

**LOGICIEL AUX ÉLÉMENTS FINIS H2D2 :
VALIDATION DE LA FORMULATION DES
ÉQUATIONS DE SAINT-VENANT**

Rapport de recherche R-1023

Septembre 2008

**LOGICIEL AUX ÉLÉMENTS FINIS H2D2 :
VALIDATION DE LA FORMULATION DES ÉQUATIONS DE SAINT-VENANT**

par

Pascal MATTE
Yves SECRETAN

Institut national de la recherche scientifique, INRS-ETE
Québec (Québec), Canada
G1K 9A9

Rapport de recherche N° R-1023

Septembre 2008

ISBN : 978-2-89146-570-0

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX	V
LISTE DES FIGURES	VII
1. INTRODUCTION	1
2. COMPARAISON DE MÉTHODES DIRECTES DE RÉOLUTION POUR LE LOGICIEL HYDRODYNAMIQUE H2D2	3
2.1. Description des méthodes de résolution directes utilisées.....	3
2.1.1. Résolution d'une matrice stockée par « ligne de ciel » résidant en mémoire : méthode <i>ldu_memory</i>	3
2.1.1.1. Méthode de stockage « ligne de ciel »	3
2.1.2. Résolution matricielle à l'aide d'un solveur MORSE avec stockage partiel sur le disque : <i>méthode ldu_disk</i>	4
2.1.2.1. Méthode de stockage MORSE	4
2.1.3. Résolution matricielle à l'aide d'un solveur MORSE lié à une librairie externe : méthode <i>mkl_pardiso</i>	4
2.2. Comparaison des méthodes directes de résolution	5
2.2.1. Étude du coût initial des méthodes	5
2.2.1.1. Protocole d'analyse	5
2.2.1.2. Résultats	5
2.2.2. Étude de la performance relative des méthodes en fonction des caractéristiques du maillage et de <i>la machine utilisée</i>	7
2.2.2.1. Protocole d'analyse	7
2.2.2.2. Résultats	8
2.3. Conclusion	13
3. COMPARAISON DES CRITÈRES D'ARRÊTS DE L'ALGORITHME DE RÉOLUTION DANS H2D2 ET HYDROSIM	15
3.1. Méthode de résolution	15
3.2. Critères d'arrêt	17
3.2.1. Critère de convergence numérique	17
3.2.1.1. Hydrosim	17
3.2.1.2. H2D2	17
3.2.2. Critère d'arrêt utilisateur	18
3.2.2.1. Hydrosim	18
3.2.2.2. H2D2	18
3.2.3. Critère sur le limiteur de l'incrément de solution	19
3.3. Exemples d'affichage des normes en cours de résolution	20
3.4. Comportement des normes en cours de résolution	22
3.5. Convergence et précision de la solution	22
4. VALIDATION DES RÉSULTATS DE SIMULATION DE H2D2 PAR COMPARAISON AVEC HYDROSIM	23
4.1. Caractéristiques du terrain	23
4.2. Résultats de simulation en fonction du débit	25
4.2.1. Protocole d'analyse	25
4.2.2. Résultats	28
4.2.3. Discussion	32
4.3. Profils en long en zones de découvrement	33
4.3.1. Zone amont	33
4.3.2. Îlot	34
4.3.3. Zone aval	35

4.3.4. Discussion.....	36
5. CONCLUSION	37
6. BIBLIOGRAPHIE.....	39

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 – Nombre de nœuds et d’éléments (T3) en fonction de la dimension du maillage (petits systèmes).....	5
Tableau 2 – Nombre de nœuds et d’éléments (T3) en fonction de la dimension du maillage (grands systèmes).....	7
Tableau 3 – Nombre de nœuds et d’éléments (T6L) en fonction de la dimension du maillage (grands systèmes).....	8
Tableau 4 – Comparaison des propriétés globales dans Hydrosim et H2D2.....	26
Tableau 5 – Conditions limites en niveau pour des scénarios de crue, débit intermédiaire et étiage.....	26
Tableau 6 – Condition initiale en niveau pour les scénarios de crue, débit intermédiaire et étiage.....	27
Tableau 7 – Comparaison des critères de convergence numérique dans Hydrosim et H2D2.....	27
Tableau 8 – Comparaison des limiteurs dans Hydrosim et H2D2.....	27
Tableau 9 – Résultats obtenus en période de crue.....	28
Tableau 10 – Résultats obtenus en période de débit intermédiaire.....	28
Tableau 11 – Résultats obtenus en période d’étiage.....	28

LISTE DES FIGURES

Figure 1 – Temps de résolution en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage (petits système)	6
Figure 2 – Temps de résolution en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage (petits systèmes, échelle logarithmique)	6
Figure 3 – Temps de résolution en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage (grands systèmes).....	9
Figure 4 – Temps de résolution en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage (grands systèmes, échelle logarithmique).....	9
Figure 5 – Allocation maximale de la mémoire en cours de résolution en fonction du nombre d'éléments du maillage	11
Figure 6 – Temps de résolution en fonction du nombre et du type d'éléments du maillage	12
Figure 7 – Domaine d'utilisation optimale de chaque méthode directe de résolution.....	14
Figure 8 – Algorithme de résolution par GMRES non-linéaire avec critères d'arrêt de H2D2	16
Figure 9 – Exemple d'affichage des normes en cours de résolution pour Hydrosim	20
Figure 10 – Exemple d'affichage des normes en cours de résolution pour H2D2	21
Figure 11 – Maillage couvrant la portion étudiée de la rivière à la Truite	23
Figure 12 – Topographie de la rivière à la Truite	24
Figure 13 – Frottement du substrat de la rivière à la Truite.....	24
Figure 14 – Simulation des vitesses d'écoulement en période de crue avec : a) Hydrosim; b) H2D2 – Version Mourad Heniche; c) H2D2 – Version Yves Secretan.	29
Figure 15 – Simulation des vitesses d'écoulement en période de débit intermédiaire avec : a) Hydrosim; b) H2D2 – Version Mourad Heniche; c) H2D2 – Version Yves Secretan.	30
Figure 16 - Simulation des vitesses d'écoulement en période d'étiage avec : a) Hydrosim; b) H2D2 – Version Mourad Heniche; c) H2D2 – Version Yves Secretan.	31
Figure 17 – Module de la vitesse le long du profil - Zone amont.....	33
Figure 18 – Module de la vitesse le long du profil - Îlot	34
Figure 19 – Module de la vitesse le long du profil - Zone aval	35

1. Introduction

Le logiciel hydrodynamique H2D2 (Secretan *et al.* 2005), successeur d'Hydrosim et de Dispersim, présente une nouvelle formulation éléments finis des équations de Saint-Venant, laquelle a été validée dans le cadre de ce travail. Le présent rapport expose dans un premier temps une comparaison de méthodes directes de résolution employées dans H2D2 pour solutionner les systèmes matriciels. Dans un deuxième temps, les critères d'arrêt utilisés dans H2D2 sont comparés à ceux d'Hydrosim. En dernier lieu, une comparaison des résultats de simulation d'Hydrosim et de H2D2 a été réalisée sur une portion de la rivière à la Truite en situation de crue, de débit intermédiaire et d'étiage.

2. Comparaison de méthodes directes de résolution pour le logiciel hydrodynamique H2D2

Une comparaison a été réalisée entre différentes méthodes directes de résolution (de type élimination de Gauss) employées dans H2D2 pour solutionner les systèmes matriciels. Le but est de déterminer le comportement et les limites de chaque méthode, en fonction des ordinateurs utilisés et des caractéristiques du maillage. Le texte qui suit présente une description des méthodes de résolution directes utilisées, suivie d'une comparaison des méthodes.

2.1. Description des méthodes de résolution directes utilisées

2.1.1. Résolution d'une matrice stockée par « ligne de ciel » résidant en mémoire : méthode `ldu_memory`

La première méthode directe de résolution utilisée se nomme *ldu_memory*. Elle est basée sur un stockage « ligne de ciel » (Dhatt *et al.*, 2005). La résolution du système matriciel – comprenant l'assemblage, la réorganisation et la factorisation de la matrice – s'effectue uniquement en mémoire. Théoriquement, le stockage en mémoire augmente de façon quadratique avec la dimension du système. Dhatt *et al.* (2005) présentent un algorithme de résolution permettant d'éviter les opérations portant sur les termes nuls de la matrice $[K]$ extérieurs à la ligne de ciel; une version simplifiée de cet algorithme est également présentée dans le cas d'un système symétrique.

2.1.1.1. Méthode de stockage « ligne de ciel »

La méthode de stockage « ligne de ciel » (ou SKYLINE) consiste à stocker les termes d'une matrice $[K]$ par lignes et colonnes de longueurs variables. Pour le cas général d'une matrice non symétrique, les termes du triangle supérieur de la matrice $[K]$ sont stockés dans une première matrice, organisés par colonnes descendantes (sans les termes diagonaux); les termes diagonaux sont stockés dans une seconde matrice; et les termes du triangle inférieur de la matrice $[K]$ sont stockés dans une troisième matrice, organisés par lignes de gauche à droite (sans les termes diagonaux). La « ligne de ciel » se trouve à être l'enveloppe des sommets des colonnes de hauteurs

variables. Les termes nuls situés à l'extérieur des enveloppes supérieure et inférieure ne sont pas stockés parce qu'ils restent nuls lors de la factorisation (Dhatt *et al.*, 2005).

2.1.2. Résolution matricielle à l'aide d'un solveur MORSE avec stockage partiel sur le disque : méthode `ldu_disk`

La seconde méthode directe de résolution utilisée se nomme *ldu_disk*. Elle est basée sur un stockage MORSE (Dhatt *et al.*, 2005). La résolution du système matriciel se fait en mémoire sur la partie active de la matrice. Les lignes résolues sont stockées sur le disque. Le stockage sur le disque de la matrice factorisée permet de libérer de la mémoire en cours de résolution. Des problèmes de grande taille peuvent ainsi être traités sur des machines de capacités relativement réduites, tout en maintenant une performance adéquate.

2.1.2.1. Méthode de stockage MORSE

La technique de stockage MORSE (ou *sparse*) consiste à ne stocker que les termes non nuls des matrices, permettant une meilleure utilisation des capacités de stockage en mémoire (Dhatt *et al.*, 2005).

2.1.3. Résolution matricielle à l'aide d'un solveur MORSE lié à une librairie externe : méthode `mkl_pardiso`

La troisième méthode directe de résolution utilisée se nomme *mkl_pardiso*. Ce solveur, tiré du Intel Math Kernel Library, est également basée sur un stockage MORSE. Ce solveur exploite la structure d'une matrice de façon à améliorer la performance des opérations. La résolution du système matriciel se fait entièrement en mémoire, de façon très optimisée.

2.2. Comparaison des méthodes directes de résolution

2.2.1. Étude du coût initial des méthodes

Les trois méthodes directes de résolution étudiées présentent des coûts initiaux, en termes de temps de résolution, qui varient selon la méthode en fonction de la complexité du stockage. Ces coûts initiaux peuvent être évalués avec des systèmes matriciels de petite dimension, le temps de résolution pour de tels systèmes n'étant pas affecté par la performance des machines.

2.2.1.1. Protocole d'analyse

Des tests ont été réalisés, pour chacune des méthodes, sur des maillages carrés de dimension variant de 10x10 à 150x150. Des éléments triangulaires linéaires (T3) à trois degrés de liberté (Dhatt *et al.*, 2005) ont été utilisés pour un cas simple de diffusion (écoulement de type piscine avec vitesses nulles en x et en y, dispersion constante, conditions limites de type Dirichlet). Le Tableau 1 présente les nombres de nœuds et d'éléments T3 associés à chacune des dimensions testées du maillage.

Tableau 1 – Nombre de nœuds et d'éléments (T3) en fonction de la dimension du maillage (petits systèmes)

Dimension du maillage	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments
10 x 10	121	200
30 x 30	961	1 800
50 x 50	2 601	5 000
70 x 70	5 041	9 800
90 x 90	8 281	16 200
110 x 110	12 321	24 200
130 x 130	17 161	33 800
150 x 150	22 801	45 000

2.2.1.2. Résultats

Les Figure 1 et Figure 2 présentent les temps de résolution obtenus en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage, pour chacune des méthodes. On constate que le coût initial en temps de résolution est plus élevé pour la méthode *mkl_pardiso*. Cette dernière devient toutefois avantageuse par rapport à la méthode *ldu_disk* pour des systèmes matriciels de dimension supé-

rieure à environ 11 000 éléments. La méthode *ldu_memory* présente, quant à elle, les coûts initiaux en temps de résolution les plus bas, jusqu'à des systèmes d'environ 37 000 éléments, où *mkl_pardiso* devient plus efficace.

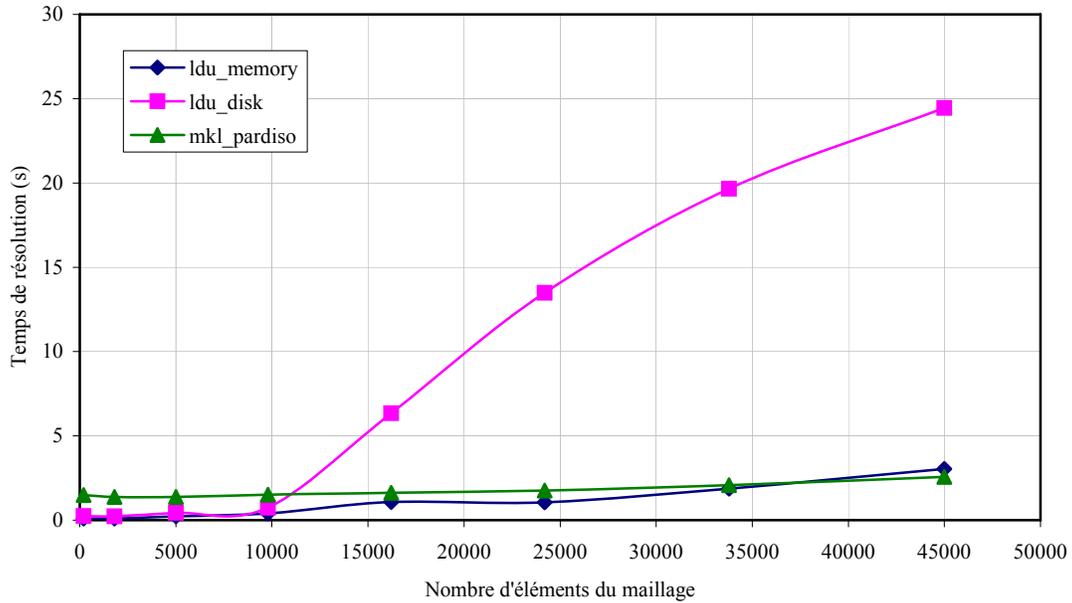


Figure 1 – Temps de résolution en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage (petits système)

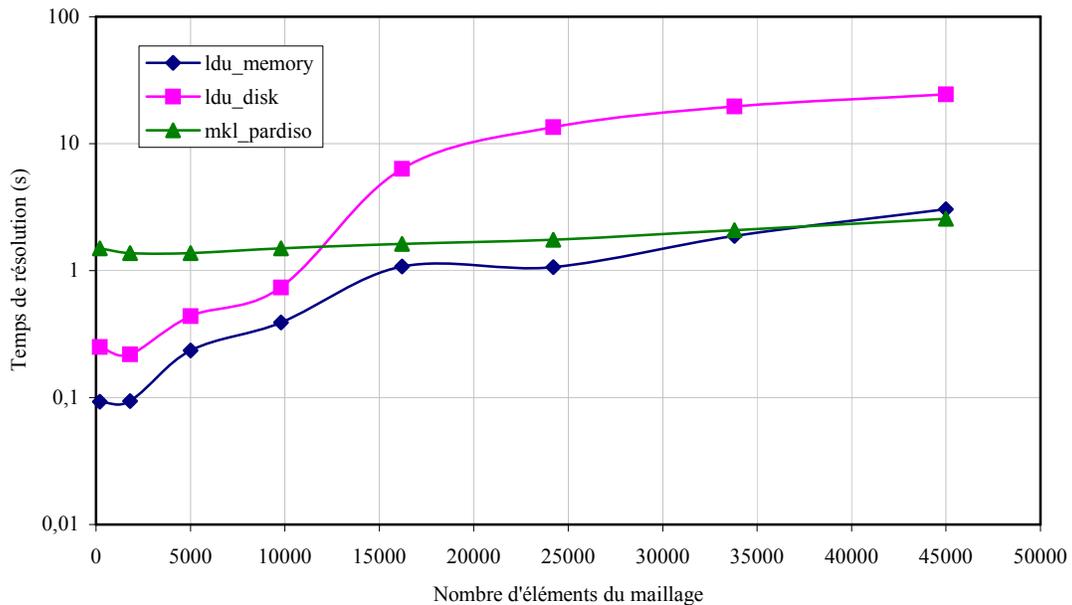


Figure 2 – Temps de résolution en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage (petits systèmes, échelle logarithmique)

2.2.2. Étude de la performance relative des méthodes en fonction des caractéristiques du maillage et de la machine utilisée

Les méthodes de résolution *ldu_memory* et *mkl_pardiso* travaillent entièrement en mémoire, alors que la méthode *ldu_disk* divise son travail à la fois en mémoire et sur le disque. On s'attend donc à ce que, pour des systèmes matriciels de grande taille, ces méthodes atteignent à un moment ou à un autre les limites (en mémoire ou en espace disque) de la machine utilisée. La performance de résolution des méthodes dépend également du type de problème considéré, qui joue sur le nombre de valeurs non nulles dans la matrice, et du type d'éléments qui composent le maillage.

2.2.2.1. Protocole d'analyse

Des tests ont été réalisés sur des maillages carrés de dimension variant de 100x100 à 700x700, pour chacune des méthodes, afin d'évaluer leurs limites et leur efficacité relative. Des éléments triangulaires linéaires (T3) à trois degrés de liberté (Dhatt *et al.*, 2005) ont été utilisés pour un cas simple de diffusion (écoulement de type piscine avec vitesses nulles en x et en y, dispersion constante, conditions limites de type Dirichlet). Le Tableau 2 présente les nombres de nœuds et d'éléments T3 associés à chacune des dimensions testées du maillage.

Tableau 2 – Nombre de nœuds et d'éléments (T3) en fonction de la dimension du maillage (grands systèmes)

Dimension du maillage	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments
100 x 100	10 201	20 000
200 x 200	40 401	80 000
250 x 250*	63 001	125 000
300 x 300	90 601	180 000
350 x 350*	123 201	245 000
400 x 400	160 801	320 000
500 x 500	251 001	500 000
600 x 600	361 201	720 000
700 x 700	491 401	980 000

* Les dimensions 250x250 et 350x350 n'ont été testées qu'avec la méthode *ldu_memory* afin de raffiner les résultats

Les tests ont d'abord été réalisés sur une machine (nommée *pikauba*) munie d'un processeur de 2,4 GHz, d'un espace disque disponible de 9,4 Go et de 512 Mo de RAM. Les tests ont ensuite été répétés sur une machine (nommée *kipawa*) munie d'un processeur de 3,4 GHz, d'un espace

disque disponible de 101 Go et de 2 Go de RAM. Une comparaison des performances de résolution entre les machines a été réalisée pour chacune des méthodes.

Des tests similaires ont également été réalisés à partir d'éléments triangulaires quadratiques de type Lagrange (T6L) à six degrés de liberté (Dhatt *et al.*, 2005) pour un cas simple de résolution de l'équation de continuité (écoulement avec vitesses exponentielles en x et en y, conditions limites de type Dirichlet). Ces tests ont été réalisés sur *kipawa* avec la méthode de résolution *mkl_pardiso*, sur des maillages carrés de dimension variant de 25x25 à 220x220. Une comparaison a été effectuée entre les temps de résolution obtenus pour des éléments T6L et ceux obtenus pour des éléments T3. Le Tableau 3 présente les nombres de nœuds et d'éléments T6L associés à chacune des dimensions testées du maillage.

Tableau 3 – Nombre de nœuds et d'éléments (T6L) en fonction de la dimension du maillage (grands systèmes)

Dimension du maillage	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments
25 x 25	2 601	1 250
50 x 50	10 201	5 000
75 x 75	22 801	11 250
100 x 100	40 401	20 000
125 x 125	63 001	31 250
150 x 150	90 601	45 000
175 x 175	123 201	61 250
200 x 200	160 801	80 000
210 x 210	177 241	88 200
220 x 220	194 481	96 800

2.2.2.2. Résultats

Les Figure 3 et Figure 4 présentent les temps de résolution obtenus en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage, pour chacune des méthodes. Les résultats obtenus sur *pikauba* et *kipawa* sont présentés.

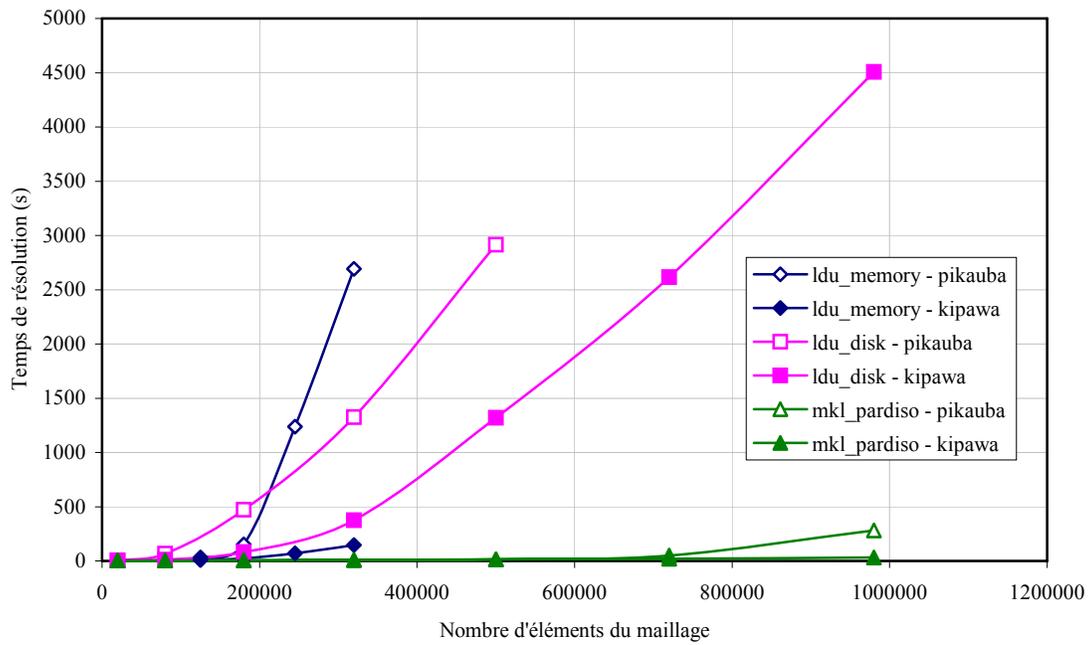


Figure 3 – Temps de résolution en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage (grands systèmes)

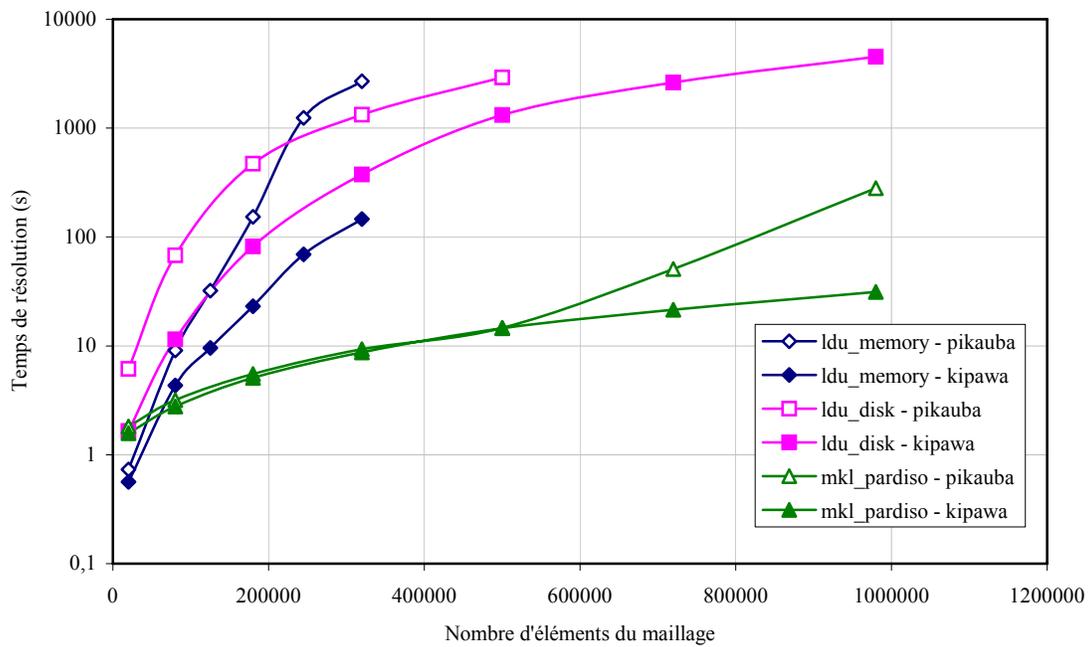


Figure 4 – Temps de résolution en fonction du nombre d'éléments (T3) du maillage (grands systèmes, échelle logarithmique)

De façon générale, un ralentissement des vitesses de résolution est observé au fur et à mesure qu'augmente la taille du système matriciel et qu'on s'approche des limites physiques de la machine. On constate, par exemple, que la méthode *ldu_memory* atteint la limite en mémoire des deux machines pour des maillages de dimension 400x400. Les temps de résolution sur *kipawa* sont cependant très inférieurs à ceux sur *pikauba* pour cette méthode, la mémoire physique sur *kipawa* étant environ 4 fois supérieure à celle de *pikauba* (2 Go contre 512 Mo, respectivement). Sur *pikauba*, la méthode *ldu_memory* perd de son efficacité par rapport à *ldu_disk* pour des maillages de dimension supérieure à 325x325, alors que sur *kipawa* les temps de résolutions pour *ldu_memory* sont toujours inférieurs à ceux de *ldu_disk*. On peut par ailleurs établir un lien entre le rapport des temps de résolution sur *kipawa* et *pikauba* et le rapport des vitesses de leur processeur respectif. Pour une dimension matricielle de 100x100, on trouve par exemple (*kipawa/pikauba*) : $0,734s/0,562s = 1,31$ et $3,4GHz/2,4GHz = 1,42$. Cette comparaison n'est toutefois plus valide pour des maillages plus importants, puisque le travail en mémoire s'alourdit et ralentit le processus.

En ce qui a trait à la méthode *ldu_disk*, on remarque que les temps de résolution augmentent rapidement avec la dimension du maillage. En effet, l'écriture sur le disque ralentit considérablement les calculs et surcharge le disque. Sur *pikauba*, l'espace disque disponible de 9,4 Go est rapidement comblé et limite la méthode à des systèmes de dimension 600x600. Sur *kipawa*, la méthode *ldu_disk* parvient à résoudre des systèmes de 700x700 sans problème, son espace disque étant bien supérieur à celui de *pikauba*. La lenteur du processus se fait cependant sentir pour de gros systèmes matriciels. De plus, puisque cette méthode de résolution dépend à la fois de l'espace disque et de la mémoire physique de la machine, cette dernière composante peut en partie expliquer les temps de calcul inférieur sur *kipawa* que sur *pikauba*, à dimension donnée.

De son côté, la méthode *mkl_pardiso* s'avère plus performante que les deux autres méthodes, pour des maillages de grande taille. Ses temps de résolution sont considérablement plus faibles et semblent indépendants de la machine utilisée, jusqu'à des maillages de dimension 500x500. Dépassé cette taille, on semble peu à peu s'approcher des limites en mémoire de *pikauba*, les temps de résolution augmentant par rapport à *kipawa*.

La Figure 5 présente pour chaque méthode l'allocation maximale de la mémoire par H2D2 en cours de résolution, en fonction du nombre d'éléments du maillage. À noter que la méthode *mkl_pardiso* effectue une allocation supplémentaire de mémoire à l'extérieur de H2D2 (pas présentée sur la figure), qui vient s'ajouter à l'allocation faite par H2D2. Les résultats de la Figure 5 correspondent aux tests effectués précédemment, dont les résultats sont présentés aux Figure 3 et Figure 4.

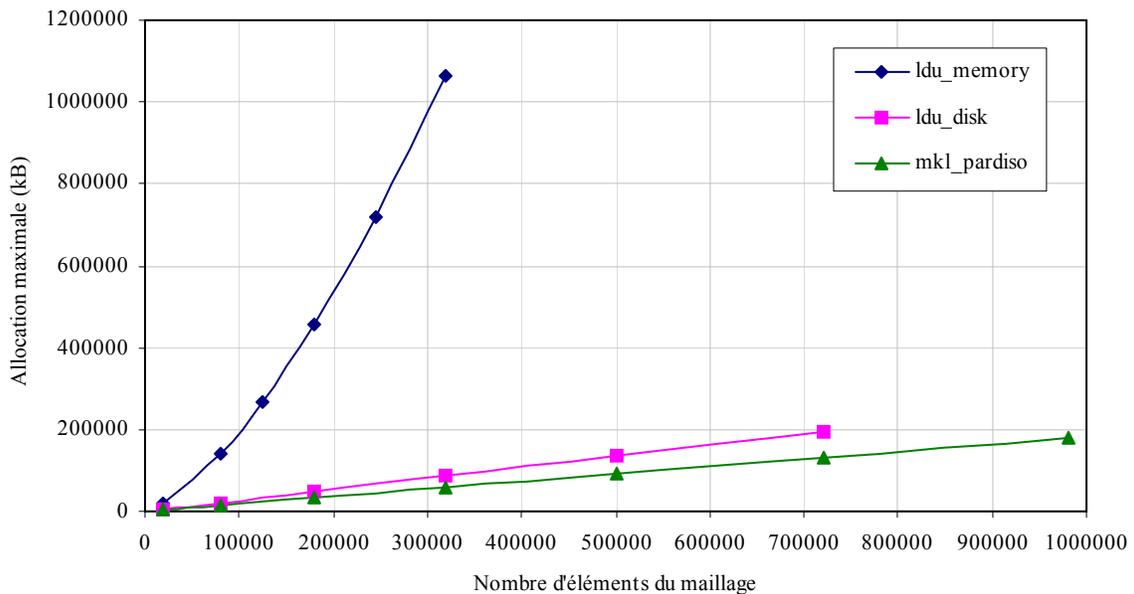


Figure 5 – Allocation maximale de la mémoire en cours de résolution en fonction du nombre d'éléments du maillage

On remarque que l'allocation maximale de la mémoire est beaucoup plus importante pour *ldu_memory* que pour *ldu_disk* et *mkl_pardiso* et croît rapidement avec le nombre d'éléments du maillage. Cela est dû au fait que *ldu_memory* travaille uniquement en mémoire, alors que *ldu_disk* exploite, en plus de la mémoire, l'espace disque disponible. Les courbes d'allocation maximale pour *ldu_disk* et *mkl_pardiso* sont linéaires en fonction du nombre d'éléments. La pente de *mkl_pardiso* est toutefois plus faible que celle de *ldu_disk*, mais on s'attend à ce qu'elle s'en approche davantage ou la dépasse légèrement si on ajoute la portion d'allocation effectuée à l'extérieur de H2D2. Cette faible pente peut néanmoins expliquer les meilleures performances de *mkl_pardiso* par rapport aux autres méthodes, en termes de temps de résolution. La pente de la

courbe de *ldu_memory*, calculée sur les trois derniers points, est égale à 14,33, alors que celles des courbes de *ldu_disk* et *mkl_pardiso* sont de 0,27 et 0,18 respectivement.

La Figure 6 présente les temps de résolution obtenus en fonction du nombre et du type d'éléments (T3 et T6L) du maillage, pour la méthode *mkl_pardiso*. Les résultats pour les éléments T3 ont été repris de la Figure 3.

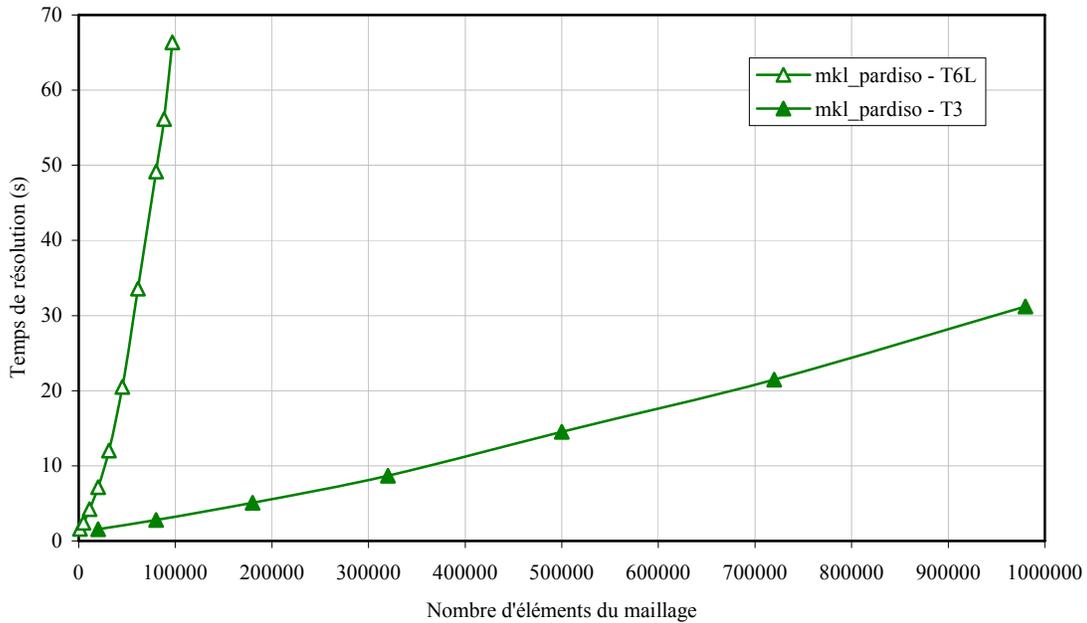


Figure 6 – Temps de résolution en fonction du nombre et du type d'éléments du maillage

On remarque une différence significative entre les temps de résolution pour un maillage composé d'éléments T3 et ceux pour un maillage composé d'éléments T6L. En effet, pour un maillage de dimensions $n \times n$, le nombre de nœuds associé aux éléments T3 est égal à $(n + 1)^2$, alors qu'il est de $(2n + 1)^2$ pour les éléments T6L, soit près de 4 fois supérieur à celui pour les éléments T3 (si $n \gg 1$). On atteint donc rapidement les limites en mémoire de la machine avec des éléments T6L, soit avec des maillages de 220x220 dans le cas présent.

La complexité du problème entre également en ligne de compte, bien que de façon moins importante. Si, par exemple, on passait d'un cas simple de diffusion à un cas de convection-diffusion,

les temps de résolution augmenteraient sensiblement, puisque le nombre d'éléments non-nuls à traiter augmenterait.

2.3. Conclusion

Une comparaison a été réalisée entre trois méthodes directes de résolution employées dans H2D2 pour solutionner des systèmes matriciels de taille variable, afin de déterminer le comportement et les limites de chaque méthode et des machines utilisées. Il a été démontré que la méthode *ldu_memory* était efficace pour des maillages de petite taille et que son efficacité était directement liée à la mémoire physique de l'ordinateur utilisé. La méthode *ldu_disk*, quant à elle, a montré sa capacité à résoudre de grands systèmes matriciels, atteignant toutefois les limites du disque en le saturant. De son côté, *mkl_pardiso*, bien que son coût initial ait été supérieur aux autres méthodes, a présenté une efficacité de calcul très bonne, surpassant les autres méthodes pour des systèmes de taille moyenne à grande. De plus, son rendement a semblé indépendant de la machine utilisée, sur presque tout l'intervalle analysé. Il a finalement été démontré que le type d'éléments composant le maillage joue un rôle sur les performances des méthodes. Dans l'ensemble, cette comparaison a permis d'établir des zones d'utilisation optimales pour chacune des méthodes en fonction des limitations du système. La Figure 7 en présente un résumé.

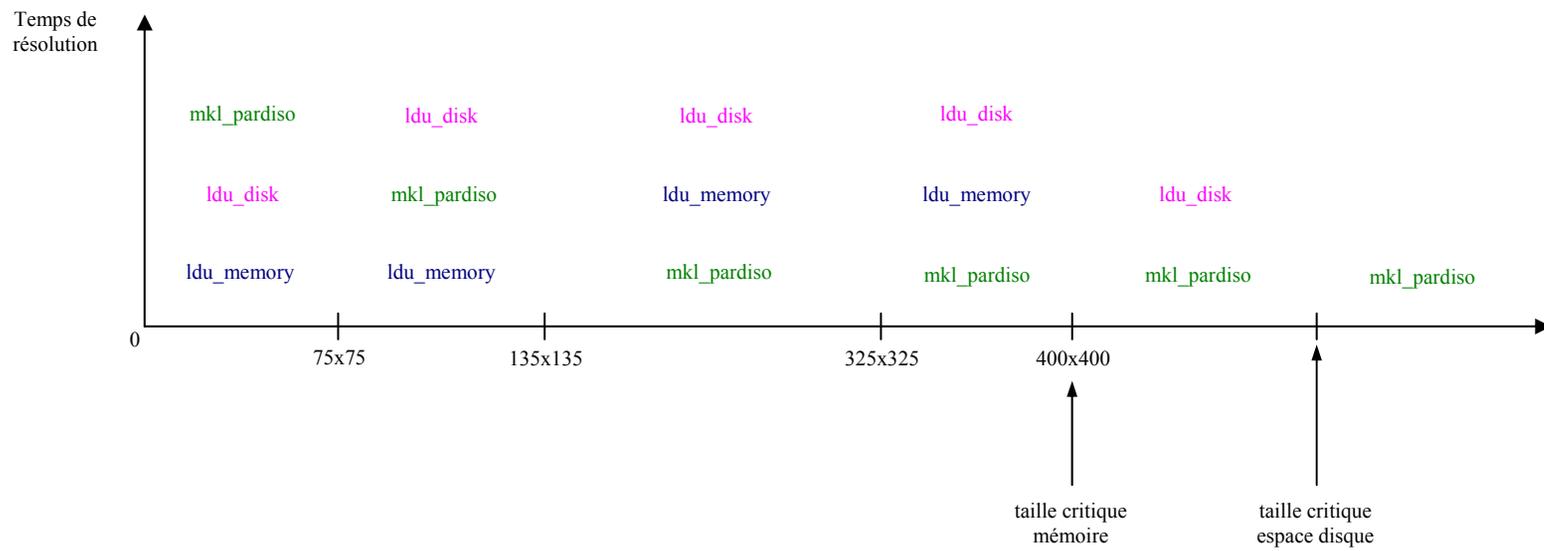


Figure 7 – Domaine d'utilisation optimale de chaque méthode directe de résolution

3. Comparaison des critères d'arrêts de l'algorithme de résolution dans H2D2 et Hydrosim

Les schémas de résolutions GMRES de H2D2 et d'Hydrosim sont constitués de trois boucles imbriquées : on trouve d'abord une boucle sur les itérations, imbriquée dans une boucle sur les redémarrages, elle-même imbriquée dans une boucle sur les préconditionnements. À chacune de ces boucles est associé un critère d'arrêt qui force une sortie de la boucle lorsque atteint. Le texte qui suit documente les différents critères d'arrêt utilisés dans H2D2 en les comparant à ceux d'Hydrosim.

3.1. Méthode de résolution

Dans H2D2 et Hydrosim, une méthode de résolution itérative de type GMRES non linéaire (Saad et Schultz, 1986; Secretan, 1992) est utilisée, selon un schéma de « Newton-Inexact » avec préconditionnement, pour résoudre le système matriciel suivant pour u :

$$\{R(u)\} = \{f\} - [K(u)]\{u\} \quad (1)$$

où $\{R(u)\}$ est le vecteur des résidus que l'on cherche à minimiser, $[K(u)]$ est la matrice rigidité non symétrique et non linéaire, $\{u\}$ est le vecteur des degrés de liberté et $\{f\}$ est le vecteur des sollicitations externes. À chaque nœud du maillage sont associés trois degrés de liberté, q_x , q_y et h , soient les débits spécifiques en x et en y et le niveau d'eau, respectivement.

L'algorithme de résolution par GMRES non-linéaire dans Hydrosim est détaillé dans Heniche *et al.* (2000). Sensiblement la même structure est conservée dans H2D2 (voir Figure 8). On retrouve trois boucles, la première (boucle sur les préconditionnements) étant destinée au calcul de la matrice de préconditionnement, la seconde (boucle sur les redémarrages) à la mise à jour de la solution et la troisième (boucle sur les itérations) consacrée au calcul du sous-espace solution de type Krylov par la méthode GMRES proprement dite. H2D2 diffère toutefois d'Hydrosim dans la définition de ses critères d'arrêts.

Soit U_0 (solution initiale)

Do I1 = 1, NPREC (boucle sur les préconditionnements)

Calcul de la matrice de préconditionnement

Calcul de $R(u)$

Calcul de η (terme adaptatif de forçage)

Calcul de ε_{GMRES} (précision sur la norme de convergence de GMRES)

Do I2 = 1, NRDEM (boucle sur les redémarrages)

Do I3 = 1, NITER (boucle sur les itérations)

Calcul du sous espace solution

Arrêt si :

- $\|R_{GMRES}\|_{\infty} < \varepsilon_{GMRES}$ (critère de convergence numérique)

Calcul de ΔU (incrément de solution)

$U_i = U_{i-1} + \Delta U$ (mise à jour de la solution)

Arrêt si :

- la fonction *CA_CRIA_ESTSATISFAIT* du critère d'arrêt utilisateur retourne *TRUE*

OU

- $\|R_{GMRES}\|_{\infty} < \varepsilon_{GMRES}$

Calcul de ΔU global

Arrêt si :

- le critère d'arrêt de la boucle sur les redémarrages a été respecté

ET

- la fonction *CA_CRIA_ESTSATISFAIT* du critère d'arrêt utilisateur retourne *TRUE*

ET

- le limiteur sur l'incrément de solution n'a pas été atteint

Figure 8 – Algorithme de résolution par GMRES non-linéaire avec critères d'arrêt de H2D2

3.2. Critères d'arrêt

Dans H2D2, les critères d'arrêt de l'algorithme de résolution, tels que présentés à la Figure 8, sont basés sur le critère de convergence numérique de GMRES, sur le critère d'arrêt utilisateur et sur le limiteur de l'incrément de solution, selon la boucle.

3.2.1. Critère de convergence numérique

Le critère de convergence numérique de GMRES est basé sur une estimation de la norme infinie du résidu R_{GMRES} sur le préconditionnement en cours, laquelle est définie par :

$$\|R_{GMRES}\|_{\infty} = \max (|R_{GMRES}|) \quad (2)$$

La précision ε_{GMRES} sur cette norme est définie différemment dans Hydrosim et H2D2.

3.2.1.1. Hydrosim

Dans Hydrosim, le critère de convergence sur la norme $\|R_{GMRES}\|_{\infty}$ est fixé à une valeur constante de 10^{-14} , directement dans le code source, et s'exprime ainsi :

$$\|R_{GMRES}\|_{\infty} < 10^{-14} \quad (3)$$

3.2.1.2. H2D2

Dans H2D2, le critère sur la norme $\|R_{GMRES}\|_{\infty}$ peut être modifié par l'utilisateur au moyen des paramètres ε_0 , ε_{I1} et ε_{I2} . Le critère de convergence est alors défini suivant l'inéquation (4), en fonction de la valeur de ces paramètres, de celle du résidu initial ($R(u)$) et du terme adaptatif de forçage (η) tel que défini dans Eisenstat et Walker (1996) :

$$\|R_{GMRES}\|_{\infty} < \varepsilon_0 + (\varepsilon_{I1} + \varepsilon_{I2} * \eta) * R(u) \quad (4)$$

Les paramètres $R(u)$ et η sont recalculés à chaque préconditionnement.

3.2.2. Critère d'arrêt utilisateur

Le critère d'arrêt utilisateur donne la possibilité à l'utilisateur de forcer un arrêt des itérations lorsque des conditions qu'il a fixées au préalable ont été remplies (i.e. lorsque la fonction `CA_CRIA_ESTSATISFAIT` retourne `TRUE`). Ce critère est défini différemment dans Hydrosim et H2D2.

3.2.2.1. Hydrosim

Dans Hydrosim, il n'existe qu'un seul critère d'arrêt utilisateur, basé sur la norme infinie de l'incrément de solution ΔU . Il est défini par l'utilisateur au moyen de la variable `EPSDL` (Heniche *et al.*, 2000) :

$$\|\Delta U\|_{\infty} < EPSDL \quad (5)$$

où :

$$\|\Delta U\|_{\infty} = \max(|\Delta U|) \quad (6)$$

3.2.2.2. H2D2

Dans H2D2, l'utilisateur peut baser son critère d'arrêt sur la norme (infinie ou L2) de l'incrément ΔU d'un seul ou de tous les degrés de liberté, de même que sur une combinaison de critères d'arrêt. Cela s'effectue par un appel à la fonction de critère d'arrêt appropriée. Cinq fonctions de critère d'arrêt sont définies dans H2D2 :

- `cria_l2_allrel` : critère d'arrêt en norme L2, pour tous les degrés de liberté, pour un accroissement relatif;

- *cria_l2_1ddlrel* : critère d'arrêt en norme L2, pour un degré de liberté, pour un accroissement relatif;
- *cria_infinity_allrel* : critère d'arrêt en norme infinie, pour tous les degrés de liberté, pour un accroissement relatif;
- *cria_infinity_1ddlrel* : critère d'arrêt en norme infinie, pour un degré de liberté, pour un accroissement relatif;
- *cria_compose* : permet de composer deux critères d'arrêt avec une opération logique.

Ces critères d'arrêt sur les normes $\|\Delta U\|_\infty$ ou $\|\Delta U\|_{L2}$ sont définis par l'utilisateur au moyen des paramètres *rel* et *abs* :

$$\|\Delta U\|_{\infty \text{ ou } L2} < rel * |u| + abs \quad (7)$$

où *rel* est un critère relatif pondéré par le module du degré de liberté $|u|$ et *abs* est un critère absolu. Les normes $\|\Delta U\|_\infty$ et $\|\Delta U\|_{L2}$ sont définies par les équations (8) et (9), respectivement :

$$\|\Delta U\|_\infty = \max(|\Delta U|) \quad (8)$$

$$\|\Delta U\|_{L2} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_1^N (\Delta U)^2} \quad (9)$$

où ΔU est l'incrément de solution sur un ou tous les degrés de liberté et N est le nombre total de degrés de liberté.

3.2.3. Critère sur le limiteur de l'incrément de solution

Hydrosim et H2D2 ont tous deux la possibilité de limiter la mise à jour de la solution en imposant une limite absolue sur la valeur de l'incrément ΔU . Le limiteur n'intervient dans le processus de mise à jour de la solution que lorsque l'incrément ΔU devient supérieur au limiteur ΔU_{max} . Dans Hydrosim, les limiteurs associés à chaque type de degré de liberté sont contenus dans une table de réels suivant le bloc SOLV (Heniche *et al.*, 2000). Dans H2D2, c'est la fonction *limiter*

qui prend comme paramètre d'entrée les valeurs maximales de l'incrément de solution pour chaque degré de liberté. Typiquement, on impose des incréments maximums de 1,0 m²/s pour q_x et q_y et de 0,1 m pour h .

Le critère d'arrêt sur le limiteur de l'incrément de solution est toutefois propre à H2D2 seulement. Pour que ce critère soit rempli, il faut que les derniers incréments sur les degrés de liberté aient été inférieurs aux limiteurs correspondants. Cela permet de prévenir une convergence apparente liée à des limiteurs trop faibles forçant de trop petits incréments de solution.

3.3. Exemples d'affichage des normes en cours de résolution

La Figure 9 présente un exemple d'affichage des normes en cours de résolution pour une simulation lancée avec Hydrosim. Pour chaque redémarrage, le nombre d'itérations effectuées apparaît, suivi de la norme $\|AU\|_\infty$ calculée après la mise à jour de la solution, puis de la norme $\|R_{GMRES}\|_\infty$ calculée à la fin de la boucle sur les itérations. Une fois la convergence ou le nombre maximal d'itérations atteints, le nombre de préconditionnements, de redémarrages et d'itérations effectués à chaque boucle est affiché, de même que la norme $\|AU\|_\infty$ finale (du dernier redémarrage) et la norme $\|AU\|_{L2}$ globale, calculée à partir de la solution finale.

```

REDEM : 1 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 3.90975E+00 ; (GMRES)= 5.16355E-04
REDEM : 2 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 3.00139E+00 ; (GMRES)= 3.58316E-01
REDEM : 3 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 1.94344E+00 ; (GMRES)= 2.13160E-01
REDEM : 4 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 1.74912E+00 ; (GMRES)= 7.43132E-02
REDEM : 5 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 7.08699E-01 ; (GMRES)= 2.16227E-02
REDEM : 6 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 1.07060E-01 ; (GMRES)= 4.47290E-03
REDEM : 7 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 1.86823E-02 ; (GMRES)= 6.93609E-04
REDEM : 8 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 2.45185E-03 ; (GMRES)= 1.00879E-04
REDEM : 9 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 3.90455E-04 ; (GMRES)= 1.86427E-05
REDEM : 10 NB.ITER: 25 NORMES: (MAX)= 7.29582E-05 ; (GMRES)= 2.63535E-06

PRECONDITIONNEMENT NO.      (IPREC)=          1
REDEMARRAGE NO.             (IRDEM)=          10
ITERATION NO.               (ITER)=           25
NORME                        (XNORM)= 7.29582E-05
NORME L2                     = 3.49268E-07

```

Figure 9 – Exemple d'affichage des normes en cours de résolution pour Hydrosim

La Figure 10 présente un exemple d’affichage des normes en cours de résolution pour une simulation lancée avec H2D2. Seules les normes des deux premiers redémarrages sont présentées. Pour chaque préconditionnement apparaissent le résidu initial $R(u)$ et ε_{GMRES} , calculé à partir des paramètres $\varepsilon_0, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, R(u)$ et η . Pour chaque redémarrage apparaissent, sur une première ligne, le nombre d’itérations et les normes $\|AU\|_\infty$ et $\|R_{GMRES}\|_\infty$. Sur la seconde ligne apparaît le critère d’arrêt sur la norme $\|AU\|_\infty$ (ou $\|AU\|_{L2}$, selon le type de critère d’arrêt spécifié), suivi d’une valeur logique (T pour vrai, F pour faux) associée au respect ou au non-respect du critère d’arrêt fixé; la valeur affichée correspond au produit de $\|AU\|_\infty$ par la valeur du limiteur sur le degré de liberté concerné. Sur la troisième ligne apparaît la norme absolue du maximum de l’incrément de solution, limitée s’il y a lieu, suivie du degré de liberté et du nœud auxquels cette valeur correspond. Sur la quatrième ligne apparaît la norme $\|AU\|_{L2}$. À la sortie de la boucle sur les redémarrages apparaît le critère d’arrêt sur la norme $\|AU\|_\infty$ (ou $\|AU\|_{L2}$, selon le type de critère d’arrêt spécifié), calculée pour l’ensemble du préconditionnement, suivi d’une valeur logique associée au respect ou au non-respect du critère d’arrêt. À la fin de chaque préconditionnement apparaît, sur une première ligne, la norme absolue globale du maximum de l’incrément de solution pour l’ensemble des redémarrages, suivie du degré de liberté et du nœud auxquels cette valeur correspond. Enfin, la norme $\|AU\|_{L2}$ globale est affichée. De plus, à la fin de chaque simulation, quelques statistiques sont affichées (nombre de redémarrages et d’itérations, résidus initial et final, respect ou non des critères d’arrêt, temps de résolution), en plus des post-traitements.

```

GMRES PRECOND:      1
MSG_RESIDU_INITIAL  :  5.37504E-01
MSG_EPSGMR         :  5.47504E-03
RESTART:           1
  NB.ITER:    25  NORMES: (MAX)= 5.72527E-01 ; (GMRES)= 2.81918E-01
  MSG_NRM_MAX_GLB   :  1.14505E+01 /  1.00000E+00, MSG_OK = F
  MSG_DELTA_NORME_ABS_MAX = 5.72527E-01 ; DDL: ( 1,  9212)
  msg_delta_norme_l2*   = 1.57122E-05
RESTART:           2
  NB.ITER:    25  NORMES: (MAX)=-1.71882E-01 ; (GMRES)= 3.01975E-01
  MSG_NRM_MAX_GLB   :  3.43764E+00 /  1.00000E+00, MSG_OK = F
  MSG_DELTA_NORME_ABS_MAX = 1.71882E-01 ; DDL: ( 1,  4176)
  msg_delta_norme_l2*   = 4.42123E-06
MSG_NRM_MAX_GLB     :  1.44369E+01 /  1.00000E+00, MSG_OK = F

MSG_DELTA_NORME_ABS_MAX = 7.21846E-01 ; DDL: ( 1,  9212)
msg_delta_norme_l2*   = 1.74623E-05

```

Figure 10 – Exemple d’affichage des normes en cours de résolution pour H2D2

3.4. Comportement des normes en cours de résolution

Heniche *et al.* (2000) décrit le comportement caractéristique de la norme de l'incrément de solution $\|\Delta U\|$ en fonction des itérations dans le cas de GMRES, avec une matrice ILU comme préconditionneur (Leclerc *et al.*, 1996). À chaque nouveau préconditionnement, on observe une montée (pic) de la norme $\|\Delta U\|$. Afin de s'assurer que la précision ε sur les degrés de liberté soit maintenue, on effectue le même test de convergence sur l'incrément de solution à la sortie de la boucle sur les préconditionnements qu'à la sortie de la boucle sur les redémarrages (voir Figure 8). Par ailleurs, Heniche *et al.* (2000) propose quelques solutions au problème de stagnation de la norme en cours d'itération.

3.5. Convergence et précision de la solution

Le processus itératif de résolution arrête lorsque le nombre d'itérations maximal a été atteint ou lorsque tous les critères d'arrêt ont été respectés. Ainsi, plus la précision des critères d'arrêts sera grande, plus le volume de calcul nécessaire pour faire converger le système augmentera; il en ira de même avec la précision de la solution. À noter que le nombre d'itérations maximal est égal au produit $N_{PREC} * N_{RDEM} * N_{ITER}$.

Pour s'assurer que la solution calculée est bien convergée, il faut vérifier que :

1. GMRES a convergé, i.e. le critère de convergence numérique a été atteint (attention à la valeur de ε_{GMRES});
2. le critère d'arrêt utilisateur sur les incréments de solution a été atteint (se méfier du critère relatif (*rel*) pondéré par $|u|$ qui peut prendre des valeurs très élevées);
3. la norme du résidu associé à chaque degré de liberté est du même ordre que la précision recherchée.

4. Validation des résultats de simulation de H2D2 par comparaison avec Hydrosim

Une comparaison des résultats de simulation d'Hydrosim et de H2D2 a été réalisée sur une portion de la rivière à la Truite (projet de base dans Modeleur) en situation de crue, de débit intermédiaire et d'étiage. Une analyse comparative des résultats en présence de découverture a également été réalisée. Ce travail vise à valider les résultats de H2D2 et à évaluer son comportement de résolution pour les débits spécifiés.

4.1. Caractéristiques du terrain

Le maillage de base du projet de la rivière à la Truite de Modeleur a été utilisé pour la série de tests (Figure 11). Il est composé de 943 nœuds et de 432 éléments.

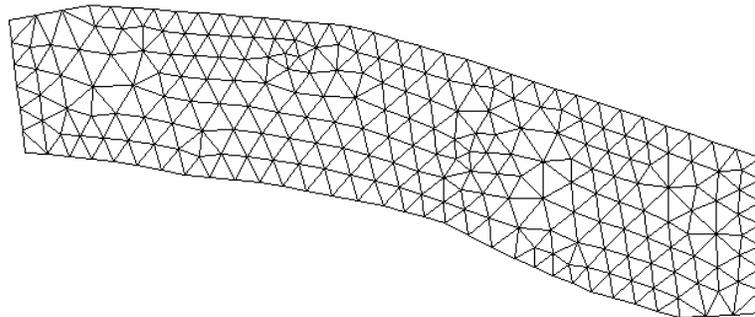


Figure 11 – Maillage couvrant la portion étudiée de la rivière à la Truite

La Figure 12 présente la topographie du domaine étudié, obtenues à partir des jeux de données de base du projet de la rivière à la Truite. Elle présente des altitudes allant de 92,216 à 99,116 m, soit une différence de 6,9 m entre les points minimum et maximum. On remarque notamment une remontée topographique dans la portion amont de la rivière, susceptible de provoquer des accélérations convectives aux alentours.

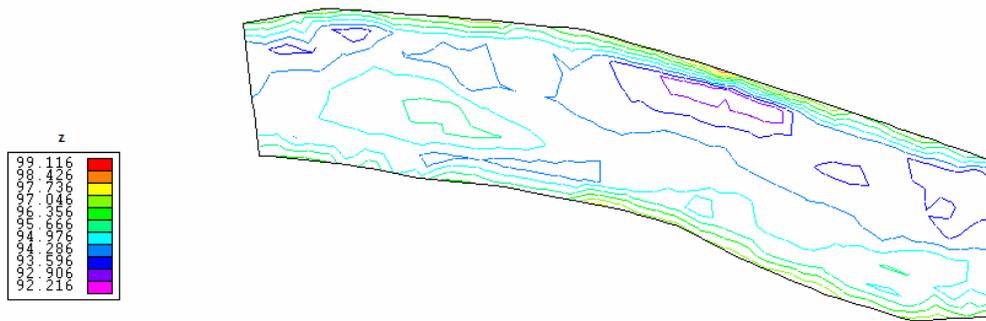


Figure 12 – Topographie de la rivière à la Truite

En ce qui a trait au frottement lié au substrat, le champ scalaire de frottement de substrat de base du projet de la rivière à la Truite a été utilisé, lequel est présenté à la Figure 13. Deux zones distinctes sont identifiables, la première caractérisée par un coefficient de Manning élevé (50 % de cailloux et 50 % de gravier) et la seconde par un frottement plus faible (10 % de gravier et 90 % de sable).

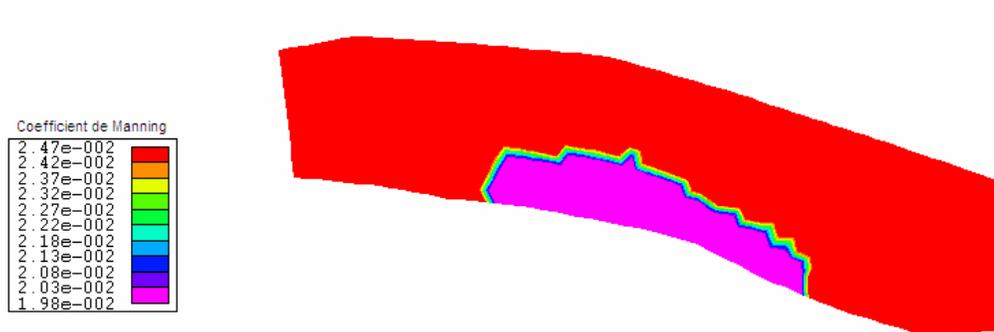


Figure 13 – Frottement du substrat de la rivière à la Truite

4.2. Résultats de simulation en fonction du débit

4.2.1. Protocole d'analyse

Le comportement de résolution de H2D2 a été analysé et comparé avec Hydrosim en situation de crue, de débit intermédiaire et d'étiage, dans le but de valider les résultats de H2D2 dans les conditions de débit spécifiées et d'évaluer l'efficacité du couvrant/découvrant. Deux versions de H2D2 ont été testées : la version de *Mourad Heniche*, dont la logique algorithmique est la même qu'Hydrosim, ainsi que la version d'*Yves Secretan* qui présente une nouvelle approche algorithmique. Afin de valider les résultats obtenus par H2D2, les six simulations suivantes ont été réalisées pour chaque débit en faisant varier le type de numérotation matricielle (par nœuds ou par blocs) :

- Hydrosim :
 - numérotation par nœuds (SVC)
 - numérotation par blocs (SVCNRM)
- H2D2 – Version Mourad Heniche :
 - numérotation par nœuds (CDMH_NN)
 - numérotation par blocs (CDMH_NB)
- H2D2 – Version Yves Secretan :
 - numérotation par nœuds (CDYS_NN)
 - numérotation par blocs (CDYS_NB)

Les paramètres de simulation spécifiés dans Modeleur lors des tests ont été les mêmes que ceux du projet de base de la rivière à la Truite, à quelques différences près (certaines propriétés ont notamment été ajoutées dans H2D2). Ainsi, pour les simulateurs Hydrosim et H2D2, les paramètres de simulation ont été les suivants :

- Éléments de type T6L : triangle à 6 nœuds avec approximation linéaire en niveau d'eau et linéaire par sous-élément en débit spécifique
- Équations résolues sous forme conservative option couvrant-découvrant

- Formulation de type Saint-Venant 2D avec numérotation par nœuds ou par blocs
- Propriétés globales :

Tableau 4 – Comparaison des propriétés globales dans Hydrosim et H2D2

	<i>Propriétés globales</i>	<i>Hydrosim</i>	<i>H2D2 – MH</i>	<i>H2D2 – YS</i>
<i>Propriétés physiques</i>	1 Gravité (m/s ²)	9,806	9,806	9,806
	2 Latitude (°)	47	47	47
	3 Viscosité laminaire (m ² /s)	0	0	0
	4 Coefficient de longueur de mélange	1	1	1
	5 Coefficient de longueur de mélange relié à la maille	0	0	0
	6 Borne inférieure de la viscosité (m ² /s)	1e-06	1e-06	1e-06
	7 Borne supérieure de la viscosité (m ² /s)	100	100	100
<i>Découvrement</i>	8 Profondeur seuil en découverture (m)	-	-	0,01
	9 Profondeur minimale en découverture (m)	0,01	0,01	0,01
	10 Manning de découverture	10	10	1
	11 Vitesse maximale de découverture (m/s)	-	-	0,05
	12 Porosité de découverture	1	1	1
	13 Amortissement en découverture	-	1	1
	14 Coefficient de convection en découverture	-	1	1
	15 Coefficient de gravité en découverture	-	-	1
	16 ν de diffusion en découverture (1/H _{min})	-	-	100
	17 ν de Darcy en découverture	-	-	1
<i>Stabilisation</i>	18 Péclet	0,5	0,5	0,5
	19 Coefficient d'amortissement	-	-	0
	20 Coefficient de lissage de la surface libre de Darcy	-	1e-05	1e-05
	21 Coefficient de lissage de la surface libre de Lapidus	1e-05	1e-05	1e-05
<i>Termes d'activation</i>	22 Coefficient de convection	1	1	1
	23 Coefficient de gravité	-	1	1
	24 Coefficient de Manning	-	1	1
	25 Coefficient de vent	-	1	1
	26 Coefficient de l'intégrale de contour	-	1	1
<i>Paramètres numériques</i>	27 Coefficient de pénalité	-	1e-18	1e-18
	28 Coefficient de perturbation de la matrice Kt	-	1e-07	1e-07
	29 Coefficient de relaxation de la matrice Kt	-	1	1
	30 Flag de perturbation des propriétés élémentaires	-	1	1
	31 Flag de perturbation des propriétés nodales	-	1	1

- Conditions limites :

Tableau 5 – Conditions limites en niveau pour des scénarios de crue, débit intermédiaire et étiage

<i>Condition limite</i>	<i>Crue</i>	<i>Débit intermédiaire</i>	<i>Étiage</i>
<i>h</i> amont (m)	97,53	96,50	95,70
<i>h</i> aval (m)	97,41	96,35	95,32

- Conditions initiales sans données :

Tableau 6 – Condition initiale en niveau pour les scénarios de crue, débit intermédiaire et étiage

<i>Condition initiale</i>	<i>Crue</i>	<i>Débit intermédiaire</i>	<i>Étiage</i>
<i>h (m)</i>	97,45	96,40	95,45

- Schéma de résolution de type GMRES avec :
 - 4 préconditionnements
 - 20 redémarrages
 - 25 itérations par redémarrage
 - Matrice de préconditionnement de type ILU
- Précision de 0,0001 (critère d'arrêt utilisateur sur la norme infinie de l'incrément de solution)
- Critères de convergence numérique (sur la norme infinie du résidu de GMRES):

Tableau 7 – Comparaison des critères de convergence numérique dans Hydrosim et H2D2

<i>Paramètre</i>	<i>Hydrosim</i>	<i>H2D2 – MH</i>	<i>H2D2 – YS</i>
ε_0	1e-14	1e-14	1e-14
ε_{11}	-	0	0
ε_{12}	-	0	0

- Limiteurs :

Tableau 8 – Comparaison des limiteurs dans Hydrosim et H2D2

<i>Variable</i>	<i>Hydrosim</i>	<i>H2D2 – MH</i>	<i>H2D2 – YS</i>
<i>u (m/s)</i>	0,25	-	-
<i>v (m/s)</i>	0,25	-	-
<i>q_x (m²/s)</i>	-	1,0	1,0
<i>q_y (m²/s)</i>	-	1,0	1,0
<i>h (m)</i>	0,1	0,1	0,1

4.2.2. Résultats

Les résultats qui suivent représentent chaque condition de débit. Les Tableau 9, Tableau 10 et Tableau 11 présentent respectivement les résultats obtenus en période de crue, de débit intermédiaire et d'étiage. Les résultats (avec *) correspondent à la moyenne du résidu pour Hydrosim et à la norme max du résidu pour H2D2. Les Figure 14, Figure 15 et Figure 16 présentent les résultats de simulation des vitesses d'écoulement (module et vecteur) en période de crue, de débit intermédiaire et d'étiage, respectivement, obtenus par Hydrosim et H2D2 (versions *Mourad Héniche* et *Yves Secretan*). Les lignes de découvrément (isoligne noire de profondeur nulle) apparaissent également pour les cas de débit intermédiaire et d'étiage. Seuls les résultats pour une numérotation par nœuds sont présentés, ceux-ci ne différant pas de la numérotation par blocs.

Tableau 9 – Résultats obtenus en période de crue

Résultats	Hydrosim		H2D2 – MH		H2D2 – YS	
	SVC	SVCRNM	CDMH - NN	CDMH - NB	CDYS - NN	CDYS - NB
Convergé	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Résidu* q_x (m ² /s)	1,098e-05	9,898e-07	-2,100e-08	-1,750e-06	1,182e-08	-3,606e-07
Résidu* q_y (m ² /s)	9,549e-06	7,451e-07	1,310e-08	-8,575e-07	-2,190e-08	3,697e-07
Résidu* h (m)	9,159e-08	4,062e-07	2,621e-09	-8,307e-07	-2,769e-09	-3,667e-07
Nombre d'itérations	250	550	300	600	325	675
Débit (m ³ /s)	350,968	350,969	346,347	346,347	343,932	343,932
Erreur débit (%)	2,51	2,78	2,92	2,92	2,92	2,92

Tableau 10 – Résultats obtenus en période de débit intermédiaire

Résultats	Hydrosim		H2D2 – MH		H2D2 – YS	
	SVC	SVCRNM	CDMH - NN	CDMH - NB	CDYS - NN	CDYS - NB
Convergé	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Résidu* q_x (m ² /s)	1,433e-06	2,044e-08	-7,328e-09	-3,323e-10	-1,999e-07	-3,047e-09
Résidu* q_y (m ² /s)	2,201e-06	1,352e-08	-1,015e-08	-2,013e-10	6,662e-08	1,345e-09
Résidu* h (m)	1,743e-08	1,218e-08	7,180e-11	-3,205e-10	6,129e-10	4,256e-10
Nombre d'itérations	300	550	350	575	275	500
Débit (m ³ /s)	144,750	144,751	141,762	141,762	142,573	142,573
Erreur débit (%)	0,03	0,03	0,13	0,13	0,51	0,51

Tableau 11 – Résultats obtenus en période d'étiage

Résultats	Hydrosim		H2D2 – MH		H2D2 – YS	
	SVC	SVCRNM	CDMH - NN	CDMH - NB	CDYS - NN	CDYS - NB
Convergé	Oui	Non	Oui	Oui	Oui	Oui
Résidu* q_x (m ² /s)	3,505e-06		3,810e-12	-4,274e-12	1,401e-08	-1,957e-10
Résidu* q_y (m ² /s)	4,420e-06		4,444e-12	-4,213e-12	-1,312e-08	2,030e-10
Résidu* h (m)	3,118e-08		-1,510e-14	8,016e-13	2,042e-11	-2,367e-11
Nombre d'itérations	450		574	1025	375	625
Débit (m ³ /s)	66,633		58,940	58,940	53,2122	53,1424
Erreur débit (%)	2,12		0,87	0,87	0,27	0,12

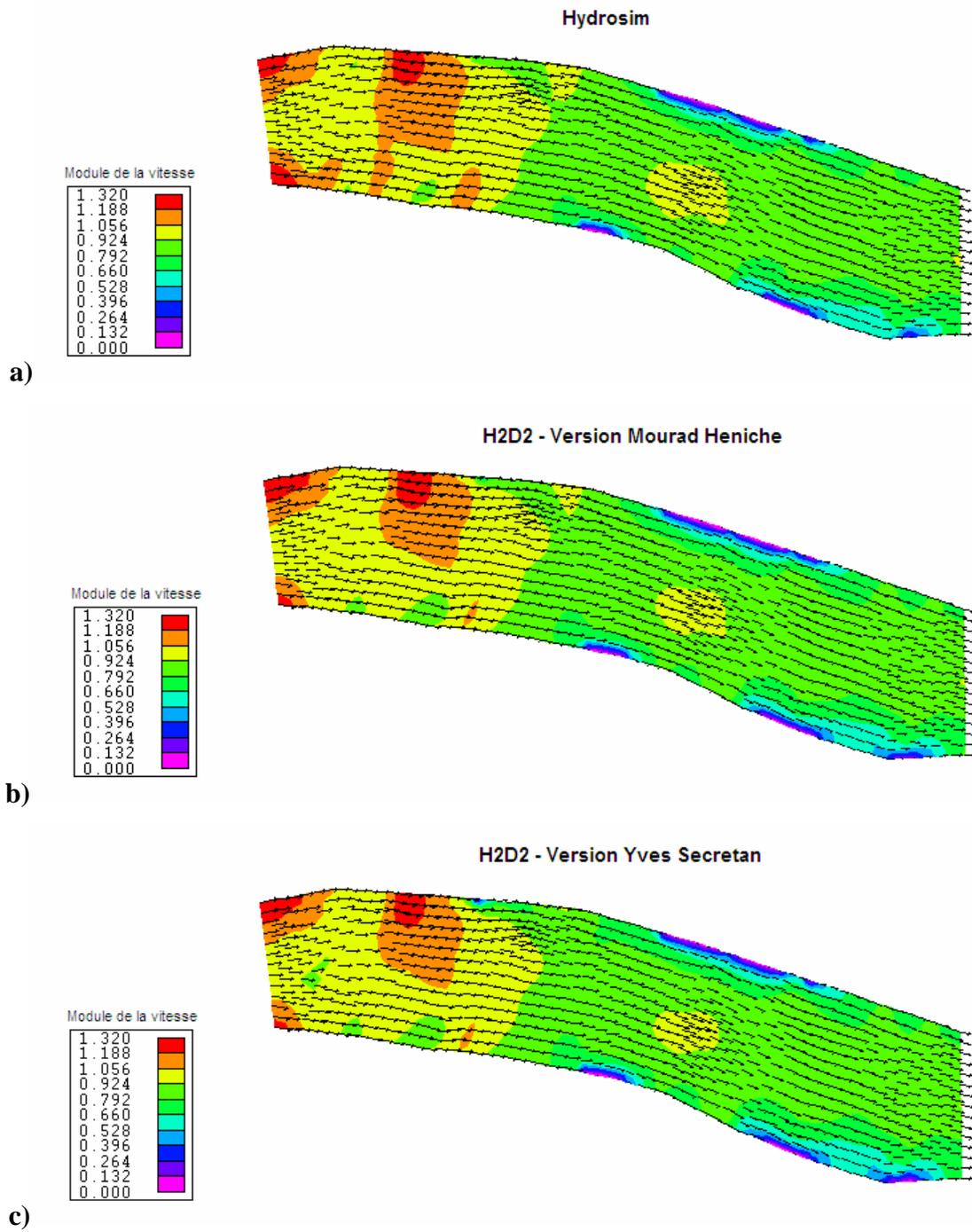


Figure 14 – Simulation des vitesses d’écoulement en période de crue avec :
 a) Hydrosim; b) H2D2 – Version Mourad Heniche;
 c) H2D2 – Version Yves Secretan.

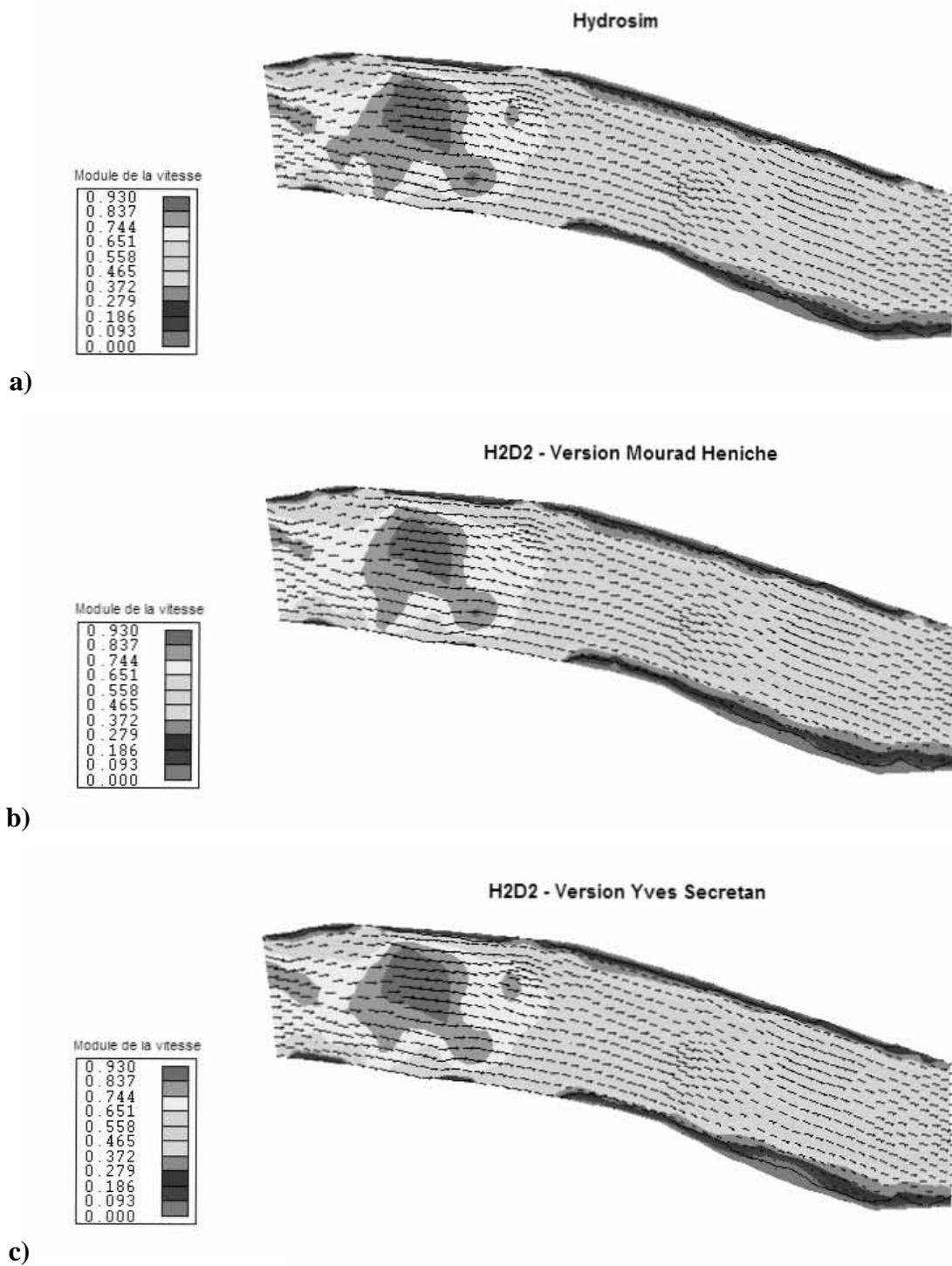


Figure 15 – Simulation des vitesses d’écoulement en période de débit intermédiaire avec :
 a) Hydrosim; b) H2D2 – Version Mourad Heniche;
 c) H2D2 – Version Yves Secretan.

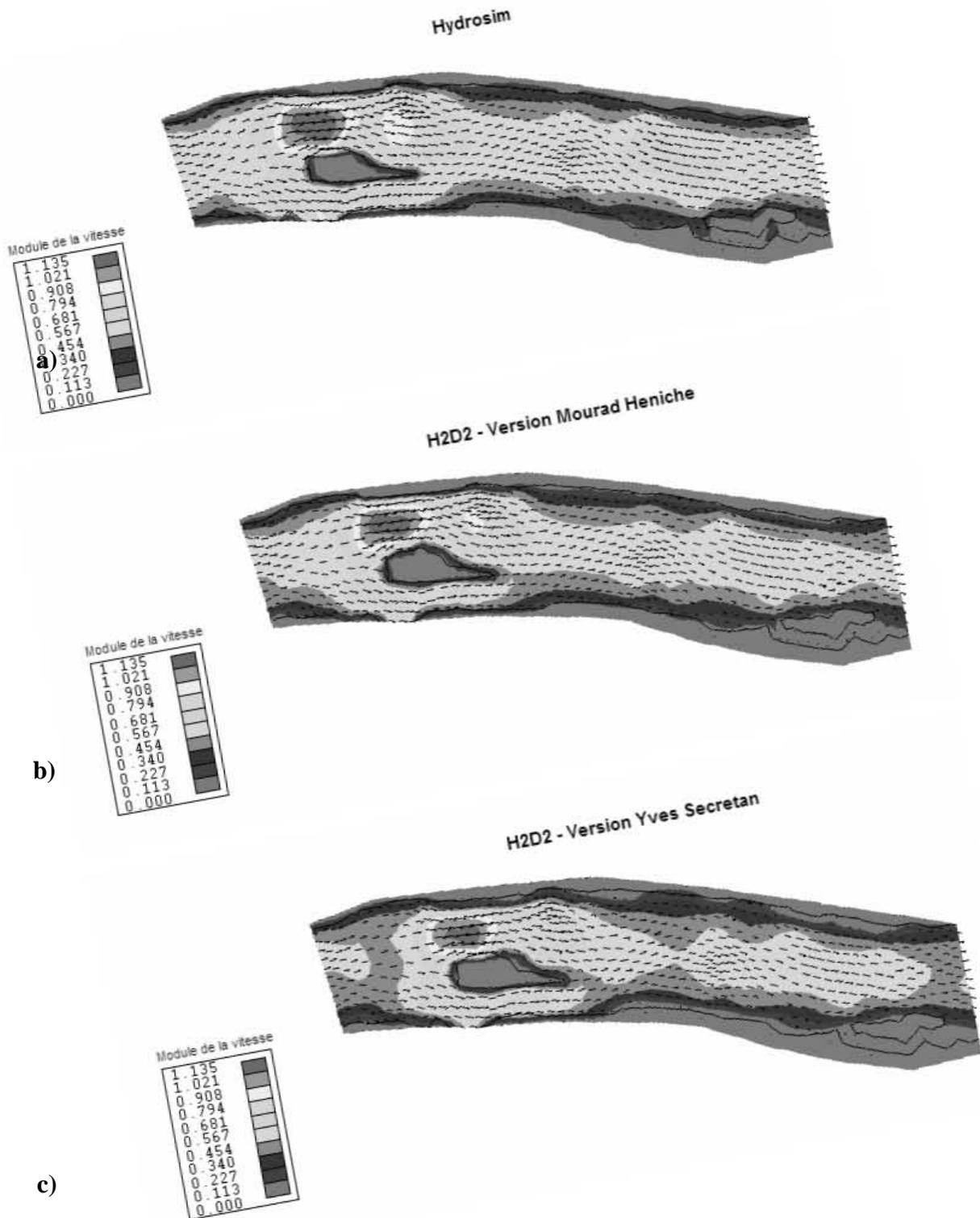


Figure 16 - Simulation des vitesses d'écoulement en période d'étiage avec :
a) Hydrosim; b) H2D2 – Version Mourad Heniche;
c) H2D2 – Version Yves Secretan.

4.2.3. Discussion

Des Tableau 9, Tableau 10 et Tableau 11, aucune tendance générale ne peut être tirée quant au nombre d'itérations effectuées pour atteindre la convergence, si ce n'est que la numérotation par nœuds mène à des convergences plus rapides que la numérotation par blocs pour tous les simulateurs. Autrement, aucun simulateur ne semble systématiquement meilleur que les autres lorsqu'on compare le nombre d'itérations effectués et les résidus obtenus. Par ailleurs, autant pour Hydrosim que pour H2D2, l'erreur sur les débits entrant et sortant est inférieure à 3 % pour les trois conditions de débit testées. On remarque également que, dans chaque cas, Hydrosim débite davantage que H2D2, probablement parce que ses zones de découverture sont moins étendues. Dans l'ensemble, la distribution spatiale des modules de vitesse est très semblable entre les simulateurs Hydrosim et H2D2, avec des zones similaires de forts et faibles débits. De plus, les lignes de rive délimitent sensiblement les mêmes zones de découverture, caractérisées par des vitesses d'écoulement très faibles. De façon générale, on voit que H2D2 réagit de façon similaire à Hydrosim et semble même présenter une plus grande sensibilité au découverture, ce qui permet de valider les résultats obtenus.

Les résultats ici présentés ne correspondent qu'à une seule combinaison de propriétés globales. Il est clair que des modifications apportées à certaines propriétés pourraient modifier ces résultats. Dans les deux versions de H2D2, des propriétés ont été ajoutées par rapport à Hydrosim, dans le but de faciliter le contrôle de certaines variables. De plus, d'une version à l'autre de H2D2 le traitement du découverture est différent, de telle sorte que les paramètres choisis dans l'une des versions ne trouvent pas directement correspondance dans l'autre version. Cela peut expliquer les différences observées entre les simulateurs. Par exemple, le découverture en période d'étiage est plus fort dans la version *Yves Secretan* de H2D2 que dans les autres versions, ce qui réduit le débit simulé et concentre l'écoulement au centre de la rivière dans sa partie aval. Un ajustement combiné du coefficient de Manning et de la profondeur minimale en découverture risquerait d'influencer ces résultats. La détermination des conditions hydrodynamiques et de convergence optimales pour H2D2 fera l'objet d'une autre étude.

4.3. Profils en long en zones de découverture

Les modules de vitesses obtenus par Hydrosim et H2D2 ont été comparés le long de trois profils, situés respectivement en zone amont, à travers un îlot et en zone aval de la rivière à la Truite. La simulation en période d'étiage de la version *Yves Secretan* de H2D2 a été choisie comme référence pour étudier les variations de vitesses en présence de découverture.

4.3.1. Zone amont

La Figure 17 présente l'évolution du module de la vitesse le long du profil en zone amont. Les trois profils présentent sensiblement le même comportement. Le profil de H2D2 – MH atteint des vitesses presque nulles en zones de découverture vers les 125 m, contrairement aux deux autres profils. Les vitesses de H2D2 sont globalement inférieures à celles d'Hydrosim tout le long du profil.

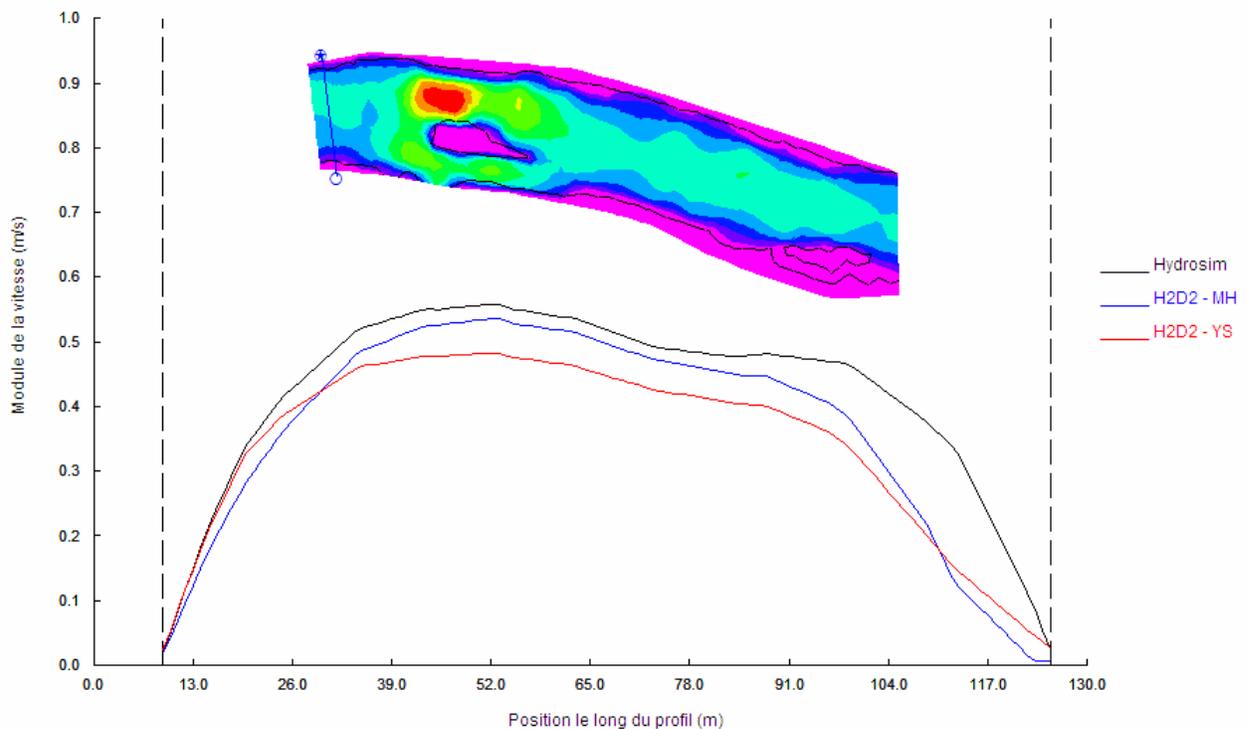


Figure 17 – Module de la vitesse le long du profil - Zone amont

4.3.2. Îlot

La Figure 18 présente l'évolution du module de la vitesse le long du profil à travers l'îlot amont. On remarque que les courbes de H2D2 – MH et Hydrosim se confondent lorsque les gradients de vitesses sont positifs le long du profil, alors qu'ils présentent des écarts significatifs lorsque les gradients sont négatifs. Le profil de H2D2 – YS est quant à lui bien inférieur aux deux autres au nord de l'îlot, alors qu'il se confond à celui d'Hydrosim au sud. Cette tendance peut s'expliquer par un débit calculé plus faible. De plus, on dénote que le découvrement au niveau de l'îlot est plus accentué avec H2D2 qu'il ne l'est avec Hydrosim.

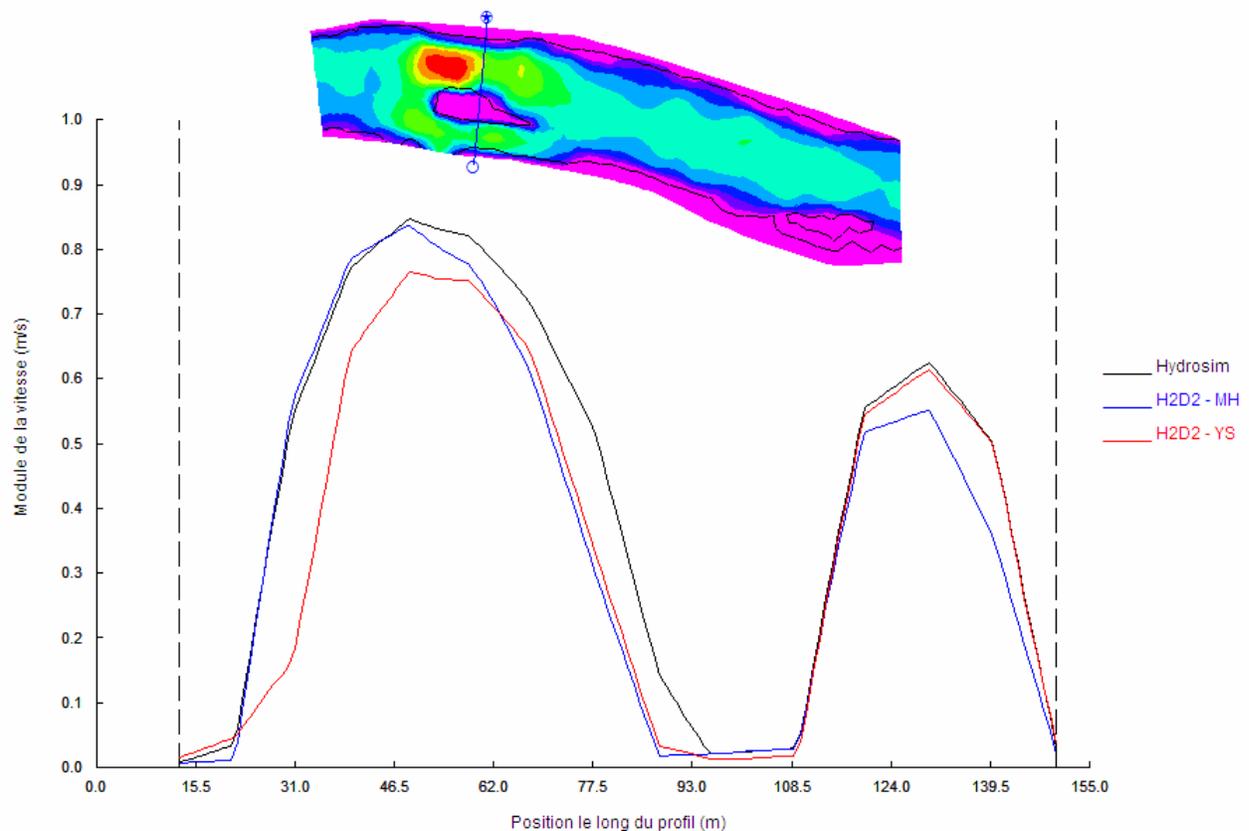


Figure 18 – Module de la vitesse le long du profil - Îlot

4.3.3. Zone aval

La Figure 19 présente l'évolution du module de la vitesse le long du profil en zone aval. Les courbes de H2D2 et d'Hydrosim suivent sensiblement la même évolution le long du profil. Les vitesses de H2D2 sont toutefois inférieures à celles d'Hydrosim. On remarque également au niveau de l'îlot aval (zone découverte) qu'Hydrosim ne présente aucun plateau de vitesse constante, contrairement à H2D2. La situation extrême de découverture est représentée par H2D2 – YS, qui ne présente aucun écoulement dans le chenal au sud de l'îlot aval.

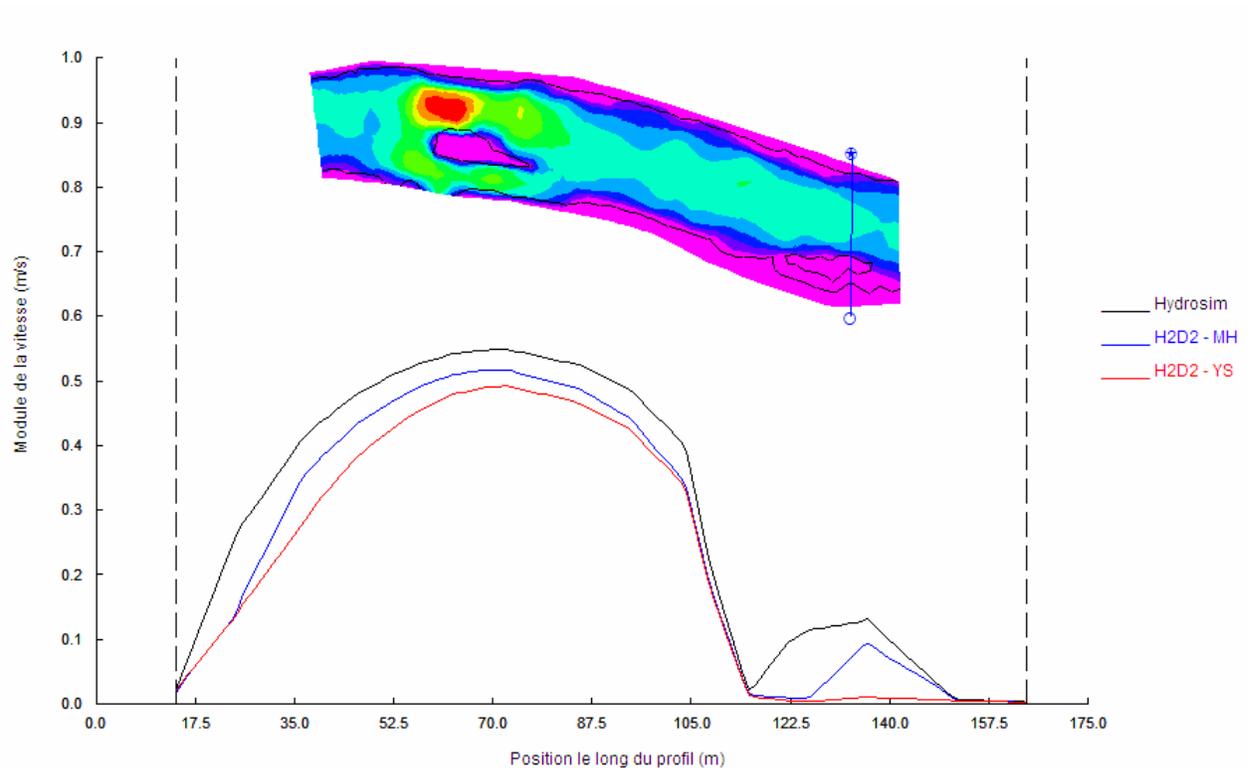


Figure 19 – Module de la vitesse le long du profil - Zone aval

4.3.4. Discussion

Les modules de vitesse de H2D2 sont globalement inférieurs à ceux d'Hydrosim le long de chaque profil. Cela explique l'observation de débits (surface sous la courbe du module de la vitesse) inférieurs avec H2D2 qu'avec Hydrosim. Par ailleurs, les vitesses obtenues par H2D2 à la limite des zones de découverture sont inférieures à celles calculées par Hydrosim et coïncident mieux avec les lignes de berge (pour s'en convaincre, on peut, en plus des profils en long, comparer les vitesses d'écoulement au niveau des lignes de berge). De plus, en zone découverte, les vitesses de H2D2 se stabilisent jusqu'à la prochaine zone couverte, alors que cette stabilisation du débit est moins apparente, voire absente par endroits, avec Hydrosim. Bien entendu, l'ajustement des paramètres de découverture risque de modifier le comportement des simulateurs en présence de découverture, particulièrement avec la version *Yves Secretan* de H2D2 qui possède davantage de paramètres à régler.

5. Conclusion

Le logiciel hydrodynamique H2D2 comprend une nouvelle formulation éléments finis pour les équations de Saint-Venant. Une présentation de différentes méthodes de résolution directe a d'abord été effectuée, suivie d'une comparaison de la performance des méthodes en fonction des caractéristiques de l'ordinateur et du problème modélisé. Des zones d'utilisation optimales ont pu être établies pour chacune des méthodes. Dans un deuxième temps, l'algorithme de résolution par GMRES non-linéaire implanté dans H2D2 a été présenté. Les différents critères d'arrêts définis dans H2D2 ont été comparés à ceux d'Hydrosim. Enfin, une comparaison des résultats et des comportements de convergence entre H2D2 et Hydrosim a été réalisée pour un cas simple de la rivière à la Truite. Dans l'ensemble, H2D2 présente des résultats comparables à ceux d'Hydrosim et cohérents en termes de physique et de comportement numérique.

Le logiciel H2D2 est toujours en développement actif. Sa validation se poursuit donc à l'heure actuelle. De même, une optimisation des fonctions actuellement implantées s'effectuera à mesure que s'ajouteront de nouvelles fonctionnalités. Les résultats ici présentés sont donc susceptibles de changer. Ce travail se veut davantage une présentation de la première phase de validation du logiciel H2D2 et peut servir de guide pour les utilisateurs d'Hydrosim désireux d'effectuer le passage vers H2D2.

6. Bibliographie

- Dhatt, G., Touzot, G. et Lefrançois, E. (2005). *Méthode des éléments finis*. Éditions Lavoisier, Paris. 601 p.
- Eisenstat, S.C. et Walker, H.F. (1996). Choosing the forcing terms in an inexact Newton method. *SIAM J. Sci. Comput.*, 17: 16-32.
- Heniche, M., Secretan, Y. et Leclerc, M. (2000). HYDROSIM 1.0a06, Guide d'utilisation. Rapport INRS-Eau R482-G2.
- Intel Math Kernel Library. The Intel MKL PARDISO Sparse Solver. Intel Corporation, <http://www.intel.com/cd/ids/developer/asmo-na/eng/dc/hpc/reference/176603.htm?page=2> (page consultée le 19 février 2007).
- Leclerc, M., Secretan, Y., Heniche, M. et Roy, Y. (1996). Projet MÉTRIQUE : Bilan scientifique. Rapport d'étape #3 au Fonds de recherche et de développement technologique en environnement (MEF). Report INRS-Eau R-482.
- Saad, Y. et Schultz, M.H. (1986). GMRES : a generalized minimal residual algorithm for solving non symmetric linear systems. *SIAM J. Sci. Stat. Comp.*, 7(3): 856-869.
- Secretan, Y., M. Leclerc, E. Larouche, and Coll. 2005. Système d'Évaluation et de Gestion des Risques d'Inondation en milieu fluvial (SEGRI): Rapport final. INRS-Eau, Terre & Environnement, Rapport de recherche R-720-F, 128 p.
- Secretan, Y (1992). Un schéma élément fini simple et adaptatif pour les écoulements de Navier-Stokes compressibles. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 1(1): 31-50.

