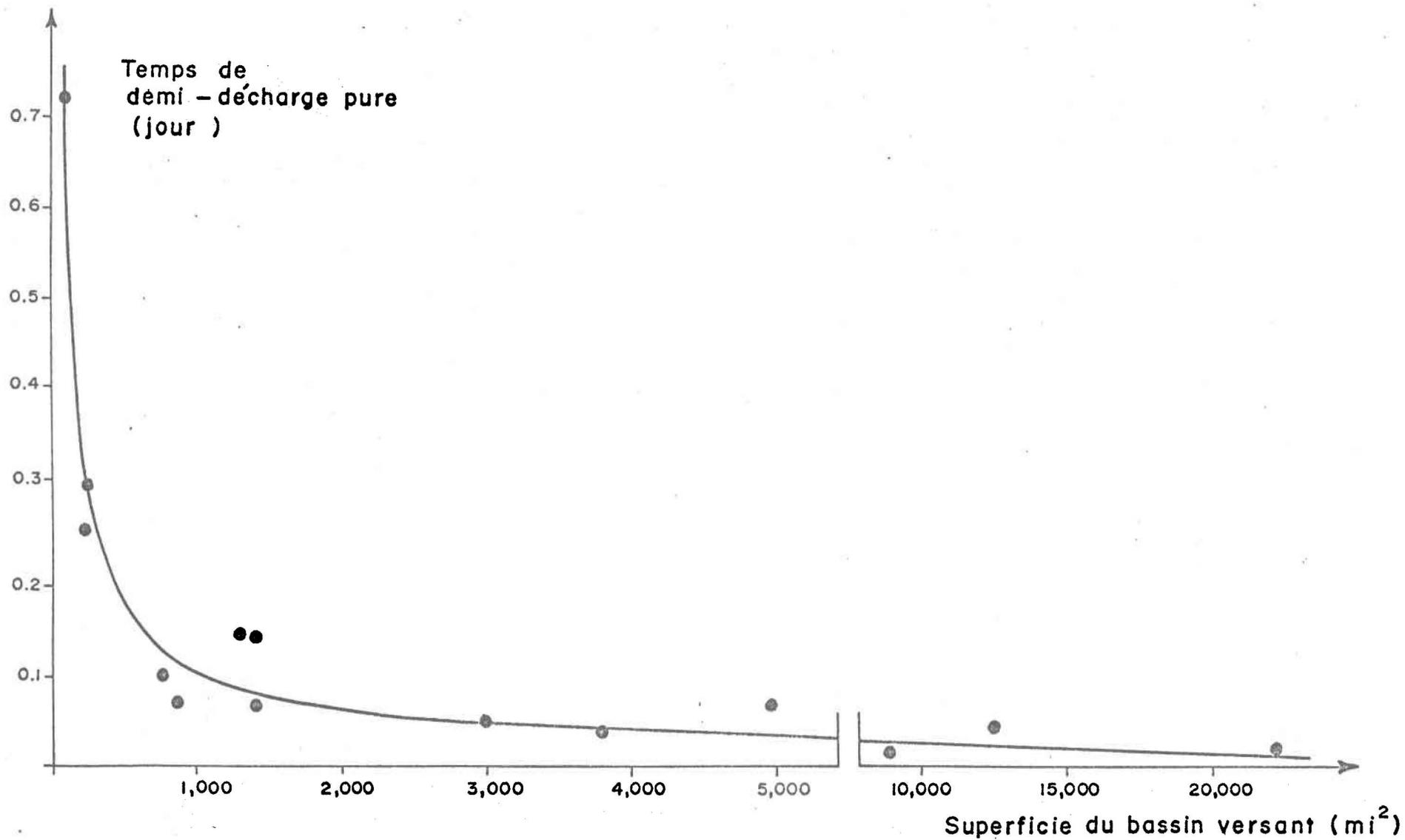


FIGURE 7: Représentation à échelles cartésiennes de la Figure 6. La courbe tracée est obtenue de la relation établie au Tableau 4-B et est évaluée pour un lac de 1 mi.² de superficie.

On peut aussi évaluer l'équation 1.13 en supposant une gamme de superficie de lac à l'arrière de chacune des sections de contrôle. La superficie étant un facteur multiplicateur dans cette équation, nous retrouvons alors sur graphique logarithmique une famille de droites parallèles à la première. La Figure 8 nous montre trois de ces courbes parallèles correspondant respectivement à des lacs de un, dix et cent milles carrés de superficie. Il nous est dès lors très simple de localiser la droite identifiant toute superficie de lac et ainsi de connaître approximativement la constante de temps de demi-décharge pure de n'importe quel lac sur n'importe quel bassin versant.

Nous avons maintenant une évaluation de la valeur du retard que peut prendre une partie de la crue. Par la suite, sachant par exemple que même sans apport, un lac réagit sur des jours et que les écoulements de son bassin versant varient sur des heures, nous aurions une première indication nous avertissant qu'il faut alors tenir compte du lac dans les calculs de laminage.

Pour déterminer la portée relative du laminage, il faudrait déterminer par une relation l'importance de ce retard en regard d'un temps caractérisant la crue (par exemple, le temps de base de l'hydrogramme). En représentant cette relation sur nos graphiques, nous ajouterions à nos résultats un élément supplémentaire conduisant à une esquisse de solution.

La solution perçue serait la superposition à nos courbes de la Figure 8 d'une autre courbe de pente opposée les recoupant (voir Figure 9-A). Cette courbe est perçue conceptuellement comme étant de pente positive; en effet, si on considère par exemple le temps de base d'une crue, celui-ci est évidemment plus court pour un petit bassin versant que pour un plus grand; toujours selon la même hypothèse, notre courbe couvrirait une certaine bande

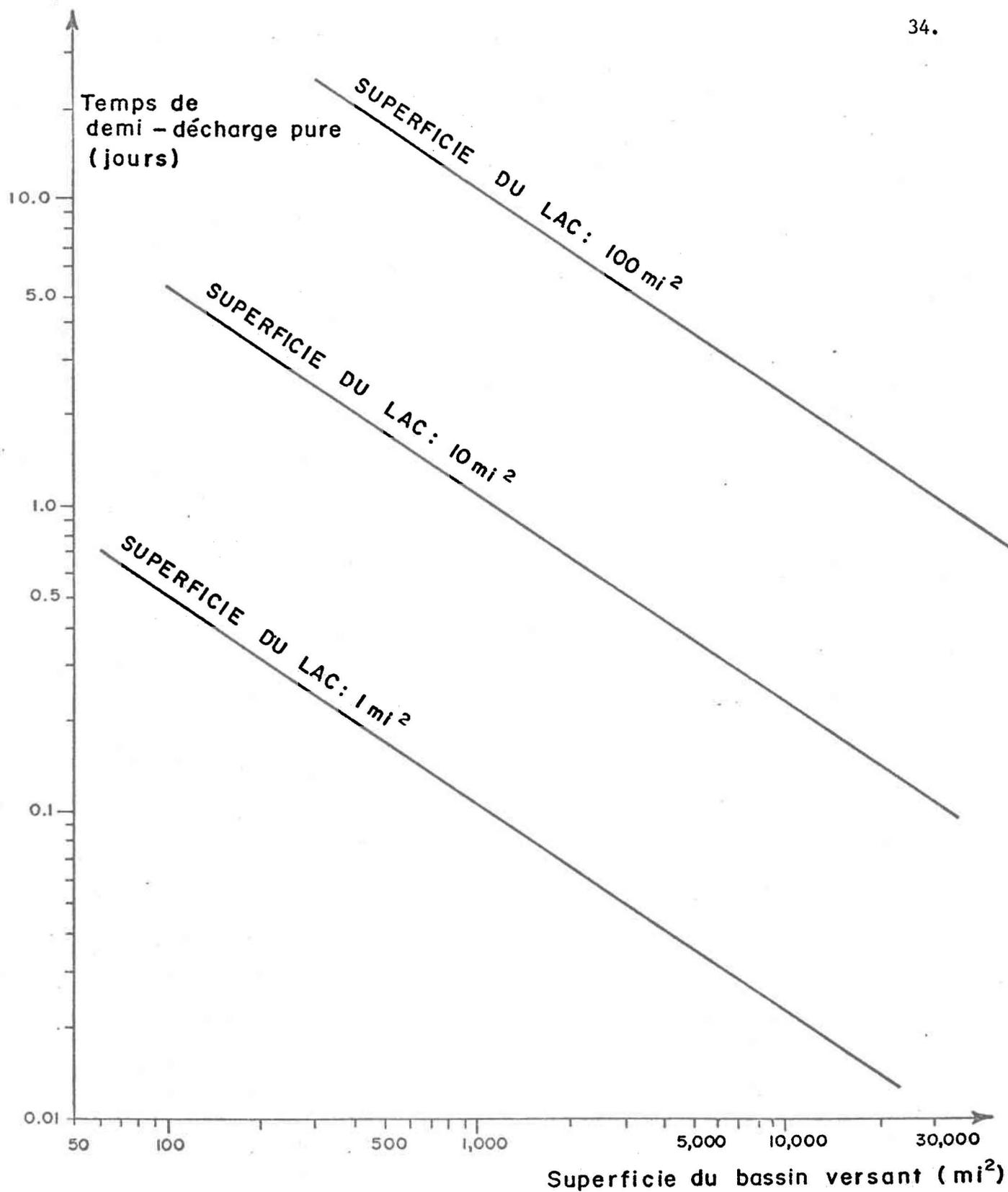
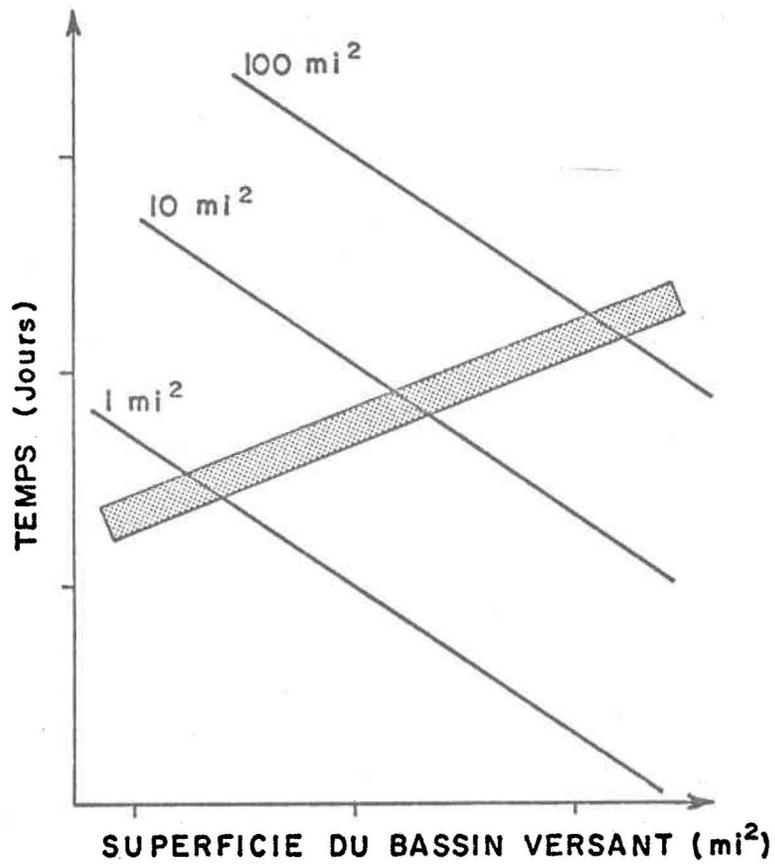
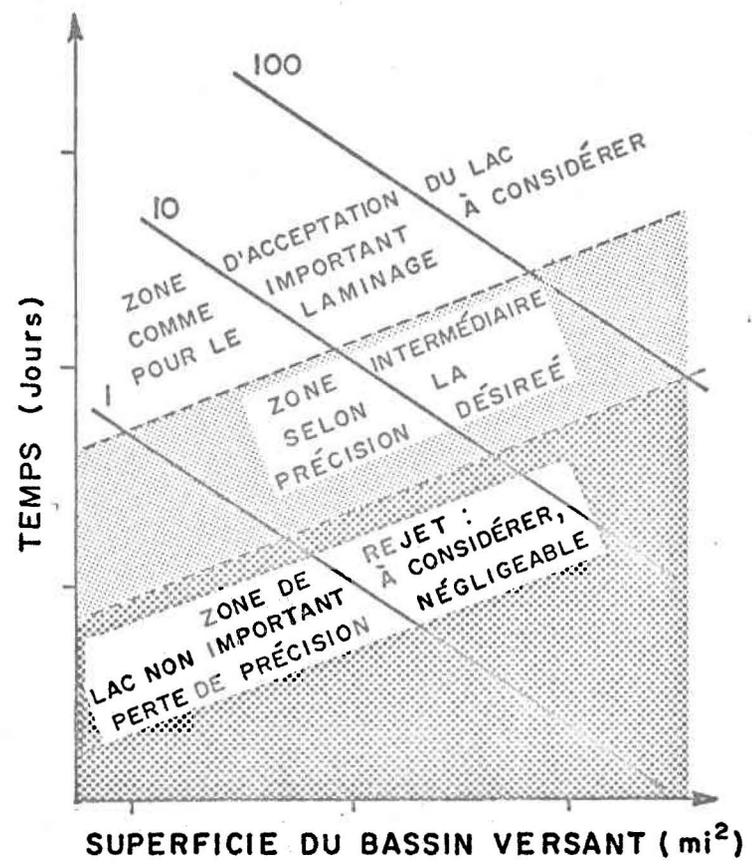


FIGURE 8: Généralisation du temps de demi-décharge pure à des lacs de différentes superficies. Toute autre superficie de lac détermine une droite qui peut se tracer sur le graphique.



9-A



9-B

FIGURES 9-A ET 9-B: Esquisse de solution. Relation (FIG. 9-A) entre l'aire du bassin versant et un temps caractéristique de l'hydrogramme d'entrée, recoupant nos courbes et déterminant (FIG. 9-B) des zones décisionnelles quant au choix des lacs à considérer comme agent lamineur.

car le temps de base d'un hydrogramme est variable pour différents bassins versants de même superficie selon différentes conditions météorologiques et géographiques.

Enfin cette courbe pourrait nous permettre de délimiter des zones sélectives quant aux superficies de lacs importantes à considérer comme agent lamineur à l'intérieur de superficies de bassins versants (voir Figure 9-B). Une zone intermédiaire serait à prévoir selon la perte de précision tolérée sur l'hydrogramme de sortie.

CONCLUSION

Après avoir décrit conceptuellement le système lac sur lequel nous avons travaillé, nous avons établi l'équation de bilan du comportement hydrologique. Nous avons ensuite posé des hypothèses nous conduisant à diverses simplifications des équations en jeu. Nous avons considéré tous les apports au lac se produisant dans un temps relativement court comme une seule variable, puis, après avoir présenté une relation de niveau-débit décrivant la sortie, nous avons posé l'hypothèse d'un lac cylindrique circulaire et en avons évalué les erreurs possibles.

Parmi diverses possibilités qui s'offraient alors à nous quant à l'orientation subséquente du travail, nous avons choisi d'étudier le comportement temporel de la vidange d'un lac se produisant à partir d'un débit initial d'une certaine récurrence. Après avoir sélectionné les équations selon les conditions initiales proposées, nous les avons transformées pour pouvoir analyser leurs caractéristiques temporelles.

Les données de certaines stations hydrométriques du Ministère des Richesses Naturelles, choisies en fonction de critères déterminés, nous ont permis, après transformation, de procéder à l'évaluation des paramètres propres au comportement temporel.

Nous voulions nous servir de la comparaison avec la forme exponentielle décroissante qui est souvent utilisée pour décrire la forme de la vidange à la sortie du lac. Nous avons cependant démontré que la décharge d'un lac sans apport à l'entrée n'est pas exponentielle. Toutefois nous avons vu que la for-

me de la vidange pure peut nous amener à la considérer par étapes correspondant à des demi-diminutions du débit et que ces étapes sont reliées à la première par un facteur constant (ou une puissance de ce facteur) fonction de la forme de la section. Il serait bon de le vérifier expérimentalement avec des données de stations hydrométriques.

Nous nous sommes restreints à une valeur spécifique de débit ($Q_i = Q_{.01}$) pour pouvoir effectuer des essais mathématiques et nous pouvons connaître maintenant la valeur de la première étape (passage de Q_i à $Q_i/2$) à l'aide de la Figure 8, pour n'importe quel lac sur n'importe quel bassin versant.

Dans une prochaine étape, il serait opportun de trouver une relation entre la superficie du bassin versant et une valeur temporelle caractéristique des hydrogrammes de crue, puis d'ajuster cette relation sur notre graphique de la Figure 8 de façon à définir des limites d'importance relative du temps de demi-décharge pure vis-à-vis l'hydrogramme, ce qui établirait en quelque sorte des limites d'acceptation et de rejet du lac comme agent lamineur important à considérer: le but ultime vers lequel ce travail a tenté de s'ache-
miner.

Enfin, nous n'avons pas de solution globale à apporter car le sujet soulève encore beaucoup de questions et nous n'avons fait qu'explorer une parcelle de l'éventail qu'offre le thème "laminage", mais nous présentons une nouvelle façon d'aborder le problème et nous en avons franchi une étape.

APPENDICE A

Caractérisation du débit à une station à échelle limnimétrique en écoulement uniforme

Le débit à une station est le produit de la section de contrôle par la vitesse d'écoulement normale à la section:

$$Q = A_s \times v \quad (\text{A-1.1})$$

Q: Débit

A_s : Aire de la section mouillée

v : Vitesse d'écoulement perpendiculaire à la section

La vitesse d'écoulement selon la formule de Chézy donne:

$$v = C \sqrt{R s} \quad (\text{A-1.2})$$

v : Vitesse moyenne dans la section

C: Coefficient relié à la rugosité des parois

R: Rayon hydraulique

s: Pente de l'écoulement

Alors,

$$Q = A_s C \sqrt{R s} \quad (\text{A-1.3})$$

Réméniéras (1965) donne un exemple simplifié de la courbe de tarage dans le cas d'une section rectangulaire,

$$A_s = T h \quad (\text{A-1.4})$$

$$R = \frac{T h}{2 h + T} \quad (\text{A-1.5})$$

$$Q = C T h \left(\frac{T h s}{2 h + T} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A-1.6})$$

T: Largeur du cours d'eau à
surface libre

h: Hauteur du tirant d'eau

Dans le cas d'un cours d'eau où la largeur est beaucoup plus grande que la profondeur, c'est-à-dire $T \gg h$, il en résulte:

$$Q = C T s^{\frac{1}{2}} h^{\frac{3}{2}} \quad (\text{A-1.7})$$

$$Q = k h^{\frac{3}{2}} \quad (\text{A-1.8})$$

$$k = \text{Constante} = C T s^{\frac{1}{2}}$$

On peut démontrer¹ que l'équation des courbes de tarage d'un écoulement uniforme s'approche de la forme:

$$Q = k h^b \quad (\text{A-1.9})$$

k: Constante

h: Tirant d'eau pour le débit Q

b: Paramètre de forme de la
section contrôle

= 1.5 section rectangulaire

= 2.0 section parabolique

= 2.5 section triangulaire

1 Réméniéras, G. (1965).

Ven Te Chow (1959) le démontre par considération des énergies en jeu; en voici l'essentiel:

Considérons l'énergie d'un écoulement à surface libre (voir Figure A-1):

$$H = z_a + d_a \cos \theta + c \frac{v_a^2}{2g} \quad (\text{A-1.10})$$

H: Energie de tête totale

z_a : Altitude du point au-dessus du plan de référence (Datum)

d_a : Profondeur du point a sous la surface de l'eau

θ : Pente du canal

$\frac{v_a^2}{2g}$: Energie cinétique de l'écoulement passant par le point a

c: Coefficient de coriolis
(de l'ordre de 1)

L'énergie par rapport au fond du canal ($z_a = 0$) est appelée énergie spécifique. Considérant un canal de faible pente ($\cos \theta \approx 1$) et posant $d_a = y$ (la profondeur de l'eau) et $\alpha = 1$, cette énergie se définit comme:

$$E_s = y + \frac{v_a^2}{2g} \quad (\text{A-1.11})$$

Avec l'équation A-1.1, l'énergie devient:

$$E_s = y + \frac{Q^2}{2g A_s^2} \quad (\text{A-1.12})$$

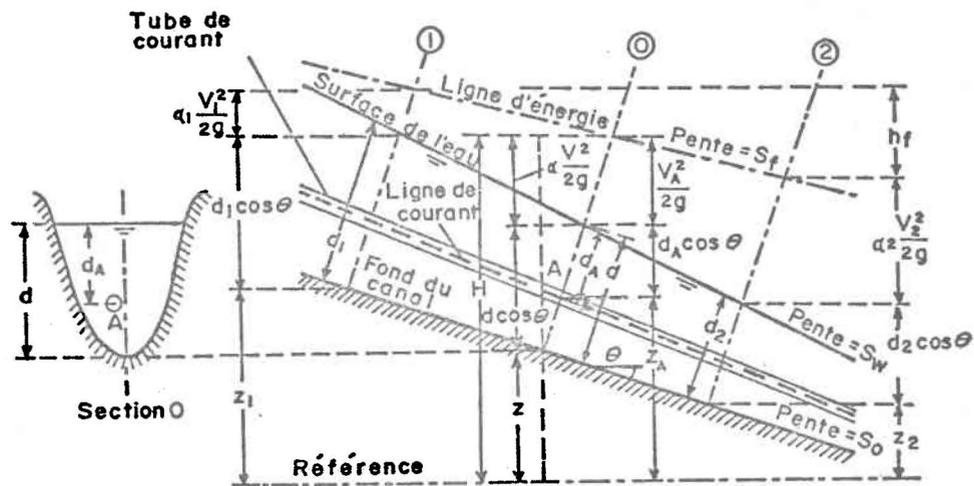


FIGURE A-1: Energie d'un écoulement graduellement varié à surface libre (Tiré et adapté de Ven Te Chow (1959)).

Ceci signifie que pour une section et un débit donné, l'énergie spécifique ne dépend que de la profondeur de l'écoulement.

Les stations contrôles (section où l'on mesure des débits) sont situées en un endroit où l'on retrouve des conditions appelées "conditions critiques"; ces conditions se définissent par une énergie spécifique minimale, i.e.

$\frac{dE}{dy} = 0$. Alors:

$$\frac{dE}{dy} = 0 = 1 - \frac{Q_c^2}{g A_s^3} \times \frac{dA_s}{dy} \quad (\text{A-1.13})$$

Près de la surface libre de l'eau, l'élément de section d'écoulement dA_s est égal au produit de la largeur T de la section en surface libre par l'élément d'épaisseur dy : ($dA_s = T \times dy$). La profondeur hydraulique D est définie comme étant le rapport de la section A_s sur sa largeur T en surface libre: ($D = A_s / T$). Le facteur de section Z se définit, pour un écoulement critique, comme le produit de la section A_s par la racine carrée de la profondeur hydraulique: ($Z = A_s \sqrt{D}$).

Il en découle donc:

$$\frac{dE}{dy} = 0 = 1 - \frac{Q_c^2}{g A_s^2 D} \quad (\text{A-1.14})$$

alors,

$$D = \frac{Q_c^2}{A_s^2 g} \quad (\text{A-1.15})$$

donc

$$Z = A_s \sqrt{D} = \frac{A_s Q_c}{A_s \sqrt{g}} \quad (\text{A-1.16})$$

et finalement:

$$Q_c = Z \sqrt{g} \quad (\text{A-1.17})$$

D'après les valeurs de D et Z du Tableau A-1, on peut caractériser le débit par rapport à la hauteur d'eau et à la largeur de la section. La relation niveau-débit devient alors, pour différentes formes de section:

la forme trapézoïde:

$$Q_c = \frac{5.671 \left(\left(\frac{T+b}{2} \right) y \right)^{1.5}}{T^{0.5}} \quad (\text{A-1.18})$$

Q_c : Débit critique

T: Largeur de la section en surface

y: Profondeur de l'eau

b: Largeur de la section dans le fond du canal

g: Constante gravitationnelle =

$$32.2 \text{ pi/sec}^2 ; \sqrt{g} = 5.671$$

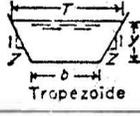
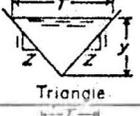
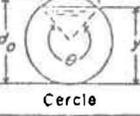
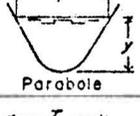
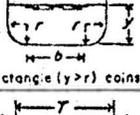
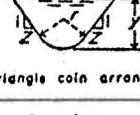
la forme rectangulaire:

$$Q_c = 5.671 T y^{1.5} \quad (\text{A-1.19})$$

la forme parabolique:

$$Q_c = 3.075 T y^{1.5} = 6.15 k_1^{-0.5} y^2 \quad (\text{A-1.20})$$

TABLEAU A-1: Eléments géométriques de sections de canal
(Tiré et adapté de Ven Te Chow 1959).

Section	Aire A	Périmètre mouillé P	Rayon hydraulique R	Largeur en surface T	Profondeur hydraulique D	Facteur de section Z
 Rectangle	by	$b+2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b	y	$by^{1.5}$
 Trapezoïde	$(b+zy)y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$	$\frac{(b+zy)y}{b+2zy}$	$\frac{[(b+zy)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2zy}} \cdot z \frac{[(T+b)y]^{1.5}}{\sqrt{T}}$
 Triangle	xy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$	$\frac{1}{2}y$	$\frac{\sqrt{2}}{2}zy^{2.5} = \frac{\sqrt{2}}{4}Ty^{1.5}$
 Cercle	$\frac{1}{8}(\theta - \sin\theta)d_0^2$	$\frac{1}{2}\theta d_0$	$\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta}\right)d_0$	$\frac{(\sin 1/2\theta)d_0}{2\sqrt{y(d_0-y)}}$	$\frac{1}{8}\left(\frac{\theta - \sin\theta}{\sin 1/2\theta}\right)d_0$	$\frac{\sqrt{2}}{32} \frac{(\theta - \sin\theta)^{1.5}}{(\sin 1/2\theta)^{0.5}} d_0^{2.5}$
 Parabole	$\frac{2}{3}Ty$	$T + \frac{8y^2}{3T}^*$	$\frac{2T^2y}{3T^2+8y^2}^*$	$\frac{3}{2}\frac{A}{y}$	$\frac{2}{3}y$	$\frac{2}{9}\sqrt{6}Ty^{1.5}$
 Rectangle ($y > r$) coins arrondis	$\left(\frac{\pi}{2} - 2\right)r^2 + (b+2r)y$	$(\pi-2)r + b + 2y$	$\frac{(\pi/2-2)r^2 + (b+2r)y}{(\pi-2)r + b + 2y}$	$b+2r$	$\frac{(\pi/2-2)r^2}{b+2r} + y$	$\frac{[(\pi/2-2)r^2 + (b+2r)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2r}}$
 Triangle coin arrondi	$\frac{T^2}{4z} - \frac{r^2}{z}(1-x\cot^{-1}x)$	$\frac{T}{z}\sqrt{1+z^2} - \frac{2r}{z}(1-x\cot^{-1}x)$	$\frac{A}{P}$	$2[x(y-r) + r\sqrt{1+z^2}]$	$\frac{A}{T}$	$A\sqrt{\frac{A}{T}}$

* Approximation satisfaisante pour l'intervalle $0 < x \leq 1$, où $x = 4y/T$. Pour $x > 1$, on utilise l'expression exacte $P = (T/2)[\sqrt{1+z^2} + 1/x \ln(x + \sqrt{1+z^2})]$.

k_1 : Dépend de la forme de la parabole (parabole de type: $y = k_1 T^2$)

la forme triangulaire:

$$Q_c = 2.005 T y^{1.5} = 4.01 z y^{2.5} \quad (\text{A-1.21})$$

z : Cotangente de la pente d'angle θ des parois (voir Tableau A-1)

$$z = \cot \theta = \frac{T/2}{y}$$

On peut donc décrire le débit par la relation:

$$Q = k y^b \quad (\text{A-1.22})$$

où b varie de 1.5 à 2.5

k : Fonction de la forme de la section, de sa largeur, de l'angle de ses parois, de la pente de la rivière et du coefficient de rugosité

y : Hauteur du tirant d'eau

APPENDICE B

Superficie du lac = constante

Dans le but de simplifier la solution de l'équation 1.4, la superficie d'un lac est estimée comme invariante selon le niveau. Définissons pour quelle superficie de lac l'approximation est acceptable relativement aux pentes du littoral. (Se référer à la Figure A-2)

Deux erreurs sont en cause, l'une au-dessous de la surface de l'eau, l'autre au-dessus. Les deux erreurs sont antagonistes (de signes opposés) et diffèrent généralement par l'angle qu'elles font avec la verticale.

Pour un lac cylindrique, circulaire de rayon R et de hauteur h, le volume de la réserve utile se traduit par:

$$V = \pi R^2 h \quad (A-2-1)$$

Le volume d'un anneau circulaire autour d'un cylindre de rayon R, formant un angle α avec les parois du cylindre, de hauteur h et de largeur Δr , se définit comme:

$$V = \pi \int_0^h \left[(R + h \tan \alpha)^2 - R^2 \right] dh \quad \text{où } \tan \alpha = \frac{\Delta r}{h}$$
$$= \pi h \Delta r \left(R + \frac{\Delta r}{3} \right) \quad (A-2-2)$$

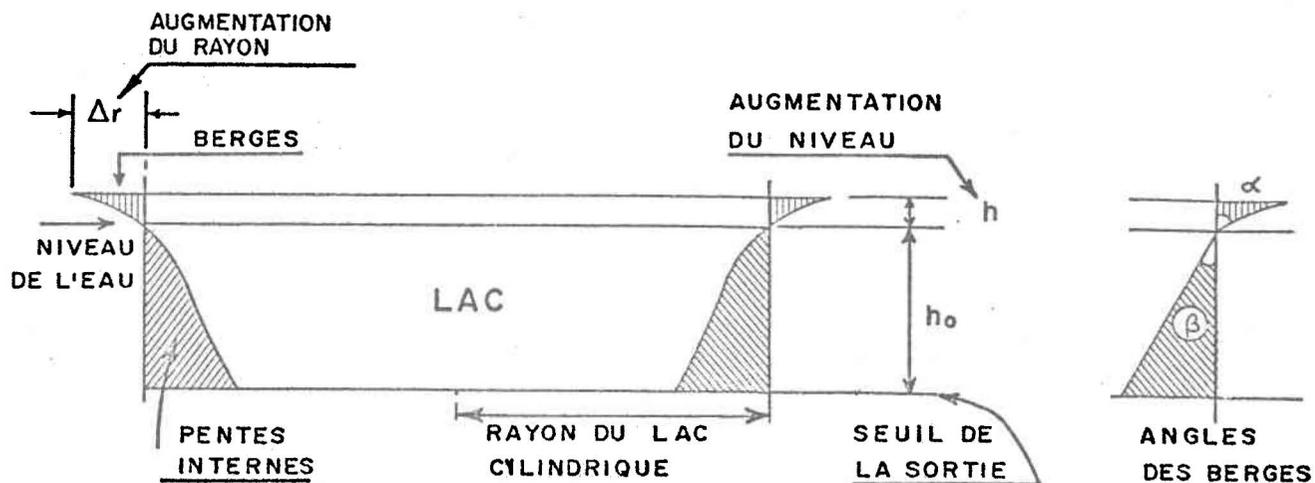


FIGURE A-2

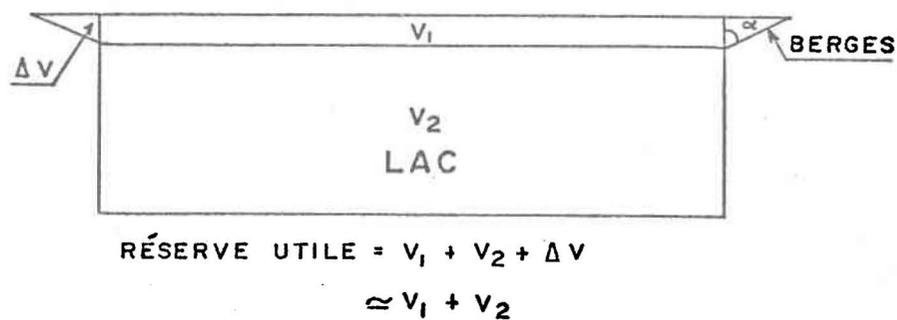


FIGURE A-3

FIGURES A-2 et A-3: Schématisation d'un lac et de ses berges et pentes internes pour le calcul des erreurs en cause.

Le volume d'un anneau circulaire interne au cylindre, de mêmes caractéristiques est:

$$V = \pi \int_0^h \left[R^2 - (R - h \tan \beta)^2 \right] dh$$

$$\text{où } \tan \beta = \frac{\Delta r}{h}$$

$$= \pi h \Delta r \left(R - \frac{\Delta r}{3} \right) \quad (\text{A-2-3})$$

Sous l'eau, les pentes du lac ne sont pas verticales, ce qui lui donne un aspect conique. L'erreur alors causée par la sur-évaluation du volume de la réserve utile par l'addition du volume d'un anneau de largeur Δr , hauteur h et angle avec la verticale β devient:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\pi h \Delta r \left(R - \frac{\Delta r}{3} \right)}{\pi h R^2 - \pi h \Delta r \left(R - \frac{\Delta r}{3} \right)}$$

$$= \left(\frac{R^2}{\Delta r \left(R - \frac{\Delta r}{3} \right)} - 1 \right)^{-1} \quad (\text{A-2-4})$$

$$\text{où } \Delta r = \frac{\tan \beta}{h}$$

La Figure A-4 décrit la variation de l'erreur sur le volume en fonction du Δr et du rayon (ou aire) du lac.

Lorsque le niveau du lac monte, les eaux débordent sur les berges. L'approximation du lac cylindrique sous-évalue le volume de la réserve utile en négligeant le volume de l'anneau autour du lac, de largeur Δr et d'angle avec la verticale α .

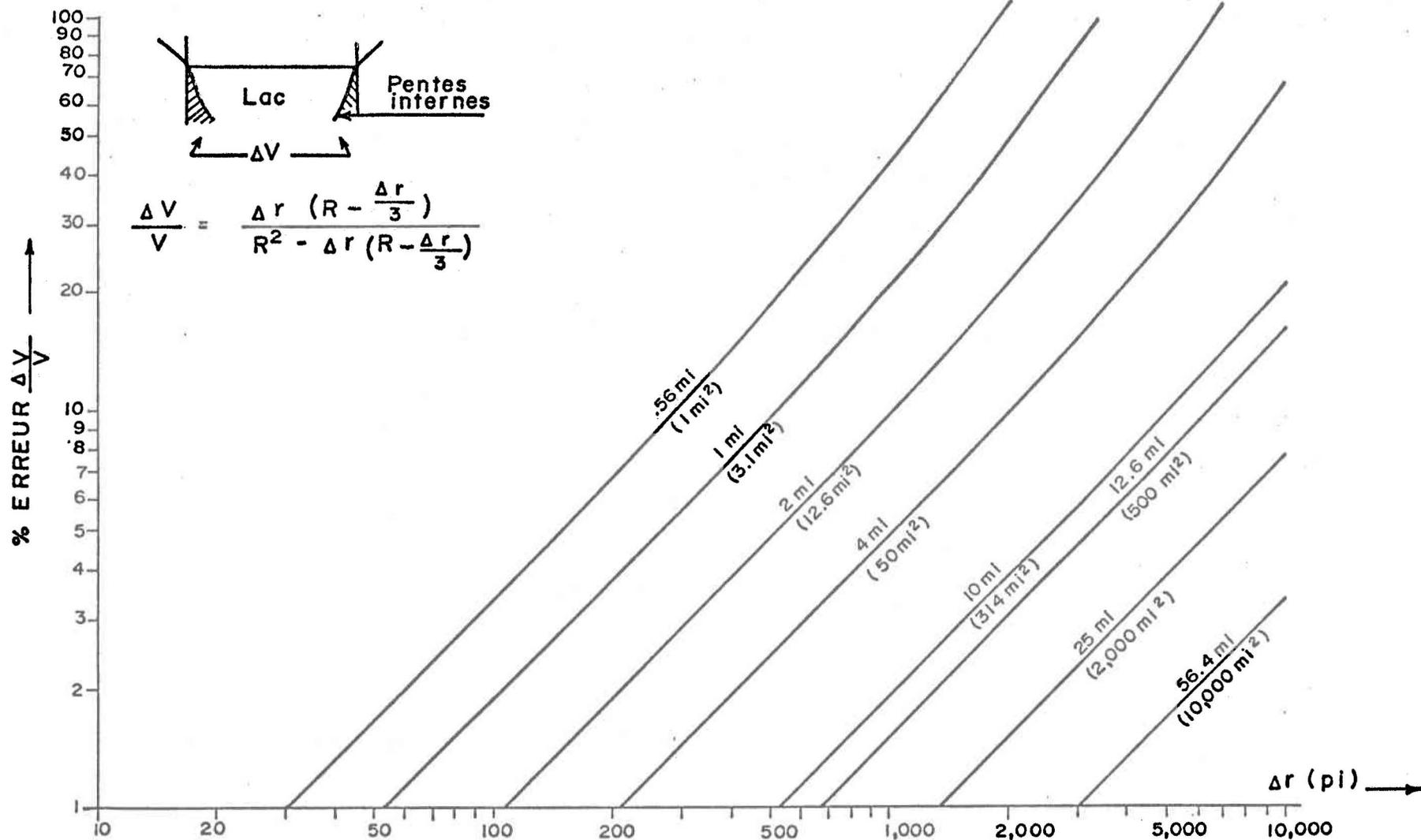


FIGURE A-4: Estimation de la sur-évaluation du volume du lac due aux pentes internes, en fonction de la diminution du rayon (Δr) et du rayon lui-même (ou de l'aire) du lac. Le chiffre au-dessus de la courbe indique le rayon et celui sous la courbe indique la superficie du lac.

Variable selon la superficie du lac, l'erreur sur la tranche de volume au-dessus du niveau déterminant la superficie du cylindre est:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\pi h \Delta r \left(R + \frac{\Delta r}{3}\right)}{\pi h R^2 + h \pi \Delta r \left(R + \frac{\Delta r}{3}\right)}$$

$$= \left(\frac{R^2}{\Delta r \left(R + \frac{\Delta r}{3}\right)} + 1 \right)^{-1} \quad (\text{A-2-5})$$

$$\text{où } \Delta r = \frac{\tan \alpha}{h}$$

La Figure A-5, à son tour, image la variation de l'erreur sur le volume en fonction du Δr et du rayon (aire) d'un lac.

Ces derniers calculs montrent l'erreur ΔV sur le volume V_1 (voir Figure A-3). L'erreur sur la réserve utile sera d'autant plus petite que V_2 sera grand devant V_1 .

$$\text{Erreur} = \frac{\Delta V}{V_1 + V_2 + \Delta V} \quad (\text{A-2-6})$$

Pour une erreur sur le volume de 10%, un petit lac de .56 mille de rayon (1 mille carré) doit déborder sur ses rives d'environ 300 pieds, un lac de 50 milles carrés doit envahir ses berges sur une distance de l'ordre de 7000 pieds. La probabilité d'occurrence de ces valeurs est de plus en plus faible, quoique non négligeable pour les lacs de petites superficies; cependant, l'erreur diminue avec une augmentation de la profondeur de la réserve utile (équation A-2-6). L'imprécision sera donc maximale pour les petits lacs peu profonds et de plus en plus négligeable pour les lacs plus profonds et plus grands.

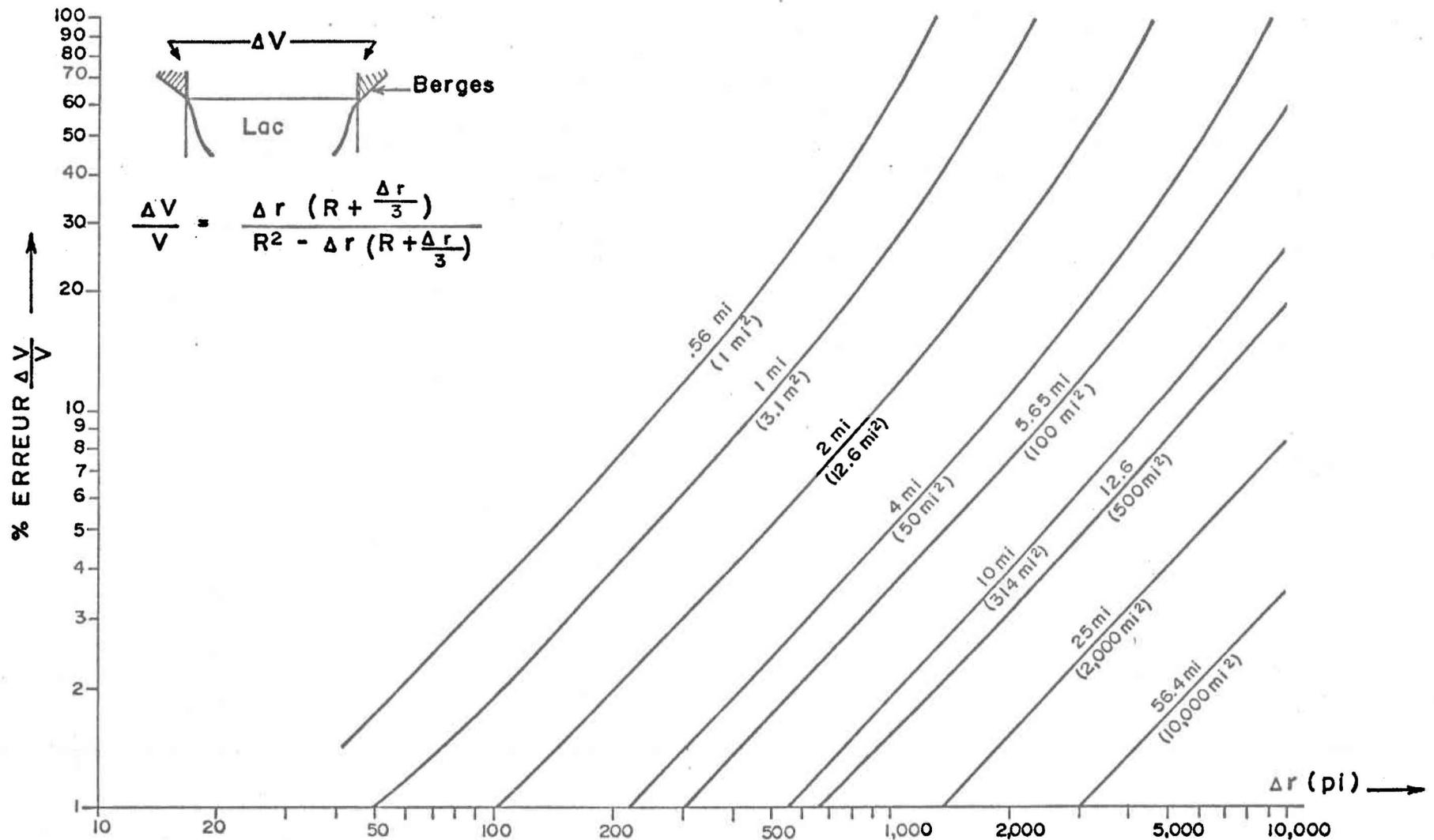


FIGURE A-5: Estimation de la sous-évaluation du volume du lac due aux berges, en fonction de l'augmentation du rayon (Δr) et du rayon lui-même (ou de l'aire) du lac. Le chiffre au-dessus de la courbe indique le rayon et celui sous la courbe indique la superficie du lac.

D'autre part, les pentes internes d'un lac occasionnent aussi une incertitude (sur le volume) dont les valeurs sont semblables dans les cas cités ci-haut, mais de signe opposé. L'erreur est maximale pour des pentes internes douces et minimale pour des pentes abruptes.

L'erreur est la plus grande pour de petits lacs; deux cas se présentent: 1- Pour un petit lac peu profond ayant des pentes internes douces, l'erreur des pentes internes est maximale, mais à mesure que l'on se retrouve en période de crue, l'erreur est compensée par l'erreur des berges, et l'erreur totale diminue. Comme nos intérêts vont pour ces périodes, l'approximation peut être acceptée. 2- Pour un petit lac avec pente interne abrupte, seule l'erreur du débordement sur les rives tient, mais comme l'erreur est calculée sur le volume V (voir Figure A-3), il suffit que V_2 soit plusieurs fois plus grand que V_1 pour que l'erreur devienne négligeable. Pour des lacs plus grands, l'approximation est facilement acceptée.

Il serait intéressant de faire le même exercice pour un lac dont la forme serait de type rectangulaire avec comme paramètres caractéristiques la largeur et la longueur moyenne, par opposition au rayon utilisé pour le lac circulaire.

APPENDICE C

Détermination des paramètres k, b et h₀ par moindres carrés

Forme de la courbe:

$$Q = k (h - h_0)^b \quad (A-4-1)$$

On linéarise:

$$\log Q = \log k + b \log (h - h_0) \quad (A-4-2)$$

Les moindres carrés donnent:

$$\Psi = \sum (\log Q_i - \log k - b \log (h_i - h_0))^2 \quad (A-4-3)$$

On minimise pour chaque paramètre:

$$\frac{d\Psi}{dk} = 0 = - \frac{2 \log_{10} e}{k} \sum (\log Q_i - \log k - b \log (h_i - h_0)) \quad (A-4-4)$$

$$\frac{d\Psi}{db} = 0 = - 2 \sum \log (h_i - h_0) (\log Q_i - \log k - b \log (h_i - h_0)) \quad (A-4-5)$$

$$\frac{d\Psi}{dh_0} = 0 = - 2 \sum \frac{b \log_{10} e}{(h_i - h_0)} (\log Q_i - \log k - b \log (h_i - h_0)) \quad (A-4-6)$$

On obtient ainsi:

$$(\log k) N_t + b \sum \log (h_i - h_0) = \sum \log Q_i \quad (A-4-7)$$

$$(\log k) \sum \log (h_i - h_0) + b \sum (\log (h_i - h_0))^2 = \sum (\log Q_i) \log (h_i - h_0) \quad (A-4-8)$$

$$(\log k) \sum \frac{1}{(h_i - h_0)} + b \sum \frac{\log (h_i - h_0)}{(h_i - h_0)} = \sum \frac{\log Q_i}{(h_i - h_0)} \quad (A-4-9)$$

où N_t est le nombre total de valeurs de niveaux (ou de débits) utilisées.

Pour résoudre sous forme matricielle, il faut isoler chacun des paramètres. Ceci est ici rendu impossible par le facteur h_0 . Pour résoudre le problème, il faut fixer une valeur pour h_0 , puis résoudre par moindres carrés; les équations A-4.7 et A-4.8 suffisent alors pour solutionner le système. Mentionnons que l'usage des logarithmes nous contraint à ajuster les résultats obtenus par une méthode itérative, à l'aide des séries de Taylor.

En variant progressivement la valeur de h_0 , on détermine le groupe de paramètres k , b et h_0 qui donne la meilleure estimation d'une droite, c'est-à-dire celle donnant le plus faible écart quadratique entre la droite et les points.

Les valeurs des niveaux et débits utilisés pour établir les valeurs des paramètres pour chacune des stations sont présentées à l'Annexe 1. Les résultats sont au Tableau A-2.

TABLEAU A-2: Valeurs des coefficients k , b et h_o pour chacune des stations

Numéro de station	Aire du bassin versant (mi. ²)	k	b	h_o (pi.)
050427	70	300.8	1.14	95.07
072201	215	303.7	1.46	52.84
042103	222	235.6	1.57	92.52
072502	647	42.7	1.95	87.75
090606	760	1834.5	1.12	89.83
103801	828	5.7	3.54	94.00
075601	1100	23.7	2.56	87.3
090607	1310	88.78	2.09	86.5
080101	1400	301.6	1.61	58.88
104401	1420	88.4	2.23	91.75
093808	2980	183.5	2.08	81.43
103715	3470	170.8	2.62	92.58
080809	3790	3.4	3.43	84.75
092722	4940	159.3	1.94	88.64
081007	7000	5914.0	1.05	89.41
103714	9100	4.3	3.52	82.66
080718	12300	106.9	2.07	74.58
080701	22200	59.7	2.40	69.92

APPENDICE D

Erreurs en jeu sur les débits classés

Les débits maximaux d'une fréquence de récurrence donnée sont reliés à la superficie du bassin versant (Gray 1972). Les courbes de débits classés par contre ne pourraient l'être qu'avec des données recueillies sur de nombreuses années en devenant alors semblables aux courbes de débits de fréquence de récurrence.

Or pour certaines de nos stations, nous ne disposons que d'un nombre restreint de données pour évaluer les débits classés et nous ne pouvons pas évaluer l'erreur en jeu entre les débits. Toutefois, pour pouvoir progresser, nous les avons acceptées comme valables dans l'évaluation du temps de durée de la demi-décharge pure.

On peut tout de même calculer l'erreur commise sur le temps en fonction de l'erreur du débit. Partons de l'équation 1.14,

$$t = \frac{A}{(b-1)} \cdot \frac{h_i}{Q_i} \cdot \left(2^{\frac{b-1}{b}} - 1\right) \quad (1.14)$$

h_i étant une fonction du débit,

$$h_i = \left(\frac{Q_i}{k}\right)^{\frac{1}{b}} \quad (A-4.1)$$

l'équation devient donc:

$$t = \frac{A}{k^{\frac{1}{b}} (b-1)} \left(2^{\frac{b-1}{b}} - 1 \right) \left(Q_i^{\frac{1-b}{b}} \right) \quad (\text{A-4.2})$$

Pour un élément de temps Δt et un élément de débit ΔQ , on obtient:

$$\frac{dt}{dQ} = \frac{A}{k^{\frac{1}{b}} (b-1)} \left(2^{\frac{b-1}{b}} - 1 \right) \left(\frac{1-b}{b} \right) \left(Q_i^{\frac{1-2b}{b}} \right) = \frac{\Delta t}{\Delta Q} \quad (\text{A-4.3})$$

Ainsi l'erreur devient:

$$\frac{\Delta t}{t} = \left(\frac{1-b}{b} \right) \frac{\Delta Q}{Q_i} \quad (\text{A-4.4})$$

b variant grossièrement entre 1.5 et 2.5 (Appendice A), le facteur $\left(\frac{1-b}{b} \right)$ variera entre -0.33 et -0.60.

$$-0.60 \frac{\Delta Q}{Q_i} \leq \frac{\Delta t}{t} \leq -0.33 \frac{\Delta Q}{Q_i} \quad (\text{A-4.5})$$

Donc, une sur-évaluation du débit Q_i entraînera une sous-évaluation du temps de durée de demi-décru (et vice-versa) et ceci, d'un facteur variant de l'ordre de -0.33 à -0.60 fois l'erreur sur le débit.

ANNEXE 1

Valeurs des débits et niveaux utilisés pour établir les valeurs des paramètres k , b et h_0 de chacune des stations

Les débits ont été choisis de façon à former une répartition adéquate sur papier logarithmique et se situent à l'intérieur des limites minimales et maximales de jaugeages fournies dans les annuaires hydrologiques du Ministère des Richesses Naturelles.

Numéro de station : 042103		050427		072201			
Q	H	Q	H	Q	H	Q	H
130	93.04	60	95.05	125	53.25	1000	55.12
160	93.14	80	95.26	150	53.35	1150	55.19
200	93.26	100	95.42	175	53.44	1300	55.56
250	93.39	130	95.60	200	53.52	1500	55.83
300	93.52	160	95.74	250	53.67	1750	56.16
400	93.75	200	95.87	300	53.81	2000	56.47
500	93.97	250	96.00	350	53.93	2250	56.77
600	94.18	300	96.13	400	54.05	2500	57.06
800	94.59	400	96.39	450	54.16	3000	57.64
1000	94.99	500	96.65	500	54.26	3500	58.18
1300	95.53	600	96.9	600	54.46	4000	58.68
1600	95.94	800	97.41	700	54.63	4500	59.16
2000	96.42	1000	97.92	800	54.80	5000	59.61
2500	97.02	1300	98.68	900	54.96		
3000	97.61	1600	99.42				
		2000	100.34				

Numéro de station :		080101		080701		080718	
Q	H	Q	H	Q	H	Q	H
1300	61.17	17500	80.64	13000	85.22		
1600	61.52	20000	81.24	16000	86.12		
2000	61.94	22500	81.8	20000	87.23		
2500	62.41	25000	82.31	25000	88.53		
3000	62.83	30000	83.26	30000	89.77		
4000	63.59	35000	84.11	40000	92.09		
5000	64.31	40000	84.91	50000	94.12		
6000	65.02	45000	85.65	60000	95.88		
8000	66.4	50000	86.37				
10000	67.61	60000	87.7				
13000	68.97	70000	88.9				
		80000	90.03				
		90000	91.03				
		100000	91.95				
		115000	93.22				

Numéro de station :		080809		090606		090607	
Q	H	Q	H	Q	H	Q	H
3500	92.2	500	89.48	1000	89.66		
4000	92.52	600	89.66	1150	89.87		
4500	92.82	800	89.91	1300	90.06		
5000	93.12	1000	90.12	1500	90.31		
6000	93.66	1300	90.39	1750	90.6		
7000	94.10	1600	90.63	2000	90.89		
8000	94.48	2000	90.9	2250	91.16		
9000	94.79	2500	91.16	2500	91.42		
10000	95.07	3000	91.39	3000	91.89		
11500	95.44	4000	91.84	3500	92.31		
13000	95.78	5000	92.29	4000	92.69		
15000	96.21	6000	92.73	4500	93.04		
17500	96.75			5000	93.37		
20000	97.24			6000	93.98		
22500	97.73			7000	94.55		
25000	98.2			8000	95.08		

Numéro de station : 092722		093808				103714	
Q	H	Q	H	Q	H	Q	H
7000	95.65	2250	84.79	9000	87.94	7000	90.81
8000	96.15	2500	84.96	10000	88.29	8000	91.14
9000	96.62	3000	85.26	11500	88.78	9000	91.43
10000	97.08	3500	85.54	13000	89.24	10000	91.71
11500	97.72	4000	85.81	15000	89.80	11500	92.08
13000	98.31	4500	86.06	17500	90.44	13000	92.43
15000	99.06	5000	86.3	20000	91.04	15000	92.84
17500	99.92	6000	86.74	22500	91.58	17500	93.23
20000	100.71	7000	87.17	25000	92.1	20000	93.7
22500	101.45	8000	87.56	30000	93.05	22500	94.07
						25000	94.41
						30000	95.02
						35000	95.52
						40000	96.08
						45000	96.54

Numéro de station : 103801				104401			
Q	H	Q	H	Q	H	Q	H
300	97.1	1300	98.64	350	93.41	2500	96.3
350	97.15	1500	98.83	400	93.55	3000	96.69
400	97.27	1750	99.04	450	93.69	3500	97.03
450	97.39	2000	99.23	500	93.81	4000	97.35
500	97.51	2250	99.41	600	94.03	4500	97.64
600	97.71	2500	99.57	700	94.23	5000	97.91
700	97.89	3000	99.86	800	94.41	6000	98.39
800	98.04	3500	100.12	900	94.57	7000	98.83
900	98.18	4000	100.36	1000	94.72	8000	99.24
1000	98.31	4500	100.58	1150	94.93	9000	99.63
1150	98.48			1300	95.13	10000	100.01
				1500	95.36	11500	100.57
				1750	95.63	13000	101.13
				2000	95.87	15000	101.85
				2250	96.09		

BIBLIOGRAPHIE

- (1) BEVINGTON, P.R. (1969). Data reduction and error analysis for the physical sciences. Etats-Unis, McGraw-Hill Book Company. 336 p.
- (2) CHEBOTAREV, N.P. (1966). Theory of Stream Runoff. Israël Program for Scientific Translations, Jerusalem. 464 p.
- (3) CHOW, Ven Te. (1959). Open-Channel Hydraulics. New York, McGraw-Hill Company. 680 p.
- (4) FORTIN, J.P., CHARBONNEAU, R., LEFEVRE, J., GIRARD, G. (1971). Proposition et analyse de quelques critères adimensionnels d'optimisation. Symposium international sur les modèles mathématiques en hydrologie de l'AIHS, Varsovie, 26-31 juillet.
- (5) GRAY, D.M., ed. (1972). Principes d'hydrologie. Ottawa, publication du secrétariat, Comité national canadien de la décennie hydrologique internationale. 1,363 p.
- (6) GROVER, N.T. and HARRINGTON, A.W. (1966). Stream Flow. New York, Dover Publications Inc. 363 p.
- (7) LECLERC, A. (1971). Hydrologie de l'ingénieur. Notes de cours 1.322. Ecole Polytechnique de l'Université de Montréal. 149 p.
- (8) LINSLEY, R.K., KOHLER, M.A., PAULHUS, J.L.H. (1949). Applied Hydrology. New York, McGraw-Hill Company. 687 p.
- (9) McCUEN, R.H., SNYDER, W. (1975). A proposed index for comparing hydrographs. Water Resources Research, 11(6): 1021-1024.

- (10) QUEBEC. MINISTERE DES RICHESSES NATURELLES. (1968). Annuaire Hydrologique. Gouvernement du Québec, Ministère des Richesses naturelles. Service de l'hydrométrie. 419 p.
- (11) QUEBEC. MINISTERE DES RICHESSES NATURELLES. (1969). Annuaire Hydrologique. Gouvernement du Québec, Ministère des Richesses naturelles. Service de l'hydrométrie. 411 p.
- (12) QUEBEC. MINISTERE DES RICHESSES NATURELLES. (1970). Annuaire Hydrologique. Gouvernement du Québec, Ministère des Richesses naturelles. Service de l'hydrométrie. 409 p.
- (13) QUEBEC. MINISTERE DES RICHESSES NATURELLES. (1971). Annuaire Hydrologique. Gouvernement du Québec, Ministère des Richesses naturelles. Service de l'hydrométrie. 413 p.
- (14) QUEBEC. MINISTERE DES RICHESSES NATURELLES. (1972). Annuaire Hydrologique. Gouvernement du Québec, Ministère des Richesses naturelles. Service de l'hydrométrie. 334 p.
- (15) REMENIERAS, G. (1965). L'hydrologie de l'ingénieur. Collection du centre de recherches et d'essais de Chatou. Paris, Eyrolles. 456 p.
- (16) SOKOLOVSKII, D.L. (1971). River Runoff, Theory and Analysis. Traduit du Russe. Publié par Israël Program for Scientific Translations pour Environmental Science Service Administration, U.S. Department of Commerce et The National Science Foundation, 3e édition. 497 p.
- (17) STATISTICAL METHODS IN HYDROLOGY. (1966). Proceeding of hydrology symposium No 5. Publié par Inland Waters Branch, Dept of Energy, Mines and Resources of Canada. Queen's Printer and Controller of Stationery, Ottawa. 424 p.
- (18) SOUTHWORTH, R.W., DELEEuw, S.L. (1965). Digital Computation and Numerical Methods. New York, McGraw-Hill Book Company. 508 p.

- (19) THEORET, R. (1968). Ajustement mathématique d'une courbe de tarage par juxtaposition de cubiques. Ministère des Richesses naturelles, Québec. 26 p.
- (20) VILLENEUVE, J.P. et al. (1971). Rationalisation du Réseau Hydrométrique du Québec. INRS-Eau, Rapport scientifique No 1. 368 p., 6 annexes, 1 résumé. (Pour le Ministère de l'Environnement, Canada).