

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

Mémoire

présenté

à

l'Institut national de la recherche scientifique

INRS-Eau

comme exigence partielle

de la

Maîtrise ès sciences (eau)

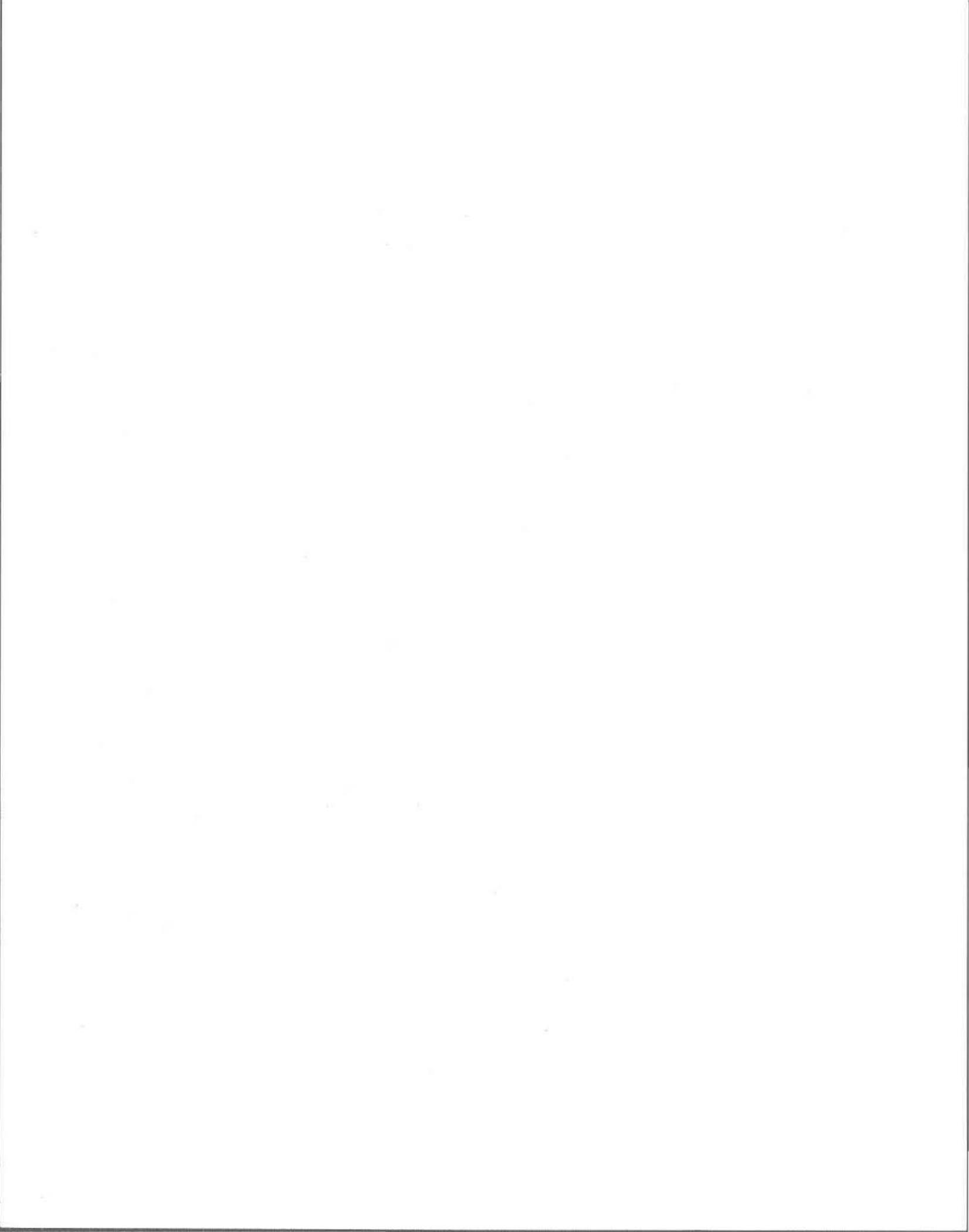
par

Pierrette Marceau

B.Sc. Mathématiques

"Modèle stochastique de température de
l'eau en rivière et comparaison avec
un modèle déterministe"

Octobre 1984



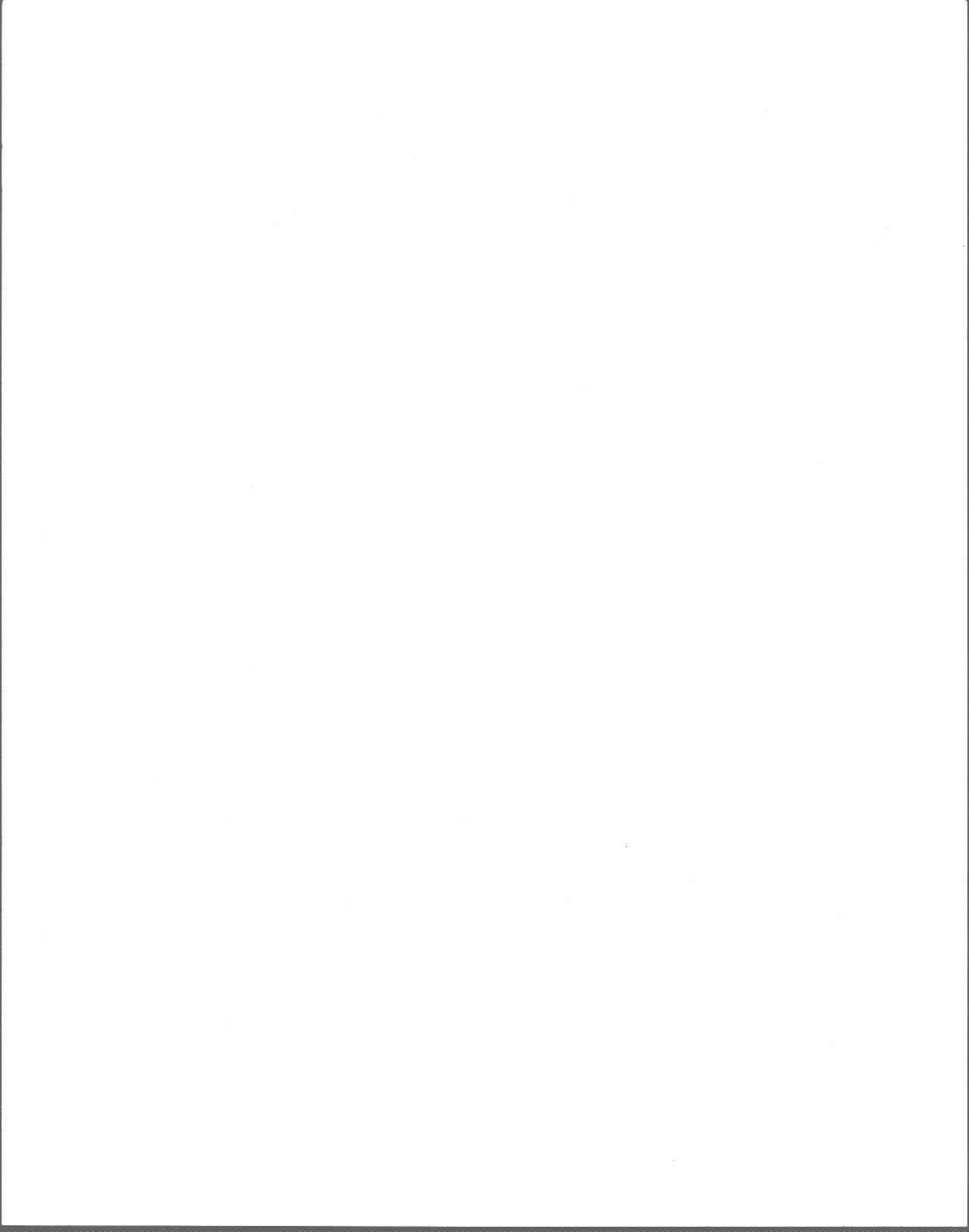
REMERCIEMENTS

J'aimerais d'abord remercier mes co-directeurs, messieurs Daniel Cluis et Guy Morin pour les nombreux conseils qu'ils m'ont prodigués et pour la correction de ce mémoire.

Je tiens à témoigner de ma reconnaissance à monsieur Numa Marcotte du service hydraulique de l'Hydro-Québec, pour l'attention apporté à la correction de ce mémoire.

Je remercie également madame Lise Raymond pour le soin apporté à la dactylographie, messieurs André Parent et Jean Lacroix pour l'élaboration des figures et monsieur Magella Cantin pour les informations fournies quant aux références bibliographiques.

Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance à Ginette pour les critiques qu'elle m'a apportées quant à la rédaction de ce travail.



RÉSUMÉ

Ce travail a porté sur l'élaboration d'un modèle stochastique de température de l'eau et sur une comparaison de performance entre ce dernier et un modèle conceptuel, les deux modèles étant appliqués au bassin de la rivière Sainte-Anne de la Pérade.

Le modèle stochastique, développé selon l'approche de Box et Jenkins, a été établi essentiellement avec les données de l'année 1969.

Le modèle déterministe ayant déjà été appliqué à la même rivière par Morin et al. (1983), seule une étude de sensibilité sur la température des eaux souterraines, sur la profondeur de la rivière et sur le paramètre fixant la date de débâcle fut faite.

L'étude comparative entre le modèle conceptuel et le modèle stochastique comprend une analyse graphique, une analyse statistique et le calcul des erreurs quadratiques moyennes. La qualité de l'ajustement des deux modèles a également été comparée selon la méthode de Prince (1982).

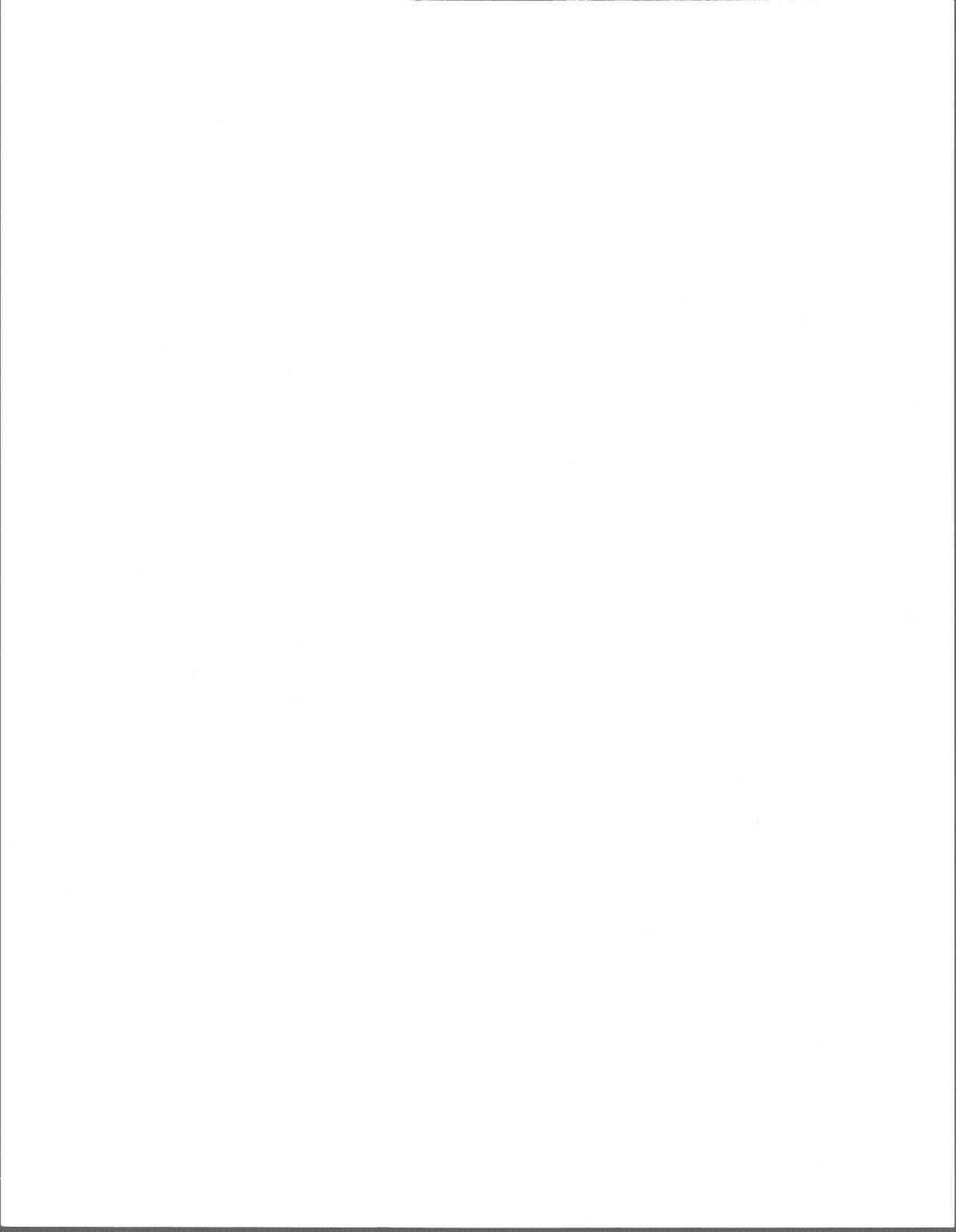


TABLE DES MATIÈRES

	Page
REMERCIEMENTS	i
RÉSUMÉ	ii
TABLE DES MATIÈRES	iii
LISTE DES TABLEAUX	v
LISTE DES FIGURES	viii
INTRODUCTION	1
Chapitre 1: Caractérisation des modèles et des données retenues .	4
1.1 Caractéristiques des modèles	4
1.2 Le bassin versant de la rivière Ste-Anne	6
1.3 Données d'entrée	8
Chapitre 2: Modèle stochastique	9
2.1 Revue de la littérature	9
2.1.1 Composante saisonnière	9
2.1.2 Fluctuations à court terme	10
2.1.3 Résultats obtenus	13
2.2 Application à la rivière Ste-Anne	15
2.2.1 Structure de la série des températures de l'eau	15
2.2.2 Structure de la série des températures de l'air	26
2.2.3 Élaboration de la fonction de transfert entre les séries résiduelles de l'air et de l'eau	33

Chapitre 3: Modèle déterministe	41
3.1 Revue de littérature et intégration du modèle de prédiction de température de l'eau au modèle CEQUEAU	41
3.1.1 Revue de littérature	41
3.1.2 Intégration au modèle CEQUEAU	49
3.2 Analyse de sensibilité	55
3.2.1 Appliquée à la température des eaux souterraines	56
3.2.2 Pour diverses profondeurs de rivière	62
3.2.3 Du paramètre fixant la date de débâcle	66
3.3.4 Essais complémentaires	68
Chapitre 4: Comparaison des performances	75
4.1 Analyse graphique	75
4.2 Analyse statistique	84
4.2.1 Séries observées	84
4.2.2 Séries calculées par le modèle conceptuel	84
4.2.3 Séries calculées par le modèle stochastique	87
4.3 Calcul des erreurs quadratiques moyennes	91
4.4 Comparaison des performances selon la méthode de Prince	92
4.4.1 Base annuelle	96
4.4.2 Base périodique	96
4.5 Résumé	99
CONCLUSION	103
BIBLIOGRAPHIE	105
ANNEXE A	108

Liste des tableaux

	Page
Tableau 2.1: Paramètres statistiques et coefficients d'auto-corrélation de la série des températures observées de l'eau et de sa composante saisonnière	21
Tableau 2.2: Coefficients d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle ajustés à la série résiduelle de l'eau et à la série de bruit du modèle autorégressif	25
Tableau 2.3: Paramètres statistiques et coefficients d'auto-corrélation de la série des températures de l'air et de sa composante saisonnière	28
Tableau 2.4: Coefficients d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle ajustés à la série résiduelle de la température de l'air et à la série de bruit du modèle autorégressif	32
Tableau 2.5: Coefficients d'autocorrélation AC et d'autocorrélation partielle ACP de la partie non expliquée de la fonction de transfert: a) sans modélisation de sa persistance b) après modélisation de sa persistance	36
Tableau 2.6: Coefficients de la fonction de transfert et du modèle de structure après élimination des paramètres non significatifs	38
Tableau 3.1: Températures moyennes mensuelles pour l'année 1968 selon les différentes températures d'eau souterraine.	58

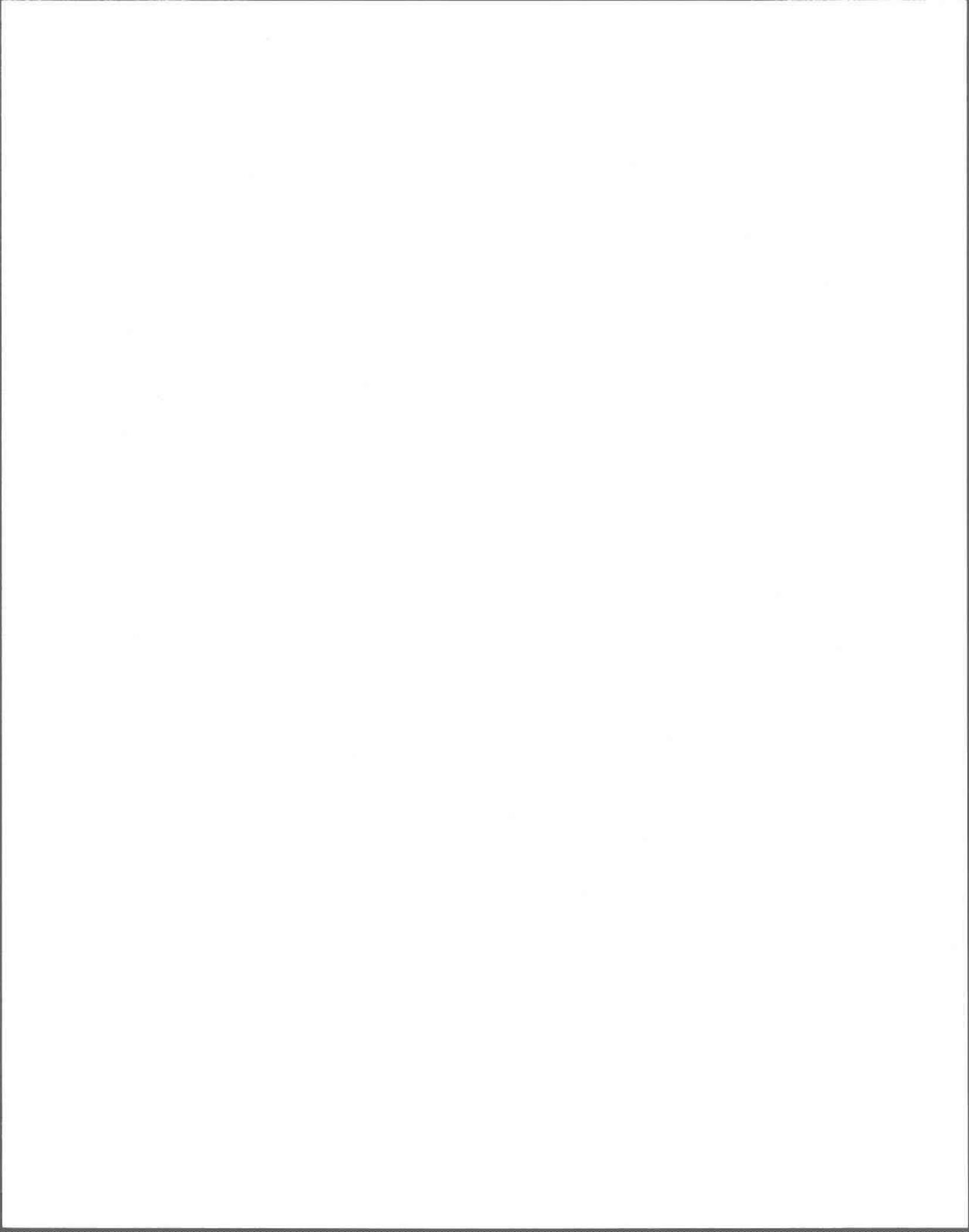
Tableau 3.2:	Températures moyennes mensuelles pour l'année 1969 selon différentes températures d'eau souterraine	59
Tableau 3.3:	Températures moyennes mensuelles pour 1968 selon différentes profondeurs de rivière	63
Tableau 3.4:	Températures moyennes mensuelles pour 1969 selon différentes profondeurs de rivière	64
Tableau 3.5:	Retards observés selon le paramètre de dégel pour 1968 et 1969	67
Tableau 3.6:	Températures moyennes mensuelles pour 1968 selon les températures des eaux souterraines, la pro- fondeur de la rivière et un paramètre de débâcle de 0,8	70
Tableau 3.7:	Températures moyennes mensuelles du modèle pour 1969 selon les températures des eaux souterraines, la profondeur de la rivière et un paramètre de débâcle de 0,8	71
Tableau 3.8:	Températures moyennes mensuelles pour 1968 selon les températures des eaux souterraines, une profondeur de rivière d'un mètre et un paramètre de débâcle de 0,8.	73
Tableau 3.9:	Températures moyennes mensuelles du modèle pour 1969 selon les températures des eaux souterraines, une profondeur de rivière d'un mètre et un paramètre de débâcle de 0,8	74
Tableau 4.1:	Paramètres statistiques des séries observées et calculées pour 1968 à 1971 inclusivement	85

Tableau 4.2: Paramètres statistiques des séries résiduelles des modèles stochastique et déterministe pour 1968 à 1971 inclusivement	86
Tableau 4.3: Erreurs quadratiques moyennes des modèles conceptuel et stochastique pour les années 1968 à 1971 inclusivement	93
Tableau 4.4: Paramètres des droites de régression pour 1968 à 1971 inclusivement	97
Tableau 4.5: Paramètres des droites de régressions définies sur une base saisonnière pour 1968 à 1971	98
Tableau 4.6: Erreurs-types des pentes des droites de régression définies sur une base saisonnière	100
Tableau 4.7: Avantages et inconvénients des modèles conceptuel et stochastique	101
Tableau 4.8: Avantages et inconvénients relevés lors des essais ..	102

Liste des figures

	Page
Figure 1.1: Le bassin versant de la rivière Sainte-Anne	7
Figure 2.1: Ajustement de la fonction périodique sur les températures de l'eau pour l'année 1968	17
Figure 2.2: Ajustement de la fonction périodique sur les températures de l'eau pour l'année 1969	18
Figure 2.3: Ajustement de la fonction périodique sur les températures de l'eau pour l'année 1970	19
Figure 2.4: Ajustement de la fonction périodique sur les températures de l'eau pour l'année 1971	20
Figure 2.5: Coefficients d'autocorrélation des températures de l'eau en fonction du retard	23
Figure 2.6: Coefficients d'autocorrélation partielle des températures de l'eau en fonction du retard	24
Figure 2.7: Coefficients d'autocorrélation des températures de l'air en fonction du retard	30
Figure 2.8: Coefficients d'autocorrélation partielle des températures de l'air en fonction du retard	31
Figure 2.9: Coefficients de corrélation croisée entre les séries résidualisées de l'air et de l'eau en fonction du retard	34

Figure 2.10:	Températures observées et calculées par le modèle stochastique pour l'année de calibration	40
Figure 4.1:	Températures de l'eau observées et calculées par le modèle stochastique pour l'année 1968	76
Figure 4.2:	Températures de l'eau observées et calculées par le modèle déterministe pour l'année 1968	77
Figure 4.3:	Températures observées et calculées par le modèle déterministe pour l'année 1969	78
Figure 4.4:	Températures de l'eau observées et calculées par le modèle stochastique pour l'année 1970	80
Figure 4.5:	Températures de l'eau observées et calculées par le modèle déterministe pour l'année 1970	81
Figure 4.6:	Températures de l'eau observées et calculées par le modèle stochastique pour l'année 1971	82
Figure 4.7:	Températures de l'eau observées et calculées par le modèle déterministe pour l'année 1971	83
Figure 4.8:	Résidus du modèle conceptuel en fonction du temps ..	88
Figure 4.9:	Résidus de la composante à long terme en fonction du temps	89
Figure 4.10:	Résidus du modèle stochastique en fonction du temps.	90



Introduction

La température de l'eau est un facteur environnemental important de l'écosystème; sa variation a des conséquences potentielles sur les propriétés biologiques, chimiques et physiques, de même que sur plusieurs paramètres de qualité de l'eau. Un rejet thermique peut entraîner la disparition d'herbivores et de carnivores particulièrement sensibles à la chaleur; on estime qu'un changement de température de 2°C cause la disparition d'environ 80% des espèces chez les herbivores et le zooplancton. De plus, la pollution thermique entraîne la prolifération d'algues flottantes, d'où une augmentation de matière organique et une plus grande utilisation de l'oxygène présent dans le milieu. Dans les cas extrêmes, des algues bleues-vertes, algues moins sensibles à la chaleur peuvent être dénombrées. À cause de la capacité de ces algues à fixer l'azote atmosphérique, il peut y avoir pollution par excès de nutriments. La pollution thermique augmente également la vitesse des réactions; une élévation de température de 10°C double la vitesse des réactions. Outre les caractéristiques fondamentales de l'eau telles que la viscosité, la pression de vapeur, la densité, la tension superficielle et la solubilité des gaz, les processus de sédimentation, d'adsorption, d'échanges ioniques, de floculation et d'infiltration sont modifiés par un changement de température de l'eau. La pollution thermique réduit la capacité d'assimilation d'un cours d'eau et peut affecter éventuellement son utilisation.

Les changements de température sont attribuables soit à une cause naturelle, ou soit à l'activité humaine. Il devient donc important, avant toute prise de décision face aux aménagements envisagés, de préciser lesquelles des caractéristiques des variations de température sont rattachées à chacune de ces causes. Si la variation des températures reste dans la gamme des variations normalement observées à l'état naturel, l'impact environnemental sera négligeable; si par contre, les températures estimées après aménagement sont nettement supérieures à celles observées à l'état naturel, les préjudices subis par le milieu seront significatifs.

Les modèles permettent d'évaluer approximativement les variations de température. Il existe deux classes de modélisation: les modèles de type stochastique et les modèles de type physique ou conceptuel. Le premier estime la température de l'eau, variable dépendante, en fonction des paramètres météorologiques ou physiques, variables indépendantes, jugés significatifs. Habituellement, il relie les séries historiques de température de l'eau à celle de l'air en procédant par décomposition de séries: parties déterministe et stochastique, puis en établissant des relations entre la durée des épisodes météorologiques chauds ou froids et la persistance de leurs effets.

Le modèle stochastique, élaboré à l'aide d'un seul paramètre, peut-il donner des prédictions aussi précises que le modèle conceptuel basé sur l'ensemble des paramètres influençant la température du plan d'eau? Pour répondre à cette interrogation, une comparaison de performance entre un

modèle conceptuel et un modèle stochastique fut effectuée. Cette étude comprend une analyse graphique, une analyse statistique des températures calculées et observées ainsi que des séries résiduelles, le calcul de l'erreur quadratique moyenne et une analyse de leur ajustement selon la méthode de Prince (1982). Le modèle stochastique que nous avons élaboré couvre une année entière; il est basé sur les températures de l'air et de l'eau de 1969. Le modèle conceptuel développé par Morin et al. (1983) ainsi que le modèle stochastique ont été appliqués à la rivière Sainte-Anne. Notons toutefois que l'étude du modèle conceptuel s'est limitée à une analyse de sensibilité de certains paramètres jugés significatifs des variations de température.

1. Caractérisation des modèles et des données retenues

1.1 Caractéristiques des modèles

Par définition, un modèle est la simplification d'un système plus ou moins complexe et de ses interactions. Selon le but recherché, seules quelques variables jugées les plus importantes et les plus sensibles sont retenues pour son élaboration. Le modèle est en quelque sorte un regroupement d'affirmations mathématiques contenant à la fois des quantités mathématiques, des opérations, des relations et des définitions. Un modèle doit: donner des réponses compatibles avec la réalité, être le plus général possible et avoir la capacité de prédire. Il existe deux types de modèle: déterministe ou conceptuel et statistique ou stochastique. Le modèle déterministe se base sur les mécanismes physiques réels affectant le phénomène. Les équations ou relations définies dans le modèle stochastique résultent soit de l'analyse interne des séries chronologiques, soit, de l'analyse spectrale ou soit, de l'étude de la droite de régression. Aucun processus réel n'est représenté dans ce modèle. Dans le modèle déterministe, l'erreur est entièrement attribuable à l'insuffisance du modèle; dans le modèle stochastique, l'erreur résulte du comportement aléatoire du système. Une fois le modèle formulé et exprimé en un système d'équations, sa capacité à reproduire les caractéristiques et le comportement du système réel doivent être vérifiés. L'étape de simulation aide à la fois à mieux comprendre le système et à reformuler ou à modifier le modèle initial. L'étape de validation informe quant à la qualité de l'ajustement du modèle. Cette dernière étape

s'effectue à partir de données autres que celles ayant déjà servi à son élaboration. Le modèle vise à donner de l'information sur un système avec suffisamment de précision grâce à un minimum de données d'entrée, à informer quant à la nature des relations d'entrée-sortie du système et à identifier les forces ou les phénomènes responsables d'un type de réactions particulières.

Les mécanismes physiques qui affectent la température de l'eau sont bien connus; l'objectif premier du modèle est donc de prédire les données réelles. Les interactions entre les différents paramètres du modèle conceptuel sont très complexes et leur importance varie en fonction du temps et de l'espace. En outre, le modèle déterministe nécessite une large gamme de données d'entrée. Cependant, ce type de modèle permet des extrapolations, c'est-à-dire qu'il permet d'estimer les conséquences des projets d'aménagement ou encore de rejets thermiques; il offre l'avantage d'analyser la situation en terme de solutions alternatives, ce qui est impossible avec le modèle stochastique. Ce dernier modèle requiert de longues séries d'observations, le nombre de paramètres nécessaire est toutefois moindre; son élaboration est très simplifiée. Contrairement au modèle conceptuel, le modèle stochastique est établi et validé localement; aucune étude d'impact ne peut être faite sur la base de ce modèle.

1.2 Le bassin versant de la rivière Sainte-Anne

Localisé sur la rive nord du St-Laurent entre Trois-Rivières et Québec, la rivière Sainte-Anne a son embouchure au niveau de La Pérade (figure 1.1); elle fait partie de la région hydrographique 05. Le bassin se divise en deux grandes unités physiques soit le bouclier Laurentien et la plaine du St-Laurent. La région de St-Raymond se signale comme la zone intermédiaire entre les deux unités morphologiques. Au niveau de St-Raymond, cette rivière prend l'aspect d'un cours d'eau de plaine. Ses caractéristiques physiques sont comparables à celles des rivières Batiscan, Jacques-Cartier, Montmorency, Maskinongé et l'Assomption. La station d'échantillonnage située en aval du barrage à Chute-Panet est à la latitude $46^{\circ}51'10''$ N et à la longitude $71^{\circ}52'39''$ W. Il est à noter qu'en amont du point d'échantillonnage la rivière se divise en deux sous-bassins de même importance. Toutefois, ces derniers ont des comportements très différents (figure 1.1). En amont de cette station, la superficie atteint 1550 km^2 ; la superficie totale du bassin versant est de 2690 km^2 . Selon les simulations du modèle CEQUEAU, la superficie de forêt, en amont de la station de mesure occupe $1482,0 \text{ km}^2$, celle des lacs, $54,0 \text{ km}^2$ et celle des marais, $5,0 \text{ km}^2$. L'altitude maximale est de $641,0$ mètres; l'altitude moyenne, en amont de cette même station atteint $491,1$ mètres. On estime qu'à la station, l'altitude y est de $193,0$ mètres. Aucun rejet thermique n'est observé. Son régime est influencé journallement. L'activité économique de ce bassin y est réduite. En 1981, la population atteint $17\ 000$ habitants (statistique Canada; 1982).

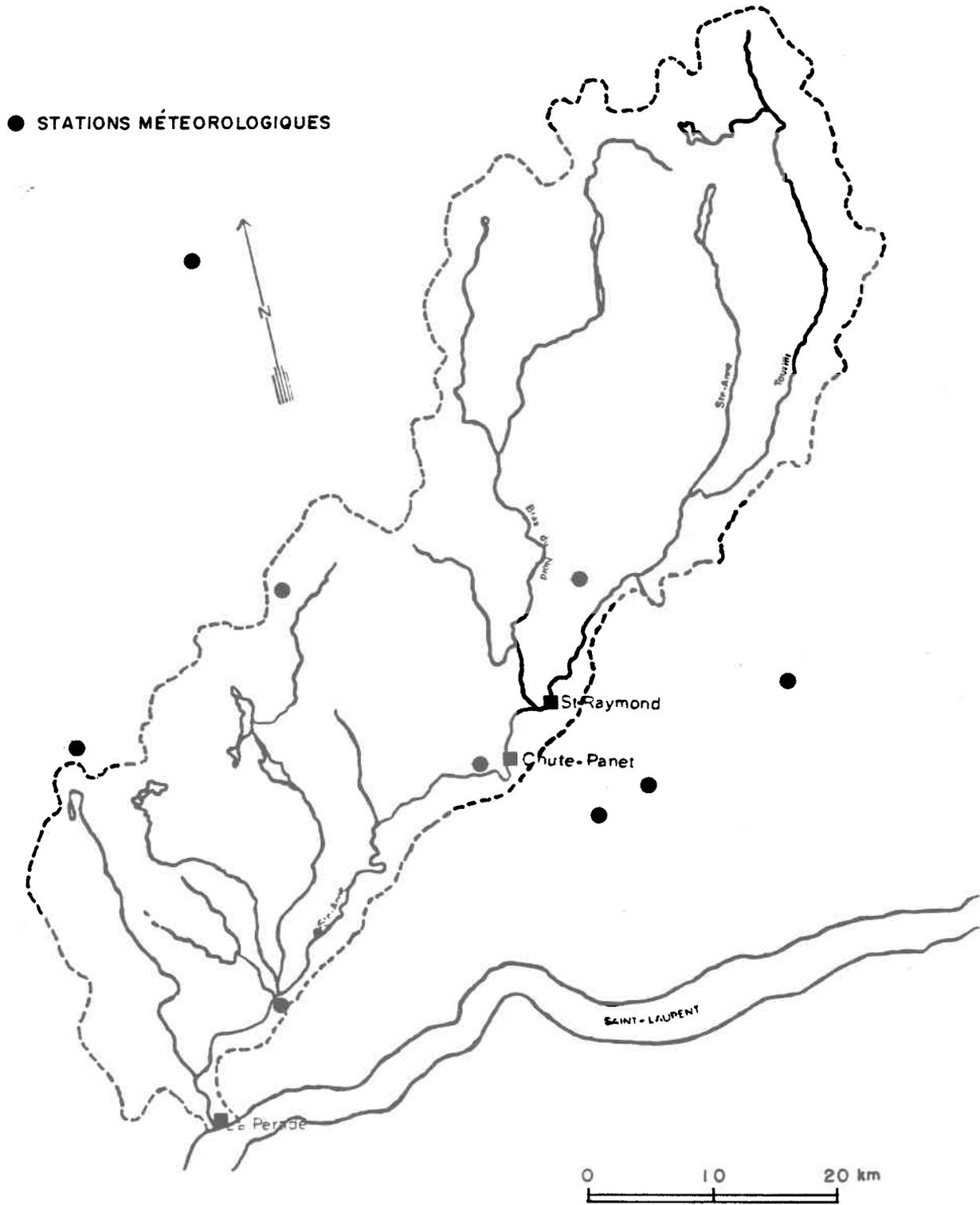


FIGURE 1.1: Le bassin versant de la rivière Sainte-Anne.

1.3 Données d'entrée

Les données de température de l'eau nécessaires à cette étude ont été recueillies à la station 050408 située à 1,3 km en aval du barrage de Chute-Panet. Les températures de l'eau utilisées sont des moyennes journalières. Les observations couvrent les années 1968 à 1971 inclusivement. Les températures de l'air maximales et minimales, communiqué par le service de météorologie du Québec, proviennent des stations 701LEEH, 7011600, 7012240, 7016560, 7016675, 7016800, 7016840, 7016932, 7018577 et 7042388. La pondération attribuée à chaque station fut effectuée selon la méthode des polygones de Thiessen. Les données de température d'eau souterraine proviennent de Gélinas et al., 1983. Aucune étude de normalité n'a été effectuée sur les données de température de l'air. Les séries de température de l'eau de 1969 et 1970 ne sont pas distribuées normalement (tableau 4.1); quant à 1968 et 1971, aucune étude de normalité n'a été faite car certaines mesures étaient manquantes. Toutes ces mesures de température de l'eau et de l'air ont été effectuées avec des pas de temps journaliers. La moyenne arithmétique entre les températures de la veille et du jour suivant nous a permis d'estimer les données manquantes. Cependant, dans le cas où plusieurs températures successives n'avaient pas été mesurées, aucune approximation n'a été faite.

2. Modèle stochastique

2.1 Revue de littérature

Peu de littérature existe sur les modèles stochastiques de prédiction de température journalière de l'eau en rivière. De plus, les techniques utilisées pour l'élaboration de tels modèles sont similaires. Habituellement on définit ce modèle comme la somme d'une composante saisonnière, décrivant la tendance annuelle et d'une composante à court terme, expliquant les fluctuations journalières.

En régime naturel, les facteurs météorologiques et physiques affectent la température d'un cours d'eau. Smith (1975) note que les variations de débit et de température de l'air expliquent jusqu'à 85% des variations des températures maximale et minimale de l'eau en rivière durant la période estivale, alors qu'en période de crue, les changements thermiques sont davantage attribuables aux transferts de masse. Selon Song et Chien (1977), il existe une forte corrélation entre les séries de température maximale et minimale de l'air et les séries de température de l'eau. Ces trois séries de température sont habituellement utilisées dans l'élaboration des modèles stochastiques.

2.1.1 Composante saisonnière

Pour une rivière convenablement mélangée, les mesures des températures de l'air et de l'eau effectuées à heures fixes, s'alignent autour

d'une sinusoïde de périodicité égale à une année (Ward, 1963; Johnson, 1971). Cette fonction possède une grande stabilité interannuelle. Une analyse effectuée par Smith (1971) sur trois rivières différentes d'une même région montre l'existence d'une forte similarité entre les coefficients d'amplitude et de déphasage des cycles saisonniers; les coefficients de corrélation calculés entre les valeurs moyennes mensuelles observées et définies par la sinusoïde sont élevées pour ces trois rivières. La tendance saisonnière peut être représentée par un harmonique simple (Kothadaraman, 1972). Ce premier harmonique compte pour environ 80 à 95% de la variance totale des séries de température, alors que les harmoniques supplémentaires représentent moins de 4%. Ward (1963) a démontré que l'emploi d'un seul harmonique est suffisant pour expliquer les variations saisonnières d'un cours d'eau où il y a absence de gel durant la période hivernale. L'emploi de plusieurs harmoniques s'avère utile lorsqu'il y a formation d'un couvert de glace, le processus de transfert de chaleur entre la rivière et l'air étant modifié (Cluis, 1972). Kothadaraman (1972) constate de plus que l'augmentation de l'amplitude de la sinusoïde de l'air entraîne l'augmentation de l'amplitude de la sinusoïde de l'eau.

2.1.2 Fluctuations à court terme

La composante cyclique explique la tendance annuelle des températures de l'air et de l'eau. Cependant, des perturbations atmosphériques viennent modifier cette courbe. Il s'agit, dans la composante à court terme, de représenter l'effet des épisodes météorologiques aléatoires sur la

température de l'eau. Selon Kothadaraman (1972), les variations non-saisonnnières des températures de l'eau sont bien corrélées avec les variations non-saisonnnières de l'air. Une analyse des fluctuations journalières autour des sinusoides de l'eau et de l'air montre une distribution de probabilité normale (Kothandaraman, 1972). L'emploi des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle ou du spectre des fréquences permet de définir la structure de la persistance des résidus liée à chacune des séries.

Détermination de la température représentative de l'air

Les relevés des températures journalières de l'air sont publiés le plus souvent sous la forme de deux séries: les températures maximales et minimales. Cependant, la recherche d'une température de l'eau journalière unique, nous suggère de relier les deux séries de températures de l'air pour en définir une seule qui soit représentative de la température moyenne réelle de la journée. Edinger et al. (1968) et Duttweiler (1963) constatent que la température de l'eau est à la "poursuite" d'une température d'équilibre déterminée par différents termes du bilan thermique: la température de l'air, la radiation solaire nette, la vitesse du vent, l'humidité relative et les conditions nuageuses. Dingman (1972) la définit comme la température où il y a absence d'échange d'énergie entre l'atmosphère et l'eau. Comme les conditions atmosphériques fluctuent régulièrement, cette température d'équilibre n'est jamais atteinte. Certains auteurs adoptent plutôt la notion de température représentative des échanges de chaleur entre le plan d'eau et l'atmosphère. Celle-ci n'est alors définie qu'à partir des températures de l'air maximale et minimale et des températures de l'eau. Cluis

(1972) choisit comme température représentative la combinaison linéaire entre la température de l'air maximale et minimale pour laquelle il n'y a pas d'échange de chaleur sensible au sommet du cycle. Lors de la période précédant l'atteinte du maximum de température de la sinusoïde de l'eau, la rivière présente un bilan d'énergie net positif; après cette période, le cours d'eau libère plus de chaleur qu'elle en reçoit et cela, afin d'établir un équilibre avec l'atmosphère; dans ce cas-ci, on accorde plus d'importance à la température maximale de l'air. Souvent cette température représentative est prise égale à la moyenne arithmétique entre les températures de l'air maximale et minimale.

Composante résiduelle ou à court terme

Song et Chien (1977) montrent qu'il existe une forte autocorrélation des diverses séries résiduelles de l'air et de l'eau. Toutefois, le résidu de l'air est moins autocorrélé que celui de l'eau, cela, à cause de la capacité de l'eau d'emmagasiner beaucoup plus de chaleur. L'analyse du corrélogramme met habituellement en évidence des modèles de type autorégressif d'ordre un ou deux.

La relation globale entre les séries résiduelles de l'air et de l'eau trouvée par Cluis (1972), se définit comme la somme d'un modèle autorégressif d'ordre un pour l'air et d'ordre deux pour l'eau. Après enlèvement des séries autorégressives, la série résiduelle des écarts ne présente aucune périodicité. La différence entre la température de l'eau observée et

celle calculée par la sinusoïde au jour t s'écrit sous la forme:

$$TW(t) - TSW(t) = A_1 [TW(t-1) - TSW(t-1)] + A_2 [TW(t-2) - TSW(t-2)] + K [TA(t) - TSA(t)]$$

où

t = jour de l'année;

TW = température de l'eau;

TSW = température de l'eau définie par la sinusoïde;

TA = température représentative de l'air;

TSA = température représentative de l'air définie par la sinusoïde;

A_1, A_2 = coefficient du processus autorégressif d'ordre 2;

K = coefficient d'échange optimisé défini essentiellement par les conditions météorologiques.

On note une bonne stabilité dans les valeurs des paramètres de la composante résiduelle d'une année à l'autre.

2.1.3 Résultats obtenus

Cluis (1972) a testé ce type de modèle sur la rivière du Nord à Saint-Jérôme. La période d'étude s'échelonne sur 170 jours à partir du 11 juin 1969. La composante à long terme est une sinusoïde. L'équation globale obtenue est:

$$T(t) = 21,90 [\sin \{0,0172 (t) + 0,773\}] + 47,49 + 0,712 [TW(t-1) - TSW(t-1)] - 0,150 [TW(t-2) - TSW(t-2)] + 0,062 [TA(t) - TSA(t-1)]$$

où 47,49 représente la moyenne des températures de l'eau en degré Fahrenheit. La valeur absolue de la moyenne des fluctuations mesurées pour la partie entièrement déterministe est 1,24°F; l'addition de la partie résiduelle fait chuter cette valeur à 0,59°F.

En excluant les trois mois d'hiver de 1969, Kothadaraman (1972) obtient pour son modèle ajusté à la rivière Illinois à Peoria, une erreur standard de 1,4°F. La composante aléatoire de l'eau s'exprime à partir des écarts entre la composante saisonnière et les valeurs observées des températures de l'air, pondérés sur les deux jours antérieurs.

Données requises

Une fois la sinusoïde connue, seules les températures de l'eau des premiers jours sont nécessaires pour calculer les températures subséquentes; le nombre de mesures requis est fonction de la composante à court terme. Les températures de l'eau peuvent aussi être prises directement sur la sinusoïde ou encore être évaluées.

2.2 Application à la rivière Sainte-Anne

Ce modèle fut établi selon l'approche de Box et Jenkins (ref. Annexe A). Les différents modèles de structure ainsi que la fonction de transfert ont été évalués à l'aide du "Pack System".

Dans les paragraphes et les travaux de ce chapitre, les résultats ne concernent que l'année de calibration, soit 1969.

2.2.1 Structure de la série des températures de l'eau

Composante à long terme

La composante déterministe de notre modèle stochastique se base essentiellement sur les données de température de l'eau pour l'année 1969. Les composantes de la fonction périodique ont été évaluées à l'aide d'une décomposition en séries de Fourier; des essais pour un, deux et trois harmoniques ont été effectués. L'ajustement dans le cas d'un harmonique simple s'est avéré très imprécis. L'écart maximal rencontré entre les valeurs calculées par la sinusoïde et observées durant la période de gel: période où la température du cours d'eau est égale à $0,0^{\circ}\text{C}$, atteint $2,8^{\circ}\text{C}$. La température maximale calculée pour l'eau est $17,7^{\circ}\text{C}$ alors que la valeur observée est $23,9^{\circ}\text{C}$. L'addition d'un second harmonique améliore de façon appréciable l'approximation. En effet, les écarts rencontrés par rapport aux valeurs mensuelles pour les mois de janvier, février, mars, décembre et début avril

sont inférieurs à $0,6^{\circ}\text{C}$. Cependant, l'ajout de ce second harmonique ne permet pas de reproduire le gel observé en décembre; pour l'année 1969, on observe un début de gel aux environs du 26 décembre. La température maximale calculée est alors de $20,4^{\circ}\text{C}$. L'amélioration apportée par l'addition d'un troisième harmonique est faible; la valeur maximale calculée est également de $20,4^{\circ}\text{C}$. Les températures de l'eau prédites par la fonction périodique au cours du premier mois de simulation c'est-à-dire durant la période de gel, s'approchent davantage de la valeur zéro; par rapport à la représentation par deux harmoniques, les différences de température sont inférieures à $0,5^{\circ}\text{C}$. Les résultats obtenus par la fonction périodique déterminée à partir de deux harmoniques ont été considérés comme satisfaisants. Les figures 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4 montrent la performance de la fonction périodique sur les températures de l'eau pour 1968 à 1971 inclusivement. La variance expliquée par cette composante périodique atteint 96,9%. Une forte autocorrélation est notée entre les valeurs observées (tableau 2.1). La présence de lacs en amont de la station d'échantillonnage peut expliquer la forte influence des jours antérieurs.

Composante à court terme

L'élaboration de cette composante n'a porté que sur 247 données. Les valeurs de la fonction périodique inférieures ou égales à $1,0^{\circ}\text{C}$ ont été éliminées, la précision obtenue par rapport aux températures réelles étant jugée satisfaisante avec un écart maximal de $0,6^{\circ}\text{C}$.

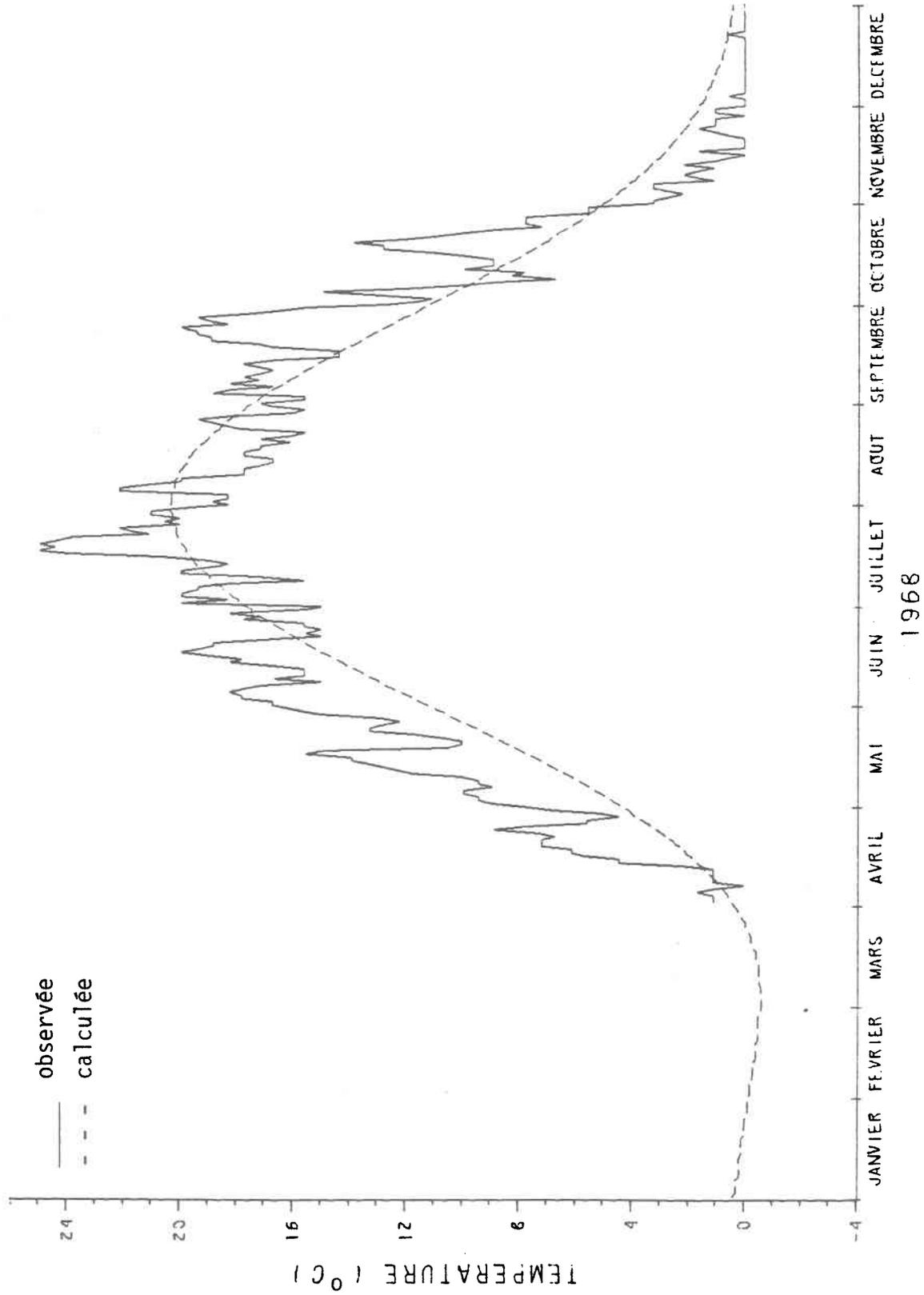


FIGURE 2.1: Ajustement de la fonction périodique sur les températures de l'eau pour l'année 1968.

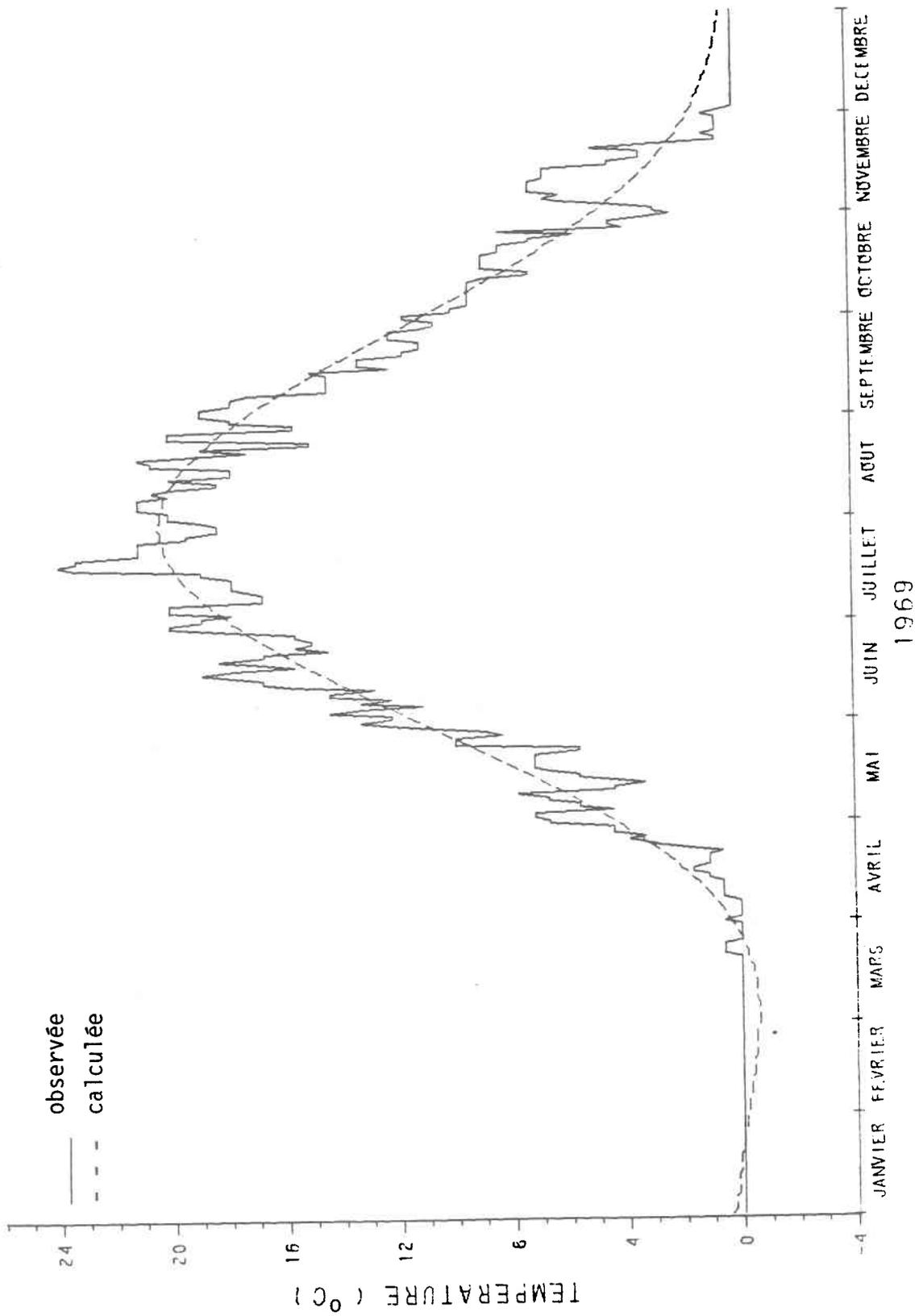


FIGURE 2.2: Ajustement de la fonction périodique sur les températures de l'eau pour l'année 1969.

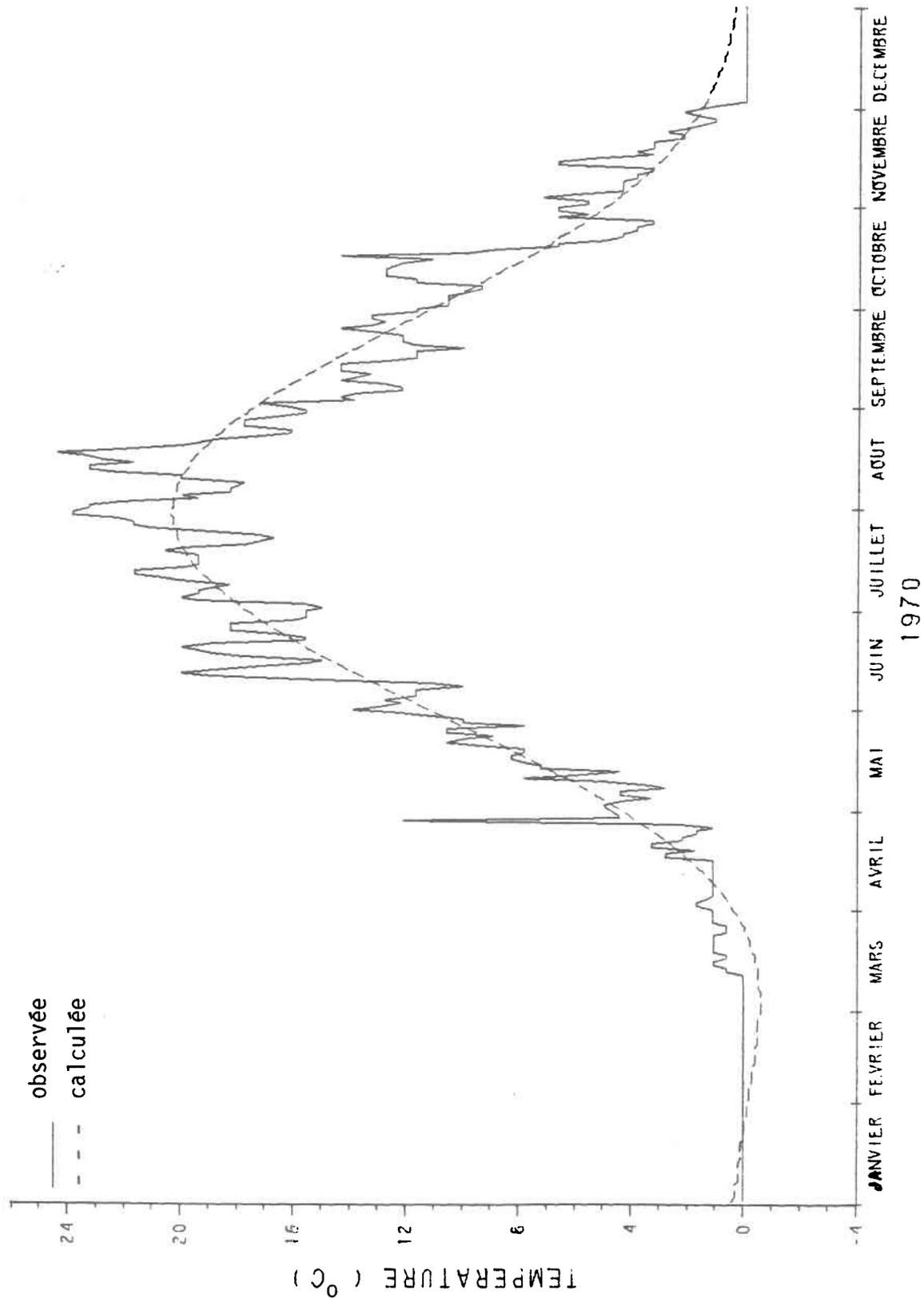


FIGURE 2.3: Ajustement de la fonction périodique sur les températures de l'eau pour l'année 1970.

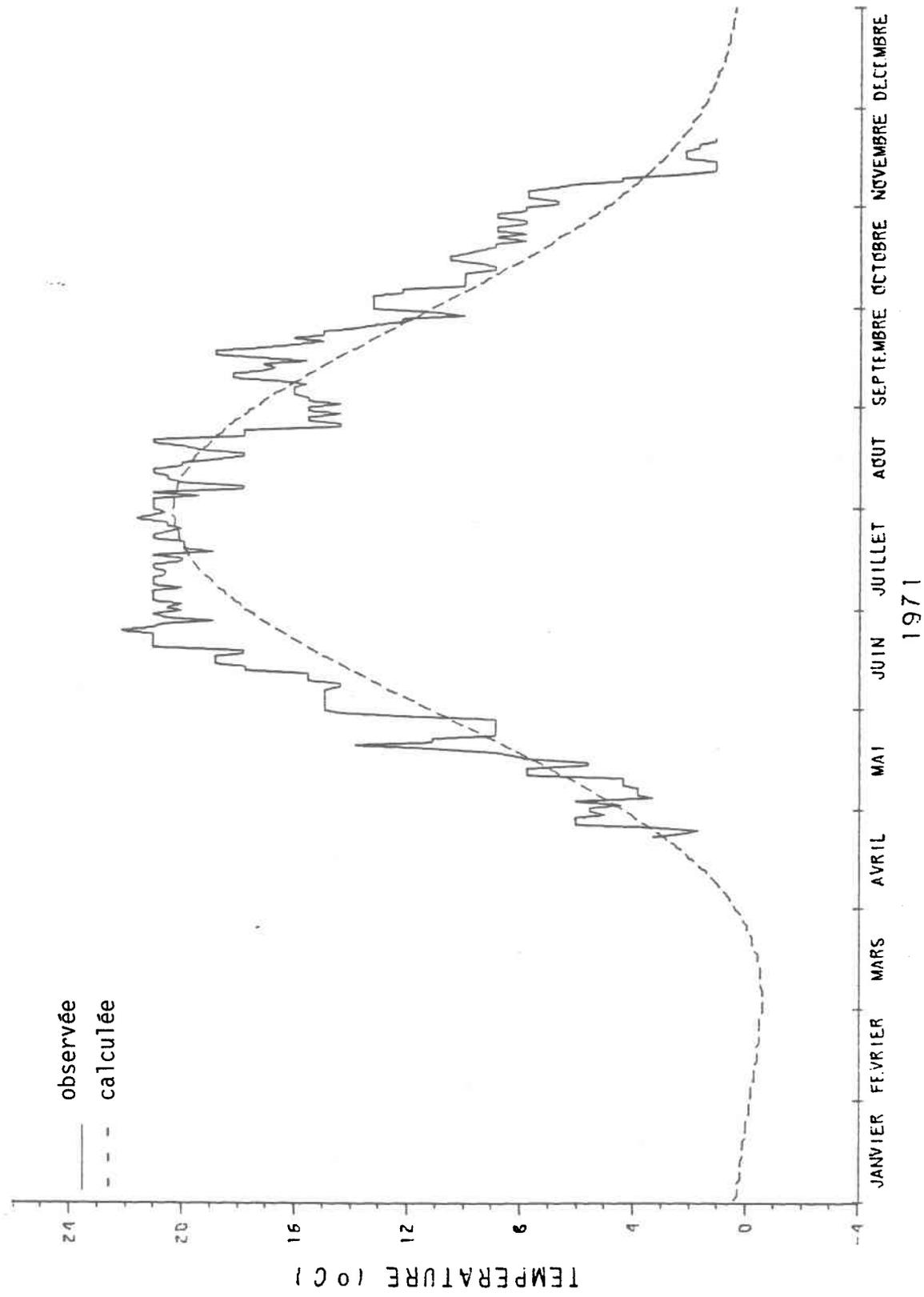


FIGURE 2.4: Ajustement de la fonction périodique sur les températures d'eau pour l'année 1971.

Tableau 2.1: Paramètres statistiques et coefficients d'autocorrélation de la série des températures observées de l'eau et de sa composante saisonnière.

	Paramètre statistique		Coefficient d'autocorrélation retard (k)			
	moyenne	variance	1	2	3	4
température observée	7,4	57,9	0,988	0,978	0,970	0,963
composante saisonnière	7,4	56,1*	0,997	0,994	0,991	0,987

* variance expliquée par la composante

Sous l'hypothèse nulle, on a testé l'identification de cette nouvelle série à une série de bruit blanc. La valeur du chi-deux calculée est 334,55. Selon la table du chi-deux tirée de Rainville et Baillargeon (1975), la valeur correspondante à un niveau de confiance de 95% et à 36 degrés de liberté est 50,96. L'hypothèse nulle est à rejeter, la valeur calculée se situant à l'extérieur de la zone d'acceptation. Les coefficients d'autocorrélation partielle indiquent que la structure de la série résiduelle de l'eau peut être représentée par un processus markovien d'ordre un. Seule la première valeur de ce coefficient est significativement différente de zéro, l'intervalle de confiance est d'environ 0,13 (figure 2.5, 2.6 et tableau 2.2). Aucune transformation ou différenciation des données n'est nécessaire. Compte tenu de la précision des données, la moyenne est considérée égale à zéro, ce qui assure au modèle la stationnarité, condition nécessaire et suffisante. Après enlèvement de la composante à court terme, aucune périodicité n'est décelée dans la partie résiduelle. Les coefficients d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle n'étant pas significativement différents de zéro, la partie résiduelle est purement aléatoire (tableau 2.2). Selon le test du chi-deux, la série résiduelle du modèle autorégressif est constituée par une série de bruit blanc.

Le modèle de structure des résidus de l'eau est de la forme:

$$RE(t) = 0,716 RE(t-1) + \epsilon(t)$$

où

$RE(t)$ = différence entre la valeur observée et la composante saisonnière au jour t ;

$\epsilon(t)$ = composante purement aléatoire au jour de rang t .

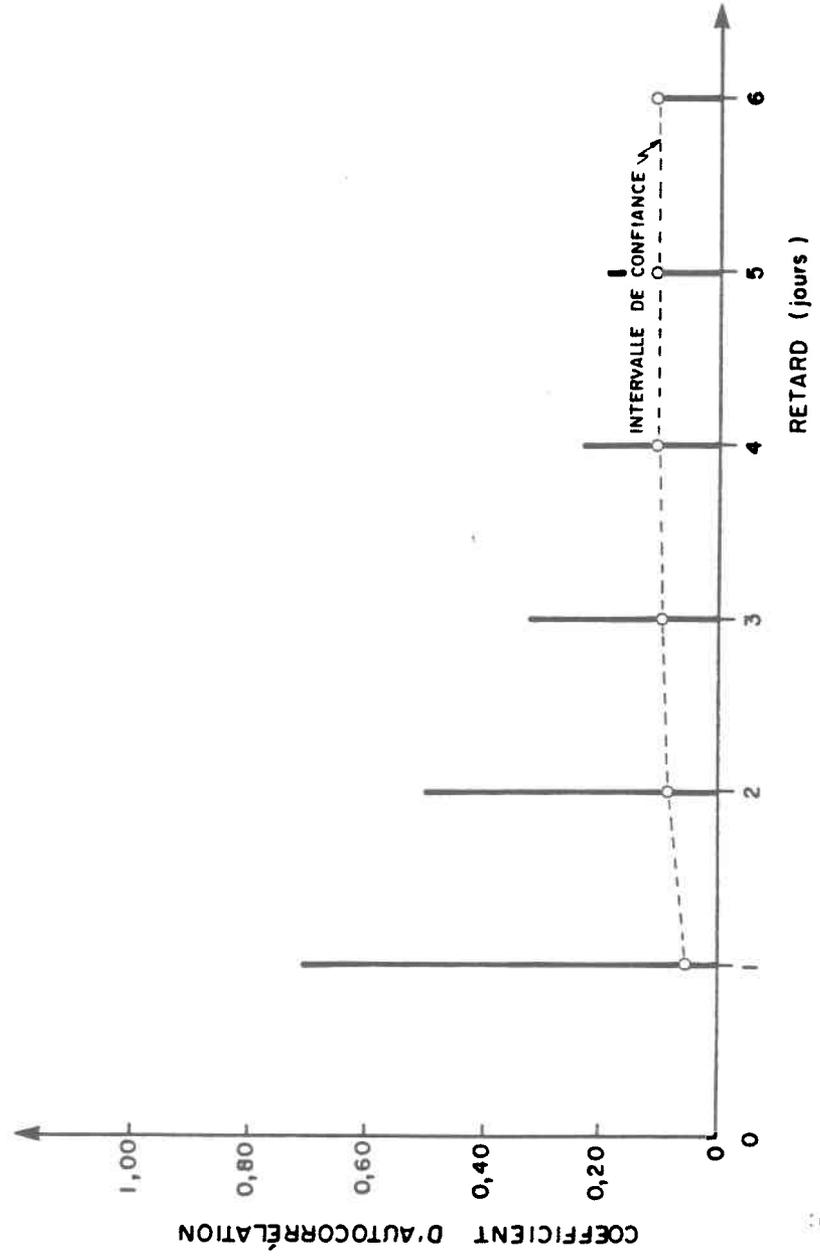


FIGURE 2.5: Coefficients d'autocorrélation des températures de l'eau en fonction du retard.

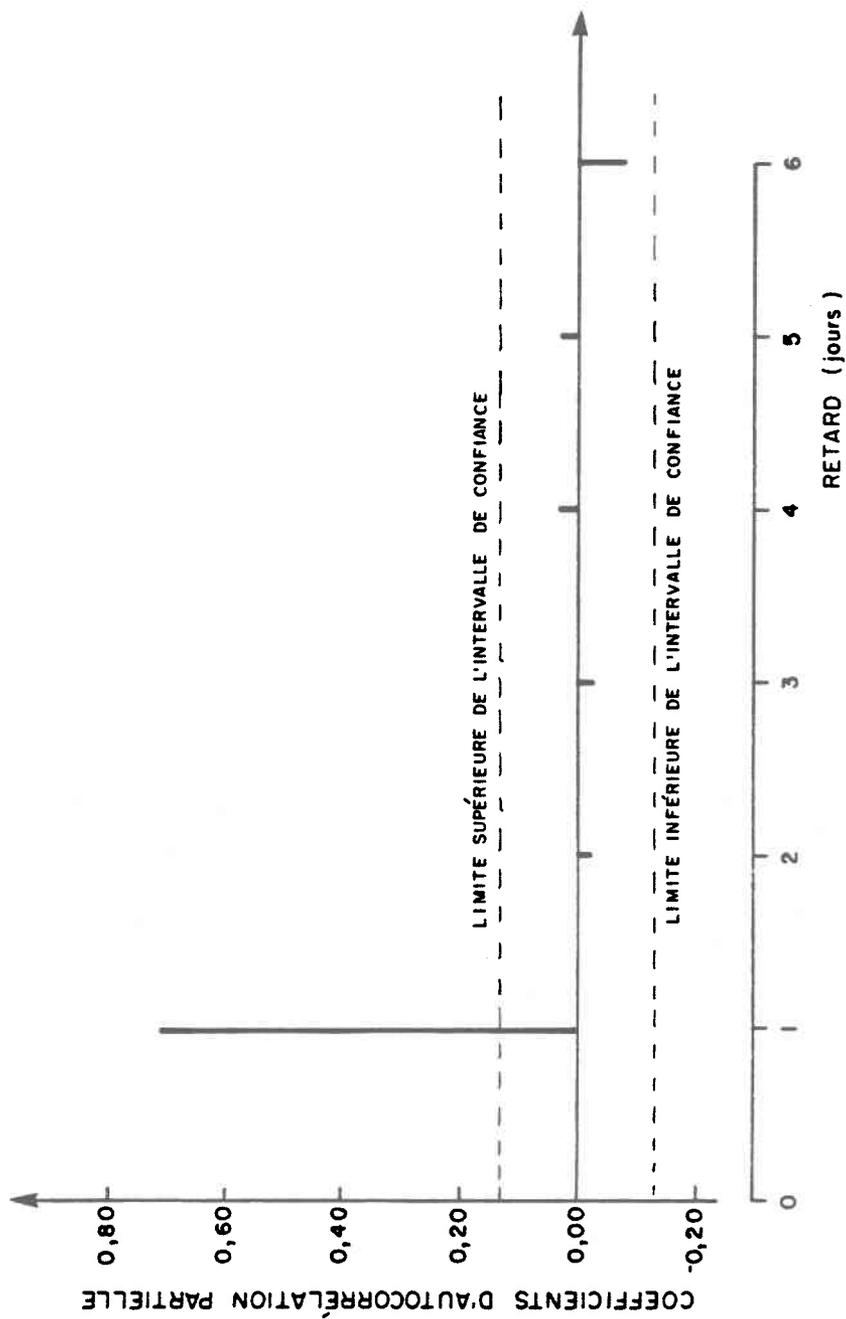


FIGURE 2.6: Coefficients d'autocorrélation partielle des températures de l'eau en fonction du retard.

Tableau 2.2: Coefficients d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle ajustés à la série résiduelle de l'eau et à la série de bruit du modèle autorégressif.

Retard	Série résiduelle de l'eau		Série de bruit	
	Autocorrélation	Autocorrélation partielle	Autocorrélation	Autocorrélation partielle
1	0,71	0,71	0,02	0,02
2	0,50	-0,02	0,00	0,00
3	0,34	-0,02	-0,04	-0,04
4	0,24	0,03	-0,02	-0,02
5	0,19	0,03	0,08	0,08
6	0,11	-0,09	0,02	0,01

L'intervalle de confiance du paramètre autorégressif, pour un risque d'erreur de 5%, est borné inférieurement et supérieurement par la valeur 0,626 et 0,805. La précision du modèle univarié est légèrement supérieure à 1,0°C. L'écart-type de la composante résiduelle de ce modèle est 1,2, sa moyenne est zéro. La variance expliquée par la composante à court terme du modèle représente 51% de la variance totale du résidu de l'eau, quant à la partie purement aléatoire, elle atteint 49%. Basée sur 365 jours, la variance expliquée par la composante à court terme et par la composante de bruit blanc représente chacune 1,6% de la variance totale de la série des températures de l'eau.

2.2.2 Structure de la série des températures de l'air

Dans un premier temps, il s'agissait de définir une série de températures représentative de l'air, puis, à l'aide des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle, de déterminer la structure des persistances.

Température représentative de l'air

Comme il nous était impossible de vérifier si la température de l'eau observée au sommet de la fonction périodique représente la température où il y a absence d'échange de chaleur entre le plan d'eau et l'atmosphère, la température représentative de l'air a été définie comme la moyenne arithmétique entre les températures maximale et minimale. Pour simplifier l'écriture, on appellera température de l'air, la température représentative de l'air.

Composante saisonnière

La fonction périodique de la température de l'eau ayant été déterminée à l'aide de deux harmoniques, nous avons également considéré une fonction périodique à deux harmoniques pour la série des températures de l'air, quoiqu'un seul harmonique eut été suffisant. Contrairement à la composante saisonnière de la série des températures de l'eau, la fonction périodique de la série des températures de l'air n'explique que 84,2% de la variance totale (tableau 2.3). De plus, les fonctions d'autocorrélation des températures de l'air décroissent plus rapidement que celle des températures de l'eau, à cause de la plus grande inertie du plan d'eau par rapport au milieu atmosphérique (tableau 2.3).

Composante à court terme

Tout comme la composante à court terme de la série des températures de l'eau, l'élaboration du modèle des températures de l'air n'a porté que sur 247 valeurs, soit les jours où les valeurs prédites par la fonction périodique de l'eau étaient supérieures à 1,0°C.

À l'aide du test du chi-deux, nous avons identifié notre série résiduelle à une série de bruit blanc. La valeur du chi-deux calculé est 337,0. Pour un risque d'erreur de 5% et 36 degrés de liberté, la table du chi-deux donne une valeur de 50,96. L'hypothèse nulle est à rejeter, la série ne peut être identifiée à une série de bruit blanc. Le coefficient de

Tableau 2.3: Paramètres statistiques et coefficients d'autocorrélation de la série des températures de l'air et de sa composante saisonnière.

	Paramètre statistique		coefficient d'autocorrélation retard (k)			
	moyenne	variance	1	2	3	4
température observée	3,8	118,8	0,937	0,889	0,853	0,839
composante saisonnière	3,8	100,0*	0,995	0,990	0,985	0,979

* variance expliquée par la composante

variation montre une absence d'homogénéité dans la distribution; l'écart à la moyenne de la série résiduelle est 3,7. Selon les coefficients d'auto-corrélation et d'autocorrélation partielle, le modèle est du type autorégressif d'ordre 1. Seul le premier coefficient d'autocorrélation partielle est significativement différent de zéro (figures 2.7 et 2.8, tableau 2.4). Compte tenu de la précision des températures observées, la moyenne de la série résiduelle des températures de l'air, est considérée comme égale à zéro et assure ainsi la stationnarité à notre modèle. Le test du chi-deux montre qu'après enlèvement de la composante à court terme, les résidus sont purement aléatoires. Le chi-deux calculé est 46,73; la région critique, pour un alpha de 0,05 et 34 degrés de liberté, est limitée par 50,96. Selon les résultats obtenus des coefficients d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle, aucun modèle linéaire ne peut expliquer la composante résiduelle du modèle autorégressif (tableau 2.4).

Le modèle de structure pour cette série est:

$$RA(t) = 0,631 RA(t-1) + \varepsilon'(t)$$

où

$RA(t)$ = différence entre la valeur observée et la composante saisonnière au jour t ;

$\varepsilon'(t)$ = composante purement aléatoire au jour de rang t .

Aucune transformation ou différenciation n'est requise. Les limites inférieure et supérieure de l'intervalle de confiance du paramètre autorégressif sont 0,531 et 0,731; le risque d'erreur relié à cette intervalle est 5%.

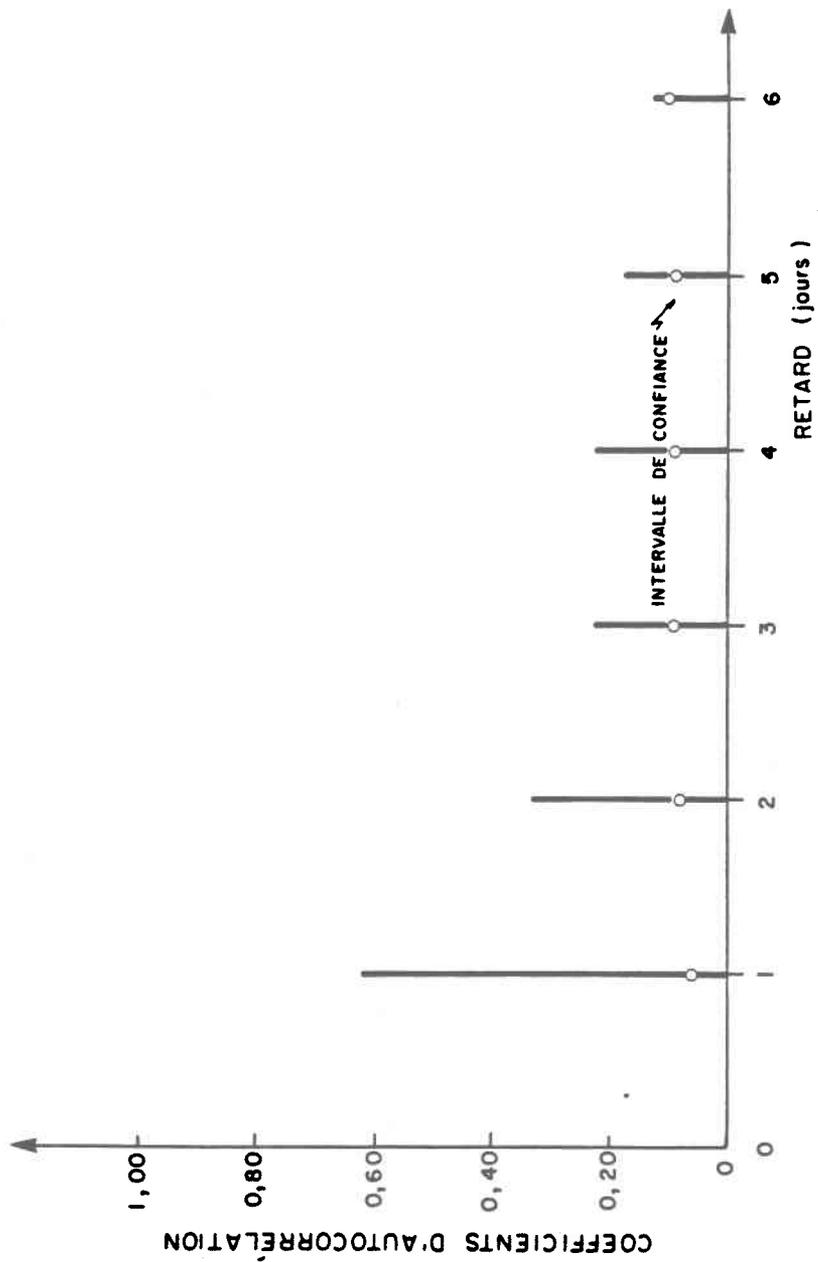


FIGURE 2.7: Coefficients d'autocorrélation des températures de l'air en fonction du retard.

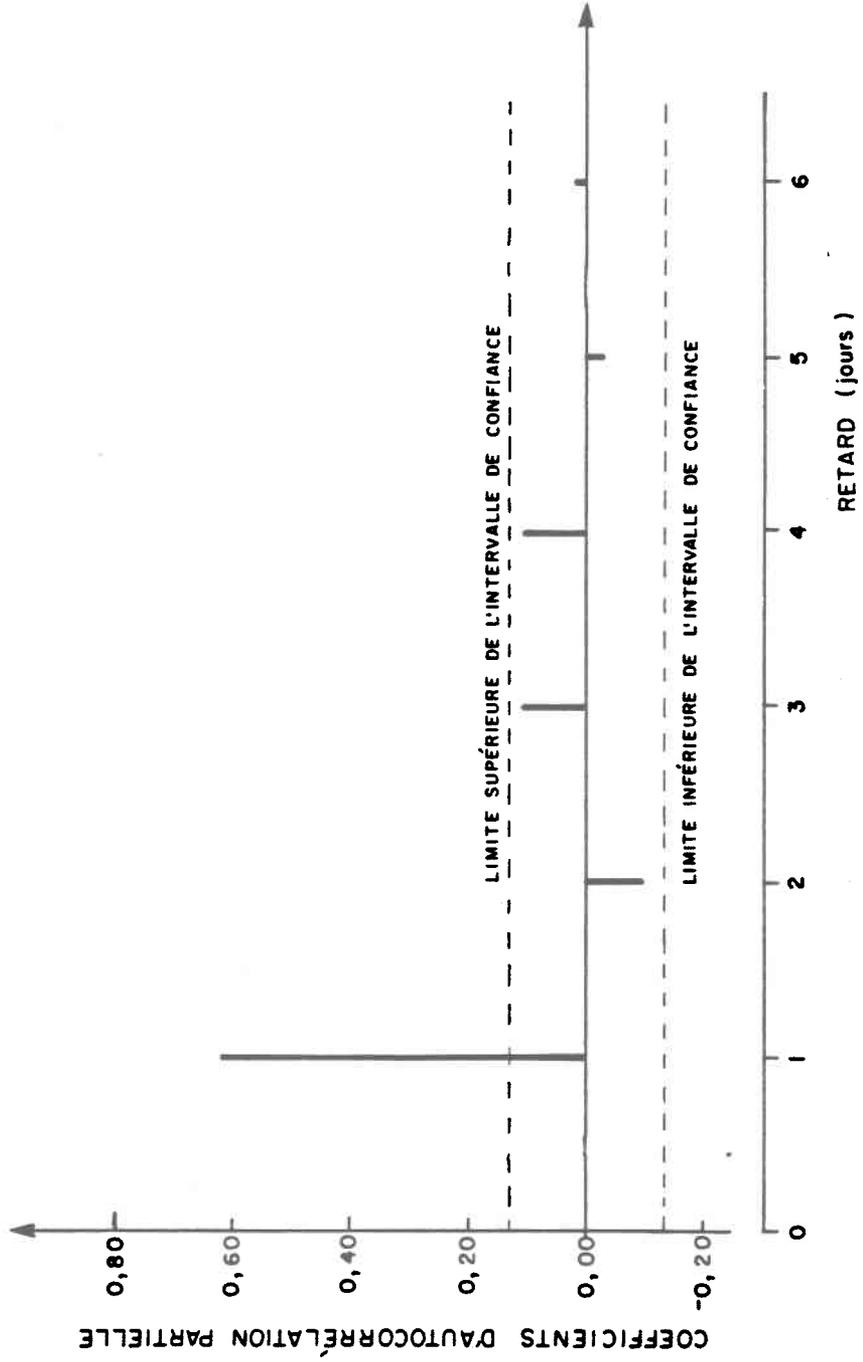


FIGURE 2.8: Coefficients d'autocorrélation partielle des températures de l'air en fonction du retard.

Tableau 2.4: Coefficients d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle ajustés à la série résiduelle de la température de l'air et à la série de bruit du modèle autorégressif.

Retard	Série résiduelle		Série de bruit	
	Autocorrélation	Autocorrélation partielle	Autocorrélation	Autocorrélation partielle
1	0,62	0,62	0,07	0,07
2	0,33	-0,10	-0,13	-0,14
3	0,23	0,11	-0,05	-0,03
4	0,23	0,10	0,10	0,09
5	0,18	-0,03	0,04	0,02
6	0,13	0,02	0,04	0,06

La précision atteinte pour ce modèle est légèrement inférieure à $3,0^{\circ}\text{C}$. Les variances expliquées par la composante à court terme représente 3,0% de la variance des températures de l'air, la composante de bruit, 12,1%.

2.2.3 Élaboration de la fonction de transfert entre les séries résiduelles de l'air et de l'eau

Le calcul des coefficients de corrélation croisée ne pouvant être fait sur les séries résiduelles de température de l'air et de l'eau, une étape de résidualisation fut d'abord effectuée. Les séries résidualisées ont des moyennes de zéro et des variances de 8,4 pour l'air et de 1,3 pour l'eau. Les coefficients de corrélation croisées calculés ont été reportés à la figure 2.9. Le côté droit de l'axe des ordonnées représente les retards observés par la série résidualisée de l'eau par rapport à celle de l'air. Il est à noter que les coefficients situés à gauche de l'axe des ordonnées ne sont pas significativement différents de zéro, ce qui est caractéristique d'une absence de rétroaction de la température de l'eau sur la température de l'air.

Les poids des impulsions pour des retards $K = 0$ à 10 ont été estimés respectivement à 0,175, 0,078, 0,021, -0,001, 0,029, 0,022, 0,044, 0,034, 0,047, -0,007, et -0,031. La fonction de transfert se présente sous forme:

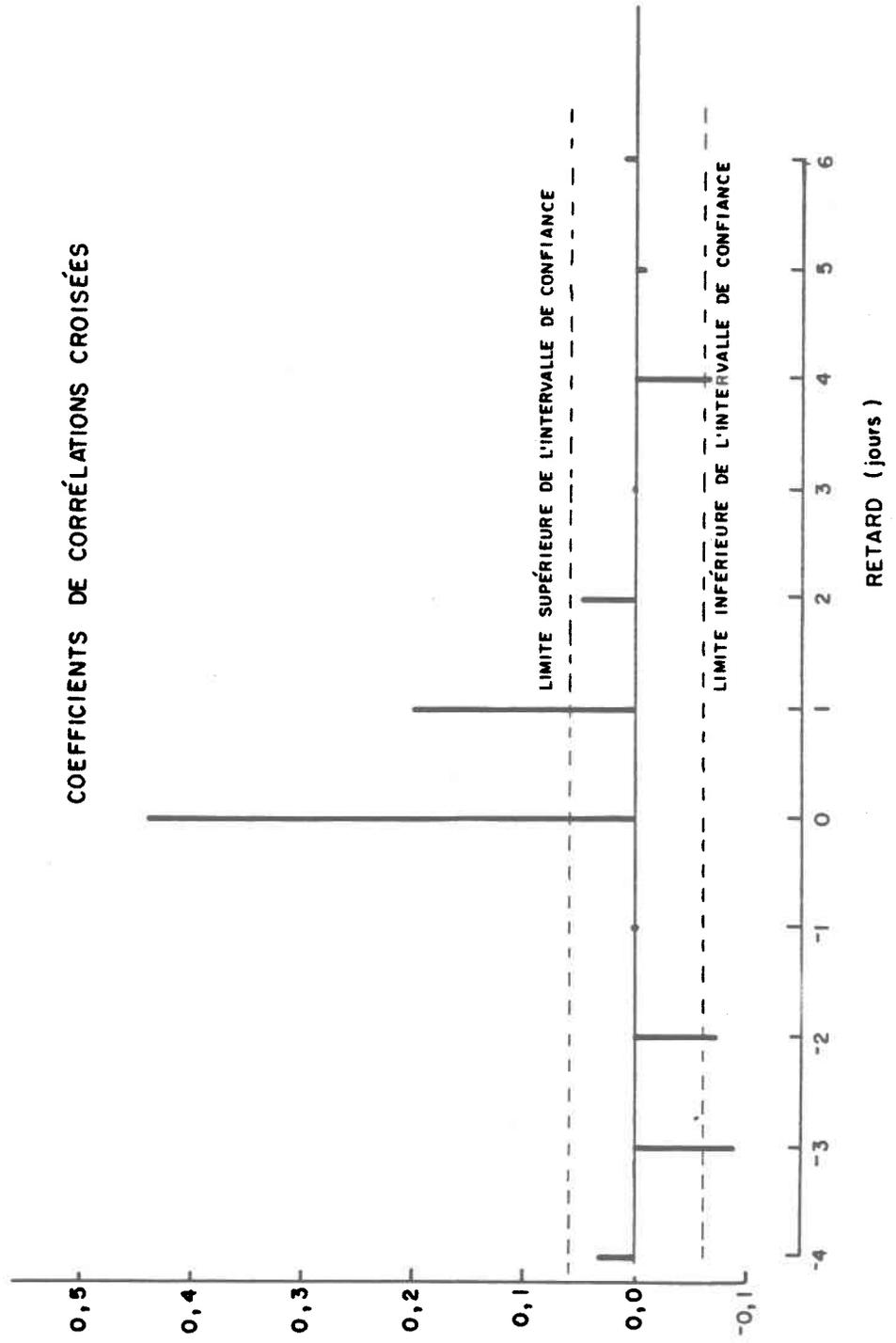


FIGURE 2.9: Coefficients de corrélation croisée entre les séries résidualisées de l'air et de l'eau en fonction du retard.

$$RE(t) = 0,175 RA(t) + 0,078 RA(t-1) + 0,021 RA(t-2) + \dots n(t)$$

où

$n(t)$ = composante non expliquée du modèle au jour de rang t .

Après enlèvement de la composante expliquée par le modèle linéaire, il apparaît que la série ne peut s'ajuster à une série de bruit blanc, la valeur du chi-deux de 284,9 se situant à l'extérieur de la zone d'acceptation bornée supérieurement par 51,0. L'analyse des coefficients d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle indique que la composante non expliquée par le précédent modèle peut être représentée par un modèle markovien d'ordre un (tableau 2.5) c'est-à-dire:

$$n(t) = 0,65 n(t-1) + \epsilon''(t)$$

où

$\epsilon''(t)$ = composante purement aléatoire au jour de rang t .

À cause de l'instabilité de la fonction de transfert définie sous forme de poids des impulsions, nous avons transformé notre modèle en quotient de polynômes. L'équation alors obtenue est:

$$RE(t) = \frac{0,172}{(1 - 0,454 B)} RA(t) + \frac{a(t)}{(1-0,672 B)}$$

Tableau 2.5: Coefficients d'autocorrélation AC et d'autocorrélation partielle ACP de la partie non expliquée de la fonction de transfert:

a) sans modélisation de sa persistance

b) après modélisation de sa persistance

Retard	a		b	
	AC	ACP	AC	ACP
1	0,65	0,65	-0,03	-0,03
2	0,45	0,04	0,03	0,03
3	0,31	0,02	0,02	0,02
4	0,22	0,00	-0,02	-0,02
5	0,17	0,04	0,12	0,11
6	0,06	-0,132	-0,01	-0,00

où

B = opérateur de retard, également appelé "backward shift operator".

$$\begin{aligned} \text{Cet opérateur est défini par: } B Z_t &= Z_{t-1} \\ &\dots \\ B^m Z_t &= Z_{t-m}; \end{aligned}$$

$a(t)$ = composante aléatoire au jour t ; moyenne: 0; écart-type: 1.

Aucune différenciation n'est nécessaire sur les séries de bruit et d'entrée. Les intervalles de confiance des paramètres des séries d'entrée, de sortie et du modèle de structure sont reproduits au tableau 2.6. Une étude de la composante non expliquée de la fonction de transfert indique qu'aucune périodicité n'est présente (tableau 2.5), les coefficients d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle n'étant pas significativement différents de zéro. Cette série résultante a également été testée à une série de bruit blanc. Le chi-deux calculé de 45,72 se situant à l'intérieur de la zone d'acceptation bornée supérieurement par 48,13, l'hypothèse nulle est acceptée. La précision rattachée à ce modèle est de l'ordre du degré celsius. Il est à noter l'influence immédiate de la température de l'air sur la température de l'eau.

Si l'on réduit au même dénominateur, on obtient le modèle prévisionnel de la température de l'eau pour la partie stationnaire. L'équation alors obtenue est:

$$\begin{aligned} Re(t) &= 1,126 Re(t-1) - 0,305 Re(t-2) + 0,172 Ra(t) - 0,116 Ra(t-1) + a(t) \\ &\quad - 0,454 a(t-1) \end{aligned}$$

Tableau 2.6: Coefficients de la fonction de transfert et du modèle de structure après élimination des paramètres non significatifs.

	Ordre du paramètre	Valeur estimée	Limite* inférieure	Limite* supérieure
série:				
de sortie	1	0,454	0,267	0,641
d'entrée	0	0,172	0,129	0,215
paramètre				
moyenne	-	-0,006	-0,402	0,389
autorégressif	1	0,672	-0,576	0,768

* intervalle de confiance de 95%

où

$Re(t)$ = température de l'eau estimée par le modèle prévisionnel;

$Ra(t)$ = écart entre les températures de l'air observée et calculée par la composante saisonnière.

Le modèle prévisionnel final est:

$$T_{\text{eau}}(t) = T_s(t) + Re(t)$$

où

$$\begin{aligned} T_s(t) = & 7,4 - 8,0 \cos \left[(t-1) \frac{2 \pi}{365} \right] - 5,1 \sin \left[(t-1) \frac{2 \pi}{365} \right] \\ & + 1,8 \cos \left[(t-1) \frac{4 \pi}{365} \right] + 2,0 \sin \left[(t-1) \frac{4 \pi}{365} \right] \end{aligned}$$

Une température de 0,0°C est imposée si la valeur calculée par le modèle est inférieure ou égale à 1,0°C.

La figure 2.10 montre l'ajustement du modèle stochastique pour l'année de calibration.

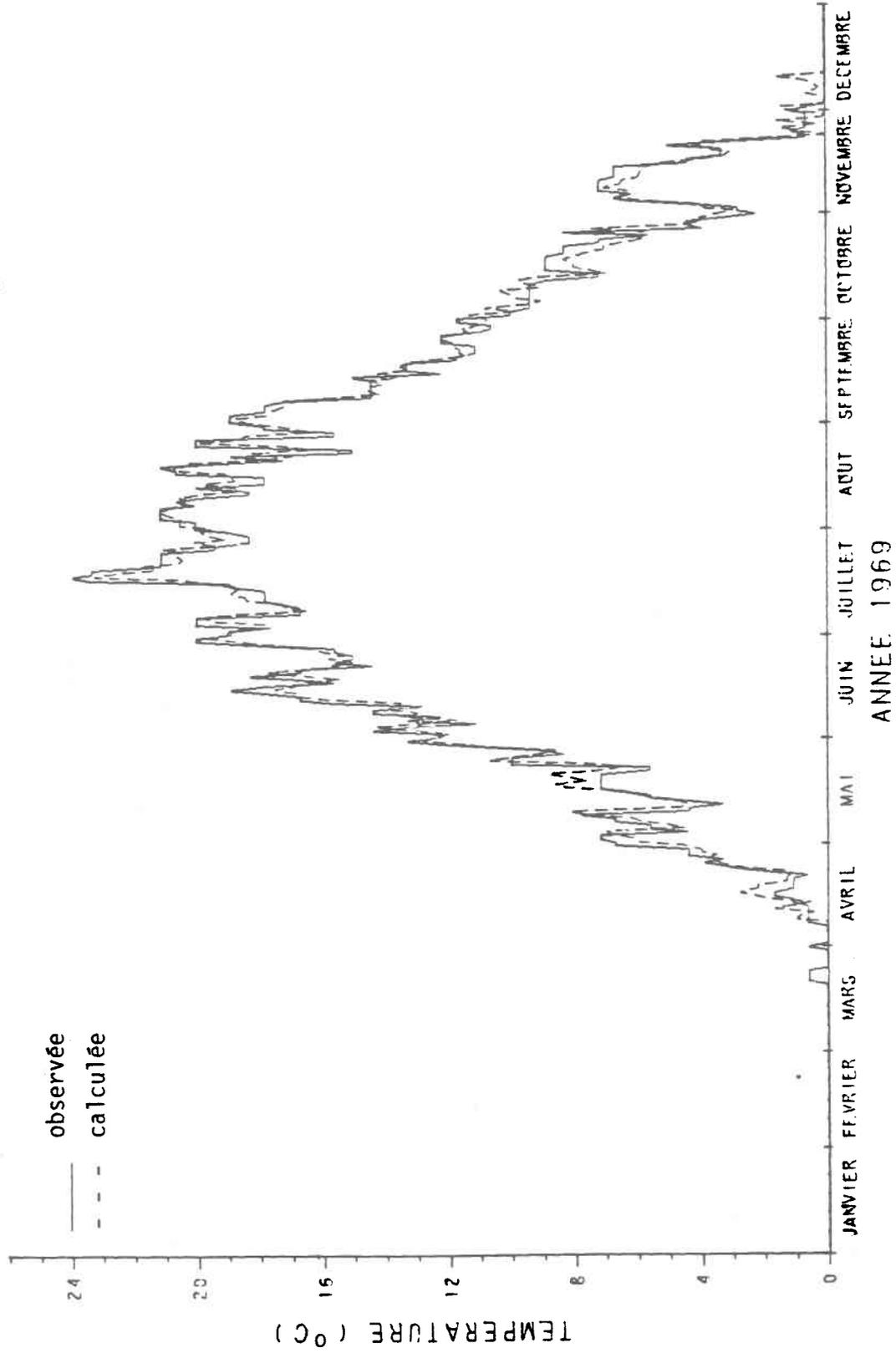


FIGURE 4.3: Températures observées et calculées par le modèle stochastique pour l'année de calibration.

3. MODÈLE DÉTERMINISTE

3.1 Revue de littérature et intégration du modèle de prédiction de température de l'eau au modèle CEQUEAU

3.1.1 Revue de littérature

Les problèmes de mélange et de diffusion sont de type tridimensionnel. En pratique toutefois, un modèle unidimensionnel s'avère adéquat pour l'étude du régime thermique des rivières peu profondes et bien mélangées (Rinaldi et al., 1979). Si l'on divise le cours d'eau en tronçons de différentes longueurs et que l'on suppose que chacune de ces sections est bien mélangée, que son débit est constant et que la température est homogène, l'équation de la loi de conservation d'énergie est ramenée à:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{W}{\theta \rho A} Q$$

où

T = température moyenne de l'eau de la section A;

t = temps;

W = largeur de la rivière;

θ, ρ = chaleur et densité spécifique de l'eau;

A = surface exposée du tronçon;

Q = flux instantané de chaleur de l'environnement vers la rivière par unité de surface.

C'est sur cette égalité que la plupart des modèles de prédiction de température de l'eau en rivière se fonde. L'évaluation du flux instantané de chaleur Q s'écrit sous deux formes. La première considère que la valeur Q est proportionnelle à la différence entre la température de l'eau T et une température dite d'équilibre T_{eq} , c'est-à-dire:

$$Q = k (T - T_{eq})$$

L'évaluation de k et de T_{eq} est toutefois complexe, k n'étant pas vraiment une constante et T_{eq} étant fonction de plusieurs paramètres météorologiques. Duttweiler (1963) a testé sur un petit cours d'eau un modèle de prédiction de température horaire en utilisant cette définition du flux de chaleur. L'écart moyen en valeur absolue est $0,9^{\circ}\text{C}$ et l'écart maximal, $2,1^{\circ}\text{C}$. Cette approche a été modifiée par Edinger et al., 1968; Keijman, 1974; Boutin et al. 1981, mais son utilisation demeure complexe.

La seconde méthode évalue Q comme la somme des termes du bilan d'énergie. Les équations représentant chacun de ces termes varient selon la précision désirée et les données disponibles. Cette seconde approche est la plus souvent employée dans les modèles de prédiction de température de l'eau.

L'approche présentée par Raphaël (1962) et utilisée par Morin et al. (1983), suppose que chaque tronçon possède une température constante

pendant un intervalle de temps à la fin duquel, l'effet des différents termes du bilan d'énergie agit sur la température de la masse d'eau. La température de l'eau initiale est estimée ou mesurée.

Facteurs intervenant dans le bilan d'énergie

Trois phénomènes peuvent affecter la température de l'eau:

- a) les apports et pertes de chaleur reliés aux différents débits entrant et sortant;
- b) les échanges à l'interface eau-atmosphère;
- c) les échanges avec le lit de la rivière et la production interne de chaleur.

Ce dernier point est considéré comme négligeable, la conductivité thermique du sol de même que la différence de température à l'interface eau-sol étant faibles (Halleux, 1964; Rinaldi et al., 1979). Quant aux apports et aux pertes de chaleurs reliés aux différents débits entrant et sortant, elles s'expriment sous forme de différence d'enthalpie:

$$Q_i = \theta M (\Delta T)$$

où

Q_i = quantité de chaleur transférée (positive ou négative);

θ = chaleur spécifique de l'eau;

M = taux de transfert de masse;

ΔT = différence de température entre le volume d'eau entrant ou sortant du volume de référence.

Les facteurs telles la radiation solaire non absorbée par l'atmosphère, la radiation incidence réfléchie, la radiation atmosphérique, la radiation infrarouge émise par l'eau, la convection et l'évaporation sont considérés lors du calcul des échanges à l'interface eau-atmosphère. L'importance relative des échanges thermiques à l'interface eau-atmosphère varie selon l'heure, la saison et les conditions climatiques. La radiation solaire non absorbée par l'atmosphère demeure durant toute l'année, le terme majeur d'apport de chaleur à la masse d'eau. Toutefois, sur une base journalière, le rayonnement atmosphérique net et le rayonnement infrarouge émis par l'eau ont des valeurs presque toujours supérieures à la radiation solaire; cependant, le regroupement des radiations de type infrarouge représentant le rayonnement infrarouge net, entraîne habituellement un déficit.

Évaluation des termes du bilan d'énergie à la surface de l'eau

Rayonnement solaire

L'emploi des valeurs mesurées de rayonnement solaire au sol demeure l'approche la plus souhaitable (Duttweiler, 1963; Boutin et al., 1981). Cependant au Québec, il n'existe que six stations effectuant des mesures systématiques de rayonnement solaire global. Une des méthodes employées consiste à estimer la radiation solaire maximale au sol c'est-à-dire pour un ciel sans nuage, et de la corriger par un facteur qui est fonction de la nébulosité (Raphaël, 1962; Marcotte et Duong, 1973; Benedict et al., 1974; Rinaldi et al., 1979). Comme la radiation solaire maximale au sol, sur une

base annuelle, suit une sinusoïde (Thackston et Parker, 1971), nous obtenons l'équation:

$$RS = (1 - FB^2) (C_1 + C_2 \sin (2\pi t)/365 + \theta)$$

où

RS = rayonnement solaire journalier au sol (en unités thermiques par unité de surface exposée par jour);

C_1, C_2 = constantes empiriques variant en fonction de la latitude;

t = jour de l'année;

θ = terme d'ajustement de la phase;

F = constante empirique variant entre 0,65 et 0,71 selon les références;

B = nébulosité: fraction du ciel couvert par les nuages.

En réduisant la quantité de rayonnement global de la fraction réfléchiée on obtient le rayonnement net absorbé par unité de surface exposée. Edinger et Geyer (1965), Benedict et al. (1974) considèrent cette fraction comme constante et égale à cinq pourcent:

$$RS_{net} = 0,95 RS$$

où

RS_{net} = rayonnement solaire net par unité de surface exposée (en unités thermiques).

Marcotte et Duong (1973) considèrent de plus, un facteur d'abri inférieur ou égal à 1; ce facteur est fonction de la surface exposée du tronçon.

Rayonnement infrarouge

Le rayonnement infrarouge émis par l'eau et par l'atmosphère s'exprime par la loi de Stefan-Boltzman. Le facteur d'émissivité de l'eau est 0,97 (Raphaël, 1962; Duttweiler, 1963; Masch et The Texas Water Development Board, 1971; Benedict et al., 1979)

$$RI_{\text{eau}} = 0.97 \sigma (T_{\text{eau}})^4$$

où

- RI_{eau} = rayonnement infrarouge émis par l'eau, par unité de surface;
 T_{eau} = température de l'eau calculée au jour précédent (°K);
 σ = constante de Stefan-Boltzman.

Quant au facteur d'émissivité de l'atmosphère, il varie principalement en fonction de la pression de vapeur d'eau et de la nébulosité (Anderson, 1954; Raphaël, 1962; Hogan et al., 1970; etc.).

$$RI_{\text{atm}} = 0.97 \beta \sigma (T_{\text{air}})^4$$

où

- RI_{atm} = rayonnement atmosphérique absorbé, par unité de surface;
 β = émissivité atmosphérique;
 T_{air} = température de l'eau (°K).

Le rayonnement infrarouge net s'exprime sous la forme:

$$RI_{net} = 0.97 \sigma [\beta (T_{air})^4 - (T_{eau})^4]$$

où

RI_{net} = rayonnement infrarouge net par unité de surface.

Évaporation

L'évaporation est estimée de façon très diverse. Raphaël (1962) et Duttweiler (1963) évaluent le flux d'énergie latente: évaporation, sous la forme:

$$E = (A + B V) (e_s - e_a)$$

où

E = énergie perdue par évaporation ($MJ m^{-2} jour^{-1}$);

V = vitesse du vent mesurée à une hauteur déterminée (km/h);

e_s = pression de vapeur saturante à la température de l'eau (mm Hg);

e_a = pression de vapeur d'eau dans l'air mesurée à une hauteur déterminée (mm Hg);

A, B = constantes empiriques qui dépendent des unités et de la hauteur à laquelle on mesure la vitesse V , ainsi que du lieu géographique, de la topographie, de la forme et de la surface de la masse d'eau étudiée.

Quant au modèle de Morin et al. (1983), il évalue l'évaporation potentielle à l'aide de l'équation de Thornwaite qui est fonction d'un seul paramètre météorologique soit la température de l'air.

$$ETP = 16 L_a \left(\frac{10 \bar{T}}{I} \right)^a$$

où

ETP = évapotranspiration potentielle mensuelle (mm);

L_a = fonction variant selon la durée du jour et le nombre de jours dans le mois;

\bar{T} = température moyenne mensuelle de l'air (°C):

$$I = \sum_{i=1}^{12} \left(\frac{T_i}{5} \right)^{1,514};$$

$$a = (6,75 \times 10^{-7}) I^3 - (7,71 \times 10^{-5}) I^2 + (1,79 \times 10^{-2}) I + 0,49$$

Convection

Le mécanisme de dispersion de la chaleur sensible: convection c s'exprime selon le rapport de Bowen (Rinaldi et al., 1979):

$$\frac{c}{E} = K \frac{T_{\text{eau}} - T_{\text{air}}}{e_s - e_a} \frac{P}{1000}$$

où

c = chaleur échangée par convection ($\text{MJ m}^{-2} \text{ Jour}^{-1}$);

E = énergie perdue par évaporation ($\text{MJ m}^{-2} \text{ Jour}^{-1}$);

T = température (°C);

K = constante de proportionnalité variant entre 0,58 et 0,66 selon les conditions atmosphériques; la valeur standard est 0,61;

e_s = pression de vapeur saturante à la température de l'eau (mm Hg);

e_a = pression de vapeur d'eau dans l'air (mm Hg);

P = pression atmosphérique (mm Hg).

3.1.2 Intégration au modèle CEQUEAU

La méthode utilisée est celle présentée par Raphaël (1962) et par Marcotte et Duong (1973). Le calcul des températures s'effectue avec des pas de temps journalier. Pour chaque carreau partiel, il existe un cours d'eau principal ou tronçon dont le débit à la sortie du carreau est donné par les simulations du modèle CEQUEAU. La largeur et la longueur sont évaluées sur cartes topographiques; si un carreau partiel de faible superficie ne draine que des ruisseaux, on fixe une largeur minimale arbitraire. La profondeur moyenne est estimée et sert de paramètre d'ajustement. L'enthalpie est égale au produit du volume du cours d'eau, de la température et de la capacité calorifique de l'eau. L'enthalpie de référence est de 0 mégajoule par mètre cube pour un volume d'eau à 0°C. Le rapport enthalpie-volume pour une température donnée est la capacité calorifique de l'eau par unité de volume:

$$T_{\text{eau}} = \frac{E}{V C}$$

où

T_{eau} = température moyenne de l'eau du tronçon (°C);

E = enthalpie (MJ);

V = volume estimé (m³);

C = capacité calorifique de l'eau (MJ m⁻³ °C⁻¹).

Compte tenu de la gamme des températures considérées, la capacité calorifique est fixée à 4,187 mégajoules par mètre cube d'eau par degré Celsius. Durant la période hivernale, aucun calcul n'est effectué, on impose une température de 0°C à l'eau. L'enthalpie demeure à 0 mégajoule par mètre cube tant qu'il y a un couvert de glace sur la rivière. C'est le pourcentage de sol recouvert de neige sur le bassin versant qui fixe la date de débâcle.

Calcul des échanges énergétiques

Ces calculs sont effectués sur chaque tronçon. La quantité d'énergie transférée E à la surface d'un tronçon s'évalue selon l'équation:

$$\Delta E = F A Q$$

où

ΔE = changement d'enthalpie du tronçon considéré (MJ);

F = coefficient d'ajustement (sans unité);

A = surface d'eau libre (m²);

Q = flux d'énergie par unité de surface (MJ/m²)

Pour tenir compte de l'empirisme des équations utilisées, un coefficient d'ajustement a été inclus à tous les termes du bilan d'énergie à l'exception de la radiation infrarouge.

Radiation solaire

Les valeurs de radiations solaires employées sont des valeurs mensuelles. Une interpolation entre les valeurs mensuelles évalue la valeur journalière; le coefficient d'ajustement inclut la fraction réfléchie du rayonnement solaire:

$$\Delta E_{sol} = F_{sol} A \left[Q_m + \frac{J}{30} (Q_n - Q_{n-1}) \right]$$

où

- ΔE_{sol} = apport d'énergie par radiation solaire nette (MJ);
- F_{sol} = coefficient d'ajustement;
- A = surface estimée du tronçon (m²);
- Q_m = moyenne journalière de rayonnement solaire des mois courant (MJ/m²);
- Q_n = moyenne journalière de rayonnement solaire du mois courant si nous sommes entre le 1er et le 15 ou du mois précédent si nous sommes entre le 16 et le 31 (MJ/m²);
- Q_{n-1} = moyenne journalière de rayonnement solaire du mois n-1 (MJ/m²).

Radiation infrarouge

Morin et al. (1983) évalue la radiation infrarouge nette à l'aide de la loi de Stefan-Boltzman:

$$\Delta E_{inf} = A 0,97 \sigma [\beta (T_{air})^4 - (T_{eau})^4]$$

où

ΔE_{inf} = énergie nette échangée par radiation infrarouge (MJ);

A = surface estimée du tronçon (m^2);

σ = constante de Stefan-Boltzman pour un pas de temps journalier
($4,9 \times 10^{-9} \text{ MJ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{K}^{-4}$);

T_{air} = température moyenne journalière de l'air sur le carreau entier
($^\circ\text{K}$);

T_{eau} = température de l'eau du tronçon calculée au jour précédent
($^\circ\text{K}$).

L'émissivité atmosphérique β est approximée à partir de l'équation:

$$\beta = (0,74 + 0,0065 e_a) (1 + 0,17 B^2)$$

où

B = nébulosité moyenne du mois courant;

e_a = pression de vapeur moyenne du mois courant (mm Hg).

Évaporation

La lame d'évaporation est celle calculée par le modèle CEQUEAU.
Le flux instantané de chaleur sous forme d'évaporation Q_{evap} est obtenu à l'aide de l'équation:

$$Q_{évap} = - F_{évap} l_e A H_{évap}$$

où

- $Q_{\text{évap}}$ = énergie perdue par évaporation (MJ);
 $F_{\text{évap}}$ = coefficient d'ajustement;
 l_e = lame d'eau évaporée sur le tronçon (m);
 $H_{\text{évap}}$ = chaleur latente d'évaporation égale à 2 480 (MJ/m³);
 A = surface estimée du tronçon (m²).

Convection

Les échanges énergétiques par convection sont calculés par l'équation:

$$\Delta E_{\text{conv}} = F_{\text{conv}} A 0,2 V (T_{\text{air}} - T_{\text{eau}})$$

où

- ΔE_{conv} = énergie échangée par convection (MJ);
 F_{conv} = coefficient d'ajustement;
 A = surface estimée du tronçon (m²);
 V = vitesse moyenne mensuelle du vent (km/h);
 T = température moyenne mensuelle; la température de l'eau est celle du jour précédent (°C).

Apports advectifs

Les apports advectifs sont fournis par le modèle CEQUEAU sous forme de contribution locale en eau de ruissellement, en eau hypodermique, en eau souterraine et en eau de débordement des lacs et des marais. Ces contributions sont transformées en volumes et distribuées en fonction de la

surface de chaque carreau partiel. L'énergie advective apportée à un tronçon est égale au produit de la chaleur spécifique de l'eau par le volume relatif ajouté au tronçon et la différence de température entre le volume d'eau du tronçon et celui entrant:

$$\Delta E_{adv} = C V_{adv} R (T_{adv} - T_{eau})$$

où

ΔE_{adv} = énergie associée au volume d'apport advectif (MJ);

C = capacité calorifique de l'eau ($\text{MJ m}^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$);

V_{adv} = volume advectif d'eau (m^3);

T_{adv} = température estimée de l'eau du volume advectif ($^\circ\text{C}$);

T_{eau} = température de l'eau du tronçon calculée au jour précédent ($^\circ\text{C}$);

R = rapport entre le volume du tronçon et la somme du volume du tronçon et du volume advectif.

La température des eaux de ruissellement est fixée égale à la température de l'air; sa limite inférieure de $0,0^\circ\text{C}$ est atteinte dès que la température de l'air descend sous $0,0^\circ\text{C}$ ou qu'il y a fonte sur le bassin. Une moyenne entre la température des eaux de ruissellement et des eaux souterraines fixe la température des eaux hypodermiques; la température des eaux souterraines demeure constante toute l'année. La température des eaux de débordement des lacs et des marais est supposée égale à celle du tronçon principal. Les apports locaux d'énergie provenant des échanges à l'interface eau-atmosphère, aux eaux de ruissellement, hypodermiques et souterraines

ainsi que les transferts d'énergie entre les carreaux partiels sont utilisés pour calculer l'enthalpie du tronçon.

Résultats obtenus avec le modèle CEQUEAU

Les écarts les plus importants entre les valeurs calculées et mesurées se retrouvent au mois de mai. Il existe une surévaluation des températures et de fortes fluctuations journalières aux mois de mai et avril, sauf pour l'année 1968. De plus, on observe un retard dans la montée des températures au début des calculs.

3.2 Analyse de sensibilité

Plusieurs paramètres influent sur la température de l'eau et leur importance relative varie en fonction du temps. Une étude de sensibilité fut effectuée sur trois des paramètres jugés les plus significatifs des variations de température: la température des eaux souterraines, la profondeur de la rivière et le paramètre de débâcle. Certaines variables, telles la radiation solaire et la surface allouée au cours d'eau principal pourraient être précisées davantage; cependant, cette recherche nécessite des modifications dans le modèle CEQUEAU, ainsi qu'une analyse détaillée des mesures recueillies sur le terrain. Ce genre d'étude sort du cadre de cette recherche.

Seules une analyse graphique journalière et une analyse des valeurs mensuelles furent effectuées lors de l'étude de sensibilité. Le meilleur ajustement obtenu, à partir des divers essais, fut retenu pour l'étude des performances. Dans cette dernière section, une analyse plus approfondie des erreurs quadratiques moyennes est effectuée sur les valeurs journalières.

3.2.1 Analyse de sensibilité appliquée à la température des eaux souterraines

Le modèle élaboré par Morin et al. (1983), utilise trois types d'écoulement, soit les écoulements de surface, hypodermique et souterrain. La température de l'eau souterraine est fixée à 7°C. L'examen des valeurs journalières pour les années 1968 et 1969 montrent un retard dans le début du calcul de 16 et de 24 jours. De plus pour ces deux années, les valeurs calculées surestiment les températures réelles lors du premier mois de simulation. Nous considérons que le premier mois de simulation est celui dont les températures calculées sont supérieures à 0,0°C, soit les mois d'avril pour 1968 et de mai pour 1969. L'écart maximal entre les valeurs journalières estimées et mesurées pour avril 1968 atteint 6,8°C; la moyenne des écarts, une fois la différence maximale éliminée, est 1,4°C. Quant au mois de mai de la seconde année, la différence maximale est 7,3°C avec une moyenne de 2,9°C.

Trois essais ont d'abord été effectués à partir de valeurs fixes: 15°C, 11°C et 1°C, puis un dernier essai a porté sur une température d'eau souterraine variable dans le temps selon une sinusoïde.

Une température d'eau souterraine égale à 15°C fut posée afin de connaître l'importance des changements apportés à la température de l'eau et celà, même si cette valeur ne semble pas réaliste. Il est apparu que ce paramètre influence de façon appréciable la température résultante, particulièrement pour les mois de mai et d'octobre (tableaux 3.1 et 3.2). Les variations atteignent respectivement aux mois de mai de 1968 et 1969, 13 et 20%, et au mois d'octobre 1969, 19%. De juillet à septembre inclusivement, le pourcentage de variation résultant de l'augmentation de la température des eaux souterraines est inférieur à 9%. L'examen des débits générés par le modèle CEQUEAU montre que pour les mois de mai et d'octobre, les débits souterrains sont plus importants que les débits ruisselés, phénomènes également constatés pour les mois de juillet, août et septembre. Il est toutefois probable que, pour cette dernière période, les échanges énergétiques à l'interface eau-atmosphère influencent davantage le plan d'eau, contrairement à la période de crue où le transfert de masse devient prédominant (Smith, 1975).

Une étude effectuée au bassin versant du lac Laflamme par Gélinas et al. (1983) montre que les températures des eaux souterraines de 1982 s'échelonnent entre 1°C et 11°C. La surévaluation des températures dans l'essai initial lors du premier mois de simulation est davantage marquée à une température d'eau souterraine égale à 11°C. Le rehaussement de la température des eaux souterraines augmente les fluctuations à la fin d'avril 1968. Aucun changement marqué n'est relevé entre les 2 essais pour le reste de l'année. L'influence des eaux souterraines semble plus importante en

Tableau 3.1: Températures moyennes mensuelles pour l'année 1968 selon les différentes températures d'eau souterraine.

mois	valeur observée	Température des eaux souterraines				
		1°C	7°C*	11°C	15°C	sinusoïde**
janvier	-	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
février	-	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
mars	1,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
avril	4,5	3,3	4,2	4,7	5,2	3,5
mai	12,3	11,2	<u>12,4</u>	13,2	14,0	11,7
juin	17,1	15,8	16,8	<u>17,4</u>	18,0	16,6
juillet	20,5	18,9	19,5	20,0	<u>20,4</u>	19,6
août	18,0	16,6	17,1	17,4	<u>17,7</u>	17,2
septembre	17,1	15,2	15,5	15,7	<u>15,9</u>	15,5
octobre	9,3	7,6	8,0	8,4	<u>8,7</u>	8,0
novembre	1,2	0,5	0,7	0,8	0,9	0,6
décembre	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

* valeur initiale

** sinusoïde: $T_{esc}(t) = 4 + 3,8 \sin\left(\frac{2\pi}{365} t + 3,8904\right)$

Tableau 3.2: Températures moyennes mensuelles pour l'année 1969 selon différentes températures d'eau souterraine.

mois	valeur observée	Température des eaux souterraines				
		1°C	7°C*	11°C	15°C	sinusoïde**
janvier	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
février	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
mars	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
avril	1,9	0,2	0,3	0,3	0,4	0,2
mai	7,4	<u>8,8</u>	10,4	11,5	12,5	9,5
juin	15,8	<u>15,9</u>	17,0	17,7	18,5	16,7
juillet	19,5	17,7	18,5	19,1	<u>19,7</u>	18,6
août	19,0	17,8	18,6	19,2	19,7	<u>18,7</u>
septembre	13,7	11,5	12,3	12,8	<u>13,3</u>	12,4
octobre	7,7	5,2	5,9	6,4	<u>7,0</u>	5,8
novembre	3,9	2,3	3,2	<u>3,8</u>	4,4	2,9
décembre	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

* valeur initiale

** sinusoïde: $t_{esc}(t) = 4 + 3,8 \sin\left(\frac{2\pi}{365} t + 3,8904\right)$

1969, exception faite du premier mois de simulation. Il apparaît que les températures maximales et calculées pour les mois d'août et d'octobre s'apparentent davantage aux valeurs observées. L'abaissement des températures d'eau souterraine à 1°C élimine pratiquement toutes les surestimations relevées au mois d'avril 1968; par contre, en mai de la seconde année, aucune amélioration marquée n'est décelée. Les débits ruisselés, générés par le modèle CEQUEAU, au cours du premier mois de simulation de 1968 sont très faibles et parfois même nuls. Nous croyons que l'influence de la température d'eau souterraine sur les températures calculées est alors plus grande. En mai 1969, le rapport entre les débits ruisselés et les débits souterrains est plus important; le changement de la valeur du paramètre est alors minimisé. De plus, la sous-estimation de la profondeur de la rivière en période de crue entraîne une trop grande influence de facteurs météorologiques telle la température de l'air, d'où de fortes fluctuations journalières dans les températures prédites. Cependant pour cette période, l'abaissement de la température de l'eau souterraine lié au faible débit d'eau ruisselé compense l'importance exagérée accordée à la température de l'air. Néanmoins, si l'on fixe le paramètre à 1°C , on sous-estime la température réelle du cours d'eau pour le reste des années 1968 et 1969 à l'exception du mois de juin de la seconde année.

Carson (1963) a constaté que, sur une base annuelle, les valeurs de température de l'eau souterraine suivent approximativement une sinusoïde. Cette fonction fut établie à partir des moyennes mensuelles mesurées au lac Laflamme. Comme il était impossible de situer la profondeur des nappes

souterraines et le temps pendant lequel elles demeurent à ce niveau, nous avons utilisé les données obtenues à des sites correspondant à des profondeurs inférieures à trois mètres. La sinusoïde établie est:

$$T_{\text{esc}}(t) = 4 + 3,8 \sin\left(\frac{2\pi}{365} t + 3,8904\right)$$

où

$T_{\text{esc}}(t)$ = température ajustée de l'eau souterraine au jour de rang t (°C);

t = rang du jour considéré à partir du 1er janvier.

Quoique les valeurs des températures de l'eau souterraine prédites par la sinusoïde, pour le premier mois de simulation, s'approchent de 1°C, la performance apparaît moins bonne. Du mois d'août à décembre 1969, l'emploi de la sinusoïde semble préférable. En juillet 1969 les températures d'eau souterraine calculées avec la sinusoïde sont trop faibles; les modifications apportées à l'essai initial sont négligeables. En 1968, il semble que l'utilisation de la sinusoïde ne présente aucune amélioration sensible par rapport à la performance obtenue avec des températures d'eau souterraine égales à 11°C.

L'utilisation d'une température d'eau souterraine égale à 11°C est avantageuse pour les mois où l'on observe les températures maximales de l'eau; par contre une température de 1°C réduit les surestimations rencontrées lors des premiers mois de simulation. Nous croyons toutefois, compte

tenu des performances réalisées que l'emploi de la sinusoïde est préférable. Si l'on désire utiliser une température fixe et égale à 11°C, on doit alors augmenter la profondeur de la rivière.

3.2.2 Analyse de sensibilité pour diverses profondeurs de rivière

Dans le modèle initial, la profondeur de la rivière sert de paramètre d'ajustement; elle est fixée à 1,0 mètre. Quoique l'emploi d'une valeur variable dans le temps et l'espace soit préférable, les essais n'ont porté que sur des valeurs fixes: 0,5, 2,0 et 5,0 mètres. Les résultats mensuels obtenus pour 1968 et 1969 sont compilés aux tableaux 3.3 et 3.4. L'influence de ce paramètre est particulièrement importante pour les mois de mai et d'octobre. Selon les valeurs mensuelles calculées, l'utilisation d'une profondeur variable dans le temps permettrait une bonne performance à la fois en crue et en étiage. Des fortes fluctuations dans les valeurs journalières pour les mois d'avril 1968 et début mai de 1969 sont notées pour une profondeur de 0,5 mètre. Pour cette période, il semble que la température de l'air influence trop fortement la température du cours d'eau. Par contre, en juillet 1968, la valeur maximale est très bien approximée quoique les températures fluctuent de façon importantes. En 1969, la performance avec les différentes profondeurs apparaît moins bonne que celle de l'essai initial. Quant à la précision de la température maximale, elle n'est pas améliorée. Le rehaussement de la valeur du paramètre à 2,0 mètres réduit l'importance des fluctuations journalières rencontrées dans les premiers mois de simulation pour 1968 et 1969; la surestimation des températures est éliminée. Par contre, pour le reste de l'année, à l'exception des

Tableau 3.3: Températures moyennes mensuelles pour 1968 selon différentes profondeurs de rivière.

Mois	valeur observée	profondeur de rivière			
		0,5	1,0*	2,0	5,0
janvier	-	0,0	0,0	0,0	0,0
février	-	0,0	0,0	0,0	0,0
mars	1,1	0,0	0,0	0,0	0,0
avril	4,5	4,2	4,2	3,2	2,4
mai	12,3	13,9	<u>12,4</u>	11,3	9,7
juin	17,1	18,1	<u>16,8</u>	16,0	14,8
juillet	20,5	<u>20,5</u>	19,5	18,8	17,6
août	17,9	<u>17,6</u>	17,1	16,7	16,5
septembre	17,1	<u>15,6</u>	15,5	15,4	15,3
octobre	9,3	8,0	8,0	8,4	<u>9,6</u>
novembre	1,2	0,6	0,7	0,8	<u>1,3</u>
décembre	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

* Valeur initiale

Tableau 3.4: Températures moyennes mensuelles pour 1969 selon différentes profondeurs de rivière.

Mois	valeur observée	profondeur de rivière			
		0,5	1,0*	2,0	5,0
janvier	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
février	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
mars	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
avril	1,8	0,5	0,3	0,2	0,1
mai	7,4	10,2	10,4	8,6	<u>6,8</u>
juin	15,8	18,7	17,0	<u>16,0</u>	14,5
juillet	19,5	<u>19,8</u>	18,5	17,8	16,8
août	19,0	19,6	<u>18,6</u>	18,0	17,1
septembre	13,7	<u>12,6</u>	12,3	12,2	12,2
octobre	7,7	5,9	5,9	6,2	<u>6,9</u>
novembre	3,9	3,9	3,2	3,2	<u>3,5</u>
décembre	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

* Valeur initiale

mois de novembre 1968 et 1969, il y a sous-estimation de la valeur réelle ainsi qu'une plus faible sensibilité des facteurs extérieurs telle la température de l'air, le temps de réchauffement de la rivière étant plus long à des profondeurs plus élevées. Notons toutefois une meilleure approximation des températures prédites pour les mois de novembre 1968 et 1969.

À l'exception des mois d'octobre et de novembre de 1968, il y a sous-évaluation systématique des températures réelles pour une profondeur de 5,0 mètres. L'utilisation de profondeurs élevées élimine les fluctuations journalières et cela, pour toute l'année. En octobre 1968, la courbe des températures journalières calculées passe à travers la courbe des températures observées. En novembre 1968, la surévaluation constatée dans la première partie du mois est annulée par la sous-évaluation de la seconde partie de ce mois, ce qui explique la qualité apparente du résultat (tableau 3.3). L'approximation des températures en octobre et novembre est meilleure avec une profondeur de 5,0 mètres. Pour le mois de mai de la même année, la performance est moins bonne qu'à une profondeur de 2,0 mètres. Tout comme 1968, les températures calculées aux mois de juin à septembre 1969 sous-évaluent les températures réelles. Par contre, à une profondeur de 5,0 mètres les changements de température sont supérieurs à 30% pour le mois de mai 1969; la différence entre la valeur réelle et la valeur calculée n'est plus que de 0,6°C.

L'utilisation des profondeurs de 5,0 et de 0,5 mètres est à rejeter. Dans le premier cas, elle entraîne une importante sous-estimation

durant la période estivale, dans le second cas, les températures calculées au début des essais, fluctuent trop fortement. Par contre, à cause de l'amélioration apportée dans les prédictions au début des essais, l'emploi d'une profondeur de 2,0 mètres peut être intéressant. Cependant, le système est moins sensible qu'avec une profondeur de 1,0 mètre.

3.2.3 Analyse de sensibilité du paramètre fixant la date de débâcle

La date approximative des phénomènes de dégel et de gel des rivières est déterminée à partir du pourcentage de sol recouvert de neige. Au printemps, dès que le pourcentage se situe au-dessous de la valeur fixée par l'utilisateur, la débâcle est supposée avoir eu lieu; à l'automne, si ce pourcentage est supérieur, on considère qu'il y a eu gel. Seuls les mois d'avril et mai sont affectés par la modification de ce paramètre. Étant donné les variations assez importantes des dates des débâcles lors des divers essais, l'analyse des valeurs mensuelles fut éliminée.

Le tableau 3.5 compile les retards observés dans les premiers mois de simulation pour différentes valeurs du paramètre. La variation de ces valeurs modifie particulièrement la date de débâcle pour 1969. Les écarts observés entre les retards maximum et minimum pour 1968 et 1969 sont de 8 et 14 jours respectivement. Des températures de l'air plus chaudes ou des pluies plus abondantes peuvent accélérer le processus de fonte. De plus, la quantité de neige au sol joue un rôle important. L'augmentation de la valeur du paramètre entraîne pour avril 1968, une surestimation de la

Tableau 3.5: Retards observés selon le paramètre de dégel pour 1968 et 1969.

année	1968	1969
valeur du paramètre		
0,4	23	34
0,5	22	31
0,6	20	28
0,7*	16	24
0,8	15	20

* valeur initiale

première température prédite. Par contre en mai 1969, l'abaissement de la valeur du paramètre implique une surévaluation plus importante de la température de l'eau prédite au premier jour de simulation. Il n'y a pas d'amélioration marquée dans les prédictions journalières. Ce paramètre n'influence pas les variations de température rencontrées au début des simulations.

La valeur de 0,8 semble adéquate pour déterminer la date de débâcle. Il semble que la surestimation de la température prédite peut être compensée par un ajustement de la profondeur de la rivière.

3.2.4 Essais complémentaires

Des essais complémentaires basés sur la qualité de la performance des trois paramètres respectifs ont été effectués. Lors d'une première série d'essais, on a fixé le paramètre de débâcle à 0,80, la profondeur de la rivière entre 1,8 et 2,0 mètres et la température des eaux souterraines égale à 11°C ou variable dans le temps. Aucune modification majeure pour 1968 et 1969 n'est décelée entre les températures prédites par l'essai utilisant une profondeur moyenne de 1,8 mètres et celui utilisant une profondeur moyenne de 2,0 mètres. L'analyse graphique journalière montre qu'au cours de la première année, une température d'eau souterraine égale à 11°C représente mieux les températures réelles qu'une température d'eau souterraine variable dans le temps. Cependant, par rapport à l'essai proposé par Morin et al. (1983), il apparaît que l'utilisation d'une température d'eau

souterraine égale à 11°C est à rejeter, la valeur maximale prédite est nettement sous-évaluée. Les essais effectués en 1969 montrent toutefois une amélioration des valeurs calculées pour des températures d'eau souterraine égale à 11°C particulièrement au cours du premier mois de simulation où l'on note une réduction des fluctuations journalières et une meilleure approximation des valeurs réelles. Selon les valeurs mensuelles de 1968 et 1969 (tableaux 3.6 et 3.7), une température d'eau souterraine égale à 11°C est nettement avantageuse. Aucun changement n'est apporté à la date de débâcle pour 1968; le retard y est également de 16 jours; lors de la seconde année, d'un retard de 24 jours rencontré dans le modèle initial, l'on passe à un retard de 21 jours. L'emploi de 0,8 comme paramètre de dégel conduit à de bons résultats; cependant, l'utilisation d'une profondeur de 2,0 mètres entraîne une sous-évaluation des températures pour la période estivale.

Lors d'une deuxième série d'essais, la profondeur de la rivière a été fixée à 1,0 mètre et le paramètre de débâcle à 0,80. Seule la température des eaux souterraines est fixée à 11°C ou variable dans le temps. À l'exception des valeurs maximales des températures de l'eau pour 1968, l'analyse graphique montre que l'emploi de la sinusoïde est préférable à l'utilisation d'une température d'eau souterraine égale à 11°C ; il y a élimination de la surestimation systématique en avril et réduction des fluctuations journalières. En 1969, considérant les températures prédites, l'essai utilisant la fonction périodique donne de meilleurs résultats; cependant au mois de mai, il y a une surestimation systématique quoique moins importante qu'à une température d'eau souterraine égale à 11°C . L'emploi de la sinu-

Tableau 3.6: Températures moyennes mensuelles pour 1968 selon les températures des eaux souterraines, la profondeur de la rivière et un paramètre de débâcle de 0,8.

mois	valeur observée	a	sinusoïde*	sinusoïde*	11°C	11°C
		b	1,8m	2,0m	1,8m	2,0m
		c	0,8	0,8	0,8	0,8
janvier	-		0,0	0,0	0,0	0,0
février	-		0,0	0,0	0,0	0,0
mars	1,1		0,0	0,0	0,0	0,0
avril	4,5		2,8	2,6	4,2	4,1
mai	12,3		10,6	10,4	12,6	<u>12,5</u>
juin	17,1		15,8	15,7	<u>16,9</u>	16,8
juillet	20,5		18,9	18,8	<u>19,5</u>	19,4
août	17,9		16,9	16,8	<u>17,2</u>	17,2
septembre	17,1		15,5	15,4	<u>15,7</u>	<u>15,7</u>
octobre	9,3		8,3	8,3	8,7	<u>8,8</u>
novembre	1,2		0,7	0,7	1,0	1,0
décembre	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0

a = température des eaux souterraines

b = profondeur de la rivière

c = paramètre de débâcle

* sinusoïde: $T_{esc}(t) = 4 + 3,8 \sin\left(\frac{2\pi}{365} t + 3,8904\right)$

Tableau 3.7: Températures moyennes mensuelles du modèle pour 1969 selon les températures des eaux souterraines, la profondeur de la rivière et un paramètre de débâcle de 0,8.

mois	valeur observée	a	sinusoïde*	sinusoïde*	11°C	11°C
		b	1,8m	2,0m	1,8m	2,0m
		c	0,8	0,8	0,8	0,8
janvier	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0
février	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0
mars	0,1		0,0	0,0	0,0	0,0
avril	1,9		0,7	0,7	1,1	1,0
mai	7,4		7,8	<u>7,6</u>	10,1	9,9
juin	15,8		<u>15,8</u>	15,6	17,1	17,0
juillet	19,5		17,9	17,8	<u>18,7</u>	18,6
août	19,0		18,2	18,1	<u>18,8</u>	18,7
septembre	13,7		12,3	12,3	<u>12,9</u>	<u>12,9</u>
octobre	7,7		6,0	6,0	6,8	<u>6,9</u>
novembre	3,9		2,8	2,8	4,0	4,1
décembre	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0

a = température des eaux souterraines

b = profondeur de la rivière

c = paramètre de débâcle

* sinusoïde: $T_{esc}(t) = 4 + 3,8 \sin\left(\frac{2\pi}{365} t + 3,8904\right)$

soïde n'améliore aucunement la valeur maximale tant en 1968 qu'en 1969. La valeur de la température d'eau souterraine définie par la fonction périodique s'approche de celle utilisée dans l'essai présenté par Morin et al. (1983). L'analyse des températures moyennes mensuelles pour 1968 et 1969 indiquent toutefois un comportement contraire (tableaux 3.8 et 3.9).

Étant donné que l'on cherche à évaluer les températures journalières, notre choix fut basé, dans ce cas-ci, essentiellement sur l'analyse graphique journalière. La meilleure prévision des températures maximales et de la diminution des fortes fluctuations des valeurs calculées des premiers mois de simulation, une température d'eau souterraine variable dans le temps, une profondeur moyenne de 1,0 mètre et un paramètre de débâcle de 0,80, nous semblent représenter la meilleure combinaison.

Tableau 3.8: Températures moyennes mensuelles pour 1968 selon les températures des eaux souterraines, une profondeur de rivière d'un mètre et un paramètre de débâcle de 0,8.

mois	valeur observée	température des eaux souterraines	
		sinusoïde*	11°C
janvier	-	0,0	0,0
février	-	0,0	0,0
mars	1,1	0,0	0,0
avril	4,5	3,6	<u>4,9</u>
mai	12,3	<u>11,7</u>	13,2
juin	17,1	16,6	<u>17,4</u>
juillet	20,5	19,6	<u>20,0</u>
août	17,9	17,2	<u>17,4</u>
septembre	17,1	15,5	<u>15,7</u>
octobre	9,3	8,0	<u>8,4</u>
novembre	1,2	0,6	<u>0,8</u>
décembre	0,0	0,0	0,0

* sinusoïde: $T_{esc}(t) = 4 + 3,8 \sin\left(\frac{2\pi}{365} t + 3,8904\right)$.

Tableau 3.9: Températures moyennes mensuelles du modèle pour 1969 selon les températures des eaux souterraines, une profondeur de rivière d'un mètre et un paramètre de débâcle de 0,8.

mois	valeur observée	température des eaux souterraines	
		sinusoïde*	11°C
janvier	0,0	0,0	0,0
février	0,0	0,0	0,0
mars	0,1	0,0	0,0
avril	1,9	0,9	<u>1,3</u>
mai	7,4	<u>9,6</u>	11,4
juin	15,8	<u>16,7</u>	17,7
juillet	19,5	18,6	<u>19,1</u>
août	19,0	18,7	<u>19,2</u>
septembre	13,7	12,4	<u>12,8</u>
octobre	7,7	5,8	<u>6,4</u>
novembre	3,9	2,9	<u>3,8</u>
décembre	0,0	0,0	0,0

* sinusoïde: $T_{esc}(t) = 4 + 3,8 \sin\left(\frac{2\pi}{365} t + 3,8904\right)$.

4. Comparaison des performances

L'étude comparative comprend une analyse graphique journalière, une analyse statistique des séries observées et calculées, une analyse des erreurs quadratiques moyennes et une étude des performances selon la méthode de Prince (1982). Seules les périodes allant du 1er au 21 mars, du 22 mars au 21 juin, du 22 juin au 21 septembre et du 22 septembre au 31 décembre ont été retenues. La période allant du 1er janvier au 30 avril a été soustraite de l'étude comparative, aucune débâcle n'étant considérée par les deux modèles. On suppose qu'il y a début de simulation dès que la température calculée est supérieure à 0°C. L'essai retenu pour l'étude comparative est celui fixant la température d'eau souterraine variable dans le temps, le paramètre de débâcle à 0,8 et la profondeur de la rivière à 1,0 mètre.

4.1 Analyse graphique

À l'examen des courbes de températures calculées pour 1968 on note une sous-évaluation systématique des températures pour le modèle stochastique au cours de la deuxième période (figure 4.1); en période estivale on observe une surévaluation de la température réelle. Toutefois, la température maximale semble mieux reproduite par ce dernier modèle. Pris globalement, le modèle conceptuel approxime mieux les valeurs réelles (figure 4.2); il apparaît plus sensible aux fluctuations journalières. En 1969, la performance du modèle stochastique est nettement supérieure (figure 2.10) à celui du modèle conceptuel (figure 4.3). Ce dernier semble trop sensible

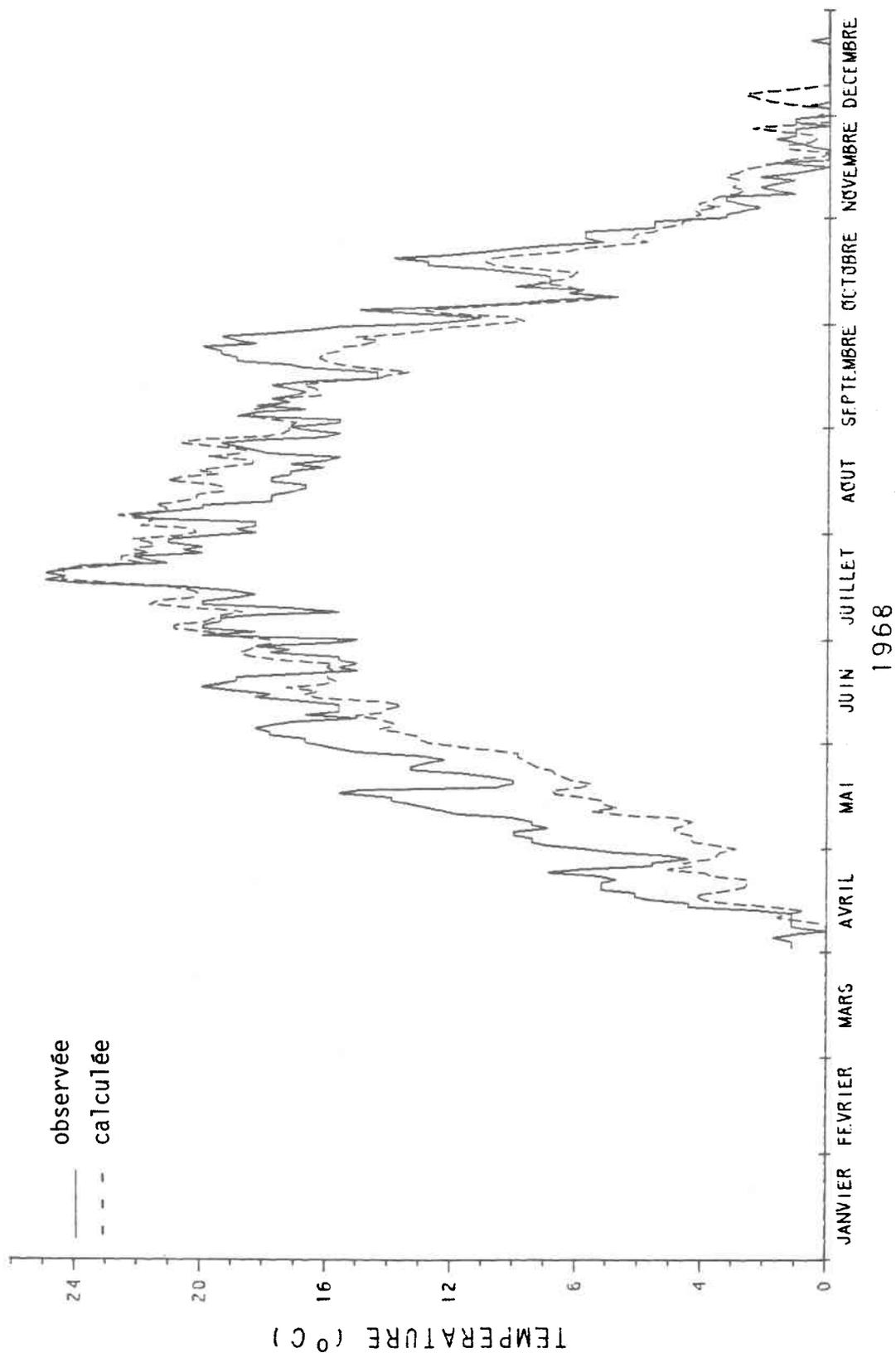


FIGURE 4.1: Températures de l'eau observées et calculées par le modèle stochastique pour l'année 1968.

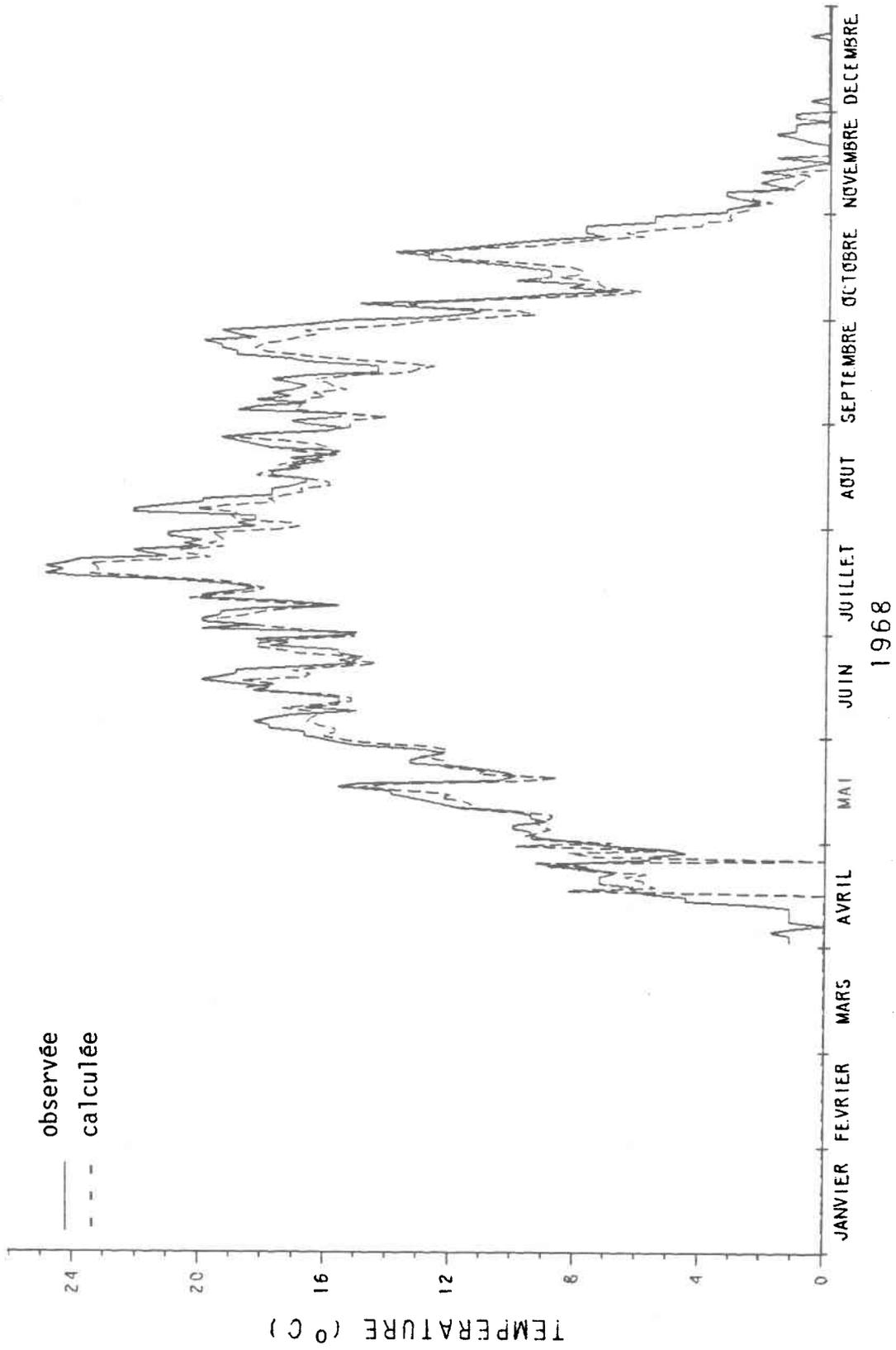


FIGURE 4.2: Températures de l'eau observées et calculées par le modèle déterministe pour l'année 1968.

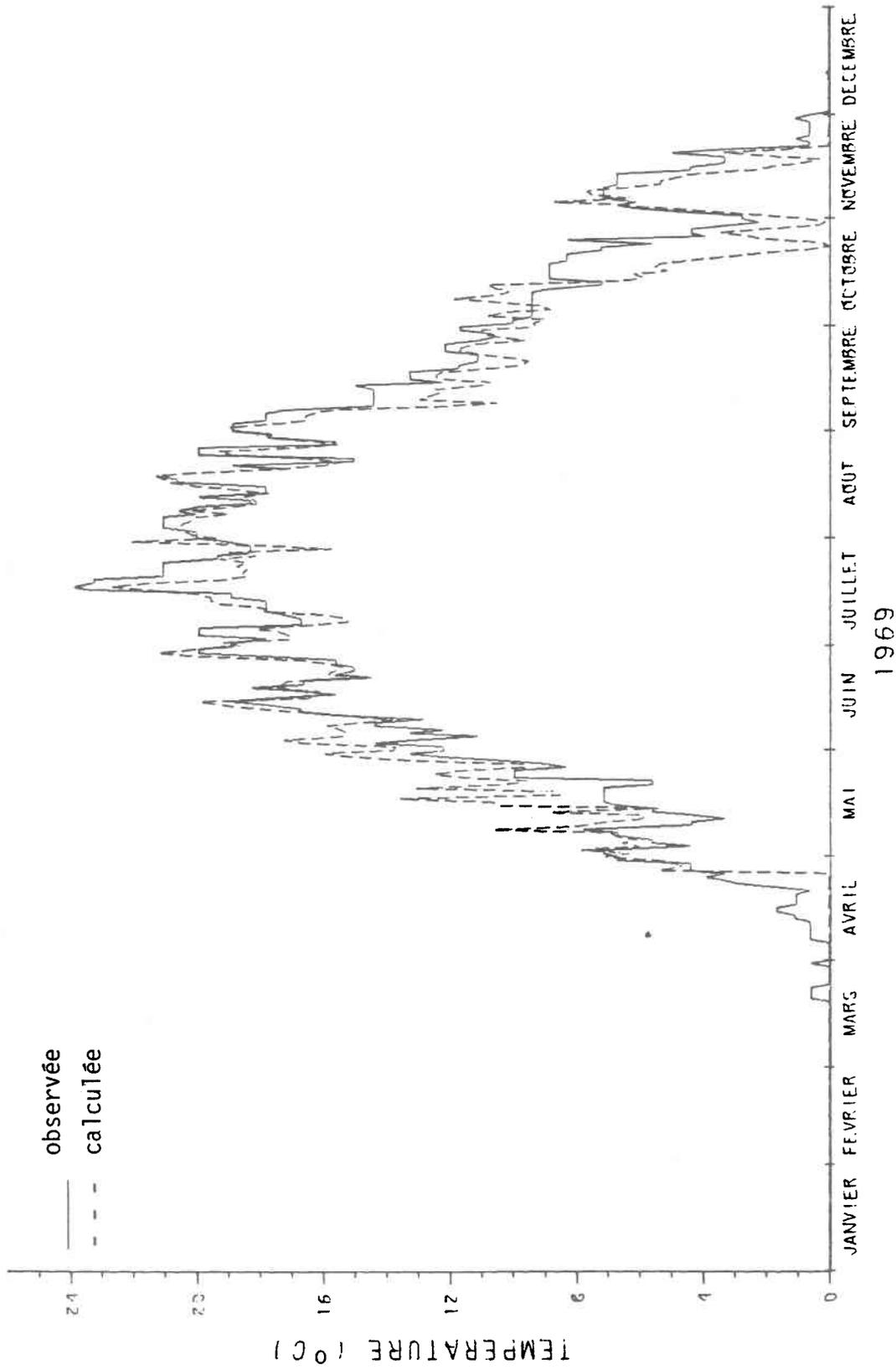


FIGURE 4.3: Températures observées et calculées par le modèle déterministe pour l'année 1969.

aux variations journalières. Contrairement à 1968 et 1969, 1970 ne semble privilégier de façon marquée ni le modèle conceptuel, ni le modèle stochastique. Au cours de la deuxième période, les températures prédites par le modèle déterministe (figure 4.5) augmentent trop rapidement; l'écart en valeur absolue est $3,8^{\circ}\text{C}$. Les températures du modèle stochastique apparaissent moins sensibles aux fluctuations journalières (figure 4.4). Comme pour les précédentes années, la valeur maximale du modèle stochastique s'ajuste mieux à la valeur réelle; cependant, on note, pour la période estivale, que ce dernier modèle surévalue la température de l'eau; l'écart moyen, en valeur absolue, atteint $1,3^{\circ}\text{C}$. Pour les deuxième et troisième périodes de 1971, les températures calculées par le modèle stochastique (figure 4.6) semblent moins sensibles aux changements journaliers. Le modèle déterministe surévalue les températures réelles lors de la seconde période (figure 4.7) tandis qu'il les sous-estime en troisième période. Par rapport aux données de 1969 et 1970, le modèle stochastique affiche un faible retard dans le début des simulations; ce retard atteint, dans le modèle conceptuel, 21 jours en 1969 et 42 jours en 1970.

La sous-évaluation des températures maximales par le modèle déterministe peut résulter d'une surévaluation de la profondeur de la rivière; par contre, la non-prise en compte de facteurs comme le vent et le couvert nuageux peut entraîner une modification des échanges énergétiques à l'interface eau-atmosphère d'où une plus faible sensibilité du modèle stochastique. En période de crue, les échanges thermiques sont souvent attribuables aux transferts de masse (Smith; 1975) d'où, une sensibilité moindre du modèle

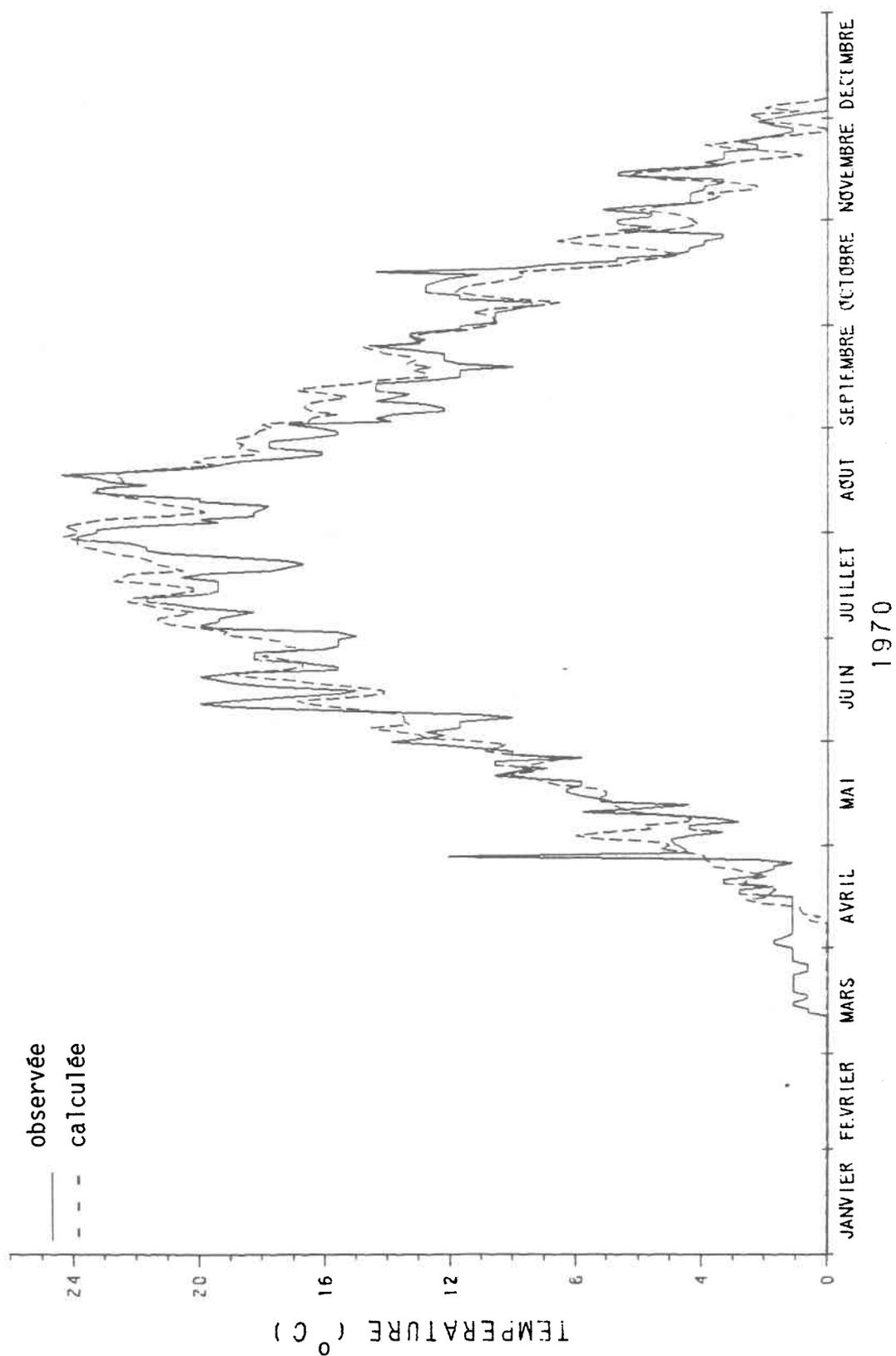


FIGURE 4.4: Températures de l'eau observées et calculées par le modèle stochastique pour l'année 1970.

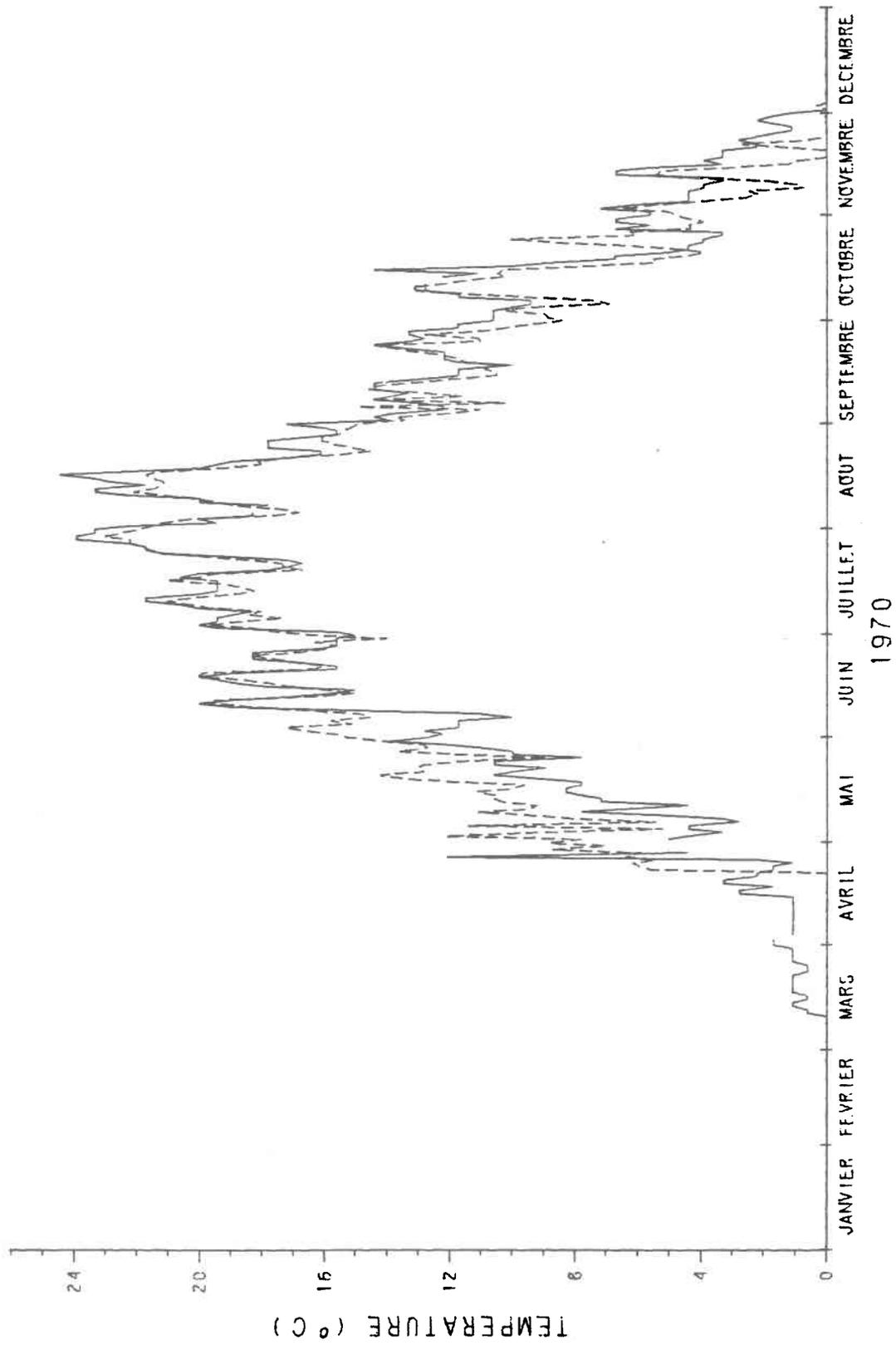


FIGURE 4.5: Températures de l'eau observées et calculées par le modèle déterministe pour l'année 1970.

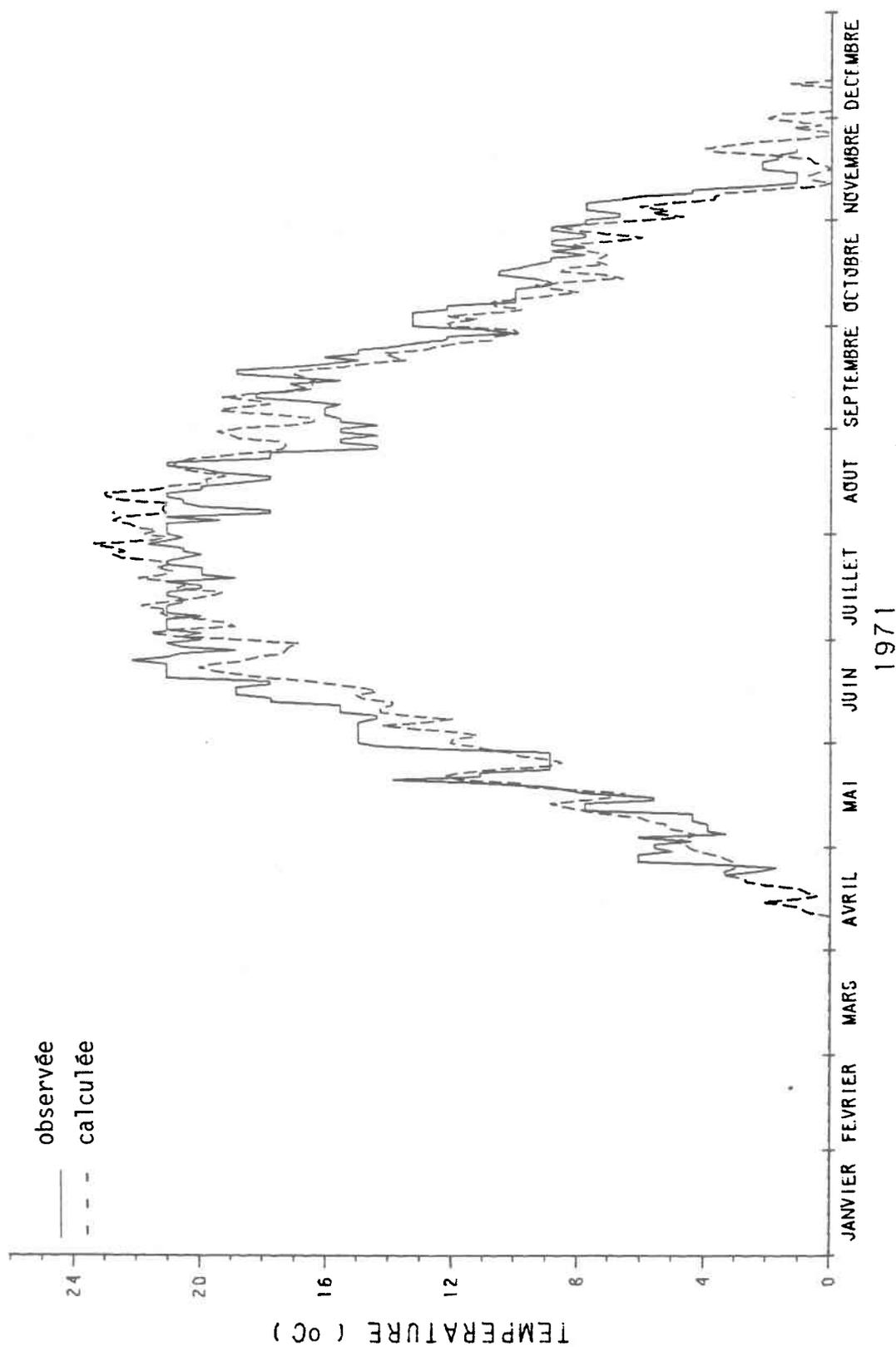


FIGURE 4.6: Températures de l'eau observées et calculées par le modèle stochastique pour l'année 1971.

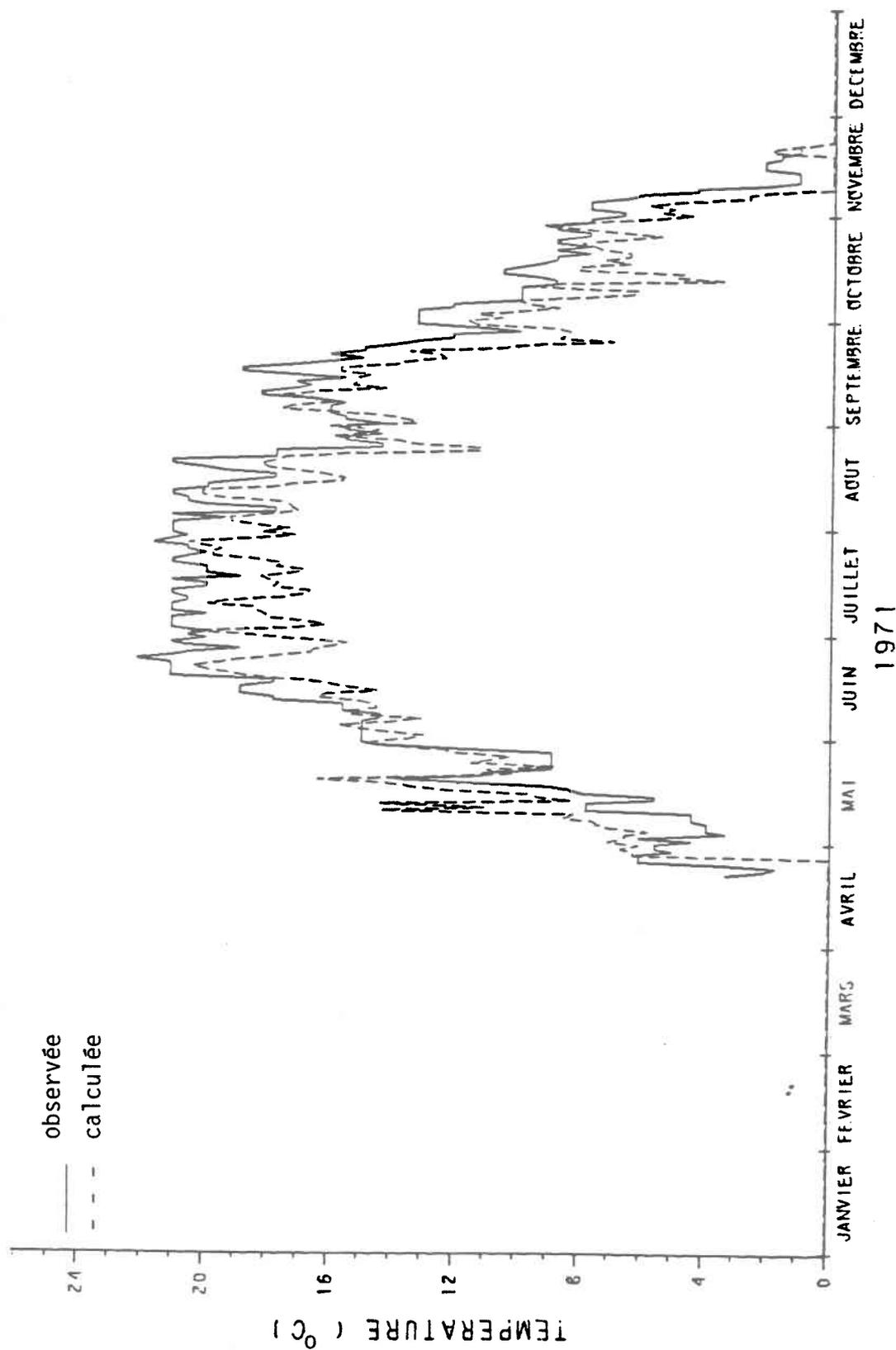


FIGURE 4.7 : Températures de l'eau observées et calculées par le modèle déterministe pour l'année 1971.

stochastique lors de la deuxième période de 1970 et 1971. Précisons que ce modèle est fondé uniquement sur la température de l'air. Quant au modèle déterministe, nous croyons que la sous-évaluation de la profondeur de la rivière réduit la qualité de la performance pour les deuxième et quatrième périodes de l'année.

4.2 Analyse statistique

4.2.1 Séries observées

L'analyse statistique des séries observées des températures de l'eau étant basée sur les 365 jours de l'année, aucune analyse n'a été effectuée pour les années 1968 et 1971, certaines données n'ayant pas été mesurées. Les paramètres statistiques calculés des séries observées de température de 1969 et 1970 indiquent une stabilité des résultats d'une année à l'autre (tableau 4.1). Le coefficient d'aplatissement indique une faible concentration autour de la moyenne; distribution platicurtique; les distributions des séries sont légèrement asymétriques. Les séries de température de l'eau ne sont pas distribuées normalement.

4.2.2 Séries calculées par le modèle conceptuel

Les paramètres statistiques s'apparentent à ceux des séries observées (tableau 4.1). Les valeurs des paramètres statistiques des séries résiduelles sont compilées au tableau 4.2. Pour les quatre années, les

Tableau 4.1: Paramètres statistiques des séries observées et calculées pour 1968 à 1971 inclusivement.

Paramètre statistique	modèle stochastique			modèle déterministe			températures observées		
	1968	1969	1970 1971	1968	1969	1970 1971	1969	1970	1971
moyenne	7,8	7,4	7,9 7,8	7,2	7,5	7,5 7,1	7,4	7,6	7,6
variance	66,1	57,3	67,3 67,9	59,1	60,1	60,0 56,0	58,0	59,0	59,0
coefficient d'aplatissement	-1,3	-1,2		-1,4	-1,4		-1,2	-1,2	-1,2
coefficient d'asymétrie	0,5	0,6		0,4	0,4		0,5	0,5	0,5

Tableau 4.2: Paramètres statistiques des séries résiduelles des modèles stochastique et déterministe pour 1968 à 1971 inclusivement.

Paramètre statistique	modèle stochastique				modèle déterministe			
	1968	1969	1970	1971	1968	1969	1970	1971
moyenne	0,8	0,0	-0,2	0,3	1,6	-0,1	0,1	1,4
variance	5,4	0,7	2,4	3,4	10,5	6,1	4,3	6,2
erreur-type*	0,1	0,0	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2
coefficient d'aplatissement	-0,4	3,2	2,8	-0,5	0,0	1,0	1,5	2,1
coefficient d'asymétrie	0,5	-0,3	0,0	-0,2	0,4	-0,1	0,8	-1,0

* erreur-type = s/\sqrt{n}

séries résiduelles du modèle conceptuel ne sont pas distribuées normalement. Il est à noter les moyennes élevées des températures pour les années 1968 à 1971. L'examen des graphiques des résidus en fonction du temps montrent qu'il existe une surévaluation quasi systématique pour les années 1968 et 1971 (figure 4.8).

4.2.3 Séries calculées par le modèle stochastique

Les écarts-types montrent une forte dispersion autour de la moyenne (tableau 4.1); les écarts-types et les moyennes sont nettement supérieurs aux valeurs des séries observées. Pour 1968 et 1971, il y a erreur systématique dans les températures calculées par la fonction périodique (figure 4.9). En 1969 et 1970, les erreurs sont réparties plus également autour de la fonction périodique. L'addition de la partie stationnaire réduit légèrement les valeurs des résidus pour 1968 (figure 4.10). Les erreurs systématiques rencontrées lors de certains mois ne sont pas corrigées. Par contre en 1969, l'addition de la composante à court terme améliore la qualité de l'ajustement, les résidus sont plus faibles et il y a une meilleure répartition des valeurs résiduelles autour de la valeur zéro. L'addition de la partie stationnaire en 1970 diminue la qualité de la performance; on note davantage d'erreur systématique. Aucune séries résiduelles du modèle stochastique ne possèdent une distribution parfaitement normale (tableau 4.2). Les moyennes des séries résiduelles du modèle stochastique sont plus faibles que celles du modèle conceptuel quoique, les variabilités relatives du premier modèle soient plus grandes.

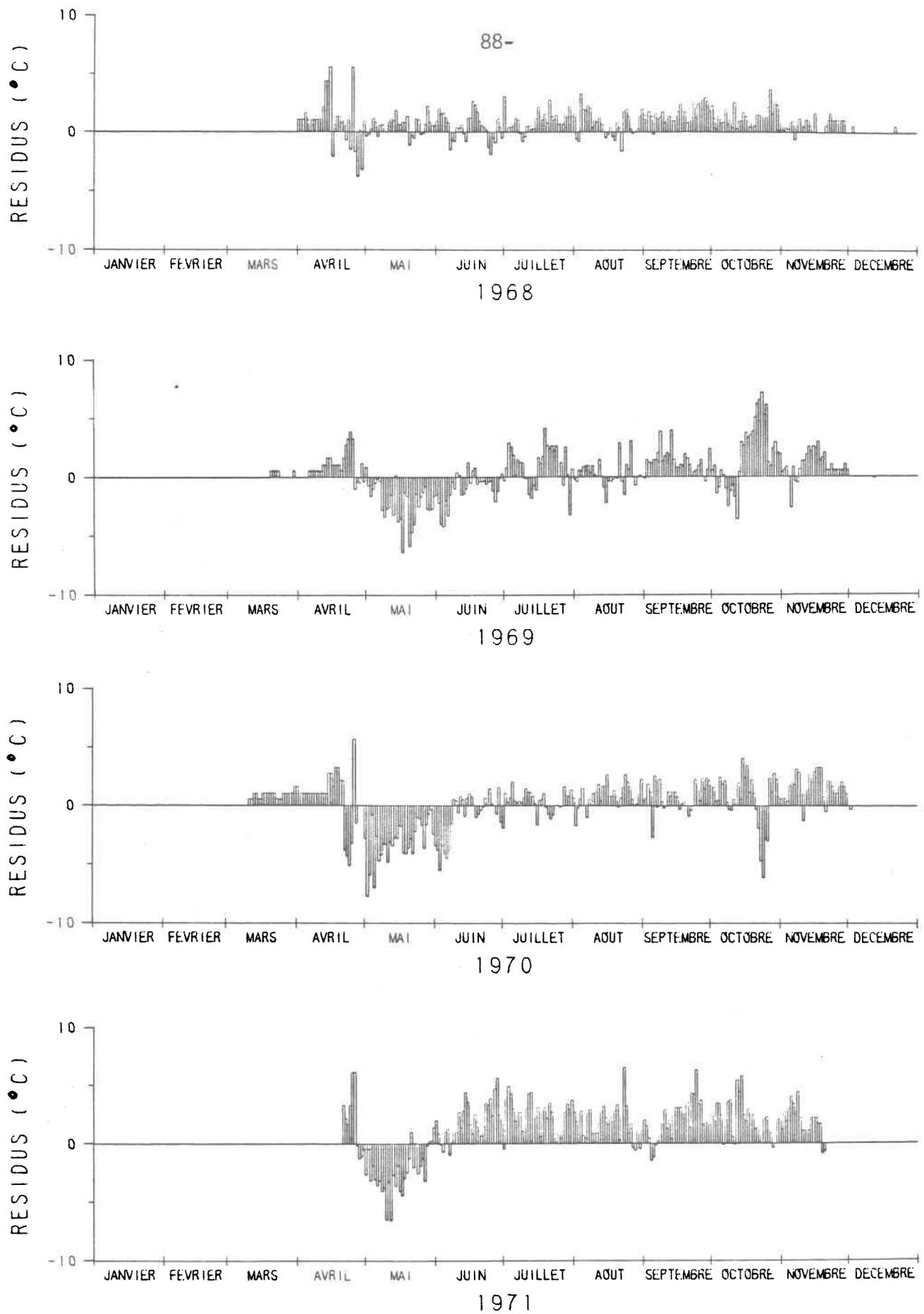


FIGURE 4.8: Résidus du modèle conceptuel en fonction du temps.

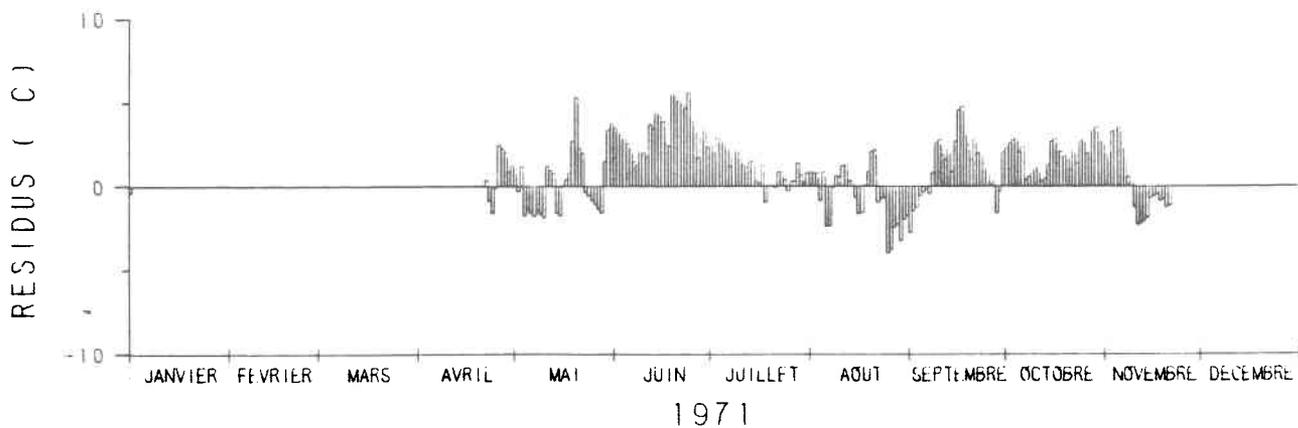
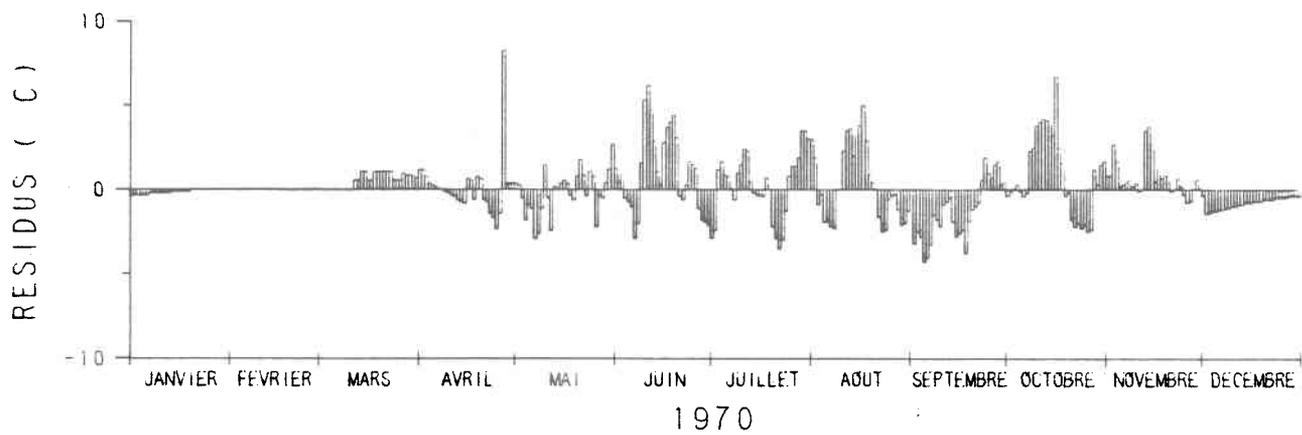
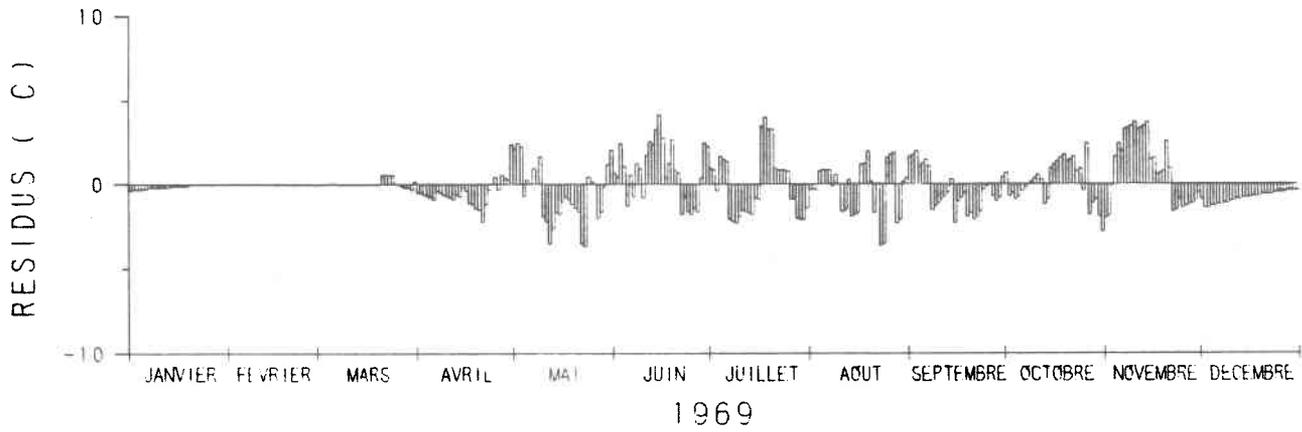
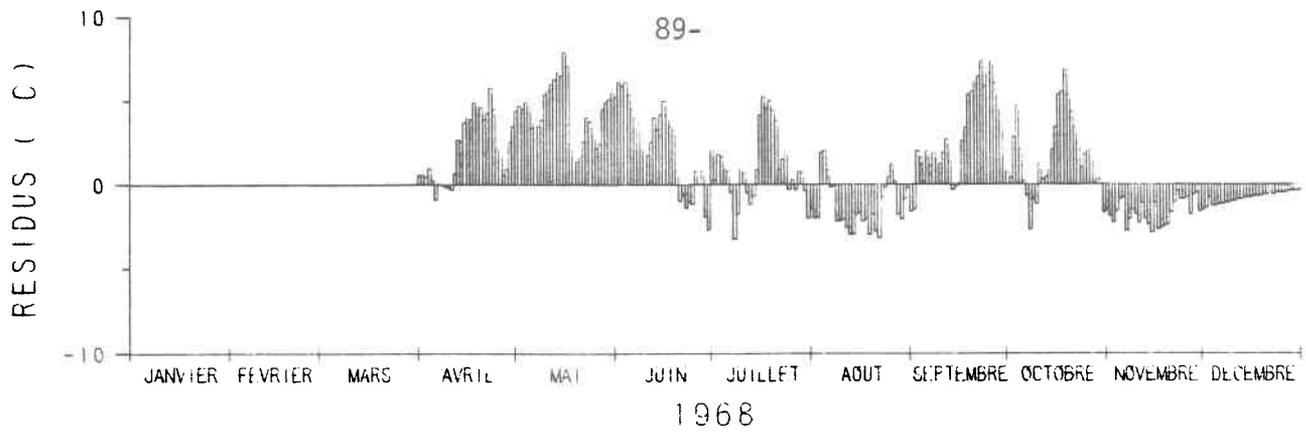


FIGURE 4.9: Résidus de la composante à long terme en fonction du temps.

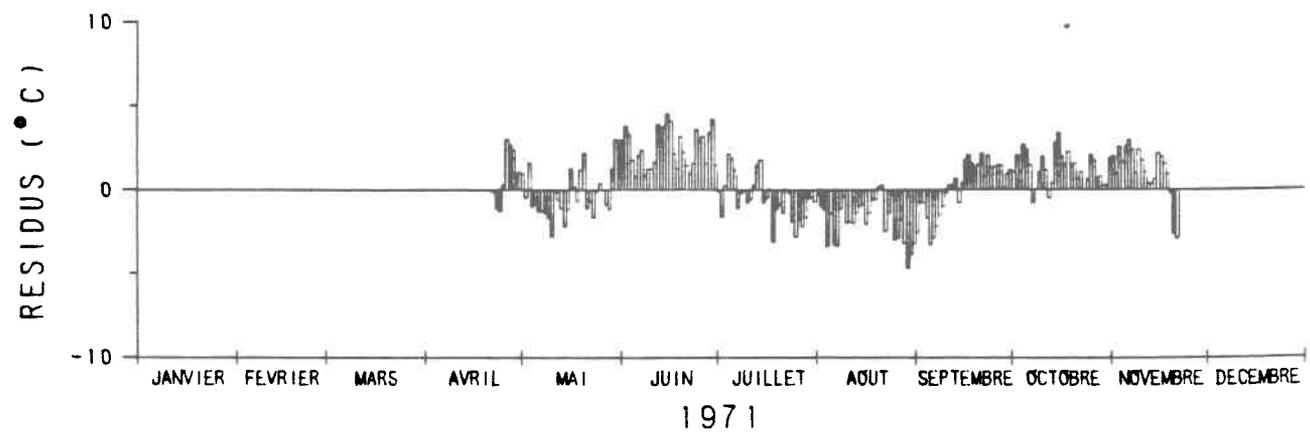
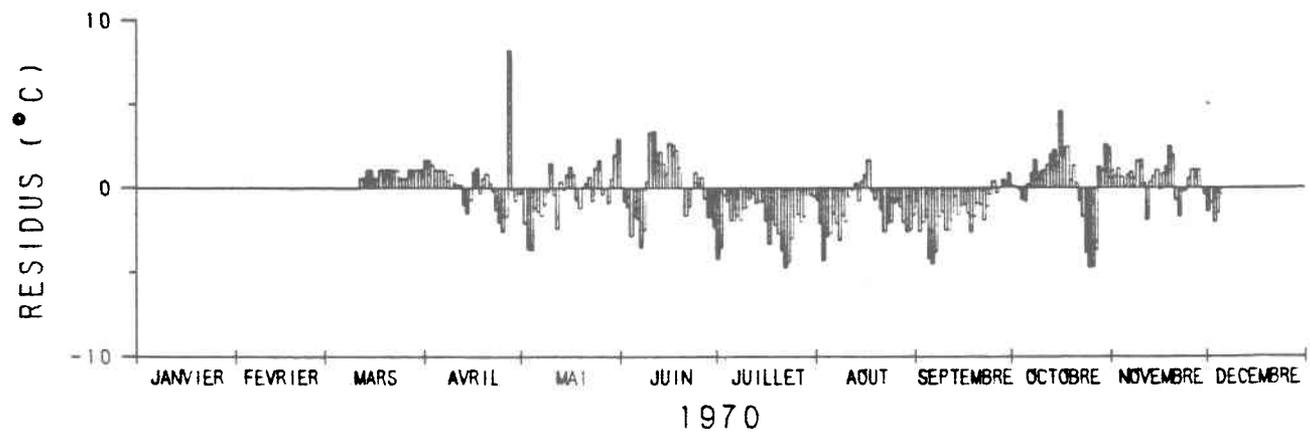
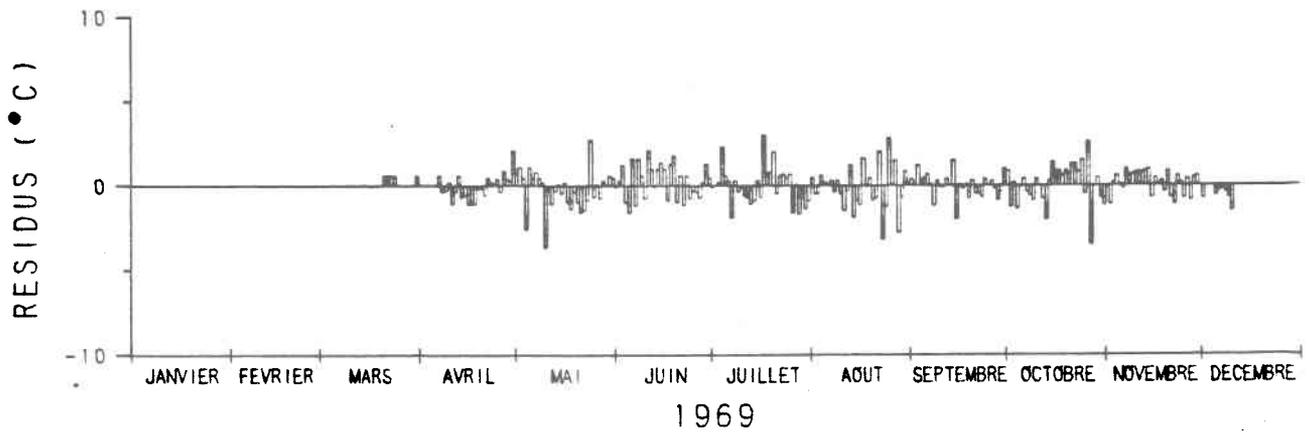
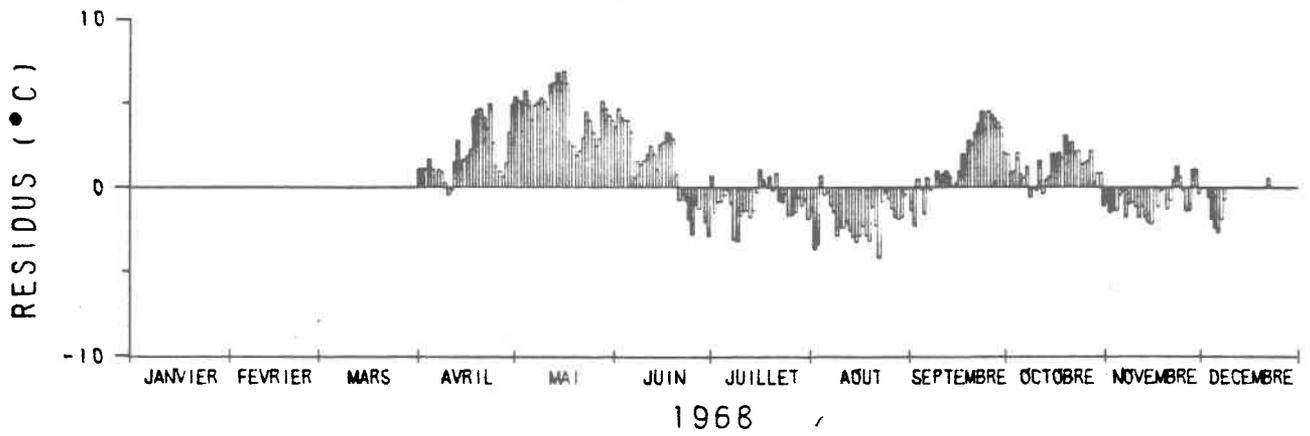


FIGURE 4.10: Résidus du modèle stochastique en fonction du temps.

4.3 Calcul des erreurs quadratiques moyennes

Ce calcul s'est effectué à partir des valeurs journalières des modèles conceptuel et stochastique. Le calcul de l'erreur quadratique moyenne permet d'exprimer quantitativement la précision des divers essais. L'erreur quadratique moyenne est définie selon l'équation:

$$S_{Y.X} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y_{est})^2}{N}}$$

où:

- N = nombre de valeurs observées différentes de 0,0°C;
- Y_{est} = valeurs estimées;
- Y = valeurs observées.

Si N est inférieur à 30, on multiplie $S_{Y.X}$ par un facteur égal à $\sqrt{\frac{N}{N-2}}$ afin d'obtenir une valeur sans biais. Les mois d'avril et novembre de 1968 à 1979 ont été soustraits du calcul de l'erreur quadratique moyenne. Le nombre de valeurs calculées, pour certaines années, étant plus faible que le nombre d'observations, aucune comparaison n'a été possible.

Tout comme l'analyse graphique avait démontré, il existe une meilleure performance du modèle conceptuel pour 1968 et du modèle stochastique pour 1969 (tableau 4.3). Quoique le modèle stochastique soit moins sensible

aux variations journalière, les erreurs quadratiques moyennes sont plus faibles que celles du modèle conceptuel; il est probable que les valeurs plus élevées, calculées pour le modèle conceptuel, proviennent des surestimations de température de l'eau pour certains jours du mois de mai. Il est à noter que des valeurs plus faibles d'erreurs quadratiques sont également relevées, pour le modèle stochastique, lors des mois de septembre et d'octobre. Pour les mois de juin, juillet et août, il n'existe pas de dominance d'un modèle par rapport à l'autre.

4.4 Comparaison des performances selon la méthode de Prince

La recherche du meilleur ajustement entre deux modèles d'une même série de données est parfois difficile; l'analyse des résidus ou des séries peut ne pas donner l'information voulue quant au modèle présentant la meilleure approximation. Une technique proposée par Prince (1982) base sa comparaison sur l'étude de la droite de régression entre deux variables $x(t)$ et $z(t)$; ces variables sont calculées à partir des valeurs observées et prédites par les modèles au temps t :

$$x(t) = y_{1c}(t) - y_{2c}(t)$$

$$z(t) = y_o(t) - \frac{1}{2} [y_{1c}(t) + y_{2c}(t)]$$

où

y_{1c}, y_{2c} = valeurs calculées respectivement par le premier et le second modèle;

Tableau 4.3: Erreurs quadratiques moyennes des modèles conceptuel et stochastique pour les années 1968 à 1971 inclusivement.

modèle	année	mois					
		mai	juin	juillet	août	septembre	octobre
conceptuel	1968	0,93	1,31	1,33	1,35	1,80	1,56
	1969	3,15	2,25	2,20	1,87	2,17	3,58
	1970	3,90	2,57	1,54	1,58	2,12	2,66
	1971	3,65	2,53	2,75	2,64	3,03	2,72
	1968-1971	3,12	2,15	2,03	1,92	2,25	2,72
stochastique	1968	4,79	2,61	1,34	2,22	2,55	1,58
	1969	1,21	1,11	1,11	1,28	0,72	1,19
	1970	1,51	1,95	2,25	1,85	2,00	2,18
	1971	1,45	2,83	1,38	2,20	1,63	1,61
	1968-1971	2,67	2,15	1,58	1,92	1,79	1,67

y_0 = valeur observée;
 t = jour de l'année.

Le choix du modèle possédant le meilleur ajustement porte uniquement sur la valeur de la pente; la droite de régression doit passer à l'origine et s'écrit:

$$z(t) = \lambda x(t)$$

où

λ = pente de la droite de régression.

Si la pente est positive, notre choix se portera sur le premier modèle, si elle est négative, sur le second modèle. Toutefois si la valeur absolue de la pente est inférieure à 0,5, aucune conclusion ne peut être tirée; cependant, si la pente s'ajuste à la valeur zéro, on peut conclure que les deux modèles ont un ajustement équivalent.

Le test de Fisher permet de comparer l'ordonnée de la droite de régression à la valeur zéro. Si deux variables aléatoires indépendantes X et Z suivent la loi du chi-deux avec respectivement ν_1 et ν_2 degrés de liberté, la quantité F de la distribution de Fisher s'écrit:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_X)^2 / \sigma_X^2 \nu_X}{\sum_{i=1}^n (Z_i - \mu_Z)^2 / \sigma_Z^2 \nu_Z}$$

où

- α = niveau significatif;
- ν_X, ν_Z = degrés de liberté des variables X et Z respectivement;
- μ_X, μ_Z = moyenne des séries X et Z respectivement;
- σ_X^2, σ_Z^2 = variances des séries X et Z respectivement.

Dans le cas où la quantité F est supérieure à la valeur donnée F_α ; ν_1, ν_2 l'hypothèse est rejetée c'est-à-dire que l'ordonnée à l'origine ne peut se comparer à zéro. Par contre, si elle est inférieure, l'hypothèse de départ est acceptée.

L'étude des comparaisons des performances a été effectuée sur une base annuelle puis, suivant les quatre périodes prédéterminées au début de l'étude comparative. La première période étant composée en majorité de zéros, aucune évaluation de la droite de régression n'a été possible. De plus, certaines températures observées en 1968 et 1971 étant manquantes, l'étude a porté sur les troisième et quatrième périodes de 1968 et sur la troisième période de 1971; 1968 et 1971 ne contenaient respectivement que 275 mesures prises à partir du 1er avril et 214 données s'échelonnant du 22 avril au 21 novembre. L'erreur de deuxième espèce a été fixée à 5%.

4.4.1 Base annuelle

Le tableau 4.4 présente les paramètres des droites de régression obtenus à partir des valeurs calculées de $z(i)$ et $x(i)$. Le nombre 1 est attribué au modèle stochastique et 2, au modèle déterministe. Les pentes estimées pour les quatre années sont significativement différentes de zéro. Cependant, les années 1968, 1970 et 1971 ont été retirées de notre analyse, l'ordonnée à l'origine des droites de régression ne peut s'ajuster à zéro, la quantité F se situant à l'extérieur de la zone d'acceptation bornée par 3,84 et ne peut donc s'ajuster à la valeur zéro. Le pourcentage de variation expliqué par la droite de régression pour 1969 atteint 66%. La valeur de la pente pour cette dernière année favorise le modèle stochastique; l'erreur-type de ce paramètre atteint 0,02.

4.4.2 Base périodique

La constante des droites de régression pour les troisième et quatrième périodes de 1970, ainsi que pour la troisième période de 1971 ne pouvant se comparer à zéro, la quantité F de la distribution de Fisher de 3,95 étant inférieure aux valeurs calculées, aucune étude n'a été effectuée (tableau 4.5). La pente pour la seconde période de 1969 étant inférieure à 0,5, aucune conclusion ne peut être tirée quant à l'ajustement des modèles. La pente estimée pour les troisième et quatrième périodes de 1968 et 1969 et la deuxième période de 1970 favorise le modèle stochastique. Cependant, pour cette dernière période, le pourcentage de variation expliqué par la

Tableau 4.4: Paramètres des droites de régression pour 1968 à 1971 inclusivement.

Année	1968	1969	1970	1971
Pente de la droite de régression	*	0,51	*	*
Ordonnée à l'origine	0,90	0,00	-0,14	0,65
Quantité de F reliée à l'ordonnée	38,52	0,00	3,39	26,46
Coefficient de corrélation	*	0,81	*	*

* valeur non calculée

Tableau 4.5: Paramètres des droites de régression définies sur une base saisonnière pour 1968 à 1971.

Année	1968		1969		1970		1971	
	3	4	2	3	4	2	3	4
Pente de la droite de régression	0,76	0,81	0,43	0,59	0,52	0,54	*	*
Ordonnée à l'origine	-1,47	0,18	-0,13	-0,12	0,03	0,28	-0,82	0,43
Quantité F reliée à l'ordonnée	0,21	1,50	1,00	1,07	0,13	1,55	11,55	7,54
Coefficient de corrélation	0,76	0,83	0,74	0,82	0,78	0,56	*	*

* valeur non calculée

droite de régression est 31%. Les erreurs-types reliées aux pentes des droites de régression pour les quatre périodes jugées significatives sont inférieures à 0,10 (tableau 4.6).

4.5 Résumé

Le tableau 4.7 résume les avantages et les inconvénients inhérents aux modèles conceptuel et stochastique; quant au tableau 4.8, il s'attarde aux résultats obtenus lors des essais.

Tableau 4.6: Erreurs-types des pentes des droites de régression définies sur une base saisonnière.

Année	Période	Pente	Erreur-type*
1968	3°	0,76	0,07
	4°	0,81	0,05
1969	3°	0,59	0,04
	4°	0,52	0,04

* erreur-type = s/\sqrt{n}

Tableau 4.7: Avantages et inconvénients des modèles conceptuel et stochastique.

modèle	Avantage	Inconvénient
conceptuel	<ul style="list-style-type: none"> - possibilités d'effectuer des études d'impact et de trouver des solutions alternatives. 	<ul style="list-style-type: none"> - large gamme de données nécessaires; - système très complexe.
stochastique	<ul style="list-style-type: none"> - exige peu de données; - conception facile; - coûts des données et d'exploitation et durée du développement réduits. 	<ul style="list-style-type: none"> - aucune étude d'impact possible après aménagement; - requiert de longues séries d'observations.

Tableau 4.8: Avantages et inconvénients relevés lors des essais.

modèle	Avantage	Inconvénient
conceptuel	<ul style="list-style-type: none"> - bonne approximation de la date de la température maximale. 	<ul style="list-style-type: none"> - retard moyen dans l'approximation de la date de débâcle de 31,5 jours; - sous-évaluation de la température maximale- sous-évaluation moyenne: 1,2°C; - gel précoce sur les quatre années; - erreur quasi systématique pour les années 1968 et 1971.
stochastique	<ul style="list-style-type: none"> - différence entre les températures calculées et observées, en valeur absolue de 0,8°C; - bonne approximation de la date de la température maximale. 	<ul style="list-style-type: none"> - gel tardif sur les quatre années; - retard moyen dans l'approximation de la date de débâche de 14 jours; - modèle moins sensibles aux variations journalières.

Conclusion

L'analyse de sensibilité effectuée sur le paramètre température des eaux souterraines a montré que l'influence de cette dernière est plus importante au cours des mois de mai et d'octobre. Compte tenu des performances réalisées lors des divers essais, l'emploi d'une sinusoïde, pour prédire la valeur du paramètre, nous semble le plus intéressant. Toutefois, si l'on désire utiliser une valeur fixe, une température d'eau souterraine de 11°C nous paraît adéquate. Une profondeur moyenne en rivière, variable dans le temps, est à conseiller. L'emploi d'une valeur constante nous oblige à utiliser une profondeur de 1,0 mètre afin de tenir compte des différents régimes hydrologiques.

Après élimination des années de calibration des modèles stochastique et déterministe, aucune prédominance d'un modèle par rapport à l'autre n'a été notée quant à la qualité de l'ajustement. Toutefois, le modèle stochastique s'avère le moins sensible aux fluctuations journalières. Quant au modèle déterministe, on relève de fortes fluctuations et des surestimations lors du premier mois de simulation, probablement à cause de la sous-estimation de la profondeur moyenne de la rivière. L'examen des graphiques des résidus en fonction du temps a montré qu'il existe une surévaluation quasi systématique dans ce dernier modèle pour les années 1968 et 1971. Les erreurs quadratiques moyennes avantagent le modèle stochastique pour les mois de mai, septembre et octobre, soit lors des périodes de crue.

Néanmoins, l'utilisation de température moyenne journalière réduit le degré de précision possible de la modélisation. En effet, la température de l'eau peut varier de façon appréciable au cours de la journée. Sur le Bras du Nord, l'amplitude des fluctuations journalières peut atteindre jusqu'à 5°C.

Quoique le champ d'application du modèle stochastique c'est-à-dire, la capacité de s'appliquer à des cours d'eau de même caractéristiques physiques ou de même altitude et latitude n'a pu être vérifié par manque de données, il appert que l'utilisation de ce modèle est avantageuse particulièrement dans les modèles de qualité de l'eau tel le calcul de la DBO. Ses prédictions couvrent bien la gamme des températures observées. Les coûts des données et d'exploitation ainsi que la durée nécessaire au développement sont passablement réduits. Cependant, l'étude d'impact environnemental requiert l'emploi du modèle conceptuel; le modèle stochastique étant basé sur les séries historiques, il ne représente que le système à l'état initial. Après un premier aménagement le modèle stochastique ne peut être utilisé pour prédire les températures de l'eau. Par exemple, un rejet thermique ou la création de réservoir entraînent des modifications du régime thermique dans les régions plus en aval. Si l'eau évacuée provient de la couche profonde du réservoir, à cause de la formation de stratification en période estivale, l'eau rejetée est plus froide qu'à l'état naturel. Le modèle stochastique ne peut alors reproduire la température de l'eau réelle.

BIBLIOGRAPHIE

- ANDERSON, O.C. (1977). "Time series analysis and forecasting - the Box-Jenkins approach". Butterworths London and Boston, 182 p.
- BLACKMAN, R.B. et TUKEY, J.M. (1959). "The measurement of power spectra from the point of view of communications engineering". Dover Publications Inc. New-York, 190 p.
- BOX, G.E.P. et COX, D.R. (1964). "An analysis of transformation". J. Roy. Statistical Society B-26: 211-252.
- BOX, G.E.P., HUNTER, J.S. et HUNTER, W.G. (1978). "An introduction to design, data analysis and model building - statistic for experimenters". Wiley series in probability and mathematical statistics, New-York, 653 p.
- BOX, G.E.P. et JENKINS, G.M. (1976). "Time series analysis - forecasting and control". Revised edition, Holden-day, San-Francisco, Californie, 575 p.
- CARSON, J.E. (1963). "Analysis of soil and air temperatures by Fourier techniques". Journal of Geophysical Research, 68(8): 2217-2232.
- CHIU, C.L. et ISU, E.O. (1978). "Stream temperature estimation using Kalman filter". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 104(HY9): 1257-1268.
- CLUIS, D. (1972). "Relationship between stream water temperature and ambient air temperature - A simple autoregressive model for mean daily stream water temperature fluctuations". Nordic Hydrology, 3(2): 65-71.
- CLUIS, D. (1972). "Relation entre la température de l'eau d'une rivière et la température de l'air ambiant". Université du Québec, Institut national de la recherche scientifique, Centre québécois des sciences de l'eau, Rapport No 3, 11 p.

- DINGMAN, S.L. (1972). "Equilibrium temperatures of water surfaces as related to air temperature and solar radiation". *Water Resources Research*, 8(1): 42-49.
- GÉLINAS, P., BERNIER, P., PADILLA, F., DESSUREAULT, M. et AZZARIA, L.M. (1983). "Étude hydrogéologique et hydrogéochimique du bassin versant du lac Laflamme - campagne 1982". Rapport préliminaire. Environnement Canada, Région de Québec, 269 p.
- GILLET, B.E. et LONG, L.L. (1974). "Statistical analysis of water temperature residuals". *Water Resources Bulletin*, 10(6): 1127-1132.
- JAMES, A. Ed. "Mathematical models in water pollution control". Wiley Interscience Division, New-York, 420 p.
- KOTHANDARAMAN, V. (1972). "Air-water temperature relationship in Illinois River". *Water Resources Bulletin*, 8(1): 38-45.
- LLAMAS, J. et TRIBOULET, J.P. (1976). "La température de l'air et le cycle hydrologique: Structure statistique". *Les cahiers de Centreau*, 1(3), 81 p.
- LUNDBERG, A. (1982). "Combination of a conceptual model and an autoregressive error model for improving short time forecasting". *Nordic Hydrology*, 13(4): 233-246.
- MARASCUILO, L.A. et McSWEENEY, M. (1977). "Non parametric and distribution-free methods for the social sciences". Brooks/Cole Publishing Company, Monterey, California, 556 p.
- MARCOTTE, N. et DUONG, V.L. (1973). "Le calcul de la température de l'eau des rivières". *Journal of Hydrology*, 18: 273-287.
- MORIN, G., CLUIS, D., COUILLARD, D., JONES, H.G. et GAUTHIER, J.M. (1983). "Modélisation de la température de l'eau à l'aide du modèle quantité-qualité Cequeau". INRS-Eau, Québec, rapport scientifique no 153, 103 p.

- MEMBRES DE L'OPÉRATION RIVIÈRE STE-ANNE. (1972). "La Sainte-Anne, source de vie", 115 p.
- PACK, D.J. "The Pack System User's Guide". Automatic forecasting systems, Inc. Statistical consultants, Pennsylvanie 19040, 80 p.
- PAILY, P.P. et KENNEDEY, J.F. (1974). "A computational model for predicting the thermal regimes of rivers". International Association of hydraulic Research, Report no 169.
- PRINCE, E. (1982). "Comparison of the fits of two models to the same data set". Acta Crystallographica, B 38: 1099-1100.
- RAPHAEL, J.M. (1962). "Prediction of temperature in rivers and reservoirs". Journal of the power Division, 88(P02): 157-181.
- ROESNER, L.A. et YEVJEVICH. (1966). "Mathematical models for time series of monthly precipitation and monthly runoff". Hydrology Papers, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- SCHEID, F. (1968). "Numerical Analysis". Schaum's outline series in mathematics, McGraw-Hill Book Company, New-York, 422 p.
- SMITH, K. (1981). "The prediction of river water temperatures". Hydrological Sciences Bulletin, 26(1): 19-32.
- SONG, C.C.S., M. et CHIEN, C.Y. (1977). "Stochastics properties of daily temperature in rivers". Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, (EE2)103: 217-231.
- YEVJEVICH, V. (1972). "Stochastic Processes in Hydrology". Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, USA, 276 p.

ANNEXE A

Étude des structures et de la fonction de transfert
des séries de temps selon l'approche de Box et Jenkins

Structure des séries de temps

Une série de temps est une suite d'observations ordonnées dans le temps. Si l'estimation des valeurs futures est possible grâce aux données passées, la série de temps est considérée comme déterministe; si, par contre, la série n'est décrite qu'en terme de probabilités, elle est considérée comme un phénomène statistique suivant des lois de probabilité. Dans les sciences naturelles, la décomposition de série est ordinairement additive, c'est-à-dire que la série de temps est représentée comme la somme d'une composante à long terme, d'une composante saisonnière et d'une composante stochastique.

$$X(t) = T(t) + S(t) + \epsilon(t)$$

où

- $X(t)$ = série de temps;
- $T(t)$ = composante à long terme;
- $S(t)$ = composante saisonnière;
- $\epsilon(t)$ = composante stochastique;
- t = indice du temps.

L'approche de Box et Jenkins étudie la structure interne des processus stochastiques dont les observations ont été faites à des intervalles de temps égaux. Si la structure interne peut être représentée par une fonction linéaire déterminée par les valeurs passées, le processus est de type autorégressif AR(p); si par contre, la fonction linéaire est déterminée par les erreurs passées, le processus est de type moyenne mobile MA(q); si les valeurs et les erreurs passées déterminent la fonction linéaire, le processus est de type mixte ARMA (p,q). Un processus autorégressif d'ordre p aura la forme:

$$\tilde{x}(t) = \phi_1 \tilde{x}(t-1) + \phi_2 \tilde{x}(t-2) + \dots + \phi_p \tilde{x}(t-p) + \varepsilon(t);$$

un processus à moyenne mobile d'ordre q:

$$\tilde{x}(t) = \varepsilon(t) - \theta_1 \varepsilon(t-1) - \theta_2 \varepsilon(t-2) - \dots - \theta_q \varepsilon(t-q)$$

où

$$\tilde{x}(t) = x(t) - \mu : \text{écart à l'origine};$$

$$x(t) = \text{valeur observée au jour } t;$$

$$\mu = \text{origine};$$

$$\varepsilon = \text{composante aléatoire};$$

$$\phi_j, \theta_j = \text{paramètres des modèles autorégressif et à moyenne mobile respectivement.}$$

Si l'on définit un opérateur autorégressif d'ordre p par:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$$

la forme condensée du modèle est alors:

$$\phi(B) \tilde{x}(t) = \varepsilon(t)$$

Ce qui est équivalent à:

$$\tilde{x}(t) = \phi^{-1}(B) \varepsilon(t) = \psi(B) \varepsilon(t)$$

où

$$\psi(B) = \phi^{-1}(B).$$

De même, pour un processus à moyenne mobile, si nous définissons un opérateur d'ordre q par:

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q,$$

on obtient:

$$\tilde{x}(t) = \theta(B) \varepsilon(t)$$

où

$$\theta^{-1}(B) \tilde{x}(t) = \varepsilon(t) = \pi(B) \tilde{x}(t).$$

La stationnarité, condition nécessaire et suffisante d'un processus de type autorégressif est satisfaite s'il y a convergence de $\psi(B)$ pour $\left| B \right| < 1$;

l'inversibilité, condition nécessaire et suffisante d'un processus de type moyenne mobile est satisfaite s'il y a convergence de $\Pi(B)$ pour $|B| < 1$. Le processus autorégressif est par définition un processus inversible; de même un processus à moyenne mobile est stationnaire. La différenciation et la transformation des données permettent de ramener un processus linéaire non stationnaire à un processus linéaire stationnaire. Habituellement, la non-stationnarité est attribuable à des racines de $\phi(B)$ situées sur le cercle unité. Si la d ième différenciation de la série est stationnaire, le processus prend la forme:

$$\phi(B) (1-B)^d \tilde{x}(t) = \theta(B) \epsilon(t)$$

Ainsi toutes les racines de $\phi(B)$ sont en dehors du cercle unité. Un processus mixte de type (p,q) , devient un processus mixte de type ARIMA (p,d,q) . La normalisation est une technique souvent utilisé pour rendre stationnaire une série $x(t)$ ou encore pour s'assurer qu'elle peut-être différentiable. L'approche de Box et Jenkins est simplifiée par l'emploi d'un processus Gaussien. En sciences naturelles, la transformation logarithmique est la plus souvent adoptée pour normaliser la série.

C'est l'étude de l'autocorrélogramme qui permet d'analyser la structure de la persistance de la série de temps. L'autocorrélogramme résultant est symétrique par rapport à zéro. Selon la forme que prendra l'autocorrélogramme, il sera possible d'évaluer la structure de la série. L'étude de la fonction d'autocorrélation partielle permet de déterminer

lesquels des coefficients sont nécessaires à l'identification du modèle de structure de la série de temps.

Fonction de transfert entre deux séries de temps

L'analyse du corrélogramme à retard permet de définir une fonction de transfert reliant deux phénomènes observés simultanément à des pas de temps égaux. Ce corrélogramme est asymétrique par rapport à un retard de zéro. La fonction de corrélation croisée définie selon l'équation:

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\gamma_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

où

- x = série d'entrée;
- y = série de sortie;
- k = retard entre les séries (jours);
- γ_{xy} = covariance entre X et Y;
- σ_x, σ_y = écart-type des séries d'entrée et de sortie respectivement;

est calculée à l'aide des deux séries de temps résidualisées. En effet, Box et Jenkins (1976) ont constaté que l'autocorrélation existant à l'intérieur de chacune des séries à tendance à augmenter la variance des coefficients de corrélation croisée et à produire des coefficients différents de

zéro, là où ils devraient égaier zéro. Cette étape de résidualisation consiste à utiliser le modèle de structure de la série d'entrée avec chacune des deux séries; la série d'entrée résultante est alors purement aléatoire.

La fonction de transfert s'écrit sous deux formes, soit en quotient de polynômes:

$$y(t) = \frac{(w_0 - w_1 B - \dots - w_s B^s)}{1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r} x(t-b) + \frac{a(t)}{(1 - \theta_1 B - \dots - \theta_p B^p)}$$

ou encore sous forme de série d'impulsions:

$$y(t) = v_0 x(t) + v_1 x(t-1) + \dots + \mu(t)$$

où

ϕ, S, w, b = paramètres à estimer;

a, μ = composante non expliquée du phénomène;

v_k = poids des impulsions ou "impulse response weights".

Toutefois, cette dernière fonction est souvent inexacte et instable.

