

Université du Québec  
Institut National de la Recherche Scientifique  
Énergie, Matériaux et Télécommunications

# Adaptation de la stratégie de retransmission dans le protocole HARQ

Par  
**Aata El Hamss**

Mémoire présentée pour l'obtention du grade  
Maître ès sciences (M.Sc.) en télécommunications

Jury d'évaluation

Président du jury  
Examineur externe  
Directeur de recherche

Jean-Charles Grégoire, INRS-EMT  
Ghyslain Gagnon, ÉTS  
Leszek Szczeciński, INRS-EMT



## Résumé

Le Protocole HARQ (Hybrid Automatic Repeat reQuest) permet d'améliorer la fiabilité de la communication par le renvoi des acquittements sur les paquets transmis, et retransmettre ceux-ci si nécessaire. Ainsi, l'HARQ combine les deux mécanismes de contrôle d'erreurs : ARQ (Automatic Repeat reQuest) et FEC (Forward Error Correction) afin d'offrir un service plus performant.

Dans ce travail on considère l'HARQ avec la redondance incrémentale (IR) dans un canal à évanouissement par blocs. On considère une communication point à point où l'émetteur n'a aucune information sur l'état actuel du canal, tandis que l'état antérieur lui est connu. Basé sur cette information, l'émetteur choisit une stratégie de retransmission, si un NACK (Negative Acknowledgement) est reçu, pour maximiser le débit du système. L'ensemble de stratégies est principalement composé de deux catégories : la retransmission classique, ou bien, le multiplexage des deux paquets en une transmission. Ce multiplexage est fait soit par le partage du temps (TS) ou bien en superposant les codes (SC).

L'objectif de ce travail est de proposer un protocole basé sur l'HARQ qui permettra d'ajuster les paramètres de la transmission en tenant compte de l'état précédent du canal. Pour cela, on propose d'utiliser le modèle du Processus de Décision Markovien (MDP). Les résultats numériques obtenus pour un canal Rayleigh montrent qu'on peut atteindre un meilleur débit que celui de l'HARQ conventionnel (on obtiens un gain qui peut atteindre 12%).



## Remerciements

*Au terme de ce travail, j'exprime ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à l'accomplissement de ce travail.*

*Je tiens tout d'abord à adresser mes remerciements à M. Ghyslain Gagnon et à M. Jean-Charles Grégoire d'avoir accepté de faire partie du jury d'évaluation.*

*Je tiens à coeur à exprimer ma grande gratitude à mon directeur de recherche, M. Leszek SZCZECIŃSKI, pour avoir fait le suivi de mon projet de recherche depuis sa définition jusqu'à son accomplissement final et aussi pour ses conseils, ses directives précieuses et surtout sa patience et sa disponibilité. Ses questions pertinentes étaient toujours un déclencheur de plus de curiosité et d'approfondissement.*

*Un spécial hommage est rendu à tous les professeurs de l'INRS-EMT et au personnel de soutien du centre. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma sincère reconnaissance et de ma profonde gratitude.*



# Liste des acronymes

- **ACK** Acknowledgement
- **AMC** Adaptative Modulation and Coding
- **AMI** Accumulated Mutuel Information
- **ARQ** Automatic Repeat reQuest
- **CC** Chase Combining
- **CSI** Channel State Information
- **FEC** Forward Error Correction
- **HARQ** Hybrid Automatic Repeat reQuest
- **HSPA** High Speed Packet Access
- **IR** Incremental Redundancy
- **LTE** Long Term Evolution
- **MAC** Medium Access Control
- **MDP** Markov Decision Process
- **NACK** Negative Acknowledgement

- **OSI** Open Systems Interconnection
- **QoS** Quality of Service
- **SC** Superposition Coding
- **SNR** Signal-to-Noise Ratio
- **TCP** Transmission Control Protocol
- **TS** Time Sharing
- **WiMAX** Worldwide Interoperability for Microwave Access
- **dB** décibel

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>13</b>
1.1	Objectifs . . . . .	13
1.2	Contributions . . . . .	14
1.3	Structure du document . . . . .	14
<b>2</b>	<b>Modèle et principe du protocole HARQ</b>	<b>16</b>
2.1	Principe du protocole HARQ . . . . .	16
2.1.1	HARQ : encodage des paquets . . . . .	16
2.1.2	HARQ : décodage des paquets . . . . .	20
2.2	Modèle du système . . . . .	23
2.2.1	HARQ Multi-paquets . . . . .	23
2.2.2	Codage par superposition versus le partage du temps . . . . .	27
2.3	Métriques . . . . .	30
2.3.1	Débit . . . . .	31
2.3.2	Probabilité de coupure . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Le Processus de Décision Markovien</b>	<b>33</b>
3.1	Le modèle MDP et ses classes de problème . . . . .	33
3.1.1	Les éléments de base de la MDP . . . . .	33
3.1.2	Classes de Récompense . . . . .	35
3.2	MDP : récompense moyenne . . . . .	35
3.2.1	Condition suffisante . . . . .	36
3.2.2	Equation de Bellman . . . . .	37
3.3	Algorithme d'optimisation : Itération de la Politique . . . . .	37
<b>4</b>	<b>La MDP pour adapter la stratégie de la transmission</b>	<b>39</b>
4.1	Formulation du problème en MDP . . . . .	39
4.1.1	Variables continues . . . . .	39

4.1.2	Discrétisation . . . . .	40
4.2	Optimisation basée sur l'Iteration de la Politique . . . . .	42
4.3	Résultats numériques . . . . .	43
4.3.1	Comparaison des différents schémas avec un $R$ fixe . . . . .	43
4.3.2	Comparaison des différentes valeurs de $R$ . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>49</b>
	<b>Appendices</b>	<b>51</b>
	<b>Annexe A Probabilité de transition</b>	<b>51</b>
A.1	Partage du temps . . . . .	51
A.2	Codage par superposition . . . . .	52

# Table des figures

2.1	Modèle d'une communication HARQ . . . . .	17
2.2	HARQ-CC avec $K = 2$ . . . . .	18
2.3	HARQ-IR avec $K = 2$ . . . . .	19
2.4	BLER avec une longueur de 512 bits d'une communication utilisant un turbo-encodeur dans un canal AWGN. . . . .	21
2.5	Modèle d'une communication Multi-Paquet HARQ . . . . .	24
2.6	Les probabilités de décoder le premier et le deuxième paquet en utilisant la SC et la TS en fonction de $\alpha$ ou $\lambda$ . . . . .	28
4.1	Débit du HARQ multi-paquet proposé comparé au HARQ classique avec $K = 2$ et $K = 4$ . . . . .	44
4.2	Les probabilités de choisir une catégorie d'action. . . . .	45
4.3	Probabilité de coupure en fonction du SNR moyen . . . . .	46
4.4	Le paramètre $p$ de l'action $\mathbf{a} = (\text{SC}, p)$ en fonction de $I[n]$ . . . . .	47
4.5	Le débit en fonction de SNR pour plusieurs valeurs de $R$ . . . . .	48

# Liste des tableaux

2.1	Les scénarios possibles dépendamment de l'action $a[n]$ . . . . .	25
A.1	Probabilité de transition pour le codage basé sur le partage du temps. . . . .	52
A.2	Probabilité de transition pour le codage basé sur la superpo- sition. . . . .	53

# Chapitre 1

## Introduction

La croissance rapide de l'utilisation des réseaux mobiles et la demande d'une qualité de service (QoS) plus contraignante remet en question les méthodes de communication existantes et leur efficacité. Dans ce contexte, ce travail vise à contribuer à des nouvelles solutions afin d'adapter les réseaux mobiles actuels à cette croissance, tout en minimisant le coût résultant à tout changement de l'architecture existante.

Dans ce projet on s'intéresse au protocole HARQ qui est implementé dans plusieurs standards. Connue par son aptitude à détecter et corriger les erreurs causées par le canal radio, le protocole HARQ contrôle les retransmissions des paquets provenant des couches supérieures; il réduit ainsi les délais inter-couches qui auront lieu si le contrôle des retransmissions avait été géré uniquement par les couches supérieures.

### 1.1 Objectifs

Dans une communication radio mobile, en plus du bruit additif, le canal subit des variations aléatoires affectant la puissance du signal reçu. Cela est dû à plusieurs phénomènes (par exemple l'évanouissement causé par les multi-trajets). Par conséquent, l'état de canal CSI (Channel State Information) est inconnu à l'émission des données. Le récepteur peut retourner cette information (CSI) à la fin de chaque transmission afin que l'émetteur puisse adapter les paramètres de transmission selon l'état passé du canal. Si la variation du CSI est indépendante d'une transmission à l'autre, l'importance de cette information retardée n'est pas claire à voir. Au cours de ce travail, on a

essayé d'exploiter cette information retournée afin d'améliorer le débit. Pour cela, on a proposé l'adaptation de la stratégie de retransmission des paquets décodés avec erreur, ainsi que l'optimisation des ressources disponibles (taux de codage, puissance, portion de temps allouée pour la retransmission, etc).

## 1.2 Contributions

Notre travail vise à améliorer les performances du protocole HARQ. Plus précisément, à trouver des nouvelles techniques qui permettront l'utilisation efficace des ressources du système et ainsi l'augmentation du débit de communication.

On a proposé de remplacer la retransmission classique des paquets erronés par une retransmission qui consiste à envoyer plusieurs paquets en même temps sur le bloc disponible. Pour cela, on a analysé les méthodes de multiplexage possibles, à savoir *le partage du temps* (time sharing) et *le codage par superposition* (superposition coding). La contribution principale de ce travail consiste donc à :

1. Formuler le problème d'optimisation comme un modèle du Processus de Décision Markovien (MDP) à travers la définition des états du système, les actions, la récompense, les probabilités de transition et les politiques possibles.
2. Trouver la politique optimale pour adapter les paramètres de codage en implémentant les algorithmes qui résolvent un MDP. Le but est de maximiser le débit du système (à la lumière de [1]).
3. Evaluer la performance des schémas proposés par des exemples numériques, et analyser ces résultats qui montrent un gain significatif par rapport à la solution classique.

À la fin de notre analyse, on propose des schémas sous-optimaux qui permettent d'atteindre un meilleur débit que l'HARQ conventionnel et qui sont simples à implémenter.

## 1.3 Structure du document

Ce rapport est composé de trois parties. Le chapitre 2 présente le principe de codage et du décodage de l'HARQ ainsi que les hypothèses prises durant

notre analyse. De plus, nous y rappelons les différentes variantes du protocole HARQ et le modèle du système adopté et nous détaillons le principe du schéma proposé. À la fin du chapitre, on rappelle les métriques évaluées. Dans le troisième chapitre, on met l'accent sur l'outil MDP et on présente ses différentes classes ainsi que des algorithmes pour résoudre le problème d'optimisation. Dans le quatrième chapitre, on transforme notre problème d'optimisation en une MDP, par la définition de ses composantes. Ensuite on montre comment choisir les actions optimales -en termes de débit- basé sur le CSI retardé. Des résultats numériques seront montrés pour appuyer l'optimalité du contrôle proposé et des solutions sous-optimales seront révélées.

Finalement, le dernier chapitre de ce document se présentera comme un résumé du travail effectué ainsi qu'une vue sur les perspectives possibles et des propositions qui peuvent être étudiées.

# Chapitre 2

## Modèle et principe du protocole HARQ

Dans ce chapitre, on présente le protocole HARQ qui est largement utilisé dans les réseaux sans fil. Ce protocole entre dans la structure de plusieurs standards de la technologie radio mobile tels que HSPA, LTE, WIMAX ou LTE Advanced. On montre comment il peut améliorer la QoS du système ainsi que la différence entre les catégories de ce protocole. Le modèle du système adopté va être présenté et finalement, on va définir les métriques qui mesurent la performance d'un système HARQ.

### 2.1 Principe du protocole HARQ

Dans cette section on va faire le point sur le protocole HARQ, clarifier le processus de décodage dans une communication par paquet dans les canaux AWGN ainsi que dans les canaux à évanouissement (Fading Channel).

#### 2.1.1 HARQ : encodage des paquets

On considère une communication point à point qui utilise le protocole HARQ. Durant chaque bloc de transmission  $n$ , l'émetteur envoie un paquet de données porté par le signal physique, noté  $\mathbf{s}[n]$ , qui contient  $N_s$  symboles, dans le canal radio mobile.

Chaque paquet dans la mémoire tampon contient  $N_b$  bits d'information. On note par  $\mathbf{u}_\ell$  le paquet qui est en tête de la mémoire tampon au temps  $n$ .

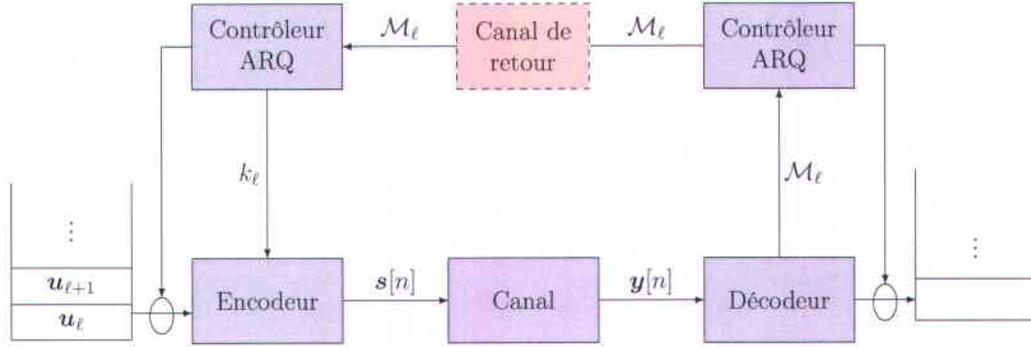


FIGURE 2.1 – Modèle d'une communication HARQ

Avant d'être envoyé dans le canal, les paquets sont encodés avec un taux de codage  $R = N_b/N_s$ . Du côté du récepteur, les erreurs de décodage sont détectées par le contrôleur ARQ, et ensuite un message binaire  $\mathcal{M}_\ell$  est retourné à l'émetteur. Dû au délai de propagation et de transmission/traitement, le message  $\mathcal{M}_\ell$  arrive au transmetteur au temps  $n + 1$ . Il peut prendre deux valeurs, soit  $\mathcal{M}_\ell = \text{ACK}$  si aucune erreur n'a été identifiée dans le décodage ou bien NACK dans le cas contraire. À la réception d'un NACK, le contrôleur ARQ garde le paquet  $\mathbf{u}_\ell$  dans la mémoire tampon jusqu'à ce qu'un ACK est reçu ou bien le nombre maximum de transmission  $K$  est atteint.

L'indice du paquet en tête de ligne est mis à jour via la règle suivante :

$$\ell \leftarrow \begin{cases} \ell + 1, & \mathcal{M}_\ell = \text{ACK} \text{ ou } k_\ell = K \\ \ell, & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.1)$$

et le compteur du paquet tête de ligne est incrementé

$$k_\ell \leftarrow k_\ell + 1. \quad (2.2)$$

L'encodeur produit des mots de code qui dépendent de l'indice  $k_\ell$

$$\mathbf{x}_{\ell, k_\ell} = \Phi(\mathbf{u}_\ell, k_\ell), \quad k_\ell = 1, \dots, K. \quad (2.3)$$

### HARQ - Chase Combining

Dans cette catégorie d'HARQ, après la réception d'un NACK, l'émetteur renvoie le même mot de code utilisé dans les tentatives précédentes. A la réception de chaque retransmission, le récepteur combine le signal reçu avec

les anciens signaux via la technique du combinaison de diversité MRC (Maximum Ratio Combining) [2]. Ensuite, le signal est passé au décodeur qui, à son tour, essaye de décoder à nouveau le paquet. Cette technique apporte un gain en diversité au récepteur. En effet, les signaux émis à chaque tentative subissent des variations indépendantes à leur passage du canal, puisque le canal est supposé indépendant (la variation de la fonction de transfert du canal d'un bloc à l'autre est supposée indépendante).

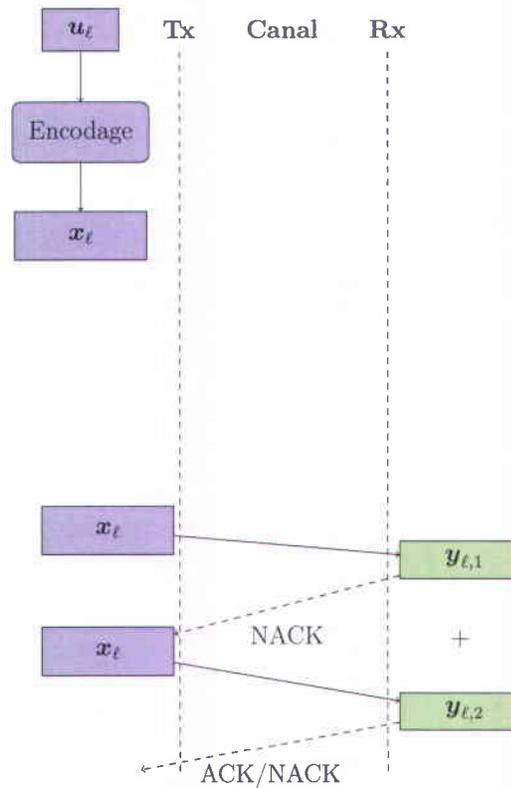


FIGURE 2.2 – HARQ-CC avec  $K = 2$

La figure 2.2 montre un scénario simple où  $K = 2$ . Après la deuxième transmission du paquet, l'émetteur supprime automatiquement le paquet de la mémoire tampon quelque soit le message retourné, ACK ou NACK.

## HARQ - Incremental Redundancy

Dans cette catégorie, pour chaque paquet, l'encodeur génère un mot de code qui contient  $K$  sous-mots de code différents [2]. Le premier sous-mot de code est initialement envoyé dans le canal. Si un NACK est retourné, le deuxième sous-mot de code est envoyé. Ainsi de suite, le processus de retransmission continue avec des redondances différentes, jusqu'à la réception d'un ACK, ou que le mot de code est envoyé en totalité. Au niveau du récepteur, les sous-mots de code sont concaténés et passés au décodeur pour qu'il puisse décoder le paquet sans erreur [3,4].

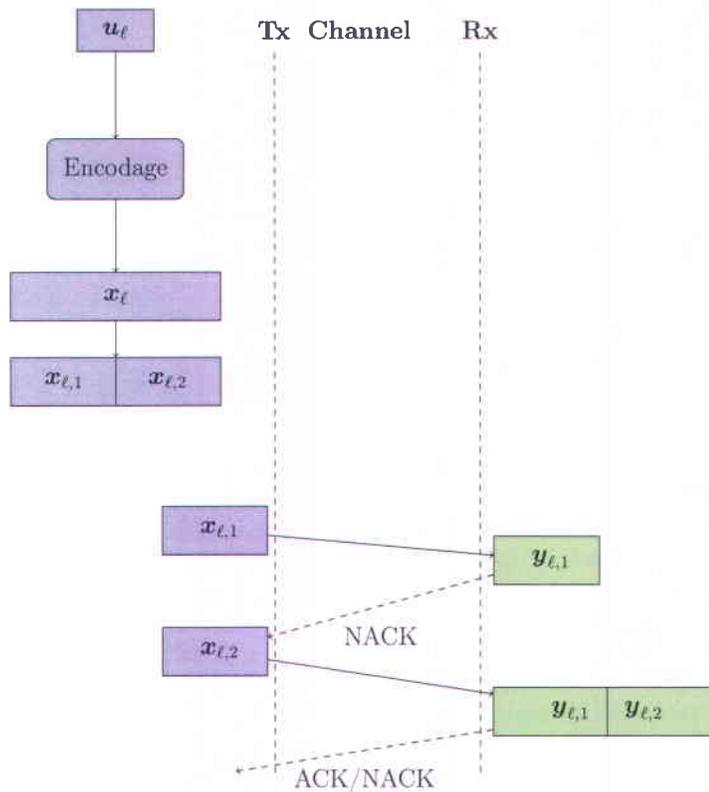


FIGURE 2.3 – HARQ-IR avec  $K = 2$

La figure 2.3 résume ce qu'on vient d'expliquer dans le cas particulier où  $K = 2$ , et un NACK est reçu.

$\mathbf{x}_{\ell,k}, k = 1, \dots, K$  sont les sous mots du mot de code

$$\mathbf{x}_{\ell} = [\mathbf{x}_{\ell,1}, \dots, \mathbf{x}_{\ell,K}] \quad (2.4)$$

Avec le protocole HARQ-IR conventionnel, tous les sous mots ont la même longueur. Dans la suite de ce travail, on traite uniquement cette catégorie de l'HARQ.

### 2.1.2 HARQ : décodage des paquets

D'abord on va expliquer le processus de décodage dans les canaux AWGN et à évanouissement, ensuite on va aborder le décodage HARQ.

#### Le décodage dans un canal AWGN

Un canal AWGN est caractérisé par l'ajout, au niveau de la réception, d'un bruit qui est gaussien, de moyenne nulle. Ce bruit est caractérisé par une densité spectrale de puissance notée  $N_0$ .

On définit le rapport signal-sur-bruit SNR comme suit :

$$\text{snr} = \frac{P}{\sigma^2} \quad (2.5)$$

avec  $P$  la puissance du signal émis,  $\sigma^2$  la puissance du bruit ( $\sigma^2 = BN_0$ , et  $B$  est la bande passante). Le SNR est un indicateur de la qualité de la transmission ; et en se basant sur cette métrique, on peut savoir quelle est la capacité du canal et aussi prédire le taux d'erreur sur les bits.

Dans la théorie de l'information, on suppose que le récepteur va décoder les bits d'information sans commettre d'erreur, si le taux de codage  $R$  utilisé par l'émetteur ne dépasse pas un seuil défini par l'information mutuelle [5].

$$R < I(\text{snr}) \quad (2.6)$$

Dans le cas d'une signalisation Gaussienne,  $I(\text{snr}) = \log_2(1 + \text{snr})$ .

Cette hypothèse théorique est réalisable en pratique grâce à l'apparition des Turbo-Codes et LDPC-Codes. La condition dans l'équation 2.6 s'écrit sous la forme :

$$I^{-1}(R) < \text{snr} \quad (2.7)$$

Souvent, en pratique, le concepteur fixe la stratégie de codage et de modulation qui sera utilisée entre l'émetteur et le récepteur. Étant donné que les

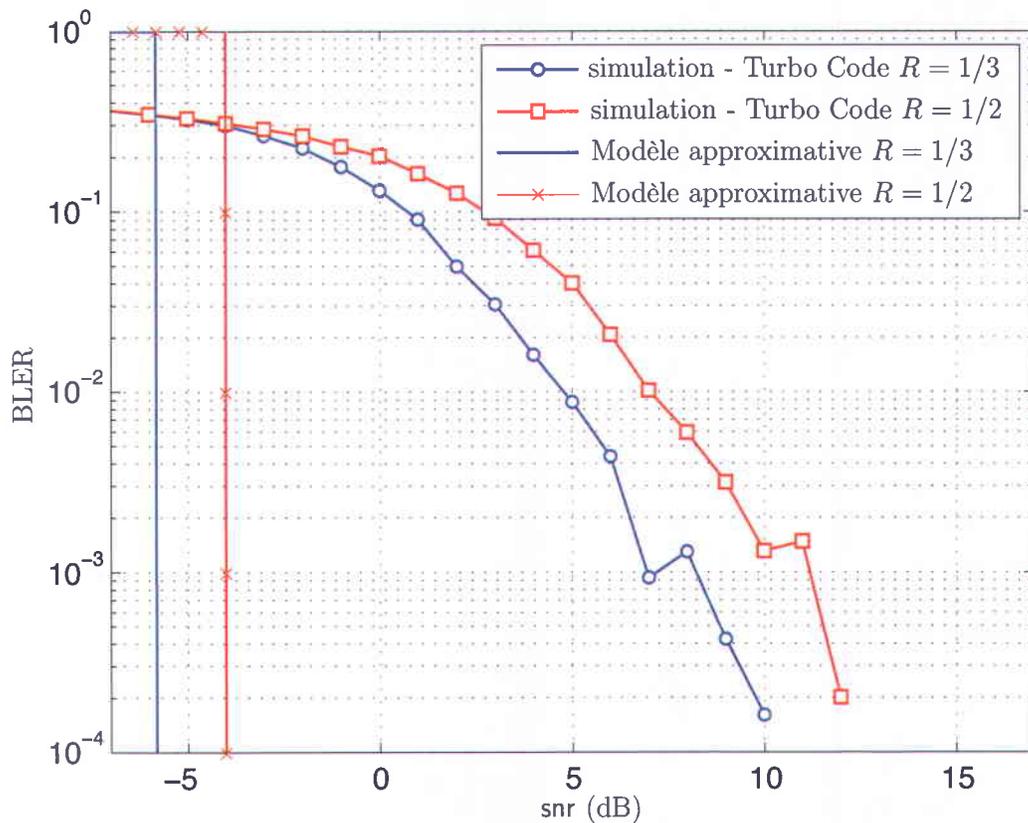


FIGURE 2.4 – BLER avec une longueur de 512 bits d’une communication utilisant un turbo-encodeur dans un canal AWGN.

utilisateurs peuvent changer de canal, le SNR aussi changera. Par conséquent, le taux de codage de la stratégie fixée auparavant peut dépasser la capacité du canal, ce qui engendrera des erreurs de décodage. Comme montré dans la figure 2.4, le taux d’erreur sur les blocs de bits (BLER) devient négligeable (peut être considéré comme nul) si on dépasse une certaine valeur de SNR, et considérable si on est inférieur à cette valeur. Durant notre travail, on a adopté le modèle approximatif indiqué à la figure 2.4.

## Le décodage dans un canal à évanouissement

La différence entre ce canal et au bruit gaussien près, est que la puissance reçue par le récepteur n'est plus déterministe, elle est aléatoire. Cela est dû à plusieurs causes, dont :

- Le signal transmis subit des réflexions ; à la réception, on obtient différentes versions, chacune retardée par un certain délai. Le nombre de ces versions est aléatoire.
- L'existence d'obstacles entre l'émetteur et le récepteur (la nature et le nombre de ces obstacles sont aléatoires). Ces obstacles atténuent la puissance du signal émis en absorbant une partie de son énergie.
- La mobilité aléatoire du récepteur qui cause une atténuation en distance de la puissance.

Ainsi, le SNR du canal devient ainsi un processus stochastique. C'est-à-dire que, à chaque transmission,  $\text{snr}$  est une variable aléatoire. Elle peut être modélisée par différents modèles tels que Rayleigh, Nakagami, Rice etc. Dans le cas du canal de Rayleigh  $\text{snr}$  suit une loi exponentielle de moyenne  $\overline{\text{snr}}$  :  $\text{snr} \sim \mathcal{E}(\overline{\text{snr}}^{-1})$ .

Si on suppose que la stratégie de communication reste fixe entre les deux terminaux comme décrit dans la section 2.1.2, le décodage réussira si la valeur du SNR est supérieure à un certain seuil [6], sinon on déclare qu'on est en coupure (le terme anglais est *outage*). On définit la probabilité de coupure par :

$$\begin{aligned} P_{\text{coupure}} &= \Pr\{R \geq I(\text{snr})\} \\ &= \Pr\{I^{-1}(R) \geq \text{snr}\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

## Modèle du canal

Un canal radio mobile peut être représenté par différents modèles dépendamment de l'environnement du canal et la mobilité du récepteur. Durant ce projet, on a adopté un canal à évanouissement par blocs. Le signal traversant ce type de canal subit une variation aléatoire en puissance. Cette variation est constante pendant toute la durée du bloc, et varie indépendamment d'un bloc à l'autre. De plus, un bruit additif s'ajoute au signal émis. Le signal reçu par le récepteur est donné par :

$$\mathbf{y}[n] = \sqrt{\text{snr}[n]}\mathbf{s}[n] + \mathbf{z}[n] \quad (2.9)$$

où  $\text{snr}[n]$  est le processus stochastique modélisant le SNR du canal durant le bloc  $n$  et  $\mathbf{z}[n]$  est le processus stochastique modélisant le bruit additif (gaussienne de moyenne nulle et de variance unitaire). On suppose que la densité de probabilité (PDF) du  $\text{snr}[n]$  est la même pour chaque  $n$  et donnée par :

$$p_{\text{snr}}(x) = \overline{\text{snr}}^{-1} \exp(-x/\overline{\text{snr}}), \quad (2.10)$$

avec  $\overline{\text{snr}}$  est la moyenne du variable aléatoire  $\text{snr}$ . Ce type de canal est appelé *canal Rayleigh*.

Avec HARQ-IR, le récepteur décode le paquet  $\mathbf{u}_\ell$  en utilisant les  $k_\ell \leq K$  observations du canal :

$$\mathbf{y}_{\ell,k} \triangleq [\mathbf{y}[n_\ell], \dots, \mathbf{y}[n_\ell + k - 1]], \quad (2.11)$$

où  $n_\ell$  est l'indice du premier bloc  $n$  dans lequel le paquet  $\mathbf{u}_\ell$  a été transmis.

On suppose que la signalisation Gaussienne est utilisée, c'est à dire, les mots de code  $\mathbf{x}_{\ell,k}$  sont aléatoirement générés (suivant la loi gaussienne), et pour un  $N_s$  suffisamment grand, le décodage va réussir suivant cette règle :

$$I_{\ell,k} = \sum_{t=0}^{k-1} C(\text{snr}[n_\ell + t]) > R, \quad (2.12)$$

où

$$C(\text{snr}) \triangleq \log_2(1 + \text{snr}). \quad (2.13)$$

## 2.2 Modèle du système

Dans cette section, nous allons présenter le modèle du système adopté dans notre analyse. Ensuite, nous allons comparer le codage par superposition et par partage du temps dans le cas où la CSI est inconnue à l'émetteur.

### 2.2.1 HARQ Multi-paquets

#### Travaux antérieurs

Multiplexer les paquets pendant la retransmission a été proposé dans la littérature. Dans [7], les auteurs ont proposé d'utiliser le codage par superposition ou bien par partage du temps mais avec des paramètres prédéterminés

(sans adapter les paramètres après chaque transmission). De plus, l'adaptation de la stratégie de la retransmission par TS a été étudiée dans [8], mais avec l'hypothèse que la taille des blocs de transmission peut varier. Dans notre contribution, on suppose que la taille des blocs est fixe à chaque transmission et on essaye de trouver la solution qui maximise le débit.

### Schéma proposé

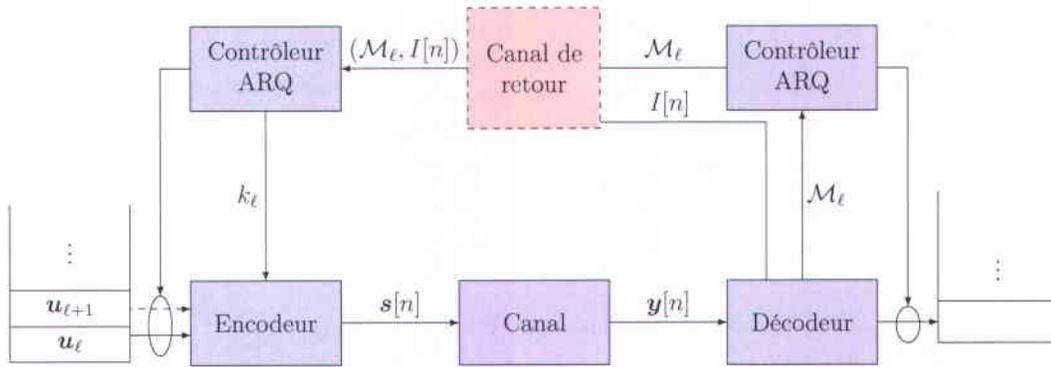


FIGURE 2.5 – Modèle d'une communication Multi-Paquet HARQ

Pour simplifier l'étude, on analyse le cas  $K = 2$ . L'extension pour d'autres cas est possible, mais ne sera pas analysée.

Dans l'HARQ conventionnel, le signal  $s[n]$  dépend du compteur  $k_\ell$  et du contenu du paquet  $u_\ell$ , comme indiqué dans l'équation (2.14). Avec le protocole proposé, on garde le même modèle, mais on suppose que l'émetteur agit avec les messages NACK d'une manière différente de la méthode classique. En particulier, on suppose que l'encodeur est capable d'encoder conjointement le paquet en tête de ligne  $u_\ell$  et le paquet suivant  $u_{\ell+1}$  comme montré dans la figure Fig. 2.5,

$$s[n] = \Phi(u_\ell, u_{\ell+1}, k_\ell, k_{\ell+1}, p), \quad (2.14)$$

avec le paramètre d'encodage  $p$ . On suppose qu'il existe trois schémas de codage possible :

- Retransmission conventionnelle : un seul paquet par transmission : le bloc  $s[n]$  est occupé juste par le deuxième sous-mot de code du paquet  $u_\ell$ . On note ce schéma par '1P' (pour indiquer un "paquet").

- Partage du temps : où les sous-mots de code des paquets  $\mathbf{u}_\ell$  et  $\mathbf{u}_{\ell+1}$  sont transmis en partageant la durée du bloc entre eux. La portion du temps allouée à chaque paquet est déterminée par  $p$ . On dénote ce schéma par ‘TS’ [7–9].
- Le codage par superposition : où les sous-mots de code des paquets  $\mathbf{u}_\ell$  et  $\mathbf{u}_{\ell+1}$  sont transmis simultanément en utilisant le codage par superposition. La portion du puissance allouée à chaque paquet est déterminée par  $p$ . On dénote ce schéma par ‘SC’ [7, 10, 11].

Afin de clarifier les scénarios, le tableau 2.1 englobe les cas possibles. On ajoute la notation de codage suivante :

$$\Phi_k(\mathbf{u}, \alpha) \quad (2.15)$$

où  $\alpha$  indique la longueur relative du  $k$ -ième sous-mot de code ; ceci implique que le mot de code est envoyé sur  $\alpha N_s$  symboles.

Le contrôleur ARQ décide quel encodage sera utilisé durant le bloc de transmission suivant et les paramètres du codage. La décision du contrôleur  $\mathbf{a}[n]$  est appelée *action*. Elle est définie par un vecteur  $\mathbf{a}[n] = (\mathbf{m}[n], p[n])$ , où  $\mathbf{m}[n] \in \mathcal{A}_{\text{mod}} = \{1P, \text{TS}, \text{SC}\}$  spécifie le schéma de codage et  $p[n]$  le paramètre du codage comme indiqué dans le tableau A.1. Les actions sont prises de l’espace des actions  $\mathcal{A} = \mathcal{A}_{\text{mod}} \times [0, 1]$ . Le contrôleur peut choisir comme action la retransmission classique (1P) ou bien multi-paquets soit par TS ou bien SC.

En particulier, dans l’HARQ conventionnel, le contrôleur prend toujours l’action (1P, –). On utilise “–” pour indiquer que le paramètre  $p$  ne prend aucune valeur en choisissant le mode de retransmission conventionnel.

Une fois l’action prise, le compteur HARQ est actualisé en utilisant l’équation (2.2). Dans le cas où le codage conjoint a été utilisé ( $\mathbf{m} \in \{\text{SC}, \text{TS}\}$ ), le compteur HARQ du paquet suivant dans la ligne ( $\mathbf{u}_{\ell+1}$ ) est mis à 1.

$$k_{\ell+1} \leftarrow 1; \quad (2.16)$$

$\mathbf{a}[n]$	$\mathbf{s}[n]$
(1P, –)	$\Phi_2(\mathbf{u}_\ell, 1)$
(TS, $p$ )	$[\Phi_2(\mathbf{u}_\ell, p), \Phi_1(\mathbf{u}_{\ell+1}, 1-p)]$
(SC, $p$ )	$\sqrt{p}\Phi_2(\mathbf{u}_\ell, 1) + \sqrt{1-p}\Phi_1(\mathbf{u}_{\ell+1}, 1)$

TABLE 2.1 – Les scénarios possibles dépendamment de l’action  $\mathbf{a}[n]$ .

Cela reflète le fait que les deux paquets (tête de ligne et le suivant) ont été transmis simultanément. Ce qui veut dire que deux processus HARQ ont été lancés simultanément.

Le décodage se fait de la même manière que dans l'HARQ classique où un seul paquet est transmis. Pour la solution TS, après la retransmission, la condition de décoder correctement le paquet est  $I_{\ell,2} > R$ , avec

$$I_{\ell,2} = I_{\ell,1} + pC(\text{snr}), \quad (2.17)$$

où, pour simplifier la notation, on utilise  $\text{snr} \equiv \text{snr}[n_\ell + 1]$  et  $p \equiv p[n_\ell + 1]$  ( $n_\ell$  est le temps où  $\mathbf{u}_\ell$  devient la tête de ligne). En même temps, le paquet suivant dans la ligne, accumule une AMI égal à :

$$I_{\ell+1,1} = (1 - p)C(\text{snr}). \quad (2.18)$$

Puisque le scalaire  $\text{snr}$  est une variable aléatoire, augmenter la valeur de  $p$  implique l'augmentation de la probabilité de décoder correctement le paquet  $\mathbf{u}_\ell$ . Mais en même temps, la probabilité de décoder correctement le paquet suivant dans la ligne  $\mathbf{u}_{\ell+1}$  diminue. Ainsi, on ne peut pas améliorer la chance de décoder correctement les deux paquets par une transmission simultanée. L'objectif ici est d'optimiser les actions du contrôleur afin de trouver un compromis entre les deux paquets et par la suite maximiser le débit du système.

Dans le cas du codage par superposition (SC), le décodage est un peu plus compliqué puisque les paquets interfèrent, et chacun présente un bruit pour l'autre. Le décodage se fait dans l'ordre suivant : premièrement, le décodeur décode  $\mathbf{u}_\ell$ , ensuite il passe vers le paquet  $\mathbf{u}_{\ell+1}$ . Il est clair que le décodage de  $\mathbf{u}_{\ell+1}$  dépend de celui du  $\mathbf{u}_\ell$  (si  $\mathbf{u}_\ell$  est correctement décodé, il n'agira plus comme bruit pour le paquet  $\mathbf{u}_{\ell+1}$ ). L'AMI du paquet retransmis est donnée par :

$$I_{\ell,2} = I_{\ell,1} + C\left(\frac{p\text{snr}}{1 + (1 - p)\text{snr}}\right). \quad (2.19)$$

Et celle du deuxième est donnée par :

$$I_{\ell+1,1} = \begin{cases} C((1 - p)\text{snr}) & \text{si } I_{\ell,2} > R \\ C\left(\frac{(1-p)\text{snr}}{1+p\text{snr}}\right) & \text{si } I_{\ell,2} \leq R \end{cases}; \quad (2.20)$$

dans le premier cas, l'interférence causée par le paquet superposé  $\Phi_2(\mathbf{u}_\ell)$  est supprimée, tandis que dans le deuxième cas, elle ne l'est pas puisque l'AMI du paquet  $\mathbf{u}_\ell$  n'est pas assez grande pour le décoder correctement ( $I_{\ell,2} \leq R$ ). Par simplicité, le décodage conjoint des deux paquets n'a pas été considéré.

## 2.2.2 Codage par superposition versus le partage du temps

Pour étudier la différence entre TS et SC, on propose d'analyser un scénario particulier en comparant la performance de chaque solution.

Supposons qu'une première transmission d'un paquet à  $\mathbf{u}_\ell$  est effectuée. Suite à cette transmission, le récepteur a accumulé une information mutuelle  $I_{\ell,1}$ . On veut comparer les deux actions  $\mathbf{a}_1 = (\text{TS}, \lambda)$  et  $\mathbf{a}_2 = (\text{SC}, \alpha)$  en terme de probabilité de succès de décodage des deux paquets multiplexés. Pour  $0 \leq \lambda, \alpha \leq 1$ , nous adoptons la notations suivante :

$$P_1^{\text{TS}}(\lambda) = \Pr\{I_{\ell,1} + \lambda C(\text{snr}) \geq R\} \quad (2.21)$$

$$P_1^{\text{SC}}(\alpha) = \Pr\left\{I_{\ell,1} + C\left(\frac{\alpha \text{snr}}{1 + (1 - \alpha)\text{snr}}\right) \geq R\right\} \quad (2.22)$$

où  $P_1^{\text{TS}}(\lambda)$  et  $P_1^{\text{SC}}(\alpha)$  sont les probabilités de décoder correctement le paquet  $\mathbf{u}_\ell$  en utilisant le partage du temps et le codage par superposition, respectivement. Et puis :

$$P_2^{\text{TS}}(\lambda) = \Pr\{(1 - \lambda)C(\text{snr}) \geq R\} \quad (2.23)$$

$$P_2^{\text{SC}}(\alpha) = \begin{cases} \Pr\{C((1 - \alpha)\text{snr}) \geq R\} & \text{si } I_{\ell,2} > R \\ \Pr\left\{C\left(\frac{(1 - \alpha)\text{snr}}{1 + \alpha \text{snr}}\right) \geq R\right\} & \text{si } I_{\ell,2} \leq R \end{cases} \quad (2.24)$$

sont les probabilités de décoder correctement le paquet  $\mathbf{u}_{\ell+1}$  en utilisant le partage du temps et le codage par superposition, respectivement.  $I_{\ell,2}$  est l'information mutuelle accumulée pour le paquet  $\mathbf{u}_\ell$  après deux transmissions.

On propose le théorème suivant :

**Théorème 1.** Soit  $R \geq 0$  et  $\text{snr} \in \mathbb{R}$ .

$\forall \lambda \in [0, 1], \exists \alpha_0 \in [0, 1]$  tel que :  $P_1^{\text{TS}}(\lambda) = P_1^{\text{SC}}(\alpha_0)$ , et on a

$$P_2^{\text{TS}}(\lambda) \leq P_2^{\text{SC}}(\alpha_0) \quad (2.25)$$

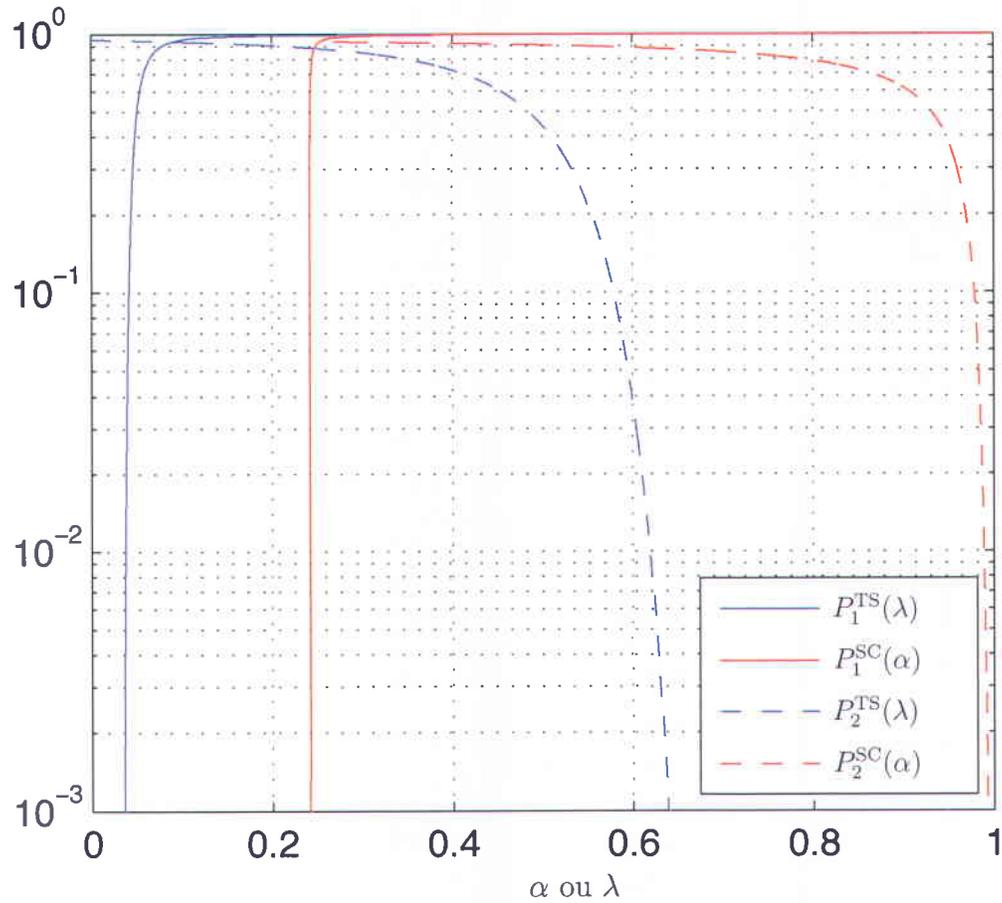


FIGURE 2.6 – Les probabilités de décoder le premier et le deuxième paquet en utilisant la SC et la TS en fonction de  $\alpha$  ou  $\lambda$ .

*Démonstration.* Les expressions dans les équations (2.21) et (2.22) se simplifient sous la forme suivante :

$$P_1^{\text{TS}}(\lambda) = \Pr\{\text{snr} \geq 2^{\frac{R-I_{\ell,1}}{\lambda}} - 1\} \quad (2.26)$$

$$P_1^{\text{SC}}(\alpha) = \begin{cases} \Pr\{\text{snr} \geq \frac{B}{\alpha - (1-\alpha)B}\} & \text{si } \alpha \geq \frac{B}{1+B} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.27)$$

avec  $B = 2^{R-I_{\ell,1}} - 1$ .

Soit  $\lambda \in [0, 1]$ ,  $P_1^{\text{TS}}(\lambda) = P_1^{\text{SC}}(\alpha_0)$  est équivalent à :

$$\begin{cases} 2^{\frac{R-I_{\ell,1}}{\lambda}} - 1 = \frac{B}{\alpha_0 - (1-\alpha_0)B} \\ \alpha_0 \geq \frac{B}{1+B} \end{cases} \quad (2.28)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_0 = \frac{B 2^{\frac{R-I_{\ell,1}}{\lambda}}}{(1+B)(2^{\frac{R-I_{\ell,1}}{\lambda}} - 1)} \\ \alpha_0 \geq \frac{B}{1+B} \end{cases} \quad (2.29)$$

puisque  $\frac{2^{\frac{R-I_{\ell,1}}{\lambda}}}{2^{\frac{R-I_{\ell,1}}{\lambda}} - 1} \geq 1$  on déduit que :

$$P_1^{\text{TS}}(\lambda) = P_1^{\text{SC}}(\alpha_0) \Leftrightarrow \alpha_0 = \frac{B 2^{\frac{R-I_{\ell,1}}{\lambda}}}{(1+B)(2^{\frac{R-I_{\ell,1}}{\lambda}} - 1)} \quad (2.30)$$

l'existence de  $\alpha_0 \in [0, 1]$  est donc prouvée.

Pour la deuxième partie de la propriété on utilise l'inégalité suivante :

$$P_2^{\text{SC}}(\alpha_0) \geq \Pr\{I_{\ell,2} \geq R \cap C((1-\alpha_0)\text{snr}) \geq R\} \quad (2.31)$$

ceci implique que :

$$P_2^{\text{SC}}(\alpha_0) \geq \Pr\{\text{snr} \geq \frac{B}{\alpha - (1-\alpha)B} \cap \text{snr} \geq \frac{2^R - 1}{1 - \alpha_0}\} \quad (2.32)$$

$$\approx \Pr\{\text{snr} \geq \frac{2^R - 1}{1 - \alpha_0}\} \quad (2.33)$$

il suffit de montrer que  $2^{\frac{R}{1-\lambda}} - 1 \geq \frac{2^R - 1}{1 - \alpha_0}$  pour en déduire que  $P_2^{\text{TS}}(\lambda) \leq P_2^{\text{SC}}(\alpha_0)$ . Ceci est équivalent à montrer :

$$\frac{R}{\log_2\left(1 + \frac{2^R - 1}{1 - \alpha_0}\right)} \geq 1 - \lambda \quad (2.34)$$

de (2.29) on peut écrire  $\lambda$  sous la forme suivante :

$$\lambda = \frac{\log_2(1+B)}{\log_2\left(1 + \frac{B}{\alpha_0 - (1-\alpha_0)B}\right)} \quad (2.35)$$

on doit montrer que :

$$\frac{R}{\log_2\left(1 + \frac{2^R - 1}{1 - \alpha_0}\right)} \geq 1 - \frac{\log_2(1+B)}{\log_2\left(1 + \frac{B}{\alpha_0 - (1-\alpha_0)B}\right)} \quad (2.36)$$

cette inégalité se simplifie en :

$$\log_2\left(\frac{\alpha_0}{\alpha_0 - (1-\alpha_0)B}\right) \left[ R - \log_2\left(1 + \frac{2^R - 1}{1 - \alpha_0}\right) \right] + R \log_2(1+B) \geq 0 \quad (2.37)$$

La fonction  $f : x \rightarrow \log_2\left(\frac{x}{x - (1-x)B}\right) \left[ R - \log_2\left(1 + \frac{2^R - 1}{1 - x}\right) \right]$  est décroissante sur  $\left[\frac{B}{B+1}; 1\right]$ . Alors on a  $f(\alpha_0) \geq \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ . Par la suite :

$$f(\alpha_0) + R \log_2(1+B) \geq 0 \quad (2.38)$$

ce qui termine la preuve. □

Le théorème 1 nous montre que si on veut atteindre la même probabilité de coupure du premier paquet en utilisant SC ou bien TS, il en résulte une probabilité de coupure de deuxième paquet envoyé par TS plus grande que celle du paquet envoyé par SC.

## 2.3 Métriques

Dans cette section nous présentons les métriques à analyser et les fonctions à optimiser. Tout d'abord on va définir le débit d'un système HARQ ensuite on va voir comment la probabilité de coupure est calculée.

### 2.3.1 Débit

Appelé en anglais *throughput*, le débit est dans la plupart des cas la métrique la plus valorisante d'un système car il reflète la quantité de données qu'on peut transmettre par unité de temps. Le débit est défini comme la moyenne de l'espérance de la récompense (nombre de bits reçus sans erreur) par transmission :

$$\eta = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[r(n)] \quad (2.39)$$

où  $r(n)$  est le processus stochastique qui modélise la récompense à la  $n$ -ième transmission. Pour chaque valeur de  $n$ , la variable aléatoire  $r(n)$  peut prendre deux valeurs :

$$r(n) = \begin{cases} R, & \text{si le paquet est decodé correctement} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.40)$$

L'expression dans la définition (2.39) peut être simplifiée par le théorème **Renewal-Reward** [12, 13] pour s'écrire sous la forme :

$$\eta = \frac{\mathbb{E}[\mathcal{R}]}{\mathbb{E}[\mathcal{D}]} \quad (2.41)$$

avec  $\mathcal{D} \in \{1, 2, \dots, K\}$  la variable aléatoire modélisant le nombre de transmission nécessaire pour arriver à décoder sans erreurs un paquet.  $\mathcal{R}$  est la variable aléatoire modélisant la récompense durant les  $\mathcal{D}$  tentatives. Il est clair que  $\mathcal{R} \in \{0, R\}$ .

Dans ce travail, on s'est basé sur l'expression dans la définition (2.39) puisqu'on propose l'adaptation de la stratégie de la retransmission. De plus la définition du cycle est compliquée dans notre solution parce qu'il est possible d'envoyer deux paquets simultanément.

### 2.3.2 Probabilité de coupure

Appelée en anglais *outage probability*, c'est la probabilité de ne pas arriver à décoder correctement un paquet. Dans le cas d'un système utilisant HARQ comme protocole, c'est la probabilité d'échouer après  $K$  transmissions du même paquet. On dénote par  $I_l$  l'information mutuelle accumulée durant la

$l$ -ième tentative. La probabilité de coupure, dans le cas de HARQ-IR, est donnée par :

$$P_{\text{out}} = \Pr\left\{ \sum_{l=1}^K I_l \leq R \right\} \quad (2.42)$$

$I_l$  dépend des statistiques du canal et aussi de la modulation et du codage utilisés.

La probabilité de coupure peut s'écrire d'une autre manière en utilisant les variables suivantes :

$$\zeta_p = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_p}{N} \quad (2.43)$$

$$\zeta_{\text{NACK}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{\text{NACK}}}{N} \quad (2.44)$$

où  $N_p$  est le nombre de fois qu'on a transmis des paquets (en excluant leurs retransmissions), et  $N_{\text{NACK}}$  le nombre de fois qu'on a déclaré un paquet perdu.  $N$  est le nombre total des transmissions. Alors la probabilité de coupure s'écrit sous la forme :

$$P_{\text{out}} = \frac{\zeta_{\text{NACK}}}{\zeta_p} \quad (2.45)$$

On peut aussi écrire le débit en fonction de ces variables :

$$\eta = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(N_p - N_{\text{NACK}})R}{N} \quad (2.46)$$

$$= (\zeta_p - \zeta_{\text{NACK}})R \quad (2.47)$$

De la définition (2.45) et (2.47) on déduit que :

$$P_{\text{out}} = 1 - \frac{\eta}{R\zeta_p} \quad (2.48)$$

Dans ce travail, on exploite l'expression (2.48).

# Chapitre 3

## Le Processus de Décision Markovien

Le Processus de Décision Markovien (MDP), appelé aussi chaîne de Markov contrôlée, est un modèle stochastique issu de la théorie du contrôle optimal et de la théorie des probabilités. Ce modèle aide le contrôleur d'un système qui varie d'une manière stochastique, à prendre les décisions optimales au sens de minimisation (ou bien maximisation) du coût (ou bien de la récompense). Dans ce chapitre, on va présenter le modèle MDP, ainsi que ses classes. Dans ce projet on s'intéresse à la maximisation de la récompense.

### 3.1 Le modèle MDP et ses classes de problème

Dans cette section, on va présenter les éléments de base de la MDP, à travers lesquels on arrive à modéliser un tel processus de contrôle. Ensuite, nous allons parler de ses différentes classes.

#### 3.1.1 Les éléments de base de la MDP

Un modèle MDP est principalement composé d'un processus stochastique  $\mathbf{s}[n]$  qui reflète l'état du système étudié. Ce dernier se modélise par une chaîne de Markov. À chaque état, le contrôleur dispose d'un ensemble d'actions qui peuvent être prises, parmi lesquelles il choisit une seule action  $\mathbf{a}[n] = \pi(\mathbf{s}[n])$ . Cela engendre une récompense  $r(\mathbf{s}[n], \mathbf{a}[n])$  et une évolution à un état  $\mathbf{s}[n+1] = f(\mathbf{s}[n], \mathbf{a}[n], \mathbf{z}[n])$ , où  $\mathbf{z}[n]$  modélise le bruit. À la fin de  $N$  transitions, le

contrôleur obtient une récompense finale qui est égale à  $\sum_{n=1}^N r(\mathbf{s}[n], \pi(\mathbf{s}[n]))$ .  
On parle d'horizon fini quand  $N < \infty$ , sinon, l'horizon est infini.

Le modèle MDP est composé des éléments suivants :

- **L'espace d'état**  $\mathcal{S}$  qui contient un nombre fini d'états. Ses éléments sont notés par  $\mathbf{s} \in \mathcal{S}$ . L'état du système se modélise par un processus stochastique  $\mathbf{s}[n]$  qui prend valeur dans  $\mathcal{S}$ .
- **L'espace d'actions**  $\mathcal{A}$  qui contient un nombre fini d'éléments. Ses éléments sont notés par  $\mathbf{a} \in \mathcal{A}$ .

Pour chaque état  $\mathbf{s}$ , on denote par  $\mathcal{A}(\mathbf{s})$ , l'ensemble des actions admissibles à cet état. L'action prise à chaque instant  $n$ , se modélise par un processus stochastique  $\mathbf{a}[n]$  qui prend valeur dans  $\mathcal{A}$ .

- **Les probabilités de transition** : pour chaque valeur de  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{s}'$  et  $\mathbf{a}$ , la probabilité de transition est égale à :

$$p_{\mathbf{s},\mathbf{s}'}(\mathbf{a}) \triangleq \Pr\{\mathbf{s}[n+1] = \mathbf{s}' | \mathbf{s}[n] = \mathbf{s}, \mathbf{a}[n] = \mathbf{a}\} \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{s}[n]$  et  $\mathbf{a}[n]$  sont les processus stochastique modélisant l'évolution du système et l'action prise au temps  $n$  respectivement.

- **La récompense moyenne durant une époque** : est la moyenne de la récompense liée à chaque transition  $\hat{r}(\mathbf{s}, \mathbf{a}, \mathbf{s}')$  (on suppose qu'elle est bornée) :

$$r(\mathbf{s}, \mathbf{a}) = \sum_{\mathbf{s}' \in \mathcal{S}} p_{\mathbf{s},\mathbf{s}'}(\mathbf{a}) \hat{r}(\mathbf{s}, \mathbf{a}, \mathbf{s}'). \quad (3.2)$$

- **L'ensemble d'époques** :  $\mathcal{T} = \{1, 2, \dots, N\}$  est l'ensemble d'intervalles de temps où, au début de chaque intervalle, le contrôleur prend une action.  $N$  est assez grand pour considérer l'horizon comme infini.
- **La politique** : Noté par  $\pi$ , est une fonction déterministe qui attribue à chaque état dans l'espace  $\mathcal{S}$  une action dans l'ensemble  $\mathcal{A}(\mathbf{s})$ .

$$\begin{aligned} \pi : \mathcal{S} &\mapsto \mathcal{A} \\ \pi(\mathbf{s}) &= \mathbf{a} \in \mathcal{A}(\mathbf{s}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

- **L'ensemble de politiques admissibles**  $\Pi$  regroupe toutes politiques permises.

### 3.1.2 Classes de Récompense

Les problèmes qui peuvent se formuler sous un modèle MDP diffèrent par la fonction à optimiser. Ces différents problèmes se divisent en trois classes :

1. *Le chemin stochastique le plus court* : Dans cette classe de problème, la récompense à maximiser s'écrit sous la forme :

$$\eta(\pi) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[r(\mathbf{s}[n], \pi(\mathbf{s}[n]))] \quad (3.4)$$

Pour assurer la convergence de la récompense définie dans l'équation (3.4), cette classe contient un état absorbant. Le passage à cet état absorbant est inévitable quelque soit l'état initial et la politique appliquée. De plus, cet état ne génère aucune récompense.

2. *La somme réduite de la récompense (Discounted Problems)* : Dans cette classe de problème, la récompense à maximiser s'écrit sous la forme :

$$\eta(\pi) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \alpha^n \mathbb{E}[r(\mathbf{s}[n], \pi(\mathbf{s}[n]))] \quad (3.5)$$

où le scalaire  $\alpha$  est le facteur de réduction. Pour assurer la convergence de la récompense dans (3.5), on prend  $\alpha < 1$ .

3. *La récompense moyenne* : Dans cette classe, la récompense est calculée de la façon suivante :

$$\eta(\pi) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[r(\mathbf{s}[n], \pi(\mathbf{s}[n]))] \quad (3.6)$$

c'est la moyenne arithmétique de la récompense moyenne durant une époque.

## 3.2 MDP : récompense moyenne

Dans cette partie, on présente les propriétés ainsi que les méthodes pour résoudre un problème MDP avec une récompense de classe récompense moyenne.

### 3.2.1 Condition suffisante

**Condition 1.** *Il existe au moins un état, noté par  $s_p$ , et un  $m > 0$ , tel que quelque soit l'état initial et la politique  $\pi$ , la probabilité d'être dans l'état  $s_p$  au moins une seule fois durant les  $m$  transitions, est non nulle, soit  $\Pr\{s[n] = s_p\} > 0$ , avec  $n < m$ .*

La condition 1 nous aide à voir le problème de la classe *récompense moyenne* comme celui du *chemin stochastique le plus court* [14]. En effet, l'expression de la récompense dans (3.6) peut être simplifiée par la loi forte des grands nombres en [14] :

$$\eta(\pi) = \frac{r_{pp}(\pi)}{\tau_{pp}(\pi)} \quad (3.7)$$

où  $r_{pp}(\pi)$  est la récompense moyenne accumulée si on démarre de l'état  $s_p$  jusqu'au premier retour à  $s_p$  en utilisant la politique  $\pi$ .  $\tau_{pp}(\pi)$  est le nombre moyen de transitions nécessaire pour retourner à  $s_p$ .

Si on dénote par  $\eta^*$  la valeur optimale de la récompense et par  $\pi^*$  la politique qui offre la récompense  $\eta^*$ , on a :

$$\frac{r_{pp}(\pi)}{\tau_{pp}(\pi)} \leq \eta^* \quad (3.8)$$

et l'égalité si  $\pi = \pi^*$ . Le problème de maximisation devient équivalent à :

$$\max_{\pi \in \Pi} [r_{pp}(\pi) - \eta^* \tau_{pp}(\pi)] \quad (3.9)$$

en prenant la récompense liée à la transition égale à  $\hat{r}(s, a, s') - \eta^*$ , et en considérant l'état  $s_p$  comme état absorbant (on met à zero les probabilités de sortir de  $s_p$ , et pour n'importe quelle action  $a$  on met  $\hat{r}(s_p, a, s_p) = 0$ ), le problème de maximisation est transformé en celui de type *chemin stochastique le plus court*. Les équations de Bellman du "chemin stochastique le plus court" nous aide à trouver pour tout  $1 \leq i \leq |\mathcal{S}|$  le scalaire suivant :

$$h_{s_i} = \max_{\pi \in \Pi} [r_{ip}(\pi) - \eta^* \tau_{ip}(\pi)] \quad (3.10)$$

où  $r_{ip}(\pi)$  est la récompense moyenne accumulée si on démarre de l'état  $s_i$  jusqu'au premier retour à  $s_p$  en utilisant la politique  $\pi$ .  $\tau_{ip}(\pi)$  est le nombre moyen de transitions nécessaire pour retourner à  $s_p$ . D'après la définition de  $\eta^*$ , on a  $h_{s_p} = 0$ .

### 3.2.2 Equation de Bellman

Sous la condition 1, la valeur optimale de la récompense, notée  $\eta^*$ , et avec un unique vecteur  $(h_{s_1}, h_{s_2}, \dots, h_{s_M})$  sont les solutions de l'équation suivante [14] :

$$\begin{aligned} \eta^* + h_{s_i} &= \max_{a \in \mathcal{A}(s)} \left[ r(s_i, a) + \sum_{j=1}^{|\mathcal{S}|} p_{s_i, s_j}(a) h_{s_j} \right], \quad \forall s_i \neq s_p, \\ h_{s_p} &= 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

si une politique  $\pi$  vérifie l'ensemble des équations dans (3.11), alors elle est optimale, et sa récompense est égale à  $\eta^*$ .

Soit une politique  $\pi \in \Pi$ , la récompense  $\eta(\pi)$ , ainsi que sa récompense différentielle  $h(\pi)$  forment la solution unique de l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \eta(\pi) + h_{s_i}(\pi) &= r(s_i, \pi(s_i)) + \sum_{j=1}^{|\mathcal{S}|} p_{s_i, s_j}(\pi(s_i)) h_{s_j}(\pi), \quad \forall s_i \neq s_p, \\ h_{s_p}(\pi) &= 0. \end{aligned} \quad (3.12)$$

ainsi, pour évaluer la récompense d'une politique, il suffit de résoudre les équations (3.12).

## 3.3 Algorithme d'optimisation : Itération de la Politique

Cet algorithme est utilisé afin de calculer la politique et la récompense optimales [14]. Il opère d'une manière itérative et sa convergence est assurée par condition 1. Initialement on choisit une politique  $\pi_k \in \Pi$  (le choix de celle-ci n'est soumis à aucune contrainte), et on procède en deux étapes :

- **L'évaluation de la politique** : grâce aux équations (3.12), on calcule la récompense et le vecteur de la récompense différentielle notés  $\eta^k$  et  $h^k$  respectivement.

$$\eta^k + h_{s_i}^k = r(s_i, \pi^k(s_i)) + \sum_{j=1}^{|\mathcal{S}|} p_{s_i, s_j}(\pi^k(s_j)) h_{s_j}^k \quad (3.13)$$

$$h_{s_p}^k = 0 \quad (3.14)$$

- **L'amélioration de la politique** : une fois que l'on a  $\eta_k$  et  $h_k$ , on procède à la phase de l'amélioration, en résolvant la maximisation suivante :

$$\pi^{k+1}(s_i) \leftarrow \operatorname{argmax}_{\mathbf{a} \in \mathcal{A}(s_i)} \left[ r(s_i, \mathbf{a}) + \sum_{j=1}^{|\mathcal{S}|} p_{s_i, s_j}(\mathbf{a}) h_{s_j}^k \right]. \quad (3.15)$$

L'algorithme s'arrête une fois que :

$$\begin{cases} h^{k+1} & = h^k \\ \eta^{k+1} & = \eta^k \end{cases}$$

Sous Condition 1, on a la propriété suivante :

**Théorème 2.** *Dans l'algorithme Iteration de la Politique, pour chaque  $k$  on a soit :*

$$\eta^k < \eta^{k+1}$$

ou bien

$$\eta^k = \eta^{k+1}, \text{ et } h_s^k \leq h_s^{k+1}$$

*De plus, l'algorithme converge, et les politiques  $\pi^k$  et  $\pi^{k+1}$ , obtenues à la fin, sont optimales.*

Intuitivement, on peut déduire que l'algorithme va s'arrêter à une certaine itération. En effet, puisque l'ensemble des actions et des états est fini, la deuxième étape de l'algorithme va converger, à un certain temps, vers la politique optimale.

# Chapitre 4

## La MDP pour adapter la stratégie de la transmission

### 4.1 Formulation du problème en MDP

Dans cette section, nous allons définir les éléments qui constituent la MDP de notre modèle. Ensuite on va discrétiser les variables du système pour l'application numérique.

#### 4.1.1 Variables continues

Afin de décider quelle action a doit être prise, le contrôleur ARQ utilise les messages de signalisation classique  $\mathcal{M}_\ell$ , ainsi qu'un message supplémentaire de retour. Ce message retourné indique l'information mutuelle  $I_{\ell,1}$  accumulée durant la première transmission du paquet  $\mathbf{u}_\ell$ . L'AMI envoyée est l'indicateur de l'état du décodeur. En effet, puisque le succès du décodage est conditionné par  $I_{\ell,1}$ , ce paramètre reflète "à quel point" on est loin du succès.

Puisqu'on considère le cas  $K = 2$ , on a juste besoin de connaître la valeur de  $I_{\ell,1}$  ou  $I_{\ell+1,1}$ , c'est-à-dire l'AMI du paquet transmis pour la première fois (il se peut que ça soit  $u_{\ell,1}$  ou  $u_{\ell+1,1}$  dépendamment de ce qui a été envoyé). On la dénote par  $I[n]$  et elle est définie sur l'ensemble suivant :

$$\mathcal{I} \triangleq [0, R] \cup \mathcal{I}_{R+}, \quad (4.1)$$

$$\mathcal{I}_{R+} \triangleq (R, \infty), \quad (4.2)$$

où (4.2) regroupe explicitement les valeurs de AMI pour lesquelles le décodage va réussir ( $I[n] > R$ ).

Les messages de retour  $\mathcal{M}_\ell$  et l'AMI  $I[n]$ , ainsi que les compteurs HARQ  $k_\ell, k_{\ell+1}$  définissent l'état du processus HARQ. Ayant connaissance de l'état du système, on peut choisir une action.

En envisageant la possibilité que le paquet en tête de la ligne  $\mathbf{u}_\ell$  et le suivant  $\mathbf{u}_{\ell+1}$  peuvent être envoyés simultanément, les valeurs du compteur HARQ appartiennent à l'ensemble  $(k_\ell, k_{\ell+1}) \in \{(1, 0), (2, 1), (2, 0)\}$ . Les compteurs sont actualisés après la sélection de l'action.

Notons que les actions du codage conjoint  $\mathbf{a}[n] \in \{\text{SC}, \text{TS}\} \times [0, 1]$  peuvent être prises seulement si  $(k_\ell, k_{\ell+1}) \in \{(1, 0), (2, 1)\}$ . Cela signifie que le codage conjoint sert seulement à retransmettre un paquet au lieu d'allouer tout le bloc.

On définit le paramètre  $\zeta$ , qui regroupe les états du compteur comme suit :

$$\zeta[n] = \begin{cases} 1, & \text{si } (k_\ell, k_{\ell+1}) \in \{(1, 0), (2, 1)\} \\ 0, & \text{si } (k_\ell, k_{\ell+1}) = (2, 0) \end{cases}, \quad (4.3)$$

où le deuxième cas signifie que durant le bloc  $n - 1$ , la transmission a été basé sur l'action  $\mathbf{a} = (1P, -)$  ( ce qui veut dire que  $\mathbf{a}[n - 1] = (1P, -)$ ).

Afin de déterminer quelle action  $\mathbf{a}[n]$  doit être prise, il est nécessaire de connaître l'état actuel du processus HARQ. On définit l'état du système par le vecteur :

$$\mathbf{s}[n] = (\mathcal{M}_\ell, \zeta[n], I[n]) \quad (4.4)$$

qui appartient à l'espace  $\mathcal{S} = \{\text{ACK}, \text{NACK}\} \times \{1, 0\} \times \mathcal{I}$ . Notre objectif est de trouver la *politique*  $\pi : \mathcal{S} \mapsto \mathcal{A}$ , telle que l'action  $\mathbf{a} = \pi(\mathbf{s}) \in \mathcal{A}$  prise par le contrôleur ARQ maximise le débit défini par l'équation (2.39).

### 4.1.2 Discrétisation

Le problème de contrôle optimal est maintenant formulé en utilisant le modèle MDP. Afin d'obtenir des résultats numériques, on doit discrétiser les variables du système : l'espace d'états  $\mathcal{S}$  et l'espace d'actions  $\mathcal{A}$ . Les deux premières dimensions de l'ensemble  $\mathcal{S}$  sont discrètes par définition ; par conséquent, on partitionne juste  $\mathcal{I}$ . On utilise  $T_R - 1$  points pour discrétiser uniformément l'intervalle  $[0, R]$  et le  $T_R$ -ième point désigne l'ensemble  $\mathcal{I}_{R,+}$

(voir (4.2)). Pour la simplicité de la présentation,  $\mathcal{I}_s$  représente l'intervalle de discrétisation associé à l'état  $s$ . On définit des sous-ensembles de l'espace d'état comme suit :

$$\mathcal{S}_{\mathcal{M},\zeta} \triangleq \{s : s = (\mathcal{M}, \zeta, t); t = 1, \dots, T_R\}. \quad (4.5)$$

Comme pour le partitionnement de l'espace d'états, on discrétise la deuxième dimension de l'ensemble des actions  $\mathcal{A}$ . En effet, chaque action a deux éléments de description :

$$\mathbf{a} = (\mathbf{m}_a, p_a) \in \mathcal{A}_{\text{cod}} \times [0, 1] \quad (4.6)$$

avec  $\mathcal{A}_{\text{cod}}$  est l'ensemble qui regroupe le type de codage qui peut être utilisé, et  $p_a$  le paramètre utilisé dans ce codage. On partitionne l'intervalle  $[0, 1)$  en  $T_p$  points.

On distingue trois grandes catégories d'actions par les sous-ensembles suivants :

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{1P} \cup \mathcal{A}_{\text{SC}} \cup \mathcal{A}_{\text{TS}}. \quad (4.7)$$

l'ensemble  $\mathcal{A}_{1P} = \{(1P, -)\}$  contient un seul élément car  $p$  n'a pas de signification dans le cas de la retransmission HARQ classique. On réfère à une action par son schéma de codage  $\mathbf{m}$  et son paramètre  $p$ .

On suppose que  $T_R$  et  $T_p$  sont suffisamment grands pour considérer que les ensembles  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{A}$  et leur discrétisation sont approximativement les mêmes.

Être dans un état  $s$ , laisse au contrôleur le choix d'action  $\mathbf{a} \in \mathcal{A}(s)$ , ce qui va transformer le système à l'état  $s' \in \mathcal{S}$  au temps  $n+1$  suivant la probabilité de transition :

$$p_{s,s'}(\mathbf{a}) \triangleq \Pr\{s[n+1] = s' | s[n] = s, \mathbf{a}[n] = \mathbf{a}\}. \quad (4.8)$$

Avec les deux éléments : ensemble d'époques  $\mathcal{T} = \{1, 2, \dots, N\}$  et ensemble de récompenses  $\mathcal{R} = \{0, R\}$ , notre modèle de système a maintenant la structure d'un MDP,

On suppose que le système a un comportement stationnaire, c'est-à-dire que la probabilité de transition est indépendante du temps  $n$ .

Chaque transition d'état produit une récompense instantanée en fonction de l'action  $\mathbf{a}$  qui a été prise à  $s$  et en arrivant à  $s'$  :

$$\hat{r}(s, \mathbf{a}, s') = \begin{cases} R, & s' \in \mathcal{S}_{\text{ACK}} \\ 0, & \text{autrement} \end{cases} \quad (4.9)$$

et une récompense moyenne égale à :

$$r(\mathbf{s}, \mathbf{a}) = \sum_{\mathbf{s}' \in \mathcal{S}} p_{\mathbf{s}, \mathbf{s}'}(\mathbf{a}) \hat{r}(\mathbf{s}, \mathbf{a}, \mathbf{s}'). \quad (4.10)$$

## 4.2 Optimisation basée sur l'Iteration de la Politique

Le débit donné par (2.39) peut maintenant s'écrire de la façon suivante :

$$\eta(\pi) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[r(\mathbf{s}[n], \pi(\mathbf{s}[n]))] \quad (4.11)$$

Notre objectif est de résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\eta^* = \max_{\pi \in \Pi} \eta(\pi), \quad (4.12)$$

où  $\Pi$  est l'ensemble des politiques admissibles  $\pi : \mathcal{S} \mapsto \mathcal{A}$ .

Ce problème se classe comme une MDP de classe récompense moyenne (comme vu dans le chapitre 3). En utilisant les outils présentés dans le chapitre 3, à chaque itération on doit extraire le vecteur  $\underline{h}^k$  et le scalaire  $\eta^k$  des équations suivantes :

$$\eta^k + h_{\mathbf{s}_i}^k = r(\mathbf{s}_i, \pi^k(\mathbf{s}_i)) + \sum_{j=1}^{|\mathcal{S}|} p_{\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j}(\pi^k(\mathbf{s}_i)) h_{\mathbf{s}_j}^k, \quad (4.13)$$

$$h_{\mathbf{s}_p}^k = 0. \quad (4.14)$$

Pour résoudre cet ensemble d'équations, on procède par une méthode matricielle. On note par  $\underline{\eta}^k$  le vecteur contenant que des  $\eta^k$ . On a :

$$\underline{\eta}^k + \underline{h}^k = \underline{r}(\pi^k) + P(\pi^k) \underline{h}^k \quad (4.15)$$

avec  $P(\pi^k)$  la matrice de transition associée à la politique  $\pi^k$  et où on a remplacé la  $p$ -ième colonne par une colonne de zéros.  $\underline{r}(\pi^k)$  est le vecteur de la récompense moyenne. On définit  $\underline{c}^k = (I - P(\pi^k))^{-1} \underline{\eta}^k + \underline{h}^k$ , alors on a :

$$\underline{c}^k = \underline{r}(\pi^k) + P(\pi^k)\underline{c}^k \quad (4.16)$$

$$\underline{c}^k = (I - P(\pi^k))^{-1}\underline{r}(\pi^k) \quad (4.17)$$

de l'équation (4.17) on trouve  $\underline{c}^k$ . Sachant que  $\underline{h}^k(\mathbf{p}) = 0$ , on trouve le vecteur  $\underline{\eta}^k = \eta^k \times (1, 1, \dots, 1)^T$ , et par la suite on obtient  $\underline{h}^k$ .

### 4.3 Résultats numériques

Dans cette section on va comparer les performances du HARQ Multi-paquets IR proposé, avec le HARQ-IR conventionnel en termes de débit et de probabilité de coupure.

Le débit du conventionnel HARQ-IR peut être calculé soit par le théorème *renewal-reward* ou, en utilisant la formulation MDP, en prenant la politique qui associe à chaque état NACK, l'action classique de retransmission :

$$\pi(s_{\text{NACK},\zeta,t}) = (1P, -). \quad (4.18)$$

#### 4.3.1 Comparaison des différents schémas avec un $R$ fixe

Dans cette partie, on va comparer les schémas d'encodage possible et le gain obtenu par chaque solution, en fixant le taux de codage.

On a effectué l'optimisation MDP avec une valeur fixée de  $R = 4$  et avec deux types de codage possible  $\mathcal{A}_{\text{cod},1} = \{1P, \text{SC}\}$  et  $\mathcal{A}_{\text{cod},2} = \{1P, \text{TS}\}$ . Le débit résultant de  $\mathcal{A}_{\text{cod},1}$  est dénoté par  $\eta_{\text{SC}}$  dans la figure ?? tandis que celui de  $\mathcal{A}_{\text{cod},2}$  est noté par  $\eta_{\text{TS}}$ . On montre aussi les valeurs du débit pour le HARQ conventionnel avec  $K = 2, 4$ .

On constate que, pour une stratégie de communication qui utilise une valeur fixe de  $R$ , augmenter le nombre de retransmissions n'améliore le débit du système que pour les faibles valeurs de SNR. Pour les grandes valeurs de SNR, augmenter  $K$  ne sert pas à augmenter le débit. Comme on le voit dans la figure 4.1, le HARQ multi-paquet proposé avec  $K = 2$ , augmente d'une manière significative le débit pour les grandes valeurs de SNR que même le HARQ classique avec plusieurs retransmissions ne peut pas atteindre. On remarque aussi que la solution basée sur le codage par superposition offre un débit plus élevé que celui par partage du temps.

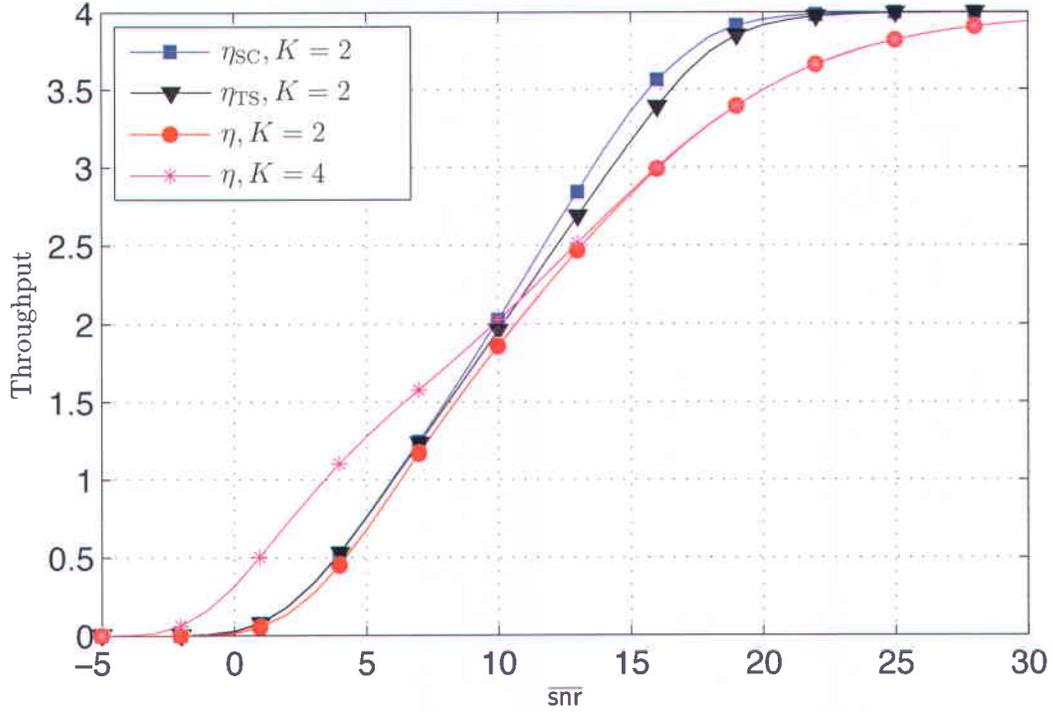


FIGURE 4.1 – Débit du HARQ multi-paquet proposé comparé au HARQ classique avec  $K = 2$  et  $K = 4$ .

Afin de clarifier le fonctionnement du système proposé on a lancé l'algorithme d'optimisation pour  $\mathcal{A}_{\text{cod}} = \{1P, SC, TS\}$ . On définit les probabilités conditionnelle suivantes :

$$P_{1P,2} \triangleq \Pr\{\mathbf{a}[n] \in \mathcal{A}_{1P} | \zeta = 1\}, \quad (4.19)$$

$$P_{SC} \triangleq \Pr\{\mathbf{a}[n] \in \mathcal{A}_{SC} | \zeta = 1\}, \quad (4.20)$$

$$P_{TS} \triangleq \Pr\{\mathbf{a}[n] \in \mathcal{A}_{TS} | \zeta = 1\}, \quad (4.21)$$

$$P_{\text{Drop}} \triangleq \Pr\{p_{\mathbf{a}[n]} = 0 \cap I_n < R | \zeta = 1\}, \quad (4.22)$$

$$P_{\text{ACK},1} \triangleq \Pr\{I[n] \geq R | \zeta = 1\}, \quad (4.23)$$

où  $P_{1P,2}$  est la probabilité de choisir l'action classique de retransmission.  $P_{SC}$  est la probabilité de choisir l'encodage conjoint utilisant le codage par superposition et  $P_{TS}$  est la probabilité de choisir celui basé sur le partage

du temps.  $P_{\text{Drop}}$  est la probabilité de supprimer le paquet de la mémoire tampon sans le retransmettre (cela arrive quand  $m \in \{\text{TS}, \text{SC}\}$  et  $p = 0$ ) et  $P_{\text{ACK},1}$  la probabilité que le paquet soit correctement décodé dès la première transmission. Dans la figure (??), on montre ces probabilités en fonction du

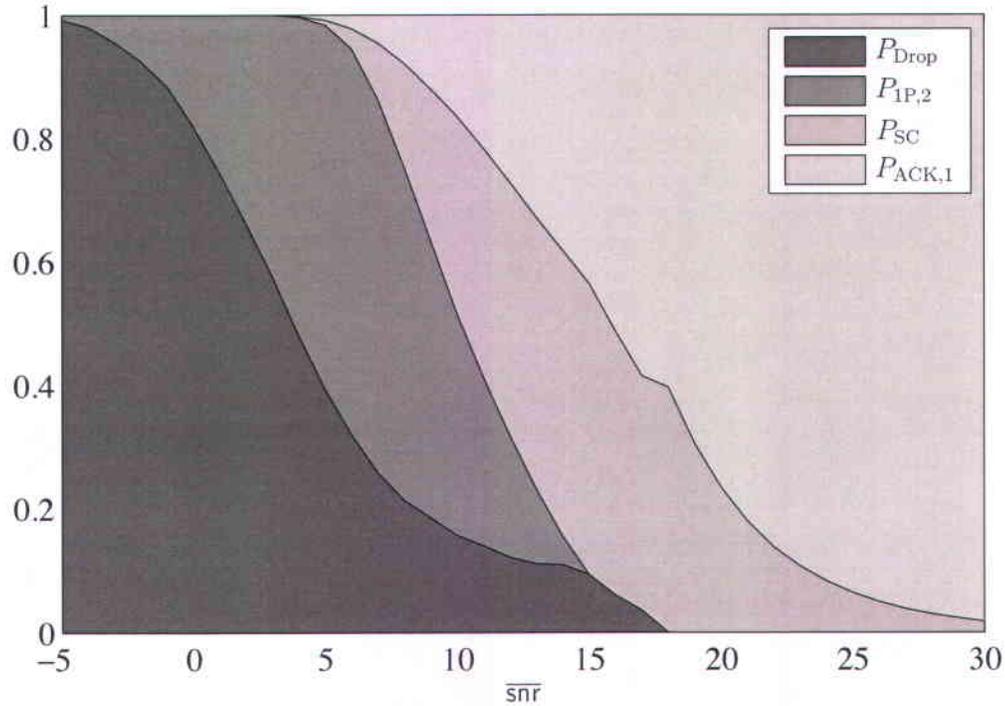


FIGURE 4.2 – Les probabilités de choisir une catégorie d’action.

$\overline{\text{snr}}$ . On observe ce qui suit :

- Au dessous d’un certain seuil ( $\overline{\text{snr}} \approx 18$  dB), il est optimal en terme de débit d’abandonner la retransmission du paquet. Cela revient à choisir l’une des actions  $\mathbf{a} = (\text{SC}, 0)$  ou  $\mathbf{a} = (\text{TS}, 0)$ .
- La retransmission classique est statistiquement l’action la plus probable dans la solution HARQ multi-paquet pour les  $\overline{\text{snr}} < 10$  dB. Ceci explique le fait que le débit obtenu est similaire à celui du HARQ classique.
- Pour les valeurs  $10 \text{ dB} < \overline{\text{snr}} < 18$  dB l’action la plus probable est l’encodage conjoint utilisant le codage par superposition. Tandis que

pour  $18 \text{ dB} < \overline{\text{snr}}$  la seule méthode efficace pour retransmettre un paquet est d'utiliser le SC. On voit bien que le débit du système ( $\eta_{\text{SC}}$ ) est significativement augmenté par rapport à celui du HARQ classique ( $\eta$ ).

- Asymptotiquement, un  $\overline{\text{snr}}$  élevé donne une grande probabilité de décodage du paquet dès la première transmission ; ainsi aucune retransmission n'est nécessaire ce qui implique que le débit des différents schémas HARQ sont similaires.
- Finalement, on remarque que l'encodage conjoint avec le partage du temps  $\mathbf{a} = (\text{TS}, p)$  ne se produit pas.

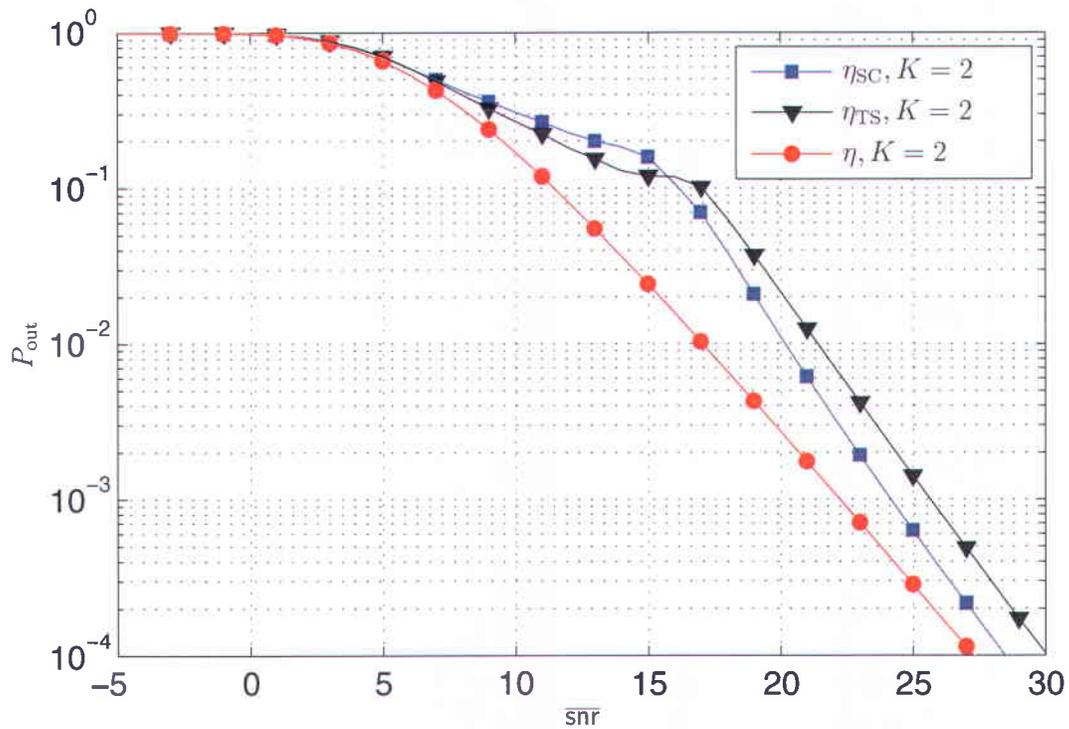


FIGURE 4.3 – Probabilité de coupure en fonction du SNR moyen

L'inconvénient d'augmenter le débit du système est l'augmentation de la probabilité de coupure. Ceci est illustré dans la figure (4.3). Comme dans notre étude on n'a pas pris en considération cette métrique, on peut forcer notre système HARQ à opérer seulement sous un certain seuil. Prenant l'exemple où on veut avoir toujours  $P_{\text{out}} < 10^{-2}$  : le HARQ conventionnel

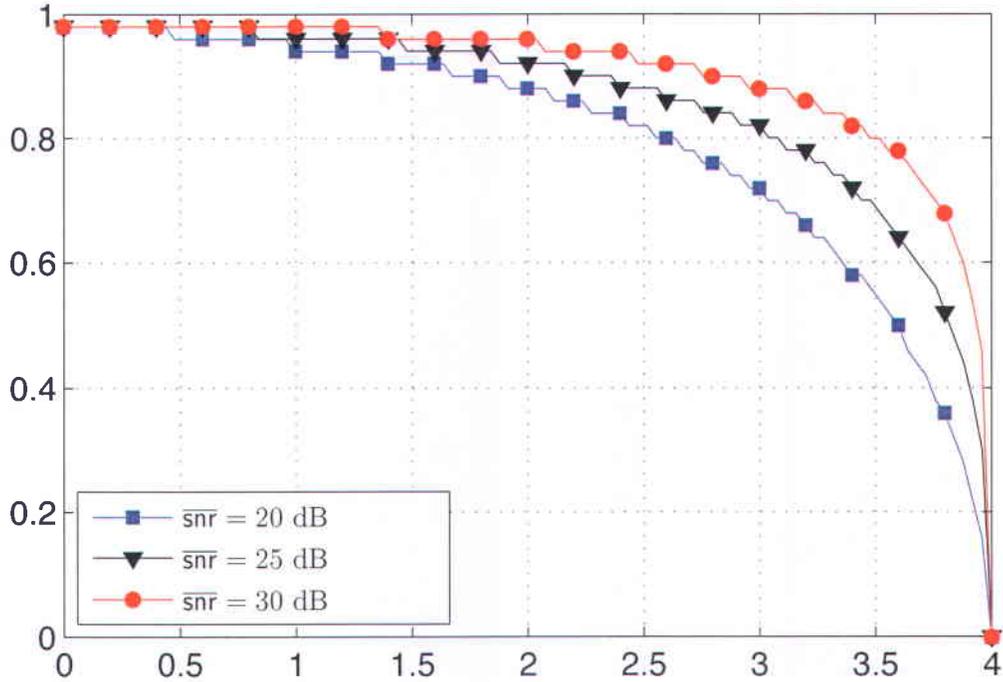


FIGURE 4.4 – Le paramètre  $p$  de l'action  $\mathbf{a} = (\text{SC}, p)$  en fonction de  $I[n]$ .

sera utilisé pour  $\bar{\text{snr}} > 17 \text{ dB}$  tandis que le HARQ multi-paquet sera utilisé pour  $\bar{\text{snr}} > 20 \text{ dB}$ . Par contre, dans le système HARQ proposé, la garantie de la faible probabilité de coupure se traduit par un débit proche du taux de transmission nominal  $R$ . Pour atteindre le même débit, le système conventionnel aura besoin d'un  $\bar{\text{snr}} > 30 \text{ dB}$ . On peut donc voir que la comparaison n'est pas triviale et l'optimisation avec contrainte pourrait fournir une meilleure base de comparaison. Plus particulièrement, l'optimisation de débit sous contrainte de probabilité de coupure aurait pu fournir les réponses plus tranchées. Finalement, on montre dans la figure (4.4) la valeur de  $p$  dans l'action  $\mathbf{a} = (\text{SC}, p)$  en fonction de l'information mutuelle accumulée  $I[n]$ . On voit que plus  $I[n]$  est grande (c'est-à-dire quand on est proche de seuil de décodage), moins de puissance est nécessaire pour la retransmission. Pour  $I[n] > R = 4$ , la retransmission du paquet n'est pas nécessaire, donc  $p = 0$ .

### 4.3.2 Comparaison des différentes valeurs de $R$

Dans cette partie on montre le débit pour des différentes valeurs de  $R$ . On peut observer que, quelle que soit la valeur de  $R$ , le HARQ multi-paquet est optimal et la valeur du gain augmente avec la valeur de  $R$ . De plus, le codage conjoint par superposition est plus performant que celui basé sur le partage du temps pour les grandes valeurs du  $R$  et de  $\overline{\text{snr}}$ .

La conclusion qu'on peut tirer est que le HARQ multi-paquet nous offre une augmentation du débit. Il peut approcher rapidement de la valeur du taux de codage  $R$  utilisé, contrairement au HARQ classique qui requiert un  $\overline{\text{snr}}$  assez élevé pour l'atteindre, et qui avec l'augmentation du nombre de retransmissions, ne peut pas achever une telle performance.

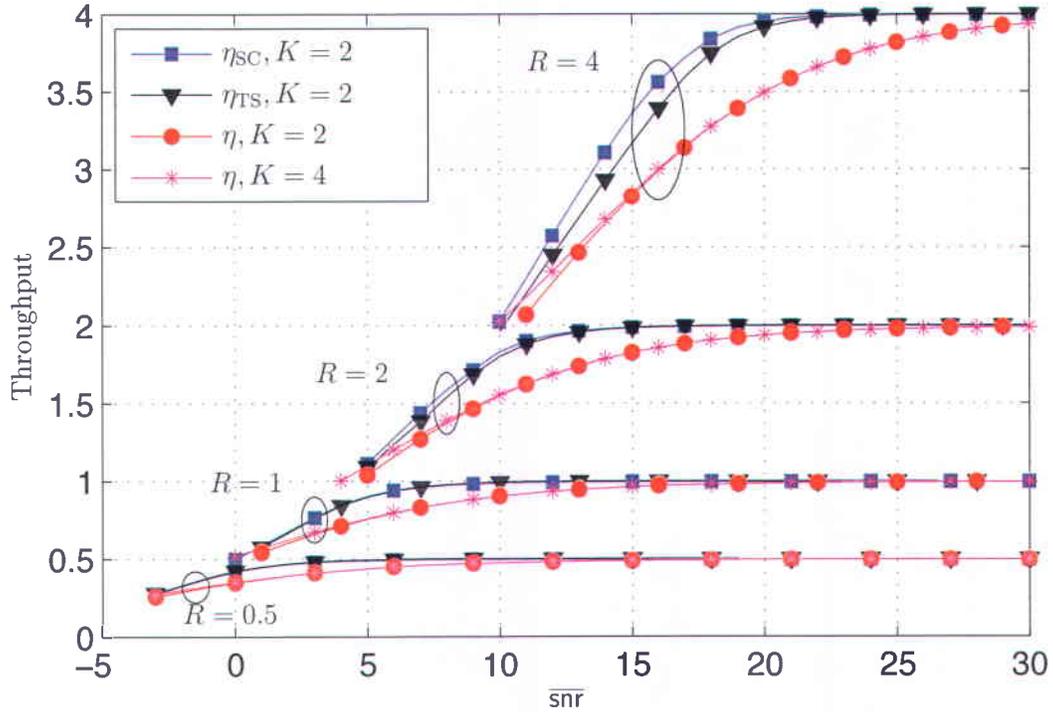


FIGURE 4.5 – Le débit en fonction de SNR pour plusieurs valeurs de  $R$ .

# Chapitre 5

## Conclusion

Notre travail consistait à proposer des méthodes pour améliorer le débit d'une communication point à point dans un canal radio mobile. Pour cela, on a proposé d'optimiser les ressources utilisées par le protocole HARQ. On a adapté la stratégie de retransmission des paquets reçus erronément. L'ensemble de stratégies est principalement composé de deux catégories : la retransmission classique ou bien le multiplexage de deux paquets en une transmission. Durant notre travail nous nous sommes intéressés au protocole HARQ-IR appliqué dans une communication point à point dont le canal subit un évanouissement.

Dans un premier temps, nous avons introduit plusieurs notions préliminaires nécessaires pour la compréhension de ce document. Ainsi, nous avons présenté le protocole HARQ et ses différentes variantes ainsi que les règles de décodage sans erreurs. Ensuite nous avons détaillé le modèle du système adopté durant notre projet et les métriques déjà évaluées ont été définies. Au troisième chapitre, nous avons présenté les grandes lignes du Processus de Décision Markovien et ses différentes classes. L'utilisation de la MDP et les algorithmes pour optimiser une récompense ont été exposés. On a expliqué le déploiement de cet outil dans le choix de la stratégie de retransmission dans le quatrième chapitre.

Les différents résultats numériques obtenus sont présentés dans le dernier chapitre. Ils montrent que le gain apporté par l'adaptation de stratégie de retransmission par rapport à la retransmission conventionnelle est important et peut atteindre jusqu'à 12%. En outre, le schéma proposé approche la valeur du taux de codage utilisé pour des faibles valeurs du SNR comparé

au HARQ conventionnel, qui ne peut l'atteindre qu'avec des valeurs du SNR élevés (même si on augmente le nombre de retransmissions, ce qui constitue un gain en puissance. On a aussi conclu que le codage par superposition est optimal comparé à celui basé sur le partage du temps, et le gain obtenu n'est pas aussi important comparé à la complexité de la superposition des deux paquets.

Plusieurs aspects peuvent être explorés pour étendre ce travail. L'étude de la réception du CSI retardé bruité s'avère importante. Aussi l'analyse de la modulation hiérarchique qui est une implémentation pratique du codage par superposition. L'étude d'un HARQ multi-paquets pour un nombre de retransmissions  $K > 2$  s'avère aussi importante.

# Annexe A

## Probabilité de transition

### A.1 Partage du temps

On dénote par  $f_1(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a)$  et  $f_2(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a)$  les probabilités suivante :

$$f_1(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \Pr\{I_s + p_a C(\text{snr}) < R \cap (1 - p_a)C(\text{snr}) \in \mathcal{I}_{s'}\} \quad (\text{A.1})$$

$$f_2(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \Pr\{I_s + p_a C(\text{snr}) \geq R \cap (1 - p_a)C(\text{snr}) \in \mathcal{I}_{s'}\} \quad (\text{A.2})$$

$\mathcal{I}_{s'} = [a_{s'}, b_{s'}[$  est l'intervale associé à l'état  $s'$ . Les équations (A.1) et (A.2) s'écrivent sous la forme suivante :

$$f_1(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \Pr\{\text{snr} < 2^{\frac{R-I_s}{p_a}} - 1 \cap 2^{\frac{R-a_{s'}}{(1-p_a)}} - 1 \leq \text{snr} < 2^{\frac{R-b_{s'}}{(1-p_a)}} - 1\} \quad (\text{A.3})$$

$$f_2(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \Pr\{\text{snr} \geq 2^{\frac{R-I_s}{p_a}} - 1 \cap 2^{\frac{R-a_{s'}}{(1-p_a)}} - 1 \leq \text{snr} < 2^{\frac{R-b_{s'}}{(1-p_a)}} - 1\} \quad (\text{A.4})$$

notons

$$\mathcal{D}_1 = \{x \geq 0 \text{ t.q. } x < 2^{\frac{R-I_s}{p_a}} - 1 \cap 2^{\frac{R-a_{s'}}{(1-p_a)}} - 1 \leq x < 2^{\frac{R-b_{s'}}{(1-p_a)}} - 1\}$$

$$\mathcal{D}_2 = \{x \geq 0 \text{ t.q. } x \geq 2^{\frac{R-I_s}{p_a}} - 1 \cap 2^{\frac{R-a_{s'}}{(1-p_a)}} - 1 \leq x < 2^{\frac{R-b_{s'}}{(1-p_a)}} - 1\}$$

alors on a :

$$f_1(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \int_{x \in \mathcal{D}_1} p_{\text{snr}}(x) dx \quad (\text{A.5})$$

$$f_2(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \int_{x \in \mathcal{D}_2} p_{\text{snr}}(x) dx \quad (\text{A.6})$$

$s \in \mathcal{S}_{M,1}$		
	$a \in \mathcal{A}_{TS}$	$a \in \mathcal{A}_{1P}$
$s' \in \mathcal{S}_{NACK,1}$	$\Pr\{I_s + p_a C(\text{snr}) < R \cap (1-p_a)C(\text{snr}) \in \mathcal{I}_{s'}\}$	0
$s' \in \mathcal{S}_{ACK,1}$	$\Pr\{I_s + p_a C(\text{snr}) \geq R \cap (1-p_a)C(\text{snr}) \in \mathcal{I}_{s'}\}$	0
$s' \in \mathcal{S}_{NACK,0}$	0	$\Pr\{I_s + C(\text{snr}) < R\}$
$s' \in \mathcal{S}_{ACK,0}$	0	$\Pr\{I_s + C(\text{snr}) \geq R\}$
$s \in \mathcal{S}_{M,0}$		
$s' \in \mathcal{S}_{NACK,1}$	$\Pr\{C(\text{snr}) \in \mathcal{I}_{s'}\}$	
$s' \in \mathcal{S}_{ACK,1}$	$\Pr\{C(\text{snr}) \geq R\}$	

TABLE A.1 – Probabilité de transition pour le codage basé sur le partage du temps.

avec :

$$\Pr\{I_s + C(\text{snr}) < R\} = \Pr\{\text{snr} < 2^{(R-I_s)} - 1\} \quad (\text{A.7})$$

$$= \Pr\{\text{snr} < 2^{(R-I_s)} - 1\} \quad (\text{A.8})$$

$$= \int_0^{2^{(R-I_s)} - 1} p_{\text{snr}}(x) dx \quad (\text{A.9})$$

$$\Pr\{C(\text{snr}) \in \mathcal{I}_{s'}\} = \Pr\{2^{R-a_{s'}} - 1 \leq \text{snr} < 2^{R-b_{s'}} - 1\} \quad (\text{A.10})$$

$$= \int_{2^{R-a_{s'}} - 1}^{2^{R-b_{s'}} - 1} p_{\text{snr}}(x) dx \quad (\text{A.11})$$

$$\Pr\{C(\text{snr}) \geq R\} = \int_{2^{R-1}}^{\infty} p_{\text{snr}}(x) dx \quad (\text{A.12})$$

## A.2 Codage par superposition

On dénote par  $g_1(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a)$  et  $g_2(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a)$  les probabilités suivante :

$$g_1(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \Pr\left\{I_s + C\left(\frac{p_a \text{snr}}{1 + (1-p_a)\text{snr}}\right) < R \cap C\left(\frac{(1-p_a)\text{snr}}{1 + p_a \text{snr}}\right) \in \mathcal{I}_{s'}\right\} \quad (\text{A.13})$$

$$g_2(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \Pr\left\{I_s + C\left(\frac{p_a \text{snr}}{1 + (1-p_a)\text{snr}}\right) \geq R \cap C((1-p_a)\text{snr}) \in \mathcal{I}_{s'}\right\} \quad (\text{A.14})$$

notons :

$$\mathcal{D}'_1 = \{x \geq 0 \text{ t.q. } \frac{p_a x}{1 + (1 - p_a)x} < 2^{(R - I_s)} - 1 \cap 2^{(R - a_{s'})} - 1 \leq \frac{(1 - p_a)x}{1 + p_a x} < 2^{(R - b_{s'})} - 1\}$$

$$\mathcal{D}'_2 = \{x \geq 0 \text{ t.q. } \frac{p_a x}{1 + (1 - p_a)x} \geq 2^{(R - I_s)} - 1 \cap 2^{(R - a_{s'})} - 1 \leq (1 - p_a)x < 2^{(R - b_{s'})} - 1\}$$

alors on a :

$$g_1(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \int_{x \in \mathcal{D}'_1} p_{\text{snr}}(x) dx \quad (\text{A.15})$$

$$g_2(I_s, \mathcal{I}_{s'}, p_a) = \int_{x \in \mathcal{D}'_2} p_{\text{snr}}(x) dx \quad (\text{A.16})$$

$s \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},1}$		
	$a \in \mathcal{A}_{\text{SC}}$	$a \in \mathcal{A}_{\text{IP}}$
$s' \in \mathcal{S}_{\text{NACK},1}$	$\Pr\{I_s + C\left(\frac{p_a \text{snr}}{1 + (1 - p_a) \text{snr}}\right) < R \cap C\left(\frac{(1 - p_a) \text{snr}}{1 + p_a \text{snr}}\right) \in \mathcal{I}_{s'}\}$	0
$s' \in \mathcal{S}_{\text{ACK},1}$	$\Pr\{I_s + C\left(\frac{p_a \text{snr}}{1 + (1 - p_a) \text{snr}}\right) \geq R \cap C((1 - p_a) \text{snr}) \in \mathcal{I}_{s'}\}$	0
$s' \in \mathcal{S}_{\text{NACK},0}$	0	$\Pr\{I_s + C(\text{snr}) < R\}$
$s' \in \mathcal{S}_{\text{ACK},0}$	0	$\Pr\{I_s + C(\text{snr}) \geq R\}$
$s \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},0}$		
$s' \in \mathcal{S}_{\text{NACK},1}$	$\Pr\{C(\text{snr}) \in \mathcal{I}_{s'}\}$	
$s' \in \mathcal{S}_{\text{ACK},1}$	$\Pr\{C(\text{snr}) \geq R\}$	

TABLE A.2 – Probabilité de transition pour le codage basé sur la superposition.

# Bibliographie

- [1] A. Karmokar, D. Djonin, and V. Bhargava, "POMDP-based coding rate adaptation for type-I hybrid ARQ systems over fading channels with memory," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 5, no. 12, pp. 3512–3523, Dec. 2006.
- [2] L. Shu, J. D. J. Costello, and M. Miller, "Automatic-repeat-request error-control schemes," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 22, no. 12, pp. 5–17, Dec. 1984.
- [3] E. Malkamaki and H. Leib, "Performance of truncated type- II hybrid ARQ schemes with noisy feedback over block fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 9, pp. 1477–1487, Sep. 2000.
- [4] Q. Liu, S. Zhou, and G. B. Giannakis, "Cross-layer combining of adaptive modulation and coding with truncated ARQ over wireless links," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 5, pp. 1746–1755, Sep. 2004.
- [5] T. Cover and J. Thomas, *Elements of Information Theory*. New York, USA : Wiley series in telecommunications, John Wiley & Sons, 1991.
- [6] F. Babich, "On the performance of efficient coding techniques over fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 1, pp. 290–299, Jan. 2004.
- [7] F. Takahashi and K. Higuchi, "HARQ for predetermined-rate multicast channel," in *Vehicular Technology Conference (VTC 2010-Spring)*, 2010 *IEEE 71st*, 2010.
- [8] L. Szczecinski, S. R. Khosravirad, P. Duhamel, and M. Rahman, "Rate allocation and adaptation for incremental redundancy truncated HARQ," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 61, no. 6, pp. 2580–2590, June 2013.

- [9] X. Gan and Z. Cao, "Instantaneous packet information based on-demand adaptive retransmission for harq," in *Military communications conference, 2010 - MILCOM 2010*, Oct 2010, pp. 1496–1501.
- [10] T. V. K. Chaitanya and E. G. Larsson, "Superposition modulation based symmetric relaying with hybrid ARQ : Analysis and optimization," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 60, no. 8, pp. 3667–3683, Oct. 2011.
- [11] R. Zhang and L. Hanzo, "Superposition-coding-aided multiplexed hybrid ARQ scheme for improved end-to-end transmission efficiency," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 58, no. 8, pp. 4681–4686, Oct. 2009.
- [12] D. Tuninetti and G. Caire, "The optimal throughput of some wireless multiaccess systems," in *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, 2001, p. 112.
- [13] G. Caire and D. Tuninetti, "The throughput of hybrid-ARQ protocols for the Gaussian collision channel," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 5, pp. 1971–1988, Jul. 2001.
- [14] D. P. Bertsekas, *Dynamic Programming and Optimal Control*, 3rd ed. Athena Scientific, 2005, vol. 1.