

Université du Québec  
Institut National de la Recherche Scientifique  
Centre Eau Terre Environnement

**Incertitudes sur les débits simulés par le modèle HYDROTEL attribuables aux  
incertitudes sur les paramètres  
Application au bassin de la rivière Beaurivage, Québec, Canada**

Par  
**BEN NASR Imene**

Mémoire présenté pour obtenir le grade de  
Maître ès Science (M.Sc.) en Sciences de l'eau

Jury d'évaluation

Examineur externe	Mme Marie Amélie BOUCHER, professeure Université du Québec à Chicoutimi
Examineur interne	M. Richard TURCOTTE, chercheur invité INRS-ETE Université du Québec
Codirecteur de recherche	M. Alain MAILHOT, professeur INRS-ETE Université du Québec
Directeur de recherche	M. Alain N. ROUSSEAU, professeur INRS-ETE Université du Québec



## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon encadreur *Alain N. Rousseau* de m'avoir accordé sa confiance et pour son soutien très précieux. Je lui en serai très reconnaissante. Par ses qualités scientifiques et humaines, j'ai agréablement vécu l'expérience de la recherche à laquelle il a mis généreusement tout son savoir et toutes ses compétences et sa rigueur pour assurer une réussite qui l'a beaucoup tenu à cœur. Avec lui, je dis tout simplement que j'ai beaucoup appris. Je lui dois le plus grand respect. Sans lui, cette occasion ne me serait jamais donnée. Qu'il trouve ici toute ma reconnaissance.

Je remercie aussi les membres de son équipe, particulièrement *Alain Royer*, *Stéphane Savary* et *Sébastien Tremblay* pour leur aide et le support technique pour la réalisation de simulations HYDROTEL.

Je tiens à remercier mon codirecteur *Alain Mailhot* pour ses commentaires judicieux pour mieux me faire avancer et améliorer le mémoire. Je voudrai lui adresser ma reconnaissance.

Toute ma gratitude va également aux examinateurs interne et externe, monsieur *Richard Turcotte* et madame *Marie-Amélie Boucher* d'avoir accepté l'évaluation de ce mémoire, témoignant ainsi de leurs intérêts pour ce thème de recherche.

Je remercie tout le personnel de l'*INRS-ETE* pour leur généreux accueil, à savoir le personnel du service aux étudiants, le personnel de la réception et de l'administration, le personnel du service informatique et de la bibliothèque, les professeurs et chercheurs ainsi que toutes les personnes qui ont contribué à instaurer d'excellentes conditions de travail au sein de l'*INRS-ETE*.

Finalement, je dédie ce travail à ma famille qui m'a permis de mener à bien toutes mes études. Elle a une influence capitale et déterminante sur moi. Mention spéciale à mes parents qui n'ont jamais cessé de façonner mon humeur, forger ma personnalité et modeler ma conduite...je leur dois une reconnaissance infini. Ils n'en seront jamais assez remerciés. Je tiens à remercier mon mari *Haithem* pour ses encouragements et sa patience. Son soutien a été extraordinaire pendant la rédaction de ce document.



## Table des matières

Remerciements .....	iii
Liste des figures .....	ix
Liste des tableaux .....	xiii
Résumé .....	xv
Introduction générale.....	1
Contexte et objectifs.....	1
Structure du manuscrit .....	2
1. Considérations préliminaires.....	3
1.1. Concepts de base en modélisation hydrologique .....	3
1.1.1. Définition .....	3
1.1.2. Utilité des modèles hydrologiques.....	4
1.1.3. Étapes de la modélisation.....	4
1.2. Les incertitudes en hydrologie .....	5
1.2.1. Définition de l'incertitude.....	5
1.2.2. Typologie des incertitudes en modélisation hydrologique .....	5
1.2.3. Les objectifs de l'analyse d'incertitudes.....	5
1.2.4. Techniques d'analyse d'incertitudes.....	6
1.2.4.1. Approche locale d'analyse des incertitudes.....	6
1.2.4.2. Approche globale.....	7
1.3. Généralités sur les métamodèles .....	8
1.3.1. Développement en séries de Taylor.....	8
2. Approche méthodologique .....	9
2.1. Méthodes d'approximation de la probabilité de dépassement .....	10

## Table des matières

---

2.1.1. Hypothèses d'application .....	10
2.1.2. Méthode d'approximation d'ordre 1 .....	10
2.1.2.1. Principe de la méthode.....	10
2.1.2.2. Inconvénients de la méthode <i>MFOSM</i> .....	12
2.1.3. Méthode d'approximation d'ordre 2 .....	14
2.2. Méthodes des moments statistiques .....	18
2.2.1. Définitions et principe.....	18
2.2.2. Système de distributions de Pearson.....	19
2.2.3. Méthode des moments d'ordre 1 .....	20
2.2.4. Méthode des moments d'ordre 2.....	21
2.3. Méthode Monte-Carlo .....	22
2.4. Méthode d'analyse de sensibilité .....	24
3. Modèle et site à l'étude .....	27
3.1. Modèle hydrologique HYDROTEL.....	27
3.1.1. Description du modèle .....	27
3.1.2. Processus hydrologiques et équations utilisées.....	28
3.2. Bassin versant à l'étude et mise en place d'HYDROTEL .....	29
4. Résultats et discussions.....	33
4.1. Rappel du protocole de simulation.....	33
4.2. Analyse de sensibilité.....	34
4.2.1. Étude de la sensibilité des débits journaliers .....	35
4.2.2. Étude de la sensibilité relative des indicateurs hydrologiques.....	42
4.3. Analyse des incertitudes.....	47
4.3.1. Validation du métamodèle 6.25% d'ordre 2 .....	47
4.3.2. Étude de la linéarité de la réponse vis-à-vis des paramètres.....	49

## Table des matières

---

4.3.3. Étude comparative des différentes méthodes d'analyse des incertitudes .....	52
4.3.4. Calcul de l'intervalle de confiance de 95% .....	54
4.3.4.1. Intervalle de confiance pour les années particulières .....	55
4.3.4.2. Impact de l'écart type des paramètres sur l'intervalle de confiance 95% .....	59
4.3.4.3. Impact bivarié des paramètres incertains sur l'estimation de l'intervalle de confiance 95%.....	61
4.3.4.4. Intervalle de confiance pour les indicateurs hydrologiques .....	62
5. Conclusion générale .....	69
Références bibliographiques .....	73



## Liste des figures

Figure 0.1. Structure du mémoire.....	2
Figure 1.1. Positionnement des considérations préliminaires dans la structure générale du mémoire	3
Figure 1.2. Principe de l'approche locale d'analyse d'incertitudes.....	7
Figure 2.1. Positionnement de l'approche méthodologique dans la structure générale du mémoire...	9
Figure 2.2. Organigramme d'application de la méthode MFOSM.....	13
Figure 2.3. Organigramme d'application de la méthode <i>MSOSM</i> .....	17
Figure 2.4. Principe de la méthode des moments.....	18
Figure 2.5. Organigramme d'application de la méthode <i>MM2</i> .....	22
Figure 2.6. Organigramme d'application de la méthode Monte-Carlo.....	24
Figure 3.1. Positionnement du chapitre « modèle et site à l'étude » dans la structure générale du mémoire.....	27
Figure 3.2. Localisation du bassin de la Beaurivage.....	30
Figure 4.1. Positionnement du chapitre « Résultats et discussions » dans la structure générale du mémoire.....	33
Figure 4.2. Sensibilité relative des paramètres pour : (a) une diminution des paramètres et (b) une augmentation des paramètres.....	36
Figure 4.3. Contribution élémentaire des différents paramètres à : (a) la variation positive maximale de débit et (b) la variation négative maximale de débit.....	37
Figure 4.4. Contribution élémentaire saisonnière des paramètres à la variation positive maximale de débit pour une variation de 6.25% sur les paramètres.....	39

Figure 4.5. Contribution élémentaire saisonnière des paramètres à la variation négative maximale de débit pour une variation de 6.25% sur les paramètres.....	40
Figure 4.6. Boxplot de l'évapotranspiration potentielle estimée par l'équation d'Hydro-Québec.....	41
Figure 4.7. Impact d'une augmentation de 6.25% des paramètres sur les critères hydrologiques: (a) étiages et (b) crues.....	45
Figure 4.8. Impact d'une diminution de 6.25% des paramètres sur les critères hydrologiques: (a) étiages et (b) crues.....	46
Figure 4.9. Boxplot du coefficient NS.....	48
Figure 4.10. Boxplots des écarts relatifs entre les débits simulés par le métamodèle 6.25% et HYDROTEL suite à une modification de 25% des valeurs des paramètres.....	48
Figure 4.11. Vérification de la linéarité du modèle en fonction des paramètres de l'évolution du couvert nival et du coefficient d'optimisation de l'évapotranspiration.....	51
Figure 4.12. Vérification de la linéarité du modèle en fonction des paramètres du bilan d'eau vertical et d'interpolation des données météorologiques.....	51
Figure 4.13. Comparaison des différentes méthodes d'analyse des incertitudes pour la journée de débit maximal.....	53
Figure 4.14. Variation relative de débit pour une augmentation de 12.5% des paramètres en fonction des variations relatives pour une augmentation de 6.25%.....	53
Figure 4.15. Comparaison des différentes méthodes d'analyse des incertitudes pour la journée de débit minimal.....	54
Figure 4.16. Comparaison des différentes méthodes d'analyse des incertitudes pour la journée de sensibilité relative maximale.....	54
Figure 4.17. Débit de référence et intervalle de confiance 95% pour l'année la plus sèche.....	56
Figure 4.18. Débit de référence et intervalle de confiance 95% pour l'année moyenne.....	56

Figure 4.19. Débit de référence et intervalle de confiance 95% pour l'année la plus humide.....	57
Figure 4.20. Débits simulés et bande d'incertitude de 30% pour la période printanière de l'année hydrologique la plus sèche (1979-1980).....	58
Figure 4.21. Pourcentage d'incertitude calculé en utilisant deux écart-types différents pour l'année hydrologique moyenne (1970-1971).....	60
Figure 4.22. Pourcentage d'incertitude calculé en utilisant deux écart-types différents pour l'année hydrologique la plus sèche (1979-1980).....	60
Figure 4.23. Pourcentage d'incertitude calculé en utilisant deux écart-types différents pour l'année la plus humide (2007-2008).....	61
Figure 4.24. Variation relative des caractéristiques statistiques de débits simulés avec et sans effet croisé.....	62
Figure 4.25. Pourcentage d'incertitude pour le débit de crue de différentes périodes de retour.....	64
Figure 4.26. Amplitude de l'intervalle de confiance de 95% (m <sup>3</sup> /s) pour les indicateurs de crue pour la période janvier-juin.....	66
Figure 4.27. Amplitude de l'intervalle de confiance de 95% (m <sup>3</sup> /s) pour les indicateurs de crue pour la période juillet-décembre.....	66
Figure 4.28. Amplitude de l'intervalle de confiance de 95% (m <sup>3</sup> /s) pour les indicateurs d'étiages pour la période janvier-juin.....	67
Figure 4.29. Amplitude de l'intervalle de confiance de 95% (m <sup>3</sup> /s) pour les indicateurs d'étiages pour la période juillet-décembre.....	68
Figure 5.1. Positionnement de la conclusion dans la structure générale du mémoire.....	69



## Liste des tableaux

Tableau 3.1. Sous modèles et algorithmes disponibles dans HYDROTEL.....	29
Tableau 3.2. Validation de la modélisation HYDROTEL.....	31
Tableau 3.3. Paramètres descriptifs de l'évolution du couvert nival.....	31
Tableau 3.4. Paramètres descriptifs de l'évapotranspiration potentielle et le bilan vertical d'eau.....	32
Tableau 3.5. Paramètres descriptif de l'interpolation des données météorologiques.....	32
Tableau 4.1. Valeur de référence ( $\theta$ ) et incertitude ( $\Delta\theta$ ) pour chaque paramètre du modèle HYDROTEL.....	34
Tableau 4.2. Classification des paramètres les plus influents.....	42
Tableau 4.3. Distributions statistiques testées sur les débits de crue: <i>BIC</i> et <i>AIC</i> associés (en gras : la distribution choisie pour l'ajustement des débits de crue).....	43
Tableau 4.4. Distributions statistiques testées sur les débits de crue: <i>BIC</i> et <i>AIC</i> associés (en gras : la distribution choisie pour l'ajustement des débits d'étiage).....	43
Tableau 4.5. Journée particulières à l'étude.....	52
Tableau 4.6. Chroniques météorologiques étudiées.....	55
Tableau 4.7. Valeurs minimales et maximales utilisées pour l'étude de l'effet de l'écart-type sur l'intervalle de confiance 95%.....	59
Tableau 4.8. Intervalle de confiance 95% associé à l'incertitude paramétrique pour les débits de crue [m <sup>3</sup> /s].....	63
Tableau 4.9. Intervalle de confiance 95% associé au choix de la distribution Gumbel pour le débit de crue [m <sup>3</sup> /s] pour différentes périodes de retour.....	65

Tableau 4.10. Intervalle de confiance 95% associé à l'incertitude paramétrique pour le débit d'étiage [m <sup>3</sup> /s] d'occurrence 7 jours pour différentes périodes de retour.....	68
Tableau 4.11. Intervalle de confiance 95% associé au choix de la distribution Gumbel pour le débit d'étiage [m <sup>3</sup> /s] d'occurrence 7 jours pour différentes périodes de retour.....	68

### Résumé

Le présent mémoire porte sur l'analyse des incertitudes sur les débits simulés par le modèle HYDROTEL, associées aux incertitudes sur les paramètres. Pour ce faire, deux techniques locales, basées sur le développement en séries de Taylor, sont utilisées : (i) les méthodes de calcul de la probabilité de défaillance et (ii) les méthodes d'approximation des moments statistiques. Pour les deux méthodes, une comparaison entre l'utilisation de l'ordre 1 et l'ordre 2 est effectuée (l'ordre désignant le seuil de troncature du développement en séries de Taylor). Afin d'appliquer ces différentes méthodes, certaines hypothèses (telles que l'indépendance des paramètres du modèle, la distribution gaussienne des paramètres en entrée), des années hydrologiques particulières et des indicateurs hydrologiques spécifiques (crues et étiages) sont considérées. Une fois les incertitudes sur les débits simulés connues, on définit un critère de Nash-Sutcliffe généralisé qui remplace le coefficient de Nash-Sutcliffe classique. Ce coefficient tient compte de l'incertitude associée au débit simulé dans le cadre de l'exercice du calage pour l'évaluation d'une simulation.

L'analyse d'incertitudes est généralement associée à une analyse de sensibilité permettant la hiérarchisation des paramètres. Une analyse de sensibilité du modèle vis-à-vis différents paramètres est réalisée sur une période de 40 ans (de 1969 à 2009). Le bassin pilote est celui de la rivière Beaurivage. L'analyse de sensibilité du modèle montre que l'influence des paramètres est très variable d'une saison à l'autre et même d'une journée à l'autre. Durant la période de fonte printanière, les paramètres les plus influents sont le coefficient d'optimisation de l'évapotranspiration potentielle (FETP), la limite inférieure de la deuxième couche du sol (Z2), le gradient vertical de la température (GVT) et les taux de fonte pour les forêts de conifères et de feuillus (FFCO et FFFE). Durant la période hivernale, les paramètres les plus influents sont le FETP, le coefficient de récession (REC), le Z2 et le taux de fonte pour le milieu ouvert (FFFO). Durant l'été et l'automne, les paramètres les plus influents sont le FETP, le Z2 le REC et la limite inférieure de la troisième couche (Z3).

L'analyse d'incertitudes faite pour des journées hydrologiques particulières a montré que l'ordre 2 est indispensable à l'obtention de résultats concernant les probabilités de dépassement. L'intervalle de confiance de 95%, calculé pour les années particulières, montre que l'incertitude est variable d'une saison à l'autre. Elle est plus importante durant la fonte du couvert nival (printemps) et durant l'étiage estival. Les bandes d'incertitudes sont plus larges pour l'année la plus sèche. Concernant les indicateurs hydrologiques tels que les débits de crue ou d'étiage, plus la période de retour est grande, plus

l'incertitude sur les débits associées aux incertitudes sur les paramètres est importante. Une comparaison entre cette incertitude et l'incertitude statistique associée au choix de la loi d'ajustement (dans notre cas la loi de Gumbel) montre que l'incertitude statistique est plus importante pour les périodes de retour supérieures à cinq ans.

## **Introduction générale**

L'introduction générale est subdivisée en deux parties. La première partie est consacrée à la présentation du contexte général de l'étude ainsi que les objectifs. La deuxième partie est un résumé de la structure générale du mémoire.

### **Contexte et objectifs**

L'étude des processus hydrologiques passe souvent par le développement d'un modèle. Un tel modèle est souvent nécessaire pour mieux comprendre et expliquer un phénomène qui peut être très complexe. Par conséquent, le modèle hydrologique peut servir d'outil d'aide à la décision à travers la prédiction et la simulation des impacts de certaines décisions et dans le cas d'un modèle à l'échelle du bassin versant sur les écoulements pour un tronçon de rivière où il y a des usages de l'eau bien définis (tel que l'impact de l'aménagement du territoire sur la qualité des ressources en eau).

Une bonne modélisation passe par une évaluation de la confiance à accorder au modèle (c'est-à-dire dans quelle mesure le modèle reproduit la réalité). En effet, les entrées et les paramètres du modèle sont sujets à plusieurs sources d'incertitudes, par exemple les erreurs de mesures, les erreurs d'estimation de la valeur des paramètres et la variabilité spatio-temporelle des paramètres (Glancy 1994). À cela s'ajoute l'incertitude sur la structure du modèle, due à la représentation incomplète ou inadéquate de divers processus. Plus le modèle intègre des connaissances pertinentes sur les incertitudes, mieux il est possible de circonscrire ses résultats lors de son application. Dans le but d'une meilleure utilisation des sorties du modèle, il est nécessaire d'étudier les incertitudes de ces sorties conditionnellement aux incertitudes sur les paramètres. Ce type d'analyse est désigné dans ce qui suit par analyse d'incertitudes (García-Díaz et Gozalvez-Zafrilla 2010).

L'analyse d'incertitudes est souvent accompagnée d'une analyse de sensibilité. L'analyse de sensibilité contribue en partie à quantifier la part de l'incertitude de la sortie du modèle expliquée par chaque paramètre et/ou entrée. L'intérêt majeur de cette analyse est qu'elle permet de déterminer les paramètres les plus influents sur la réponse du modèle et donc de concentrer les efforts sur ceux-ci lors du calage du modèle dans le but de réduire l'incertitude sur les sorties. Elle permet aussi de hiérarchiser l'importance des paramètres.

Ce travail vise essentiellement à étudier l'impact des incertitudes des paramètres du modèle hydrologique distribué HYDROTEL (Fortin *et al.* 2001a, b; Turcotte *et al.* 2003, 2007) sur la simulation des débits et de déterminer les paramètres ayant le plus d'impact sur les apports annuels et saisonniers.

Il permet aussi de déterminer les relations existantes entre les processus physiques en jeu et les incertitudes correspondantes sur les paramètres.

## Structure du mémoire

Ce mémoire comprend cinq chapitres (voir figure 0.1). Le premier chapitre précise le contexte de la modélisation hydrologique. Il décrit en particulier l'utilité des modèles hydrologiques ainsi que les étapes de la modélisation.

Le deuxième chapitre présente un état de l'art des méthodes d'analyses d'incertitudes existantes. Il détaille les deux méthodes d'analyse utilisées ainsi que la démarche méthodologique suivie pour les mettre en œuvre. L'objectif de ce chapitre est de décrire les hypothèses et les concepts inhérents à ces deux méthodes.

Au chapitre 3 sont présentés le modèle hydrologique à l'étude, ses différents modules et les paramètres en jeu. Ensuite, les caractéristiques de la zone d'étude sont présentées.

Le quatrième chapitre décrit les résultats des deux techniques d'analyse d'incertitudes. La conclusion est présentée au chapitre 5.

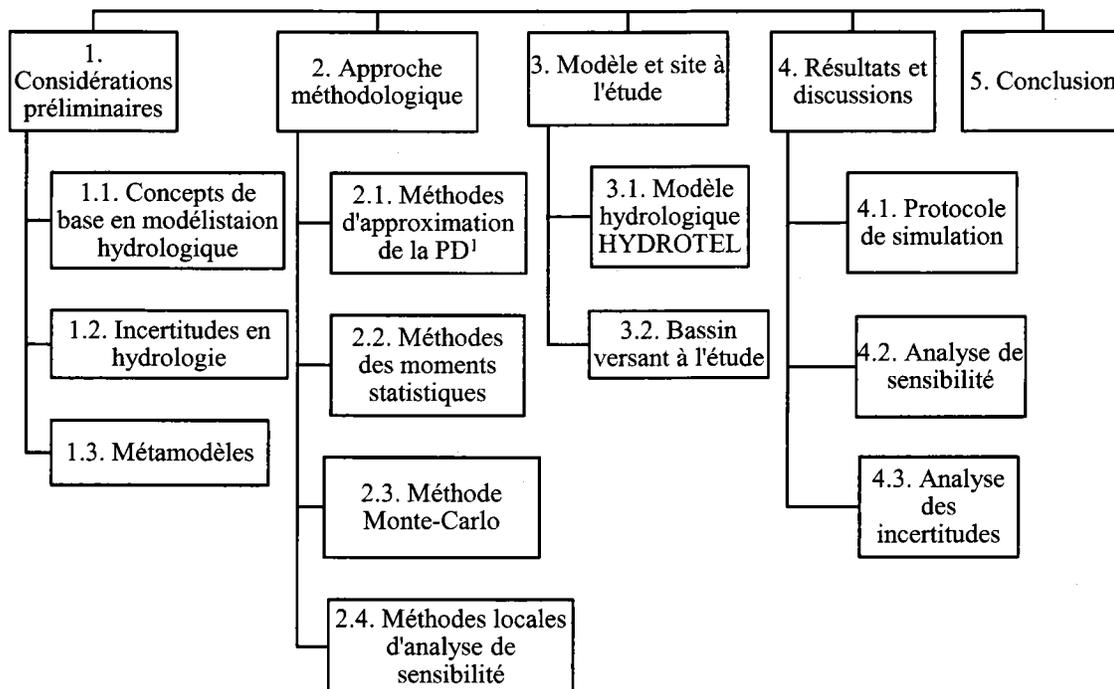
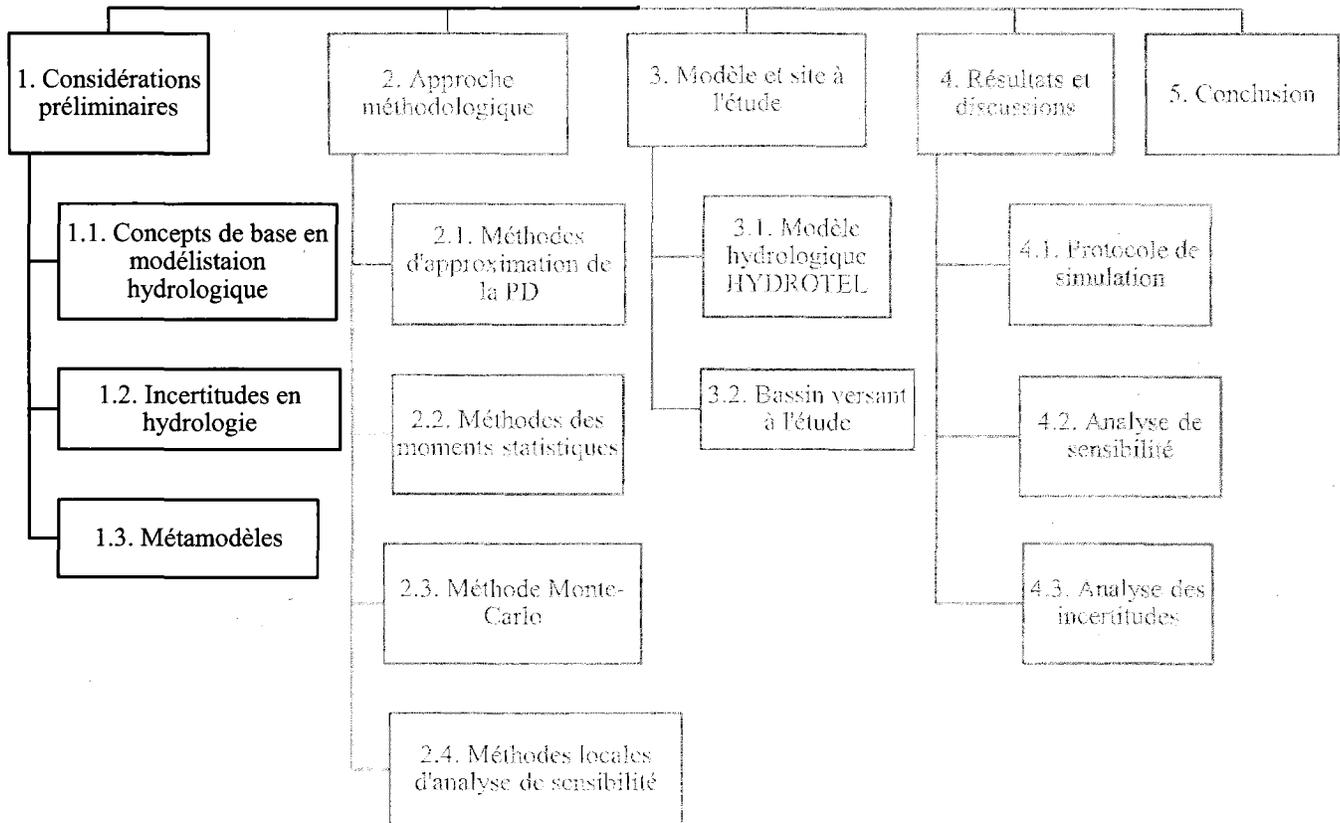


Figure 0.1. Structure du mémoire

<sup>1</sup>Probabilité de dépassement

# 1. Considérations préliminaires

Dans ce chapitre, on présente les concepts de base en modélisation hydrologique et en analyse d'incertitudes. On y introduit également le concept de métamodèle (voir Figure 1.1).



**Figure 1.1. Positionnement des considérations préliminaires dans la structure générale du mémoire**

## 1.1. Concepts de base en modélisation hydrologique

### 1.1.1. Définition

Un modèle hydrologique est défini, selon le Glossaire International d'Hydrologie, comme étant « *une représentation mathématique d'un bassin, d'un système d'eau, d'une série de données* » sous forme d'équations par rapport à des conditions météorologiques spécifiques (appelées souvent variables de forçage).

Il s'agit donc d'une simplification des processus physiques complexes dans le but de les appréhender, de caractériser la variabilité de ses composantes pour en étudier le comportement.

### 1.1.2. Utilité des modèles hydrologiques

L'utilité majeure de la modélisation hydrologique est la gestion de l'excédent ou l'adaptation au manque de précipitations sur un bassin versant. En effet, elle permet la résolution de problèmes critiques tels que (Singh et Frevert 2006) :

- L'évaluation de la crue de conception pour un projet de construction en milieu hydrique tels que le dimensionnement de déversoirs de sécurité de barrages hydroélectriques.
- L'évaluation de la performance d'ouvrages existants pour réduire les dommages face aux inondations (sécurité des barrages).
- La prévision hydrologique pour la gestion des ouvrages hydrauliques ou pour la prévision des crues; cela représente l'utilisation opérationnelle la plus courante des modèles hydrologiques.
- L'étape préalable à la délimitation des zones inondables.
- La gestion des ouvrages hydrauliques en cas de sécheresse.
- La gestion des réservoirs d'eau pour l'approvisionnement en eaux potable et l'irrigation.

La modélisation hydrologique est également de plus en plus utilisée pour des problématiques environnementales telles que la gestion intégrée de l'eau (Yang *et al.* 2007), la prévision de l'impact de l'occupation du territoire sur les écoulements (Quilbé *et al.* 2008; Savary *et al.* 2009), l'impact des rejets agricoles (Rousseau *et al.* 2011; 2013) et urbains (Mailhot *et al.* 2002) sur la qualité de l'eau à l'échelle du bassin pour ne nommer que quelques exemples.

### 1.1.3. Étapes de la modélisation

Comme toute démarche scientifique, la modélisation est gouvernée par un protocole spécifique (Anderson et Woessner 1992) . La première étape consiste en la définition de la problématique générale afin de choisir le modèle convenable pour sa résolution. Le choix du modèle se fait également en fonction des données disponibles. La deuxième étape est la saisie, la collecte et l'analyse critique des données. Ensuite, vient l'étape la plus déterminante lors de l'exercice de la modélisation : le calage du modèle, suivi par la validation. La dernière étape, primordiale pour la réussite de l'exercice du calage, est l'analyse des incertitudes (Refsgaard 1997), bien que cette étape devrait être présente tout au long de la modélisation, dès l'analyse de la qualité des variables d'entrée et jusqu'en validation et prévision.

## 1.2. Incertitudes en hydrologie

### 1.2.1. Définition de l'incertitude

L'incertitude est le résultat du manque d'informations dans la modélisation des phénomènes physiques. Selon Mailhot et Villeneuve (2003), l'incertitude est définie comme étant la probabilité de dépassement d'un seuil donné (ou probabilité de défaillance du système).

### 1.2.2. Typologie des incertitudes en modélisation hydrologique

Pour les hydro-systèmes, Refsgaard et Storm (1996) identifient les sources d'incertitudes suivantes :

- *Incertainces sur les variables de forçage* : dues essentiellement à la difficulté d'identifier la variabilité et la complexité locale des données à travers quelques points de mesure. Ce type d'incertitude est présent au niveau des techniques d'acquisitions des données (stations météorologiques, radar, etc), des méthodes d'interpolation et d'interprétation de ces données...
- *Incertainces liées à la nature* : il s'agit de la variabilité spatio-temporelle des processus modélisés engendrant ainsi une variabilité dans les sorties du modèle.
- *Incertainces liées à la structure du modèle* : ce type d'incertitudes est le résultat du fait que le modèle est une représentation grossière du système naturel complexe.
- *Incertainces liées aux paramètres du modèle* : elles sont associées à l'utilisation de techniques imparfaites d'estimation des paramètres lors du calage du modèle.
- *Incertainces sur les états du bassin versant à travers le temps* : pas de temps de simulation en particulier l'état initial.
- *Incertainces sur les observations de débit utilisées tant en calage qu'en validation.*

Dans l'idéal, il serait nécessaire de pouvoir analyser l'effet de toutes les sources d'incertitude potentielles citées précédemment, de caractériser les principales d'entre elles, les combiner et les propageant pour avoir l'incertitude totale sur la sortie du modèle. Dans la pratique, il est souvent impossible de prendre en compte toutes les sources d'incertitude et de les traiter simultanément. Dans notre cas d'étude, les incertitudes liées aux paramètres du modèle sont étudiées.

### 1.2.3. Objectifs de l'analyse d'incertitudes

Afin qu'un modèle réussisse à mieux reproduire le comportement réel d'un bassin versant et que la modélisation hydrologique atteigne ses objectifs (évaluer la dynamique des différents flux et stocks, par exemple, l'interpolation spatiale des précipitations, l'interception, l'évapotranspiration, le ruissellement

de surface, les flux et contenus en eau dans les zones saturées et non saturées, débits des cours d'eau), il faudrait évaluer et intégrer les incertitudes citées précédemment dans l'estimation de l'incertitude sur la sortie du modèle (Beck 1987).

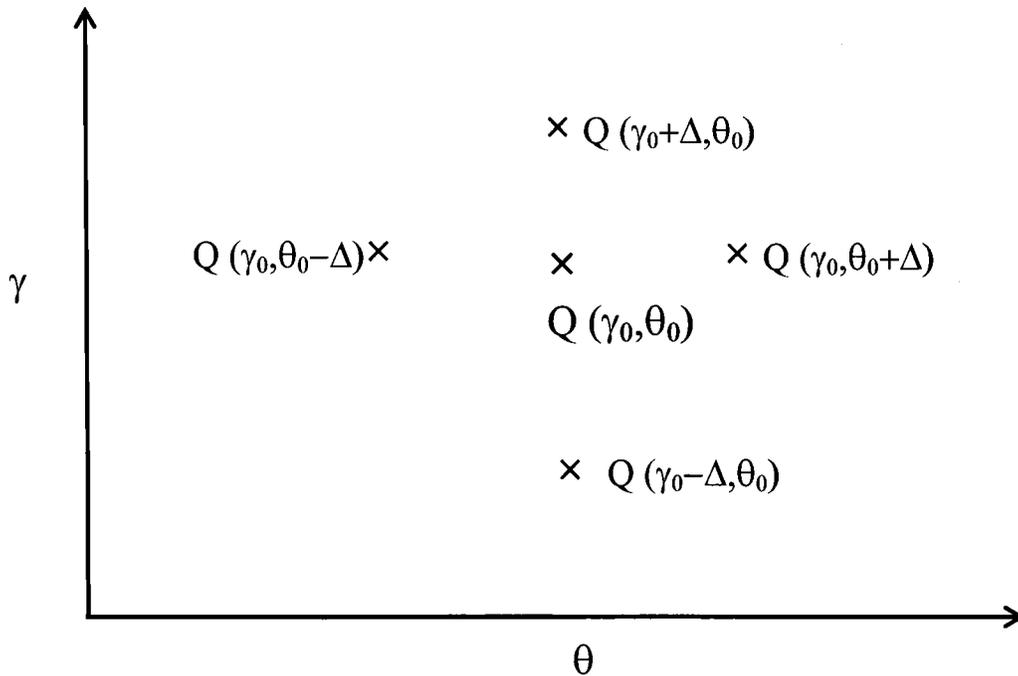
L'analyse d'incertitudes permet d'identifier les propriétés statistiques (moyenne, écart-type, distribution des probabilités) de la réponse du modèle en fonction des incertitudes sur les paramètres d'entrée. Elle permet également d'identifier les paramètres dont les incertitudes contribuent le plus aux incertitudes sur les débits simulés. Cette connaissance est essentielle pour concentrer les efforts sur ces paramètres lors de l'exercice de calage afin de réduire les incertitudes sur la sortie (Gupta et Sorooshian 1985). Selon Melching *et al.* (1990), l'analyse d'incertitudes permet d'estimer la probabilité d'obtenir une certaine valeur de débit, en fonction de l'incertitude sur les paramètres du modèle.

### **1.2.4. Techniques d'analyse d'incertitudes**

Il existe deux principales stratégies pour l'estimation des incertitudes des paramètres d'un modèle : les approches locales et les approches globales (Muleta et Nicklow 2005). Ces deux approches diffèrent dans la façon avec laquelle l'espace paramétrique est traité.

#### **1.2.4.1. Approche locale d'analyse des incertitudes**

L'analyse selon l'approche locale se fait autour d'un point de fonctionnement optimal (point de référence) dans l'hyperespace paramétrique du modèle (Turanyi *et al.* 2006). Elle se base sur le développement en séries de Taylor de la réponse du modèle en fonction des paramètres. Cette approche implique l'analyse des dérivées partielles de la réponse. Dans le cas où ces dérivées sont complexes à résoudre analytiquement, la résolution se fait de façon numérique. En perturbant chacun des paramètres autour de sa valeur optimale, on simule la valeur de débit correspondante par le modèle hydrologique à l'étude (HYDROTEL) et par la suite, on estime les valeurs de dérivées. La Figure 1.2 présente le principe de base des méthodes locales dans le cas d'un espace paramétrique à deux dimensions ( $\theta, \gamma$ ). La variable d'intérêt est le débit  $Q$  projeté dans cet espace paramétrique.



**Figure 1.2. Principe de l'approche locale d'analyse d'incertitudes**

L'avantage des approches locales selon Zhao et Ono (2001) réside dans la simplicité de l'analyse et la possibilité de déterminer directement la contribution de chaque paramètre à l'incertitude globale de la réponse. Le principal inconvénient de cette approche est qu'elle nécessite de tronquer le développement en série de Taylor au premier ou au deuxième ordre ce qui implique une erreur de troncature plus ou moins grande selon la non-linéarité du modèle. À cette erreur de troncature s'ajoutent les erreurs d'estimation des dérivées par différence finies.

Les différentes techniques reposant sur l'approche locale sont détaillées au chapitre suivant.

#### **1.2.4.2. Approche globale**

Les approches globales considèrent l'ensemble de l'espace paramétrique. Elles se basent sur le principe d'échantillonnage aléatoire des jeux de paramètres et l'estimation des caractéristiques statistiques de la réponse du modèle à partir des jeux de paramètres aléatoires (Griensven *et al.* 2006; Turanyi *et al.* 2006). On y retrouve notamment les méthodes de type Monte-Carlo, Metropolis et la technique GLUE (*Generalised Likelihood Uncertainty Estimation*) (Beven et Binley 1992). L'avantage de l'approche globale est qu'elle tient compte des interdépendances entre les paramètres. Le principal inconvénient est que cette approche est couteuse de point de vu temps de calcul.

### 1.3. Généralités sur les métamodèles

Les modèles hydrologiques distribués sont complexes. Ils sont généralement caractérisés par un grand nombre de paramètres et de variables d'entrées. De ce fait, ils sont coûteux du point de vue du temps de simulation pour faire l'analyse des incertitudes. Il est donc intéressant de remplacer le modèle par une fonction ou un métamodèle qui présente l'avantage d'être plus économique à évaluer (Graham *et al.* 2003). Le métamodèle se caractérise par sa capacité à prédire la réponse du vrai modèle et par son faible coût de construction. Le métamodèle peut être couplé avec des méthodes d'analyse des incertitudes, comme on va le voir au chapitre suivant (Martinelli et Duvigneau 2010). Construire un métamodèle a ainsi pour objectif d'obtenir un modèle mathématique représentatif du modèle étudié ayant de bonnes capacités de prédiction et dont le temps de calcul pour évaluer une réponse est beaucoup plus petit que le modèle original (Leviandier et Payraudeau 2007). Il existe plusieurs types de métamodèles. On peut citer le développement en polynômes de chaos, la surface de réponse quadratique et le développement en séries de Taylor (Sudret 2012). Dans cette section, le métamodèle de développement en séries de Taylor est développé, puisqu'il s'agit du métamodèle sur lequel sont basées les méthodes d'analyse des incertitudes étudiées.

#### 1.3.1. Développement en séries de Taylor

On considère une fonction  $Q$  à plusieurs paramètres  $\vec{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ . Soit  $\vec{\theta}_0$  un vecteur des valeurs de référence tel que la fonction  $Q$  est définie autour de son voisinage. Le développement de Taylor de  $Q$  au point  $\vec{\theta}_0$  d'ordre 2 s'écrit comme suit :

$$Q(\vec{\theta}) \approx Q(\vec{\theta}_0) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} \right)_{\vec{\theta}_0} (\theta_i - \theta_i^0) + \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right)_{\vec{\theta}_0} (\theta_i - \theta_i^0) (\theta_j - \theta_j^0) \quad (1.1)$$

$\left( \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} \right)_{\vec{\theta}_0}$  et  $\left( \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right)_{\vec{\theta}_0}$  sont respectivement les dérivées première et seconde de  $Q$  par rapport à  $\vec{\theta}$  évaluées au point  $\vec{\theta}_0$ . Ces dérivées sont calculées par différences finies. Le coût de construction du métamodèle est celui de l'estimation de ces dérivées. Dans le cas d'un espace paramétrique de dimension  $n$ , le coût de construction du métamodèle,  $N_c$ , à l'ordre 2 est  $N_c = 2*n^2 + 1$ , ce qui n'est autre que le nombre de simulations nécessaires faisant appel au modèle réel pour l'estimation des dérivées.

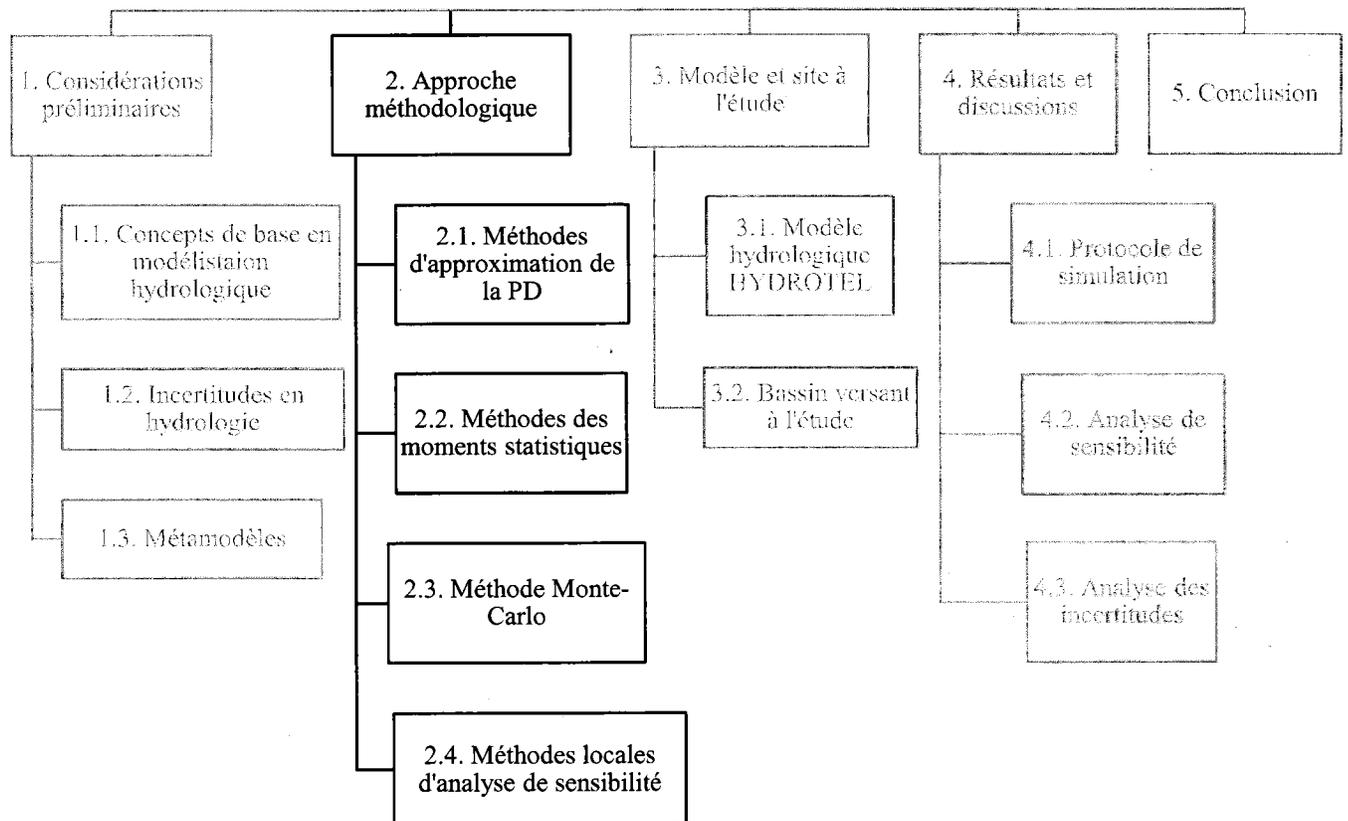
Dans le prochain chapitre, deux méthodes d'analyse d'incertitudes basées sur le métamodèle de développement en séries de Taylor vont être détaillées.

## 2. Approche méthodologique

Ce chapitre introduit, dans un premier temps, les techniques d'analyse des incertitudes appliquées dans cette étude, à savoir (voir Figure 2.1):

- Les méthodes basées sur le calcul des probabilités de dépassement ou de défaillance (PD), qui représentent une approche classique.
- Les méthodes des moments statistiques, qui représentent une approche novatrice et qui généralisent les méthodes classiques de probabilités de défaillance.
- La méthode de type Monte-Carlo.

Ensuite, on explore la façon avec laquelle on procède pour étudier la sensibilité du modèle hydrologique vis-à-vis ses différents paramètres.



**Figure 2.1. Positionnement de l'approche méthodologique dans la structure générale du mémoire**

## 2.1. Méthodes d'approximation de la probabilité de dépassement

### 2.1.1. Hypothèses d'application

L'application des méthodes d'analyse d'incertitudes d'ordres 1 et 2, basées sur l'approximation de la probabilité de dépassement d'un seuil (probabilité de défaillance), repose sur les hypothèses suivantes :

- (i) Les paramètres du modèle doivent suivre une distribution gaussienne.
- (ii) Les paramètres doivent être indépendants c'est-à-dire qu'aucun paramètre n'est fonction des autres paramètres

Pour pouvoir appliquer la méthode d'ordre 1, la réponse du modèle doit être localement linéaire. Pour l'application de la méthode d'ordre 2, la réponse du modèle doit être quadratique.

### 2.1.2. Méthode d'approximation d'ordre 1

#### 2.1.2.1. Principe de la méthode

La méthode d'approximation d'ordre 1, connue dans la littérature sous le nom *Mean Value First Order Second Moment (MFOSM)*, est la technique la plus utilisée pour l'analyse des incertitudes liées aux paramètres d'un modèle (Maier 2001). La réponse du modèle, dans ce cas, est approximée par un hyperplan (Kunstmann 2002). En fait, cette méthode est basée sur un développement en séries de Taylor de la réponse du modèle à l'ordre 1.

Ensuite, en estimant les moments statistiques d'ordres 1 et 2 de la réponse, on calcule un coefficient appelé indice de fiabilité  $\beta$ . Puis, en se basant sur cet indice, on estime les probabilités de dépassement (Dettinger et Wilson 1981). Les équations développées ci-dessous sont adaptées de Mailhot et Villeneuve (2003).

On suppose que le modèle hydrologique étudié comporte  $n$  paramètres. Le développement en séries de Taylor du débit  $Q$  au tour d'un point de référence  $\vec{\theta}_0$  s'écrit sous la forme suivante :

$$Q(\vec{\theta}) \approx Q(\vec{\theta}_0) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} \right)_{\vec{\theta}_0} (\theta_i - \theta_i^0) \quad (2.1)$$

Avec :  $Q(\vec{\theta})$  : débit simulé par HYDROTEL avec le jeu de paramètres  $\vec{\theta}$

$Q(\vec{\theta}_0)$  : débit simulé par HYDROTEL avec le jeu de paramètres de référence

En supposant que les paramètres suivent une distribution normale de moyenne  $\theta_i^0$  et de variance  $\sigma_i^2$ , la forme standardisée de chacun des paramètres s'écrit :

$$\theta_i \rightarrow u_i = \frac{\theta_i - \theta_i^0}{\sigma_i} \quad (2.2)$$

En remplaçant dans l'équation (2.1) les paramètres par leurs équivalents standardisés, la variation absolue de débit s'écrit selon l'équation suivante :

$$\Delta Q = Q(\vec{\theta}) - Q(\vec{\theta}_0) = \sum_{i=1}^n b_i * u_i \quad (2.3)$$

tel que :

$$b_i = \sigma_i \left( \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} \right)_{\vec{\theta}_0} \quad (2.4)$$

Géométriquement, la variation du débit en fonction des paramètres est un hyperplan de dimension  $n$  passant par le point de référence  $\vec{\theta}_0$  (Wu *et al.* 1990). La région de défaillance du modèle est un hyperplan de dimension  $(n-1)$ . L'indice de fiabilité  $\beta$  est la distance minimale entre le point de référence  $\vec{\theta}_0$  et la région de défaillance du modèle (Haukaas 2010).

La probabilité d'avoir une variation de débit  $Q$  supérieure à un seuil  $\varepsilon$  est égale à :

$$P(\Delta Q > \varepsilon) = 1 - \phi(\beta) \quad (2.5)$$

Où  $\phi(\beta)$  représente la fonction cumulative de la loi normale centrée réduite définie par :

$$\phi(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\beta} e^{-t^2/2} dt \quad (2.6)$$

$\beta$  représente une variable de la loi normale centrée réduite associée au débit. En fait pour le débit  $Q$ , on a :

$$\begin{aligned} \mu(Q) &= Q(\vec{\theta}_0) \\ \sigma^2(Q) &= \sum_{i=1}^n b_i^2 \\ \varepsilon &= Q(\vec{\theta}) - Q(\vec{\theta}_0) \end{aligned}$$

$$\beta = \frac{Q(\vec{\theta}) - Q(\vec{\theta}_0)}{\sigma(Q)} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\sum_{i=1}^n b_i^2}} \quad (2.7)$$

L'algorithme de la méthode d'ordre 1 d'approximation de la probabilité de dépassement d'un seuil (Figure 2.2) se résume par l'application des étapes ci-dessous :

- (i) Simulation des débits avec le jeu de paramètres de référence et le jeu de paramètres perturbé d'une certaine variation  $\delta\theta_i$
- (ii) Estimation de la dérivée première du débit autour du point de référence  $\vec{\theta}_0$ . Cette estimation se fait numériquement en utilisant une discrétisation par différences finies selon l'équation suivante :

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial \theta_i}\right)_{\vec{\theta}_0} = \frac{Q_{i+1} - Q_{i-1}}{2\delta\theta_i} \quad (2.8)$$

Avec :  $Q_{i+1} = Q(\theta_i + \delta\theta_i)$

$Q_{i-1} = Q(\theta_i - \delta\theta_i)$

- (iii) Calcul des coefficients  $b_i$  selon l'équation (2.4)
- (iv) Choix du seuil  $\varepsilon$  (m<sup>3</sup>/s) : pour un jour julien donné, le seuil est choisi en considérant des variations de débit de part et d'autre de la valeur de débit de référence
- (v) Calcul de l'indice de fiabilité  $\beta$  selon l'équation (2.7)
- (vi) Calcul de la probabilité de dépassement selon l'équation (2.6)
- (vii) Modification de la valeur du seuil et reprise des étapes de (iv) à (vi)

Une fois l'algorithme de la méthode *MFOSM* appliqué pour chaque débit journalier, on obtient une distribution de probabilités pour chaque jour julien. À partir de cette distribution, on calcule, pour chaque jour, l'intervalle de confiance de 95% associé au débit simulé. Cet intervalle est défini par les deux quantiles 2.5% et 97.5%. On peut ainsi définir l'intervalle de confiance à 95% associé à une simulation produite par le métamodèle d'ordre 1.

### 2.1.2.2. Inconvénients de la méthode *MFOSM*

Malgré sa simplicité et le faible temps de calcul associé, la méthode *MFOSM* présente quelques désavantages. Cette méthode repose sur une linéarisation de la réponse du modèle en fonction des

paramètres. Ceci pose un problème lorsque la valeur d'un paramètre est proche d'un extremum de cette fonction linéaire. En fait, dans ce cas la dérivée d'ordre 1 s'annule et la méthode va retourner une valeur nulle de l'incertitude. Or, en réalité cette incertitude peut ne pas être nulle. En plus, la valeur du débit peut s'écarter de sa vraie valeur lorsque les paramètres s'éloignent de l'intervalle pour lequel la fonction est linéaire. Par conséquent, les incertitudes associées sont sous estimées (Maskey et Guinot 2003). Cette sous-estimation de l'incertitude est due essentiellement à l'approximation de la réponse par une fonction linéaire alors qu'elle ne l'a pas.

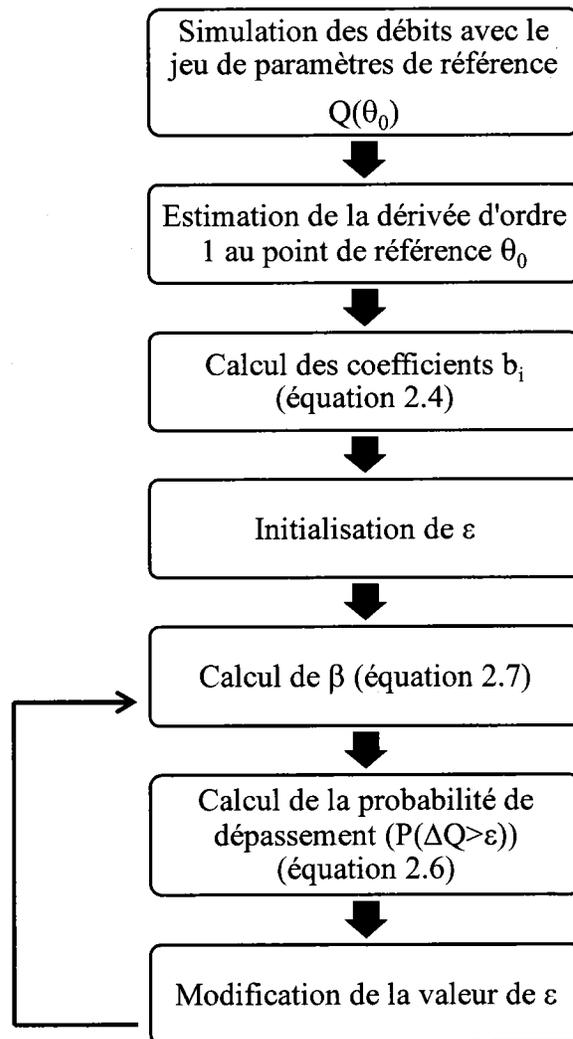


Figure 2.2. Organigramme d'application de la méthode MFOSM

### 2.1.3. Méthode d'approximation d'ordre 2

Cette méthode est connue dans la littérature sous le nom *Mean Value Second Order Second Moment (MSOSM)*. Elle vise à remplacer la réponse du modèle par un hyperparaboloïde au lieu d'un hyperplan d'ordre 1 à l'instar de la méthode *MFOSM* (Ditlevsen et Madsen 1996). L'expansion en séries de Taylor autour du point de référence se fait jusqu'à l'ordre 2 selon l'équation suivante :

$$Q(\vec{\theta}) \approx Q(\vec{\theta}_0) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} \right)_{\vec{\theta}_0} (\theta_i - \theta_i^0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i^2} \right)_{\vec{\theta}_0} (\theta_i - \theta_i^0)^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left( \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right)_{\vec{\theta}_0} (\theta_i - \theta_i^0) (\theta_j - \theta_j^0) \quad (2.9)$$

Le développement mathématique de la méthode *MSOSM* est adapté de Mailhot et Villeneuve (2003) et Imhof (1961).

En utilisant les mêmes notations que pour la méthode *MFOSM*, et en supposant que les paramètres sont normalement distribués, la variation de débit est donnée dans ce cas par l'équation :

$$\Delta Q \approx \sum_{i=1}^n b_i u_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} u_i u_j \quad (2.10)$$

Où :

$$a_{ij} = \frac{\sigma_i \sigma_j}{2} \left( \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right)_{\vec{\theta}_0} \quad (2.11)$$

Pour alléger les écritures et faciliter les calculs, on définit les notations matricielles suivantes :

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}; \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

L'expression de la variation de débit sous forme vectorielle est alors donnée par l'équation suivante :

$$\Delta Q \approx b^t u + u^t A u \quad (2.13)$$

Le débit est la somme d'une fonction linéaire et une fonction quadratique des paramètres. Pour pouvoir calculer les probabilités de dépassement, on va tout transformer en terme quadratique. Les

paramètres sont supposés non corrélés et donc la matrice  $A$  des dérivées secondes est une matrice à plein rang (les colonnes de la matrice sont indépendantes). Elle est donc inversible et diagonalisable. Par conséquent, il existe une matrice  $P$  symétrique et une matrice  $D$  diagonale tel que la matrice  $A$  se décompose en produit de ces deux matrices  $P$  et  $D$  selon l'équation :

$$A = P^t D P \quad (2.14)$$

La matrice  $D$  contient les valeurs propres associées à la matrice  $A$  comptées avec leur multiplicité. Puisque la matrice  $A$  est une matrice à plein rang donc elle possède  $n$  valeurs propres d'ordre de multiplicité 1 pour chacune et dans ce cas la matrice  $D$  s'écrit :

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

La matrice  $P$  contient les vecteurs propres associés aux différentes valeurs propres qu'on note  $p_i$ . En remplaçant la matrice  $A$  par sa décomposition (équation 2.14), et en posant  $y_i = p_i^t u$ , la variation de débits (équation 2.10) se réécrit comme suit :

$$\Delta Q \approx \sum_{i=1}^n b^t p_i y_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i^2 \quad (2.16)$$

En posant :  $y_{i,0} = -\frac{b^t p_i}{2\lambda_i}$  et  $W = \Delta Q + \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{i,0}^2$ , on obtient :

$$\Delta Q \approx \sum_{i=1}^n \lambda_i (y_i - y_{i,0})^2 - \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{i,0}^2 \quad (2.17)$$

$$W = \sum_{i=1}^n \lambda_i (y_i - y_{i,0})^2 \quad (2.18)$$

Pour estimer la probabilité de dépassement d'un seuil donné, on définit d'abord les expressions suivantes (Imhof 1961):

$$\theta(v) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[ \arctan(\lambda_i v) + \frac{y_{i,0}^2 \lambda_i v}{1 + (\lambda_i v)^2} \right] - \frac{1}{2} w v \quad (2.19)$$

$$\rho(v) = \exp \left[ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{y_{k,0}^2 \lambda_k v}{1 + (\lambda_k v)^2} \right] \prod_{j=1}^n (1 + (\lambda_j v)^2)^{1/4} \quad (2.20)$$

Pour  $w = \varepsilon + \sum_{i=1}^n \lambda_i y_{i,0}^2$ , on obtient :

$$P(\Delta Q > \varepsilon) = P(W > w) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \theta(v)}{v \rho(v)} dv \quad (2.21)$$

L'approximation de l'intégrale est faite en utilisant la méthode numérique de Simpson.

L'algorithme de la méthode d'ordre 2 d'approximation de la probabilité de dépassement d'un seuil se résume par l'application des étapes ci-dessous :

- (i) Simulation avec HYDROTEL des débits avec le jeu de paramètres de référence et les jeux de paramètres perturbés d'une certaine variation  $\delta \theta_i$ .
- (ii) Estimation de la dérivée première du débit autour du point de référence  $\vec{\theta}_0$  selon l'équation (2.8), et estimation de la dérivée seconde selon les équations (2.22) et (2.23).

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = \frac{Q_{i+1,j+1} - Q_{i+1,j-1} - Q_{i-1,j+1} + Q_{i-1,j-1}}{4 \delta \theta_i \delta \theta_j} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i^2} = \frac{Q_{i+1} - 2Q_i + Q_{i-1}}{\delta \theta_i^2} \quad (2.23)$$

Avec :  $Q_{i+1} = Q(\theta_i + \delta \theta_i)$  ;  $Q_{i-1} = Q(\theta_i - \delta \theta_i)$  ;  $Q_{i,j} = Q(\theta_i, \theta_j)$

- (iii) Diagonalisation de la matrice  $A$  des dérivées secondes selon l'équation (2.14).

(iv) Calcul de  $y_{i,0}$

(v) Initialisation de  $\varepsilon$  et calcul de  $w$

(vi) Calcul des probabilités de dépassement selon l'équation (2.21) en utilisant la méthode d'intégration numérique de Simpson

(vii) Modification de la valeur de  $\varepsilon$  et reprise des étapes (v) et (vi)

La Figure 2.3 représente l'organigramme d'application de la méthode *MSOSM*.

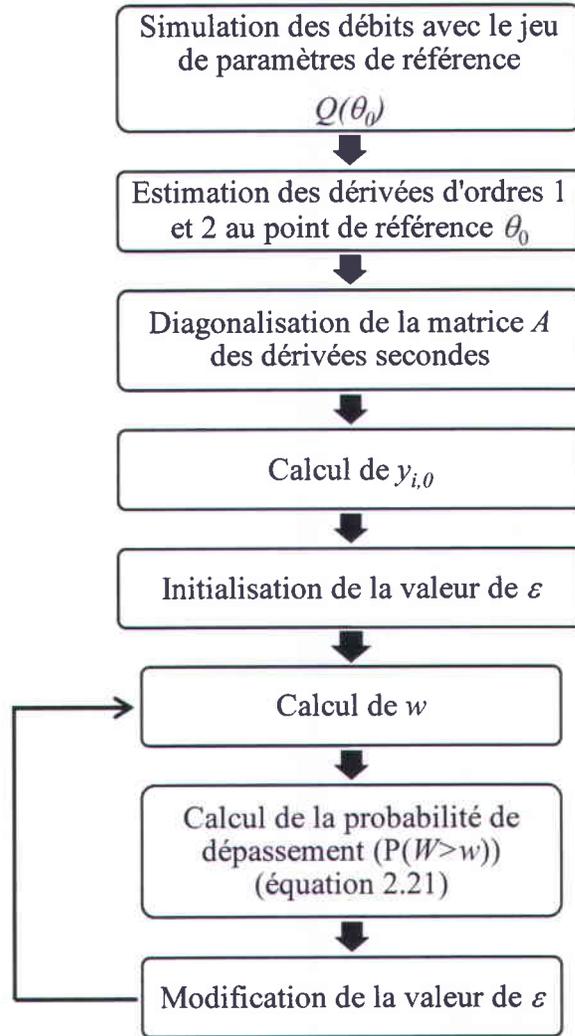


Figure 2.3. Organigramme d'application de la méthode *MSOSM*

Tel que pour la méthode d'ordre 1 (*MFOSM*), l'application des étapes de la méthode *MSOSM* permet de construire pour chaque débit journalier une distribution de probabilité. À partir de cette distribution de probabilité, on calcule l'intervalle de confiance de 95% défini par les deux quantiles 2.5% et 97.5%. On définit ainsi un intervalle de confiance de 95% sur le débit simulé par le métamodèle d'ordre 2, et ceci pour chaque journée de la période de simulation.

## 2.2. Méthodes des moments statistiques

### 2.2.1. Définitions et principe

La méthode des moments statistiques constitue une généralisation de la méthode d'approximation de la probabilité de dépassement. En fait, contrairement aux méthodes *MFOSM* et *MSOSM*, la méthode des moments statistiques n'impose aucune hypothèse pour son application. Cette méthode vise à caractériser la réponse du modèle à partir de ses quatre premiers moments statistiques : la moyenne, la variance, le coefficient d'asymétrie et le coefficient d'aplatissement, en se basant sur la loi de probabilité des paramètres. Donc la seule difficulté d'application de cette méthode réside dans la détermination analytique des moments statistiques. Une fois que les quatre premiers moments sont calculés analytiquement, on utilise des tables de lois statistiques pour reconstruire la loi de probabilité correspondante. Dans notre étude, on va utiliser la table du système de Pearson (Johnson *et al.* 1963).

La Figure 2.4 schématise le principe général de la méthode des moments. À partir des débits simulés suite à une variation donnée des valeurs de paramètres, les dérivées première et seconde sont approximées par différence finies. En utilisant les valeurs de ces dérivées, les quatre premiers moments de la réponse du modèle sont calculés et puis à l'aide de système de Pearson, la distribution de la réponse est construite.

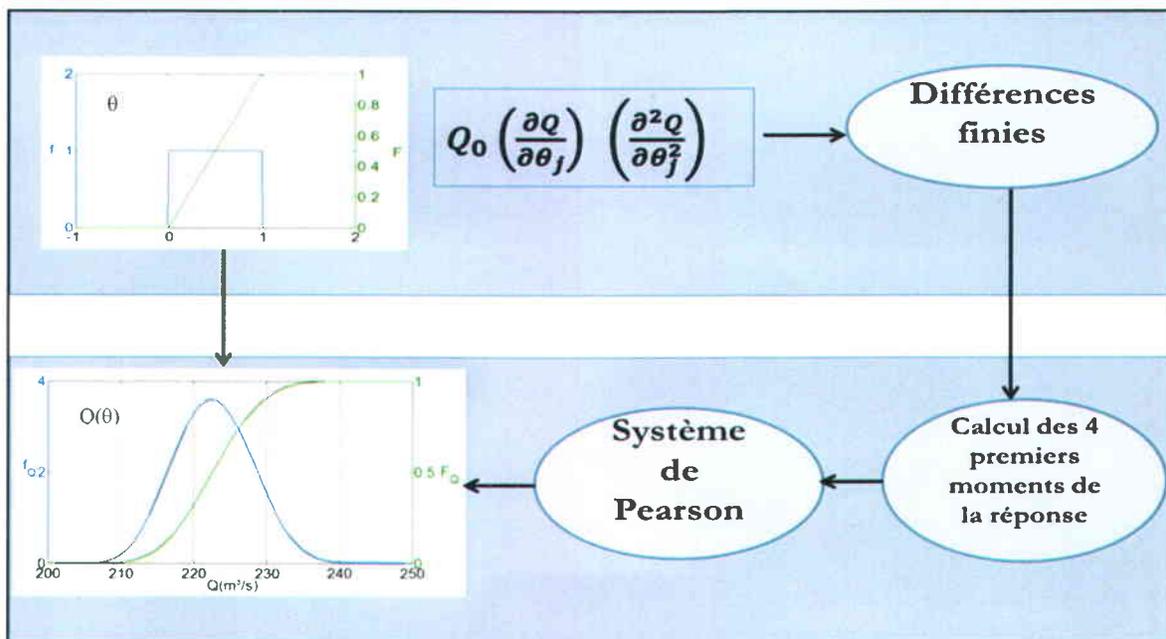


Figure 2.4. Principe de la méthode des moments

### 2.2.2. Système de distributions de Pearson

Cette partie est inspirée des publications de Johnson *et al.* (1963); Glancy (1994) et Monfrini (2002). Une fonction de densité de probabilité  $f$  appartient au système de distributions de Pearson si elle est solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{1}{f(x)} \frac{df}{dx} = - \frac{x - M_1}{M_2 + M_3x + M_4x^2} \quad (2.24)$$

La forme des solutions de l'équation (2.24) est liée à l'existence et au type de racines<sup>2</sup> du polynôme  $P$  de l'équation :

$$P(x) = M_2 + M_3x + M_4x^2 \quad (2.25)$$

$M_k$  : le moment statistique centré d'ordre  $k$  d'une variable définie par les équations :

$$k = 1; M_1(X) = E(X) \quad k > 1; M_k(X) = E[(X - E(X))^k] \quad (2.26)$$

Selon les racines du polynôme  $P$  on distingue les familles de densité de probabilités suivantes :

- Si  $P$  n'a pas de racines réelles : il s'agit de la loi de **Student**
- Si  $P$  a deux racines réelles distinctes de signes opposés : il s'agit de la famille des lois **Betas**
- Si  $P$  a deux racines distinctes réelles de même signe : il s'agit de la famille des lois **Betas de second type**
- Si  $P$  est un carré parfait ( $M_2=0$ ) : il s'agit de la famille des lois **Inverse-gammas**
- Si  $P$  est du premier degré tels que  $M_4 = 0$  et  $M_3 \neq 0$  : il s'agit de la famille des lois **Gammas**
- Si  $P$  est du premier degré tels que  $M_4 = 0$  et  $M_3 = 0$  : il s'agit de la famille des lois **Normales**

Pour plus des détails sur la détermination des paramètres de chaque famille des lois, on peut se référer aux publications citées dans le premier paragraphe de cette section.

Dans ce qui suit, les méthodes des moments statistiques d'ordres 1 et 2 vont être détaillées. Les différentes dérivées sont estimées en utilisant la discrétisation utilisée pour les méthodes *MFOSM* et *MSOSM*.

<sup>2</sup> Une racine est une solution de l'équation  $P(x)=0$

### 2.2.3. Méthode des moments d'ordre 1

La méthode des moments d'ordre 1, qui sera notée par la suite  $MM1$ , représente le cas d'approximation linéaire de la réponse du modèle. La réponse du modèle est dans ce cas remplacée par le métamodèle de développement en séries de Taylor donné par l'équation (2.1) de la section précédente. Afin d'alléger les écritures, on définit les quantités suivantes :

$$d_i = \left. \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} \right|_{\bar{\theta}_0}; \quad d_{ii} = \left. \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i^2} \right|_{\bar{\theta}_0}; \quad d_{ij} = \left. \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right|_{\bar{\theta}_0}$$

Le calcul des quatre premiers moments statistiques mène au système d'équations (Glancy 1994; Martin 2010):

$$MM1_1(Q(\vec{\theta})) = E(Q(\vec{\theta})) \approx Q(\bar{\theta}_0) \quad (2.27)$$

$$MM1_2(Q(\vec{\theta})) = E[(Q(\vec{\theta}) - Q(\bar{\theta}_0))^2] \approx \sum_{i=1}^n d_i^2 M_2(\theta_i) \quad (2.28)$$

$$MM1_3(Q(\theta)) = E[(Q(\theta) - Q(\theta_0))^3] \approx \sum_{i=1}^n d_i^3 M_3(\theta_i) \quad (2.29)$$

$$MM1_4(Q(\theta)) = E[(Q(\theta) - Q(\theta_0))^4] \approx \sum_{i=1}^n d_i^4 M_4(\theta_i) \quad (2.30)$$

$MM1_i$ : représente le moment d'ordre  $i$  calculé en utilisant la méthode des moments d'ordre 1.

$M_i(\theta_j)$ : représente le moment d'ordre  $i$  associé au paramètre  $\theta_j$ .

On note, à partir de l'équation (2.27), que la moyenne calculée par la méthode d'ordre 1 se réduit à la valeur de référence. Ainsi aucune information liée à l'incertitude sur les paramètres n'est exploitable. De même pour les trois moments statistiques restants, la méthode d'ordre 1 donne des valeurs proportionnelles à la dérivée d'ordre 1 de la réponse du modèle autour du point de référence. Dès que cette dérivée s'annule, on va avoir une mauvaise approximation de la distribution de probabilité de la sortie du modèle. Car dans ce cas l'écart-type, le coefficient d'aplatissement et le coefficient d'asymétrie s'annulent. D'où l'intérêt du passage à l'ordre 2.

### 2.2.4. Méthode des moments d'ordre 2

Tout comme la méthode *MSOSM*, la méthode des moments d'ordre 2 (*MM2*) s'appuie sur un développement de Taylor de la réponse du modèle à l'ordre 2 autour de la valeur de référence selon l'équation (2.9). À partir de cette expression, les quatre premiers moments statistiques sont déterminés analytiquement selon les équations qui suivent (Glancy 1994; Putko *et al.* 2001; Martin 2010; Beaucaire 2012).

$$MM2_1(Q(\theta)) \approx Q(\theta_0) + \sum_{i=1}^n \frac{d_{ii}}{2} M_2(\theta_i) \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} MM2_2(Q(\theta)) \approx & \sum_{i=1}^n \left[ d_i^2 M_2(\theta_i) + d_i d_{ii} M_3(\theta_i) + d_{ii}^2 M_4(\theta_i) - \left( \frac{d_{ii} M_2(\theta_i)}{2} \right)^2 \right] \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{d_{ij}^2}{2} M_2(\theta_i) M_2(\theta_j) \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} MM2_3(Q(\theta)) \approx & \sum_{i=1}^n \left[ d_i^3 M_3(\theta_i) + \frac{3 d_i^2 d_{ii} M_4(\theta_i)}{2} - \frac{3 d_i^2 d_{ii} M_2(\theta_i)^2}{2} \right] \\ & + 3 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} d_i d_j M_2(\theta_i) M_2(\theta_j) \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$MM2_4(Q(\theta)) \approx \sum_{i=1}^n d_i^4 M_4(\theta_i) + 3 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_i^2 d_j^2 M_2(\theta_i) M_2(\theta_j) \quad (2.34)$$

$MM2_i$  : représente le moment d'ordre  $i$  calculé en utilisant la méthode des moments d'ordre 2

Le nombre de simulations,  $n_{sim}$ , nécessaire pour l'application de la méthode des moments d'ordre 2 n'est autre que le nombre d'exécutions du modèle hydrologique (en l'occurrence pour ce mémoire le modèle HYDROTEL) pour estimer les dérivées soit :  $n_{sim} = 2 * n^2 + 1$  (Beaucaire 2012). Donc du point de vue coût du calcul, les deux méthodes *MM2* et *MSOSM* sont équivalentes.

La Figure 2.5 représente l'organigramme d'application de la méthode *MM2*.

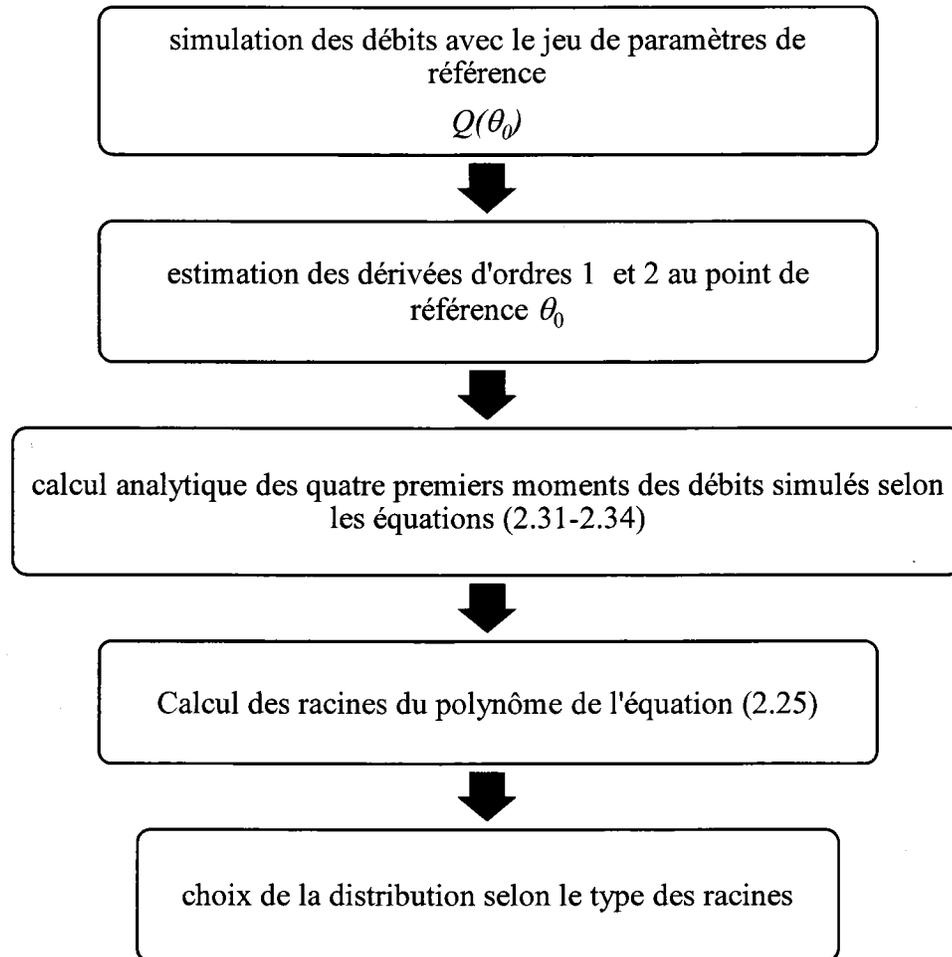


Figure 2.5. Organigramme d'application de la méthode *MM2*

### 2.3. Méthode Monte-Carlo

La méthode Monte-Carlo compte parmi les méthodes d'analyse d'incertitudes les plus utilisées en hydrologie. Elle est considérée généralement comme référence pour la validation des autres méthodes d'analyse. L'inconvénient de cette méthode est son coût élevé de calcul (Singh *et al.* 1996). Dans la plupart des cas, plus la taille des simulations est grande, plus les résultats sont probants. À titre d'exemple, pour avoir des résultats fiables il faut au minimum faire appel au modèle étudié  $10^5$  fois (Putko *et al.* 2001). Ce qui va prendre dans le cas d'un modèle hydrologique distribué comme HYDROTEL des temps de simulations difficilement justifiables. Cependant, ceci est relatif au modèle hydrologique utilisé : pour certains modèles et des cas particuliers d'application, un nombre de simulation de l'ordre de  $10^3$  est suffisant pour avoir une stabilité des résultats.

Pour éviter cette problématique, des simulations Monte-Carlo sont faites en se basant sur le métamodèle. Le principe de la méthode consiste à échantillonner aléatoirement les différents paramètres. Ensuite, on calcule le débit en utilisant le métamodèle d'ordre 2 (équation 2.9). Et à partir de cette série de valeurs, on détermine la distribution sur les débits en incorporant les incertitudes sur tous les paramètres (Uhlenbrook *et al.* 1999; García-Díaz et Gozalvez-Zafrilla 2010).

L'algorithme d'application de la méthode Monte-Carlo est le suivant :

- (i) Expliciter le modèle mathématique de la réponse du vrai modèle en fonction des paramètres. Il s'agit dans notre cas du métamodèle d'ordre 2 (équation 2.9).
- (ii) Associer à chaque paramètre une distribution. Dans un premier temps, la distribution normale a été choisie : des distributions normales tronquées ont été considérées pour respecter la plage des valeurs admissibles pour chacun des paramètres.
- (iii) Générer  $N$  échantillons de chacun des paramètres (dans notre cas  $N=10^5$ ).
- (iv) Calculer via le métamodèle les  $N$  valeurs de la variable de sortie, ce qui permet de construire sa distribution.
- (v) Synthétiser l'information en estimant la moyenne, l'écart-type et l'intervalle de confiance de 95%.
- (vi) Pour construire la fonction de répartition empirique des débits, la série des débits est classée par ordre croissant. On attribue à chaque débit simulé un rang  $k$ . Ensuite, on estime la probabilité de dépassement pour chaque jour julien selon la formule de probabilité empirique de Hazen :

$$EP = 1 - \frac{k - 0.5}{N} \quad (2.35)$$

La Figure 2.6 présente l'organigramme d'application de la méthode Monte-Carlo.

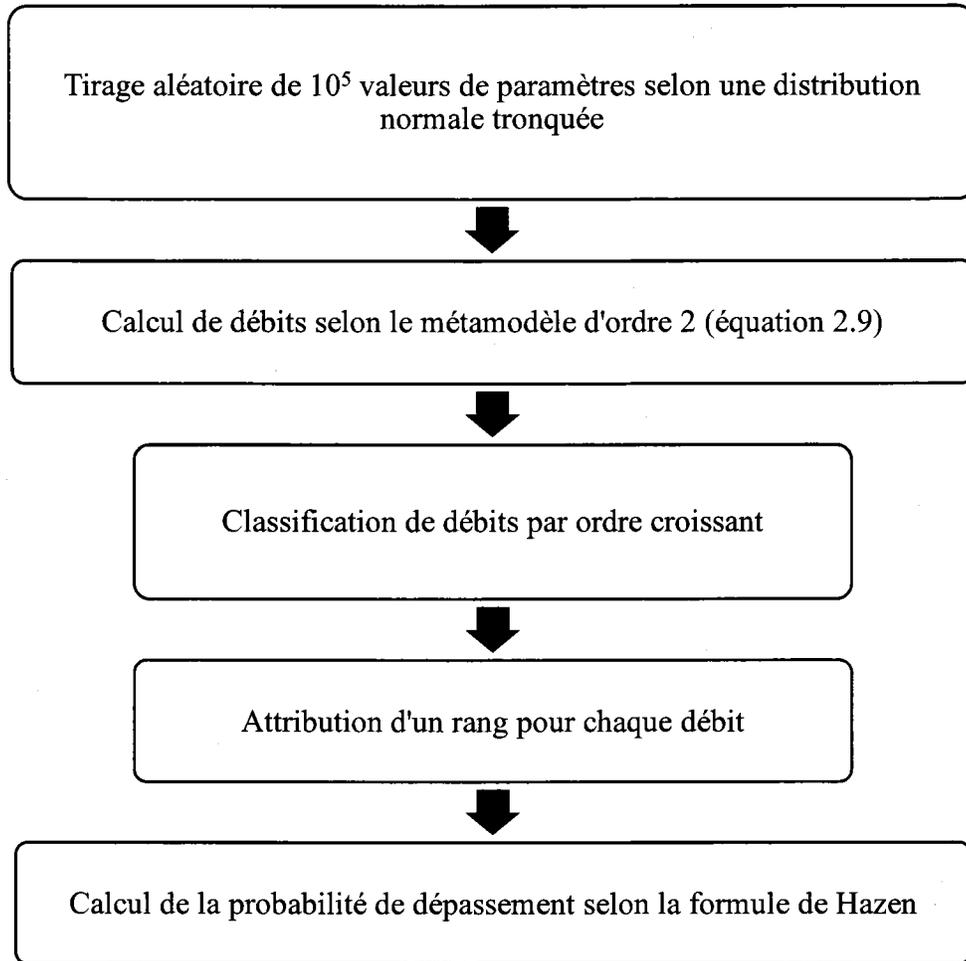


Figure 2.6. Organigramme d'application de la méthode Monte-Carlo

## 2.4. Méthode d'analyse de sensibilité

En plus de l'analyse des incertitudes effectuée, une analyse de sensibilité des paramètres a été conduite sur le bassin à l'étude. Cette analyse vise à déterminer les paramètres les plus influents sous des conditions hydrologiques particulières. Dans la littérature, il existe deux types de méthodes d'analyse de sensibilité : (i) les méthodes globales et (ii) les méthodes locales. Les méthodes globales visent à étudier l'effet de tous les paramètres à la fois. Parmi les méthodes globales les plus utilisées, on retrouve les méthodes de Morris et de Sobol (ex. : Herman *et al.* 2013a).

Les méthodes locales visent à modifier la valeur d'un seul paramètre à la fois en gardant les autres paramètres à leurs valeurs de référence (obtenues par calage). Dans notre cas, on a utilisé les méthodes locales d'analyse. Pour chaque paramètre, une variation de  $\pm 6.25\%$  de la valeur de référence est considérée. Pour une journée  $j$ , la sensibilité relative d'un paramètre  $\theta_i$  est définie comme étant la

dérivée d'ordre 1, normalisée par un facteur permettant de tenir compte des ordres de grandeurs de chacun des paramètres, selon l'équation (2.36) (Bouda *et al.* 2013).

$$SR_{ji} = \frac{\theta_{0i}}{Q_{0j}} \left( \frac{\partial Q_j}{\partial \theta} \right)_{\bar{\theta}_0} \quad (2.36)$$

Pour étudier la sensibilité des paramètres, on a défini également la contribution élémentaire d'un paramètre  $\theta_i$  à la variation de débit pour une journée donnée  $j$ ,  $\eta_{ij}$ , selon l'équation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{ij}^+ = \frac{\kappa_{ij}^+}{\sum_{i=1}^n \kappa_{ij}^+} \\ \eta_{ij}^- = \frac{\kappa_{ij}^-}{\sum_{i=1}^n \kappa_{ij}^-} \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Avec :  $\kappa_{ij}^+ = \max(0, \delta Q_{ij}^-, \delta Q_{ij}^+)$  : variation positive maximale

$\kappa_{ij}^- = \min(0, \delta Q_{ij}^-, \delta Q_{ij}^+)$  : variation négative maximale

$\delta Q_{ij}^+ = \frac{q_i(\bar{\theta}_j + \delta\theta_j^+) - q(\bar{\theta}_0)}{q(\bar{\theta}_0)}$  : variation du débit au jour  $j$  associée à une variation négative du paramètre  $i$ .

$\delta Q_{ij}^- = \frac{q_i(\bar{\theta}_j + \delta\theta_j^-) - q(\bar{\theta}_0)}{q(\bar{\theta}_0)}$  : variation du débit au jour  $j$  associée à une variation positive du paramètre  $i$ .

Le signe (+) correspond à une augmentation de 6.25% de la valeur des paramètres et le signe (-) à une diminution de 6.25%.  $\kappa_{ij}^+$  et  $\kappa_{ij}^-$  représentent respectivement la plus grande variation relative positive et négative pour une journée  $j$ , engendrée par une variation  $\delta\theta_i$  (positive ou négative). Ces indices représentent par ailleurs la variation relative maximale positive (ou négative) résultant des variations pour une journée  $j$ , de tous les paramètres confondus (positive ou négative).

La contribution élémentaire  $\eta_{ij}^\pm$  à la variation relative maximale du débit permet d'identifier pour une journée donnée les paramètres qui ont le plus d'impact sur la sortie peu importe le sens de la variation du paramètre (augmentation ou diminution).

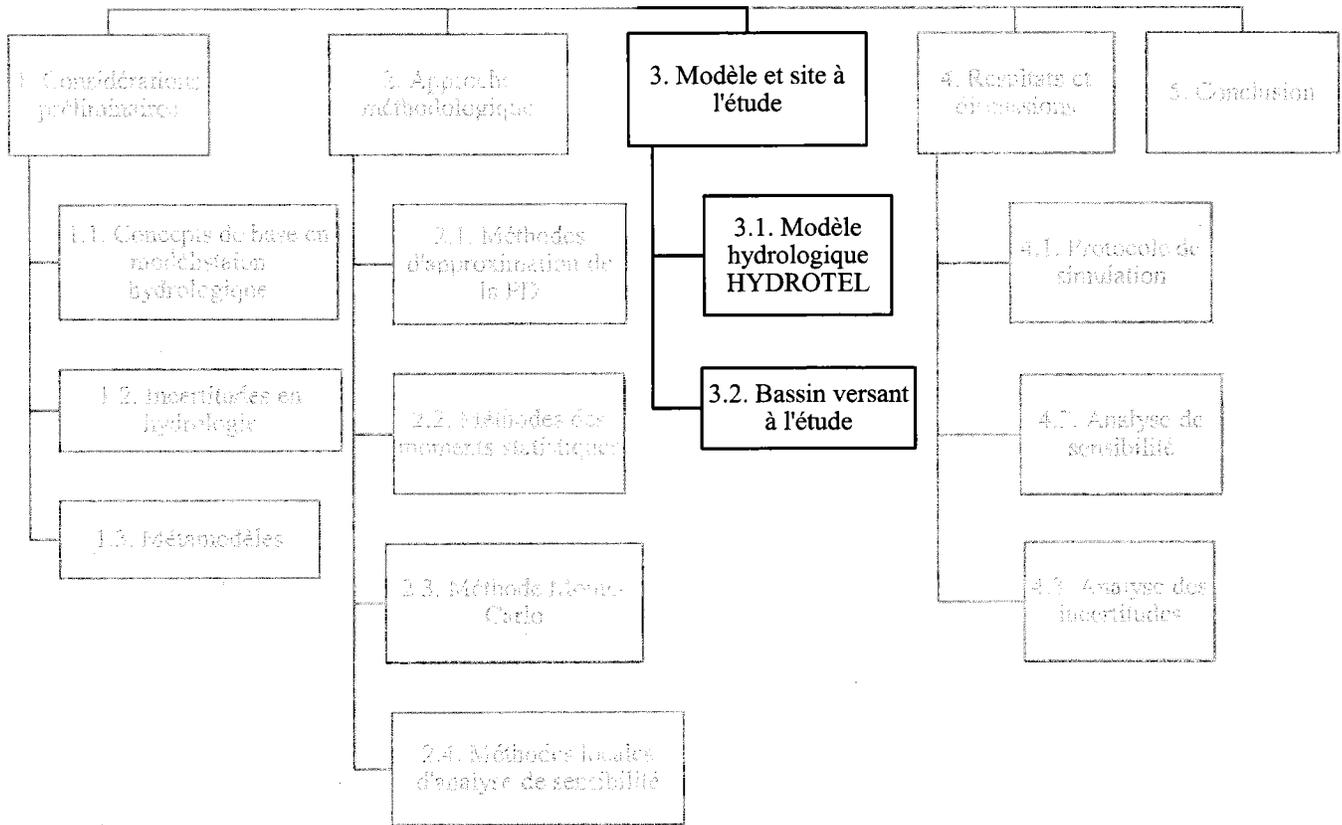
On définit également l'indice de classement des paramètres par ordre d'importance selon l'équation suivante :

$$\delta_i = \frac{1}{\sqrt{k}} \|SR_i\| = \frac{1}{\sqrt{k}} \sqrt{\sum_{j=1}^k SR_{ij}^2} \quad (2.38)$$

Où  $k$  représente le nombre de jours de simulation.

### 3. Modèle et site à l'étude

Dans ce chapitre, une première partie présente sommairement le modèle HYDROTEL. Une attention particulière est portée aux paramètres du modèle qui font l'objet de cette étude. Par la suite, une deuxième partie est consacrée à la représentation du bassin versant retenu pour l'étude de cas.



**Figure 3.1. Positionnement du chapitre « modèle et site à l'étude » dans la structure générale du mémoire**

### 3.1. Modèle hydrologique HYDROTEL

#### 3.1.1. Description du modèle

HYDROTEL (Fortin *et al.* 2001a, b; Turcotte *et al.* 2003, 2007) est un modèle hydrologique distribué pouvant générer des informations spatialisées utiles pour la gestion des bassins versants en simulant différentes composantes du cycle hydrologique. La variabilité spatiale des processus hydrologiques dépend de la topographie, l'occupation du territoire et les types des sols ainsi que la variabilité des données météorologiques. Pour prendre en compte cette variabilité des caractéristiques physiographiques, HYDROTEL utilise la base des données du bassin préparée à l'aide de PHYSITEL

(Rousseau *et al.* 2011; Turcotte *et al.* 2001). L'objectif de PHYSITEL est la détermination de la structure de drainage et la subdivision du bassin versant en unités hydrologiques relativement homogènes (UHRH) de type versant (résultat de la subdivision du sous bassin versant en unité plus petite) ou sous bassin. PHYSITEL se base sur le modèle numérique d'altitude (MNA) pour déterminer la structure de drainage.

En plus de la variabilité spatiale des processus hydrologiques, HYDROTEL prend en considération la variabilité temporelle des différentes entrées. Pour ce faire, il simule les variables hydrologiques en continu pour une période de simulation donnée (Fortin *et al.* 1995). La simulation peut se faire aux pas de temps de trois heures ou journalier, selon la disponibilité des variables d'entrée. Les divers processus hydrologiques actifs au sein du bassin versant, depuis les précipitations jusqu'à l'écoulement en rivière, constituent des sous-modèles d'HYDROTEL (Fortin *et al.* 2001a).

### **3.1.2. Processus hydrologiques et équations utilisées**

Les informations présentées dans cette section proviennent essentiellement de Fortin *et al.* (2001a, b, 1995) et Turcotte *et al.* (2003, 2007). Les processus hydrologiques sont représentés dans HYDROTEL sous forme de six sous-modèles. Chaque sous modèle fonctionne indépendamment des autres. Pour chaque processus hydrologique, plus d'une option de simulation est offerte. Le tableau 3.1 récapitule les six sous-modèles ainsi que les différentes approches pouvant être utilisées.

Les algorithmes des processus hydrologiques en gras dans le Tableau 3.1 sont ceux utilisés lors des simulations réalisées dans le cadre de ce mémoire. Pour plus de détails sur les différents sous modèles ainsi que les algorithmes correspondants, le lecteur peut se référer aux articles de Fortin *et al.* (2001a, b, 1995) et Turcotte *et al.* (2003, 2007).

Tableau 3.1. Sous modèles et algorithmes disponibles dans HYDROTEL

<b>Sous modèles</b>	<b>Algorithmes</b>
1. Interpolation des données météorologiques	<b>1.1. Polygones de Thiessen</b>
	1.2. Moyenne pondérée de trois stations les plus proches
2. Évolution du couvert nival	<b>2.1. Méthode mixte degrés-jours bilan énergétique</b>
	3.1. Thornthwaite (1948)
3. Évapotranspiration potentielle	<b>3.2. Hydro-Québec</b>
	3.3. Linacre (1977)
	3.4. Penman-Monteith (Monteith 1965)
	3.5. Priestley-Taylor (1972)
	<b>4.1. Bilan vertical en trois couches (BV3C)</b>
4. Bilan d'eau vertical	4.2. CEQUEAU
5. Écoulement sur la partie terrestre du bassin	5.1. Onde cinématique
	6.1. Onde cinématique
6. Écoulement par le réseau hydrographique	6.2. Onde diffusante

### **3.2. Bassin versant à l'étude et mise en place d'HYDROTEL**

Le site d'étude choisi est le bassin de la rivière Beaurivage. C'est un sous bassin du bassin de la rivière Chaudière. Il est situé dans la région de la basse Chaudière au sud de Québec. La carte de la Figure 3.2 présente la localisation du bassin. Celui-ci a une superficie de 713 km<sup>2</sup>. L'usage du territoire dominant sur le bassin est l'agriculture. Les terres agricoles occupent 36% du bassin de la Beaurivage (Rousseau *et al.* 2013). Le bassin est caractérisé par un climat continental humide. La précipitation moyenne annuelle pour la période de 1969 à 2009, est de 1025 mm/an. La température moyenne annuelle est de 4.3 °C (Bouda *et al.* 2013).

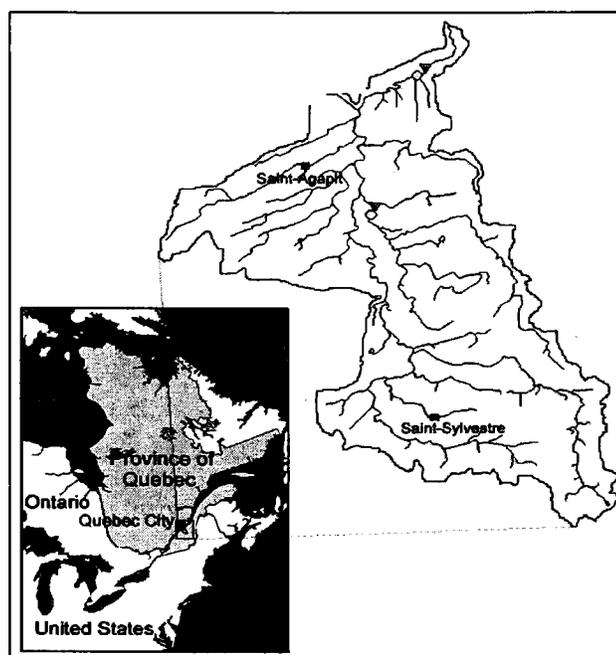


Figure 3.2. Localisation du bassin de la Beaurivage

Dans notre cas d'application, les paramètres associés aux quatre premiers sous-modèles du tableau 3.1 ont été étudiés. PHYSITEL offre la possibilité d'utiliser deux découpages du bassin : en sous bassins et en versants. Dans notre cas d'application, un découpage en versants du bassin de la rivière Beaurivage est utilisé, ce qui fait un total de 1502 UHRH. La simulation HYDROTEL utilisée est d'une durée de 40 ans, du 1<sup>er</sup> octobre 1969 au 1<sup>er</sup> octobre 2009. La période de calage utilisée est la période de 2004 à 2009. Le calage ainsi que la validation du modèle ont été effectués dans le cadre des travaux de Isabelle *et al.* (2011) et Gumiere *et al.* (2013). Pour l'évaluation du calage manuel effectué, différentes métriques ont été utilisées : le coefficient d'efficacité de Nash-Sutcliffe (*NSE*), la différence maximale normalisée (*Pbiais*), la racine de la moyenne de l'erreur au carré (*RMSE*) et le coefficient de corrélation (*R*). Le Tableau 3.2 regroupe les valeurs de chacune de ces métriques pour la validation du calage. On note que les résultats sont satisfaisants. À noter que le *NSE* est de 0,76 sur toute la période de simulation (1969-2009).

Tableau 3.2. Validation de la modélisation HYDROTEL

Métrique	Beaurivage (2004-2009)
<i>NSE</i>	0.8
<i>Pbiais</i>	0.89
<i>RMSE</i> (m <sup>3</sup> /s)	11.87
<i>R</i>	0.89

La valeur de référence  $\theta_{i0}$  de chacun des paramètres (utilisée comme la moyenne  $\mu$  par la suite), obtenue par calage ainsi que l'écart-type associé sont regroupés aux Tableaux 3.3 à 3.5 selon les sous modèles : de couvert nival, d'évapotranspiration potentielle et du bilan vertical d'eau, et d'interpolation des données météorologiques. L'écart-type pour chacun des paramètres est calculé en se basant sur les caractéristiques de la loi normale et en supposant de plus que 99% des valeurs sont comprises entre les valeurs maximale et minimale selon l'équation suivante (Morgenthaler 1997) :

$$\sigma_i = \frac{\max_i - \mu_i}{3} \quad (3.1)$$

La valeur maximale de chacun des paramètres ( $\max_i$ ) est fixée sur la base de notre connaissance du modèle.

Tableau 3.3. Paramètres du sous modèle couvert nival

Paramètres	Description	Valeur de référence	Écart-type (10 <sup>-2</sup> )
<i>FFCO</i>	Taux de fonte dans l'air (mm/jour.°C) Conifères	8	16.6
<i>FFFE</i>	Taux de fonte dans l'air (mm/jour.°C) Feuillus	10	20.8
<i>FFFO</i>	Taux de fonte dans l'air (mm/jour.°C) Milieux ouverts	13	27
<i>STCO</i>	Seuil de fonte (°C) Conifères	1.25	2.5
<i>STFE</i>	Seuil de fonte (°C) Feuillus	0.75	1.5
<i>STFO</i>	Seuil de fonte (°C) Milieux ouverts	-2	4.1
<i>TFN</i>	Taux de fonte neige-sol (mm/jour)	0.5	1
<i>CC</i>	Constante de tassement	0.01	1.6

Tableau 3.4. Paramètres des sous modèles d'évapotranspiration potentielle et du bilan vertical d'eau

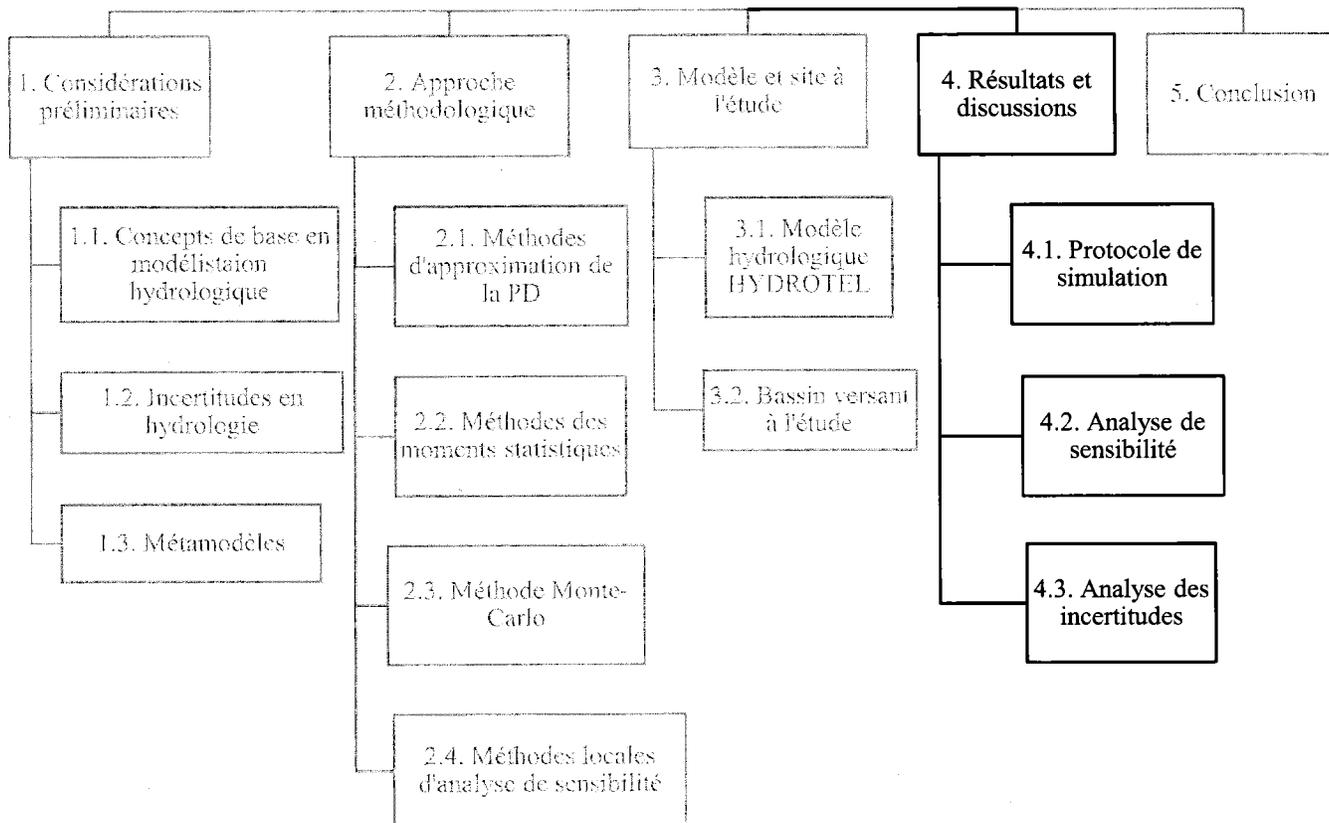
Paramètres	Description	Valeur de référence	Écart-type (10 <sup>-2</sup> )
<i>FETP</i>	Coefficient multiplicatif d'optimisation de l'ETP	0.7	1.5
<i>Z1</i>	Limite inférieure de la couche #1 (m)	0.1	0.25
<i>Z2</i>	Limite inférieure de la couche #2 (m)	0.2	0.42
<i>Z3</i>	Limite inférieure de la couche #3 (m)	1.5	3.17
<i>REC</i>	Coefficient de récession (m/h)	10 <sup>-5</sup>	2*10 <sup>-5</sup>
<i>DES</i>	Coefficient d'extinction	0.6	1.25
<i>VHMAX</i>	Variation maximale de l'humidité relative par pas de temps	0.31	0.67

Tableau 3.5. Paramètres d'interpolation des données météorologiques

Paramètres	Description	Valeur de référence	Écart-type (10 <sup>-2</sup> )
<i>TPPN</i>	Température de passage de la pluie en neige (°C)	-0.25	0.5
<i>GVP</i>	Gradient vertical des précipitations (mm/100m)	0.5	1.08
<i>GVT</i>	Gradient vertical de la température (°C/100m)	-0.5	1.08

## 4. Résultats et discussions

Dans la première partie de ce chapitre, sont présentés les résultats de l'analyse de sensibilité. Par la suite, les méthodes locales d'analyse d'incertitudes sont appliquées. Une analyse comparative des différentes méthodes est également effectuée (voir Figure 4.1).



**Figure 4.1. Positionnement du chapitre « Résultats et discussions » dans la structure générale du mémoire**

### 4.1. Rappel du protocole de simulation

La simulation de référence est réalisée en considérant les valeurs de paramètres établies suite au calage manuel du modèle HYDROTEL sur le bassin de la rivière Beaurivage, dans le cadre des travaux d'Isabelle *et al.* (2011) et Gumiere *et al.* (2013). Dix-huit paramètres sont considérés (voir Tableaux 3.3 à 3.5). Tel que mentionné à la section 3.1.3, un découpage en versants est utilisé pour effectuer la simulation de référence. La période de simulation s'étend sur 40 ans : de 1969 à 2009 avec un pas de temps journalier.

## 4.2. Analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité effectuée sur les paramètres d'HYDROTEL vise à identifier les paramètres les plus influents sous diverses conditions hydrologiques. Pour ce faire, les valeurs des paramètres ont été modifiées un à la fois, les autres étant fixés à leur valeur de référence. Dans un premier temps, en se basant sur les conclusions des travaux de Brun *et al.* (2001) et Bouda *et al.* (2013), une modification de  $\pm 25\%$  de la valeur absolue de la valeur de référence a été choisie. Par la suite, des modifications de  $\pm 12.5\%$  et  $\pm 6.25\%$  sur la valeur de référence de chacun des paramètres ont été testées. Les résultats montrent qu'une variation de  $\pm 6.25\%$  sur les paramètres engendre des variations relatives importantes sur les débits. Donc, tout le long de l'étude la variation de 6.25% de la valeur de référence est retenue. Le Tableau 4.1 résume les variations considérées pour chacun des paramètres

Tableau 4.1. Valeur de référence ( $\theta$ ) et incertitude ( $\Delta\theta$ ) pour chaque paramètre du modèle

HYDROTEL (pour les unités voir tableaux 3.3 à 3.5)		
Paramètre	Valeur de référence ( $\theta_{ref}$ )	$\Delta\theta$
<i>FFCO</i>	8	0.5
<i>FFFE</i>	10	0.62
<i>FFFO</i>	13	0.81
<i>STCO</i>	1.25	0.07
<i>STFE</i>	0.75	0.04
<i>STFO</i>	-2	-0.12
<i>TFN</i>	0.5	0.03
<i>CC</i>	0.05	$6 \cdot 10^{-4}$
<i>FETP</i>	0.7	0.04
<i>Z1</i>	0.1	$6 \cdot 10^{-3}$
<i>Z2</i>	0.2	0.01
<i>Z3</i>	1.5	0.09
<i>REC</i>	$1.05 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-7}$
<i>DES</i>	0.6	0.03
<i>VHMAX</i>	0.31	0.02
<i>TPPN</i>	-0.25	-0.01
<i>GVP</i>	0.5	0.03
<i>GVT</i>	-0.5	-0.03

Afin d'étudier la sensibilité des paramètres, des indicateurs hydrologiques spécifiques sont utilisés :

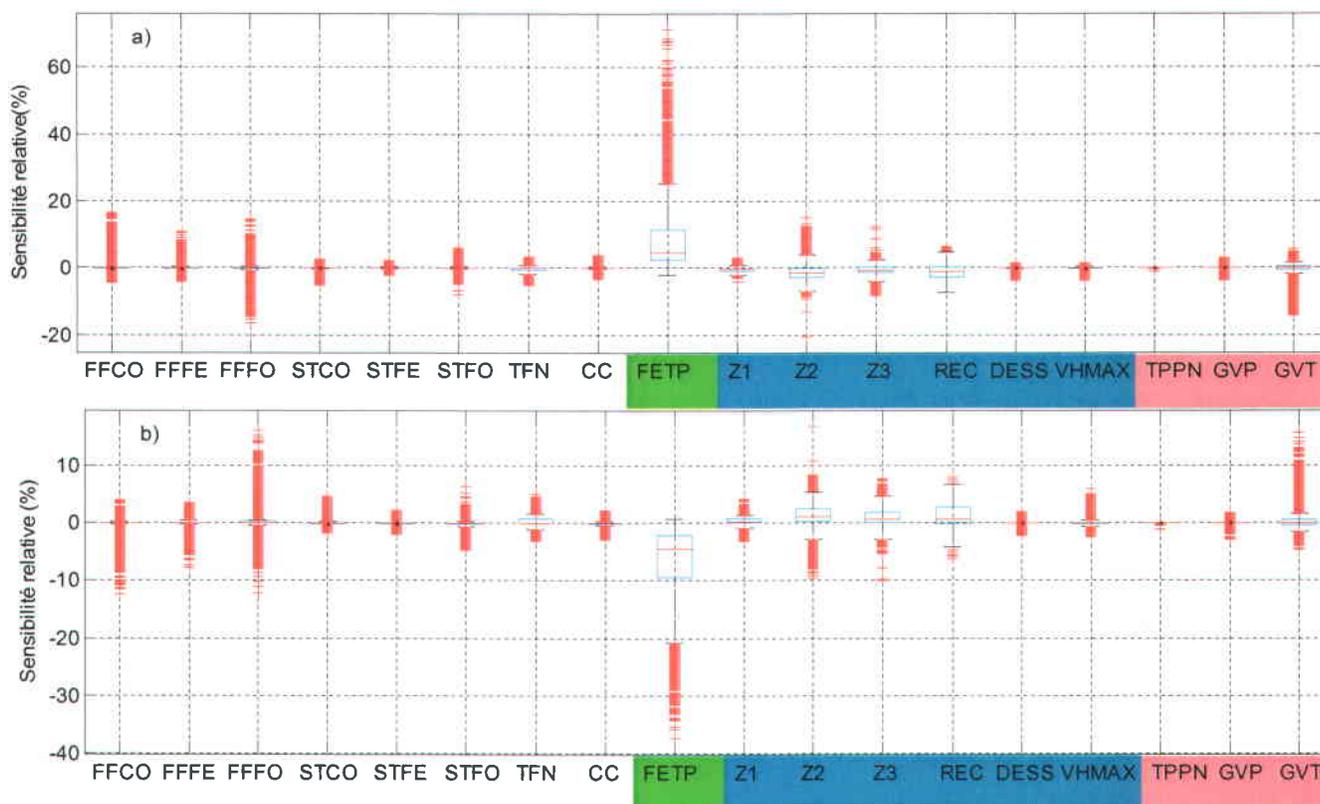
- Débits d'étiage de durée 7 jours pour différentes périodes de retour : le minimum annuel de la moyenne mobile des débits de 7 jours consécutifs
  - $Q_{2,7}$  : débit d'étiage de durée 7 jours et de période de retour 2 ans
  - $Q_{5,7}$  : débit d'étiage de durée 7 jours et de période de retour 5 ans
  - $Q_{10,7}$  : débit d'étiage de durée 7 jours et de période de retour 10 ans
- Débits de crue pour différentes périodes de retour
  - $Q_2$ : débit de crue de période de retour 2 ans
  - $Q_5$ : débit de crue de période de retour 5 ans
  - $Q_{10}$ : débit de crue de période de retour 10 ans
  - $Q_{20}$ : débit de crue de période de retour 20 ans
- Série des débits journaliers pour toute la période de simulation

#### 4.2.1. Étude de la sensibilité des débits journaliers

Généralement les analyses de sensibilité sont faites en considérant des séries sur 4 ou 5 ans ou même moins (Herman et al. 2013b). Ce qui distingue notamment les travaux présentés dans ce mémoire des travaux antérieurs d'analyse de sensibilité classique est qu'elle considère une période de 40 ans de simulations (1969-2009), ce qui permet de prendre en considération, à la fois, les variabilités intra-annuelles (saisonniers) et interannuelles de la sensibilité du modèle vis-à-vis ses paramètres.

La Figure 4.2 présente les distributions des sensibilités relatives (équation 2.36) sous forme de « *boxplots* » suite à une modification de  $\pm 6.25\%$  sur les paramètres. La Figure 4.3 présente la distribution des contributions élémentaires des paramètres à la variation de débit ( $\eta_{ji}$ ). Pour chaque boxplot, les points rouges représentent des journées particulières pour lesquelles la contribution des paramètres à la variation relative de débits est extraordinaire, l'étendue de la boîte représente les deux quartiles 25% et 75% et le trait au milieu de la boîte représente la médiane. Chaque couleur sur l'axe des abscisses représente le sous modèle auquel appartient le paramètre à l'étude. La Figure 4.2 montre que le paramètre le plus influent est le *FETP* : la moyenne associée à ce paramètre est significativement différente de zéro. Une augmentation de 6.25% de ce dernier engendre une sensibilité relative atteignant, pour des journées particulières, plus de 60%. Une diminution du *FETP* engendre une variation relative importante sur les débits qui peut atteindre -35%. Le *FETP* est le paramètre qui gouverne globalement la réponse hydrologique. D'autres paramètres peuvent aussi dominer la réponse hydrologique à certains

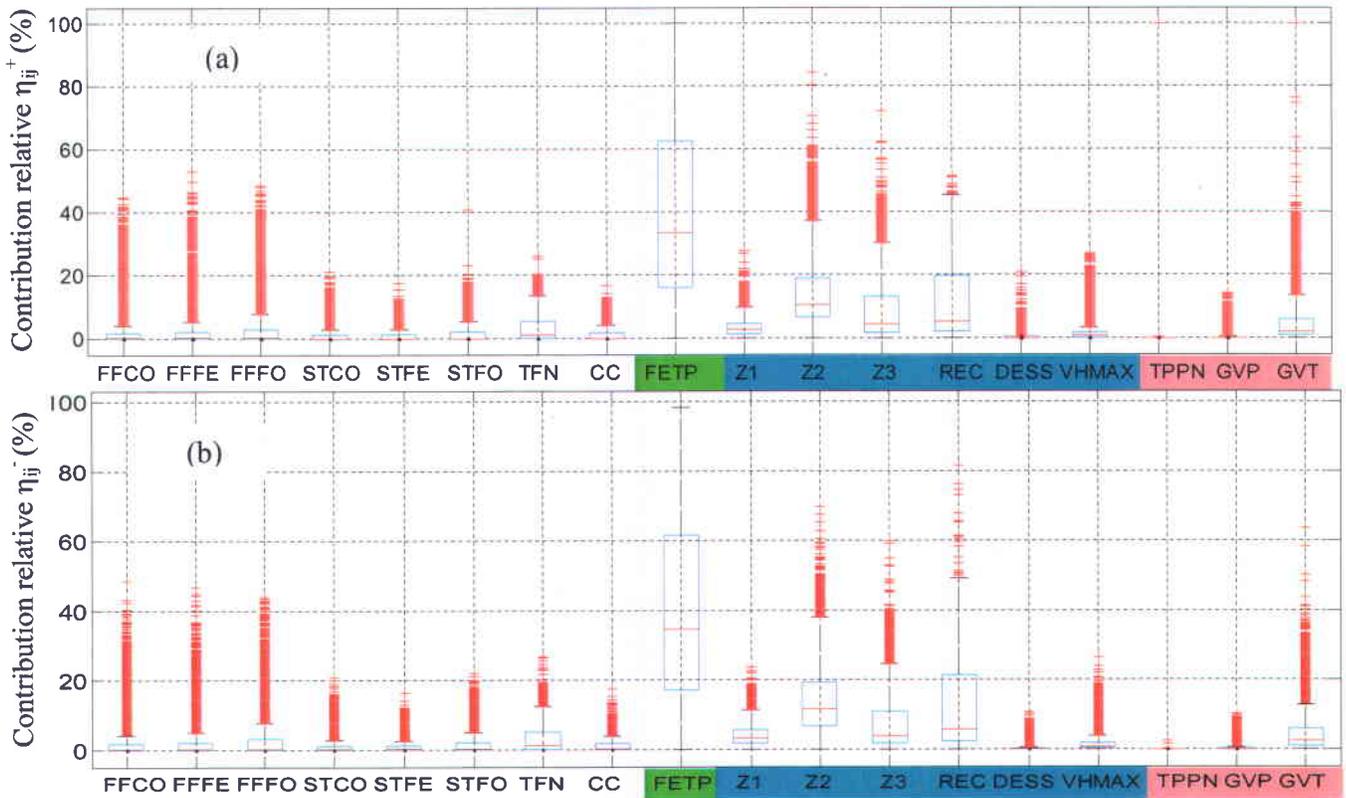
moments clés de l'année. Leur sensibilité relative pourra alors être importante. Elle dépend des caractéristiques hydrométéorologiques et des processus hydrologiques en jeu.



**Figure 4.2. Sensibilité relative ( $SR_{ij}$ ) des paramètres pour : (a) une diminution des valeurs de paramètres de 6.25% et (b) une augmentation des valeurs de paramètres de 6.25% (sur l'axe des x : blanc, évolution du couvert nival; vert, évapotranspiration potentielle; bleu, bilan d'eau vertical; rose, interpolation des données météorologiques)**

La Figure 4.3 montre que le paramètre ayant la contribution la plus importante tant sur la variation maximale que sur la variation minimale du débit, est également le *FETP*. La médiane de ses contributions relatives est égale à 38%, elle est supérieure aux médianes des contributions des autres paramètres. En plus, sa contribution sur la variation de débit ( $\eta_{ij}^+$  et  $\eta_{ij}^-$ ) atteint pour certains jours 60%. Ceci permet de conclure que le *FETP* détermine globalement la réponse du modèle. Les paramètres associés au bilan d'eau vertical, essentiellement *Z2*, *Z3* et le *REC*, ont également des impacts importants sur les variations des débits. Leurs contributions élémentaires peuvent atteindre 20%. Pour le reste des paramètres, la médiane des contributions élémentaires à la variation maximale ou minimale est

généralement négligeable. Cependant, pour des journées particulières, cette contribution peut devenir importante et atteindre plus de 40%.



**Figure 4.3. Contribution relative élémentaire des différents paramètres à : (a) la variation positive maximale de débit  $\eta_{ij}^+$  et (b) la variation négative maximale de débit  $\eta_{ij}^-$**

Pour mieux discriminer cet effet et établir les relations entre les paramètres les plus sensibles et les processus en jeu, une étude saisonnière a été menée.

Pour chaque saison (automne : 21/09 au 20/12; hiver : 21/12 au 20/03; printemps : 21/03 au 20/06; été : 21/06 au 20/09), on a présenté les contributions élémentaires de chacun des paramètres à la variation relative maximale de débit.

La Figure 4.4 présente les *boxplots* des contributions élémentaires de chacun des paramètres aux variations relatives maximales des débits pour chaque saison. Durant la période estivale, l'évapotranspiration est le processus hydrologique le plus important se produisant au niveau du bassin versant. Le *FETP* est un facteur multiplicatif de l'évapotranspiration potentielle. De ce fait, la variation du *FETP* induit les variations les plus importantes sur le débit. L'augmentation du *FETP* prive le bassin versant d'eau et mène à un déficit hydrique et à une diminution des débits. L'inverse se produit lors d'une diminution du *FETP*. Ensuite, on retrouve, par ordre d'importance : *REC*, *Z3* et *Z2*. Pour les

limites inférieures des 1<sup>ère</sup>, 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> couches, ces paramètres étaient modifiés de telle sorte que l'épaisseur de la colonne du sol reste inchangée. L'augmentation de *Z2* et *Z3* se traduit, selon le cas, par une diminution ou une augmentation des débits. Pour les journées des pics des crues estivales causées par une succession d'épisodes pluvieux, l'augmentation de *Z2* ou *Z3* favorise les écoulements verticaux par rapport aux écoulements latéraux. Leur augmentation engendre donc une diminution des débits. Durant les situations d'étiages sévères, les 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> couches alimentent les écoulements et leur augmentation induit une augmentation des débits en rivière.

Durant la période automnale, les paramètres *FETP*, *Z2* et *Z3* ont les contributions les plus importantes sur les variations relatives des débits : avec une contribution relative plus faible des paramètres *Z3* et *REC*. En plus, la limite inférieure de la 1<sup>ère</sup> couche ainsi que le gradient vertical de la température ont provoqué des variations moyennes sur les débits supérieures à 6.25% (*i.e.* la variation induite sur le paramètre lui-même).

Durant la période hivernale, les paramètres *FETP*, *Z2*, *Z3*, *REC* et *GVT* sont les plus influents et dans une moindre mesure les paramètres *FFFO*, *STFO* et *TFN*. La sensibilité du modèle aux paramètres *FFFO* et *STFO* s'explique par le fait que la fonte est plus rapide pour le milieu ouvert que pour les autres occupations (feuillus et conifères) et dépend également de l'étendue de chacun de ces occupations. Parmi les paramètres ayant un impact important durant l'hiver, le *FETP* occupe le premier rang au niveau de la contribution aux variations relatives des débits. Ceci est dû d'une part à la sensibilité automnale élevée qui se transpose durant l'hiver, et d'autre part à l'utilisation de l'équation d'HYDRO-QUÉBEC pour l'estimation de l'évapotranspiration potentielle, qui se base uniquement sur les températures minimale et maximale journalières et qui peut mener à une surestimation de l'évapotranspiration potentielle. La Figure 4.6 montre que pour la période hivernale cette équation produit des valeurs d'évapotranspiration potentielle se situant entre 0 et 1.5 mm/jour par rapport aux valeurs annuelles qui varient entre 0 et 6.5 mm/jour. La médiane de l'ETP durant l'hiver est égale à 0.5 mm/jour. Comparée à la médiane annuelle, qui est égale à 1 mm/jour, il s'agit d'une valeur importante, donc l'évapotranspiration potentielle est bien ressentie même durant l'hiver. Ceci explique la sensibilité hivernale importante du modèle par rapport au *FETP*.

Durant le printemps, c'est essentiellement la fonte du couvert nival qui domine les processus physiques sur le bassin versant. De ce fait, on retrouve les paramètres associés au couvert nival, particulièrement *FFCO*, *FFFE*, *FFFO* et *TFN* comme paramètres les plus sensibles qui s'ajoutent aux paramètres *FETP*, *Z2*, *Z3*, *REC* et *GVT*. Pour les seuils de température de fonte, ce sont des paramètres

influent durant la période printanière. Cependant, il s'agit d'une influence ponctuelle. Ils influencent le rythme de la fonte et son moment, mais, ils n'ont pas d'influence sur le volume de l'hydrogramme.

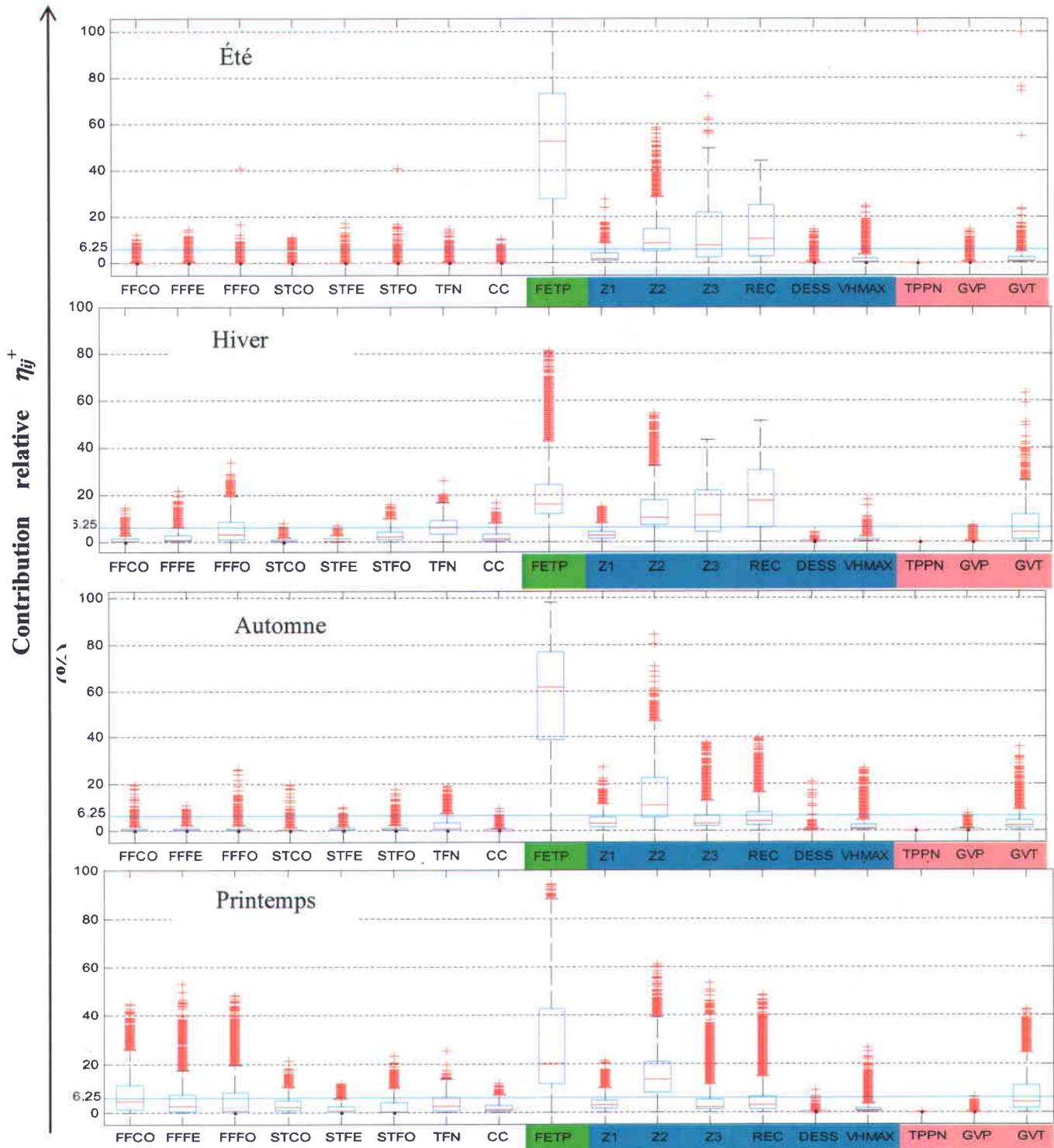


Figure 4.4. Contribution élémentaire saisonnière des paramètres à la variation positive maximale de débit pour une variation de 6.25% sur les paramètres

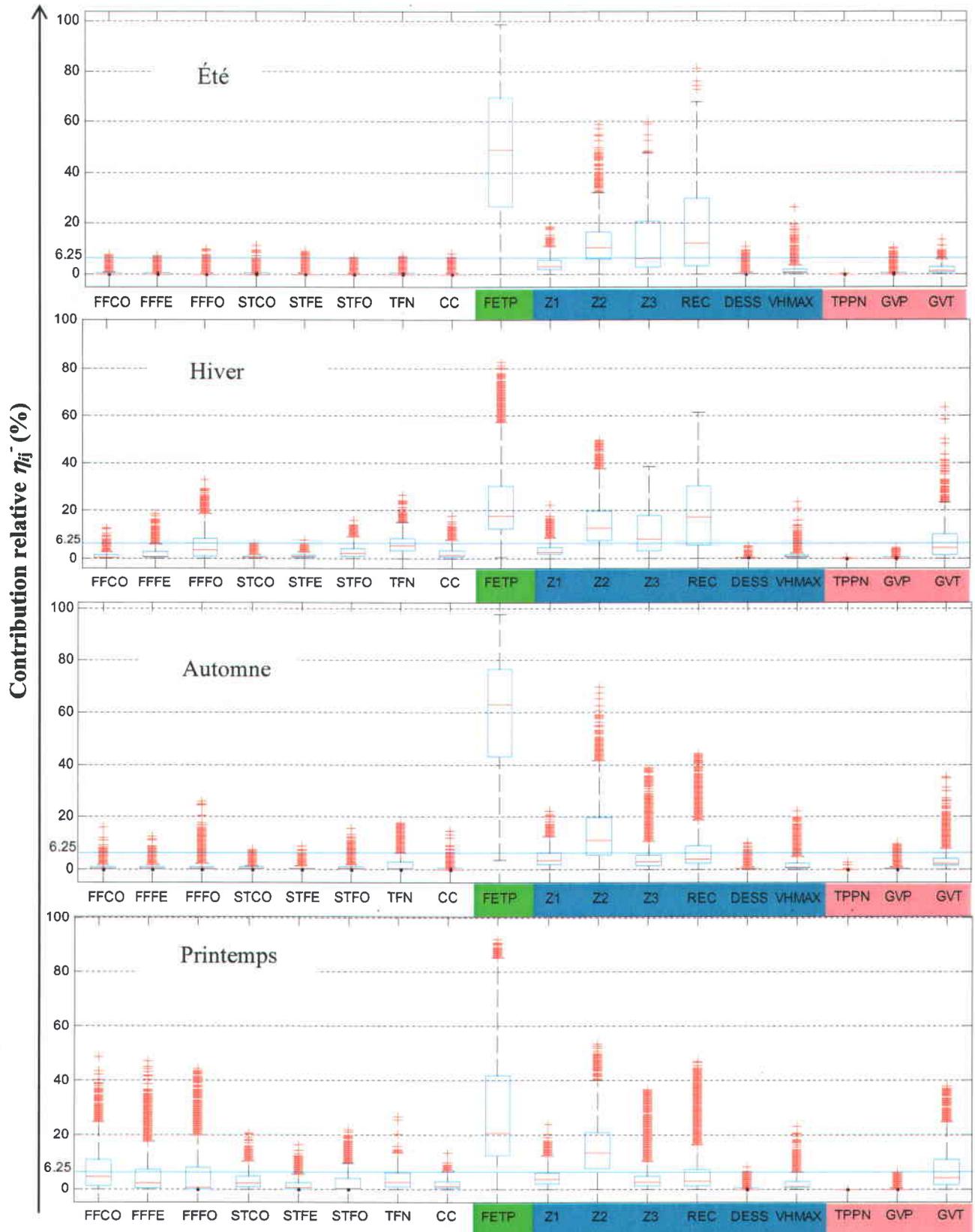
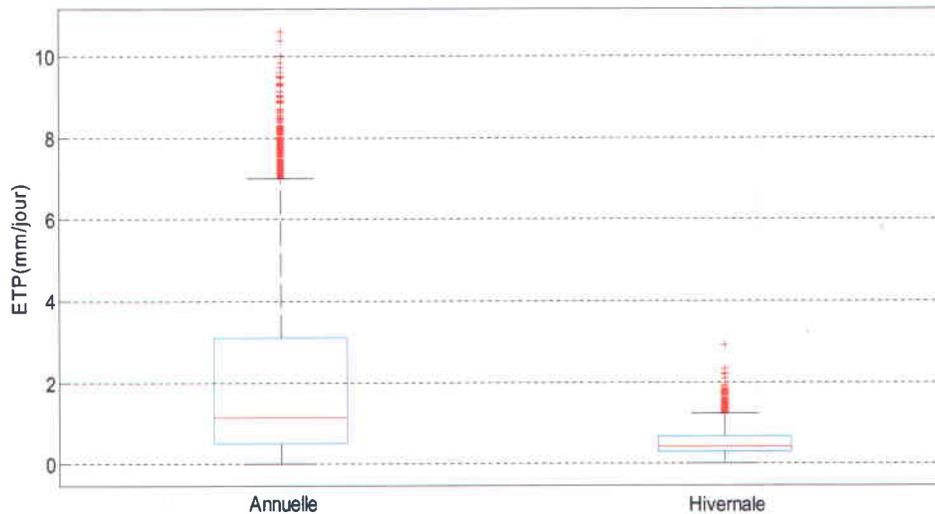


Figure 4.5. Contribution élémentaire saisonnière des paramètres à la variation négative maximale de débit pour une variation de 6.25% sur les paramètres



**Figure 4.6. Boxplot de l'évapotranspiration potentielle moyenne estimée par l'équation d'HYDRO-QUÉBEC**

La Figure 4.5 présente les « *boxplots* » des contributions élémentaires de chacun des paramètres aux variations relatives maximales négatives des débits pour chaque saison. Pour chacune des saisons, on retrouve les mêmes paramètres les plus influents déterminées dans le cas de la contribution sur la variation maximale de débit.

Les Figures 4.4 et 4.5 montrent que les paramètres associés au bilan d'eau vertical (*BV3C*) réagissent de la même façon en situation d'étiage estival et hivernal. Les contributions relatives élémentaires sont de même ordre de grandeur. Le même effet miroir est retrouvé en situation de crue durant le printemps et l'automne.

Le Tableau 4.2 présente le classement des paramètres les plus influents pour chaque saison par ordre décroissant d'importance ( $\delta_j$  décroissant). Ce classement a été estimé en se basant à la fois sur l'indice de sensibilité et la contribution élémentaire à la variation relative des débits. Un paramètre est influent lorsque le  $\delta_j$  correspondant (équation 2.38) est important. L'analyse de sensibilité effectuée au cours de cette étude vient confirmer le découpage de l'espace paramétrique proposé par Turcotte et *al.* (2003), dans le cadre du calage multi-objectif manuel d'HYDROTEL. Ce découpage est fait à partir de l'expérience de l'hydrologue et non à partir d'une analyse de sensibilité. L'analyse de sensibilité a donc permis de corroborer objectivement cette stratégie de calage du modèle.

Tableau 4.2. Classification des paramètres les plus influents et valeurs de  $\delta_j$

		$\delta$							
		Printemps		Hiver		Été		Automne	
<i>FETP</i>	6.19	<i>FETP</i>	6.0	<i>FETP</i>	11.19	<i>FETP</i>	14.17		
<i>Z2</i>	2.81	<i>REC</i>	3.0	<i>REC</i>	2.57	<i>Z2</i>	2.58		
<i>GVT</i>	2.35	<i>Z2</i>	2.4	<i>Z2</i>	2.32	<i>REC</i>	1.59		
<i>FFFO</i>	2.19	<i>GVT</i>	2.19	<i>Z3</i>	2.15	<i>Z3</i>	1.23		
<i>FFCO</i>	2.17	<i>FFFO</i>	2.03						
<i>FFFE</i>	1.57								

#### 4.2.2. Étude de la sensibilité relative des indicateurs hydrologiques

Le calcul des indicateurs hydrologiques pour différentes périodes de retour s'effectue en utilisant une distribution statistique. Pour se faire, le logiciel HYFRAN (Chaire en hydrologie statistique 2002) est utilisé. Ce logiciel permet d'ajuster aux données différentes distributions statistiques et de les comparer entre elles. Pour le choix du meilleur ajustement, nous avons utilisé les critères d'information bayésien (BIC) et d'Akaike (AIC). Les distributions testées sont : Gumbel, Gamma, valeur extrême généralisée (*GEV*) et normale, et ceci pour les débits de crue et d'étiages pour différentes périodes de retour. Le résultat de la comparaison de ces quatre distributions est présenté aux Tableaux 4.3 et 4.4. La meilleure distribution est celle ayant le BIC et l'AIC les plus faibles. Dans ce cas d'étude, la loi Gumbel est la loi la plus adéquate pour l'ajustement des indicateurs de crue. Pour les indicateurs d'étiage, l'ajustement le plus adéquat correspond à la loi Gamma.

Tableau 4.3. Distributions statistiques testées sur les débits de crue: BIC et AIC associés (en gras : la distribution choisie pour l’ajustement des débits de crue)

Distribution	BIC		AIC	
	$Q_{jj}$	$Q_{jd}$	$Q_{jj}$	$Q_{jd}$
<b>Gumbel</b>	<b>408</b>	<b>411</b>	<b>405</b>	<b>407</b>
Gamma	410	415	406	412
GEV	411	426	407	422
Normale	409	416	405	411

$Q_{jj}$  : Débit de crue calculé pour la période janvier-juin

$Q_{jd}$  : Débit de crue calculé pour la période juillet-décembre

Tableau 4.4. Distributions statistiques testées sur les débits d’étéage: BIC et AIC associés (en gras : la distribution choisie pour l’ajustement des débits d’étéage  $Q_7$ )

Distribution	BIC	AIC
Gumbel	-2	-6
<b>Gamma</b>	<b>-6</b>	<b>-9</b>
GEV	-4	-8
Normale	-1	-6

$Q_7$  : Débit d’étéage d’occurrence 7 jours

Pour calculer la sensibilité relative ( $SR_j$ ) des indicateurs hydrologiques (d’étéages et de crues), suite à une modification de  $\pm 6.25\%$  des paramètres, chacun des indicateurs a été estimé en utilisant la série de débit de référence et les séries de débit simulés en augmentant les paramètres de  $+6.25\%$  et en les diminuant de  $-6.25\%$ . Soient  $\{Q_i\}_0$ ,  $\{Q_{ij}\}^+$  et  $\{Q_{ij}\}^-$ , respectivement, la série des débits journaliers ( $i$ ) de référence, la série obtenue en augmentant le paramètre  $j$  de  $6.25\%$  et la série obtenue en diminuant le paramètre  $j$  de  $6.25\%$ . Pour chacune de ces séries, s’il s’agissait donc de déterminer la valeur d’un indicateur d’étéage à partir des séries annuelles de débits minimum sur 7 jours, notées  $\{Q_7\}_0$ ,  $\{Q_7\}_j^+$  et  $\{Q_7\}_j^-$ . Dans le cas de l’indicateur de crue, les séries annuelles de débits maximaux ont été utilisées. Ensuite, une distribution statistique était ajustée à chacune de ces séries. À partir de cette distribution, on estime les quantiles correspondants à différentes périodes de retour. Pour chaque période de retour  $T$ , trois quantiles sont obtenus :  $q_0$  : quantile calculé en utilisant la série de débits de références,  $q_j^+$  :

quantile calculé en utilisant la série de débits produite suite à une augmentation de 6.25% des valeurs des paramètres et  $q_j^-$  : quantile calculé en utilisant la série de débits produite suite à une diminution de 6.25% des valeurs des paramètres, où  $\theta_j$  désigne le paramètre étudié. La sensibilité relative de l'indicateur vis-à-vis les paramètres du modèle était calculée selon l'équation :

$$SR_j^\pm = \frac{\theta_{j0}}{q_0} \frac{q_j^\pm - q_0}{2\delta\theta_j} \quad (4.1)$$

Les Figures 4.7 et 4.8 présentent respectivement la sensibilité relative ( $SR_j$ ) des indicateurs hydrologiques pour une augmentation et une diminution de 6.25% des paramètres.

Selon la Figure 4.7, les paramètres ayant plus d'impact sur les débits d'étiage sont : *REC* (sensibilité relative de 75% pour la période de retour 2 ans, 79% pour la période de retour 5 ans et 81% pour la période de retour 10 ans), *Z3* (sensibilité relative de 67% pour la période de retour 2 ans, 79% pour la période de retour 5 ans et 85% pour la période de retour 10 ans) et *FETP* (sensibilité relative de -40% pour la période de retour 2 ans, -45% pour la période de retour 5 ans et -47% pour la période de retour 10 ans ). Ceci peut être justifié de la même façon que pour la période estivale présentée précédemment. En effet, en situation d'étiage, le système manque d'eau et donc l'augmentation du *FETP* va le priver davantage d'eau. Dans ce cas, ce sont les paramètres *REC* et *Z3* ont le plus d'impact sur l'écoulement de base. Ainsi, ces deux paramètres ont un effet important sur les débits d'étiage. Pour la situation de crue, elle est surtout engendrée par la fonte du couvert nival et donc ce sont les taux de fonte qui ont un impact sur les débits de crue (sensibilité relative entre 15% et 39%) aussi important que celui du *FETP* (sensibilité relative de -40% pour la période de retour 2 ans et -38% pour la période de retour 10 ans), mais on retrouve également *Z2* et *Z3* avec un moindre impact (sensibilités relatives de 10% à 20%).

Dans le cas d'une diminution de 6.25% sur les paramètres (Figure 4.8), on retrouve les mêmes paramètres les plus influents, tant pour les indicateurs d'étiages que pour les indicateurs de crues, que ceux pour une augmentation de 6.25% sur les paramètres. Dans le cas d'une diminution des paramètres, la sensibilité varie dans le sens inverse que celui dans le cas d'une augmentation. Par exemple, une augmentation du *FETP* engendre une sensibilité relative négative tant pour les étiages que les crues, alors qu'une diminution de ce dernier engendre une sensibilité positive.

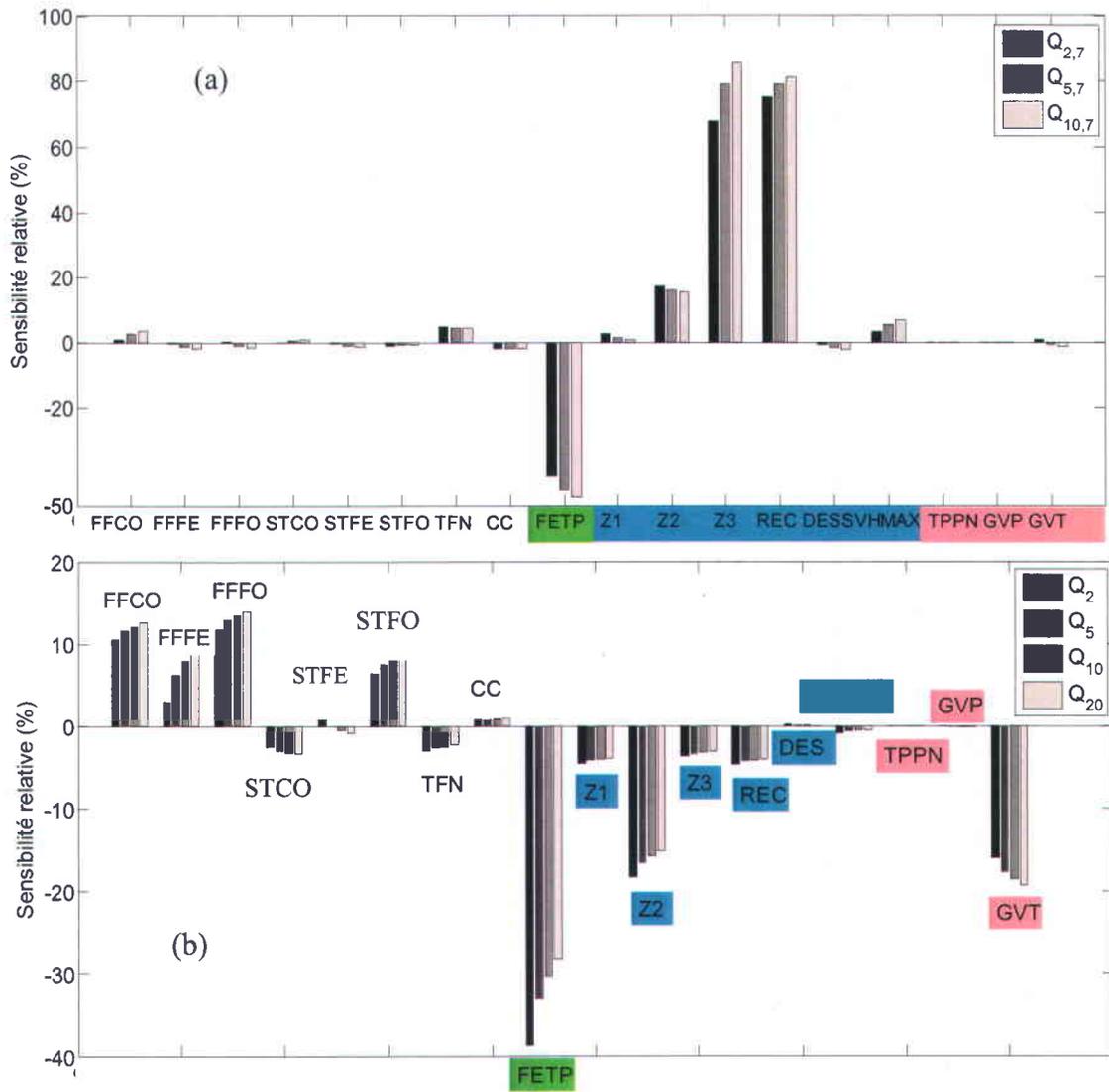
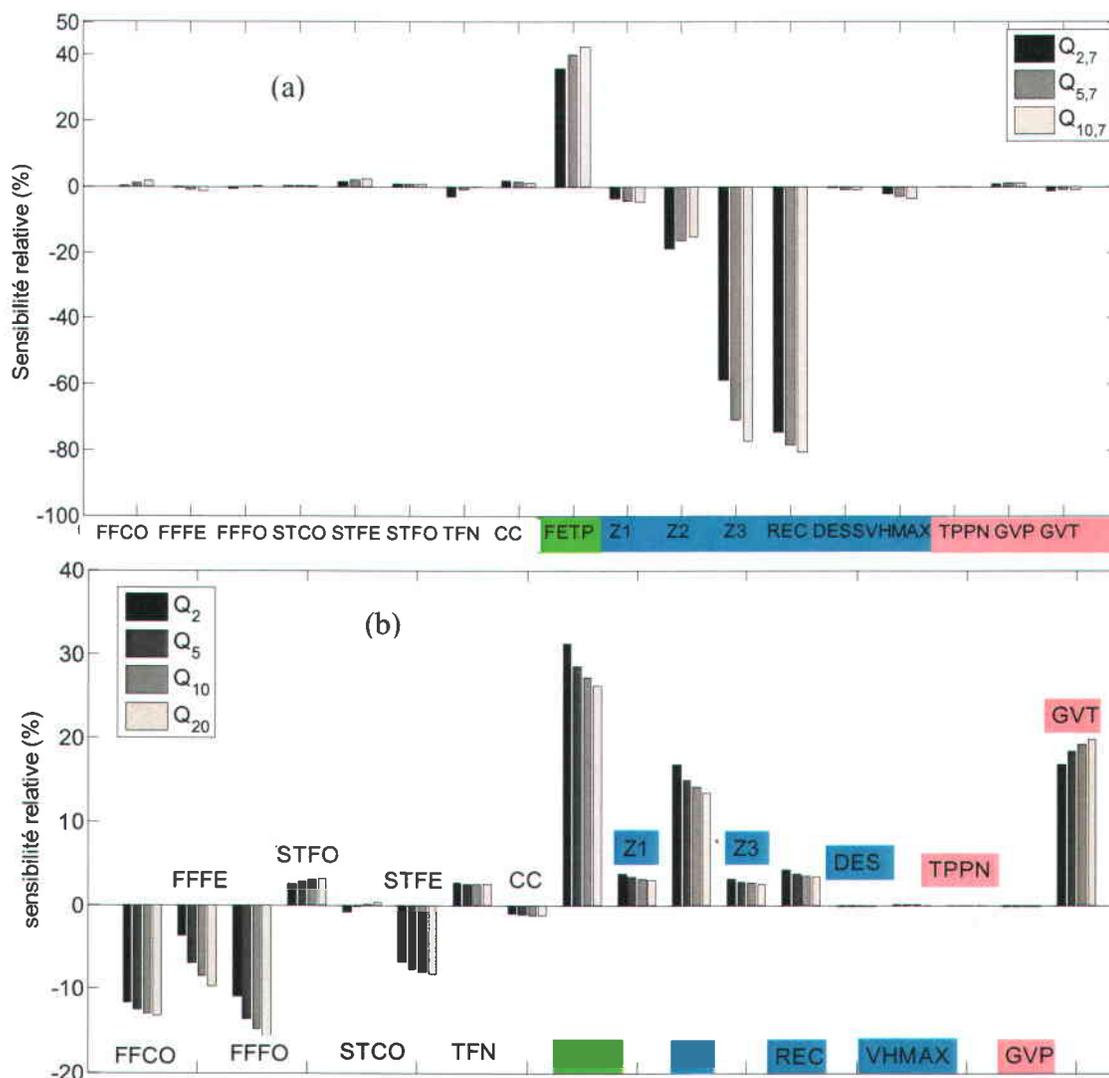


Figure 4.7. Impact d'une augmentation de 6.25% des paramètres sur les indicateurs hydrologiques: (a) étiages et (b) crues



**Figure 4.8. Impact d'une diminution de 6.25% des paramètres sur les indicateurs hydrologiques: (a) étiages et (b) crues**

À partir des Figures 4.7 et 4.8, en situation de crue et pour certains paramètres (*FETP*, *Z1*, *Z2*, *Z3* et *REC*), la sensibilité relative diminue lorsque la période de retour augmente. Ceci s'explique par le fait que la valeur de débit de référence augmente lorsque la période de retour augmente et puisque la sensibilité relative est inversement proportionnelle au débit de référence, cette sensibilité diminue lorsque la période de retour augmente. Pour les indicateurs d'étiage, la valeur de débit diminue lorsque la période de retour augmente et donc la sensibilité relative augmente avec la période de retour.

### 4.3. Analyse des incertitudes

#### 4.3.1. Validation du métamodèle 6.25% d'ordre 2

L'analyse des incertitudes effectuée est basée sur le métamodèle d'ordre 2 donnée par l'équation (2.9), construit à partir d'une variation de 6.25% (augmentation et diminution) des valeurs des paramètres. Avant d'appliquer les différentes méthodes d'analyse présentées au chapitre 2, on a procédé à la validation du métamodèle construit. Pour ce faire, on a fait des simulations en utilisant HYDROTEL avec des valeurs des paramètres augmentées de 25%. Le choix du 25% s'explique par le fait que les simulations HYDROTEL ont été faites pour cette variation des paramètres lors de l'analyse de sensibilité. On obtient une série de débits  $\{Q_{HYDROTEL}(\theta_0+25\%\theta_0)\}_j$ . Puis, on a utilisé les mêmes valeurs des paramètres (modifiés de 25%) qu'on a injectées dans notre métamodèle pour calculer les débits. On obtient une série de débits journaliers, pour la période de 1969 à 2009, calculés par le métamodèle 6.25%, en augmentant les valeurs de chacun des paramètres de 25%  $\{Q_{meta}(\theta_0+25\%\theta_0)\}_j$ . Par la suite, on a calculé le critère (*NS*) de performance Nash-Sutcliffe (Nash et Sutcliffe 1970) selon l'équation (4.2) et ceci pour chaque année de simulation c'est-à-dire pour la période 1969-2009.

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (Q_{meta}^{6.25\%}(i) - Q_{HYDROTEL}(i))^2}{\sum_{i=1}^k (Q_{HYDROTEL}(i) - \bar{Q}_{HYDROTEL})^2} \quad (4.2)$$

Avec :  $k$  : nombre de jour de simulation

$Q_{meta}^{6.25\%}$  : débit calculé en utilisant le métamodèle 6.25%.

$Q_{HYDROTEL}$  : débit simulé par HYDROTEL

La Figure 4.9 présente le boxplot du coefficient *NS* calculé pour la validation du métamodèle d'ordre 2. Chaque boîte représente un *NS* calculé pour 40 ans de simulation et ceci pour chacun des 18 paramètres. Pour tous les paramètres, à l'exception du *FETP*, le *NS* est supérieur à 0.9. Donc pour ces paramètres le métamodèle reproduit assez bien la réponse d'HYDROTEL. Les résultats sont satisfaisants pour le *FETP*, la médiane de *NS* est 0.85. Donc, la performance du métamodèle d'ordre 2 demeure satisfaisante. En conclusion, le métamodèle d'ordre 2, ainsi développé, est validé c'est-à-dire il reproduit assez bien la réponse d'HYDROTEL.

Afin de mieux concrétiser l'adéquation entre les débits calculés par le métamodèle 6.25% d'ordre 2 et les débits simulés par HYDROTEL suite à une modification de 25% des valeurs des paramètres, les écarts relatifs entre les deux séries de débits sont calculés :

$$\text{Écart}_{ij}(\%) = \frac{Q_{\text{meta}}^{6.25\%}(i,j) - Q_{\text{HYDROTEL}}(i,j)}{Q_{\text{HYDROTEL}}(i,j)} * 100 \quad (4.3)$$

Avec :  $i$  : indice de la journée et  $j$  : indice du paramètre

La Figure 4.10 illustre que la médiane des écarts relatifs est nulle pour tous les paramètres. Pour tous les paramètres (sauf le *FETP*), les écarts relatifs sont inférieurs à 10%. Pour le *FETP*, pour des journées particulières, ces écarts peuvent atteindre plus que 45%. Ces résultats confirment le fait que le métamodèle 6.25% d'ordre 2 reproduit bien la réponse du vrai modèle : HYDROTEL.

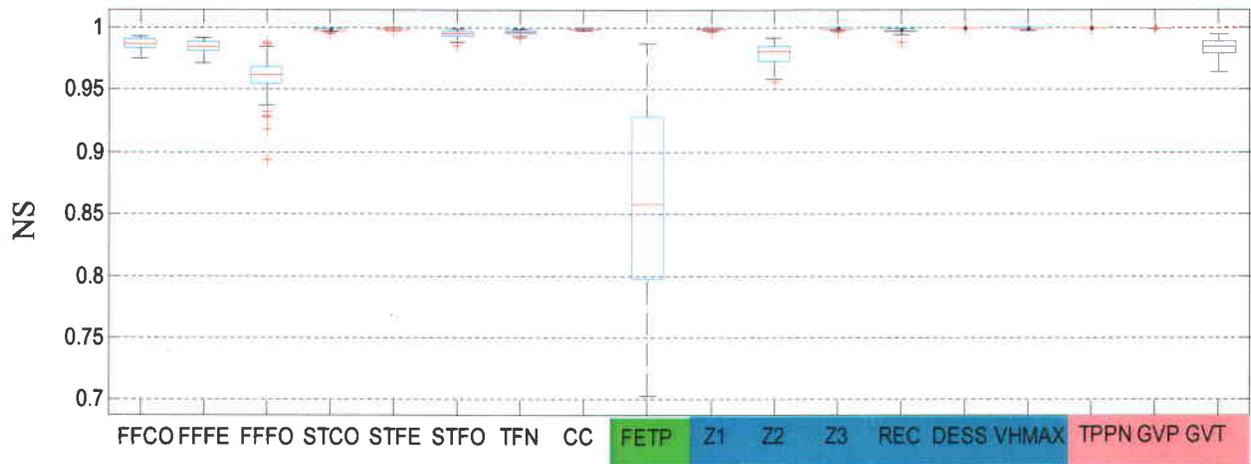


Figure 4.9. Boxplot du coefficient *NS*

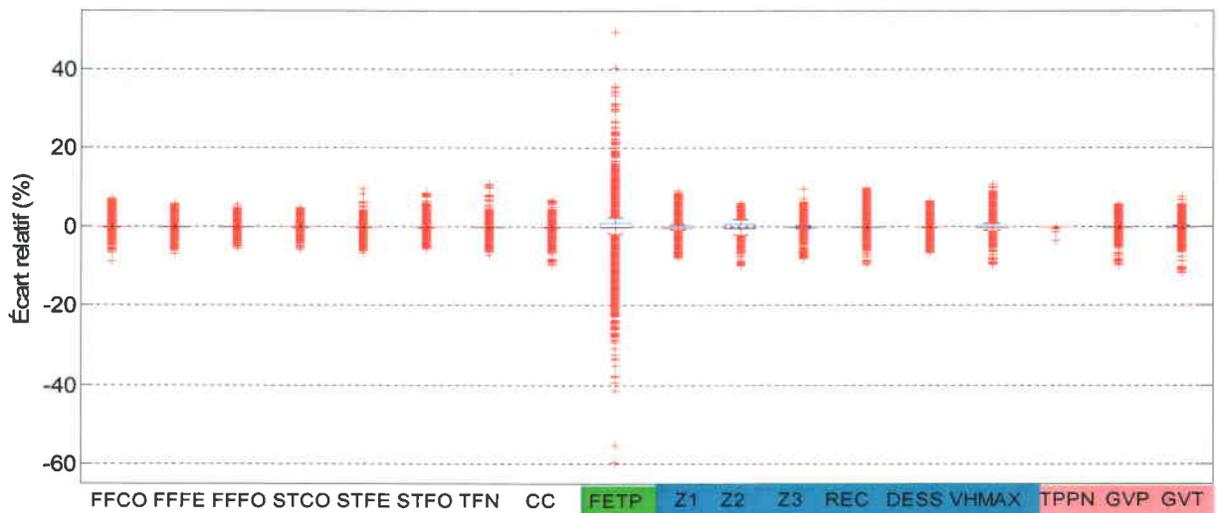


Figure 4.10. Boxplots des écarts relatifs entre les débits simulés par le métamodèle 6.25% et HYDROTEL suite à une modification de 25% des valeurs des paramètres

### 4.3.2. Étude de la linéarité de la réponse vis-à-vis des paramètres

Avant de commencer l'étude comparative entre les différentes méthodes d'analyse des incertitudes, une étude de la linéarité du modèle, vis-à-vis les différents paramètres, a été effectuée. Les Figures 4.11 et 4.12 présentent les variations relatives de débits journaliers induites par une augmentation de 6.25% sur les paramètres en fonction des variations relatives de débits induites par une diminution de 6.25% sur ces derniers, pour la période de simulation de 1969 à 2009. Sur ces deux figures, sont également présentées la droite de l'équation  $y=-x$ . Le fait qu'un point se trouve sur la droite  $y=-x$  signifie que la réponse du modèle est linéaire. Pour quelques paramètres, et quelques journées particulières, une non linéarité est observée : les points sont très éloignés de la droite d'équation  $y=-x$ .

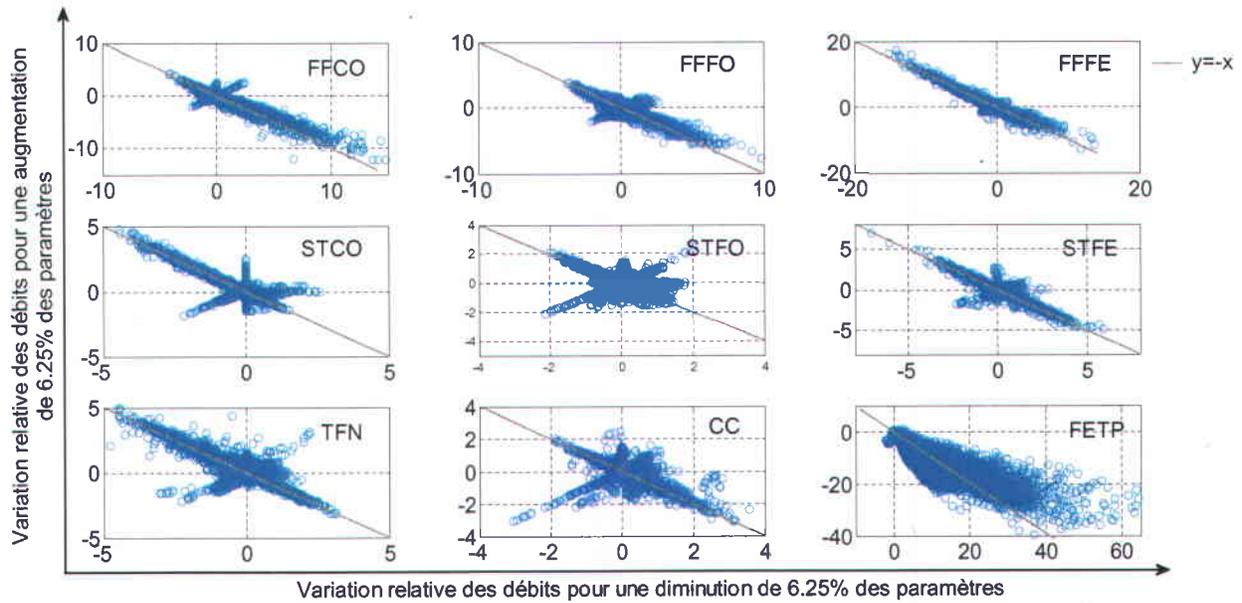
Pour le sous modèle de fonte du couvert nival, la relation est presque linéaire pour les paramètres de taux de fonte (*FFCO*, *FFFO* et *FFFE*). Pour les deux paramètres *FFCO* et *FFFO*, pour quelques journées particulières, une forte non linéarité est observée. Cela dit, la linéarité peut être expliquée par le fait que les taux de fonte n'ont pas d'influence sur les débits durant les deux périodes hivernale et automnale. Ces paramètres ont plutôt un impact sur le décalage de l'écoulement au printemps et en été : la fonte est retardée suite à une augmentation des paramètres et l'inverse se produit suite à une diminution. Ceci explique la non-linéarité observée. Les seuils de fonte (*STCO*, *STFO* et *STFE*) déterminent la température de fonte de neige. Ils influencent donc la répartition de l'écoulement au cours de saison. L'effet principal de ces paramètres est d'accélérer ou retarder la fonte du couvert nival. Donc pour une journée  $j$  donnée, si on diminue la valeur du seuil de température, la fonte accélérera et donc le débit pour la journée considérée augmentera, l'inverse se produit si on augmente le seuil de température. Donc la valeur de débit de la journée  $j$  dépend du nombre de jours de devancement ou de retardement de la fonte qui lui-même dépend du seuil de température utilisée. La valeur de débit de la journée  $j$  peut prendre la valeur de débit de la journée  $j+2$  ou  $j+3$  pour une diminution de seuil de température et il peut prendre la valeur de débit de la journée  $j-2$  ou  $j-3$  pour une augmentation de seuil de fonte. Donc pour une même incertitude en valeur absolue sur le seuil de température (par exemple 6.25%), la variation relative de débit peut ne pas être la même en valeur absolue. Ceci explique la non linéarité observée. Cette non linéarité dépend également de l'occupation du sol. Elle est plus observée pour le paramètre seuil de fonte pour le milieu ouvert puisque ce dernier constitue le pourcentage le plus élevé de l'occupation du sol (47%). Pour le taux de fonte neige-sol *TFN*, il joue le même rôle que les seuils de température de fonte c'est à dire devancer ou retarder la fonte printanière. Donc la non-linéarité observée pour ce paramètre s'explique par les mêmes raisons présentées pour les seuils de fonte. Pour la

constante de tassement  $CC$ , ce paramètre n'a pas d'impact sur les apports saisonniers. Il intervient dans le calcul de la hauteur du couvert nival. Donc sa variation n'a pas d'influence directe sur les variations de débit. Pour cette raison, on observe une non linéarité de la réponse en fonction de ce paramètre.

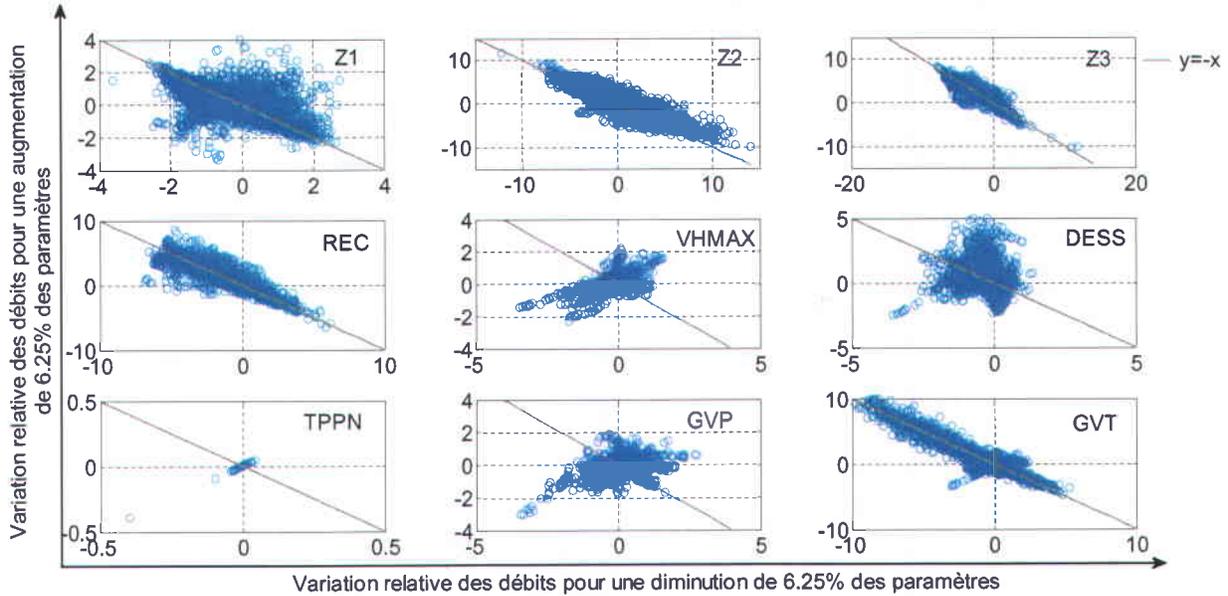
Le  $FETP$  multiplie l'évapotranspiration potentielle ( $ETP$ ) calculée par le modèle. Ce paramètre influence tous les apports saisonniers. En augmentant la valeur de ce paramètre de +6.25% cela revient à multiplier l' $ETP$  par 0.74 et en le diminuant, on multiplie l' $ETP$  par 0.66. Et donc l'impact sur la variation de débit n'est pas forcément de même ordre de grandeur ce qui explique la non-linéarité observée pour la variation du  $FETP$ .

Pour le sous modèle « bilan d'eau vertical », la réponse du modèle est presque linéaire pour les paramètres  $Z2$ ,  $Z3$  et  $REC$ . Une forte non linéarité est constatée pour les paramètres  $Z1$ ,  $VHMAX$  et  $DESS$ . Pour ces trois paramètres, l'impact sur les apports saisonniers est négligeable. Pour le  $Z1$ , son augmentation favorise l'infiltration et donc la diminution de débit par rapport à la valeur de référence. Cependant, sa diminution n'apporte pas une grande variation au débit. En fait dans ce cas, la première couche va se trouver à saturation et donc le débit va rester presque égale à la valeur de référence. Donc la diminution et l'augmentation de  $Z1$ , n'influence pas le débit de la même façon et du même ordre de grandeur d'où la non linéarité. Le  $VHMAX$  est un paramètre qui sert à limiter les instabilités numériques lors des simulations. Il n'a pas d'impact direct sur les débits, ceci explique la faible sensibilité du modèle à ce paramètre et la non linéarité de la réponse. Le coefficient d'extinction  $DESS$ , intervient dans le calcul de l'évaporation maximale au sol. La non linéarité de la réponse en fonction de ce paramètre peut s'expliquer par le fait que ce paramètre n'a pas d'influence sur les apports saisonniers. Le  $GVP$  fait varier la quantité des précipitations sur une  $UHRH$  en fonction de l'altitude (mm/100 m) par rapport aux stations météorologiques voisines. Or l'altitude moyenne sur le bassin de la Beurivage est de l'ordre de 84 m, donc ce paramètre n'a pas d'impact important sur les apports saisonniers. Ceci explique l'aspect aléatoire de la réponse en fonction de ce paramètre. Pour le  $TPPN$ , ce paramètre n'est pas influent. L'analyse de sensibilité a montré que le modèle n'est pas sensible à ce paramètre. Ceci explique la non linéarité observé pour ce dernier.

En conclusion, la linéarité de la réponse en fonction des paramètres dépend de l'état hydrométéorologique de la journée (débit, température, précipitation) ainsi que des processus physiques mis en jeu. Donc, on sait, *a priori*, que les deux méthodes d'ordre 1 ( $MFOSM$  et  $MMI$ ) ne seront pas adaptées pour toute la période de simulation, c'est-à-dire les journées aux comportements non linéaires.



**Figure 4.11. Vérification de la linéarité du modèle en fonction des paramètres associés à l'évolution du couvert nival et en fonction du coefficient d'optimisation de l'évapotranspiration pour la période 1969-2009**



**Figure 4.12. Vérification de la linéarité du modèle en fonction des paramètres associés au bilan d'eau vertical et à l'interpolation des données météorologiques pour la période 1969-2009**

### 4.3.3. Étude comparative des différentes méthodes d'analyse des incertitudes

Afin d'appliquer les différentes méthodes d'analyse d'incertitudes présentées au chapitre 3, des journées particulières ont été isolées (Tableau 4.5) à savoir : journée de débit maximal, journée de débit minimale et la journée de sensibilité relative maximale.

Tableau 4.5. Journées particulières à l'étude

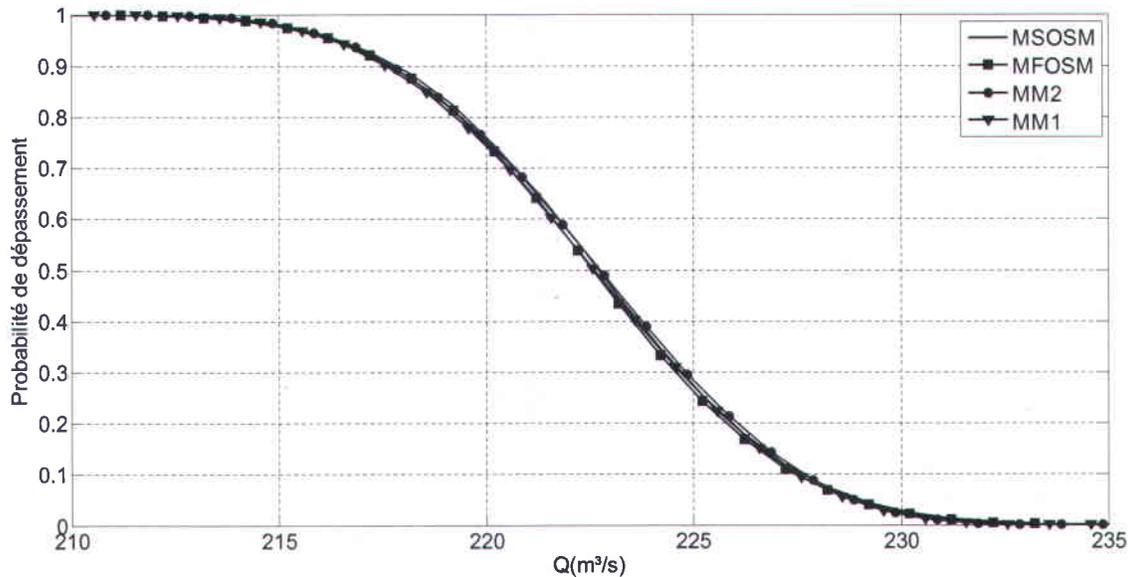
Date	Débit (m <sup>3</sup> /s)	Sensibilité relative (%)	Spécificité
23 avril 2001	222.5	19	Journée de débit maximal
15 septembre 1983	1.3	22	Journée de débit minimal
4 avril 1970	11.1	83	Journée de sensibilité maximale

Pour chacune de ces journées, les quatre méthodes d'analyse d'incertitudes (*MFOSM*, *MSOSM*, *MM1* et *MM2*) ont été appliquées. Les Figures 4.13, 4.15 et 4.16 présentent les résultats d'application de ces méthodes pour les journées particulières à l'étude.

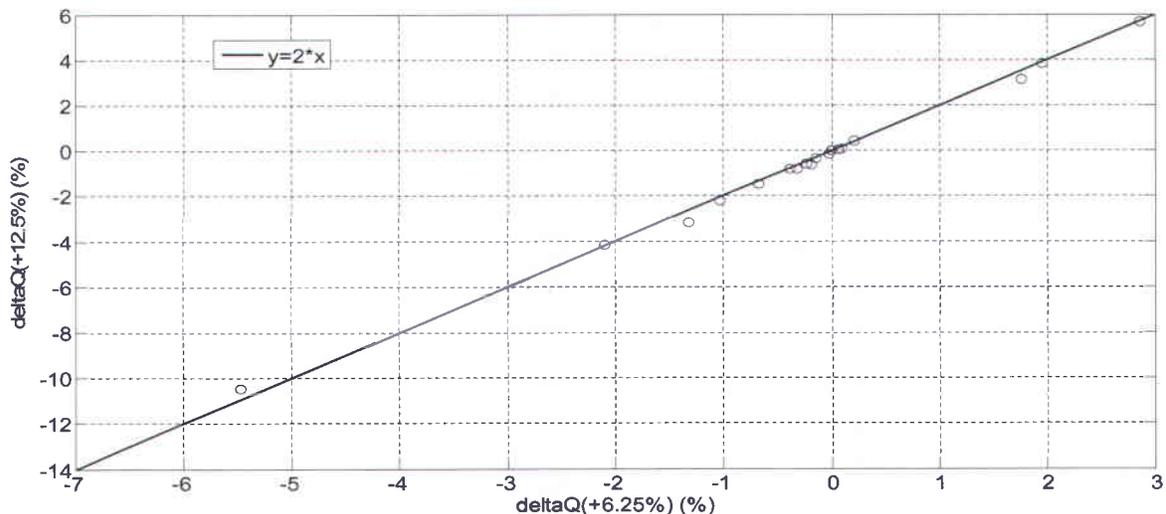
Pour la journée de débit maximal, les méthodes des ordres 1 et 2 donnent des résultats identiques. En fait, pour cette journée la réponse du modèle est linéaire. Cette linéarité est confirmée à la Figure 4.14. Sur cette figure sont présentées, pour chacun des paramètres, la variation relative de débit pour une augmentation de 12.5% du paramètre en fonction de la variation relative de débit pour une augmentation de 6.25% sur le paramètre (les points sur la figure). On y présente également la droite d'équation  $y=2x$ . La plupart des points sont près de cette droite. Et donc, si on double la variation sur le paramètre, il en résulte une multiplication par 2 de la variation sur le débit. En conclusion, pour la journée de débit maximal, la réponse du modèle est linéaire. Donc, l'approximation d'ordre 1 est suffisante pour étudier l'incertitude du modèle associée aux incertitudes sur les paramètres pour cette journée. Le passage à l'ordre 2 apporte un gain négligeable par rapport à l'ordre 1 lorsque les fonctions de performance sont quasi-linéaire c'est-à-dire lorsque les points bleus représentant les variations induites par une augmentation de 6.25% des valeurs des paramètres en fonction des variations induites par une diminution de 6.25% des valeurs des paramètres sont près de la droite d'équation  $y=-x$  (Figures 4.11 et 4.12).

Pour la journée de débit minimal et celle de sensibilité relative maximale, la réponse du modèle est plutôt non linéaire. Pour ces deux journées, l'application de la méthode *MFOSM* s'avère être inadéquate. L'hypothèse de linéarité qu'exige la méthode *MFOSM* n'est pas vérifiée pour ces deux journées. Les méthodes d'ordre 2 estiment vraisemblablement mieux la réponse du modèle. À partir de ces figures, on

peut également conclure que les deux méthodes d'ordre 2 (*MSOSM* et *MM2*) donnent exactement la même approximation de la probabilité de défaillance. Comme nous l'avons mentionné au chapitre 3, l'avantage de la méthode *MM2* c'est qu'elle généralise la méthode *MSOSM*. En fait, la méthode *MM2* ne nécessite pas d'hypothèses d'application. Elle est applicable dans tous les cas et ceci quelle que soit la distribution des paramètres (normale, lognormale, uniforme)



**Figure 4.13. Comparaison des différentes méthodes d'estimation des incertitudes pour la journée de débit maximal : 23 avril 2001**



**Figure 4.14. Variation relative de débit pour une augmentation de 12.5% de chacun des paramètres en fonction des variations relatives correspondantes pour une augmentation de 6.25% pour la journée de débit maximal**

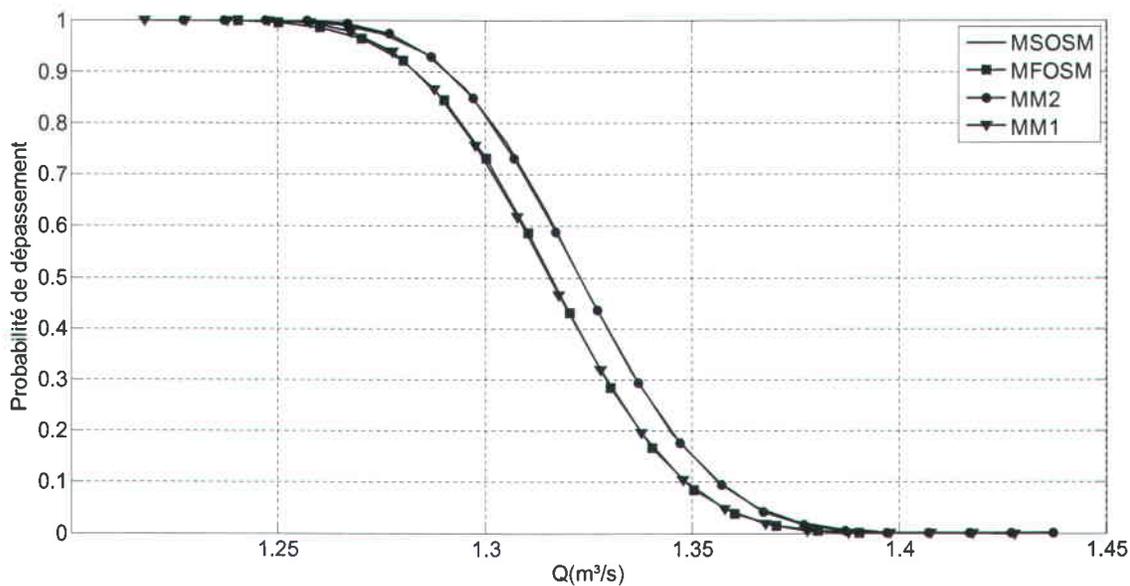


Figure 4.15. Comparaison des différentes méthodes d'estimation des incertitudes pour la journée de débit minimal : 15 septembre 1983

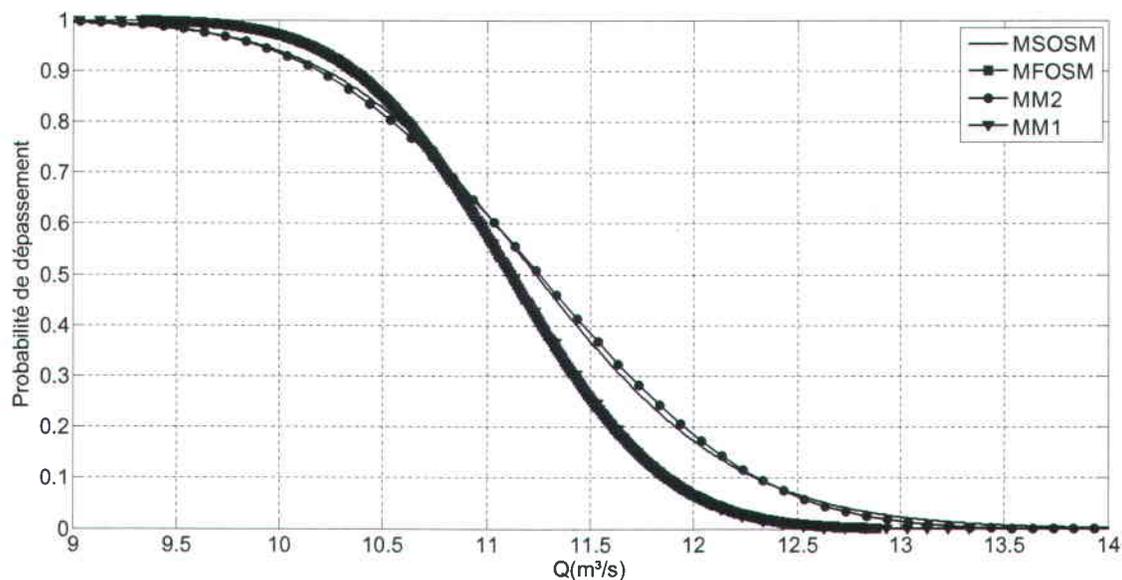


Figure 4.16. Comparaison des différentes méthodes d'estimation des incertitudes pour la journée de sensibilité relative maximale : 4 avril 1970

#### 4.3.4. Calcul de l'intervalle de confiance de 95%

L'intervalle de confiance 95% ( $IC_Q 95\%$ ) a été calculé dans un premier temps pour des années hydrologiques particulières : la plus sèche, la plus humide et l'année moyenne et par la suite pour les indicateurs hydrologiques présentés à la section 4.1. En supposant que les hypothèses de la section 2.1.1 sont vérifiées, c'est-à-dire les paramètres sont indépendants et suivent une distribution gaussienne,

l'intervalle de confiance 95% est calculé en utilisant la méthode d'approximation de la probabilité de défaillance d'ordre 2 (*MSOSM*). Cet intervalle est défini par les quantiles 2.5% et 97.5%.

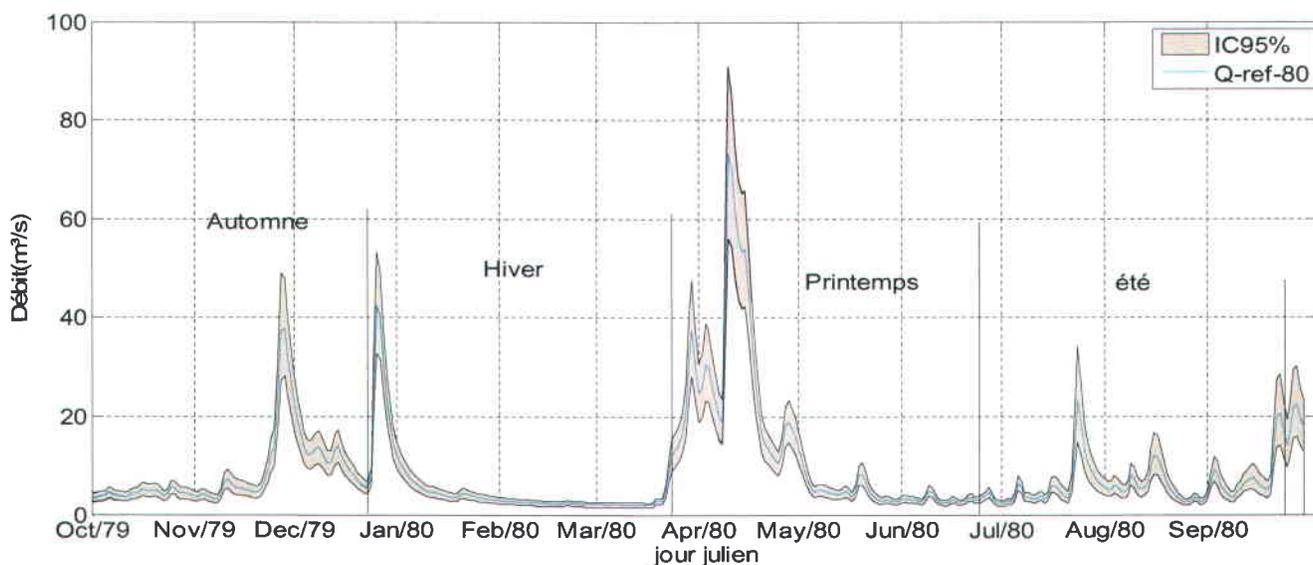
#### 4.3.4.1. Intervalle de confiance pour les années particulières

Le Tableau 4.6 présente les chroniques météorologiques particulières étudiées.

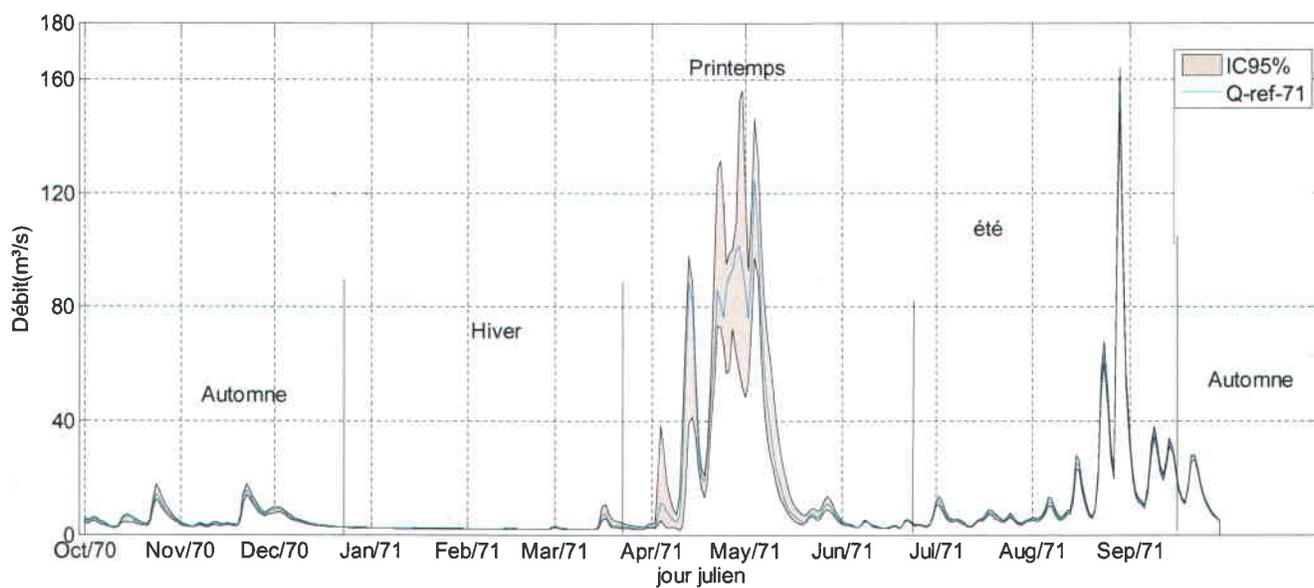
Tableau 4.6. Années météorologiques étudiées

Année météorologique	Lame d'eau totale (mm)	Régime hydrologique
1971	568	Moyen
1980	384	Année la plus sèche
2008	944	Année la plus humide

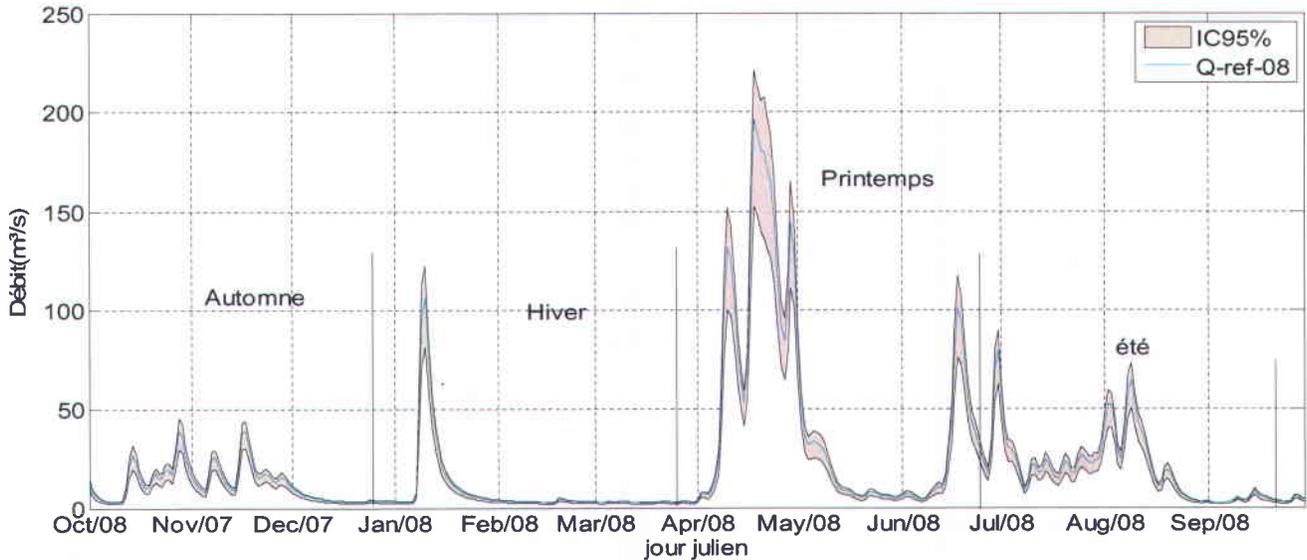
Les Figures 4.17 à 4.19 présentent respectivement le débit de référence ainsi que l'intervalle de confiance 95% pour l'année la plus sèche, l'année moyenne et la plus humide. L'observation de ces figures montre que les incertitudes paramétriques sont présentes tout le long de l'année hydrologique mais avec une amplitude variable d'une année à l'autre et même d'une saison à l'autre. Pour l'année hydrologique la plus sèche (1980), les incertitudes sont importantes durant la période de fonte printanière ainsi que durant l'étiage estival. Par contre, elle est moins importante durant l'automne et l'hiver. Pour l'année moyenne et l'année la plus humide (1971 et 2008), ces incertitudes sont plus importantes durant le printemps. Pour le reste des saisons, les incertitudes existent mais elles sont moins importantes. En fait, c'est durant le printemps que les incertitudes de plusieurs paramètres ont un impact sur les incertitudes des débits simulés. Donc les incertitudes dues aux paramètres s'accumulent et l'effet sur la réponse devient plus important. Durant les autres saisons, la variation des valeurs de paramètres n'a pas une influence importante sur les débits et l'incertitude sur la réponse du modèle est moins ressentie.



**Figure 4.17. Débit de référence et intervalle de confiance 95% pour l'année hydrologique la plus sèche : 1979-1980**



**Figure 4.18. Débit de référence et intervalle de confiance 95% pour l'année hydrologique moyenne : 1970-1971**



**Figure 4.19. Débit de référence et intervalle de confiance 95% pour l'année hydrologique la plus humide : 2007-2008**

Pour chaque année étudiée (1969-2009), une fois l'intervalle de confiance 95% calculé, on peut estimer le pourcentage d'incertitude  $\%Inc$ , pour chaque journée  $j$ , selon l'équation (4.4) :

$$\%Inc_j = K * \frac{\sigma_{Qj}}{\mu_{Qj}} \quad (4.4)$$

Avec :  $K$  : coefficient d'élargissement = 2 pour un intervalle de confiance 95% et 3 pour un intervalle de confiance 99%

$\sigma_{Qj}$  : écart-type sur les débits simulés pour la journée  $j$

$\mu_{Qj}$  : moyenne de débits simulés pour la journée  $j$

Donc pour une année donnée, pour juger si une simulation est satisfaisante ou non par rapport à la série de débits observés, on pourrait se baser sur un critère de Nash modifié qui dépend du niveau d'incertitude (équation 4.4). Ce coefficient modifié (noté  $NSG$ ) permet de tenir compte de l'incertitude des débits simulés associés aux incertitudes sur les valeurs des paramètres du modèle (Bessiere 2008).

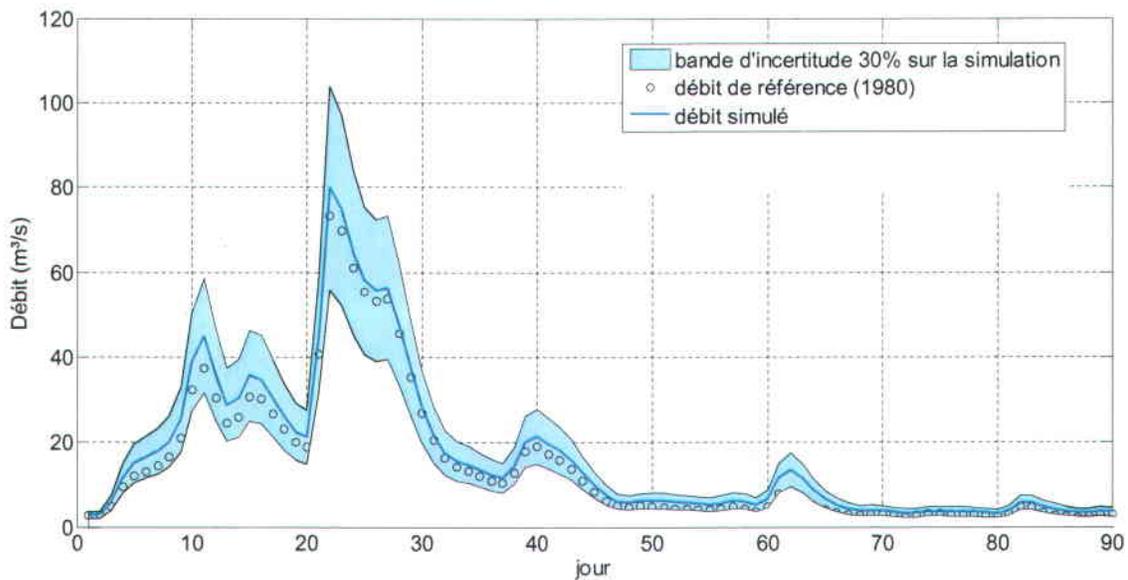
$$NSG = 1 - J \quad (4.5)$$

Où  $NSG$  est le critère de Nash modifié et  $J$  est défini par la somme de  $J_{1-\alpha}$ ,  $J_{1+\alpha}$  et  $J_{\alpha}$ , tel que défini par les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } Q_{sim} * (1 - \alpha) > Q_{obs} \text{ alors } J_{1-\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^k Q_{obs}(i) - ((1 - \alpha) * Q_{sim}(i))^2}{\sum_{i=1}^k (Q_{obs}(i) - Q_{obs})^2} \\ \text{Si } Q_{sim} * (1 + \alpha) < Q_{obs} \text{ alors } J_{1+\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^k Q_{obs}(i) - ((1 + \alpha) * Q_{sim}(i))^2}{\sum_{i=1}^k (Q_{obs}(i) - Q_{obs})^2} \\ \text{Si } Q_{sim} * (1 - \alpha) < Q_{obs} < Q_{sim} * (1 + \alpha) \text{ alors } J_{\alpha} = 0 \end{array} \right. \quad (4.6)$$

Où  $\alpha$  représente l'incertitude et  $k$  : le nombre de jours. Donc, une simulation est considérée comme parfaite si le débit observé, associé à cette journée, est inclus dans l'enveloppe d'incertitude du débit simulé. La Figure 4.20 en illustre un exemple pour un seuil d'incertitude  $\alpha=30\%$  : pour la période printanière de l'année la plus sèche (1980), toute simulation se situant dans la plage des débits définis par les traits continus de la Figure 4.20 sont considérées comme «satisfaisantes», c'est-à-dire qu'une incertitude de 30% ou moins sur les débits est jugée acceptable.

Pour cette même période, on a réalisé une simulation Monte-Carlo pour laquelle on a calculé le coefficient de Nash ( $NS$ ) et le coefficient de Nash modifié ( $NSG$ ). On remarque que le  $NSG$  (0.97) est plus grand que le  $NS$  (0.88). Le  $NSG$  pénalise moins la simulation que le  $NS$  dans la mesure où une simulation peut être considérée comme « non-satisfaisante » en se basant sur le  $NS$ .



**Figure 4.20. Débits simulés et bande d'incertitude de 30% pour la période printanière de l'année hydrologique la plus sèche (1979-1980)**

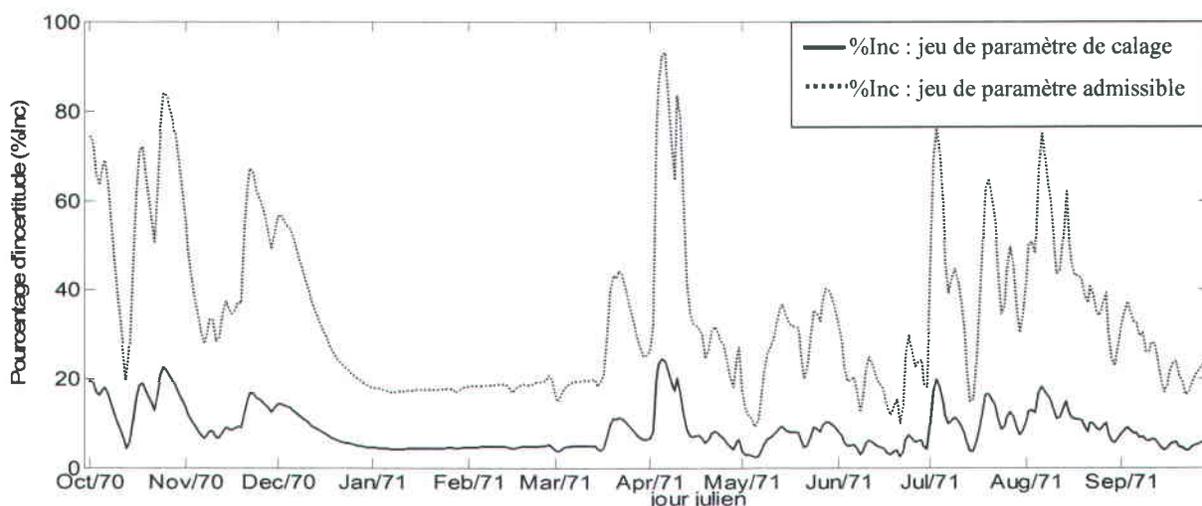
**4.3.4.2. Impact de l'écart type des paramètres sur l'intervalle de confiance 95%**

Afin d'étudier l'impact de l'écart-type des paramètres sur l'incertitude de la sortie, on a calculé le pourcentage d'incertitude (équation 4.4) associé à l'utilisation de deux fourchettes de valeurs minimale et maximale différentes sur les paramètres (Tableau 4.7). En effet, changer la valeur de l'écart-type des paramètres revient à changer les valeurs minimale et maximale (équation 3.1). Dans le calcul de l'incertitude des débits, la même valeur d'incertitude sur les paramètres (6.25% de la valeur de référence) est utilisée (Tableau 4.1).

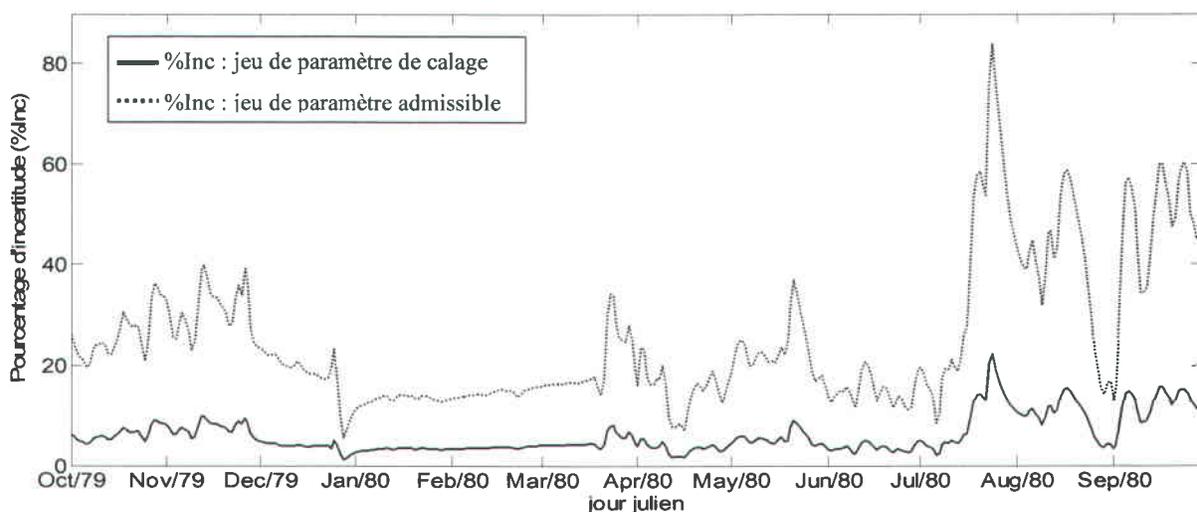
Tableau 4.7. Valeurs minimales et maximales utilisées pour l'étude de l'effet de l'écart-type sur l'intervalle de confiance 95% (pour les unités voir tableaux 3.3 à 3.5)

Paramètre	Valeurs min et max obtenues par calage	Fourchette de valeurs admissibles
FFCO	7.5 / 8.5	6 / 10
FFFE	9.375 / 10.625	7.5 / 12.5
FFFO	12.1875 / 13.8125	9.75 / 16.25
STCO	1.1725 / 1.3275	0.94 / 1.56
STFE	0.7025 / 0.7975	0.56 / 0.94
STFO	-2.125 / -1.875	-2.50 / -1.50
TFN	0.4675 / 0.5325	0.37 / 0.63
CC	0.009375 / 0.010625	0.0075 / 0.0125
FETP	0.655 / 0.745	0.52 / 0.88
Z1	0.0925 / 0.1075	0.07 / 0.13
Z2	0.1875 / 0.2125	0.15 / 0.25
Z3	1.405 / 1.595	1.12 / 1.88
REC	$9.8425 \times 10^{-6} / 1.11575 \times 10^{-5}$	$7,87 \times 10^{-6} / 1.313 \times 10^{-5}$
DES	0.5625 / 0.6375	0.45 / 0.75
VHMAX	0.29 / 0.33	0.23 / 0.39
TPPN	-0.265 / -0.235	-0.31 / -0.19
GVP	0.4675 / 0.5325	0.37 / 0.63
GVT	-0.5325 / -0.4675	-0.63 / -0.37

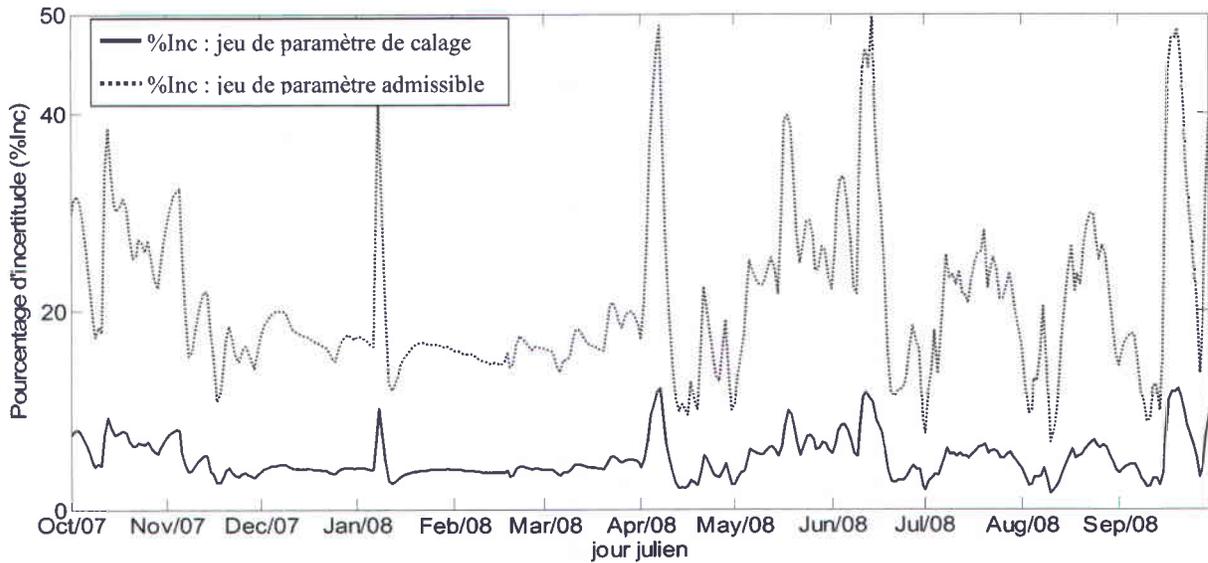
Les Figures 4.21 à 4.23 présentent les résultats obtenus pour les trois années hydrologiques à l'étude. La courbe en pointillé représente le pourcentage d'incertitude (% Inc) associé à l'utilisation d'une fourchette de valeurs minimale et maximale plus large (valeurs admissibles), en utilisant la méthode *MSOSM* comme méthode d'estimation. On peut conclure, à partir de ces figures, que pour les trois années hydrologiques, la diminution de la valeur minimale et l'augmentation de la valeur maximale engendrent une augmentation du pourcentage d'incertitude. Cette incertitude peut atteindre jusqu'à quatre fois celle calculée en utilisant une fourchette légèrement plus restreinte. Donc l'augmentation de l'écart type des paramètres a pour effet d'augmenter l'incertitude sur l'estimation de la sortie.



**Figure 4.21. Pourcentage d'incertitude calculé en utilisant deux écart-types différents pour l'année hydrologique moyenne : 1970-1971**



**Figure 4.22. Pourcentage d'incertitude calculé en utilisant deux écart-types différents pour l'année hydrologique la plus sèche : 1979-1980**



**Figure 4.23. Pourcentage d'incertitude calculé en utilisant deux écart-types différents pour l'année hydrologique la plus humide : 2007-2008**

#### 4.3.4.3. Impact bivarié des paramètres incertains sur l'estimation de l'intervalle de confiance 95%

Dans le cas d'au moins deux paramètres incertains, l'effet croisé éventuel se répercute-t-il sur la distribution de la sortie ? L'idée ici était de calculer les moments statistiques de l'observation sans tenir compte des termes croisés et de comparer les quantiles avec ceux correspondant à la prise en considération de ces effets croisés. Pour ce faire, on a considéré le métamodèle d'ordre 2 (équation 2.9), dans un premier temps en gardant la dérivée d'ordre 2 mixte et puis en l'enlevant. Et on a calculé la variation des quantiles 2.5% et 97.5% selon l'équation (4.7).

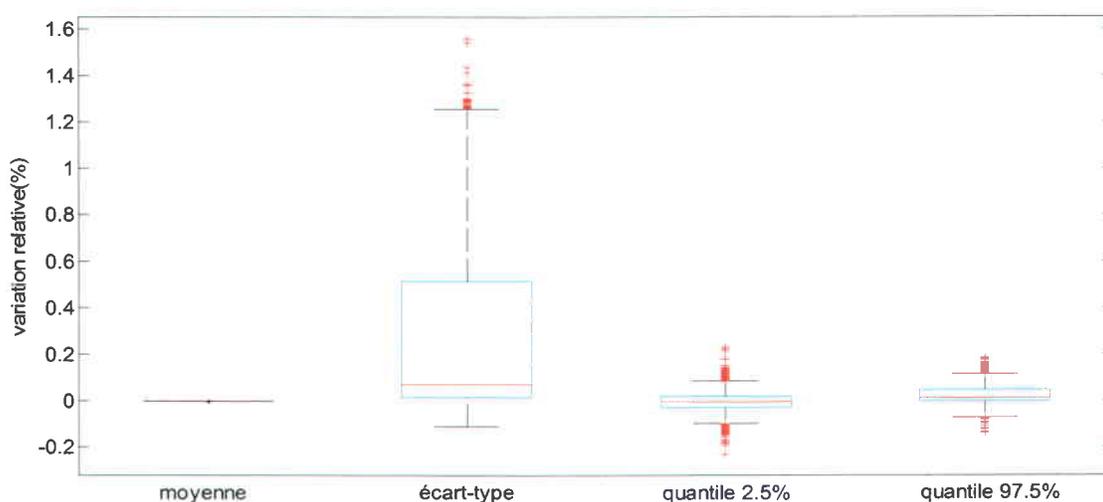
$$\Delta X = \frac{X_{AEC} - X_{SEC}}{X_{AEC}} * 100 (\%) \quad (4.7)$$

$X_{AEC}$  : quantile calculé avec effet croisé

$X_{SEC}$  : quantile calculé sans effet croisé

La Figure 4.24 présente les résultats associés à la variation relative des caractéristiques statistiques (moyenne, écart-type, quantile 2.5% et quantile 97.5%) calculé avec et sans effet croisé, pour la période de 1969 à 2009 avec un pas de temps journalier. À partir de cette figure, on remarque que l'existence du

terme croisé dans l'expression du métamodèle d'ordre 2 ne change pas grande chose quant à l'analyse d'incertitudes. Ceci peut être expliqué par l'absence d'éventuelles interactions entre les différents paramètres. C'est-à-dire que l'incertitude sur la réponse du modèle est le résultat des incertitudes sur chacun des paramètres considéré individuellement. L'impact du terme croisé se fera d'autant sentir que les incertitudes sur les valeurs de paramètres sont importantes.



**Figure 4.24. Variation relative des caractéristiques statistiques de débits simulés avec et sans effet croisé**

#### 4.3.4.4. Intervalle de confiance pour les indicateurs hydrologiques

Pour le calcul de l'intervalle de confiance, les indicateurs hydrologiques sont calculés sur une base semestrielle c'est-à-dire pour la période du mois de janvier à juin inclusivement (noté *jj* en indice) et pour les mois de juillet à décembre (noté *jd* en indice). Cette démarche permet d'approfondir l'analyse en discriminant les processus associés aux différents régimes hydrologiques saisonniers. En effet, lors du premier semestre (*jj*), les débits de crues sont essentiellement provoqués par la fonte du couvert nival. Lors du second semestre, les débits de crue sont généralement provoqués par une succession d'épisodes de précipitations plus ou moins intenses. De manière similaire, pour les étiages, l'étude est faite en considérant les deux semestres *jj* et *jd*. Pour le premier semestre (*jj*), les étiages hivernaux sont les résultats de l'absence de précipitations liquides et de fonte de neige. Pour le deuxième semestre (*jd*), les étiages estivaux sont causés essentiellement par une forte évapotranspiration associée à de faibles précipitations.

La démarche suivie pour le calcul de l'intervalle de confiance sur les indicateurs hydrologiques (débit de crue ou d'étiage) est la suivante :

- Tirage aléatoire de  $10^5$  valeurs des paramètres selon une distribution normale
- Calcul de débit selon le métamodèle d'ordre 2 (équation 2.9) : on obtient  $10^5$  séries de débits journaliers pour la période de 1969 à 2009
- Calcul des maxima annuels (pour les crues) et des minima sur 7 jours (pour les étiages)
- Ajustement de la distribution Gumbel aux séries de maxima et la distribution Gamma aux séries des minima annuelles
- Estimations des indicateurs hydrologiques définis par les quantiles selon les périodes de retour  $T$ : on obtient  $10^5$  valeurs par indicateurs et on calcule les deux quantiles 2.5% et 97.5%.

#### 4.3.4.4.1. Résultats pour les indicateurs de crue

La Figure 4.25 présente les pourcentages d'incertitudes, définis par l'équation 4.4, sur les débits de crue pour différentes périodes de retour, pour les deux semestres  $jj$  et  $jd$ . Le pourcentage d'incertitude est deux fois plus important pour le semestre  $jd$  que pour le semestre  $jj$ . Ceci peut être expliqué par le fait que la crue  $jd$  est moins importante que celle pour le semestre  $jj$  et donc la moyenne pour ce dernier semestre est plus faible ce qui donne un pourcentage d'incertitude plus important - le pourcentage d'incertitude étant inversement proportionnel à la moyenne. Le Tableau 4.8 récapitule les valeurs de référence ainsi que les deux quantiles 2.5% et 97.5% sur les débits de crue pour différentes périodes de retour. Plus la période de retour augmente, plus les incertitudes sur l'estimation du débit de crue augmentent.

Tableau 4.8. Intervalles de confiance 95% associés à l'incertitude paramétrique pour les débits de crue [ $m^3/s$ ]

Semestre	$Q_2$			$Q_5$			$Q_{10}$			$Q_{20}$		
	$Q_{ref}$	$Q_{2.5\%}$	$Q_{97.5\%}$									
janvier	135	117	148	168	147	185	190	167	209	211	185	233
juin ( $jj$ )												
juillet												
décembre ( $jd$ )	58	42	81	99	75	127	126	96.5	159	152	117	189

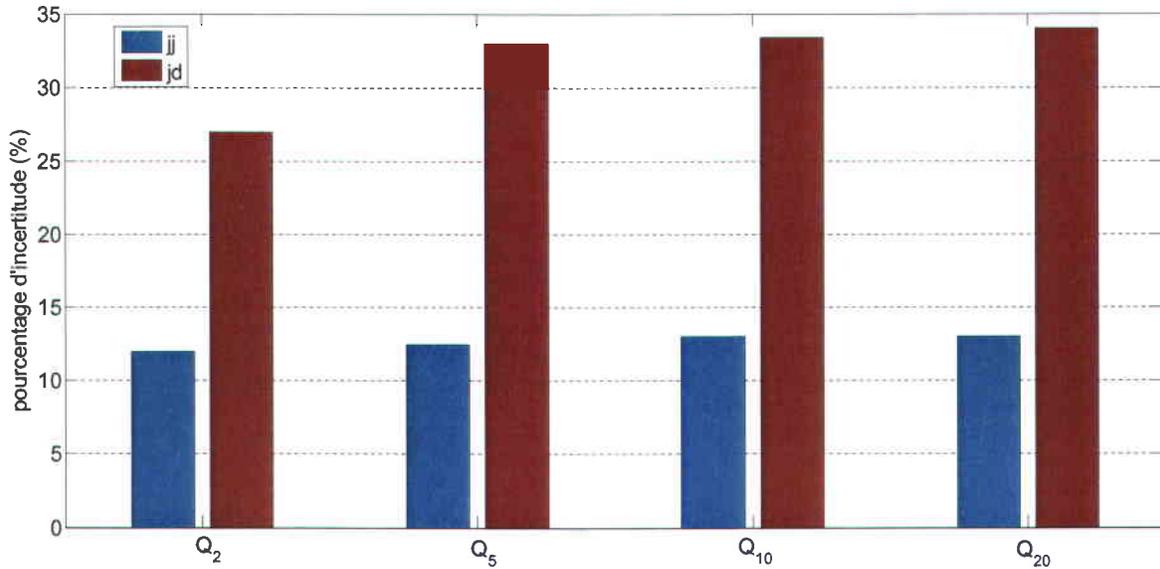


Figure 4.25. Pourcentage d'incertitude pour le débit de crue de différentes périodes de retour

La question suivante se pose donc : est-ce que cette incertitude calculée est du même ordre de grandeur que l'incertitude statistique associée au choix de la distribution Gumbel? Pour répondre à cette question, l'intervalle de confiance 95% associé à la distribution Gumbel a été calculé par les deux quantiles  $T_1$  et  $T_2$  selon l'équation (4.8) (Djrboua 2001).

$$T_1 = \frac{u_\alpha^2(0.57 + 1.1K(p)) + u_\alpha \sqrt{N(1 + 1.1K(p) + 1.1K^2(p) - 0.775u_\alpha^2)}}{N - 1.1u_\alpha^2} \quad (4.8)$$

$$T_2 = \frac{-u_\alpha^2(0.57 + 1.1K(p)) + u_\alpha \sqrt{N(1 + 1.1K(p) + 1.1K^2(p) - 0.775u_\alpha^2)}}{N - 1.1u_\alpha^2}$$

Où :  $N$  : la taille de l'échantillon égale à 40 dans notre cas

$u_\alpha$  : la variable réduite de Gauss à  $\alpha\%$  de risque

$$K(p) = \frac{\sqrt{6}[-\ln[-\ln(p)] - 0.57721]}{\pi}$$

$p$  : la probabilité de non dépassement

$\sigma$  : l'écart type de l'échantillon

L'incertitude statistique est calculée en utilisant la série des débits de référence. L'intervalle de confiance 95% associé à l'incertitude statistique est donné par  $[Q_p - T_2 * \sigma, Q_p + T_1 * \sigma]$  tel que  $Q_p$  correspond au débit de crue pour une période de retour donné. Les valeurs calculées pour différentes périodes de retour sont données au Tableau 4.9.

Afin de comparer l'incertitude paramétrique à l'incertitude statistique, on a calculé l'amplitude de l'intervalle de confiance 95% associé à chaque type d'incertitude et ceci pour les deux semestres *jj* et *jd*. Les résultats sont illustrés aux Figures 4.26 et 4.27. Pour la période de retour de 2 ans, l'incertitude paramétrique est légèrement plus importante que l'incertitude statistique alors que pour les périodes de retour de 5, 10 et 20 ans, l'incertitude statistique est plus importante. Ces constatations sont valables pour les deux semestres *jj* et *jd*. L'incertitude paramétrique augmente légèrement avec la période de retour. Par contre, l'incertitude statistique augmente de façon plus spectaculaire : elle passe de 20 m<sup>3</sup>/s pour une période de retour 2 ans à 80 m<sup>3</sup>/s pour une période de retour 20 ans.

D'après ces résultats, il est préférable de combiner les deux types d'incertitudes dans les études basées sur les débits simulés.

Tableau 4.9. Intervalles de confiance 95% associé au choix de la distribution Gumbel pour le débit de crue [m<sup>3</sup>/s] pour différentes périodes de retour

Semestre	$Q_2$			$Q_5$			$Q_{10}$			$Q_{20}$		
	$Q_{ref}$	$Q_{2.5\%}$	$Q_{97.5\%}$									
Janvier	135	123	147	168	150	193	190	165	227	211	178	260
Juin ( <i>jj</i> )												
Juillet												
Décembre ( <i>jd</i> )	58	43	72,58	99	76.28	130	126	94.6	171	152	111.5	212

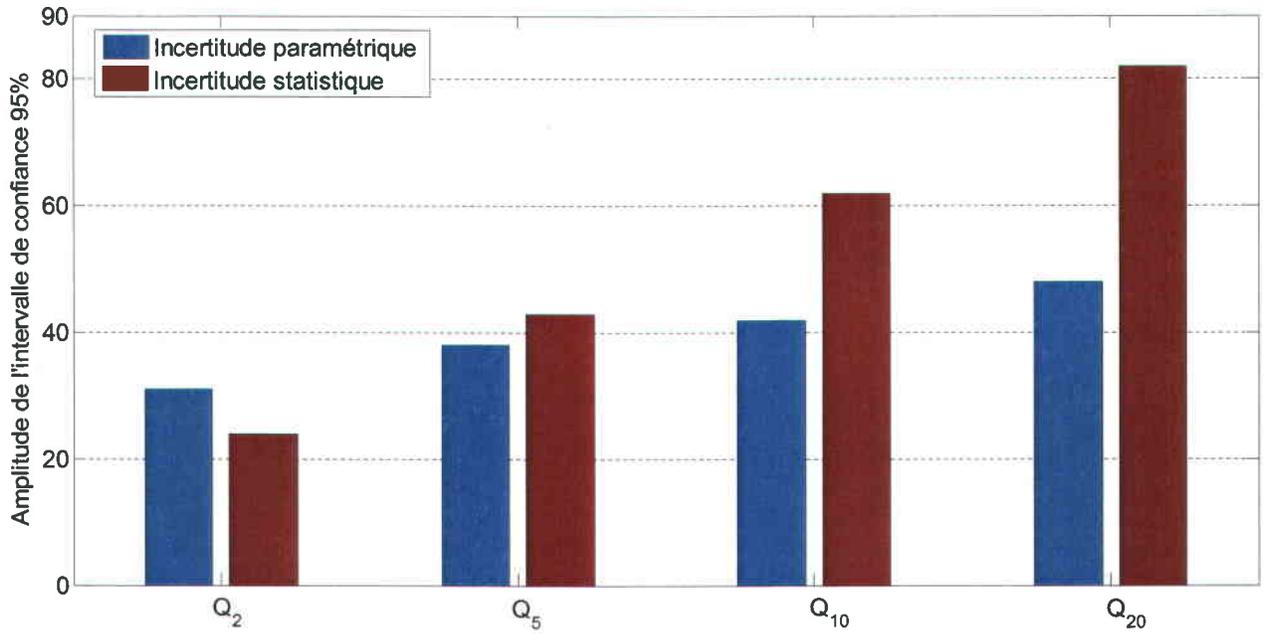


Figure 4.26. Amplitude de l'intervalle de confiance ( $m^3/s$ ) pour les indicateurs de crue pour la période janvier-juin

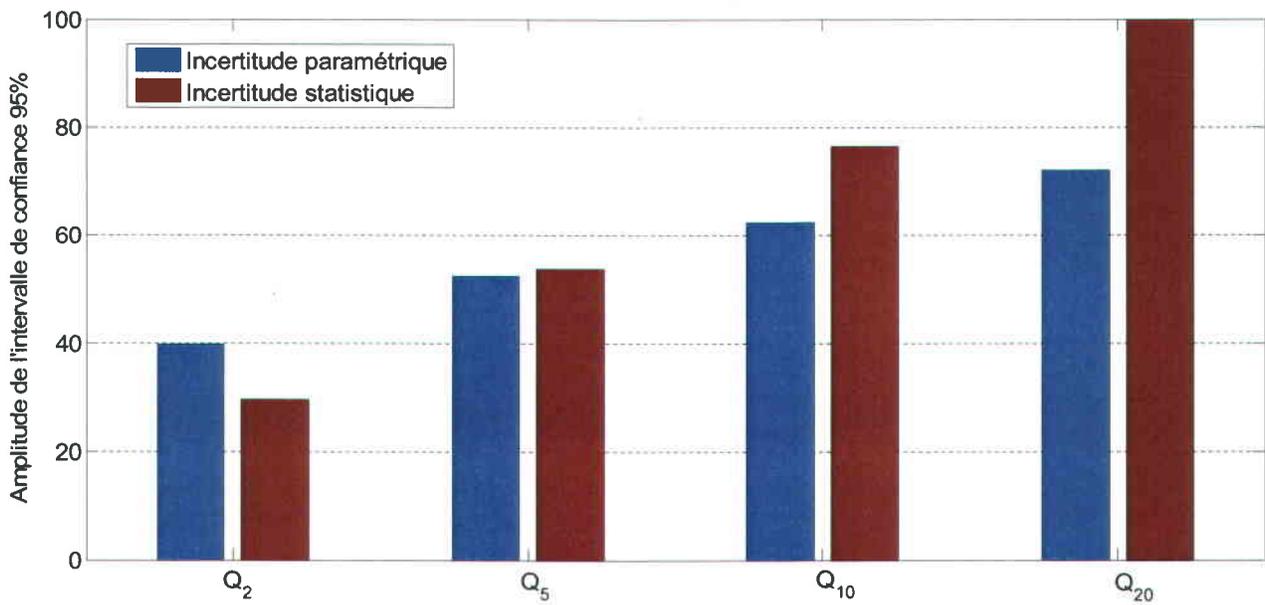


Figure 4.27. Amplitude de l'intervalle de confiance ( $m^3/s$ ) pour les indicateurs de crue pour la période juillet-décembre

#### 4.3.4.4.2 Résultats pour les indicateurs d'étiage

Pour les indicateurs d'étiage, l'étude est faite sur une base semestrielle, tout comme pour les indicateurs de crue. La même démarche que pour les indicateurs de crue est utilisée. Les Tableaux 4.10 et 4.11 présentent les intervalles de confiance 95% associés respectivement aux incertitudes paramétrique et statistique pour les débits d'étiage. Les Figures 4.28 et 4.29 illustrent les résultats de comparaison des incertitudes paramétriques et statistiques pour les indicateurs d'étiage pour les deux semestres *jj* et *jd*.

Pour le semestre *jj*, les deux incertitudes statistiques et paramétriques sont du même ordre de grandeur pour la période de retour de 2 ans. Pour les périodes de retour de 5 ans et 10 ans, l'incertitude statistique est plus importante que l'incertitude paramétrique.

Pour le semestre *jd*, les incertitudes paramétriques sont nettement plus importantes que les incertitudes statistiques, et ceci pour les périodes de retour de 2 ans et 5 ans. Pour la période de retour 10 ans, les incertitudes statistiques sont plus importantes que les incertitudes paramétriques. Pour conclure, lors du calcul des indicateurs hydrologiques tels que les crues ou les étiages, les deux types d'incertitudes statistique et paramétrique doivent être pris en compte tout en pondérant selon l'importance de chacune, c'est-à-dire l'intervalle de confiance 95% doit intégrer les deux incertitudes afin de garantir une meilleure estimation des incertitudes des débits simulés.

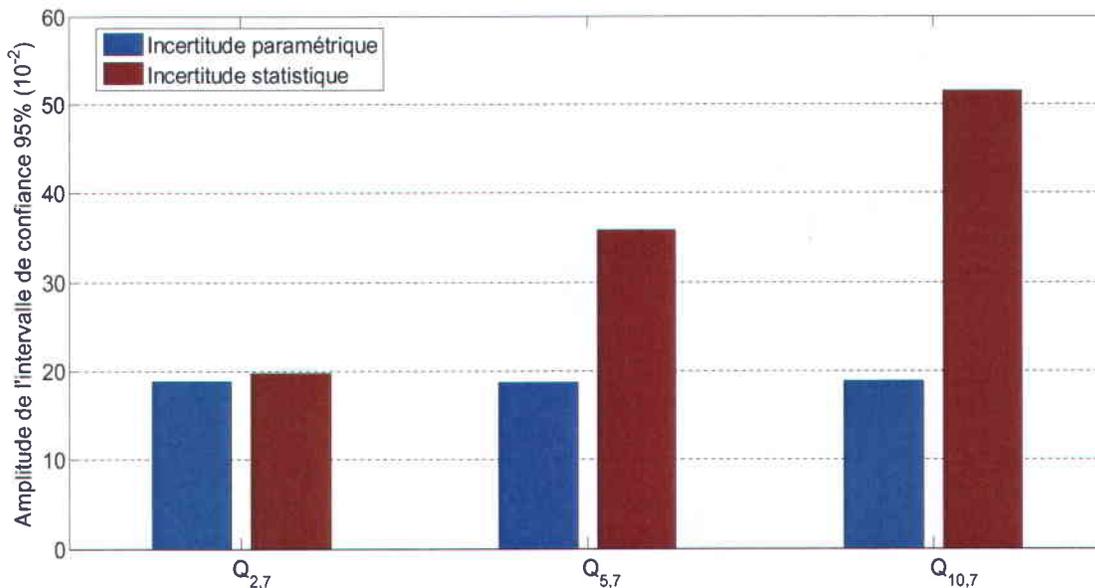
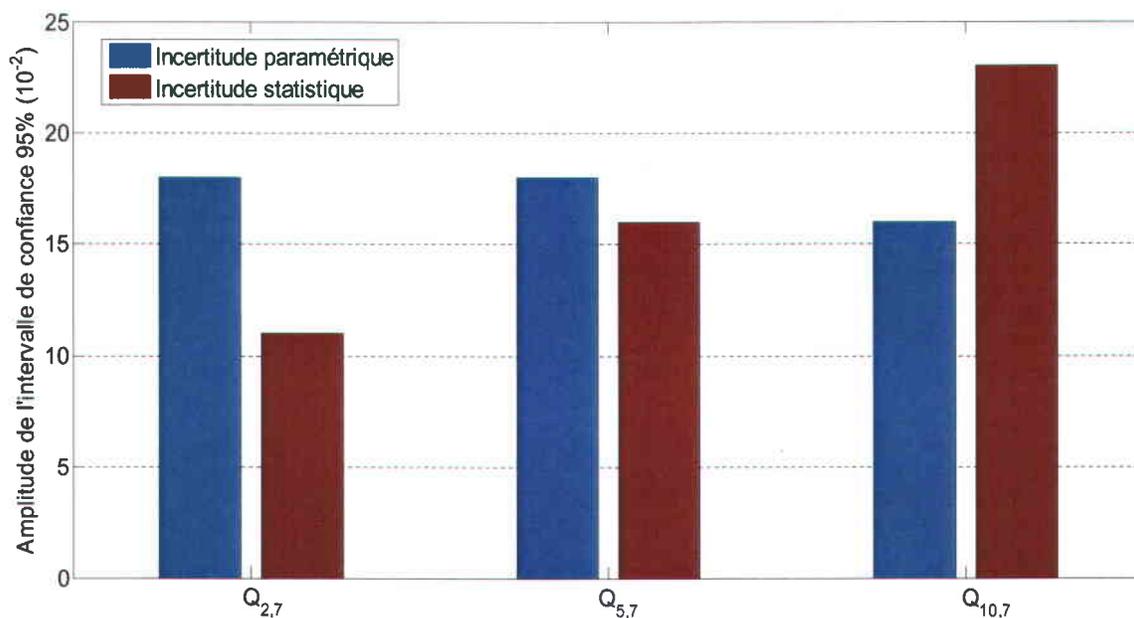


Figure 4.28. Amplitude de l'intervalle de confiance de 95% (m<sup>3</sup>/s) pour les indicateurs d'étiages pour la période janvier-juin



**Figure 4.29. Amplitude de l'intervalle de confiance de 95% (m<sup>3</sup>/s) pour les indicateurs d'étéage pour la période juillet-décembre**

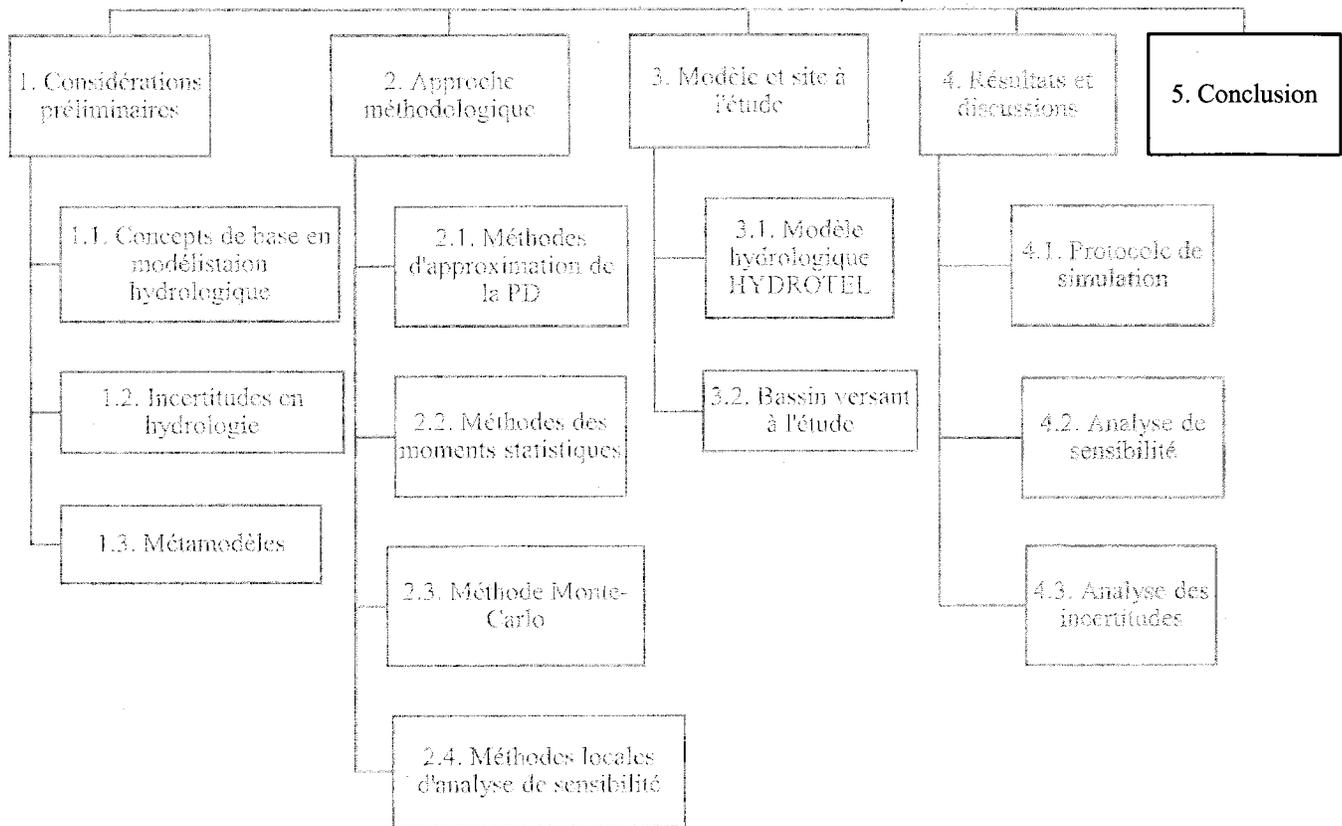
**Tableau 4.10. Intervalle de confiance 95% associé à l'incertitude paramétrique pour le débit d'étéage [m<sup>3</sup>/s] d'occurrence 7 jours pour différentes périodes de retour**

Période de retour	2 ans			5 ans			10 ans		
	<i>Q<sub>ref</sub></i>	<i>Q<sub>2.5%</sub></i>	<i>Q<sub>97.5%</sub></i>	<i>Q<sub>ref</sub></i>	<i>Q<sub>2.5%</sub></i>	<i>Q<sub>97.5%</sub></i>	<i>Q<sub>ref</sub></i>	<i>Q<sub>2.5%</sub></i>	<i>Q<sub>97.5%</sub></i>
Janvier-juin ( <i>jj</i> )	1.9	1.8	1.98	1.78	1.7	1.88	1.7	1.64	1.8
Juillet-décembre ( <i>jd</i> )	1.8	1.69	1.88	1.53	1.45	1.63	1.35	1.28	1.47

**Tableau 4.11. Intervalle de confiance 95% associé au choix de la distribution Gamma pour le débit d'étéage [m<sup>3</sup>/s] d'occurrence 7 jours pour différentes périodes de retour**

Période de retour	2 ans			5 ans			10 ans		
	<i>Q<sub>ref</sub></i>	<i>Q<sub>2.5%</sub></i>	<i>Q<sub>97.5%</sub></i>	<i>Q<sub>ref</sub></i>	<i>Q<sub>2.5%</sub></i>	<i>Q<sub>97.5%</sub></i>	<i>Q<sub>ref</sub></i>	<i>Q<sub>2.5%</sub></i>	<i>Q<sub>97.5%</sub></i>
Janvier-juin ( <i>jj</i> )	1.9	1.85	1.95	1.78	1.71	1.87	1.7	1.6	1.83
Juillet-décembre ( <i>jd</i> )	1.8	1.7	1.9	1.53	1.38	1.74	1.35	1.15	1.66

## 5. Conclusion générale



**Figure 5.1. Positionnement de la conclusion dans la structure générale du mémoire**

L'étude décrite dans ce mémoire a comme principaux objectifs, d'une part, l'estimation de la distribution temporelle et la quantification des incertitudes paramétriques à travers un modèle hydrologique distribué pour la simulation des débits en rivière et, d'autre part, l'étude de sensibilité du modèle hydrologique par rapport aux paramètres. Les apports de ce travail sont doubles, concernant à la fois la méthodologie mathématique et l'hydrologie.

Concernant l'aspect méthodologique, deux approches pour l'évaluation des incertitudes sont envisagées : une approche classique basée sur l'approximation des probabilités de défaillance (*MFOSM* et *MSOSM*) et une approche plus générale basée directement sur le calcul des moments statistiques de la sortie en fonction des paramètres d'entrée du modèle (*MM1* et *MM2*). Ces deux approches ont en commun la construction d'un métamodèle (développement en séries de Taylor) qui a servi de base pour l'application des différentes méthodes. L'étude a été faite à partir des métamodèles développés. À noter que la méthode des moments n'est pas encore répandue en hydrologie malgré son efficacité du point de

vue coût-précision : la plupart des applications sont en mécanique des fluides et en aérodynamique. Pour hiérarchiser l'influence des paramètres du modèle sur le débit simulé, une approche locale d'analyse de sensibilité a été utilisée.

Du point de vue hydrologique, l'analyse de sensibilité effectuée sur une période de 40 ans de simulation illustre que l'influence des paramètres varie d'une saison à l'autre. L'examen des résultats suggère que la sensibilité est hautement variable et que, même si certains paramètres gouvernent globalement la réponse hydrologique, notamment le coefficient multiplicatif d'optimisation de l'évapotranspiration, d'autres peuvent aussi être critiques à certains moments clés de l'année.

L'analyse d'incertitudes faite pour des journées hydrologiques particulières a montré que l'ordre 2 est indispensable à l'obtention de résultats plus fiables concernant les probabilités de dépassement. Donc pour la suite de l'étude, seul l'ordre 2 a été considéré. Des années hydrologiques particulières ont été étudiées (années la plus sèche, moyenne et la plus humide). Les intervalles de confiance de 95% calculé pour ces années montrent que les incertitudes sont variables d'une saison à l'autre. Elles sont plus importantes durant la fonte du couvert nival (printemps) et durant l'étiage estival. La bande d'incertitude est plus large pour l'année la plus sèche c'est-à-dire l'année pour laquelle le système subit une contrainte majeure en précipitation.

Une fois les incertitudes sur la réponse du modèle estimées, on a défini un critère de Nash-Sutcliffe généralisé qui permet de juger une simulation à partir du niveau d'incertitude recherché. Ceci est intéressant puisque la simulation est jugée satisfaisante ou non en fonction de l'incertitude associée.

Concernant les indicateurs hydrologiques tels que les débits de crue ou d'étiage, les incertitudes paramétriques augmentent avec la période de retour pour les crues et a une tendance à être constantes ou à diminuer légèrement pour les étiages. Par ailleurs, pour ces deux types de débit, les incertitudes statistiques augmentent avec la période de retour, et si l'on exclut les faibles périodes de retour pour les étiages des deux périodes semestrielles à l'étude, à devenir plus importantes que les incertitudes paramétriques. Une comparaison entre ces incertitudes et les incertitudes statistiques associées au choix de la loi d'ajustement montre que les deux types d'incertitudes devraient être pris en compte lors d'une étude basée sur les débits simulés.

## Perspectives

Pour conclure ce mémoire, différentes perspectives permettant de poursuivre le travail qui a été mené sont proposées :

- (i) Chacun des paramètres est modélisé par une variable aléatoire. Même si sa loi de probabilité est souvent gaussienne, elle peut être différente dans certains cas d'application (pour d'autres bassins versants). Des études statistiques peuvent être menées afin de modéliser plus finement les différents paramètres (utilisation des tests statistiques pour le choix de la meilleure loi de probabilité).
- (ii) L'incertitude liée au paramétrage du modèle hydrologique représente un maillon dans une chaîne des sources d'incertitudes. Il est donc important lors d'une étude basée sur la prévision hydrologique de s'intéresser aux autres types d'incertitudes tels que les incertitudes liées à la structure du modèle, les incertitudes sur les données d'entrée et les incertitudes sur les observations de débit.
- (iii) Il est vrai qu'appréhender les incertitudes paramétriques aide à baliser les simulations hydrologiques : présenter une simulation avec un intervalle de confiance vaut mieux que la simulation toute seule. Cependant, l'utilisation de l'approche multi-modèle (la combinaison des sorties de plusieurs modèles) permet d'obtenir des enveloppes de simulation plus représentatives des incertitudes liées à la modélisation hydrologique.
- (iv) L'étude menée dans ce mémoire a permis de quantifier les incertitudes associées aux paramètres du modèle hydrologique HYDROTEL. Il serait intéressant de reprendre l'exercice du calage tout en prenant en considération les incertitudes des simulations.
- (v) Une analyse de sensibilité en fonction du changement de l'occupation du sol peut être effectuée en changeant le pourcentage d'occupation de chaque type : milieu conifère, feuillus et ouvert : dans notre cas une seule combinaison de ces milieux est utilisée.



## Références bibliographiques

- Anderson M. P., Woessner W. W. 1992. The role of the postaudit in model validation. *Advances in Water Resources*, 15p: 167-173.
- Beaucaire P. 2012. Application des méthodes fiabilistes à l'analyse et à la synthèse des tolérances. Génie Mécanique, Université Blaise Pascal. *Thèse de doctorat*: 160p.
- Beck M. B. 1987. Water Quality Modeling: A Review of the Analysis of Uncertainty. *Water Resources Research*, 23 (8): 1393-1442.
- Bessiere H 2008. Assimilation de données variationnelle pour la modélisation hydrologique distribuée des crues à cinétique rapide. Université de Toulouse. *Thèse de doctorat*. 207p.
- Beven K., Binley A. 1992. The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. *Hydrological Process*, 6: 279-298.
- Bouda M., Rousseau A. N., Gumiere S. J., Gagnon P., Konan B., Moussa R. 2013. Implementation of an automatic calibration procedure for HYDROTEL based on prior OAT sensitivity and complementary identifiability analysis. *Hydrological Processes*, 15, DOI: 10.1002/hyp.9882.
- Brun, R., Reichert, P., Künsch, R.H. 2001. Practical identifiability analysis of large environmental simulation models. *Water Resource Research*, 37(4), 1015-1030.
- Chaire en hydrologie statistique 2002. Hyfran. Rapport technique, INRS-ÉTÉ (Université du Québec). Logiciel pour l'analyse fréquentielle en hydrologie, version 1.1.
- Dettinger M. D., Wilson J. L. 1981. First Order Analysis of Uncertainty in numerical models of groundwater flow Part 1. Mathematical development. *Water Resources Research*, 17 (1): 149-61.
- Ditlevsen O., Madsen H. O. 1996. Structural Reliability Methods. *Chichester, John Wiley & Sons Ltd*.
- Djrboua A. Prédétermination des pluies et crues extrêmes dans les alpes franco-italiennes : Prévisions quantitatives des pluies journalières par la méthode des analogues. Département Terre Univers Environnement. Institut National Polytechnique de Grenoble. *Thèse de doctorat*. 214p.

- Fortin J.P., Moussa R., Bocquillon C., Villeneuve J.P.. 1995. Hydrotel, a distributed hydrological model compatible with remote sensing and geographical information systems. *Revue des sciences de l'eau*, 8 (1): 97-124.
- Fortin J.-P., Turcotte R., Massicotte S., Moussa R., Fitzback J., Villeneuve J.-P. 2001a. Distributed watershed model compatible with remote sensing and GIS data. II: application to Chaudière Watershed. *Journal of Hydrological Engineering*, 6 (2): 100-108.
- Fortin J.-P., Turcotte R., Massicotte S., Moussa R., Fitzback J., Villeneuve J.-P. 2001b. Distributed watershed model compatible with remote sensing and GIS data. I: description of model. *Journal of Hydrological Engineering*, 6 (2): 91-99.
- García-Díaz J. C., Gozalvez-Zafrilla J. M. 2010. Uncertainty and Sensitivity Analysis in Code Environmental Model for Risk Assessments from Industrial Source Complex. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2: 7656–7657.
- Glancy C. G. 1994. A second order moment for assembly tolerance analysis. Department of Mechanical Engineering, Brigham Young University. *Master of Science*: 73.
- Glossaire International d'Hydrologie,  
<http://webworld.unesco.org/water/ihp/db/glossary/glu/HINDFR.HTM>
- Graham T., White B., Pannell D. 2003. Efficiency Policies for Salinity Management: Preliminary Research from a Spatial and Dynamic Metamodel. *The 47th Annual Conference of the Australian Agricultural and Resource Economics Society*.
- Griensven A. V., Meixner T., Grunwald S., Bishop T., Diluzio M., Srinivasan R. 2006. A global sensitivity analysis tool for the parameters of multi-variable catchment models. *Journal of Hydrology*, 324: 10-23.
- Gumiere S. J., Rousseau A. N., Hallema D.W., Isabelle P.-É. 2013. Development of VFDM: a riparian vegetated filter dimensioning model for agricultural watersheds. *Canadian Water Resources Journal*, doi10.1080/07011784.2013.830372

- Gupta V. k., Sorooshian S. 1985. The relationship between data and the precision of parameter estimates of hydrologic models. *Journal of Hydrology*, 81: 57-77.
- Haukaas T. 2010. Mean-value First-order Second-moment Method (MVFOSM). *University of British Columbia*, [www.inrisk.ubc.ca](http://www.inrisk.ubc.ca).
- Herman J. D., Kollat J. B., Reed P. M., Wagener T. 2013a. Technical Note: Method of Morris effectively reduces the computational demands of global sensitivity analysis for distributed watershed models. *Hydrology and Earth System Sciences*, 17: 2893–2903.
- Herman J. D., Kollat J. B., Reed P. M., Wagener T. 2013b. From maps to movies: high-resolution time varying sensitivity analysis for spatially distributed watershed models. *Hydrology and Earth System Sciences*, 17: 5109–5125.
- Imhof J. P. 1961. Computing the distribution of quadratic forms in normal variables. *Biometrika*, 48 (3): 419-426.
- Isabelle, P.-É., Gumiere, S.J., Rousseau, A.N. 2011. Comparaison des calculs de la largeur optimale d'une bande riveraine par une approche mécaniste pour une division en sous-bassins et en versants, Rapport Interne 1323, Centre Eau, Terre et Environnement, Institut national de la recherche scientifique, INRS-ETE. Québec, PQ
- Johnson N. L., Nixon E., Amos D. E., Pearson E. S. 1963. Table of percentage points of Pearson curves, for given  $\beta_1$  and  $\beta_2$  expressed in standard measure. *Biometrika*, 50 (3/4): 459-498.
- Kunstmann H. 2002. Conditional first-order second-moment method and its application to the quantification of uncertainty in groundwater modeling. *Water Resources Research*, 38 (4): 1-14.
- Leviandier T., Payraudeau S. 2007. A metamodel for stormwater detention basins design. *Water Science Technology*, 56 (12): 37-44.
- Maier H. R. 2001. First-order reliability method for estimating reliability, vulnerability, and resilience. *Water Resources Research*, 37 (3): 779-790.

- Mailhot A., Rousseau A. N., Salvano E., Turcotte R., Villeneuve J. P. 2002. Évaluation de l'impact de l'assainissement urbain sur la qualité des eaux du bassin versant de la rivière Chaudière à l'aide du système de modélisation intégrée GIBSI. *Revue des sciences de l'eau*, 15: 149-172.
- Mailhot A., Villeneuve J.-P. 2003. Mean-value second-order uncertainty analysis method: application to water quality modelling. *Advances in Water Resources*, 26: 491-499.
- Martin L. 2010. Conception aérodynamique robuste. Département de mécanique des fluides et mathématiques appliquées, Université de Toulouse. *Thèse de doctorat*: 219p.
- Martinelli M. et Duvigneau R. 2010. On the use of second-order derivatives and metamodel-based Monte-Carlo for uncertainty estimation in aerodynamics. *Computers and Fluids*, 39 (6), 41p.
- Maskey S., Guinot V. 2003. Improved first-order second moment method for uncertainty estimation in flood forecasting. *Hydrological Sciences Journal*, 48 (2): 183-196.
- Melching Charles S., Ben Chie Yen, Harry G. Wenzel J. 1990. A reliability estimation in modeling watershed runoff with uncertainties. *Water Resources Research*, 26 (10): 2275-2286.
- Monfrini E. 2002. Identifiabilité et Méthode des Moments dans les mélanges généralisés de distributions du système de Pearson. Département des Mathématiques, Université Paris 6. *Thèse de doctorat*: 294p.
- Morgenthaler S. 1997. Introduction à la statistique. Enseignement des mathématiques. 1<sup>ère</sup> édition. *Presses polytechniques et universitaires romandes*. 386p.
- Muleta M. K., Nicklow J. W. 2005. Sensitivity and uncertainty analysis coupled with automatic calibration for a distributed watershed model. *Journal of Hydrology*, 306: 127-145.
- Nash J., Sutcliffe J. 1970. River flow forecasting through conceptual models : part I-A : discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10: 282-290.
- Putko M. M., Newman P. A., Arthur C. Taylor III, Green L. L. 2001. Approach for uncertainty propagation and robust design in cfd using sensitivity derivatives. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, (2528): 14.

- Quilbé R., Rousseau A. N., Moquet J. S., Savary S., Ricard S., Garbouj M. S. 2008. Hydrological responses of a watershed to historical land use evolution and future land use scenarios under climate change conditions. *Hydrology and Earth System Sciences*, 12 (1): 101-110.
- Refsgaard J. C. 1997. Parameterisation, calibration and validation of distributed hydrological models. *Journal of Hydrology*, 198: 69-97.
- Refsgaard J. C., Storm B. 1996. Distributed physically-based modeling of the entire land phase of the hydrological cycle. *Distributed Hydrological Modelling (ed. by J.C. Refsgaard J & M.B. Abbott)*: 55-69.
- Rousseau A. N., Lafrance P., Lavigne M.-P., Savary S., Konan B., Quilbé R., Jiapizian P., Amrani M. 2011. Hydrological modeling framework for defining achievable performance standards for pesticides. *Journal of Environmental Quality*, 41: 52–63.
- Rousseau, A.N., S. Savary, D.W. Hallema, S.J. Gumiere, E. Foulon. 2013. Modeling the effects of agricultural BMPs on sediments, nutrients and water quality of the Beauvillage River watershed (Quebec, Canada). *Canadian Water Resources Journal*, 38 (2): 99-120.
- Savary S., Rousseau A. N., Quilbé R. 2009. Assessing the effects of historical land cover changes on runoff and low flows using remote sensing and hydrological modeling. *Journal of Hydrological Engineering*, 14 (6): 575-587.
- Singh P.V., Bobba A. G., Bengtsson L. 1996. Application of first-order and Monte Carlo analysis in watershed water quality models. *Water Resources Management*, 10: 219-240.
- Singh P. V., Frevert D. K. 2006. Watershed Models. *CRC Press, Taylor & Francis Group*: 1-42.
- Sudret B. 2012. Meta-models for structural reliability and uncertainty quantification. *Fifth Asian-pacific Symposium on Structural Reliability and its Applications*.
- Turanyi T., Zador J., Zsély I. G. 2006. Local and global uncertainty analysis of complex chemical kinetic systems. *Reliability Engineering and System Safety*, 91: 1232-1240.

- Turcotte R., Fortin L.-G., Fortin V., Fortin J.-P., Villeneuve J.-P. 2007. Operational analysis of the spatial distribution and the temporal evolution of the snowpack water equivalent in southern Québec, Canada. *Nordic Hydrology*, 38 (3): 211-234.
- Turcotte R., J.-P. Fortin, A. N. Rousseau, S. Massicotte, Villeneuve J.-P. 2001. Determination of the drainage structure of a watershed using a digital elevation model and a digital river and lake network. *Journal of Hydrology*, 240: 225-242.
- Turcotte R., Rousseau A. N., Fortin J.-P., Villeneuve J.-P. 2003. A Process-Oriented, Multiple-objective Calibration Strategy Accounting for Model Structure. *Water Science and Application*, 6: 153-163.
- Uhlenbrook S., Seibert J., Leibundgut C., Rodhe A. 1999. Prediction uncertainty of conceptual rainfall runoff models caused by problems in identifying model parameters and structure. *Hydrological Sciences*, 44 (5): 779-797.
- Wu Y.-T., Millwater H. R., Cruse T. A. 1990. Advanced probabilistic structural analysis method for implicit performance functions. *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) journal*, 95: 1663-1669.
- Yang W., Rousseau A. N., Boxall P. 2007. An integrated economic-hydrologic framework for evaluating environmental effects and cost effectiveness of conservation programs and management practices. *Journal of Soil and Water Conservation*, 62 (6): 423-432.
- Zhao Y.-G., Ono T. 2001. Moment methods for structural reliability. *Structural Safety*, 23: 47-75.