PLC377

Université du Québec
INRS-Eau

DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE LAGRANGIEN DE TRANSPORT DE GLACE DE SURFACE EN MILIEU FLUVIAL

par
Bernard Doyon
Maître ès sciences en génie civil

Thèse présentée
pour l'obtention
du grade de Philosophiæ doctor (Ph.D.)
en sciences de l'eau

Jury d'évaluation

Président du jury et examinateur externe	M. Brian Morse, professeur Département de génie civil Université Laval
Examinateur externe	M. Richard Frenette, professeur Département de génie civil Université d'Ottawa
Examinatrice interne	Mme Monique Bernier, professeure INRS-Eau Université du Québec
Examinateur interne et codirecteur de recherche	M. Hung Tao Shen, professeur Dept. of Civil and Environmental Engineering Clarkson University
Examinateur interne et codirecteur de recherche	M. Yves Secretan, professeur INRS-Eau Université du Québec
Directeur de recherche	M. Michel Leclerc, professeur INRS-Eau Université du Québec

Thèse soutenue le 20 septembre 2000

En partie fruit de l'égoïsme et de l'amour-propre,
cette thèse est dédiée à Sylvie...
et à son extrême indulgence.

AVANT-PROPOS

Six années se sont écoulées depuis mon arrivée à l'institut national de la recherche scientifique. Six années qui, à certains égards, ont été difficiles mais enrichissantes. Six années pendant lesquelles s'est déroulé un voyage intérieur éprouvant où nul ne pouvait être convié et à la fin duquel les tourments de l'incertitude ont cédé leur place à une certaine quiétude devant l'accomplissement. C'est que, suivre une intuition scientifique s'avère une aventure plus hasardeuse que s'engager sur les voies mieux balisées de la quotidienneté. Heureusement que ma confiance ne fut jamais ébranlée alors que bien des choses échappaient à ma compréhension.

Comme son titre l'indique, cette thèse a pour objet la conception d'un modèle numérique de transport de glace de surface en milieu fluvial. Étant le premier étudiant à l'INRS-Eau à oeuvrer dans le domaine de la dynamique des glaces, j'ai choisi de léguer un manuscrit de type classique dans lequel on retrouve, outre les exemples académiques flanqués d'abondantes explications, un inventaire exhaustif des articles publiés jusqu'à maintenant sur le sujet. Pour la même raison, cet ouvrage comporte un chapitre qui traite exclusivement des *processus* hydrauliques qui conditionnent la formation, la progression et la destruction des couverts de glace.

"Les sentiers de la pensée sont semés de plus d'embûches que les routes du Moyen Âge: « malheur à celui qui va seul »."[1] Aussi ai-je sollicité et obtenu la complicité de plusieurs personnes. En particulier, je tiens à témoigner ma profonde reconnaissance à mon directeur de recherche, M. Michel Leclerc, professeur à l'INRS-Eau, sans lequel rien de tout cela n'eût été possible. Je lui sais gré de m'avoir accueilli avec tant de bienveillance dans son laboratoire d'hydraulique numérique et d'avoir établi les conditions matérielles et intellectuelles stimulantes pour la recherche.

Parce qu'il a bien voulu accepter la codirection de cette thèse, je tiens également à remercier M. Yves Secretan, professeur à l'INRS-Eau, à qui je dois d'avoir acquis une culture en programmation orientée objet. M. Secretan a su faire mentir l'adage voulant qu'un enseignant montre moins de ferveur pédagogique à la quatrième explication qu'à la première. Son entêtement à aller au fond des choses aura certes été source d'inspiration et de motivation dont j'ai, par moment, grandement tiré avantage.

Je veux également exprimer toute ma gratitude au professeur Hung Tao Shen de l'université Clarkson (Potsdam, NY), pour le remarquable travail de codirection qu'il a effectué à distance. On retrouve partout dans ce document la trace de ses grandes connaissances scientifiques qu'il a si généreusement partagées avec moi.

J'adresse aussi mes remerciements aux autres membres du jury d'évaluation, soit M. Brian Morse, professeur au département de génie civil de l'université Laval, M. Richard Frenette, professeur au département de génie civil de l'université d'Ottawa, et Mme Monique Bernier, professeure à l'INRS-Eau, pour leur implication dans ce travail.

Mes remerciements vont également à l'homme avisé qu'est M. Paul Boudreau, agent de recherche à l'INRS-Eau, pour les innombrables entretiens qui m'ont aidé à garder sur cette vaste mer qu'est la recherche, le cap sur les objectifs visés. Merci à M. Yves Roy,

[1] M. Blais, *L'échelle des valeurs humaines*, Montréal, Fides, 1984, p. 10.

naguère informaticien à l'INRS-Eau, pour ses judicieux conseils sur le plan de la programmation et à M. Junshan Su, associé de recherche au *Institute of Marine and Coastal Sciences* (New Brunswick, NJ), pour sa grande collaboration et son intérêt marqué. Aussi nombreux qu'utiles, les propos échangés avec M. Lianwu Liu, étudiant au doctorat à l'université Clarkson, ont été fortement appréciés.

Par ailleurs, j'aimerais souligner que tous les instruments de mesure desquels j'ai bénéficié pour la présente étude ont été gracieusement prêtés par M. Richard Gauthier du Laboratoire de métrologie dimensionnelle de l'université Laval.

Je remercie pour son aimable concours, M. Mourad Heniche, associé de recherche à l'INRS-Eau, qui m'a grandement aidé à effectuer l'arrimage du modèle de la dynamique des glaces au modèle hydrodynamique et qui, par surcroît, a accepté avec gentillesse la tâche colossale de faire une première lecture de cet ouvrage.

On dit que derrière chaque grand homme se cache une femme. Je ne suis pas un grand homme, mais il se trouve néanmoins une femme qui, par son support indéfectible, m'aura été d'un grand secours à plus d'une reprise. Témoin de tous mes états d'âme pendant ce long périple, partageant les moments heureux comme les moins heureux, Sylvie m'a soutenu, dans le respect de mes choix, jusqu'à l'accomplissement de cet ambitieux projet.

Enfin, je salue tous ceux qui de près ou de loin m'ont apporté leur soutien moral durant mes années de doctorat. Merci aux compagnons de route, en particulier Irène Abi-Zeid, Sophie Bédard, Julie Lafleur et Jean Morin. Je garde un souvenir agréable de l'atmosphère de camaraderie et d'entraide qui régnait lors de mon passage au laboratoire. Que tous ceux envers qui je garde une quelconque dette ne m'en tiennent pas rigueur.

Le temps de l'initiation est terminé.

RÉSUMÉ

Il est connu que la présence de glace en rivière peut influencer de façon significative ses conditions d'écoulement. Cette observation est davantage remarquée à la débâcle, période propice à la formation d'embâcles. On observe également que la majorité des contraintes associées à la glace sont davantage attribuables à ses mouvements qu'à sa seule présence. De ce point de vue, un outil capable de reproduire la trajectoire de morceaux de glace à la dérive peut s'avérer d'une utilité appréciable dans la recherche de mesures d'atténuation.

Les progrès réalisés en analyse numérique et l'avènement d'ordinateurs toujours plus puissants permettent désormais à la modélisation de s'afficher comme une alternative aux méthodes analytiques et expérimentales traditionnelles dans l'étude des phénomènes de transport de glace. Dans le cadre de cette thèse, un modèle numérique de la dynamique des glaces a été développé afin d'étudier les caractéristiques du mouvement des glaces et des *processus* d'embâcles dans des rivières possédant des topographies complexes et des tracés fortement irréguliers. Le modèle est applicable sur un domaine plan horizontal de façon à mettre en relief toute la diversité des phénomènes de transport et d'accumulation dont la manifestation n'est pas uniforme.

Le modèle comporte deux composantes: l'une décrit l'écoulement de l'eau à surface libre, l'autre, le mouvement des glaces. La résolution selon une approche eulérienne des équations différentielles partielles décrivant l'écoulement d'un fluide est achevée par la méthode bien établie des éléments finis, laquelle est choisie pour son caractère général, sa relative facilité de mise en oeuvre et sa capacité à reproduire les domaines à géométrie complexe. De son côté, le mouvement des glaces est estimé par le biais de la méthode lagrangienne *SPH* (*smoothed particle hydrodynamics*). L'approche lagrangienne déterministe est retenue en raison des progrès considérables qu'a récemment permis l'exploitation de ces méthodes dans le domaine du transport de la glace. La méthode *SPH* est quant à elle choisie parce qu'elle est réputée moins diffusive que d'autres méthodes lagrangiennes. Le programme de calcul permet de propager les entités lagrangiennes par la prise en compte explicite des sollicitations externes agissant sur les particules et des propriétés du champ de glace, comme sa configuration à la surface du plan d'eau ou son étendue verticale.

L'interdépendance qui lie la glace et les conditions d'écoulement oblige le modèle hydrodynamique utilisé à prendre en considération la présence de glace lors de la caractérisation courantométrique. Pour tenir compte efficacement d'une telle présence, le modèle hydrodynamique doit connaître l'emplacement exact de la glace et ses mouvements. Le couplage entre les deux composantes informatiques distinctes exploite l'interaction se produisant à l'interface eau-glace alors que la rétroaction des glaces sur l'écoulement est prévue par une mise à jour au besoin du champ de vitesses. Le modèle de transport respecte toutes les contraintes imposées par un modèle hydrodynamique bidimensionnel à fronts mobiles et prévoit l'arrêt des blocs de glace par contact avec le fond. L'écoulement au niveau de la couche de glace est négligé. Contrairement à la théorie classique des embâcles, le modèle de la dynamique des glaces permet non seulement de déterminer l'endroit et le moment où un embâcle est susceptible de se loger, mais également de suivre l'évolution de l'accumulation.

L'évaluation des contraintes développées par le champ de glace est dépendante des vitesses de déformation observées. Les contraintes développées à grande vitesse de déformation requièrent d'être évaluées par une loi de comportement viscoplastique non linéaire. Pour l'estimation des contraintes à faible vitesse de déformation, le recours à une loi constitutive élasto-plastique non linéaire est plus adapté.

Le simulateur lagrangien est codé en C++ suivant la philosophie orientée objet pour la modélisation de données. Il est démontré que la technologie de la programmation orientée objet se prête particulièrement bien à l'implantation d'un tel modèle. Les classes se rapportant à la mise en oeuvre de la simulation particulaire sont brièvement présentées ainsi que la façon dont le programme est intégré à un code existant.

Dans cette étude, il a été choisi d'utiliser un outil de spécification spatiale en environnement graphique pour délimiter le domaine de simulation. Complètement indépendant du maillage ou de la mémoire vidéo, l'outil permet de fractionner un domaine en sous-domaines et d'y associer des informations tels l'épaisseur du couvert de glace et son coefficient de frottement. Le domaine de simulation est ainsi défini comme l'ensemble des aires laissées en eau libre.

On s'assure ensuite que le modèle de la dynamique des glaces fournit des résultats valides pour un problème académique dont la solution analytique est dérivée de la théorie des embâcles. La qualité des résultats est ainsi contrôlée pour le cas particulier d'un canal droit à pente constante au bout duquel est positionnée une estacade forçant l'arrêt des glaçons. Le *test*, qui consiste à laisser un volume donné de glace s'amonceler contre une estacade sous des conditions hydrauliques contrôlées, a permis de vérifier la capacité du modèle à générer une accumulation de glaçons par agrégation des particules de l'aval vers l'amont. En plus de produire une accumulation dont le profil final est comparable à celui fourni par la solution analytique, le modèle s'est avéré capable de recréer l'évolution temporelle du *processus* d'agglomération.

Afin d'étudier son comportement face à des problèmes plus complexes, le simulateur lagrangien est ensuite mis à l'épreuve au cours d'un essai mené dans un canal caractérisé par un changement de pente. Une attention particulière est portée aux réactions du modèle au moment où la capacité de transport en glace d'une section donnée est dépassée. Le modèle est finalement confronté à un cas pratique, celui de la rivière Montmorency. La formation de l'embâcle qui s'était logé en mars 1998 dans le secteur des Îlets, près de l'usine de pompage de la ville de Beauport, a été reconstituée.

Jusqu'à maintenant, l'utilisation de ce type de modèle a été restreinte à quelques applications sur la rivière Niagara et, plus récemment, sur la rivière Missouri bien que son caractère générique autorise en théorie son application à tous les cours d'eau. Étant donné la complexité du problème physique, le présent travail s'inscrit donc comme un jalon supplémentaire dans la démarche de validation globale du modèle.

Enfin, une courte revue des *processus* physiques observés en rivières et des facteurs qui en causent la manifestation est présentée en guise d'entrée en matière. Plus précisément, elle propose une synthèse des dernières théories publiées concernant la dynamique des glaces, la production de frasil et l'évolution des couverts en milieux fluvial et lacustre.

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS .... **v**
RÉSUMÉ .... **vii**
LISTE DES TABLEAUX .... **xiii**
LISTE DES FIGURES .... **xv**

1. INTRODUCTION **1**
1.1 Généralités 1
1.2 La modélisation en dynamique des glaces: état actuel de la technique 2
1.2.1 Théorie des embâcles 2
1.2.2 Modélisation en milieu marin 3
1.2.3 Modélisation en milieu fluvial 3
1.2.3.1 Approches eulérienne et euléro-lagrangienne 3
1.2.3.2 Approche lagrangienne 5
1.3 Problématique de recherche 7
1.4 Objectifs et méthodologie 7

2. GLACE DE RIVIÈRE ET DE LAC - PHÉNOMÉNOLOGIE ET MODÉLISATION **11**
2.1 Apparition de la glace dans les masses d'eau naturelles 11
2.1.1 Nucléation de la glace à la surface 12
2.1.2 Le frasil 13
2.1.2.1 Surrefroidissement 13
2.1.2.2 Turbulence 13
2.1.2.3 Mécanismes de nucléation 14
2.1.2.4 Estimation de la quantité de frasil produit 15
2.1.2.5 Évolution du frasil 15
2.1.2.6 Glace de fond 17
2.1.2.7 Déposition du frasil 18
2.1.2.8 Résistance à l'écoulement 19
2.1.3 Chute de neige 19
2.2 Formation statique du couvert de glace 20
2.2.1 Glace de rive 20
2.2.2 Glace en plaque 21
2.2.3 Épaississement du couvert 22
2.2.3.1 Croissance de la glace columnaire ou glace noire 22
2.2.3.2 Formation de glace de neige 22
2.2.3.3 Estimation de l'épaississement total 22
2.3 Formation dynamique du couvert de glace 24
2.3.1 Progression du couvert 24
2.3.2 Épaississement mécanique du couvert 26
2.3.2.1 Écrasement frontal 26
2.3.2.2 Écrasement généralisé 27
2.3.3 Barrage de glace suspendu et transport sous couvert 27
2.3.3.1 Barrage suspendu de glace de surface 28
2.3.3.2 Barrage suspendu de glace de frasil 28
2.3.3.2.1 Transport du frasil sous le couvert de glace 29
2.3.4 Aspects particuliers liés à la formation du couvert 29
2.4 Fonte et débâcle 32

2.4.1 Détérioration du couvert de glace 32
2.4.1.1 Estimation de la fonte du couvert 33
2.4.1.2 Estimation de l'affaiblissement du couvert 34
2.4.2 Débâcle 35
2.4.2.1 Prédiction du moment de la débâcle 37
2.4.3 Embâcle 38
2.4.3.1 Stabilité d'une accumulation de glace non consolidée 40
2.4.3.2 Prédiction de l'emplacement et du moment de formation d'un embâcle 41
2.5 Modélisation des *processus* physiques 44
2.5.1 Modèles connus 44

3. DESCRIPTION DES MODÈLES MATHÉMATIQUES 47
3.1 Modèle hydrodynamique bidimensionnel 47
3.1.1 Écoulements à surface libre 48
3.1.1.1 Modèle d'écoulement tridimensionnel 48
3.1.1.1.1 Équation de continuité 48
3.1.1.1.2 Équations de la conservation de la quantité de mouvement 49
3.1.1.2 Modèle de Saint-Venant 50
3.1.1.2.1 Méthode d'intégration des équations différentielles 51
3.1.2 Écoulements avec présence de glace à la surface 54
3.1.2.1 Contraintes à la surface avec glace flottante 60
3.1.2.2 Estimation de la vitesse de l'écoulement à la surface 62
3.1.2.3 Correction de la vitesse de l'écoulement dans les régions à méandres 64
3.2 Modèle de la dynamique des glaces 65
3.2.1 Historique 65
3.2.2 Modèle bidimensionnel de transport de glace 67
3.2.2.1 Approche discrète 68
3.2.2.2 Approche continue 68
3.2.2.2.1 Équation du mouvement 69
3.2.2.2.2 Lois de conservation de masse et d'aire 72
3.2.2.2.3 Lois de comportement 73

4. DESCRIPTION DES MODÈLES NUMÉRIQUES 83
4.1 Implantation du modèle hydrodynamique 83
4.1.1 Méthode des éléments finis 85
4.1.1.1 Discrétisation et maillage d'éléments finis 85
4.1.2 Intégration temporelle 89
4.1.3 Conditions aux limites et conditions initiales 90
4.2 Implantation du modèle de la dynamique des glaces 91
4.2.1 Méthode *SPH* 91
4.2.1.1 Concepts de base 91
4.2.1.2 Approximation d'une fonction 92
4.2.1.2.1 Choix d'une fonction d'interpolation 93
4.2.1.3 Interpolation des dérivées 95
4.2.1.4 Conservation de la masse 97
4.2.1.5 Méthodes d'interpolation 98
4.2.1.5.1 Approche mixte « semis-cueillette » 99
4.2.2 Discrétisation des équations de la dynamique des glaces 100
4.2.3 Intégration temporelle 109
4.2.3.1 Gestion des collisions 111

4.2.3.1.1 Lissage des vitesses ... 111
4.2.3.1.2 Ajout local de viscosité artificielle ... 112
4.2.3.1.3 Choix du pas de temps ... 113
4.2.3.1.4 Pas de temps locaux ... 114
4.2.3.2 Influence du pas de temps ... 114
4.2.4 Résistance du fond et friction sur les berges ... 118
4.2.5 Conditions initiales ... 120
4.2.6 Conditions aux limites ... 120
4.2.6.1 Frontières ouvertes ... 121
4.2.6.2 Frontières fermées ... 121
4.2.6.2.1 Interaction de type frontière fermée - parcelle ... 122
4.2.6.2.2 Parcelle sortant du domaine de simulation ... 125
4.2.7 Considérations d'ordre numérique ... 126
4.2.7.1 Variation de la longueur de lissage des parcelles ... 126
4.2.7.2 Grille de repérage ... 128
4.2.7.3 Mode d'injection ... 132
4.2.8 Aspects informatiques du simulateur lagrangien ... 133
4.2.8.1 Intégration du simulateur à un code existant ... 136
4.2.8.2 Description des principales classes du simulateur ... 137
4.2.8.3 Réutilisation du code: 2 exemples ... 138
4.2.8.3.1 Table de localisation ... 141
4.2.8.3.2 Les partitions ... 141
4.3 Mise en oeuvre du couplage entre les modèles de la dynamique des glaces et d'écoulement ... 143
4.3.1 Anatomie d'une simulation ... 143
4.3.1.1 Données transférées vers le modèle hydrodynamique ... 143
4.3.1.2 Projection des propriétés du champ de glace sur un maillage ... 146
4.3.1.2.1 Représentation des résultats ... 147
4.3.2 Déclenchement de l'actualisation de l'hydrodynamique ... 148
4.3.3 Intégration temporelle ... 149

5. VALIDATION DU MODÈLE DE LA DYNAMIQUE DES GLACES ... 153
5.1 Présentation de MODELEUR ... 154
5.2 Cas du canal droit à pente constante et estacade ... 155
5.2.1 Description du canal ... 155
5.2.2 Simulation de transport de glace ... 157
5.2.2.1 Résultats ... 157
5.2.2.2 Profil de l'accumulation ... 160
5.2.2.3 Comparaison des résultats avec la théorie des embâcles ... 160
5.2.2.4 Discussion ... 162

6. ÉTUDE DE CAS PRATIQUES ... 165
6.1 Cas du canal droit avec changement de pente ... 165
6.1.1 Description du canal ... 166
6.1.2 Simulation de transport de glace ... 167
6.1.2.1 Résultats ... 168
6.1.2.2 Discussion ... 171
6.2 Cas de la rivière Montmorency - secteurs Bocage et Des Îlets ... 175
6.2.1 Choix et description du site ... 175
6.2.1.1 Hydrologie du bassin versant ... 178

6.2.1.1.1 Source de données 178
6.2.1.1.2 Comportement hydrologique 178
6.2.1.2 Contexte géomorphologique du secteur 180
6.2.1.3 Comportement hydraulique du cours d'eau 181
6.2.1.4 Régime des glaces 182
6.2.2 Modèle numérique de terrain 184
6.2.2.1 Délimitation de la zone d'étude 185
6.2.2.2 Construction du modèle 185
6.2.2.2.1 Données photogrammétriques disponibles - Lit majeur 186
6.2.2.2.2 Campagne de mesure *in situ* - Lit mineur 186
6.2.2.2.2.1 Levé topométrique 186
6.2.2.2.2.2 Caractérisation des rugosités 188
6.2.3 Simulation hydrodynamique 190
6.2.3.1 Maillage de simulation 190
6.2.3.2 Relevés hydrométriques et courbe de tarage 191
6.2.3.3 Calage du modèle hydrodynamique 194
6.2.3.4 Résultats 195
6.2.4 Simulations de transport de glace 199
6.2.4.1 Délimitation du domaine de simulation lagrangienne 201
6.2.4.2 Distribution initiale des glaçons 203
6.2.4.3 Conditions hydrauliques initiales 203
6.2.4.4 Résultats 209
6.2.4.5 Discussion 215
6.2.4.5.1 Analyse des résultats 220
6.2.4.5.2 Analyse comportementale du simulateur lagrangien 244

7. CONCLUSION 249
7.1 Sur le choix de la méthode lagrangienne 249
7.2 Sur les choix des méthodes de modélisation 250
7.3 Sur les résultats obtenus à ce jour 250
7.4 Sur les limites d'application 251
7.5 Sur la mise en oeuvre informatique 252
7.6 Sur l'orientation des travaux ultérieurs 253

8. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES 255

ANNEXE 1 : Photographie annotée de l'embâcle formé le 29 mars 1998 sur la rivière Montmorency 273

ANNEXE 2 : Photographie annotée de l'embâcle formé le 26 février 1996 sur la rivière Montmorency 277

APPENDICE : Réduction de l'équation du mouvement pour le « *test* des 2 parcelles identiques » 279

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Liste des modèles numériques connus 45
Tableau 5.1 : Valeurs des paramètres pour la simulation avec l'estacade 157
Tableau 6.1 : Valeurs des paramètres pour la simulation dans le canal à pente brisée 168
Tableau 6.2 : Débits instantanés et leur période de récurrence, rivière Montmorency .. 179
Tableau 6.3 : Dates de disparition de la glace sur la rivière Montmorency 184
Tableau 6.4 : Valeurs des paramètres pour la simulation sur la rivière Montmorency... 200

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Les différents stades de développement du frasil 16
Figure 2.2 : Rivière Montmorency charriant du frasil en flocons à sa surface 16
Figure 2.3 : Glace en crêpe 17
Figure 2.4 : Formation d'un couvert de glace par accrétion sur le fleuve Saint-Laurent .. 26
Figure 2.5 : Hydrogramme de la rivière Clearwater (Draper, Alberta) pour l'hiver 76-77 . 30
Figure 2.6 : Progression du couvert et remplissage du réservoir 31
Figure 3.1 : Notations du modèle de Saint-Venant bidimensionnel horizontal à surface libre 52
Figure 3.2 : Notations du modèle hydrodynamique bidimensionnel horizontal avec présence de glace à la surface 56
Figure 3.3 : Profils verticaux des vitesses avec glaces dérivantes à la surface 64
Figure 3.4 : Contraintes agissant au pourtour d'un élément du système eau-glace 71
Figure 4.1 : Discrétisation géométrique du domaine Ω 86
Figure 4.2 : Élément T6L et élément de contour L3L 87
Figure 4.3 : Transformation géométrique 88
Figure 4.4 : Construction d'une fonction approchée 94
Figure 4.5 : Fonction gaussienne et sa première dérivée 95
Figure 4.6 : Méthodes d'interpolation 99
Figure 4.7 : Aspect temporel de la résolution 110
Figure 4.8 : Configuration initiale des propriétés des parcelles 116
Figure 4.9 : Évolution de la position de la parcelle 116
Figure 4.10 : Évolution de la vitesse de la parcelle 117
Figure 4.11 : Évolution de l'accélération de la parcelle 117
Figure 4.12 : Évolution de la densité massique de la parcelle 118
Figure 4.13 : Interpolation de la densité massique par la technique de la parcelle image 124
Figure 4.14 : Cas particuliers nécessitant l'ajout de parcelles images 125
Figure 4.15 : Relocalisation d'une parcelle sortie du domaine à la fin d'un pas de temps 126
Figure 4.16 : Définition de la zone de simulation et de la grille de repérage 130
Figure 4.17 : Recoupement de plusieurs éléments par une maille de repérage 131
Figure 4.18 : Émission de parcelles dans un canal droit au courant uniforme 134
Figure 4.19 : Émission de parcelles dans un canal droit au courant non uniforme 135
Figure 4.20 : Diagramme de classes du simulateur 139
Figure 4.21 : Diagramme des appels faits au cours de la simulation 140
Figure 4.22 : Schéma algorithmique de la simulation 144
Figure 4.23 : Historique des calculs 145
Figure 4.24 : Rétroaction sur l'écoulement - configuration initiale 150
Figure 4.25 : Rétroaction sur l'écoulement - configuration finale 151
Figure 5.1 : Canal droit à pente constante et estacade 156
Figure 5.2 : Représentation discrète du domaine de simulation 156
Figure 5.3 : Simulation de transport de glace - Entraînement du couvert et début d'empilement contre l'estacade 158
Figure 5.4 : Simulation de transport de glace - Empilement des glaçons contre l'estacade jusqu'à l'atteinte d'un profil en équilibre 159
Figure 5.5 : Profil de l'accumulation logée contre l'estacade 160
Figure 5.6 : Profil final de l'accumulation et solution de la théorie des embâcles 163
Figure 6.1 : Canal droit avec changement de pente 166

Figure 6.2 : Évolution de la concentration à la surface en cours d'essai 169
Figure 6.3 : Évolution de l'épaisseur de l'accumulation en cours d'essai 170
Figure 6.4 : Évolution de l'épaisseur de l'accumulation au centre du canal en cours d'essai 171
Figure 6.5 : Évolution du niveau d'eau en cours d'essai...172
Figure 6.6 : Phénomène d'arc-boutement de la glace sur les berges 173
Figure 6.7 : Ennoyage d'un seuil et limite de progression d'une accumulation..............174
Figure 6.8 : Localisation du tronçon à l'étude dans le bassin versant de la rivière Montmorency 176
Figure 6.9 : Tronçon de la rivière Montmorency à l'étude 177
Figure 6.10 : Carte de la rugosité hydraulique du secteur (coefficient de frottement) ...189
Figure 6.11 : Maillage utilisé pour les simulations hydrodynamiques 192
Figure 6.12 : Topographie de l'ensemble du secteur étudié..193
Figure 6.13 : Relation niveau-débit à l'aval du modèle (limites est de Beauport)...........194
Figure 6.14 : Comparaison entre les niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s en eau libre et les mesures de terrain 196
Figure 6.15 : Profondeurs d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s en eau libre.......197
Figure 6.16 : Niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s en eau libre 198
Figure 6.17 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s en eau libre 199
Figure 6.18 : Délimitation du domaine de simulation lagrangienne 202
Figure 6.19 : Concentrations initiales de glace 204
Figure 6.20 : Épaisseurs initiales de glace...205
Figure 6.21 : Profondeurs d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s en conditions hivernales...206
Figure 6.22 : Niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s en conditions hivernales...207
Figure 6.23 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s en conditions hivernales...208
Figure 6.24 : Élévation du niveau d'eau pour un débit de 47.5 m^3/s pour des conditions en eau libre et des conditions hivernales...............................210
Figure 6.25 : Concentrations simulées de glace après 15 minutes 211
Figure 6.26 : Épaisseurs simulées de glace après 15 minutes 212
Figure 6.27 : Profondeurs d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 15 minutes d'accumulation...213
Figure 6.28 : Niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 15 minutes d'accumulation 214
Figure 6.29 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 15 minutes d'accumulation 215
Figure 6.30 : Concentrations simulées de glace après 30 minutes 216
Figure 6.31 : Épaisseurs simulées de glace après 30 minutes 217
Figure 6.32 : Profondeurs d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 30 minutes d'accumulation...218
Figure 6.33 : Niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 30 minutes d'accumulation 219
Figure 6.34 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 30 minutes d'accumulation 220
Figure 6.35 : Concentrations simulées de glace après 45 minutes 221
Figure 6.36 : Épaisseurs simulées de glace après 45 minutes 222

Figure 6.37 : Profondeurs d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 45 minutes d'accumulation 223
Figure 6.38 : Niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 45 minutes d'accumulation 224
Figure 6.39 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 45 minutes d'accumulation 225
Figure 6.40 : Concentrations simulées de glace après 60 minutes 226
Figure 6.41 : Épaisseurs simulées de glace après 60 minutes 227
Figure 6.42 : Concentrations simulées de glace après 90 minutes 228
Figure 6.43 : Épaisseurs simulées de glace après 90 minutes 229
Figure 6.44 : Concentrations simulées de glace après 120 minutes 230
Figure 6.45 : Épaisseurs simulées de glace après 120 minutes 231
Figure 6.46 : Concentrations simulées de glace après 150 minutes 232
Figure 6.47 : Épaisseurs simulées de glace après 150 minutes 233
Figure 6.48 : Profondeurs d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 150 minutes d'accumulation 234
Figure 6.49 : Niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 150 minutes d'accumulation 235
Figure 6.50 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 150 minutes d'accumulation 236
Figure 6.51 : Concentrations simulées de glace après 210 minutes 238
Figure 6.52 : Épaisseurs simulées de glace après 210 minutes 239
Figure 6.53 : Concentrations simulées de glace après 300 minutes 240
Figure 6.54 : Épaisseurs simulées de glace après 300 minutes 241
Figure 6.55 : Profondeurs d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 300 minutes d'accumulation 242
Figure 6.56 : Niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 300 minutes d'accumulation 243
Figure 6.57 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 300 minutes d'accumulation 244
Figure 6.58 : Élévation des niveaux d'eau simulés pour différentes conditions d'accumulation de glace 246

"Nous adoptons spontanément l'idée que la réalité est cohérente. Et nous cherchons des preuves de cette cohérence. Les succès de la science en témoignent. Mais jusqu'à un certain point seulement. Rien ne nous prouve qu'elle est *ultimement* cohérente. Ni selon nos critères habituels. Ni peut-être selon aucun critère quel qu'il soit. Le métier de chercheur consiste à étendre le plus loin possible le domaine de la cohérence. Et de croire qu'il peut le faire indéfiniment. Mais sans perdre de vue qu'il s'agit d'un acte de foi."

Hubert Reeves,
L'Espace prend la forme de mon regard, 1995,
page 73.

1. INTRODUCTION

1.1 GÉNÉRALITÉS

Il est de coutume que la littérature scientifique traitant de glaciologie[1] au sens élargi diffuse des écrits débutant par l'éternelle litanie des contraintes occasionnées par la présence de glace sous toutes ses formes dans les cours d'eau. Comment en serait-il autrement quand l'inclination naturelle de la glace à perturber la navigation et le transport maritime, son penchant marqué à affecter la production d'énergie hydroélectrique ou sa tendance reconnue à augmenter l'ampleur et la fréquence des inondations se manifestent invariablement à chaque saison froide ? En plus d'affliger directement de nombreuses communautés riveraines, elle grève la collectivité d'une charge financière supplémentaire, l'obligeant à défrayer des coûts de transport de marchandises ou de production d'électricité plus élevés, ou encore à assumer la réparation des dommages aux propriétés individuelles et aux diverses infrastructures.

Plus rarement évoque-t-on cependant qu'un champ de glace flottant est mis à contribution comme surface de support pour le transport ou le forage lorsque sa capacité portante le permet. À cet effet, on pourrait citer le cas du chemin d'hiver traversant huit rivières, construit en 1972 et 1973 afin de permettre l'implantation de camps de travail et la mobilisation de tout l'équipement, des matériaux et du carburant nécessaires à la construction de la route permanente devant mener jusqu'à la rivière La Grande (Michel *et al.*, 1974). Environ 3 000 chargements, certains atteignant 75 tonnes, ont franchi les ponts de glace enjambant les rivières du Grand Nord québécois. Dans le même esprit, nombre de couverts de glace ont fait office de plates-formes de forage dans les années septante, au moment où les programmes d'exploration pour le pétrole et le gaz naturel dans l'Arctique canadien et le long de la côte de l'Alaska foisonnaient (Michel, 1984).

---

[1] Lliboutry (1964) définit la glaciologie comme étant l'étude de toutes les formes que prend la glace dans la nature, de leurs circonstances d'apparition et de l'action de la glace sur les sols ou sur le relief. D'emploi autrefois réservé à l'étude des seuls glaciers, la glaciologie comprend également l'étude de la neige et des autres précipitations solides, de la glace de mer, de lac, de rivière, de la glace dans le sol. C'est depuis quelques décennies que le mot « glaciologie » est entré dans l'usage dans cette acceptation large.

1.2 LA MODÉLISATION EN DYNAMIQUE DES GLACES: ÉTAT ACTUEL DE LA TECHNIQUE

Depuis longtemps, les glaciologues ont cherché à comprendre aussi bien les propriétés de la glace que ses interactions avec son environnement immédiat, y compris les ouvrages du génie civil. Dans son *Traité de glaciologie*, Lliboutry situe soigneusement la discipline par rapport aux autres sciences et retrace son développement historique. Ces dernières années ont vu entrer la glaciologie, comme bien d'autres sciences, dans l'ère de l'informatique, aussi a-t-on été témoin de la prolifération récente des modèles numériques dédiés aux sciences de la glace. La présente section se limite à la revue des principaux modèles numériques dédiés à la dynamique des glaces et des études analytiques qui ont précédé leur développement.

1.2.1 THÉORIE DES EMBÂCLES

C'est à partir du début des années soixante que les chercheurs se sont intéressés de façon plus systématique à la problématique des accumulations de glace en rivières. Pariset et Hausser (1961a) et Pariset, Hausser et Gagnon (1966) ont d'abord jeté les bases de l'analyse portant sur la formation des couverts par agrégation de blocs de glace. Une approche légèrement différente a conduit Michel (1965) à des résultats similaires. Un certain nombre d'études théoriques et expérimentales ont ensuite permis de raffiner quelque peu l'analyse originale même si les principes essentiels demeuraient inchangés (Uzuner et Kennedy, 1976; Tatinclaux, 1977; Beltaos, 1983). Puis, Beltaos et Wong (1986) ont étendu l'étude de l'équilibre des forces au segment transitoire aval de l'embâcle, portion initialement exclue de l'analyse de stabilité des accumulations. Flato et Gerard (1986) ainsi que Beltaos (1993) ont développé des modèles numériques capables de reproduire le profil longitudinal d'un embâcle.

Tous les travaux précités tiennent d'une même formulation connue sous le nom de la théorie des embâcles, laquelle est déduite des lois de l'équilibre statique pour une accumulation de glace obstruant un canal rectangulaire. Shen *et al.* (1990) ont établi que la théorie des embâcles ne pouvait décrire ni la dynamique du phénomène de transport de glace ni l'évolution du *processus* de formation d'un embâcle. En conséquence, la théorie des embâcles est incapable de déterminer l'endroit et le moment de la formation d'un pont de glace, condition nécessaire à la formation d'un embâcle ou à l'amorce d'un couvert de glace.

1.2.2 MODÉLISATION EN MILIEU MARIN

Les recherches portant sur la dynamique des glaces en milieu marin ont par ailleurs débuté dans les années cinquante. La majorité des modèles s'intéressent alors à la reproduction des mouvements et des déformations de la glace à grande échelle. Les premiers travaux considèrent la glace de mer comme un fluide visqueux newtonien (Laikhtman, 1958; Ruzin, 1959; Campbell, 1965, 1968; Glen, 1970). Plus tard, on décrira la rhéologie de la glace à l'aide de modèles élasto-plastiques (Coon, 1974, 1980; Coon *et al.*, 1974; Pritchard, 1975, 1981, 1988, 1990; Pritchard *et al.*, 1977). D'autres modèles auront plutôt recours à une loi de comportement viscoplastique pour calculer la résistance interne de la glace (Hibler, 1977, 1979). Rumer *et al.* (1979), Wake et Rumer (1979, 1983) et Chieh *et al.* (1983) ont étudié les déplacements de la glace dans les Grands Lacs en usant de techniques développées pour le domaine marin.

À la lumière des travaux des différents chercheurs, il apparaît que les phénomènes liés à la dynamique des glaces sont assez similaires, qu'ils se manifestent en milieux marin (Hibler, 1979), fluvial ou lacustre (Wake et Rumer, 1983). Cependant, on reconnaît d'emblée que le transport de la glace est nettement plus dynamique en rivière et les problèmes s'y rattachant se produisent à des échelles temporelle et spatiale beaucoup plus restreintes. Les termes convectifs typiques au domaine fluvial sont généralement beaucoup plus importants, de même que les variations de vitesses et de concentrations.

1.2.3 MODÉLISATION EN MILIEU FLUVIAL

1.2.3.1 Approches eulérienne et eulérо-lagrangienne

Jusqu'à maintenant, les travaux portant sur la formation des embâcles (*e.g.* Nuttall, 1973; Calkins et Ashton, 1975, 1976) n'ont pas réussi à mettre complètement en lumière les conditions requises à l'amorce du phénomène (Gerard, 1984). Shen *et al.* (1990) ont tenté de combler cette lacune en proposant un modèle théorique de transport de glace qui permet de décrire, par le biais d'une approche eulero-lagrangienne, le début et l'évolution des embâcles.

Lal et Shen (1992) ont pour leur part développé un modèle numérique capable de simuler le transport de la glace en milieu fluvial. Utilisant la méthode MacCormack, le modèle unidimensionnel de Lal et Shen (1992) fait appel à un schéma de résolution numérique eulérien. Il possède cependant des capacités limitées, puisque le transport de glace en rivière et la progression des accumulations sont des phénomènes qui dépendent fortement des conditions d'écoulement et de la géométrie des cours d'eau, lesquelles sont toutes deux moyennées dans une formulation unidimensionnelle du problème.

Par ailleurs, la plupart des modèles numériques existants en dynamique des glaces proposent une résolution eulérienne des équations de transport par la méthode des différences finies. Ces modèles souffrent généralement de dispersion numérique parasite (Hibler, 1979; Chieh *et al.*, 1983) relativement difficile à contrôler. Pritchard (1990) a introduit un schéma de résolution faisant appel à une grille adaptative capable de suivre le déplacement du front de glace. Bien que ce schéma permette de réduire la dispersion numérique à l'endroit du front, la méthode n'améliore pas la précision du calcul ailleurs dans le domaine de simulation. De plus, cette méthode échoue quand d'importants déplacements du front de glace mènent à une distorsion prononcée des cellules de la grille, puis à la dégénérescence du maillage (Wang *et al.*, 1998).

Flato (1993) a introduit la méthode *particle-in-cell* (*PIC*), développée originellement par Harlow (1964), dans le domaine de la dynamique des glaces en milieu marin. Cette méthode discrétise la masse de glace dérivante en éléments lagrangiens dénommés particules. La convection de la glace est simulée en déplaçant les particules à l'intérieur d'un maillage sur lequel sont résolues les équations du mouvement. Les termes dispersifs de l'équation sont également évalués sur la grille eulérienne. Appliquée à une grande variété de problèmes d'écoulement complexes, cette méthode s'est montrée plus versatile que la méthode de la grille lagrangienne adaptative. Cependant, elle souffre également de dispersion numérique attribuée à l'interpolation répétée entre le maillage et les particules à chaque pas de temps. Lu (1998) croit qu'en dépit des succès obtenus dans certains domaines, les méthodes faisant appel à des grilles de calcul ne sont pas adaptées pour la simulation de transport de glace en rivière en raison des variations prononcées de vitesse, d'épaisseur ou de concentration. Lu (1998) étend ce jugement aux méthodes eulériennes qui, de façon générale, supportent plutôt mal ces fortes variations en raison de problèmes liés à la diffusion numérique.

1.2.3.2 Approche lagrangienne

Un schéma purement lagrangien, appelé *smoothed particle hydrodynamics* (*SPH*), a été proposé par Lucy (1977) et Gingold et Monaghan (1977). Ce schéma de résolution évite l'interaction répétée grille-particule. La méthode a été originalement développée pour simuler des problèmes de dynamique des fluides en astrophysique (Lucy, 1977; Gingold et Monaghan, 1977, 1982; Monaghan, 1982, 1985, 1989b; Monaghan et Gingold, 1983; Hernquist, 1987; Hernquist et Katz, 1989; Rasio et Shapiro, 1991; Goodman et Hernquist, 1991) et de mouvement de gaz cosmiques (Evrard, 1988). Les cas traités composent pour la plupart avec des domaines d'étendue infinie dont le milieu, soumis à la seule force gravitationnelle, présente des propriétés homogènes isotropes (Benz, 1990). Au niveau des applications, la méthode s'avère plus polyvalente et sa nature la lie spontanément aux *processus* physiques inhérents aux problèmes de transport. La méthode *SPH* a démontré qu'elle pouvait suivre aisément la trace des phénomènes où prévalaient de grandes déformations et des vitesses de déformation élevées. L'implantation de lois de comportement complexes dans les modèles numériques s'en trouve facilitée (Lu, 1998).

Shen et Chen (1992) et Chen (1993) ont développé un modèle bidimensionnel de la dynamique des glaces utilisant la méthode *SPH*. Il s'agit de la première application de la méthode *SPH* dédiée au domaine de la dynamique des glaces. Le modèle a été utilisé pour étudier le transport de la glace et les *processus* d'embâcles dans des rivières possédant des topographies complexes et des tracés fortement irréguliers (Shen *et al.*, 1993, 1994, 1997; Su *et al.*, 1997; Lu *et al.*, 1997, 1999; Liu et Shen, 1998; Liu *et al.*, 1999; Lu, 1998). Le modèle comporte deux composantes: l'une décrit l'écoulement de l'eau, l'autre, le mouvement des glaces. La résolution selon une approche eulérienne des équations différentielles partielles décrivant l'écoulement d'un fluide est achevée par la méthode des éléments finis. De son côté, le mouvement des glaces est estimé par le biais de la méthode lagrangienne *SPH*. Le couplage entre les deux composantes informatiques distinctes exploite l'interaction se produisant à l'interface eau-glace. La première version du modèle de la dynamique des glaces de Shen et Chen (1992) utilise la loi de comportement viscoplastique de Hibler (1979) pour évaluer l'état des contraintes de la glace.

Dans leurs travaux, Shen et Chen (1992) ont choisi de définir le domaine de simulation en utilisant la mémoire vidéo de l'ordinateur. La technique consiste à transposer l'information depuis une grille d'analyse jusqu'au niveau de chaque pixel de l'écran où l'information est encodée selon le nombre de couleurs disponibles. Requérant une carte vidéo spécialisée, cette technique voit la précision de la représentation des frontières limitée à la résolution de l'écran en fonction de la dimension du problème à l'étude.

De son côté, Su (1997) a préféré avoir recours au maillage composé d'éléments finis pour représenter les limites du domaine. Un code est alors associé à chaque élément et, à l'aide de fonctions de repérage appropriées, il est facile de déterminer si la particule est à l'intérieur du domaine de simulation. L'inconvénient majeur de cette méthode tient au fait qu'un maillage ne possède pas nécessairement le niveau de raffinement requis pour assurer une représentation adéquate en tout point de la limite du domaine.

Le modèle original de Shen et Chen (1992) a par la suite subi quelques raffinements successifs. Su (1997) a d'abord introduit l'écoulement au niveau de la couche de glace, lequel était auparavant négligé. La prise en compte de l'écoulement typique des milieux poreux permet maintenant de traiter le cas particulier de l'embâcle obstruant complètement une section de rivière. Puis, Lu (1998) a fait l'essai de plusieurs lois de comportement afin de pallier les défaillances que présente la loi de Hibler (1979), notamment dans les cas où les vitesses de déformation du champ de glace sont très faibles. Enfin, Shen *et al.* (1997) ont adapté le modèle de façon à pouvoir reproduire le mode de fonctionnement des estacades situées à l'exutoire du lac Érié.

1.3 PROBLÉMATIQUE DE RECHERCHE

Prises d'eau obstruées, parements de barrage abîmés et vannes d'évacuateur endommagées sont souvent le lot de la débâcle printanière. Si ces manifestations sont surtout confinées à la période de dégel, les séquelles resteront néanmoins visibles pendant de nombreuses années: arbres incisés, socle rocheux et murs de béton érodés, berges remodelées, *etc.* On observe cependant que la majorité des problèmes amenés par la glace sont davantage attribuables à ses mouvements qu'à sa seule présence. De ce point de vue, un outil capable de reproduire la trajectoire de morceaux de glace à la dérive peut s'avérer d'une utilité appréciable dans la recherche de mesures d'atténuation. Or, la modélisation s'affiche désormais comme une alternative aux méthodes analytiques et expérimentales traditionnelles dans l'étude des phénomènes de transport de glace (Shen *et al.*, 1993).

D'autre part, le but de la modélisation hydrodynamique est de fournir les données de base courantométriques du cours d'eau. Les données hydrodynamiques produites sont l'orientation et l'intensité des vitesses du courant, la profondeur d'eau ainsi que certaines dérivées de ces variables. Or, il est connu que la présence de la glace peut influencer de façon significative les conditions d'écoulement d'une rivière. En réalité, la glace et les conditions d'écoulement sont plutôt interdépendantes. Un modèle hydrodynamique utilisé dans un contexte de conditions climatiques nordiques devrait ainsi pouvoir prendre en considération la présence de glace lors de la caractérisation courantométrique des cours d'eau. Cependant, pour tenir compte efficacement d'une telle présence, le modèle hydrodynamique doit connaître l'emplacement exact de la glace et ses mouvements. Ces informations peuvent être obtenues par le biais d'un modèle de la dynamique des glaces dont les estimations reposent sur les résultats produits par le modèle hydrodynamique.

1.4 OBJECTIFS ET MÉTHODOLOGIE

Ce projet de recherche propose le développement d'un modèle numérique lagrangien de transport de glace de surface en milieu fluvial suivant la formulation bidimensionnelle décrite par Shen et Chen (1992) dont le caractère générique autorise en théorie l'application à tous les cours d'eau (Lu, 1998). Le choix de la méthode lagrangienne est justifié par les progrès considérables qu'a récemment permis l'exploitation de ces approches dans le domaine du transport de la glace. De plus, le modèle est appliqué à un environnement à deux dimensions de façon à exploiter toute la richesse des phénomènes de transport et d'accumulation dont la manifestation dans un domaine plan est non uniforme. Le modèle de transport s'articule autour d'un modèle hydrodynamique bidimensionnel dont la résolution est faite par la méthode des éléments finis. La rétroaction des glaces sur l'écoulement est prévue par une mise à jour au besoin du champ de vitesses. Le couplage entre le modèle de transport de glace et l'hydrodynamique est linéarisé par une intégration explicite dans le temps.

Dans cette étude, il a été choisi d'utiliser un outil de spécification spatiale en environnement graphique pour délimiter le domaine de simulation. Complètement indépendant du maillage ou de la mémoire vidéo, l'outil permet de fractionner un domaine en sous-domaines et d'y associer l'information appropriée. Ainsi, chaque sous-domaine est affecté d'une épaisseur de glace fixe, laquelle peut être établie à zéro. Du point de vue de la simulation lagrangienne, le domaine accessible est défini comme l'endroit où l'épaisseur de glace fixe est nulle.

Jusqu'à maintenant, l'utilisation de ce type de modèle a été restreinte à quelques applications sur la rivière Niagara (Shen *et al.*, 1993, 1994, 1997; Su *et al.*, 1997; Lu *et al.*, 1997) et, tout récemment, sur la rivière Missouri (Liu et Shen, 1998; Liu *et al.*, 1999). Étant donné la complexité du problème physique, le présent travail s'inscrit comme un jalon supplémentaire dans la démarche de validation au cours de laquelle seul le nombre de cas traités avec succès déterminera si le modèle possède vraiment le caractère générique qu'on lui attribue.

Le présent document est structuré comme suit: le prochain chapitre passe rapidement en revue les *processus* physiques de la glace. Le chapitre 3 fait la description des modèles mathématiques, incluant les lois de comportement. Les aspects touchant la mise en oeuvre du modèle numérique sont abordés au chapitre 4, tout comme le couplage avec l'hydrodynamique et le schéma d'intégration temporelle. La validation du modèle fait l'objet du chapitre 5 dans lequel on s'assure de son efficacité par un *test* académique. Enfin, on vérifie au chapitre 6 que le modèle est adapté pour traiter des problèmes plus complexes. Un essai de transport de glace est d'abord mené dans un canal droit à pente brisée, suivi d'une application à la rivière Montmorency, cours d'eau localisé dans la banlieue de Québec. Le chapitre 7 vient finalement clore cet essai par la suggestion de différents axes de recherche qui assureront la continuité des développements proposés dans ce document.

Rappel des principaux objectifs:

- Construire un modèle numérique lagrangien de transport de glace de surface en milieu fluvial selon la formulation bidimensionnelle de Shen et Chen (1992).

- Apporter les corrections nécessaires au modèle hydrodynamique pour la rétroaction des glaces sur l'écoulement.

- S'assurer que le modèle de la dynamique des glaces fournit des résultats valides pour des problèmes académiques.

- Étudier le comportement du modèle dans une situation réelle d'écoulement en rivière.

- Montrer que la technologie de la programmation orientée objet se prête particulièrement bien à l'implantation d'un tel modèle.

- Démontrer que l'outil conçu peut être utilisé dans un contexte d'ingénierie par une application au cas spécifique de la rivière Montmorency.

2. GLACE DE RIVIÈRE ET DE LAC - PHÉNOMÉNOLOGIE ET MODÉLISATION

Depuis l'apparition de frasil à l'automne jusqu'à la fonte du couvert de glace au printemps, une masse d'eau subit de multiples transformations durant la saison froide. Les facteurs qui conditionnent l'évolution d'une accumulation de glace au long de l'hiver sont aussi variés que nombreux. On compte parmi ceux-ci les conditions climatologiques régionales, fortement variables, et les divers régimes hydrauliques du cours d'eau. En amont du développement d'un modèle mathématique déterministe s'inscrivent les étapes d'identification et de compréhension des facteurs régissant le phénomène étudié. C'est l'exercice auquel l'auteur s'est astreint dans ce chapitre que les initiés aux sciences de la glace pourront omettre de lire.

Ainsi, le présent chapitre constitue une synthèse des dernières théories publiées concernant la dynamique des glaces, la production de frasil et l'évolution des couverts en milieux fluvial et lacustre. Il s'attarde surtout à la description des *processus* physiques observés et des facteurs qui en causent la manifestation. Il traite également des modèles analytiques fondamentaux qui ont jalonné la littérature scientifique de l'ingénierie des glaces.

L'ordre de présentation des thèmes suit la chronologie naturelle dictée par les saisons. Le contenu de certaines sections est quant à lui inspiré tantôt de l'ouvrage spécialisé *Ice Mechanics* de Bernard Michel, véritable pionnier de la glaciologie contemporaine, tantôt de l'ouvrage collectif *River Ice Jams*, publié par Spyros Beltaos. L'ouvrage collectif *River and Lake Ice Engineering*, édité par George Ashton, a aussi été largement consulté.

2.1 APPARITION DE LA GLACE DANS LES MASSES D'EAU NATURELLES

Michel (1978b) dénombre essentiellement trois moyens par lesquels la première glace peut apparaître dans une masse d'eau, que ce soit dans une rivière, dans un lac ou dans la mer. Le premier mécanisme, fondamentalement le plus important dans la nature, est la nucléation hétérogène à la surface d'une masse d'eau calme ou se déplaçant lentement. Le deuxième est la nucléation des particules de frasil qui apparaissent à l'intérieur d'une masse d'eau en mouvement rapide. Le dernier, pour sa part, est consécutif à une chute de neige tombant dans l'eau avoisinant le point de congélation.

2.1.1 NUCLÉATION DE LA GLACE À LA SURFACE

La diminution de la température de l'air au cours de l'hiver a pour conséquence d'abaisser la température de l'eau à son point de congélation et de produire, si le bilan thermique conserve une valeur négative, de la glace à la surface de l'eau. Les premiers cristaux de glace apparaissent alors à la surface d'une masse d'eau calme ou en écoulement laminaire, dans une mince couche d'eau surrefroidie à l'interface eau-air (Michel, 1971). Ils naissent dans la partie supérieure de cette couche limite, une fois la température naturelle de nucléation atteinte. La glace apparaît d'abord le long des rives où le refroidissement de l'eau est le plus rapide, mais la glace peut aussi nucléer sur la surface, loin des berges (Michel, 1978b).

La texture du couvert de glace dépend, entre autres facteurs, de la concentration des cristaux qui sont formés au commencement de ce type de nucléation. La concentration des cristaux dépend à son tour du nombre de *nuclei* actifs de substances étrangères présents dans la masse d'eau et aussi des conditions météorologiques et hydrodynamiques existant au moment de la formation.

Sur une surface d'eau calme, un faible gradient de température cause une cristallisation lente, laquelle conduit généralement à un couvert composé de très gros cristaux columnaires aux limites irrégulières, présentant une orientation préférentielle verticale de l'axe optique (Shumskii, 1964). Par contre, s'il y a un important gradient de température, la solidification se produit beaucoup plus rapidement et il y a un accroissement considérable des centres de nucléation. Le résultat est un écheveau de cristaux légèrement moins développés que dans le cas précédent, où l'orientation cristallographique de chaque cristal est aléatoire.

2.1.2 LE FRASIL

"Par temps très froid, de la glace se forme sur les bords des rivières à partir des berges. Mais il y a surtout formation d'innombrables cristaux de glace au sein de la rivière. Ces cristaux ont la forme de disques aplatis, de quelques millimètres de diamètre. Les Canadiens français leur ont donné le nom de frasil, qui a été adopté par les Anglo-Saxons en l'orthographiant *frazil.*"[1] La nucléation du frasil est un phénomène particulier de l'apparition de la glace en rivière et, occasionnellement, dans les lacs, ou dans la mer, lorsque les courants de surface induisent un échange turbulent de masse et de chaleur (Michel, 1978b).

2.1.2.1 Surrefroidissement

Depuis longtemps, le phénomène de surfusion des liquides est universellement reconnu comme le prélude à la solidification (Young, 1911). L'eau n'y fait pas exception: témoin les observations en nature et en laboratoire (Michel, 1963; Carstens, 1966). La glace se forme lorsque l'eau est refroidie au point de congélation. En raison de la chaleur latente de fusion libérée pendant le *processus* de congélation, la température de la formation de la glace devrait être inférieure à 0°C sinon la chaleur latente de fusion aurait tôt fait de réchauffer le système eau-glace au-dessus de 0°C. On comprend alors que, malgré la coexistence possible de l'eau et de la glace à 0°C, de la nouvelle glace ne peut se former à moins que la température de l'eau soit inférieure à 0°C ou surrefroidie (Tsang, 1979). Il n'est donc pas surprenant d'observer l'apparition de frasil dans l'eau surrefroidie d'une rivière turbulente (Michel, 1971).

2.1.2.2 Turbulence

Le frasil est, par définition, transporté en suspension, aussi la turbulence y joue-t-elle un rôle prépondérant (Pariset et Hausser, 1961b). Dès lors, on comprend pourquoi le surrefroidissement nécessaire pour nucléer les particules de frasil est non seulement lié au taux de refroidissement (Carstens, 1966), mais également à la turbulence, généralement exprimée par une vitesse d'écoulement requise minimale (Carstens, 1970;

---

[1] L. Lliboutry, *Traité de glaciologie*, Paris, Masson et Cie, 1964, tome I, p. 136.

Hanley et Michel, 1977; Müller et Calkins, 1978). Cependant, ce n'est pas la vitesse de l'écoulement mais plutôt la turbulence à la surface de l'eau qui détermine si le refroidissement mène à la formation d'un couvert solide ou à la production de frasil.

Avec un fort vent causant une agitation superficielle, du frasil se forme dans les lacs même si la vitesse d'écoulement est nulle. La formation de frasil est alors limitée à la zone de l'épilimnion (Michel, 1973). Aussitôt que le vent cesse et que la turbulence diminue, le frasil remonte à la surface et forme un couvert continu, empêchant toute production subséquente de frasil (Carstens, 1970).

En rivière, l'écoulement turbulent force les molécules d'eau à se mélanger, ce qui uniformise la distribution de la température de l'eau et entraîne la manifestation du *processus* de cristallisation en profondeur, sur toute la section transversale du courant. Si la pente du cours d'eau est très prononcée ou encore si la vitesse d'écoulement est très élevée, un couvert de glace stable ne pourra se former. Or, sans la présence d'un couvert de glace, la rivière continuera à produire du frasil pour contrebalancer la perte de chaleur à sa surface (Shen, 1985).

2.1.2.3 Mécanismes de nucléation

Plusieurs chercheurs, nommément Henshaw (1887), Altberg (1936), Devik (1942), Chalmers et Williamson (1965), Michel (1967) et Osterkamp (1974), ont tenté d'approfondir les mécanismes microscopiques à l'origine de la formation du frasil. Il est admis que la seule condition de surrefroidissement n'est pas une cause suffisante pour le début de la phase cristalline. Avant la formation de cristaux, il doit exister dans la solution une quantité de centres minuscules de cristallisation appelés noyaux embryonnaires ou *nuclei* (Michel, 1978b). Bien que la provenance des *nuclei* soit une question encore âprement débattue (Gerard, 1979), le concept d'échange de masse proposé par Osterkamp (1974) demeure le plus acceptable (Ashton, 1980).

L'échange de masse se produit à l'interface air-eau, lorsque le clapotement des vagues, l'éclaboussement dû au vent et l'évaporation causent l'introduction dans l'air de fines gouttelettes d'eau provenant de la rivière. Celles-ci, en éclatant, nucléent dans l'air froid et retombent ensuite dans l'eau sous forme de petits cristaux de glace. Ces cristaux, tout comme la neige atteignant la surface de l'eau, jouent le rôle de *nuclei* et sont à la base du mécanisme de multiplication des cristaux par nucléation secondaire décrit par Chalmers et Williamson (1965). La présence de germes provenant de la glace de rive est également fort plausible (Hammar et Shen, 1995).

2.1.2.4 Estimation de la quantité de frasil produit

En conséquence, pour déterminer le taux d'accroissement des cristaux de frasil, il suffit de connaître le taux d'introduction des nouveaux cristaux et le taux de nucléation secondaire (Hammar, 1994).

Il est également possible d'estimer raisonnablement la quantité de frasil formé à la surface de l'eau en utilisant le principe de la conservation de l'énergie à condition que la turbulence soit suffisamment élevée pour garder les cristaux nouvellement formés en suspension (Ashton, 1978). Carstens (1970) a observé que pour des vitesses excédant 1.2 m/s, la turbulence parvient généralement à maintenir les cristaux de frasil en suspension et la surface de l'eau libre de glace. Alors, le taux de production de frasil peut être évalué pour la section de rivière en eau libre par l'intégration dans le temps de la perte de chaleur à la surface (Ashton, 1980). Une fois le frasil formé cependant, sa présence à la surface ralentit l'échange turbulent et fait décroître ce taux.

2.1.2.5 Évolution du frasil

La figure 2.1 schématise les différents stades de développement du frasil. Lorsque de nombreux cristaux de glace sont formés, le taux de changement de la température se met à décroître et le frasil, produit à un taux décroissant, continue à se former jusqu'à ce que la température soit revenue à 0°C (Michel, 1978b). Pendant la période de formation du frasil, plus la réserve de "froid" est considérable, plus le potentiel de croissance des particules est élevé. Le frasil est alors en phase active: il se forme rapidement, puis s'agglomère en flocons d'une très faible teneur en glace dont la grosseur dépend de la turbulence de l'écoulement. Dans l'eau à 0°C, les flocons deviennent inactifs et tendent à se concentrer à la surface du courant pour former la *slush* de frasil. La figure 2.2 montre un tronçon de la rivière Montmorency charriant une grande quantité de frasil dont le degré d'agglutination est plus marqué en aval (à droite sur la photographie).

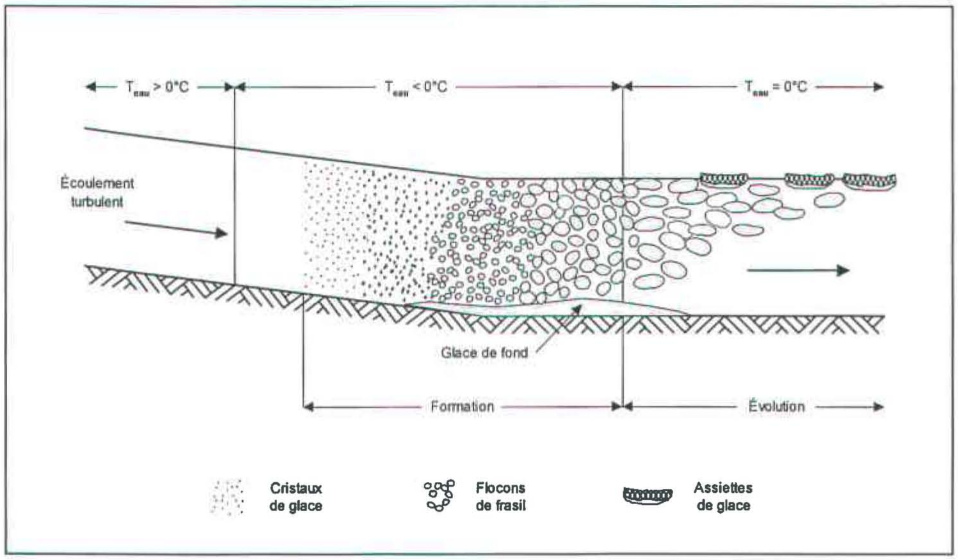


Figure 2.1 : Les différents stades de développement du frasil (d'après Michel, 1971).

Figure 2.2 : Rivière Montmorency charriant du frasil en flocons à sa surface.

L'échange de chaleur avec l'atmosphère se poursuivant, la *slush* de frasil forme des boules qui, dans le cas d'un courant faible, développent une couche de glace dans leur partie supérieure et prennent finalement l'apparence d'assiettes de glace dont les côtés relevés rappellent les collisions entre voisines. La figure 2.3 illustre de telles assiettes de glace, aussi appelées glace en crêpe. En voyageant sur de longues distances, les assiettes individuelles peuvent s'agglomérer et former de plus gros glaçons qui se briseront à nouveau en plus petits en franchissant des tronçons rapides ou d'autres singularités du cours de la rivière.

Figure 2.3 : Glace en crêpe (tiré de Lliboutry, 1964).

2.1.2.6 Glace de fond

Pendant la phase active, le frasil a tendance à adhérer et croître sur certains matériaux de structure cristalline favorable. Il en résulte un rattachement spontané aux objets plongés dans la rivière (chaînes, piles de pont, *etc.*) et aux protubérances du lit (pierres, végétaux, *etc.*). Les masses de glace spongieuse ainsi formées s'appellent glace de fond (figure 2.1). "Cette glace peut croître au point de pouvoir soulever des objets pesants comme des ancres de bateaux, lesquels s'en vont à la dérive."[2]

Même si la glace de fond atteint des dimensions impressionnantes dans certaines rivières du Canada, sa durée de vie est généralement courte (Tsang, 1979). Quand la température s'adoucit pendant la journée, l'eau de la rivière se réchauffe, ce qui affaiblit les liens de la glace avec le fond. Une fois les liens suffisamment affaiblis, la glace de fond, moins dense que l'eau, remonte à la surface et rejoint les glaçons déjà formés desquels elle ne se différencie que par son contenu en débris de toutes sortes (sédiments, gravier, ...).

2.1.2.7 Déposition du frasil

Il a été vu que le frasil actif a une forte propension à coller à la plupart des objets avec lesquels il entre en contact, par opposition au frasil inactif qui est apparemment beaucoup moins pernicieux (Gerard, 1979). En conséquence, l'état d'activité du frasil doit avoir une influence déterminante sur sa destination finale, laquelle demeure cependant difficilement prévisible.

Une fois à la surface de l'eau, les agglomérats de frasil continuent à dériver vers l'aval. En rencontrant la bordure amont d'un couvert de glace, les assiettes de frasil peuvent s'immobiliser et ainsi contribuer à la croissance du couvert en s'y juxtaposant. Par contre, si la vélocité du courant est trop élevée, elles sont entraînées sous le couvert jusqu'à ce que des vitesses plus faibles leur permettent de se déposer. En s'amoncelant sous le couvert, le frasil peut former des dépôts massifs qui s'étendent parfois jusqu'au fond de la section. Si l'obstruction de la section cause une augmentation significative du niveau d'eau, l'accumulation est appelée barrage suspendu.

La porosité typique de tels dépôts est approximativement de 0.4 à 0.6 avec des perméabilités de l'ordre de 1.5×10^{-9} m^2 (Ashton, 1980), et des résistances au cisaillement mesurées *in situ* variant de 20 à 80 kPa, augmentant dans la partie

---

[2] *Ibid.*, pp. 136 et 137.

supérieure du dépôt, plus consolidée (Gerard, 1979). Il n'y a que très peu d'eau qui circule dans la masse de frasil déposé. En épaississant, le couvert incorpore à sa structure le dépôt de frasil qui montre alors une texture cristalline à grains fins, contrastant avec les gros cristaux columnaires qui constituent un couvert épaississant dans l'eau sans frasil.

2.1.2.8 Résistance à l'écoulement

La concentration des particules de frasil peut atteindre 10^6 particules/m^3 (Ashton, 1978), avec une concentration volumétrique de l'ordre de 0.02 à 0.1 (Michel, 1971). Toute cette glace n'est pas sans modifier grandement les conditions d'écoulement, notamment la résistance à l'écoulement et la capacité de transport de la rivière (Tsang, 1979). La présence de frasil dans l'eau cause une augmentation de la viscosité effective (Davar, 1979) et une atténuation de la turbulence (Tsang, 1979). Plutôt aplati en régime d'écoulement turbulent sous couvert de glace, le profil des vitesses devient progressivement plus parabolique au fur et à mesure que la charge de frasil s'accroît, ce qui se traduit par une diminution du débit (Tsang, 1970).

Quant aux barrages suspendus, leur action d'étranglement occasionne d'importantes pertes de charge qui s'additionnent à celles déjà causées par le couvert de glace (Shen *et al.*, 1980).

2.1.3 CHUTE DE NEIGE

Dans un lac ou un réservoir dont l'eau avoisine le point de congélation, il est fréquent qu'une chute de neige amorce le couvert de glace lorsque les particules de neige flottantes se recongèlent en surface. D'un tel ensemencement résulte un couvert à grains équi-axes, plutôt fins, dont l'orientation cristallographique est aléatoire. La précipitation peut prendre d'autres formes: givre, brume de glace, neige tombant des arbres ou des buissons qui bordent la masse d'eau, ...

Dans une rivière où le courant est turbulent, la précipitation doit coïncider avec l'eau étant au point de congélation, sinon les particules de neige fondent très rapidement.

2.2 FORMATION STATIQUE DU COUVERT DE GLACE

Un couvert de glace statique est essentiellement formé en place, sans apport de glace provenant de l'amont. De plus, son épaississement est principalement attribué aux échanges thermiques avec l'atmosphère. Ces couverts se trouvent surtout dans les eaux calmes des lacs et quelquefois dans les écoulements laminaires des rivières (Michel, 1971).

2.2.1 GLACE DE RIVE

La glace de rive apparaît tout d'abord dans les aires d'écoulement laminaire, le long des rives d'un cours d'eau et en bordure des lacs (Michel *et al.*, 1982). Dans ces zones, l'eau ne subit aucun brassage. Par conséquent, les couches supérieures et inférieures ne se mélangent pas, ce qui occasionne des différences de température importantes tant verticalement qu'horizontalement en s'éloignant des rives. Le surrefroidissement est ainsi atteint beaucoup plus rapidement dans la couche supérieure adjacente à la rive qu'au centre de la rivière où la température moyenne de l'eau peut demeurer quelque temps au-dessus du point de congélation.

Par croissance statique, une pellicule de glace claire et solide commence à se former à partir des berges. Elle progresse vers le centre du cours d'eau jusqu'à ce qu'elle rencontre un écoulement suffisamment turbulent pour freiner sa progression. Sa croissance ultérieure dépend de l'échange thermique avec l'atmosphère en rapport avec la température et la turbulence de l'eau (Devik, 1964). Comme il s'agit d'un *processus* très lent, il faut de nombreux jours pour couvrir la surface d'un rapide, à moins que les conditions climatologiques soient très sévères. La progression du couvert peut cependant être accélérée par l'arrivée de frasil ou de neige à demi-fondue charriés par l'eau (Svensson *et al.*, 1989). Cette neige s'agrippe en bandes parallèles aux aspérités croissantes de la bordure de glace et forme de nettes couches successives dans la feuille de glace solide (Michel, 1978b). Plus tard, si les plaques de glace dérivantes ont des dimensions suffisantes, la glace de rive peut contribuer d'une façon importante à leur arrêt et constituer une estacade naturelle à partir de laquelle un couvert va se créer et progresser vers l'amont (Tanguy, 1985).

La glace de rive croît non seulement depuis la rive mais aussi autour des galets émergeants et des îlots de glace. Les îlots de glace prennent alors une forme hydrodynamique dont le contour correspond probablement à une isotherme dans un plan à la surface de l'écoulement (Michel, 1971).

La croissance statique de la glace de rive est un *processus* dominant dans les petites rivières et les ruisseaux. C'est aussi la seule façon de recouvrir les zones d'écoulement rapide. Dans les grandes rivières cependant, la progression rapide du couvert de glace ne peut être expliquée uniquement par la croissance de la glace de rive. La progression est plutôt dynamique, dominée par des phénomènes d'accumulation.

2.2.2 GLACE EN PLAQUE

Dans l'eau calme des lacs et dans les écoulements lents, les cristaux de glace nucléent à la surface en forme de disques ou d'aiguilles, selon le degré de surfusion atteint (Lliboutry, 1964). Les cristaux individuels grossissent dans la couche surrefroidie de l'eau et forment une plaque de glace continue à la surface. Ces plaques peuvent être plus ou moins étendues (Matousek, 1984). Dans le cas où la surfusion a été très importante, on a souvent observé qu'elles parvenaient à couvrir l'entière surface d'un petit lac durant une nuit froide.

La plaque de glace initiale peut aussi provenir d'une chute de neige dans une eau calme ou légèrement agitée, au moment du gel. Tel que décrit précédemment, cette chute de neige doit être suivie d'un refroidissement climatique suffisant pour recongeler la bouillie neigeuse.

Les conditions climatologiques et hydrodynamiques prévalant au temps de la formation de la première pellicule glacée définissent la texture de la couche de surface du couvert. Les caractéristiques des couches successives qui croîtront au-dessous restent également déterminées en partie par les premiers moments de la cristallisation.

2.2.3 ÉPAISSISSEMENT DU COUVERT

On distingue généralement deux *processus* qui contribuent à l'épaississement du couvert de glace: le premier est la croissance de la glace columnaire et le second, la formation de glace de neige.

2.2.3.1 Croissance de la glace columnaire ou glace noire

Lorsqu'une pellicule de glace a couvert toute la surface de l'eau, elle s'épaissit progressivement par échange de chaleur avec l'atmosphère. Les cristaux croissent vers le bas, formant un front continu de congélation parallèle à la surface. En raison d'une plus grande conductibilité thermique de la glace dans la direction de l'axe optique, les cristaux orientés verticalement croissent plus rapidement que les autres et les éliminent par sélection géométrique. La croissance anisotrope des cristaux fait qu'à une certaine distance de la surface, il ne subsiste plus que des cristaux prismatiques à axe vertical.

2.2.3.2 Formation de glace de neige

Quand le manteau neigeux surmontant la glace devient suffisamment lourd, il cause un affaissement du couvert de glace qui s'enfonce alors dans la masse d'eau. L'eau s'infiltre ensuite par les fissures (d'origine thermique ou autre), inonde la glace solide et sature la partie inférieure du couvert nival. Si le couvert de neige n'est pas trop épais, l'eau gèlera pour former une couche de glace de neige. Par contre, si l'accumulation de neige est assez importante et que la température est douce, la couche saturée de neige ne gèlera pas complètement. Une couche de *slush* sera plutôt emprisonnée sous une fine couche de glace. Une chute de neige subséquente peut forcer le *processus* à se répéter.

Mis à part le fait qu'elle soit toujours surimposée à la glace primaire, la glace de neige est facilement identifiable à son aspect bulleux, sa couleur blanchâtre et ses qualités mécaniques très médiocres.

2.2.3.3 Estimation de l'épaississement total

Des considérations pratiques ont amené les chercheurs à tenter de prévoir l'épaisseur que pouvait atteindre le couvert de glace. On a donc cherché à relier l'épaisseur de glace à la plus accessible des données météorologiques, la température de l'air. "En réalité, cette épaisseur est fonction d'autres variables, et il ne s'agit que d'une simple corrélation."[3] La corrélation en question est une formule d'ingénierie proposée par Assur (1956). Souvent utilisée pour la croissance totale de la glace solide, la formule relie l'épaisseur de glace au nombre de degrés-jours de gel par l'intermédiaire d'un coefficient qui tient compte de tous les facteurs négligés (Michel, 1978b). La qualité des résultats obtenus de la corrélation d'Assur dépend surtout de la quantité et de la distribution temporelle des chutes de neige qui, malheureusement, sont à la fois très variables et difficiles à prévoir (Gerard, 1979). On obtient les meilleurs résultats pour la croissance de la glace noire dans des conditions idéales. Toutefois, l'épaississement du couvert de glace se fait rarement dans de telles conditions, sauf dans les régions de l'Arctique où les accumulations de neige sur la glace sont faibles. Michel (1971) démontre qu'une très petite quantité de neige déposée est suffisante pour arrêter la croissance de la glace solide.

Les corrélations du même genre foisonnent dans la littérature scientifique. Citons à titre d'exemples la formule d'Adams *et al.* (1960), plus élaborée, et la formule semi-empirique d'Anderson (1961).

Des tentatives ont été faites pour prédire la croissance de la glace de façon déterministe. La plus complète des formulations est décrite par Shen et Chiang (1984). Elle exprime la croissance verticale de la glace solide par conduction de chaleur au travers d'un couvert d'une épaisseur initiale donnée. Elle inclut la distribution de température dans le couvert et le budget thermique prend en considération l'absorption des radiations solaires par la feuille de glace. Capable de tenir compte des chutes de neige quotidiennes, l'expression peut également être numériquement jumelée à un modèle de distribution de la température de l'eau. Cette formulation, plus représentative de la complexe réalité, voit également son application restreinte à des cas spécifiques en raison de ses hypothèses simplificatrices. L'une d'entre elles suppose en effet que le couvert est bien drainé et qu'aucune inondation ne peut se produire, inhibant du même coup toute formation de glace de neige.

---

[3] *Ibid.*, p. 133.

Une approche alternative est d'analyser de façon statistique les mesures de l'épaisseur de la glace faites au cours des années antérieures. De telles données sont disponibles en quantité à la Division des relevés hydrologiques du Canada puisque la mesure de l'épaisseur de la glace est requise lors de la mesure du débit en hiver. Williams (1963) est l'un des premiers chercheurs à avoir tenté de régionaliser les résultats de ses compilations.

Même si la méthode d'analyse privilégiée fournit des tendances générales pour une région, on doit s'attendre à rencontrer de fréquentes aberrances locales notamment dans les cas de formation de glace hummockée, d'embâcles ou d'*aufeis*.

2.3 FORMATION DYNAMIQUE DU COUVERT DE GLACE

Il a été établi que le lent *processus* de croissance statique de la glace en eau agitée ne peut expliquer la progression rapide des couverts de glace dans les grandes rivières nordiques (Michel, 1973). Les vitesses d'écoulement habituellement rencontrées dans nos cours d'eau obligent plutôt le couvert initial à se former par accumulation de *slush* de frasil et de glaçons (Ashton, 1980). Toute la glace dérivante s'accumule en surface, faisant progresser à contre-courant le bord frontal amont du couvert. Ce *processus* permet aussi la formation de certains couverts de glace dans les lacs alors que des fragments de glace sont poussés par le vent contre le bord d'une glace solide et qu'un courant de surface est établi dans l'épilimnion (Michel, 1978b).

2.3.1 PROGRESSION DU COUVERT

La formation dynamique d'un couvert de glace débute au moment de la nucléation du frasil (Michel, 1971). Durant cette période, les cristaux de glace s'agglomèrent en amas floconneux. Emportée au fil de l'eau, une partie de la glace produite par la rivière rejoint éventuellement la surface et sert d'ossature à la croissance de la glace par échange de chaleur avec l'atmosphère.

Lorsque la glace est charriée sur une grande distance, la surface de l'eau devient couverte d'un mélange de *slush*, d'assiettes de glace et de glaçons dont la concentration augmente au cours du transport vers l'aval. Ainsi, la couverture peut atteindre 100% de la surface dans les sections profondes à faible vélocité de surface, dans les chenaux secondaires ou dans d'autres singularités.

Puisque les caractéristiques morphologiques de la rivière ne sont pas homogènes, certains tronçons vont arrêter la glace dérivante, et démarrer la progression du couvert vers l'amont (Tanguy, 1985). Une singularité naturelle comme une île, un seuil, un méandre prononcé ou un rétrécissement de la section peut amorcer la formation du couvert, tout comme un obstacle artificiel telle une pile de pont ou une estacade à glace. Les glaçons provenant de l'amont se butent à cet obstacle, s'entassent et gèlent pour former un pont de glace continu. Selon l'importance de son étendue, la glace de rive peut également jouer un rôle prépondérant lors de la formation d'un couvert de glace par accrétion. C'est le cas qui est illustré à la figure 2.4 sur laquelle on voit des plaques de glace soudées entre elles dans une matrice gelée de *slush* de frasil. Ce cliché a été pris sur le fleuve Saint-Laurent, à la hauteur du quai de Portneuf. Situé en eau peu profonde, le quai est entouré de glace de rive qui est recouverte de neige. De concert avec un vent favorable, l'ensemble force l'arrêt des glaçons dérivants qui gèlent rapidement sur place, contribuant à l'accroissement du couvert.

La formation d'un pont de glace dans une section de rivière est reliée à la capacité de transport en glace de la section et au débit de glaçons en provenance de l'amont (Shen, 1985). Le débit maximal de glaçons pouvant transiter dans une rivière sans former de pont de glace dépend de la vitesse de l'écoulement, de la largeur entre les deux rives ou entre les limites imposées par la glace de rive, de la pente de la surface de l'eau, de la taille des glaçons et de leur concentration (Ackermann et Shen, 1983; Calkins et Ashton, 1975).

Les accumulations de glace peuvent se produire de diverses façons, ce qui amène les chercheurs à distinguer deux types de progression: la progression en couvert mince et la progression frontale.

La progression en couvert mince résulte de la juxtaposition de grandes plaques de glace dérivantes qui se soudent entre elles par congélation, constituant ainsi un couvert solide qui progresse vers l'amont. De nombreux auteurs ont étudié ce *processus*: Pariset et Hausser (1961a), Uzuner et Kennedy (1972), Ashton (1974a, b), Larsen (1975), Tatinclaux (1977). La progression frontale est pour sa part liée à la descente du frasil ou de plaques de glace de petites dimensions.

Figure 2.4 : Formation d'un couvert de glace par accrétion sur le fleuve Saint-Laurent.

2.3.2 ÉPAISSISSEMENT MÉCANIQUE DU COUVERT

Il peut arriver que les conditions hydrauliques et météorologiques causent l'écrasement d'une partie du couvert de glace. L'écrasement peut être localisé à la bordure amont du couvert ou encore, généralisé sur une longueur plus appréciable. Les deux types d'écrasement conduisent à un épaississement du couvert. L'origine de l'épaississement est ainsi de nature mécanique, et n'est reliée d'aucune façon à la croissance statique de la glace.

2.3.2.1 Écrasement frontal

Deux scénarios sont susceptibles de se terminer par un écrasement frontal (Tanguy, 1985). Le premier se produit lorsque le frasil généré en amont subit une période de réchauffement et perd de sa consistance. Le second scénario a lieu lorsqu'un important débit de frasil nouvellement formé et non consolidé arrive en tête du couvert. Dans les deux cas, le frasil s'accumule à la bordure amont du couvert avec une épaisseur plus importante que lors de la progression frontale.

2.3.2.2 Écrasement généralisé

L'écrasement généralisé est un *processus* beaucoup plus complexe qui se produit lorsque les forces agissant dans le sens du courant excèdent la résistance offerte par les berges au couvert. Dans ce cas, la résistance interne du couvert de glace est incapable de pallier l'augmentation des forces agissant dans le sens de l'écoulement. Ce *processus* est plus souvent rencontré lorsque le couvert en place subit un redoux prolongé qui provoque une perte de sa résistance interne. Si les contraintes agissant sur le couvert dépassent sa résistance interne, il se produit un écrasement généralisé qui peut s'étendre sur une longueur importante. Sous l'effet de l'écrasement généralisé, le couvert subit un compactage et s'épaissit jusqu'à ce qu'il atteigne une nouvelle épaisseur d'équilibre. De cette façon, le bord frontal subit un recul vers l'aval.

Des équations permettant de calculer la nouvelle épaisseur d'équilibre pour des conditions d'écoulement permanent uniforme sont décrites dans les travaux de Shen (1985), Michel (1978a), Uzuner et Kennedy (1976) et Pariset et Hausser (1961a).

Enfin, il semble que la formation d'une mince croûte solide dans la portion supérieure de l'accumulation de glace est suffisante pour contrer la poussée hydrodynamique développée par la friction s'exerçant sous le couvert et ainsi empêcher les phénomènes d'écrasement (Michel, 1984).

2.3.3 BARRAGE DE GLACE SUSPENDU ET TRANSPORT SOUS COUVERT

Un barrage suspendu est constitué d'une importante accumulation de glace qui se loge sous le couvert existant et provoque une augmentation significative du niveau d'eau. Shen et VanDeValk (1984) distinguent deux catégories de barrage suspendu selon les *processus* de formation impliqués. Le premier type, dénommé barrage suspendu de glace de surface, est formé de blocs de glace et d'assiettes de frasil. Ces accumulations se forment près de la bordure frontale du couvert pendant sa progression vers l'amont. Le second type fait quant à lui référence aux dépôts massifs de frasil qui se forment sous un couvert stable. Un tel dépôt est appelé barrage suspendu de glace de frasil.

2.3.3.1 Barrage suspendu de glace de surface

Le barrage suspendu de glace de surface est créé lorsque le couvert, généré en aval dans une zone d'eau calme, ne peut plus progresser vers l'amont à cause des vitesses importantes qui peuvent s'établir sous l'effet d'une pente plus forte en amont (Michel et Drouin, 1981). La glace de surface incidente est alors forcée de passer sous le couvert jusqu'à ce que des vitesses moins élevées lui permettent de se déposer. Ces dépôts font consécutivement augmenter l'épaisseur du couvert en place. L'épaississement mécanique peut également se produire à tout moment si les conditions d'écrasement sont satisfaites.

Les mécanismes de transport et d'accumulation des glaçons sous un couvert de glace sont encore peu connus (Shen, 1985). En se basant sur les essais de laboratoire de Filippov (1974), Ashton (1975) a obtenu des relations empiriques permettant d'évaluer la distance de transport des glaçons sous le couvert. Pour leur part, Tatinclaux et Gogus (1981) ont développé un critère d'entraînement des glaçons déposés sous le couvert. Le critère prend la forme d'un nombre de Froude critique évalué localement.

2.3.3.2 Barrage suspendu de glace de frasil

Il a été mentionné que les particules de frasil sont formées en période de surrefroidissement dans les sections de rivière qui sont demeurées en eau libre. Leurs premiers stades de développement sont caractérisés par une forte tendance à adhérer à presque toutes les surfaces avec lesquelles elles entrent en contact. Par conséquent, toutes les particules qui sont générées près du bord frontal du couvert de glace colleront à sa surface si le courant les amène à l'interface eau-glace. Pendant ce temps, les autres particules demeurent en suspension dans l'écoulement qui les entraîne sous le couvert. Elles perdent peu à peu leur pouvoir adhérant et deviennent finalement inactives. Elles se déposeront sous le couvert, plus en aval, dans des régions où l'écoulement est relativement lent.

2.3.3.2.1 Transport du frasil sous le couvert de glace

Les observations de Michel et Drouin (1981) sur la rivière La Grande situent la vitesse critique de déposition du frasil entre 0.6 et 1.3 m/s. Shen et VanDeValk (1984) ont observé une vitesse critique de déposition d'un peu plus de 0.9 m/s dans la partie amont du fleuve Saint-Laurent. À eux seuls, ces relevés ne suffisent pas à mettre totalement en lumière les phénomènes liés à l'évolution du frasil sous un couvert de glace. Pour des raisons similaires, des campagnes de mesures *in situ*, comme celles conduites par Kivislid (1959), Tsang et Szucs (1973), Tesaker (1975) ainsi que Chaco *et al.* (1986), ne sont pas parvenues, selon Shen et Wang (1995), à colliger l'information nécessaire à une compréhension globale de ces *processus*.

Afin de suivre l'évolution de barrages suspendus de frasil, Sun *et al.* (1986) ont mis sur pied un programme de relevés systématiques sur un tronçon d'une longueur de 70 km sur le fleuve Jaune en Chine. Depuis 1981, des mesures sont ainsi prises à chaque hiver sur 22 sections transversales afin d'y établir le profil du couvert et des dépôts qui s'y logent. À partir des mesures obtenues sur le fleuve Jaune, Shen et Wang (1995) ont développé et validé un concept de capacité de transport de frasil sous un couvert de glace par analogie au charriage des sédiments. L'analyse des données de terrain montre que la capacité de transport en frasil peut être décrite par les équations existantes de charriage de fond pour les sédiments de faible densité. Une formule générale de transport sous un couvert de glace intégrant la forme de la particule est dérivée à l'aide de données de laboratoire.

2.3.4 ASPECTS PARTICULIERS LIÉS À LA FORMATION DU COUVERT

Il est connu que la présence de la glace peut influencer de façon significative les conditions d'écoulement d'une rivière. Cette observation est davantage remarquée à la débâcle, période propice à la formation d'embâcles. Les niveaux d'eau atteints localement en présence d'embâcles constituent d'ailleurs les niveaux les plus élevés de l'année.

À l'opposé, Gerard (1990) a remarqué que la présence de glace est bien souvent responsable du plus faible débit observé en période hivernale. L'hydrogramme présenté à la figure 2.5 montre les débits enregistrés sur la rivière Clearwater à Draper (Alberta) pendant l'hiver 1976-77. Contre toute attente, le plus faible débit n'a pas été observé pendant l'étiage d'hiver, soit en février ou en mars, mais plutôt en novembre, au moment où un couvert de glace se formait en amont.

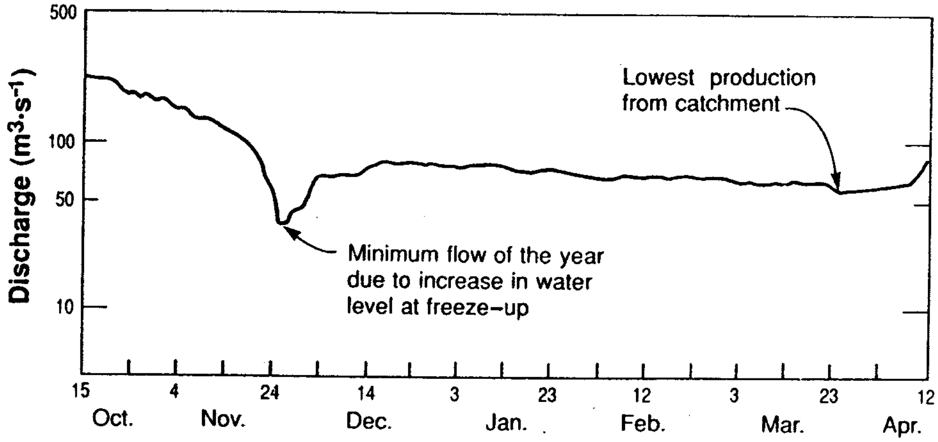


Figure 2.5 : Hydrogramme de la rivière Clearwater (Draper, Alberta) pour l'hiver 1976-77 (tiré de Gerard, 1990).

Gerard (1990) explique que la perte de charge occasionnée par la progression du couvert force le plan d'eau à s'incliner davantage formant littéralement un réservoir qui ne peut être rempli que par l'eau provenant de l'amont (figure 2.6). La mobilisation de ce volume d'eau sous forme d'emmagasinement cause une réduction temporaire notable du débit plus en aval. L'eau du réservoir ne sera disponible qu'à la disparition du couvert. Ce phénomène est plus marqué dans les cours d'eau dont la morphologie est dominée par la présence de tronçons de type lacustre (ex.: le fleuve Saint-Laurent avec les lacs fluviaux Saint-Pierre, Saint-Louis, ...).

En plus de jouer un rôle prépondérant dans la manifestation des événements hydrauliques extrêmes, le couvert de glace exerce occasionnellement son influence de façon toute subtile pendant l'hiver. Par exemple, le couvert constitue à lui seul un réservoir d'eau qui demeure indisponible jusqu'au printemps.

De plus, une chute de neige tombant sur un lac englacé peut causer une augmentation du débit à son exutoire. En effet, par équilibre des forces, le poids d'eau déplacée par la neige doit être égal au poids de la neige fraîchement tombée. Ainsi, une chute de neige de 30 cm déplacera approximativement 30 mm d'eau du lac, ce qui peut être considérable si l'étendue du couvert touchée est assez vaste.

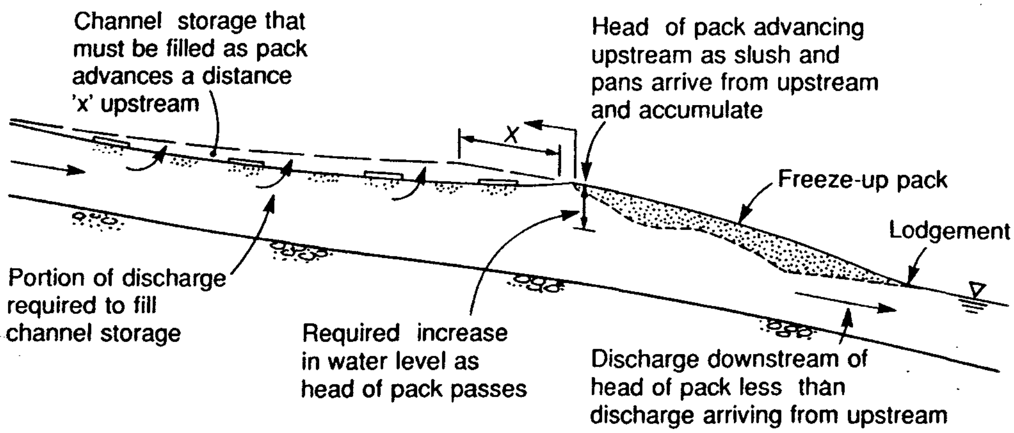


Figure 2.6 : Progression du couvert et remplissage du réservoir (tiré de Gerard, 1990).

Contrairement à ce qui se produit sur la terre, la neige tombant sur un lac couvert de glace est immédiatement disponible sous forme d'eau à son exutoire. Sur la terre, la neige ne sera disponible sous forme d'eau qu'à la fonte printanière. Dans le même ordre d'idées, à l'automne, une chute de neige se produisant sur une rivière ou un lac dont la température est nettement au-dessus du point de congélation, devient immédiatement de l'eau qui contribue à l'augmentation du débit. Pour sa part, la neige tombée sur la terre peut garder cette forme jusqu'au printemps.

2.4 FONTE ET DÉBÂCLE

Au début du printemps, plus particulièrement après la disparition du manteau nival, le couvert de glace subit simultanément les *processus* de fonte superficielle et de fonte sous-couvert. À peu près au même moment, le pourrissement interne du couvert s'amorce sous l'effet des radiations solaires qui le pénètrent. La combinaison de ces *processus* de détérioration cause une dégradation rapide des propriétés mécaniques du couvert, notamment au niveau de sa résistance interne et de sa capacité portante.

La débâcle est un phénomène intimement lié à la détérioration du couvert et à l'augmentation des débits (Beltaos, 1984; Michel, 1971; Deslauriers, 1968). La crue printanière permet de briser le couvert affaibli en place et d'évacuer la glace qui, en quantité importante, peut générer lors de sa descente de multiples embâcles.

2.4.1 DÉTÉRIORATION DU COUVERT DE GLACE

Le *processus* de fonte du couvert de neige et de glace s'amorce généralement dans les semaines qui entourent le début du printemps, lorsque le bilan thermique devient positif. Le début de la fonte coïncide ainsi avec l'augmentation du taux d'ensoleillement et la montée plus fréquente des températures de l'air au-dessus du point de congélation.

Un bilan thermique positif produit dans une zone d'eau libre un réchauffement de la température de l'eau. Les tributaires commencent alors à déverser de l'eau plus chaude dans le cours d'eau principal où un transfert de chaleur entre l'eau et la face inférieure du couvert s'ensuit. En réaction à cet échange de chaleur, des ondulations peuvent se développer sur la face inférieure du couvert, suivant une orientation particulière. La formation et le comportement de ces rides sont relativement bien compris (Ashton, 1978). On sait par exemple qu'elles croissent perpendiculairement au courant, de manière inversement proportionnelle à la vitesse de l'écoulement, et qu'elles augmentent le coefficient de transfert de chaleur (Hsu, 1973; Ashton, 1972; Ashton et Kennedy, 1972; Carey, 1966).

Habituellement, le couvert de neige fond au même moment et la glace montre rapidement une température de 0°C uniforme en tout point. La fonte de la neige entraîne un changement significatif de l'albédo, ce qui permet aux radiations solaires de pénétrer le couvert de glace. Un état de détérioration générale caractérise alors le couvert et sa résistance est considérablement affaiblie en raison du pourrissement qui affecte d'abord les frontières délimitant les cristaux. À ce stade de la fonte, même une force relativement faible peut causer la rupture du couvert.

Par ailleurs, l'apport des tributaires favorise la fonte le long des rives auxquelles le couvert de glace est toujours ancré. En s'attaquant ainsi aux ancrages du couvert, la fonte le rend davantage vulnérable à la destruction mécanique.

2.4.1.1 Estimation de la fonte du couvert

Si l'estimation de l'épaississement du couvert ne requiert qu'une juste appréciation de chacune des composantes du bilan d'énergie, il en est autrement en ce qui concerne l'estimation de sa fonte (Ashton, 1978). L'évaluation du transfert de chaleur qui se produit sous le couvert exige une connaissance exceptionnellement précise de la température de l'eau puisqu'une fonte non négligeable se produit à des températures de l'ordre de 0.05°C. De plus, le coefficient de transfert de chaleur est empreint d'une variabilité spatiale et temporelle considérable, surtout en raison du développement des ondulations décrites précédemment.

Sur la face supérieure du couvert, le problème est beaucoup plus complexe puisque les premiers jours de fonte conduisent à la formation de marres d'eau et, par conséquent, à des changements imprévisibles de l'albédo. Le drainage de l'eau de fonte par les fissures du couvert est irrégulier et l'absorption des radiations par le couvert varie avec la profondeur.

À ces complications s'ajoute le fait que l'eau des tributaires et l'eau souterraine entrent du côté des berges et s'amènent vers le *thalweg* par dispersion latérale. Il est donc fréquent, pendant la période de fonte, de voir la glace fondre complètement près des rives alors que la glace au centre ne subit qu'une fonte partielle.

Sans nécessairement inclure le caractère isolé de tous ces phénomènes, un modèle de fonte devrait prendre en considération l'aspect bidimensionnel du *processus* global. Bien que plusieurs modèles de fonte aient été développés, aucun d'entre eux ne possède ce trait fondamental. Néanmoins, il existe quelques modèles qui sont en mesure de fournir une appréciation générale de la fonte. C'est le cas de la formulation déterministe décrite par Shen et Chiang (1984) qui peut servir à l'estimation de l'épaississement ou de la fonte du couvert. Comme il s'agit d'un modèle basé sur les échanges thermiques, il est davantage adapté aux cas où la fonte est dominée par de tels échanges.

Une formulation identique simplifiée a d'ailleurs été utilisée avec succès pour décrire la fonte de la glace dans la baie de Rupert pour laquelle il a été démontré que la disparition des glaces dépend essentiellement du bilan thermique (Michel et Doyon, 1991). Aucun effet dynamique important, qu'il soit causé par les courants de crue ou par le vent, n'a été observé. La marée semble être le facteur dynamique le plus important dans le va-et-vient des glaces morcelées à la limite de la zone de fonte. La fonte sous-couvert a été négligée en raison du manque de données sur les températures des tributaires.

Même si ce modèle déterministe possède un certain pouvoir prédictif pour l'estimation de la fonte dominée par les échanges thermiques, il ne peut d'aucune façon prévoir le mode ou le moment de la débâcle.

Finalement, mentionnons qu'il existe quelques modèles d'utilisation plus simple comme celui de Bilello (1980) qui propose l'emploi du nombre de degrés-jours de redoux pour évaluer l'amincissement du couvert. Les résultats qu'on en tire sont intéressants dans la mesure où l'on n'outrepasse pas les limites d'application du modèle.

2.4.1.2 Estimation de l'affaiblissement du couvert

L'exploration récente des ressources naturelles dans les régions arctiques a considérablement accru l'intérêt de l'utilisation des couverts de glace comme chemins d'hiver, pistes d'atterrissage et même pour des fins de forage (Michel, 1978b). La résistance de la glace et, par extension, sa capacité portante ont ainsi fait l'objet de nombreuses recherches. Quelques chercheurs se sont penchés sur le problème plus spécifique de la résistance de la glace au moment de la fonte.

Au printemps, l'affaiblissement du couvert est causé par les radiations solaires incidentes qui attaquent les frontières délimitant les cristaux de glace. Ce *processus* de pourrissement interne affecte beaucoup plus la résistance du couvert que l'amincissement dû à la fonte. D'ailleurs, un couvert d'une épaisseur de 15 cm est beaucoup plus compétent en hiver qu'un couvert de 30 cm dans un état de pourrissement avancé au printemps.

À partir de la pénétration des ondes courtes dans le couvert, Bulatov (1970) a établi une relation de dépendance entre la résistance de la glace fondante et son contenu liquide. De son côté, Ashton (1984) a considéré la fonte du couvert en se basant sur l'échange thermique par radiation-conduction. Le contenu liquide est d'abord déterminé en résolvant l'équation de conduction de chaleur pour la portion intacte du couvert de glace. La résistance du couvert est ensuite reliée à la porosité en considérant la réduction des aires de contacts effectifs entre les grains. Ashton (1984) propose également qu'une réduction du module élastique se produise avec l'augmentation de la porosité. D'autres modèles, dont ceux de Koren'kov (1970) et de Frankenstein (1961), permettent aussi d'estimer l'affaiblissement du couvert suite à l'absorption de radiations.

Les résultats tirés des modèles théoriques de Bulatov (1970) et Ashton (1984) reliant résistance et porosité ont montré un bon accord avec les résultats expérimentaux de Prowse *et al.* (1990) obtenus sur la rivière Liard à l'aide d'un marteau perforateur de trou de sonde. Cependant, même s'il y a concordance entre les résultats des modèles théoriques et les résultats tirés d'essais d'indentation, aucune relation n'a à ce jour été établie entre la fonte et ses effets sur la capacité de la couverture de glace à résister à des efforts appliqués en amont.

2.4.2 DÉBÂCLE

La littérature scientifique regorge de descriptions qualitatives concernant la débâcle et pourtant, bien peu d'informations quantitatives peuvent en être extraites. On en attribue la raison au fait que la débâcle se produit très rapidement, souvent pendant la nuit, et qu'il est pratiquement impossible de prendre la moindre mesure sur un mélange d'eau et de blocs de glace s'écoulant à une aussi grande vitesse. Il est toutefois établi que la débâcle est causée par une augmentation du niveau d'eau et un écoulement capable de briser le couvert de glace solide. La rupture du couvert se produit généralement au moment où le niveau d'eau est égal ou supérieur à celui qui prévalait lors de la prise des glaces à l'automne précédent. C'est pourquoi la pratique commune dans la gestion des débits contrôlés par des ouvrages hydrauliques est de minimiser les variations de débits lorsqu'un couvert de glace en aval est menacé de rupture.

La débâcle peut prendre plusieurs formes, variant non seulement d'une rivière à l'autre, mais également d'année en année pour un même cours d'eau. Elle est tantôt calme et sans histoire, tantôt dévastatrice.

La débâcle s'avère un *processus* très lent lorsqu'elle est uniquement due à la détérioration du couvert de glace soumis aux échanges thermiques par radiation-conduction. Le couvert se désintègre alors complètement en place sous l'effet des forces de friction et de gravité. Ce genre de débâcle se produit surtout dans les lacs, mais aussi dans les rivières à débit contrôlé. Cette débâcle occasionne peu d'impacts négatifs sur la rivière car les quantités de glace évacuées sont très faibles et uniformément réparties dans le temps. Les observateurs de ce type de débâcle avouent souvent avoir été témoins d'une débâcle "sans glace" qui s'apparente davantage à une crue classique en eau libre (Tanguy, 1985).

À l'opposé, la débâcle prend des allures nettement plus dynamiques lorsqu'elle coïncide avec une crue printanière d'importance. La rupture du couvert se produit généralement quelques heures suivant une période de fonte intensive du couvert neigeux ou encore après des pluies abondantes et des températures plus douces. Avec l'augmentation du débit, le couvert de glace se fracture d'abord dans les sections où l'écoulement est rapide. Il se brise en morceaux qui sont ensuite transportés en aval. La glace morcelée s'accumule éventuellement à la bordure amont d'un couvert encore intact. Ce *processus* mène presque inévitablement à la formation d'embâcles (Ashton, 1978). Si le temps doux se poursuit en même temps que l'augmentation des débits, la fracturation du couvert de glace s'intensifie. Il est alors fréquent de voir de petits embâcles se démanteler et en former d'autres de plus grande hauteur un peu plus en aval (Michel, 1971).

À la débâcle, les morceaux de glace à la dérive exercent habituellement une force appréciable lorsqu'ils se cognent aux différentes structures comme les piliers de quai, les piles de pont, les parements de barrage, les vannes d'évacuateur et les structures *offshore*. L'impact peut être suffisant pour causer des dommages sévères à l'ouvrage et parfois, sa destruction. Lorsqu'ils se déplacent en amoncellement, les morceaux de glace peuvent venir en contact étroit avec les quais, murs de rétention ou barrages, et causer l'abrasion des structures au niveau de l'eau (Michel, 1978b). Érosion et incisions profondes sur des murs de béton sont souvent le lot de la débâcle. L'action érosive de la glace en mouvement sur les berges de rivière est généralement plus marquée que la seule érosion de l'eau. Même des bancs de roc sont largement érodés par la glace (Michel, 1971).

2.4.2.1 Prédiction du moment de la débâcle

La description précédente établit clairement qu'aucune méthode ne peut décrire avec précision l'évolution de la débâcle. La raison principale vient du fait que la débâcle ne dépend que partiellement de l'échange de chaleur avec l'atmosphère (Michel, 1971). Les travaux de Williams (1965) ont d'ailleurs démontré que la destruction mécanique qu'engendrent vents et courants peut être jusqu'à dix fois plus importante que la fonte due à l'échange thermique avec l'atmosphère.

Le début de la débâcle dans une rivière dépend de l'état du couvert de glace, des conditions climatologiques, des caractéristiques de l'écoulement et de la morphologie de la rivière (Shulyakovskii, 1966). Cependant, puisque la plupart des débâcles se produisent alors que le couvert de glace est encore relativement solide, on reconnaît que le facteur déterminant est habituellement le débit de la rivière (Michel, 1971).

La formation de fissures longitudinales dans le couvert est annonciatrice de l'imminence de la débâcle (Xia et Shen, 1999). Elles se forment sous la pression exercée par le rehaussement du plan d'eau et leur apparition est souvent suivie par la formation de fissures transversales espacées d'une distance qui atteint généralement 1 000 fois l'épaisseur du couvert (Shulyakovskii, 1972).

Shulyakovskii (1972) a érigé un modèle analytique qui fait la prédiction du début de la débâcle en supposant que le couvert de glace n'est plus solidaire des berges et que le niveau d'eau est plus élevé que celui à la prise des glaces. Il définit alors le début de la débâcle comme l'instant où la résistance du couvert est dépassée et que des fissures transversales se forment.

Beltaos (1984) a par la suite élaboré le modèle de Shulyakovskii (1972). Basées sur les travaux de Beltaos, des méthodes de prédiction de débâcle qui utilisent les données de stations hydrométriques ont ensuite été développées avec un succès mitigé (Tang et Davar, 1984).

2.4.3 EMBÂCLE

De tous les phénomènes naturels pouvant se produire en rivière, la formation d'un embâcle de glace est certainement le plus spectaculaire. D'ailleurs, pour un même débit, les niveaux d'eau enregistrés en présence d'un embâcle excèdent largement ceux observés lors d'une crue en eau libre (Gerard, 1979). Les conséquences de l'inondation due à l'embâcle sont ainsi beaucoup plus désastreuses pour les communautés riveraines et les ouvrages du génie civil.

Bien qu'ils soient surtout associés à la débâcle printanière, les embâcles peuvent également survenir au début de l'hiver, au moment de la prise des glaces (Shen, 1985). Un grand nombre de glaçons sont alors en mouvement et leur accumulation débute en un point singulier de la rivière où les conditions d'écoulement sont généralement convergentes en raison d'une morphologie restrictive ou de la présence d'obstructions. L'accumulation a alors tendance à s'étendre vers l'amont et former un embâcle. Les fragments de glace ainsi immobilisés ajoutent une limite supérieure rigide à l'écoulement qui passe en charge. Dépendant des conditions météorologiques et hydrauliques subséquentes, l'embâcle peut geler en place, constituant de cette façon une accumulation consolidée de glace fragmentée. C'est plutôt le cas en hiver. Les embâcles printaniers font quant à eux partie des accumulations non consolidées de glace morcelée (Beltaos, 1979).

Les embâcles de glace peuvent être classifiés selon plusieurs paramètres (Gerard, 1975), le plus fréquent étant leur hauteur. On retrouve ainsi les embâcles complets et les embâcles partiels ou flottants (Barnes, 1928).

Un embâcle complet obstrue entièrement la section d'écoulement de sorte que l'eau doit s'infiltrer entre les glaçons pour s'écouler. Il s'agit en conséquence d'un écoulement en milieu poreux où la résistance à l'écoulement doit être définie en rapport avec la perméabilité de l'accumulation. Ce genre de résistance est complètement différent du concept plus familier de couche limite associée au frottement d'un fluide s'écoulant sur une surface quelconque (Beltaos, 1979).

Jusqu'à ce jour, l'aspect analytique des embâcles complets a reçu peu d'attention, même si ce type d'embâcle est susceptible de causer davantage de dommages qu'un embâcle flottant (Ashton, 1978). Mathieu et Michel (1967) comptent parmi les chercheurs ayant traité le sujet. Michel (1971) a établi qu'il était pratiquement impossible d'évaluer analytiquement les pertes de charge engendrées par ces embâcles en raison de la longueur inconnue du contact avec le fond et de la porosité hautement variable de l'accumulation de glaçons.

De son côté, un embâcle partiel n'obstrue qu'une portion de la section transversale, laissant l'eau s'écouler librement dans le reste de la section. De nombreux auteurs ont étudié la genèse et l'évolution de ce type d'embâcle: Pariset et Hausser (1961a), Michel (1965), Uzuner et Kennedy (1976), ... La formation d'un embâcle et son évolution passent généralement par trois phases distinctes (Tatinclaux *et al.*, 1976):

(1) Début de l'embâcle alors que les glaçons incidents se butent à un obstacle et forment un pont de glace sur toute la largeur du cours d'eau.

(2) Croissance en longueur et en hauteur de l'embâcle au fur et à mesure que les glaçons dérivants sont immobilisés à la bordure amont de l'accumulation de glace. Si la vitesse est suffisamment élevée, les glaçons peuvent être entraînés sous l'amas où ils se déposeront par la suite.

(3) Compression de l'embâcle par rupture interne au moment où la longueur et la hauteur de l'accumulation atteignent une valeur pour laquelle la résistance en compression et la résistance au cisaillement de l'amas de glace sont dépassées.

Il est possible que les phases (2) et (3) se produisent en alternance. Ce cas peut survenir lorsque l'alimentation en *floes* est continue. L'accumulation de glaçons se poursuit alors à la bordure amont pendant que la compression décrite à la phase (3) se produit de façon intermittente à différents endroits de l'embâcle.

La destruction de l'embâcle est reliée au bilan des forces agissant sur l'accumulation de glace. Elle dépend également de la façon dont l'embâcle s'est amorcé et de la morphologie locale de la rivière (Beltaos, 1979). La destruction peut être progressive ou soudaine. La rupture soudaine d'un embâcle constitue une menace pour toute structure se trouvant sur la trajectoire des morceaux de glace.

2.4.3.1 Stabilité d'une accumulation de glace non consolidée

Les accumulations de glace non consolidées ont fait l'objet de nombreuses recherches. Bolsenga (1968), puis Gerard (1979), ont tour à tour préparé une revue de la littérature, recensant les auteurs ayant travaillé sur la stabilité des embâcles et faisant le point sur l'évolution des modèles analytiques. Pour leur part, Uzuner (1975) et Beltaos (1979) ont procédé au même exercice en ce qui a trait aux auteurs ayant étudié les effets du frottement dû à la présence d'un couvert de glace et d'accumulations de glaçons.

Pariset et Hausser (1961a) ainsi que Pariset, Hausser et Gagnon (1966) ont jeté les bases de l'analyse portant sur la stabilité des embâcles de glace. Leurs travaux reprenaient en partie les conclusions d'une étude de Kennedy (1958) qui avait analysé la stabilité des embâcles de billes de bois. Par le biais d'une approche légèrement différente, Michel (1965) a obtenu des résultats similaires. L'analyse a ensuite été quelque peu raffinée par Uzuner et Kennedy (1976) même si les principes essentiels demeuraient inchangés (Beltaos, 1978).

De façon générale, la formulation du problème est établie en faisant un bilan des forces s'exerçant à l'intérieur de l'accumulation sous laquelle on retrouve un écoulement non permanent graduellement varié. La théorie des embâcles inclut quelques hypothèses dont la validité est incertaine notamment en ce qui concerne le débit transitant sous l'embâcle, le frottement induit par les blocs de glace, la résistance interne de l'accumulation et son emplacement, ainsi que la morphologie du cours d'eau qu'on suppose rectangulaire (Beltaos, 1979). Elle permet néanmoins de prédire avec assez de précision les niveaux d'eau qui peuvent être atteints sous certaines conditions. Il est donc possible de vérifier la stabilité d'un embâcle dont le volume et l'emplacement ont été choisis arbitrairement, sur la base de photographies aériennes ou de toute autre connaissance se rapportant au cas à l'étude. Cependant, la question initiale demeure toujours: à quel endroit et sous quelles conditions un embâcle de glace se forme-t-il ?

2.4.3.2 Prédiction de l'emplacement et du moment de formation d'un embâcle

Jusqu'à maintenant, les travaux portant sur la formation des embâcles (*e.g.* Nuttall, 1973; Calkins et Ashton, 1975, 1976) n'ont pas réussi à mettre complètement en lumière les conditions requises au début du phénomène (Gerard, 1984). Le dénombrement détaillé des embâcles dans certains tronçons de rivières de l'Alberta (Gerard, 1975; Doyle, 1977; Beltaos, 1978) et de la Nouvelle-Angleterre (Calkins *et al.*, 1976) a été rendu possible grâce à la mise sur pied de programmes d'observations annuelles systématiques. L'information extraite de tels programmes est certes précieuse, mais elle ne peut remplacer l'observation détaillée et répétée du même tronçon de rivière pendant une période s'étendant sur plusieurs années (Gerard, 1979).

Par ailleurs, il a été établi que la théorie des embâcles, en considérant un équilibre statique de la masse de glace dans un canal rectangulaire, permet de prédire le profil d'un embâcle de glace. Lal et Shen (1991) ont toutefois démontré que cette formulation ne pouvait décrire correctement le profil d'un embâcle lorsque le canal présente une forme irrégulière. De plus, cette théorie ne peut pas être utilisée pour décrire le transport de glace, ni le *processus* de formation d'un embâcle (Shen *et al.*, 1990).

Ackermann et Shen (1983) ont relié la formation d'un pont de glace dans un cours d'eau à sa capacité de transport en glace et au débit de glaçons incidents. La capacité maximale de transport de la rivière est alors considérée comme une fonction de la vitesse d'écoulement, de la largeur utile du cours d'eau, de la pente de surface, de la taille des glaçons, de leur concentration et de leurs caractéristiques rhéologiques (Calkins et Ashton, 1975). Dans une autocritique, les auteurs reconnaissent l'inconsistance de certaines hypothèses de travail qu'ils ont dû introduire pour la poursuite de leur recherche. Ils soulignent notamment les lacunes au niveau des lois constitutives décrivant la distribution des contraintes dans le *pack* de glace. Ils démontrent cependant que cette approche permet de repérer les sites potentiels de formation d'embâcles. Ces sites sont localisés aux endroits où la capacité locale de transport en glace est dépassée par le débit de glace provenant de l'amont. Bien qu'incomplète dans sa formulation actuelle, cette approche semble prometteuse. Toutefois, elle ne permet pas de décrire le transport des glaçons, ni l'évolution du phénomène d'accumulation.

Shen *et al.* (1990) ont présenté un modèle théorique de transport dynamique de glace en rivière qui peut être utilisé pour décrire le début et l'évolution des embâcles. Résolu dans un schéma numérique euléro-lagrangien, le système d'équations unidimensionnelles représente le transport de la glace. Il tient compte des changements de la concentration en glace dus aux *processus* thermodynamiques et à l'apport en frasil. Ce modèle montre que l'endroit et le moment de formation d'un embâcle sont intimement liés à la géométrie du canal et aux conditions d'écoulement. Le modèle démontre aussi que les embâcles ont généralement tendance à s'amorcer aux endroits où il y a convergence de la masse de glace, *i.e.* aux sites où $\partial u / \partial x < 0$, u représentant la vitesse de la glace. De l'accroissement rapide de la concentration en glace résulte une mobilisation accrue de la résistance interne de la glace et de la résistance au cisaillement offerte par les berges, ce qui cause une décélération du *pack* de glace. Dans ce modèle, la stabilité des blocs de glace se butant à la bordure amont du couvert n'est pas considérée. L'érosion sous couvert et la formation d'une croûte de glace solide à la surface de l'accumulation ont également été omises. Enfin, plusieurs autres mécanismes ne pourraient être intégrés au modèle que s'il était développé en deux dimensions.

Récemment, les approches lagrangiennes ont été davantage exploitées dans les problèmes de modélisation du transport de la glace (*e.g.* Shen *et al.*, 1990; Babic *et al.*, 1990a; Shen et Chen, 1992; Chen, 1993; Shen et Su, 1996). La méthode des éléments discrets se présente comme une alternative aux méthodes analytiques et expérimentales traditionnelles dans l'étude des phénomènes de transport de glace. Dans la méthode des éléments discrets, le mouvement de chaque particule dans le *pack* de glace est simulé numériquement en prenant explicitement en considération les différentes forces agissant sur la particule à chaque pas de temps.

Babic *et al.* (1990a) ont développé un modèle bidimensionnel de transport de glace de surface reposant sur la méthode des éléments discrets. Les particules de glace ont une forme circulaire dont le diamètre, l'épaisseur et la densité sont uniformes. La simulation consiste en une recherche des contacts entre les particules suivie du calcul des forces interparticulaires à chaque point de contact. On évalue ensuite les forces volumiques agissant sur les particules ainsi que les forces hydrodynamiques. La sommation des forces qui agissent sur une particule permet finalement l'intégration des équations de mouvement, fournissant ainsi la nouvelle position et la nouvelle vitesse de la particule. Le modèle prévoit également la correction des vitesses de surface dans les régions à méandres, les profils de vitesses dues au développement de courants secondaires étant évalués à partir des équations de Rozovskii (1957). Aucune rétroaction sur l'écoulement en raison de la présence de glace à la surface n'est cependant prévue. La production de nouvelle glace est ignorée et le modèle ne peut composer avec des limites variables. Néanmoins, le modèle établit hors de tout doute que la méthode des éléments discrets rend possible la quantification de la probabilité qu'un pont de glace se forme dans une rivière. De plus, la méthode permet d'obtenir un aperçu conceptuel des mécanismes responsables du phénomène d'embâcle.

Un modèle bidimensionnel de transport de glace similaire à celui de Babic *et al.* (1990a) a été développé par Babic et Hopkins (1992). En réalité, ce nouveau modèle est issu de la fusion du modèle précédent et du générateur de blocs polygonaux *BLOCK* développé par Hopkins (1992). Ce modèle fait la simulation du transport de particules de glace de forme polygonale arbitraire à la surface d'un écoulement. Le modèle de particules polygonales implique une gestion des collisions interparticulaires considérablement plus complexe que le modèle de particules circulaires. Hormis la forme différente des particules et ses répercussions sur la gestion des collisions, ce modèle possède exactement les mêmes caractéristiques que le précédent. Malheureusement, les auteurs ne mentionnent pas si le plus haut degré de réalisme du modèle se traduit par un quelconque accroissement de la précision des résultats.

2.5 MODÉLISATION DES *PROCESSUS* PHYSIQUES

La présence d'un couvert de glace en rivière est, avant tout, la conséquence d'un *processus* thermique (Tanguy, 1985). Les mécanismes physiques responsables de la formation et de la destruction des couverts sont souvent empreints d'une grande complexité. Les chercheurs ont quantifié, avec une précision variable, plusieurs des phénomènes qui ont été jusqu'à maintenant identifiés. Il reste cependant quelques lacunes au niveau de la compréhension des phénomènes associés à la débâcle, notamment en ce qui concerne le morcellement du couvert, la formation et la rupture d'embâcles (Gerard, 1984). De façon générale, les *processus* liés à la formation de la glace sont mieux compris. L'évaluation de la croissance de la glace de rive demeure toutefois incertaine et l'appréciation du développement de la glace de fond, plutôt spéculative. Le transport de blocs de glace sous le couvert est mal connu et la compréhension que l'on a de la résistance interne développée par une accumulation de glace non consolidée n'est que fragmentaire.

2.5.1 Modèles connus

Petryk, dans Beltaos (1995), a effectué la revue des modèles numériques connus dans le domaine de l'ingénierie des glaces. Le tableau 2.1 identifie ces modèles ainsi que leur concepteur ou les personnes associées de près à leur développement ou encore, à leur utilisation.

Une description succincte de chaque modèle est donnée par Petryk dans l'ouvrage précité. Certains de ces modèles cherchent à simuler l'un ou l'autre des *processus* physiques suivants: refroidissement de l'eau, génération de glace, transport de glace, formation du couvert, épaississement et écrasement du couvert, phénomènes d'érosion et de déposition liés au couvert, fonte du couvert et sa rupture. D'autres, plus exhaustifs, prennent en considération un plus grand nombre de mécanismes physiques et simulent d'une manière intégrale le régime des glaces depuis l'automne jusqu'au printemps.

Tous les modèles énumérés dans le tableau 2.1 s'appuient sur l'hypothèse de conditions d'écoulement permanent, *i.e.* que le débit est présumé constant dans le domaine de simulation. Il s'agit assurément d'une hypothèse simplificatrice puisqu'il est impossible en pratique que le débit demeure inchangé pendant tout l'hiver. Et même lorsque le débit entrant dans le tronçon à l'étude est réellement constant, l'évolution du couvert fait en sorte que le débit sortant peut être différent en raison des phénomènes d'emmagasinement ou d'évacuation de l'eau (*cf.* section 2.3.4).

Tableau 2.1 : Liste des modèles numériques connus (d'après Beltaos, 1995).

SIMGLACE	S. Petryk, Consultant
MODÈLE LASALLE	F. Parkinson, Groupe Consultant LaSalle
ICESIM	T. Lavender, R. Carson, Acres International
ICEROUTE	W. G. Girling, Manitoba Hydro
RICE	H. T. Shen, Université Clarkson
RHIVER	N. Marcotte, Hydro-Québec J.-P. Saucet, Groupe Consultant LaSalle
JJT (Le modèle finlandais)	M. Huokuna, Reiter Ltée
ICEJAM	G. Flato, R. Gerard, (anciennement) Université d'Alberta
RIVJAM	S. Beltaos, National Water Research Institute
MODÈLE MENVIQ	J.-M. Tanguy, C. Pesant, A.-R. Tremblay, Ministère de l'Environnement du Québec
HANGING DAM MODEL	B. Michel, (anciennement) Université Laval
SMALL RIVERS MODELLING	H. Belore, Cumming-Cockburn

Par ailleurs, ces modèles sont tous unidimensionnels, c'est-à-dire qu'ils supposent une distribution transversale uniforme de plusieurs paramètres significatifs comme la température de l'eau ou l'épaisseur de la glace. De plus, certains de ces modèles ont été développés dans le cadre de projets d'ingénierie spécifiques afin de répondre à un problème particulier associé à l'un ou l'autre des *processus* physiques décrits précédemment. Ainsi, ces modèles ne s'adressent pas nécessairement à une problématique d'ordre général mais sont plutôt conçus pour fonctionner sur un tronçon de rivière particulier ou sous des conditions climatologiques précises.

Enfin, le lecteur désireux d'obtenir des informations supplémentaires sur les spécifications et les limites d'application de ces modèles peut se référer à l'ouvrage collectif *River Ice Jams.*

3. DESCRIPTION DES MODÈLES MATHÉMATIQUES

Dans ce chapitre sont exposées les bases mathématiques du modèle lagrangien de transport de la glace de surface en milieu fluvial. Le modèle est appliqué à un environnement à deux dimensions de façon à exploiter toute la richesse des phénomènes de transport et d'accumulation dont la manifestation dans un domaine plan est non uniforme. Le modèle de transport s'articule autour d'un modèle hydrodynamique bidimensionnel qui découle de l'intégration verticale des équations de Navier-Stokes à surface libre. La démonstration commence donc par une description du modèle hydrodynamique dont les résultats sont requis pour appliquer le modèle de transport de glace. On y propose également les corrections pour obtenir les vitesses de surface et les vitesses dans les régions à méandres. La rétroaction des glaces sur l'écoulement étant prévue par une mise à jour périodique du champ de vitesses, on explicite enfin la façon dont le couplage des deux modèles est effectué, soit par le biais d'interactions à l'interface eau-glace.

3.1 MODÈLE HYDRODYNAMIQUE BIDIMENSIONNEL

La modélisation bidimensionnelle des écoulements à surface libre à l'aide des équations de Saint-Venant est un outil scientifiquement reconnu ayant été utilisé dans le cadre de nombreuses études de mécanique des fluides et de génie hydraulique (Leclerc *et al.*, 1991; INRS-Eau, 1997). On trouve dans la littérature scientifique plusieurs exemples classiques de ce type de modèle (Grotkop, 1973; Connor et Wang, 1974; Taylor et Davis, 1975; Brebbia et Partridge, 1976; Connor et Brebbia, 1978; Cochet, 1979; Walters et Cheng, 1980; Ouellet *et al.*, 1986; Zhang, 1992).

Les applications de ces modèles ont rapidement proliféré, si bien qu'elles s'étendent aujourd'hui aux domaines les plus variés (De Broissia, 1987; Lafleur et Leclerc, 1997). Le domaine de la dynamique des glaces ne fait pas exception comme en témoignent les travaux de Svensson *et al.* (1989) ainsi que Wake et Xiao (1989).

3.1.1 ÉCOULEMENTS À SURFACE LIBRE

Pour en arriver à un modèle bidimensionnel d'écoulement à surface libre, il faut transformer le modèle tridimensionnel de la mécanique des fluides suivant quelques hypothèses de base. Le modèle tridimensionnel de départ est fondé sur le principe de conservation de quantités physiques mesurables comme la masse et la quantité de mouvement. Cette section présente l'ensemble des équations de conservation dans leur état fondamental et donne un bref aperçu des transformations qu'impose l'objectif poursuivi. Le lecteur désirant obtenir un exposé plus approfondi sur un des thèmes suivants peut consulter l'un ou l'autre de ces auteurs: Robert (1983), Soulaïmani (1983) ou Leclerc (1985).

3.1.1.1 Modèle d'écoulement tridimensionnel

3.1.1.1.1 Équation de continuité

Soit le repère cartésien (x, y, z) où $x =$ Est, $y =$ Nord et $z =$ Zénith. La conservation de la masse s'exprime comme suit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \tag{3.1}$$

où ρ est la masse volumique du fluide, t est la variable temporelle et u, v, w sont les composantes de la vitesse selon x, y et z. Cette relation est connue sous le nom de l'équation de continuité.

Le cas le plus fréquemment rencontré s'intéresse aux fluides homogènes et incompressibles où ρ est indépendante de la position et du temps. L'équation de continuité se ramène alors à la forme:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{3.2}$$

3.1.1.1.2 Équations de la conservation de la quantité de mouvement

Les équations du mouvement des fluides découlent d'une application directe de la deuxième loi de Newton. Cette loi stipule qu'il existe un référentiel dans lequel, à tout instant et pour toute partie d'un système mécanique, il y a équilibre entre les forces d'inertie et les forces externes. En supposant un fluide incompressible à surface libre ($\rho = cte$ ou varie très lentement dans l'espace) et en considérant à toute fin pratique la conservation du fluide, le mouvement d'un écoulement turbulent en trois dimensions est caractérisé par les relations suivantes:

$$\rho\frac{du_i}{dt} = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad i, j = 1,2,3 \tag{3.3}$$

$$\tau_{ij} = \mu_{t_{ij}}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right); \quad i, j = 1, 2, 3 \tag{3.4}$$

$$\mu_t = \frac{l_m^2}{\rho}\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right]^{\frac{1}{2}}; \quad i, j = 1, 2, 3 \tag{3.5}$$

$$l_m = \kappa z\sqrt{1 - \frac{z}{H}} \quad \text{avec } \kappa = 0.4 \tag{3.6}$$

où $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}$. F_i représente successivement les composantes en x, y et z de la force de volume résultante par unité de masse, p est la pression et τ_{ij} sont les contraintes de Reynolds, lesquelles expriment les cisaillements et les compressions turbulentes. Les contraintes de Reynolds, aussi appelées contraintes apparentes, sont représentées par un modèle de turbulence faisant intervenir le tenseur de taux de déformation de l'écoulement et la viscosité dynamique turbulente μ_t (Rodi, 1984) de type « zéro équation » décrite par une loi de longueur de mélange l_m (Yalin, 1977).

3.1.1.2 Modèle de Saint-Venant

Les équations de Navier-Stokes, une fois simplifiées afin d'étudier les phénomènes de turbulence, forment avec l'équation de continuité un modèle d'écoulement tridimensionnel théoriquement soluble par les méthodes numériques. Cependant, le modèle tridimensionnel s'avère, selon Dhatt *et al.* (1985), trop général pour résoudre les écoulements réels et il est souvent souhaitable, voire nécessaire, de simplifier les relations afin d'obtenir les solutions numériques avec les moyens informatiques actuels. Plus d'une décennie plus tard, la pertinence de cet énoncé n'est pas remise en question dans la mesure où l'on considère que la taille des problèmes traités a pratiquement décuplé.

Pour des problèmes spécifiques, des hypothèses judicieuses permettent heureusement de simplifier les équations. Ainsi, dans les milieux peu profonds tels les rivières, les fleuves et les estuaires supérieurs, la colonne d'eau est considérée comme bien mélangée. Cette hypothèse est vérifiée dans la plupart des milieux non stratifiés à écoulement gravitationnel où les dimensions horizontales prédominent nettement sur la profondeur. De plus, la turbulence est développée au point de rendre les profils de vitesse pratiquement uniformes selon la profondeur.

En supposant que l'accélération totale du mouvement vertical est négligeable devant la force gravitationnelle, on peut omettre les termes du second ordre, de sorte qu'il ne reste dans l'équation de mouvement selon z qu'un terme de pression et un terme de gravité. On est amené ainsi à faire l'hypothèse que la pression se comporte de façon hydrostatique. On admet conséquemment que la pente de la surface libre est faible et son profil, très régulier. C'est l'hypothèse des ondes longues, laquelle limite l'applicabilité du modèle aux situations exemptes de rupture de la topographie ou du niveau d'eau (chutes, ressauts hydrauliques).

En se basant sur ces considérations, Leenderste (1967) propose l'intégration des équations d'Euler selon la direction verticale et obtient le modèle bidimensionnel connu dans la littérature sous le nom d'« équations des ondes longues » (Soulaïmani, 1983). Cette opération équivaut à écrire les équations de base en fonction d'une vitesse moyenne sur la profondeur.

3.1.1.2.1 Méthode d'intégration des équations différentielles

Habituellement, le modèle bidimensionnel est obtenu en intégrant le modèle tridimensionnel entre le fond et la surface. La méthode d'intégration des équations différentielles s'appuie sur la règle de Leibniz qui est rappelée ici:

Soit:

$$\phi = f(x, y, z, t)$$

et la notation:

$$< > \equiv \int_{i = I(x,y,t)}^{s = S(x,y,t)} dz$$

où i et s sont les bornes d'intégration. En fonction des autres dimensions du système x, y et t, on peut écrire:

$$< \frac{\partial \phi}{\partial x} > = \frac{\partial < \phi >}{\partial x} - \phi(x, y, s, t) \frac{\partial s}{\partial x} + \phi(x, y, i, t) \frac{\partial i}{\partial x} \tag{3.7}$$

Cette approche est assez classique et on la retrouve développée dans de nombreux ouvrages de base d'hydrodynamique. On peut aussi utiliser une approche plus directe explicitant les flux et les forces ou contraintes en présence dans l'équilibre global d'une colonne d'eau.

En supposant que l'écoulement n'est pas stratifié, on obtient une distribution verticale des vitesses qui est presque constante. Il est alors possible de ne considérer qu'une vitesse moyenne sur chaque profil vertical. Les composantes horizontales de la vitesse sont ainsi définies:

$$U = \frac{1}{(h' + h)} \int_{h'}^{h} u \, dz \tag{3.8}$$

$$V = \frac{1}{(h' + h)} \int_{-h'}^{h} v \, dz \tag{3.9}$$

où h est le niveau de surface, h' est la cote du fond et $H = h' + h$ est la profondeur totale. La figure 3.1 illustre les notations employées dans le modèle hydrodynamique bidimensionnel horizontal à surface libre.

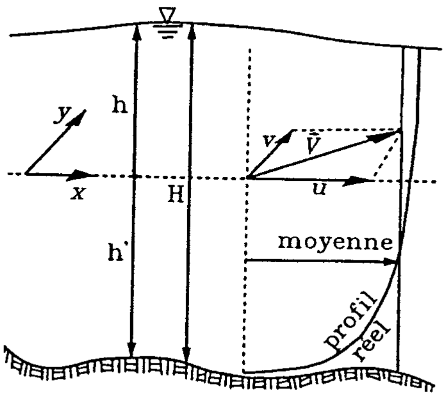


Figure 3.1 : Notations du modèle de Saint-Venant bidimensionnel horizontal à surface libre.

L'intégration de l'équation du mouvement selon z dont on a négligé les accélérations et les gradients dans la verticale donne:

$$p = \rho g (h - z) \tag{3.10}$$

ce qui exprime bien le fait que la distribution de pression soit une fonction linéaire de la profondeur.

L'intégration de l'équation de continuité sur la verticale se fait en appliquant la règle de Leibniz pour chaque terme de l'équation et en introduisant les conditions aux limites selon l'axe z. On obtient:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \tag{3.11}$$

où $q_x = UH$ et $q_y = VH$ sont les composantes du débit spécifique. Cette relation décrit l'équilibre entre le transfert du débit et l'évolution du niveau d'eau.

Les équations du mouvement régissent pour leur part l'équilibre des forces et des accélérations. Leur intégration se fait de façon analogue. Une démonstration de ce calcul étant donnée *in extenso* par Robert (1983) et par Soulaïmani (1983), nous ne présentons que le résultat final:

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial\left(q_x \frac{q_x}{H}\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(q_x \frac{q_y}{H}\right)}{\partial y} = \sum F_x \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial\left(q_y \frac{q_x}{H}\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(q_y \frac{q_y}{H}\right)}{\partial y} = \sum F_y \tag{3.13}$$

$$\sum F_x = -gH\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{n^2 g|\vec{q}|q_x}{H^{1/3}} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial(H\tau_{xx})}{\partial x}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial(H\tau_{xy})}{\partial y}\right) + F_{cx} + F_{wx} \tag{3.14}$$

$$\sum F_y = -gH\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{n^2 g|\vec{q}|q_y}{H^{1/3}} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial(H\tau_{yx})}{\partial x}\right) + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial(H\tau_{yy})}{\partial y}\right) + F_{cy} + F_{wy} \tag{3.15}$$

où F_{ci} sont les composantes de la force de Coriolis; F_x, F_y, les composantes de force massique selon x ou y; F_{wi}, les composantes de la contrainte du vent; g, l'accélération gravitationnelle; $|\vec{q}|$, le module du débit spécifique et n, le coefficient de frottement de Manning, lequel est un amalgame de différentes influences de même type comprenant la résistance du fond de la rivière, de la glace et des plantes aquatiques. Les équations (3.11) à (3.15) sont présentées dans la forme dite conservative, réputée procurer une meilleure conservation de la masse (Leclerc *et al.*, 1996).

Dans le cas d'une rivière englacée, il est d'usage de réduire la section disponible pour l'écoulement en fonction de l'épaisseur et de la densité du couvert de glace. Cette pratique permet généralement d'obtenir une approximation satisfaisante du champ de vitesses et des niveaux d'eau dans les cas où l'uniformité du couvert est relativement constante. Par contre, dès le moment où une accumulation de glace se produit, un gradient de pression non négligeable se développe localement et se manifeste pendant tout le *processus* de croissance de l'embâcle. Dans ces conditions, le gradient de pression ne peut être ignoré et doit obligatoirement être pris en considération par le modèle hydrodynamique.

La section suivante présente la généralisation des équations de Saint-Venant qu'ont réalisée Shen *et al.* (1993) afin que le modèle hydrodynamique puisse inclure les effets de la présence de glace à la surface du plan d'eau.

3.1.2 ÉCOULEMENTS AVEC PRÉSENCE DE GLACE À LA SURFACE

Le but de la modélisation hydrodynamique est de fournir les données de base courantométriques du cours d'eau. Les données hydrodynamiques produites sont l'orientation et l'intensité des vitesses du courant, la profondeur d'eau ainsi que certaines dérivées de ces variables. Or, il est connu que la présence de la glace peut influencer de façon significative les conditions d'écoulement d'une rivière. En réalité, la glace et les conditions d'écoulement sont plutôt en constante interaction. Ainsi, un modèle hydrodynamique utilisé dans un contexte de conditions hivernales devrait pouvoir prendre en considération la présence de glace lors de la caractérisation courantométrique des cours d'eau. Cependant, pour tenir compte efficacement d'une telle présence, le modèle hydrodynamique doit connaître l'emplacement exact de la glace et ses mouvements. Ces informations peuvent être obtenues par le biais d'un modèle de la dynamique des glaces dont les estimations reposent sur les résultats produits par le modèle hydrodynamique. Cette interaction constitue un *processus* non linéaire.

Plusieurs modèles numériques ont été conçus pour simuler l'écoulement non permanent à surface libre d'une rivière (*e.g.* Cunge *et al.*, 1980; Fread, 1985). Cependant, ces modèles voient ici leurs applications sérieusement limitées puisqu'ils ne tiennent pas compte de l'éventuelle présence de glace, pourtant incontournable lors d'études de courant et de position de la surface d'eau en conditions hivernales.

Quelques modèles ont par la suite été développés pour simuler un écoulement non permanent sous couvert de glace (Marcotte, 1981; Michel et Drouin, 1981; Petryk *et al.*, 1981; Calkins, 1984; Shen et Yapa, 1984; Yapa et Shen, 1986). De façon générale, ces modèles introduisent les effets de la résistance hydraulique du couvert mais ne tiennent pas compte de sa progression, ni de sa distribution ou encore de ses mouvements. De plus, les problèmes sont souvent exprimés sous forme unidimensionnelle et résolus par différences finies.

Ainsi, afin que le modèle d'écoulement bidimensionnel soit en mesure de prendre en compte la présence éventuelle de glace à la surface du plan d'eau, quelques corrections doivent lui être apportées. Celles-ci visent essentiellement à modifier la hauteur de la colonne d'eau de façon à ne considérer que la section disponible pour l'écoulement. Seuls les termes affectés par la réduction de section, comme les forces d'inertie, sont visés par ces corrections. Les termes de pression doivent quant à eux continuer d'exprimer des conditions hydrostatiques, tout en incorporant la pression équivalente due à la glace accumulée en surface. En réalité, de telles corrections équivalent à expliciter la présence de glace dans le *processus* de réduction des équations tridimensionnelles.

Des corrections de ce genre ont été proposées par Bruno et Madsen (1989) pour décrire le mouvement de la glace de mer dans un milieu de type plateau continental partiellement couvert de glace. Des corrections similaires ont été introduites par Shen *et al.* (1993) pour le domaine fluvial. De ces transformations résulte un modèle hydrodynamique capable de composer avec la présence de glace à la surface du plan d'eau. Puisque ce modèle est mis à profit dans le cadre de la présente étude, les paragraphes suivants résument l'essentiel de la démarche de ces chercheurs.

La distribution de pression sous le couvert de glace est obtenue par intégration verticale de l'équation du mouvement selon z depuis le fond du cours d'eau jusqu'à la face inférieure de l'amas de glace comme l'illustre la figure 3.2:

$$p = p_s + \int_z^{\eta'} \rho g \, dz = p_s + \rho g\left(\eta' - z\right) \tag{3.16}$$

où η' est la cote de l'interface eau-glace par rapport à un référentiel de niveau. La pression à l'interface eau-glace, p_s, peut s'écrire $p_s = p_a + \rho g t_i'$, t_i' étant l'épaisseur de la glace submergée. Le niveau de l'eau, $\eta = \eta' + t_i'$, peut être substitué dans l'équation précédente, ce qui donne:

$$p = p_a + \rho g\left(\eta - z\right) \tag{3.17}$$

Cette équation, équivalente à l'équation (3.10), est applicable lorsque la surface du plan d'eau est libre de toute glace, *i.e.* lorsque $t_i' = 0$.

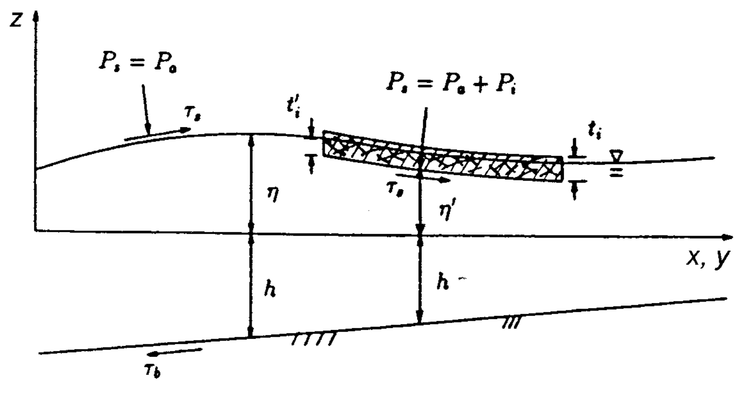


Figure 3.2 : Notations du modèle hydrodynamique bidimensionnel horizontal avec présence de glace à la surface (d'après Shen *et al.*, 1993).

En intégrant l'équation (3.1) de $-h$ à η', et en introduisant les conditions limites appropriées au fond et à l'interface eau-glace, on obtient, en négligeant l'échange de masse à $z = \eta'$, l'équation de continuité suivante:

$$\frac{\partial(\rho H')}{\partial t} + \frac{\partial(\rho q_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho q_y)}{\partial y} = 0 \tag{3.18}$$

où $H' = h + \eta'$ est la profondeur d'eau sous l'accumulation de glace, et $q_i = \int_{-h}^{\eta'} u_i \, dz$ est le débit spécifique. S'il n'y a pas de glace à la surface de l'eau, on a $\eta' = \eta$ et $H' = H = h + \eta$.

La force totale due à la pression de l'eau sous le couvert s'obtient en intégrant l'équation (3.17) sur toute la colonne d'eau, de sorte que:

$$\int_{-h}^{\eta'} p \, dz = \rho \left[g\eta h + g t_i' \eta' + \frac{1}{2} g\left(\eta'^2 + h^2\right) + \frac{1}{\rho} p_a H' \right] \tag{3.19}$$

Si on définit N_p comme la force issue de la déviation des conditions hydrostatiques, on a:

$$N_p = \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\eta'} p \, dz - \frac{1}{2} \rho g h^2 \tag{3.20}$$

L'intégration de l'équation (3.20) donne:

$$N_p = g\eta' h + \frac{1}{2} g\eta'^2 + \frac{1}{\rho} p_i H' \tag{3.21}$$

Pour un écoulement à surface libre, on a $t_i = 0$, $\eta' = \eta$, $p_i = p_a$ et l'équation (3.21) devient:

$$N_p = g\eta h + \frac{1}{2} g\eta^2 + \frac{1}{\rho} p_a H \tag{3.22}$$

Les équations du mouvement s'obtiennent en intégrant l'équation (3.3) de $-h$ à η' :

$$\frac{\partial q_x}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_x^2}{H'}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q_x q_y}{H'}\right)=-\frac{\partial \overline{N}_p}{\partial x}+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial T_{yx}}{\partial y}\right)+fq_y$$

$$+\frac{1}{\rho}\left(\tau_{s_x}-\tau_{b_x}\right)+g\eta'\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{H'}{\rho}\frac{\partial p_i}{\partial x} \tag{3.23}$$

et

$$\frac{\partial q_y}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q_x q_y}{H'}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q_y^2}{H'}\right)=-\frac{\partial \overline{N}_p}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial T_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial T_{xy}}{\partial x}\right)-fq_x$$

$$+\frac{1}{\rho}\left(\tau_{s_y}-\tau_{b_y}\right)+g\eta'\frac{\partial h}{\partial y}-\frac{H'}{\rho}\frac{\partial p_i}{\partial y} \tag{3.24}$$

avec

$$T_{ij}\equiv\int_{-h}^{\eta'}\left(\tau_{ij}-\rho u_i' u_j'\right)dz\cong\varepsilon_{ij}\left(\frac{\partial q_i}{\partial x_j}+\frac{\partial q_j}{\partial x_i}\right);\quad i,j=x,y \tag{3.25}$$

et

$$\overline{N}_p\equiv N_p-\frac{1}{\rho}p_i H' \tag{3.26}$$

où $f=2\omega\sin\varphi$ est la fréquence de Coriolis, ω est la vitesse angulaire de la terre en rad/s et φ est la latitude en degré. Le terme u' est la partie fluctuante de la vitesse moyenne u_i. Les termes τ_s et τ_b représentent respectivement les contraintes de cisaillement à l'interface eau-glace et au fond. Le terme de pression sous la glace peut être considéré comme la pression hydrostatique à une profondeur égale à la glace submergée, t_i', sous la surface de l'eau, *i.e.* $p_i = \rho g t_i'$ avec $t_i' = \frac{\rho_i}{\rho} t_i$, t_i étant l'épaisseur de la glace. Si $t_i' = 0$, *i.e.* $p_i = 0$, les équations (3.23) et (3.24) sont valides pour décrire un écoulement à surface libre.

Les composantes selon x et y de la contrainte de cisaillement au fond s'expriment comme suit:

$$\tau_{b_x} = \rho c_f \frac{q_x \left(q_x^2 + q_y^2\right)^{1/2}}{H'^2} \tag{3.27}$$

$$\tau_{b_y} = \rho c_f \frac{q_y \left(q_x^2 + q_y^2\right)^{1/2}}{H'^2} \tag{3.28}$$

où le coefficient de friction c_f peut être exprimé en fonction des coefficients de Manning du fond et de la glace, ce qui donne:

$$c_f = \frac{n_b^2 g}{\left(\alpha_h H'\right)^{1/3}} \tag{3.29}$$

Le coefficient α_h représente la fraction de l'écoulement affectée par la résistance du fond. Les contraintes de cisaillement au fond de la rivière et sous l'accumulation de glace, ainsi que leur emprise sur l'écoulement ont fait l'objet d'études de Shen *et al.* (1990), lesquels ont dérivé l'expression suivante pour le coefficient α_h:

$$\alpha_h = \frac{1}{1 + \left[\frac{n_i^2}{n_b^2} \frac{N\left(\vec{V}_w - \vec{V}_i\right)}{V_w^2}\right]^{3/4}} \tag{3.30}$$

où n_i, n_b sont les coefficients de Manning pour la glace et le lit de la rivière; N est la concentration de glace à la surface et $\vec{V}_i$, $\vec{V}_w$ sont les vitesses de la glace et de l'eau respectivement.

Malgré qu'il soit capable de composer avec la présence de glace à la surface du plan d'eau pour les problèmes génériques, le modèle hydrodynamique bidimensionnel élaboré par Shen *et al.* (1990, 1993) ne peut donner une description précise du profil du niveau d'eau pour le cas particulier d'embâcles complets. En négligeant l'écoulement qui se produit au travers de l'accumulation de glace, le modèle éprouve des problèmes de conservation de la masse et fournit une mauvaise évaluation de l'étendue du contact glace-fond.

Dernièrement, Su (1997) a modifié les équations (3.18), (3.23) et (3.24) de façon à pouvoir simuler un écoulement en milieu poreux et aborder cette problématique spéciale. En approfondissant les travaux de ce dernier, Lu (1998) a développé un modèle d'écoulement à deux couches, lequel est capable de décrire le profil du niveau d'eau lorsque la glace occupe la majeure partie de la section transversale. Cette classe de problèmes n'ayant pas été abordée dans le cadre de la présente recherche, la formulation actuelle est jugée adéquate.

3.1.2.1 Contraintes à la surface avec glace flottante

Il existe un *consensus* dans la littérature pour formuler mathématiquement la contrainte qu'exerce le vent à la surface d'un plan d'eau. Celle-ci est généralement donnée sous la forme:

$$\tau_{s_x}^{(a-w)} = \rho_a \gamma^2 |W| W_x \tag{3.31}$$

$$\tau_{s_y}^{(a-w)} = \rho_a \gamma^2 |W| W_y \tag{3.32}$$

où $\tau_{s_x}^{(a-w)}$, $\tau_{s_y}^{(a-w)}$ sont les composantes de la contrainte exercée par le vent à l'interface air-eau; ρ_a, la masse spécifique de l'air; γ^2, le coefficient de traînée du vent (Wu, 1973); $|W|$, le module de la vitesse du vent et W_x, W_y, les composantes de la vitesse du vent mesurée à 10 m au-dessus de la surface de l'eau.

Cette forme d'équation reprend le même schéma quadratique que celui décrivant la résistance du lit (Dhatt *et al.*, 1985). Le coefficient γ^2 peut être spécifié après analyse du profil de vitesse du vent, lequel est déterminé par des phénomènes de turbulence propres à la couche limite. Le coefficient de traînée traduit d'une certaine façon la rugosité du plan d'eau, laquelle est fonction de son état d'instabilité.

Si la surface de l'eau est entièrement couverte de glace, les composantes de la contrainte de cisaillement s'écrivent plutôt comme suit (Shen et Chen, 1992):

$$\tau_{s_x}^{(i-w)} = \rho c_w \left|\vec{V}_i - \vec{V}_w\right| \left(u - V_{w_x}\right) \tag{3.33}$$

$$\tau_{s_y}^{(i-w)} = \rho c_w \left|\vec{V}_i - \vec{V}_w\right| \left(v - V_{w_y}\right) \tag{3.34}$$

où $\vec{V}_w = \frac{\vec{q}}{H'}$ est la vitesse de l'écoulement; V_{w_x}, V_{w_y}, les composantes de la vitesse de l'écoulement; $\vec{V}_i = \vec{i}\,u + \vec{j}\,v$, la vitesse de la glace et c_w, le coefficient de traînée de l'eau sur la glace, lequel varie avec la concentration de la glace à la surface et la géométrie des glaçons. Poon et Madsen (1989) ont identifié deux sources de résistance à l'interface eau-glace: l'une provient de la friction entre les deux milieux se déplaçant à des vitesses différentes et l'autre, de l'obstruction causée par la forme des glaçons. Le coefficient c_w, exprimé en fonction du coefficient de Manning de la face inférieure de l'accumulation de glace, prend une forme semblable à l'équation (3.29):

$$c_w = \frac{n_i^2 g}{\left[\left(1 - \alpha_h\right) H'\right]^{1/3}} \tag{3.35}$$

Le coefficient de Manning n_i doit cependant être ajusté en fonction de l'épaisseur de glace accumulée de la façon suivante:

$$n_i = n_{i_0} \left(\frac{t_i}{t_{i_0}}\right)^2 \tag{3.36}$$

Lorsque la glace ne recouvre que partiellement la surface du plan d'eau, une combinaison linéaire des contraintes $\vec{\tau}_s^{(a-w)}$ et $\vec{\tau}_s^{(i-w)}$ liées par la concentration de glace N est utilisée (Shen et Chen, 1992):

$$\vec{\tau}_s = (1 - N)\vec{\tau}_s^{(a-w)} + N\vec{\tau}_s^{(i-w)} \tag{3.37}$$

où on aura pris soin de déterminer préalablement la concentration maximale $N_{\max}$ de glace à la surface.

3.1.2.2 Estimation de la vitesse de l'écoulement à la surface

Le modèle hydrodynamique décrit précédemment fournit un patron courantométrique bidimensionnel horizontal où les vitesses obtenues représentent la vitesse moyenne dans la colonne d'eau. Puisque les blocs de glace se déplacent essentiellement à la surface du plan d'eau, il peut être souhaitable d'obtenir une estimation de la vitesse de surface.

Dans un écoulement turbulent bien établi et à surface libre, le profil vertical des vitesses est décrit par la loi logarithmique de vitesse:

$$V(z) = \overline{V} + \left(\frac{u_*}{\kappa}\right)\left[1 + \ln\left(\frac{-z + H}{H}\right)\right] \tag{3.38}$$

où $V(z)$ est la vitesse discrète selon l'axe z; $\overline{V}$, la vitesse moyenne; u_*, la vitesse de cisaillement; κ, la constante de Von Karman (0.4); z, la position verticale positive vers le bas dont l'origine est située à la surface et H, la profondeur totale.

La vitesse de cisaillement est une variable qui dépend de la géométrie locale, de la rugosité du fond et de la vitesse moyenne de l'écoulement:

$$u_* = \sqrt{\frac{|\tau_b|}{\rho}} = \sqrt{\frac{gn^2|\overline{V}|^2}{H^{1/3}}} \tag{3.39}$$

où $|\tau_b|$ est le module de la contrainte de cisaillement sur le fond. La vitesse en surface, soit à $z = 0$, devient:

$$V(0) = \overline{V} + \left(\frac{u_*}{0.4}\right)\left[1 + \ln\left(\frac{0 + H}{H}\right)\right] \tag{3.40}$$

$$V(0) = \overline{V} + 2.5u_* \tag{3.41}$$

L'incrément de vitesse en surface $2.5u_*$ par rapport à la vitesse moyenne $\overline{V}$ est doté d'une intensité et d'une direction définies à partir des caractéristiques des vitesses calculées sur le domaine. La correction de la vitesse de l'écoulement à la surface demeure cependant théorique puisqu'elle s'appuie sur la loi logarithmique de vitesse, laquelle n'est démontrée que pour des cas où la surface est exempte de glace.

Lorsqu'un couvert de glace fixe recouvre une section de rivière, le profil vertical de vitesse prend plutôt la forme d'un paraboloïde en raison de l'effet de paroi. Les travaux de Tsang (1970) et de Lau (1982) ont permis de correctement décrire la forme résultante du profil. Par contre, si un champ de glace morcelée en mouvement recouvre la surface du plan d'eau, le profil de vitesse résultant d'une telle conjonction n'est pas aussi bien défini. La difficulté de prendre des mesures dans la portion supérieure d'un écoulement chargé en glaçons rend la description mathématique du profil résultant une entreprise ardue. À notre connaissance, aucune correction n'est à ce jour disponible dans la littérature pour ce cas de figure.

Intuitivement, on sait que le profil de vitesse subit une modification au moment où un écart vient à s'inscrire entre la vitesse de l'eau et celle des glaçons, ce qu'illustre la figure 3.3. *A priori*, il est difficile d'évaluer quelle approche est entachée de la plus petite erreur: utiliser la vitesse moyenne dans la colonne d'eau ou encore, avoir recours à une vitesse de surface obtenue du profil logarithmique de vitesse? Pour cette raison, il a été choisi de n'apporter aucune correction à la vitesse moyenne, ce choix demeurant à vérifier éventuellement.

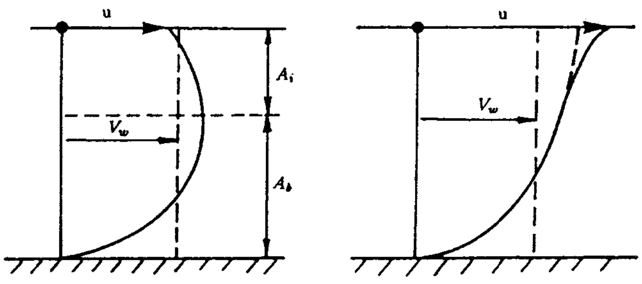


Figure 3.3 : Profils verticaux des vitesses avec glaces dérivantes à la surface.

3.1.2.3 Correction de la vitesse de l'écoulement dans les régions à méandres

Dans un écoulement turbulent à surface libre, la distribution des vitesses longitudinales n'est pas uniforme comme en fait foi sa description par une loi logarithmique. L'asymétrie du profil de vitesse occasionne un déversement latéral de la colonne d'eau dans les méandres, générant ainsi des courants secondaires transversaux typiquement d'un ordre de grandeur inférieurs au courant longitudinal (Rozovskii, 1957). Or, il est admis que dans les régions à méandres, le développement de courants secondaires joue un rôle non négligeable dans le mouvement de la glace de surface. La prise en compte de tels courants s'avère donc essentielle.

Une fois les courants secondaires établis, le profil des vitesses transversales peut être décrit de la façon suivante (Babic *et al.*, 1990a):

$$\frac{v}{U} = \frac{H}{\kappa^2 r}\left[F_1(\eta) - \frac{g^{1/2}}{\kappa c} F_2(\eta)\right] \tag{3.42}$$

avec

$$F_1(\eta) = \int \frac{2\ln\eta}{\eta - 1} d\eta\,; \qquad F_2(\eta) = \int \frac{\ln^2\eta}{\eta - 1} d\eta \tag{3.43}$$

où v est la vitesse transversale; U, la vitesse moyenne longitudinale; H, la profondeur de l'écoulement; κ, la constante de Von Karman; r, le rayon de courbure du méandre; c, le coefficient de Chézy; η, la profondeur adimensionnelle de l'écoulement $(\eta = z/H)$ et F_1, F_2, des fonctions de la profondeur adimensionnelle.

3.2 MODÈLE DE LA DYNAMIQUE DES GLACES

3.2.1 HISTORIQUE

Qu'ils se manifestent en milieux marin (Hibler, 1979), fluvial ou lacustre (Wake et Rumer, 1983), les phénomènes liés à la dynamique des glaces sont assez similaires. Cependant, le transport de la glace est nettement plus dynamique en rivière et les problèmes s'y rattachant se produisent à des échelles temporelle et spatiale beaucoup plus restreintes. Les termes convectifs typiques au domaine fluvial sont généralement beaucoup plus importants, de même que les variations de vitesses et de concentrations.

Lal et Shen (1991, 1992) ont étudié le couplage des équations hydrodynamiques à celles du transport de la glace. Ils ont démontré que le déplacement des ondes en eau peu profondes n'est pas significativement perturbé par la présence de glace. De même, le déplacement dans la glace des ondes de contrainte n'est pas lié aux caractéristiques de l'onde hydrodynamique. En raison de cette indépendance, les équations hydrodynamiques et celles du transport de la glace peuvent être résolues suivant un couplage dit faible.

La plupart des modèles numériques existants en dynamique des glaces proposent une résolution eulérienne des équations de transport par la méthode des différences finies. Ces modèles souffrent généralement de dispersion numérique parasite (Hibler, 1979; Chieh *et al.*, 1983) relativement difficile à contrôler. Pritchard (1990) a introduit un schéma de résolution faisant appel à une grille adaptative capable de suivre le déplacement du front de glace. Bien que ce schéma permette de réduire la dispersion numérique à l'endroit du front, la méthode n'améliore pas la précision du calcul ailleurs dans le domaine de simulation. De plus, cette méthode échoue quand d'importants déplacements du front de glace mènent à une distorsion prononcée des cellules de la grille, puis à la dégénérescence du maillage (Wang *et al.*, 1998).

Flato (1993) a introduit la méthode *particle-in-cell* (*PIC*), développée originellement par Harlow (1964), dans le domaine de la dynamique des glaces en milieu marin. Cette méthode discrétise la masse de glace dérivante en éléments lagrangiens dénommés particules. La convection de la glace est simulée en déplaçant les particules à l'intérieur d'un maillage sur lequel sont résolues les équations du mouvement. La vitesse de la particule est obtenue par interpolation sur une grille aux pas réguliers, et les propriétés de l'écoulement sont interpolées depuis la position des particules jusqu'aux nœuds du maillage. Cette méthode a été appliquée à une grande variété de problèmes d'écoulement complexes et elle s'est montrée plus versatile que la méthode de la grille lagrangienne adaptative. Cependant, cette méthode souffre également de dispersion numérique attribuée à l'interpolation répétée entre le maillage et les particules à chaque pas de temps.

D'autre part, un schéma entièrement lagrangien, appelé *smoothed particle hydrodynamics* (*SPH*), a été proposé par Lucy (1977) et Gingold et Monaghan (1977). Ce schéma de résolution évite l'interaction répétée grille-particule. La méthode a été originalement développée pour simuler des problèmes de dynamique des fluides en astrophysique (Lucy, 1977; Gingold et Monaghan, 1977, 1982; Monaghan, 1982, 1985, 1989b; Monaghan et Gingold, 1983; Hernquist, 1987; Hernquist et Katz, 1989; Rasio et Shapiro, 1991; Goodman et Hernquist, 1991) et de mouvement de gaz cosmiques (Evrard, 1988). Les cas traités composent pour la plupart avec des domaines d'étendue infinie dont le milieu, soumis à la seule force gravitationnelle, présente des propriétés homogènes isotropes (Benz, 1990). Au niveau des applications, la méthode s'avère plus polyvalente et sa nature la lie spontanément aux *processus* physiques inhérents aux problèmes de transport.

Shen et Chen (1992) et Chen (1993) ont développé un modèle bidimensionnel de la dynamique des glaces utilisant la méthode *SPH*. Il s'agit de la première application de la méthode *SPH* dédiée au domaine de la dynamique des glaces. Le modèle a été utilisé pour étudier le transport de la glace et les *processus* d'embâcles dans des rivières possédant des topographies complexes et des tracés fortement irréguliers (Shen *et al.*, 1993, 1994, 1997; Su *et al.*, 1997; Lu *et al.*, 1997, 1999; Lu, 1998; Liu et Shen, 1998; Liu *et al.*, 1999).

3.2.2 MODÈLE BIDIMENSIONNEL DE TRANSPORT DE GLACE

Il a été mentionné que les méthodes lagrangiennes ont été davantage exploitées récemment dans les problèmes de modélisation du transport de la glace (*e.g.* Shen *et al.*, 1990; Babic *et al.*, 1990a; Shen et Chen, 1992; Chen, 1993; Shen et Su, 1996). La formulation lagrangienne déterministe s'affiche désormais comme une alternative prometteuse aux méthodes analytiques et expérimentales traditionnelles dans l'étude des phénomènes de transport de glace. Parmi les méthodes lagrangiennes déterministes, on distingue deux approches différentes: l'une est discrète, l'autre est continue.

Dans l'approche discrète (Babic *et al.*, 1990a; Babic et Hopkins, 1992), chaque particule numérique représente un glaçon et possède ainsi des propriétés physiques telles une forme, une épaisseur, une masse, *etc.* Le mouvement de chaque entité est simulé numériquement en prenant explicitement en considération les différentes forces agissant sur la particule à chaque pas de temps. Les modèles inspirés de l'approche discrète autorisent généralement le chevauchement des particules, lequel est interprété comme une collision pouvant générer la déformation ou encore, la scission des glaçons. La gestion des collisions interparticulaires repose sur l'application de différentes lois de comportement.

Si le nombre de particules requis devient trop important, ou encore si les particules présentent des dimensions beaucoup plus petites que la largeur du cours d'eau, il peut s'avérer plus pratique de considérer le *pack* de glace morcelée comme un milieu continu (Shen *et al.*, 1990, 1994; Shen et Chen, 1992). La particule numérique possède alors des attributs physiques représentatifs d'un monceau de blocs de glace. L'épaisseur de l'accumulation ne peut cependant être obtenue qu'à la suite d'un post-traitement par lissage d'une quelconque fonction de distribution. Les chevauchements de particules sont considérés comme des interactions qui donnent lieu à des accumulations et des empilements de glace morcelée. Les lois de comportement, parfois empruntées au domaine de la mécanique des sols, s'intéressent au champ de glace en tant que matériau granulaire plutôt qu'au glaçon lui-même.

3.2.2.1 Approche discrète

Parmi les propriétés physiques assignées à une particule numérique, la forme est un attribut qui reçoit depuis quelques années une attention particulière de la part des modélisateurs. À l'instar de Babic *et al.* (1990a), la majorité des concepteurs ont d'abord proposé des particules de forme circulaire dont le diamètre était uniforme. Par contre, la tendance actuelle est d'introduire des particules dont l'aspect est plus représentatif de la réalité. Par exemple, Babic et Hopkins (1992) ont opté pour l'utilisation d'une particule polygonale irrégulière. Certains chercheurs lorgnent déjà une particule tridimensionnelle qui ajouterait au réalisme des modèles et permettrait de nuancer davantage les subtilités reliées aux problèmes de transport de glace (H. T. Shen, communication personnelle). Ce choix s'accompagne cependant d'une gestion considérablement plus complexe des collisions interparticulaires, sans compter la difficulté d'étendre certaines lois de comportement au domaine tridimensionnel.

En ce qui concerne les simulations, elles consistent généralement en une recherche des contacts entre les particules, laquelle est suivie du calcul des forces interparticulaires à chaque point de contact. Les forces de volume agissant sur les particules sont ensuite évaluées ainsi que les forces hydrodynamiques. La sommation des forces qui agissent sur une particule permet finalement l'intégration des équations de mouvement, fournissant ainsi la nouvelle vitesse de la particule qui est alors déplacée à sa nouvelle position.

3.2.2.2 Approche continue

Si, pour les raisons évoquées précédemment, le recours à l'approche discrète s'avère incommode, le modélisateur peut faire appel à l'approche continue. Cette alternative propose de considérer le *pack* de glace morcelée comme un milieu continu où la particule numérique y représente un amas de blocs de glace plutôt qu'un glaçon individuel (Shen *et al.*, 1990, 1994; Shen et Chen, 1992). Les particules possèdent conséquemment des attributs représentatifs d'une masse de glace comme une concentration ou une quantité de mouvement. L'épaisseur de glace en un endroit n'est obtenue qu'après interpolation des propriétés des particules voisines en conformité avec l'hypothèse de milieu continu. De la même façon, la concentration en un point donné est la somme des influences significatives des particules comprises dans le giron du point. La validité de l'hypothèse de milieu continu pour un champ de glace a été démontrée par Tsai *et al.* (1988). Enfin, les particules sont dotées de résistance interne en plus d'être malléables. L'algorithme de la simulation est pour sa part pratiquement équivalent à celui de l'approche discrète.

Pour la mise en œuvre du modèle, nous avons favorisé l'approche continue à l'approche discrète. Parmi les facteurs ayant motivé ce choix, on compte l'inaptitude des lois usuelles à décrire correctement la réponse du contact discret entre les glaçons ainsi que le coût informatique prohibitif qu'engendre la recherche des points de contact entre les particules.

3.2.2.2.1 Équation du mouvement

En considérant le champ de glace morcelée comme un *continuum*, son déplacement à la surface du cours d'eau peut être décrit en faisant l'équilibre des forces sur une aire de référence (Rumer *et al.*, 1979; Tsai *et al.*, 1988). L'équation du mouvement résultante est:

$$M_i \frac{D\vec{V}_i}{Dt} = \vec{R} + \vec{F}_a + \vec{F}_w + \vec{G} + \vec{V}_i E_m \tag{3.44}$$

où, dans la formulation lagrangienne, $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}$; $\frac{D\vec{V}_i}{Dt}$ = accélération de la particule de glace; $M_i = \rho_i N t_i$ = masse de glace par unité d'aire; $\vec{V}_i$ = vitesse de la particule de glace; t = temps; $\vec{R}$ = force due à la résistance interne de la glace; $\vec{F}_a$ = force de traînée du vent; $\vec{F}_w$ = force de traînée de l'eau; $\vec{G}$ = force gravitationnelle; E_m = taux de changement de la masse de glace par unité d'aire dû à des sources externes ou des puits, incluant les changements attribuables à des *processus* thermodynamiques et à l'échange avec le frasil en suspension dans la colonne d'eau; ρ_i, N, t_i = densité, concentration surfacique et épaisseur de la glace, respectivement. Les particules de glace qui entrent en contact avec une frontière solide génèrent des contraintes dont il faut également tenir compte. Lorsque la vitesse et l'accélération d'une particule de glace sont nulles, l'équation (3.44) est réduite à une équation d'équilibre des forces pour les embâcles partiels.

Les termes du membre de droite dans l'équation (3.44) sont exprimés sous forme bidimensionnelle comme suit (Rumer *et al.*, 1979):

- $\vec{R}$ = force due à la résistance interne de la glace $= \vec{i}R_x + \vec{j}R_y$:

$$R_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(\sigma_{xx}Nt_i\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\sigma_{xy}Nt_i\right) \tag{3.45a}$$

$$R_y = \frac{\partial}{\partial x}\left(\sigma_{yx}Nt_i\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\sigma_{yy}Nt_i\right) \tag{3.45b}$$

où σ_{xx}, σ_{yy} = contraintes normales, σ_{xy}, σ_{yx} = contraintes de cisaillement. La figure 3.4 illustre les contraintes agissant sur un parallélépipède de côtés dx, dy et d'épaisseur t_i. Ces contraintes sont évaluées à l'aide d'une loi de comportement appropriée. L'intensité des contraintes générées dans l'accumulation varie avec la concentration et les propriétés de la glace (Shen et Chen, 1992). De récentes analyses théoriques indiquent que la résistance interne de l'accumulation est très faible quand le *ratio* des concentrations de glace $\frac{N}{N_{\max}}$ est inférieur à 0.7, valeur marquant une transition dans le comportement des glaçons accumulés (Babic *et al.*, 1990b).

- $\vec{F}_a$ = contrainte induite par le vent à l'interface air-glace $= \vec{i}\left(\tau_{a_x}N\right) + \vec{j}\left(\tau_{a_y}N\right)$:

$$\tau_{a_x} = \rho_a c_a \left|\vec{W}\right| W_x \tag{3.46a}$$

$$\tau_{a_y} = \rho_a c_a \left|\vec{W}\right| W_y \tag{3.46b}$$

où $\vec{W} = \vec{i}\,W_x + \vec{j}\,W_y =$ vitesse du vent mesurée à 10 m au-dessus de la surface de l'eau, $\rho_a =$ densité de l'air et $c_a =$ coefficient de traînée du vent. Le coefficient c_a englobe à la fois l'effet de traînée dû à la friction entre les deux milieux et celui provenant de l'obstruction causée par la forme des glaçons.

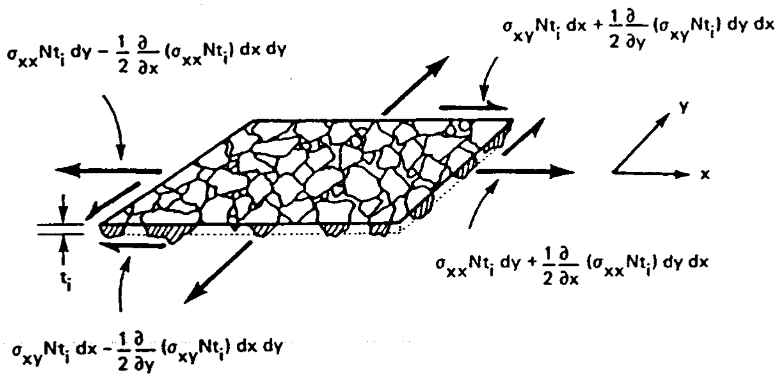


Figure 3.4 : Contraintes agissant au pourtour d'un élément du système eau-glace (tiré de Rumer *et al.*, 1979)

- $\vec{F}_w =$ contrainte de cisaillement à l'interface eau-glace $= \vec{i}\left(\tau_{w_x} N\right) + \vec{j}\left(\tau_{w_y} N\right)$:

$$\tau_{w_x} = \rho_w c_w \left|\vec{V}_w - \vec{V}_i\right|\left(V_{w_x} - u\right) \tag{3.47a}$$

$$\tau_{w_y} = \rho_w c_w \left|\vec{V}_w - \vec{V}_i\right|\left(V_{w_y} - v\right) \tag{3.47b}$$

où $\vec{V}_i = \vec{i}\,u + \vec{j}\,v$ et $u, v =$ composantes suivant x et y de la vitesse de la glace; $\vec{V}_w =$ vitesse de l'écoulement et $c_w =$ coefficient de traînée de l'eau, lequel est évalué à l'aide de l'équation (3.35).

- $\vec{G}$ = composante de la force gravitationnelle s'exerçant dans la direction de la pente de la surface d'eau $= \vec{i}\,G_x + \vec{j}\,G_y$:

$$G_x = -\,M_i g \frac{\partial \eta}{\partial x} \tag{3.48a}$$

$$G_y = -\,M_i g \frac{\partial \eta}{\partial y} \tag{3.48b}$$

où η est la cote de la surface d'eau par rapport à un référentiel de niveau.

3.2.2.2.2 Lois de conservation de masse et d'aire

Aux équations du mouvement s'ajoute une équation de conservation de la masse de glace. Elle stipule que la variation de masse à l'intérieur d'un élément quelconque de contrôle est en équilibre avec les flux massiques et la fonte ou la croissance de glace (Wake et Rumer, 1983):

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} + \frac{\partial M_i u}{\partial x} + \frac{\partial M_i v}{\partial y} = E_m \tag{3.49}$$

L'équation (3.49) peut également être formulée de la façon suivante:

$$\frac{DM_i}{Dt} + M_i \nabla \cdot \vec{V} = E_m \tag{3.50}$$

Puisque la masse de glace par unité d'aire M_i est déterminée par la concentration de surface N et l'épaisseur t_i, une autre équation de conservation est requise. La conservation de l'aire occupée par la glace à la surface s'exprime comme suit:

$$\frac{DN}{Dt} + N \nabla \cdot \vec{V} = E_a - R_a \tag{3.51}$$

où E_a = taux de changement de la concentration de glace à la surface attribuable aux échanges entre la glace de surface et la glace en suspension ainsi que la fonte ou la croissance de glace; R_a = taux de changement de la concentration de glace dû à la redistribution mécanique.

Les équations (3.50) et (3.51) peuvent être combinées pour produire une équation de conservation de l'épaisseur de glace telle que:

$$\frac{\partial t_i}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla t_i + \frac{E_m}{\rho_i} N - \frac{t_i}{N} E_a + \frac{t_i}{N} R_a \tag{3.52}$$

3.2.2.2.3 Lois de comportement

En dérivant librement, les glaçons subissent au cours de leur descente de multiples collisions avec les obstacles qu'ils croisent sur leur chemin: couvert intact, glace de rive, pile de pont, estacade, *etc.* Ces télescopages donnent lieu à des manifestations qui diffèrent selon le contexte dans lequel ils se produisent. Si l'obstacle croisé se dresse en travers de l'écoulement, on assiste généralement à un écrasement menant à un empilement rapide. À l'opposé, si l'obstacle auquel se heurte la masse de glace est *quasi* parallèle aux lignes de courant, on observe plutôt une légère déformation suivie d'un ricochet anélastique. Quoiqu'il en soit, la modélisation correcte du transport de la glace passe impérativement par la prise en compte des contacts que subissent les glaçons dérivants.

Le tamponnement d'une masse de glace contre les limites physiques de l'écoulement, ainsi que l'action réciproque entre les masses de glace peuvent être décrits par le biais d'une loi de comportement appropriée. Cette loi joue un rôle primordial dans les phénomènes de transport et d'accumulation de la glace. On distingue généralement deux types d'interaction des éléments de glace (Lu, 1998): il y a d'abord celle où prédomine l'échange de quantité de mouvement, résultat de la rencontre à faible concentration de deux masses de glace convergentes. Puis, il y a les contacts prolongés des glaçons qui, en s'entassant, augmentent la concentration surfacique et font apparaître la résistance interne.

La réaction de blocs singuliers s'entrechoquant est décrite par des lois de comportement tirées de l'approche par collisions binaires (Shen et Ackermann, 1982; Shen *et al.*, 1987). À faible concentration toutefois, les glaçons interagissent peu, aussi le calcul des contraintes internes peut-il être négligé. Par contre, lorsque la concentration de glace est élevée, l'effet des contraintes sur le mouvement se fait prépondérant et doit être pris en considération. Ce dernier cas suggère le recours à des règles issues de la théorie des milieux continus, lesquelles décrivent généralement mieux le comportement qu'engendrent les contacts multiples entre les masses de glace (Lu, 1998).

Dans le domaine continu, de tels *processus* sont simulés grâce à différentes lois de comportement plastique. Pritchard (1988) a effectué le recensement des modèles d'écoulement plastique auxquels on a recours dans le domaine marin. Une synthèse de sa recherche est présentée dans Chen (1993). Dernièrement, Lu (1998) a fait un inventaire détaillé de ces modèles, insistant surtout sur les modèles rhéologiques développés en mécanique des sols pour les matériaux granulaires.

Il existe deux grandes catégories de modèle rhéologique décrivant le comportement plastique des matériaux sous contraintes: les lois élasto-plastiques et les lois viscoplastiques. Les premières lient l'état des contraintes du matériau à ses déformations, de sorte que les contraintes de cisaillement peuvent être maintenues même s'il n'y a aucun mouvement relatif à l'intérieur du *pack* de glace. Les secondes relient plutôt l'état des contraintes à la vitesse des déformations du matériau. Les glaçons à l'arrêt voient ainsi leur état des contraintes associé à un écoulement très lent appelé fluage. La majorité des modèles de la dynamique des glaces développés pour le milieu marin font appel à des lois viscoplastiques, lesquelles sont plus faciles à implanter dans un modèle numérique parce qu'elles font appel aux variables vitesses déjà calculées ici, soient $\vec{V}$, plutôt qu'aux déformations ε qui, elles, ne le sont pas.

- **Loi non linéaire d'écoulement viscoplastique**

Capable de prendre en considération la nature hautement variable des écoulements visqueux se produisant lorsque se meut un *pack* de glace, le modèle d'écoulement viscoplastique de Hibler (1977, 1979, 1986) a été appliqué dans le cadre d'études sur le déplacement des glaces dans les Grands Lacs (Wake et Rumer, 1979, 1983) et sur la rivière Niagara (Shen et Chen, 1992; Shen *et al.*, 1994; Su, 1997). Le modèle est décrit avec force détails dans Shen et Chen (1992) et Chen (1993). On le retrouve également exposé en appendice dans la thèse de Su (1997).

Nous présentons ici la formulation telle que proposée par Lu (1998), lequel a légèrement modifié la courbe d'état limite de forme elliptique originalement utilisée par Hibler (1977). Quelques cas d'instabilités en cours de simulation numérique rapportés dans la littérature avaient en effet incité Lu à faire l'essai de seuils d'écoulement plastique de formes différentes. Ainsi, les contraintes à l'intérieur de la masse de glace sont représentées par un modèle viscoplastique dont l'expression mathématique est:

$$\sigma_{ij} = 2\nu\dot{\varepsilon}_{ij} + (\zeta - \nu)\,\dot{\varepsilon}_{kk}\delta_{ij} - \frac{P}{2}\delta_{ij}\ ; \quad i, j = x, y \quad \text{et} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases} \tag{3.53}$$

où $P = P_p + P_a$ avec P_p et P_a représentant les états passif et actif de la poussée des glaces. Pour la glace de rivière, Shen *et al.* (1990) ont proposé les expressions suivantes:

$$P_p = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.54}$$

et

$$P_a = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.55}$$

où ϕ est l'angle de friction interne de la glace et j, une constante empirique. D'autres expressions décrivant le terme de pression P sont disponibles dans la littérature (Hibler, 1979), mais leur application est plutôt spécifique au domaine marin.

Les viscosités non linéaires volumétrique et de cisaillement ζ et ν sont définies par:

$$\zeta = \frac{P_p - P_a}{2\Delta} \quad \text{et} \quad \nu = \frac{\zeta}{e^2} \tag{3.56}$$

avec $\Delta^2 = D_I^2 + (D_{II}/e)^2$; D_I, D_{II} = premier et second invariants de la matrice des vitesses de déformation, *i.e.* $D_I = \dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy}$, $D_{II} = [(\dot{\varepsilon}_{xx} - \dot{\varepsilon}_{yy})^2 + 4\dot{\varepsilon}_{xy}^2]^{\frac{1}{2}}$; e est le *ratio* des principaux axes formant l'ellipse engendrée par la variation du tenseur des contraintes. Les vitesses de déformation peuvent quant à elles être exprimées en terme de composantes de vitesses u et v de sorte que $\dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$, $\dot{\varepsilon}_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$ et $\dot{\varepsilon}_{xy} = \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y})$. Exprimé en terme de gradient de vitesse, le modèle d'écoulement visqueux bidimensionnel pour la glace devient finalement:

$$\sigma_{xx} = 2\nu\frac{\partial u}{\partial x} + (\zeta - \nu)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{P}{2} \tag{3.57}$$

$$\sigma_{yy} = 2\nu\frac{\partial v}{\partial y} + (\zeta - \nu)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{P}{2} \tag{3.58}$$

$$\sigma_{xy} = \nu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{3.59}$$

On trouve dans Chen (1993) une analyse de sensibilité des paramètres de ce modèle dont les principales conclusions sont les suivantes:

- un angle ϕ plus élevé génère une pression plus élevée. À titre d'exemple, la pression obtenue en utilisant $\phi = 50°$ est 7.5 fois plus importante que la pression générée lorsque $\phi = 0°$. La valeur de ϕ doit être calibrée à l'aide des observations *in situ*. L'expérience montre cependant qu'une valeur de $\phi = 46°$ est une valeur appropriée pour la glace de rivière (Su *et al.*, 1997; Shen *et al.*, 1997).

- la poussée des glaces est proportionnelle à l'épaisseur de la couche de glace comme le montrent les équations (3.54) et (3.55).

- avec la concentration N, la valeur de l'exposant j règle le taux de croissance de P. Une plus petite valeur de j peut rendre la poussée de glace plus importante quand $N < N_{\max}$. Cependant, puisque la pression de la glace devient négligeable lorsque la concentration est faible, la valeur de j n'exerce pas une influence significative pour les simulations impliquant de faibles valeurs de N. Une valeur de $j = 15$ est recommandée.

Indiquons également que plusieurs types de courbe d'état limite peuvent être utilisés pour décrire le comportement du matériau sous contraintes. Le choix repose sur les spécificités du problème traité et de son contexte d'application. Incidemment, Liu et Shen (1998) ont remplacé l'ellipse décrivant l'état des contraintes à la limite de la rupture du matériau dans la loi viscoplastique de Hibler (1979) par une courbe intrinsèque de type Mohr-Coulomb développée par Gutfraind et Savage (1997).

Le recours à un critère de rupture initialement développé pour un matériau granulaire vient naturellement lorsqu'on considère la glace comme faisant partie de ce groupe de matériaux. Lorsqu'elle est exprimée en fonction de la courbe intrinsèque de Mohr-Coulomb, la loi non linéaire d'écoulement viscoplastique devient:

$$\sigma_{ij} = 2\nu\dot{\varepsilon}_{ij} - \nu\,\dot{\varepsilon}_{kk}\delta_{ij} - \frac{P}{2}\delta_{ij} \tag{3.60}$$

où ν, la viscosité de cisaillement, est obtenue de:

$$\nu = \frac{P\sin\phi}{2\left(\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_2\right)} \tag{3.61}$$

et la pression P, de signe négatif si la glace est dans un état de compression, est égale à $P = -(\sigma_I + \sigma_{II})$ avec:

$$\sigma_I = -\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.62}$$

et

$$\sigma_{II} = -\tan^2\left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.63}$$

d'où l'on tire que:

$$P = \left[1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{\phi}{2}\right)\right]\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.64}$$

où les signes + et - correspondent aux états convergent et divergent, respectivement, de l'écoulement de la glace.

- **Loi non linéaire d'écoulement élasto-plastique**

Lorsque la progression de la glace vers l'aval est freinée et que ses déplacements deviennent infinitésimaux, les vitesses de déformation s'amenuisent et, selon le modèle d'écoulement viscoplastique, les contraintes de cisaillement se dissipent pour finalement devenir nulles. Pourtant, un champ de glace immobile soutient en réalité des contraintes de cisaillement très élevées, lesquelles sont d'ailleurs responsables de phénomènes comme la formation des embâcles (Shen *et al.*, 1990). Plusieurs essais infructueux nous ont confirmé que l'emploi d'un modèle non linéaire viscoplastique ne peut assurer efficacement la transmission de la force de friction exercée par les berges jusqu'au centre du champ de glace. Pour des raisons similaires, les forces appliquées sur les structures sont aussi évaluées d'une manière inexacte.

Les modèles d'écoulement viscoplastique éprouvent des difficultés à décrire adéquatement l'état des contraintes de la glace au moment où elle atteint un état stationnaire. Connue depuis longtemps de la part des chercheurs oeuvrant dans le domaine marin, cette faiblesse est sans conséquence pour les modèles de circulation de glace de mer dont les arrêts prolongés sont assez inhabituels. En rivière cependant, la possibilité d'immobilisation des glaces, très concrète, rend nécessaire l'utilisation d'une loi capable de décrire ce genre de phénomène. Quelques avenues ont été envisagées pour tenter de solutionner le problème.

L'une des options consiste par exemple à conserver la loi de viscoplasticité et fixer les viscosités volumétrique et de cisaillement ζ et η constantes lorsque les vitesses de déformation $\dot{\varepsilon}_{ij}$ deviennent très petites, ce qui équivaut à linéariser une partie de la loi constitutive. Quoique correct pour certains cas de chargement donnés, le recours à une telle astuce n'est pas vraiment souhaitable parce qu'elle n'est pas représentative de la réalité. En effet, l'extension linéaire du modèle viscoplastique ramène l'état des contraintes à l'intérieur de la courbe d'état limite à faible vitesse de chargement.

Il est également possible d'opter pour l'utilisation de modèles élasto-plastiques, lesquels sont mieux adaptés pour la description des contraintes subies par le matériau lorsqu'il n'y a pas de mouvement relatif. On trouve plusieurs modèles de ce type dans la littérature (*e.g.* Coon, 1974; Pritchard, 1975). Dans cette étude, nous avons retenu celui décrit par Lu (1998). Son expression mathématique est:

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \left(K - G\right)\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - \frac{P}{2}\delta_{ij} \tag{3.65}$$

où G est le module de glissement ou deuxième coefficient de Lamé; K, le module d'élasticité; ε_{ij}, la déformation totale et $P/2$, la pression en condition d'équilibre, laquelle est définie par:

$$\frac{P}{2} = \frac{P_p + P_a}{2} \tag{3.66}$$

avec

$$P_p = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_t}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.67}$$

et

$$P_a = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.68}$$

Si on fait abstraction des modules non constants et du terme de pression en condition d'équilibre, la forme de la loi constitutive équivaut à la généralisation de la loi de Hooke. Lorsque la courbe d'état limite est de forme elliptique, les modules K et G sont définis comme suit:

$$K = \frac{E}{2(1 - \nu)} \tag{3.69}$$

et

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \tag{3.70}$$

où E est le module d'Young et ν, le coefficient de Poisson, lequel varie de $\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{2}$. Le module d'Young s'obtient quant à lui de la façon suivante:

$$E = \frac{(1 - \nu)(1 + \nu)}{\left[(1 + \nu)^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 + (1 - \nu)^2 e^2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\left(P_p - P_a\right) \tag{3.71}$$

Si on applique le critère de rupture de Morh-Coulomb, les modules K et G prennent plutôt la forme suivante:

$$K = \frac{P - P^*}{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \tag{3.72}$$

et

$$G = \frac{P^* \sin\phi}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \tag{3.73}$$

où $P^* = -(\sigma_I + \sigma_{II})$ et ϕ est l'angle de friction interne de la glace. En combinant le point de vue de la mécanique des sols aux considérations sur l'effet de la concentration surfacique, les contraintes principales s'expriment comme suit:

$$\sigma_I = -\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.74}$$

et

$$\sigma_{II} = -\tan^2\left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.75}$$

En conséquence:

$$P^* = \left[1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{\phi}{2}\right)\right]\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j \tag{3.76}$$

Pour des raisons d'ordre numérique, les modules se voient imposés des limites supérieures, lesquelles sont choisies de façon à ne rendre linéaire que la portion de la loi décrivant le comportement de la glace au moment où ses déformations deviennent infinitésimales.

Lu (1998) constate que la glace se comporte comme un matériau visqueux à grandes vitesses de déformation et que son comportement à faibles vitesses de déformation est davantage assimilable à celui d'un matériau granulaire. Dans la présente étude, les modèles visco- et élasto-plastique décrits précédemment sont mis à profit pour décrire le comportement du champ de glace. La vitesse de déformation calculée détermine à quelle loi de comportement le modèle de transport doit faire appel. La vitesse de déformation critique est fixée à 10^{-5} sec.$^{-1}$, vitesse en deçà de laquelle la glace morcelée est présumée réagir comme un matériau granulaire.

4. DESCRIPTION DES MODÈLES NUMÉRIQUES

La dérivation des modèles mathématiques et la revue des lois de comportement en permettant la fermeture ont fait l'objet du chapitre précédent: d'abord le modèle régissant l'écoulement de l'eau dont la surface est soit couverte, soit exempte de glace (*cf.* sections 3.1.1, 3.1.2), puis celui décrivant le mouvement des glaces (*cf.* section 3.2.2). Il en résulte deux systèmes d'équations qui peuvent difficilement être résolus de façon simultanée (Chen, 1993). Un modèle de transport de glace en milieu fluvial est néanmoins développé en couplant les deux systèmes d'équations, lesquels sont résolus successivement selon un schéma temporel approprié. La résolution selon une approche eulérienne des équations différentielles partielles de deuxième ordre décrivant l'écoulement d'un fluide est achevée par la méthode bien établie des éléments finis (MEF). De son côté, le mouvement des glaces est estimé par le recours à la méthode lagrangienne *SPH* (*smoothed particle hydrodynamics*).

Les premières données injectées dans une simulation de transport de glace en rivière sont les propriétés courantométriques de l'écoulement, essentielles au calcul du déplacement de glaçons. Le modèle hydrodynamique, obtenu de la formalisation de principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, est employé pour générer le champ de vitesses, les hauteurs d'eau et quelques variables dérivées sur le domaine étudié. Il convient donc de débuter ce chapitre en faisant une présentation succincte de la méthode utilisée pour la mise en oeuvre du modèle numérique de l'hydrodynamique. Par la suite, la discrétisation de la forme bidimensionnelle des équations de la dynamique des glaces est présentée. On clôt ce chapitre en abordant certains détails liés au couplage des deux modèles.

4.1 IMPLANTATION DU MODÈLE HYDRODYNAMIQUE

La résolution analytique des équations de Saint-Venant reste limitée aux classes d'écoulement et de géométrie relativement simples. Pour des situations plus complexes, comme par exemple les écoulements dans les rivières, le recours aux méthodes d'analyse numérique est incontournable. C'est la raison pour laquelle nous abordons dans cette section le modèle numérique mis en oeuvre pour résoudre les équations de Saint-Venant gouvernant l'hydrodynamique des cours d'eau.

Deux grandes phases sont identifiées dans la démarche de développement du modèle numérique, soit la formulation intégrale du modèle mathématique et sa discrétisation. À l'issue de ces deux opérations, on obtient un système algébrique d'équations dont la résolution conduit à l'obtention de la solution discrète qui doit vérifier les équations originales et les conditions aux limites.

Le programme de calcul hydrodynamique à deux dimensions HYDROSIM (Heniche *et al.*, 2000), entièrement élaboré à l'INRS-Eau dans le cadre d'un large programme de développement d'outils informatiques dédiés aux écoulements fluviaux, est mis à contribution dans la présente étude. HYDROSIM permet de solutionner les problèmes d'écoulement par l'exploitation de la méthode des éléments finis, laquelle est choisie pour son caractère général, sa relative facilité de mise en oeuvre et sa capacité à reproduire les domaines à géométrie complexe.

Dans son *processus* de résolution, HYDROSIM tient compte explicitement du phénomène des bancs couvrant-découvrant. Cette prise en compte s'avère indispensable pour la grande majorité des écoulements à surface libre dans les milieux naturels. En effet, la position de la frontière du plan d'eau dans les rivières, les fleuves et aussi les estuaires, est dictée par la valeur du débit, du niveau de la marée ou encore, du degré d'obstruction des sections de l'écoulement. Évidemment, si l'écoulement se produit dans un canal aux parois verticales, comme c'est le cas de certains exemples proposés dans cette étude, la précaution n'est pas requise. Nous retiendrons cependant que ce trait caractéristique d'HYDROSIM fait de ce programme l'outil tout indiqué pour les cas où nous voudrions simuler l'obstruction d'un cours d'eau par des glaçons, donnant lieu immanquablement à des changements rapides du niveau d'eau et, consécutivement, des limites de l'écoulement.

Pour que le modèle HYDROSIM prenne en considération de manière efficace la présence de glace à la surface de l'écoulement, il est nécessaire de lui transmettre dans un format interne donné l'information ayant trait à l'épaisseur de glace accumulée, sa distribution, la contrainte engendrée par sa vitesse relative de déplacement et le gradient de pression dont elle est la cause. Ces aspects particuliers sont explicités ultérieurement, à la section discutant du couplage des modèles.

4.1.1 MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

La méthode des éléments finis permet d'obtenir des solutions approchées aux problèmes décrits par des équations aux dérivées partielles. Entrer dans les détails de cette approche sort toutefois du cadre de cette présentation. Nous mentionnerons seulement que la méthode consiste à subdiviser le domaine de calcul en un ensemble fini de sous-domaines (triangles, quadrilatères, *etc.*), les éléments finis, puis de construire une approximation simple des variables du problème et des équations d'équilibre sur chacun de ces éléments finis (Secretan, 1991). Dans le présent cas, cette pratique équivaut à satisfaire les principes fondamentaux de conservation de la masse et du mouvement à une échelle locale discrète, à savoir l'élément. L'approximation globale, autrement dit sur l'ensemble du domaine de simulation, est alors obtenue de la sommation de toutes les contributions élémentaires. Pour une étude détaillée de la méthode des éléments finis, le lecteur est référé à l'ouvrage de Dhatt et Touzot (1981).

Comme c'est généralement le cas pour les problèmes de mécanique des fluides, le modèle mathématique constitué des équations (3.11) à (3.15) est transformé en formulation variationnelle faible par la méthode des résidus pondérés de type Galerkine avant de procéder à la discrétisation, laquelle assure le passage au modèle numérique. On trouvera dans Heniche *et al.* (2000) l'expression complète dudit modèle.

4.1.1.1 Discrétisation et maillage d'éléments finis

La figure 4.1 montre la partition du domaine Ω en sous-domaines élémentaires Ω^e, lesquels forment le maillage. Les sous-domaines ou éléments décrivant le domaine de calcul ont généralement une géométrie simple. Le choix de l'élément fini est guidé par le souci de respecter les principes de consistance et de stabilité du modèle numérique.

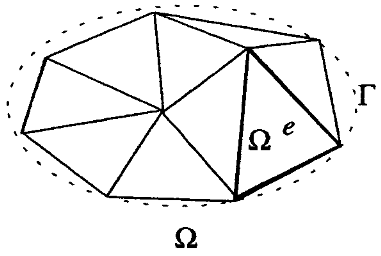


Figure 4.1 : Discrétisation géométrique du domaine Ω.

Dans HYDROSIM comme dans la plupart des programmes de calcul hydrodynamique utilisant les éléments finis, les éléments décrivant le domaine de simulation dans le plan sont de forme triangulaire ce qui permet d'adapter très facilement la densité du maillage à la topographie de la rivière, incluant ses singularités locales (ponts, seuils, *etc.*).

Les éléments auxquels HYDROSIM a recours sont décrits à la figure 4.2. On compte d'abord l'élément triangulaire linéaire à 6 nœuds, le T6L qui est en fait un super-élément construit de quatre éléments triangulaires linéaires à trois nœuds (T3) tel que proposé par Zhang (1992). On note que les variables géométriques, nommément la hauteur d'eau h, la profondeur H et la topographie du fond z_f sont portées aux nœuds sommets du T6L, ce qui procure une approximation linéaire des variables considérées à cette échelle. Le coefficient de frottement n, les vitesses et les débits spécifiques sont l'objet d'une approximation linéaire sur chacun des éléments T3 formant le T6L.

Aux frontières du domaine d'écoulement, les côtés des éléments T6L sont associés à des éléments rectilignes linéaires à trois nœuds L3L, lesquels permettent d'approcher certaines données reliées particulièrement aux conditions aux limites. Comme les T6L, ces éléments sont des super-éléments formés cette fois de deux éléments linéaires L2. L'assemblage de ces structures élémentaires forme le maillage qui permet de représenter dans l'espace toute variable, scalaire ou vectorielle, ainsi que toute fonction formée de ces variables.

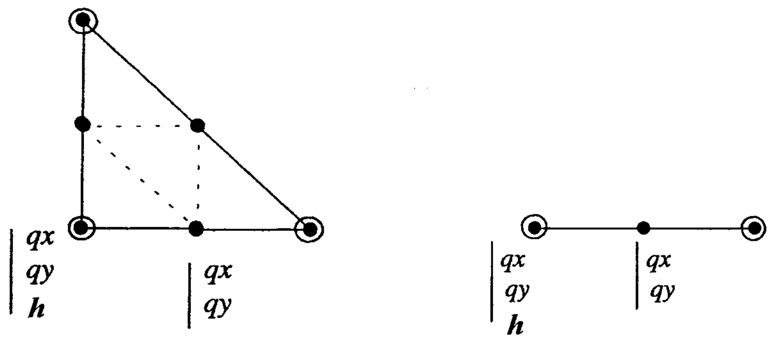


Figure 4.2 : Élément T6L et élément de contour L3L. Répartition des degrés de liberté aux nœuds de ces éléments.

L'approximation des variables est de type C^0, linéaire et à dérivée constante par élément, sur chaque T3 pour le flux $\boldsymbol{q}(q_x, q_y)$ et sur le triangle principal pour h:

$$q_x = \langle N \rangle \{ q_{x_n} \}^{1} \tag{4.1}$$

$$q_y = \langle N \rangle \{ q_{y_n} \} \tag{4.2}$$

$$h = \langle N^h \rangle \{ h_n \} \tag{4.3}$$

où N et N^h sont les fonctions d'interpolation respectivement du flux et du niveau d'eau.

Les fonctions d'interpolation sont définies sur un élément T3 de référence:

$$\langle N \rangle \equiv \langle N^h \rangle = \langle 1 - \xi - \eta ; \xi ; \eta \rangle \qquad 0 \leq \xi \leq 1; \quad 0 \leq \eta \leq 1 \tag{4.4}$$

Le passage à l'élément réel est effectué au moyen d'une transformation géométrique bijective (figure 4.3). Toutes les opérations sont effectuées sur l'élément de référence *via* la transformation géométrique.

---

[1] $\langle \ \rangle$ représente un vecteur ligne,

$\{ \ \}$ représente un vecteur colonne.

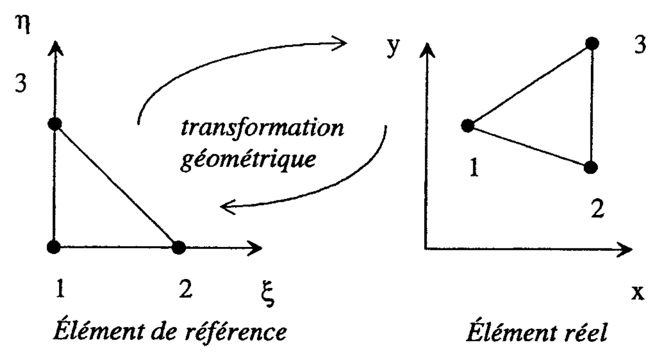


Figure 4.3 : Transformation géométrique.

Les vecteurs $\{q_n\}$ et $\{h_n\}$ représentent les valeurs nodales du flux et du niveau d'eau. La variable h étant de type C^0 sur le triangle principal, on peut écrire la relation suivante au nœud milieu i :

$$h_i = \frac{1}{2}\left(h_{i-1} + h_{i+1}\right) \tag{4.5}$$

L'élément T6L satisfait la condition de compatibilité de l'approximation de h et de $\boldsymbol{q}$ (condition Ladyzhenskaya-Brezzi-Babuška ou Inf-Sup).

Après discrétisation, on obtient finalement le système algébrique suivant:

$$[\boldsymbol{M}]\{\dot{U}\} + [\boldsymbol{K}(U)]\{U\} - \{F\} = 0 \tag{4.6}$$

où le vecteur $\{U\}$ est le vecteur solution du problème. La matrice de masse $[\boldsymbol{M}]$ symétrique, est liée à la discrétisation des termes temporels. La matrice $[\boldsymbol{K}(U)]$, non symétrique et non linéaire, puisqu'elle dépend de la solution $\{U\}$, est la matrice de rigidité du système provenant de la discrétisation des autres termes. Enfin, le vecteur des sollicitations extérieures $\{F\}$ provient de la discrétisation des termes de contraintes en surface, du débit sur les frontières ouvertes et des conditions limites. Le lecteur trouvera dans Fennema et Chaudhry (1990), Holz et Nitsche (1982) ainsi que Abbott (1979) les indications nécessaires à la résolution du système algébrique (4.6).

Le maillage d'éléments finis est utilisé pour représenter des données actuelles connues ou encore, construire des champs de variables inconnues comme solution aux problèmes de mécanique tels les écoulements. On doit s'assurer que le maillage est adapté au contexte et aux besoins de l'étude. Ainsi, la densité spatiale des mailles triangulaires sera adaptée au problème à résoudre, en fonction des besoins locaux d'information dans une sous-région. En règle générale:

- le maillage doit être représentatif du champ de vitesses, de la distribution des débits et du niveau h. La grille est par conséquent maillée plus finement aux endroits où les gradients de ces variables sont plus élevés. Un bon maillage aura l'allure d'un réseau d'écoulement;

- la dimension des éléments devrait varier graduellement, un changement brusque de la taille des éléments pouvant constituer une source d'imprécision ou d'erreur;

- si le recours à des éléments de forme longue et étroite est inéluctable, par exemple pour des raisons d'économie de mémoire ou de calculs, alors la plus grande dimension devrait être parallèle à la direction de l'écoulement;

- les régions de grandes vitesses et de changements radicaux d'orientation ou d'intensité seront maillées plus densément.

4.1.2 INTÉGRATION TEMPORELLE

La résolution du système matriciel présenté à l'équation (4.6) constitue la dernière étape dans la mise en oeuvre du modèle numérique. HYDROSIM cherche le vecteur solution $\{U\}$ en faisant appel au schéma temporel inconditionnellement stable de différences finies du type Euler semi-implicite. L'approximation de la dérivée par rapport au temps à l'instant $t + \Delta t$ d'une fonction f est donnée par:

$$\left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{t+\Delta t} \approx \frac{f^{t+\Delta t} - f^{t}}{\Delta t} \tag{4.7}$$

où Δt est le pas de temps.

En remplaçant dans le système d'équations (4.6) les dérivées temporelles par leur approximation au premier ordre et en évaluant les autres termes à l'instant $t + \Delta t$, il vient:

$$[\boldsymbol{M}]\{U^{t+\Delta t}\} + \Delta t\left(\left[\boldsymbol{K}\left(U^{t+\Delta t}\right)\right] - \{F^{t+\Delta t}\}\right) = [\boldsymbol{M}]\{U^{t}\} \tag{4.8}$$

HYDROSIM résout ce système non linéaire à chaque pas de temps Δt par la méthode itérative Inexact-Newton-GMRES avec un préconditionnement du type ILU (Heniche *et al.*, 1998). Ce solveur ne requiert pas le calcul explicite de la matrice du système algébrique mais plutôt l'influence de cette matrice sur un vecteur.

4.1.3 CONDITIONS AUX LIMITES ET CONDITIONS INITIALES

La résolution des équations de Saint-Venant requiert au *minimum* deux conditions sur chaque frontière du domaine pour que le problème à résoudre soit bien posé mathématiquement. Ainsi, il est nécessaire de spécifier des conditions aux limites qui permettent d'abord de confiner le débit au domaine d'écoulement (condition d'imperméabilité), de contrôler le débit qui y transite (habituellement imposé à l'amont) et de régler le niveau d'eau auquel la surface libre doit s'ajuster. Presque toujours, le niveau doit être imposé à l'aval ou au moins sur une frontière ouverte dans le cas où il en existerait plusieurs. Dans HYDROSIM, l'imposition du niveau d'eau s'effectue directement ou par l'entremise d'une relation niveau-débit connue.

En plus des conditions aux limites, pour assurer l'existence d'une solution, il est nécessaire de poser des conditions initiales, autrement dit, de fixer le champ de débit spécifique et la topographie de la surface libre au début du problème. Formellement, cette procédure s'écrit:

$$q_x(t_0) = q_{x0}, \quad q_y(t_0) = q_{y0}, \quad h(t_0) = h_0 \tag{4.9}$$

4.2 IMPLANTATION DU MODÈLE DE LA DYNAMIQUE DES GLACES

La seconde moitié du chapitre 3 a été consacrée au développement du modèle mathématique bidimensionnel de transport de glace. La présente section s'intéresse pour sa part à la mise en oeuvre du modèle numérique de la dynamique des glaces. On y aborde initialement la méthode lagrangienne *SPH* autour de laquelle s'articule l'algorithme central du modèle, puis le mode de représentation des frontières et enfin, quelques aspects plus étroitement liés au programme de calcul.

4.2.1 MÉTHODE *SPH*

La méthode *SPH* (*smoothed particle hydrodynamics*) tire ses origines récentes des travaux de Lucy (1977) qui avait mis au point cette technique particulaire assortie d'un lissage diffusif dans le but de quantifier les phénomènes affichant une dépendance aux *processus* hydrodynamiques. Depuis, le champ d'application de la technique n'a cessé de s'élargir. On a recours à la méthode *SPH* pour simuler la fragmentation d'explosifs et même, la formation de cratères météoritiques. Le lecteur trouvera dans Monaghan (1989b) et Benz (1990) une liste exhaustive des travaux où la méthode *SPH* a été mise à contribution.

4.2.1.1 Concepts de base

Essentiellement, cette méthode lagrangienne vise à simuler la convection par le déplacement de particules, lesquelles possèdent des attributs comme une masse et une quantité de mouvement. Les termes diffusifs de l'équation de transport sont évalués en tout point du domaine par le biais d'une interpolation des propriétés des particules exerçant une influence significative à l'endroit considéré. L'interpolation est réalisée exclusivement au niveau des particules, de sorte qu'aucune interaction ne se produit entre les entités lagrangiennes et la grille d'éléments finis, limitant par le fait même les problèmes de diffusion numérique. Les particules sont préférablement de petite taille sans pour autant présenter des dimensions infinitésimales. Dans le cas particulier de la dynamique des glaces, on préférera l'appellation de « parcelle » à celle de « particule » uniquement pour éviter la confusion possible entre une particule et un glaçon. Ainsi, une parcelle représente un lot de glaçons et possède des propriétés bien définies comme une masse, une concentration, une épaisseur et une vitesse pour n'en nommer que quelques-unes. La malléabilité compte également parmi les propriétés des parcelles.

4.2.1.2 Approximation d'une fonction

L'approximation d'une fonction $f(\vec{r})$ sur le domaine $\boldsymbol{D}$ est définie par:

$$\tilde{f}(\vec{r}) = \int_{\boldsymbol{D}} W(\vec{r}-\vec{r}\,', h) f(\vec{r}\,')\, d\vec{r}\,' \tag{4.10}$$

où $\vec{r}$ et $\vec{r}\,'$ sont les coordonnées cartésiennes d'un point donné et de ses points voisins, respectivement. La fonction W est une fonction d'interpolation dont l'intégrale sur le domaine $\boldsymbol{D}$ est normalisée de sorte que:

$$\lim_{h \to 0} \int_{\boldsymbol{D}} W(\vec{r}-\vec{r}\,', h)\, d\vec{r}\,' = 1 \tag{4.11}$$

La longueur de lissage h est un facteur d'échelle qui détermine l'emprise de la fonction d'interpolation. En général, la longueur h est choisie telle que:

$$\tilde{f}(\vec{r}) \to f(\vec{r}) \text{ lorsque } h \to 0 \tag{4.12}$$

En représentant des fonctions exactes par des fonctions approchées, l'erreur d'approximation commise est la suivante:

$$e(\vec{r}) = \tilde{f}(\vec{r}) - f(\vec{r}) \tag{4.13}$$

Lucy (1977) propose une discussion portant sur le biais introduit par une telle approximation. L'intégrale de l'équation (4.10) peut être évaluée par une sommation des contributions provenant de l'appréciation de la fonction $f(\vec{r})$ en différents points répartis sur le domaine. Si la distribution des points de calcul est aléatoire, l'estimation de l'intégrale équivaut à une simulation de type Monte Carlo et l'erreur d'approximation est proportionnelle à $1/\sqrt{N}$. En dynamique des fluides, les points d'évaluation sont *quasi* ordonnés et l'erreur d'approximation est plutôt de l'ordre de $(\ln N)^d/N$, ce qui, pour un problème bidimensionnel, est équivalent à $O(h^2)$. Pour que l'erreur d'approximation $e(\vec{r})$ demeure de l'ordre de $O(h^2)$, la fonction f doit être continue avec un petit ∇f et un faible gradient par rapport à h sur toute l'étendue de W.

Pour construire une fonction approchée, chaque terme de l'équation exacte doit être multiplié par une fonction d'interpolation, puis intégré sur le domaine de simulation. Dans le cadre d'une démarche lagrangienne, les parcelles sont associées à des points d'interpolation qui sont en mouvement. La figure 4.4 montre l'interprétation physique qui doit être prêtée à l'opération d'interpolation. La fonction approchée est le résultat de la sommation en tout point des propriétés de chaque parcelle, lesquelles sont pondérées par une fonction d'interpolation elle-même pilotée par une longueur de lissage h.

4.2.1.2.1 Choix d'une fonction d'interpolation

Les fonctions d'interpolation sont souvent choisies de manière à être faciles à évaluer sur ordinateur, à intégrer ou dériver, de préférence explicitement sinon numériquement. Dans le présent cas, en plus d'offrir une bonne précision, les fonctions d'interpolation doivent être dérivables au moins une fois et positives sur tout le domaine, *i.e.* $W(u,h) > 0$. Idéalement, la forme de la fonction évoque la physique du phénomène et sa zone centrale est suffisamment en saillie pour conserver un caractère local lors de l'interpolation. Les distributions uniformes sont donc écartées, tout comme les distributions triangulaires dont le centre n'est pas assez proéminent.

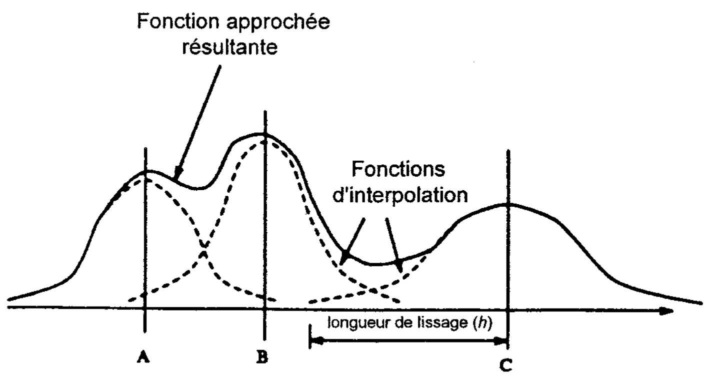


Figure 4.4 : Construction d'une fonction approchée (d'après Shen et Chen, 1992).

De nombreuses fonctions d'interpolation ont été utilisées par le passé. Les fonctions de Bessel et d'Everett ont une continuité de type C^0, leur dérivée de premier ordre montrant chacune une discontinuité en leur centre (Shen et Chen, 1992). Le recours à ces fonctions oblige le passage à la forme faible pour le calcul des dérivées. D'autres fonctions ont un ordre de continuité plus élevé mais en contrepartie, elles offrent selon Chen (1993) une moins bonne précision d'interpolation: c'est le cas des *splines* M_2 et M_3. Su (1997) a fait appel aux fonctions gaussiennes et aux *splines* M_4. Dans la présente étude, la distribution gaussienne est utilisée comme fonction d'interpolation. La figure 4.5 montre la fonction choisie. Cette dernière est dérivable au moins une fois et sa première dérivée est continue, de sorte qu'une parcelle ne subit pas de fluctuations trop importantes au niveau des forces appliquées en son centre de gravité.

La distribution gaussienne est définie comme suit:

$$G(\vec{r} - \vec{r}', h) = \frac{1}{h^2 \pi} e^{-\frac{(|r - \vec{r}'|)^2}{h^2}} \tag{4.14}$$

où $\vec{r}^2 = x^2 + y^2$.

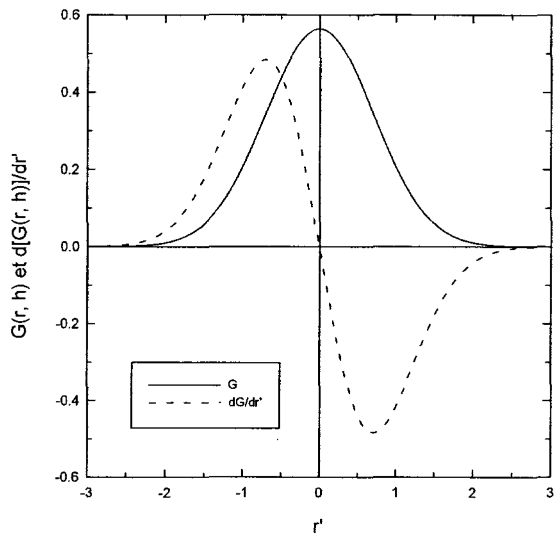


Figure 4.5 : Fonction gaussienne et sa première dérivée.

4.2.1.3 Interpolation des dérivées

Les équations du problème de transport font intervenir des fonctions inconnues et leurs dérivées en $\boldsymbol{x}(x, y)$. L'estimation de la dérivée d'une fonction $f(\vec{r})$ sur des points de calcul ordonnés du domaine $\boldsymbol{D}$ s'exprime de la façon suivante:

$$\frac{d\tilde{f}(\vec{r})}{d\vec{r}} = \int_D W(\vec{r} - \vec{r}\,', h)\frac{df(\vec{r}\,')}{d\vec{r}\,'}d\vec{r}\,' \tag{4.15}$$

L'intégration par parties permet de transformer une forme intégrale de manière à diminuer les conditions imposées aux fonctions $f(\vec{r})$ admissibles. Ainsi, l'ordre maximal des dérivées de la fonction $f(\vec{r})$ qui apparaissent dans la forme intégrale diminue. Les conditions de dérivabilité de la fonction sont donc moins fortes. Par contre, l'intégration par parties fait apparaître des dérivées de la fonction d'interpolation. Les conditions de dérivabilité de la fonction W augmentent.

Si on choisit $W(\vec{r}-\vec{r}\,', h) = G(\vec{r}-\vec{r}\,', h)$ et, sachant que la fonction normale $G(\vec{r}-\vec{r}\,', h)$ tend vers zéro à l'infini, *i.e.* $G(+\infty) = G(-\infty) \to 0$, l'équation (4.15), une fois intégrée par parties, devient:

$$\frac{d\tilde{f}(\vec{r})}{d\vec{r}} = \left[f(\vec{r}\,')W(\vec{r}-\vec{r}\,', h)\right]\Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_D f(\vec{r}\,')\frac{d}{d\vec{r}\,'}\left[W(\vec{r}-\vec{r}\,', h)\right]d\vec{r}\,'$$

$$= - \int_D f(\vec{r}\,')\frac{d}{d\vec{r}\,'}\left[W(\vec{r}-\vec{r}\,', h)\right]d\vec{r}\,'$$

$$= \int_D f(\vec{r}\,')\frac{d}{d\vec{r}}\left[W(\vec{r}-\vec{r}\,', h)\right]d\vec{r}$$

$$\approx \sum_{j=1}^{N} f_j \frac{d}{d\vec{r}}\left[W(\vec{r}-\vec{r}_j, h)\right] \tag{4.16}$$

Lorsque les points de calcul sont aléatoirement répartis, l'approximation (4.16) est formulée comme suit:

$$\frac{d\tilde{f}(\vec{r})}{d\vec{r}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{f_j}{n_j}\frac{d}{d\vec{r}}\left[W(\vec{r}-\vec{r}_j, h)\right] \tag{4.17}$$

En choisissant la distribution gaussienne comme fonction d'interpolation, *i.e.* $W(\vec{u}, h_{\vec{r},\vec{r}\,'}) = G(\vec{u}, h_{\vec{r},\vec{r}\,'}) = \frac{1}{h^2\pi}e^{-\frac{u^2}{h^2}}$, avec $\vec{u} = \vec{r}-\vec{r}\,' = \vec{i}\,u_x + \vec{j}u_y = \vec{i}(x-x') + \vec{j}(y-y')$, on trouve la dérivée explicite suivante:

$$\frac{d}{d\vec{r}}\left[G(\vec{u}, h_{\vec{r},\vec{r}\,'})\right] \approx \frac{\partial G}{\partial|\vec{u}|}\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \vec{i}\left(-\frac{2u_x}{h^2}G\right) + \vec{j}\left(-\frac{2u_y}{h^2}G\right) \tag{4.18}$$

4.2.1.4 Conservation de la masse

En définissant m_j et ρ_j comme la masse et la densité massique de la parcelle j située à $\vec{r}_j$, l'approximation (4.17) peut être modifiée en considérant que $\rho_j = n_j m_j$, n_j étant le nombre de parcelles localisées sur l'aire de référence. L'approximation d'une fonction $f(\vec{r})$ donnée s'exprime alors comme suit (Hernquist et Katz, 1989):

$$\tilde{f}(\vec{r}, h) = \sum_{j=1}^{N} \frac{f_j}{n_j} W(\vec{r} - \vec{r}_j, h) = \sum_{j=1}^{N} f_j \frac{m_j}{\rho_j} W(\vec{r} - \vec{r}_j, h) \tag{4.19}$$

Si la densité massique $\rho(\vec{r}_i)$ à $\vec{r}_i$ est la fonction qu'on tente d'approcher, alors l'équation (4.19) devient:

$$\tilde{\rho}(\vec{r}_i) = \sum_j \rho_j \frac{m_j}{\rho_j} W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h) = \sum_j m_j W_{ij} \tag{4.20}$$

où $W_{ij} = W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h)$. Puisque la densité massique est évaluée uniquement à l'endroit des parcelles, l'équation de continuité est automatiquement satisfaite dans la mesure où la masse de chaque parcelle demeure constante et qu'aucune parcelle n'est éliminée de la simulation (Monaghan et Lattanzio, 1985). Pour une démonstration mathématique complète portant sur la conservation de la masse en regard avec l'utilisation de l'équation (4.20), le lecteur est référé soit à Shen et Chen (1992), soit à Lu (1998).

Considérons maintenant l'équation de la quantité de mouvement suivante $\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P$ dans laquelle P est une fonction quelconque. L'estimation de cette équation à l'endroit de la parcelle i peut dès lors s'écrire:

$$\frac{dv_i}{dt} = -\frac{1}{\rho_i} \sum_j m_j \frac{P_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} \tag{4.21}$$

où ∇_i exprime le gradient évalué à l'emplacement de la parcelle i. Durant un court intervalle de temps Δt, la vitesse de la parcelle varie de la façon suivante:

$$v_i^{n+1} = v_i^n - \frac{\Delta t}{\rho_i} \sum_j m_j \frac{P_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} \tag{4.22}$$

où n et $n+1$ marquent respectivement les pas de temps actuel et suivant. La nouvelle position de la parcelle est trouvée en déplaçant celle-ci selon une vitesse moyenne $\bar{\vec{v}}_i = \alpha \vec{v}_i^n + (1-\alpha)\vec{v}_i^{n+1}$, conformément à la méthode d'Euler semi-implicite. La nouvelle position de la parcelle i est alors:

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^n + \Delta t \bar{\vec{v}}_i \tag{4.23}$$

Enfin, la densité massique est recalculée à l'endroit des parcelles, depuis leur nouvelle position.

4.2.1.5 Méthodes d'interpolation

L'une des premières étapes de la résolution des équations de transport par la méthode lagrangienne *SPH* consiste à évaluer la fonction de pondération W_{ij}. À cet effet, Hernquist et Katz (1989) distinguent deux approches fondamentales au niveau des techniques d'interpolation: la méthode du « semis » et celle de la « cueillette ».

La méthode du semis présuppose que chaque parcelle voit sa masse disséminée sur le domaine suivant une fonction de distribution W, elle-même modulée par une longueur de lissage h. Par conséquent, l'interpolation à l'endroit de la parcelle i est faite en sommant la contribution de toutes les parcelles j voisines, $j = 1, 2, \ldots N$, N étant le nombre total de parcelles dont l'aire d'influence recouvre la parcelle i (figure 4.6a). La fonction d'interpolation est donc:

$$W_{ij}^s = G\left(\vec{r}_i - \vec{r}_j;\ h_j\right) \tag{4.24}$$

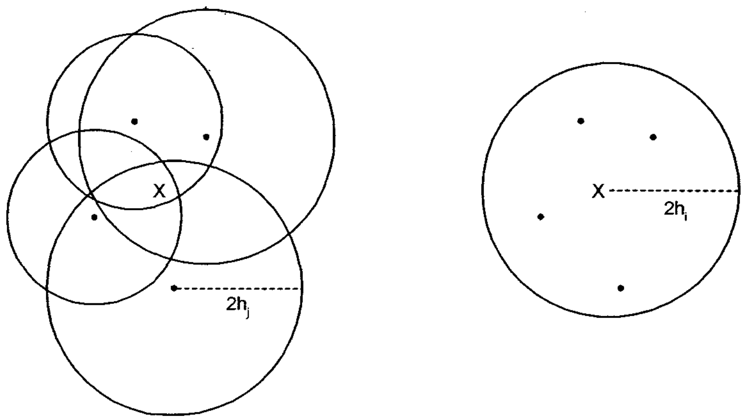
où W_{ij}^s pondère l'influence qu'exerce la parcelle j sur la parcelle i et h_j représente la longueur de lissage de la parcelle j.

La méthode de la cueillette considère plutôt les parcelles comme des marqueurs dans l'écoulement. Ainsi, les propriétés locales en tout point du domaine sont obtenues de l'interpolation pratiquée sur toutes les parcelles localisées dans le giron du point de calcul considéré (figure 4.6b). Donc, pour une parcelle située dans l'aire d'influence du point de calcul, la fonction de pondération est:

$$W_{ij}^{c} = G\left(\vec{r}_j - \vec{r}_i;\ h_i\right) \tag{4.25}$$

où W_{ij}^{c} est le poids de la parcelle j sur la parcelle i, et h_i est la longueur de lissage de la parcelle i.

Dans le cas particulier où les longueurs de lissage sont identiques pour toutes les parcelles, les deux approches sont équivalentes. Cependant, les longueurs de lissage sont en pratique rarement identiques entre elles, aussi les deux points de vue doivent continuellement faire l'objet d'une distinction.



a) approche par semis **b) approche par cueillette**

Figure 4.6 : Méthodes d'interpolation (d'après Hernquist et Katz, 1989).

4.2.1.5.1 Approche mixte « semis-cueillette »

Chaque approche comporte certaines difficultés conceptuelles et toutes deux sont entachées d'une erreur d'interpolation du même ordre. En développant la fonction à intégrer de l'équation (4.10) sous forme d'une série de puissance selon h, Hernquist et

Katz (1989) démontrent que l'erreur commise en approchant la fonction $f(\vec{r})$ par une interpolation effectuée sur un ensemble de points *quasi* ordonnés sur le domaine est égale quelle que soit l'approche retenue. Il n'y a donc *a priori* aucune raison pour favoriser une approche par rapport à l'autre.

De plus, Hernquist et Katz (1989) expliquent que l'estimation des propriétés locales par l'une ou l'autre des approches conduit systématiquement à une asymétrie, laquelle signifie que les techniques d'interpolation ne sont pas conservatrices au niveau de la quantité de mouvement. En d'autres mots, aucune approche ne garantit que $W_{ij} = W_{ji}$, puisque h_i peut différer de h_j, ce que Lu (1998) a d'ailleurs démontré. Pour pallier ce problème, les numériciens optent pour une approche mixte, laquelle correspond à une sorte de lissage axé sur la moyenne des deux approches.

La technique de lissage que proposent Hernquist et Katz (1989) permet de rendre symétrique la contribution de chaque méthode et ainsi de satisfaire la condition de conservation de quantité de mouvement. L'expression utilisée est une combinaison linéaire des deux formulations, soit $\overline{W_{ij}} = \overline{W_{ji}} = \frac{1}{2}(W_{ij}^s + W_{ji}^s)$.

Enfin, comme l'indique la figure 4.6, le rayon d'influence R_j est fixé à deux fois la longueur de lissage respective des parcelles, soit $R_j = 2h_j$. Au-delà de cette valeur, les simulations conduites par Su (1997) n'ont fait ressortir aucune différence significative à l'endroit des résultats, le seul changement notable se situant au niveau des temps de calcul qui se sont avérés plus longs en raison du plus grand nombre de parcelles impliquées dans le *processus* d'interpolation.

4.2.2 DISCRÉTISATION DES ÉQUATIONS DE LA DYNAMIQUE DES GLACES

Cette section est consacrée à la discrétisation des équations bidimensionnelles de la dynamique des glaces élaborées au chapitre 3. Les équations de base sont réduites en une forme discrète admissible à la résolution par la méthode lagrangienne *SPH*.

Le mouvement des glaces est simulé en usant d'un nombre suffisamment élevé de parcelles, lesquelles sont porteuses de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Les propriétés locales du champ de glace sont interpolées depuis les parcelles jouxtant le point considéré. La densité massique ρ, comme la concentration surfacique N, est obtenue à partir de la fonction de distribution. Ainsi, la masse de la parcelle k est évaluée comme suit:

$$m_k = \int_A \rho_k dA = \int_A \left(\rho_i N t_i\right)_k dA \tag{4.26}$$

où $\rho_k = \rho_i N t_i$ est la masse de glace par unité de surface; $(N)_k$, la concentration de glace à la surface; ρ_i, la masse volumique de la glace et $(t_i)_k$, son épaisseur. Tous ces attributs sont des propriétés appréciées au centre de l'aire A occupée par la parcelle.

La masse de glace que transporte une parcelle est déterminée par le modélisateur. En général, la précision des méthodes lagrangiennes est directement liée au nombre de parcelles introduites pour la résolution d'un problème. Il importe donc de choisir une masse de glace appropriée. Elle ne doit pas être trop grande, ce qui pourrait causer une perte de précision, ni trop petite, car la charge de calcul s'en trouverait alourdie.

La densité massique à l'endroit de la parcelle k, soit à $\vec{r}_k = \vec{i}x + \vec{j}y$, est obtenue de l'équation (4.10):

$$\rho_k = \sum_j \rho_j \frac{m_j}{\rho_j} W\left(\vec{r}_k - \vec{r}_j, h\right) \tag{4.27}$$

$$\rho_k = \sum_j m_j W\left(\vec{r}_k - \vec{r}_j, h\right) = \sum_j m_j W_{kj} \tag{4.28}$$

où W_{kj} exprime la fonction moyenne issue du lissage des fonctions d'interpolation des parcelles k et j, à savoir $W_{kj} = [W(\vec{r}_{kj}, h_k) + W(\vec{r}_{kj}, h_j)]/2$. La glace voit sa masse et sa concentration automatiquement conservées par cette formulation. Le présent modèle numérique n'inclut pas les termes de source et de puits E_m, E_a ou R_a des équations de conservation (3.50) et (3.51). Ces termes sont pris en considération uniquement si des échanges thermiques font varier la masse des parcelles. La concentration de surface est calculée en supposant que l'accumulation possède une épaisseur équivalente à celle d'un bloc de glace t_{i_0}, soit:

$$(N)_k = \frac{(\rho)_k}{\rho_i t_{i_0}} \tag{4.29}$$

La concentration surfacique de glace est toutefois limitée par une valeur maximale $N_{\max}$. Quand cette limite est atteinte, un épaississement mécanique se produit, *i.e.* $(\rho)_k = \rho_i (N)_k t_{i_0} = \rho_i N_{\max} (t_i)_k$. L'épaisseur de la glace devient alors:

$$(t_i)_k = \frac{(\rho)_k}{\rho_i N_{\max}} \tag{4.30}$$

L'équation de la quantité de mouvement pour la parcelle k localisée à $\vec{r}_k$ s'exprime de la façon suivante:

$$(\rho)_k \left(\frac{D\vec{V}_i}{Dt} \right)_k = \left(\vec{R}\right)_k + \left(\vec{F}_a\right)_k + \left(\vec{F}_w\right)_k + \left(\vec{G}\right)_k \tag{4.31}$$

où $(\frac{D\vec{V}_i}{Dt})_k = (\vec{a})_k$ est l'accélération de la parcelle k, tel que:

$$(\vec{a})_k = \left(\frac{D\vec{V}_i}{Dt} \right)_k = \frac{1}{(\rho)_k} \left[\left(\vec{R}\right)_k + \left(\vec{F}_a\right)_k + \left(\vec{F}_w\right)_k + \left(\vec{G}\right)_k \right] \tag{4.32}$$

Les forces internes et externes sont représentées comme suit:

- **Résistance interne de la glace** $(\vec{R})_k = \vec{i}(R_x)_k + \vec{j}(R_y)_k$:

$$\frac{1}{(\rho)_k}\left(R_x\right)_k = \sum_j m_j \left\{ \left[\frac{\left(\sigma_{xx} Nt_i\right)_k}{(\rho)_k^2} + \frac{\left(\sigma_{xx} Nt_i\right)_j}{(\rho)_j^2} \right] \frac{\partial W_{kj}}{\partial x} \right.$$

$$\left. + \left[\frac{\left(\sigma_{xy} Nt_i\right)_k}{(\rho)_k^2} + \frac{\left(\sigma_{xy} Nt_i\right)_j}{(\rho)_j^2} \right] \frac{\partial W_{kj}}{\partial y} \right\}$$

$$\frac{1}{(\rho)_k}\left(R_y\right)_k = \sum_j m_j \left\{ \left[\frac{\left(\sigma_{yx} Nt_i\right)_k}{(\rho)_k^2} + \frac{\left(\sigma_{yx} Nt_i\right)_j}{(\rho)_j^2} \right] \frac{\partial W_{kj}}{\partial x} \right.$$

$$\left. + \left[\frac{\left(\sigma_{yy} Nt_i\right)_k}{(\rho)_k^2} + \frac{\left(\sigma_{yy} Nt_i\right)_j}{(\rho)_j^2} \right] \frac{\partial W_{kj}}{\partial y} \right\} \quad (4.33)$$

où $(\sigma_{xx})_k$, $(\sigma_{yy})_k$ et $(\sigma_{xy})_k = (\sigma_{yx})_k$ sont les contraintes internes à l'endroit de la parcelle k. Ces contraintes sont exprimées par le biais d'un des modèles d'écoulement décrits au chapitre précédent.

- **Modèle viscoplastique:**

Selon la loi non linéaire d'écoulement viscoplastique, les contraintes à l'intérieur de la masse de glace, exprimées en terme de gradients de vitesse, de viscosité et de pression, deviennent (Lu, 1998):

$$\left(\sigma_{xx}\right)_k = 2\nu_k \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_k + \left(\zeta_k - \nu_k\right)\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_k + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_k\right] - \frac{P_k}{2}$$

$$\left(\sigma_{yy}\right)_k = 2\nu_k\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_k + \left(\zeta_k - \nu_k\right)\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_k + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_k\right] - \frac{P_k}{2}$$

$$\left(\sigma_{xy}\right)_k = \nu_k\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_k + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_k\right] \tag{4.34}$$

La pression à $\vec{r}_k$ peut être évaluée depuis l'épaisseur de glace, la concentration et l'angle de friction interne:

$$P_k = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g (t_i)_k}{2}\left[\frac{(N)_k}{N_{\max}}\right]^j \tag{4.35}$$

lorsque le modèle est pourvu d'une courbe d'état limite de forme elliptique et

$$P_k = \left[1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{\phi}{2}\right)\right]\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g (t_i)_k}{2}\left[\frac{(N)_k}{N_{\max}}\right]^j \tag{4.36}$$

si on a recours au critère de rupture de Mohr-Coulomb. Les signes + et - correspondent aux états de convergence et de divergence du *pack* de glace, état déterminé par le gradient de vitesse local $(\nabla \cdot \vec{V}_i)_k = (\frac{\partial u}{\partial x})_k + (\frac{\partial v}{\partial y})_k$. La dérive de glace converge lorsque $(\nabla \cdot \vec{V}_i)_k \leq 0$, et elle diverge lorsque $(\nabla \cdot \vec{V}_i)_k > 0$. Les gradients de vitesse peuvent être calculés à partir de:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\sum_j m_j\left(u_j - u_k\right)\frac{\partial W_{kj}}{\partial x}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\sum_j m_j\left(u_j - u_k\right)\frac{\partial W_{kj}}{\partial y}$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\sum_j m_j\left(v_j - v_k\right)\frac{\partial W_{kj}}{\partial x}$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\sum_j m_j\left(v_j - v_k\right)\frac{\partial W_{kj}}{\partial y} \tag{4.37}$$

Également, les viscosités ζ et ν sont fonction du gradient de vitesse, de la pression de la glace et du rapport des principaux axes caractérisant l'ellipsoïde des contraintes. Pour le seuil d'écoulement plastique elliptique, on a:

$$(\zeta)_k = \frac{P_k}{2\Delta_k}$$

$$(\nu)_k = \frac{(\zeta)_k}{e^2} \tag{4.38}$$

où $\Delta_k = \{(D_I)_k^2 + [(D_{II})_k/e]^2\}^{\frac{1}{2}}$. Les premier et second invariants de la matrice des vitesses de déformation sont respectivement $(D_I)_k = (\frac{\partial u}{\partial x})_k + (\frac{\partial v}{\partial y})_k$ et $(D_{II})_k = \{[(\frac{\partial u}{\partial x})_k - (\frac{\partial v}{\partial y})_k]^2 + [(\frac{\partial u}{\partial y})_k + (\frac{\partial v}{\partial x})_k]^2\}^{\frac{1}{2}}$. Un gradient de vitesse nul peut produire une viscosité infiniment grande à cause de $\Delta = 0$. Pour des raisons numériques, il est donc nécessaire de fixer un plafond pour la viscosité volumétrique $\zeta_{\max}$. Dans la présente étude, $\zeta_{\max}$ est fixée à 10^8 N · s / m^2 (Chen, 1993).

Pour le critère de rupture de Mohr-Coulomb, on a plutôt:

$$(\zeta)_k = 0$$

$$(\nu)_k = \frac{P_k \sin\phi}{2\left[\left(\dot{\varepsilon}_1\right)_k - \left(\dot{\varepsilon}_2\right)_k\right]} \tag{4.39}$$

- **Modèle élasto-plastique:**

Dans la loi non linéaire d'écoulement élasto-plastique, les contraintes sont exprimées de la façon suivante:

$$(\sigma_{xx})_k = 2G_k\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_k + (K_k - G_k)\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_k + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_k\right] - \frac{P_k}{2}$$

$$(\sigma_{yy})_k = 2G_k\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_k + (K_k - G_k)\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_k + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_k\right] - \frac{P_k}{2}$$

$$(\sigma_{xy})_k = G_k\left[\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_k + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_k\right] \tag{4.40}$$

La pression à $\vec{r}_k$, $P_k = (P_p)_k + (P_a)_k$, est évaluée depuis les propriétés du couvert de glace à l'endroit de la parcelle k tel que:

$$(P_p)_k = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g(t_i)_k}{2}\left[\frac{(N)_k}{N_{\max}}\right]^j \tag{4.41}$$

et

$$(P_a)_k = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g(t_i)_k}{2}\left[\frac{(N)_k}{N_{\max}}\right]^j \tag{4.42}$$

Les déformations sont calculées comme suit:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\sum_j m_j(U_j - U_k)\frac{\partial W_{kj}}{\partial x_k}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\sum_j m_j(U_j - U_k)\frac{\partial W_{kj}}{\partial y_k}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\sum_j m_j\left(V_j - V_k\right)\frac{\partial W_{kj}}{\partial x_k}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\sum_j m_j\left(V_j - V_k\right)\frac{\partial W_{kj}}{\partial y_k} \tag{4.43}$$

Le module de glissement G_k, comme le module d'élasticité K_k, dépendent des déformations et de la pression de la glace. Pour le seuil d'écoulement plastique elliptique, on a:

$$K_k = \frac{E_k}{2(1-\nu)} \tag{4.44}$$

et

$$G_k = \frac{E_k}{2(1+\nu)} \tag{4.45}$$

où E_k, le module d'Young, s'exprime de la façon suivante:

$$E_k = \frac{(1-\nu)(1+\nu)}{\left\{(1+\nu)^2\left[(\varepsilon_1)_k + (\varepsilon_2)_k\right]^2 + (1+\nu)^2 e^2\left[(\varepsilon_1)_k - (\varepsilon_2)_k\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}}\left[(P_p)_k - (P_a)_k\right] \tag{4.46}$$

Le coefficient de Poisson ν est fixé à $\frac{1}{3}$ dans la présente étude.

Pour le critère de rupture de Mohr-Coulomb, les modules s'expriment comme suit:

$$K_k = \frac{P_k - P_k^*}{2\left[(\varepsilon_1)_k + (\varepsilon_2)_k\right]} \tag{4.47}$$

et

$$G_k = \frac{P_k^* \sin\phi}{2\left[(\varepsilon_1)_k - (\varepsilon_2)_k\right]} \tag{4.48}$$

où $P_k = (P_p)_k + (P_a)_k$, $(P_p)_k$ et $(P_a)_k$ étant respectivement définis par les équations (4.41) et (4.42). Enfin:

$$P_k^* = \left[1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{\phi}{2}\right)\right]\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g(t_i)_k}{2}\left[\frac{(N)_k}{N_{\max}}\right]^j \tag{4.49}$$

où les signes + et - s'emploient selon que la masse de glace est dans un état de convergence ou de divergence.

- **Force de traînée du vent** $(\vec{F}_a)_k = \vec{i}(\tau_{a_x}N)_k + \vec{j}(\tau_{a_y}N)_k$:

$$\left(\tau_{a_x}\right)_k = \rho_a c_a \left|\vec{W}\right|_k (W_x)_k$$

$$\left(\tau_{a_y}\right)_k = \rho_a c_a \left|\vec{W}\right|_k (W_y)_k \tag{4.50}$$

où $(\vec{W})_k$ est la vitesse du vent à l'endroit où la parcelle k est localisée, soit à $\vec{r}_k$.

- **Force de traînée de l'eau** $(\vec{F}_w)_k = \vec{i}(\tau_{w_x}N)_k + \vec{j}(\tau_{w_y}N)_k$:

$$\left(\tau_{w_x}\right)_k = \rho_w c_w \left|\vec{V}_w - \vec{V}_i\right|_k \left(V_{w_x} - u\right)_k$$

$$\left(\tau_{w_y}\right)_k = \rho_w c_w \left|\vec{V}_w - \vec{V}_i\right|_k \left(V_{w_y} - v\right)_k \tag{4.51}$$

où $(\vec{V}_w)_k$ est la vitesse du courant à $\vec{r}_k$, et u_k, v_k sont les composantes selon x et y de la vitesse de la parcelle k.

- **Force gravitationnelle** $(\vec{G})_k = \vec{i}(G_x)_k + \vec{j}(G_y)_k$:

$$\left(G_x\right)_k = -(\rho)_k g\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_k$$

$$\left(G_y\right)_k = -(\rho)_k g\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)_k \tag{4.52}$$

où $(\nabla\eta)_k$ est la pente de la surface de l'eau à $\vec{r}_k$.

4.2.3 INTÉGRATION TEMPORELLE

La vitesse d'une parcelle de glace au pas de temps suivant est trouvée en solutionnant l'équation (4.32):

$$\left(\frac{Du_i}{Dt}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\left[\left(R_x\right)_k + \left(F_{a_x}\right)_k + \left(F_{w_x}\right)_k + \left(G_x\right)_k\right]$$

$$\left(\frac{Dv_i}{Dt}\right)_k = \frac{1}{(\rho)_k}\left[\left(R_y\right)_k + \left(F_{a_y}\right)_k + \left(F_{w_y}\right)_k + \left(G_y\right)_k\right] \tag{4.53}$$

La force de traînée de l'eau $\vec{F}_w$ est généralement la force dominante s'exerçant sur une parcelle. Puisque la force hydrodynamique est fonction de la vitesse de la glace, Shen et Chen (1992) décrivent $\vec{F}_w$ en utilisant la vitesse moyenne de la glace. Ainsi, en omettant l'indice k, le système (4.53), exprimé dans un schéma de différences finies semi-implicite de premier ordre, devient:

$$f_x\left(u_i, v_i, t\right) = u_i^{t+\Delta t} - u_i^t - \Delta t\left[K_x + c_w\left(u_w - \bar{u}_i\right)\sqrt{\left(u_w - \bar{u}_i\right)^2 + \left(v_w - \bar{v}_i\right)^2}\right]^{t+\alpha\Delta t} = 0$$

$$f_y\left(u_i, v_i, t\right) = v_i^{t+\Delta t} - v_i^t - \Delta t\left[K_y + c_w\left(v_w - \bar{v}_i\right)\sqrt{\left(u_w - \bar{u}_i\right)^2 + \left(v_w - \bar{v}_i\right)^2}\right]^{t+\alpha\Delta t} = 0 \tag{4.54}$$

avec

$$K_x = \frac{1}{(\rho)_k}\left[\left(R_x\right)_k + \left(F_{a_x}\right)_k + \left(G_x\right)_k\right]$$

$$K_y = \frac{1}{(\rho)_k}\left[\left(R_y\right)_k + \left(F_{a_y}\right)_k + \left(G_y\right)_k\right] \qquad (4.55)$$

où $\overline{u}_i = \alpha u_i^{t+\Delta t} + (1-\alpha)u_i^t$ et $\overline{v}_i = \alpha v_i^{t+\Delta t} + (1-\alpha)v_i^t$, $\overline{u}_i$ et $\overline{v}_i$ étant les composantes selon x et y de la vitesse moyenne de la glace, avec $\alpha = 0.75$ tel que recommandé par Chen (1993) pour des raisons de stabilité. La figure 4.7 illustre le déroulement temporel de la résolution du système. On cherche à évaluer u et v à $t + \Delta t$ depuis les fonctions f_x et f_y calculées à $t + \alpha\Delta t$, les vitesses u, v étant connues à t.

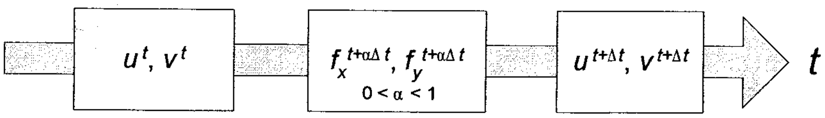


Figure 4.7 : Aspect temporel de la résolution.

Les équations du système (4.54) sont des équations semi-implicites des inconnues $u_i^{t+\Delta t}$ et $v_i^{t+\Delta t}$, lesquelles peuvent être résolues par la méthode itérative de Newton-Raphson. La vitesse d'une parcelle au temps $t + \Delta t$ est calculée à l'itération $n+1$ de la façon suivante:

$$u_{n+1}^{t+\Delta t} = u_n^{t+\Delta t} - \frac{f_x\left(u_n, v_n, t+\alpha\Delta t\right)}{f_x'\left(u_n, v_n, t+\alpha\Delta t\right)}$$

$$v_{n+1}^{t+\Delta t} = v_n^{t+\Delta t} - \frac{f_y\left(u_n, v_n, t+\alpha\Delta t\right)}{f_y'\left(u_n, v_n, t+\alpha\Delta t\right)} \qquad (4.56)$$

avec $u_0^{t+\Delta t} = u^t$, $v_0^{t+\Delta t} = v^t$. Quant aux dérivées partielles f_x' et f_y', elles sont évaluées par la méthode des perturbations, soit:

$$f_x' \approx \frac{f_x\left(u_i + \Delta u_i, v_i, t + \alpha\Delta t\right) - f_x\left(u_i, v_i, t + \alpha\Delta t\right)}{\Delta u_i}$$

$$f_y' \approx \frac{f_y\left(u_i, v_i + \Delta v_i, t + \alpha\Delta t\right) - f_y\left(u_i, v_i, t + \alpha\Delta t\right)}{\Delta v_i} \tag{4.57}$$

avec $\Delta u_i = \Delta v_i = 10^{-4}$ m/s. La vitesse à $t + \Delta t$ est trouvée lorsque la norme $\left|\frac{u_{n+1} - u_n}{u_n}\right| \leq \varepsilon$, ε étant typiquement de l'ordre de 10^{-4}.

Les parcelles sont ensuite déplacées conformément à l'équation (4.23). Une fois les parcelles déplacées à leur nouvelle position, les propriétés comme la densité massique, la concentration et l'épaisseur sont mises à jour en utilisant les équations (4.28), (4.29) et (4.30).

4.2.3.1 Gestion des collisions

La méthode *SPH* considère les entités lagrangiennes comme des corps physiques capables de déformation, mais non de superposition. En effet, les phénomènes d'interpénétration sont proscrits par la méthode, laquelle préfère laisser libre cours aux interactions des parcelles. Il arrive cependant que la pression à l'endroit d'une parcelle soit insuffisamment élevée pour éviter les chevauchements (Monaghan, 1989a). Il en résulte une évaluation inexacte des trajectoires finales à laquelle succède une superposition indésirable des parcelles. Deux techniques ont été développées pour prévenir l'occurrence des phénomènes d'interpénétration.

4.2.3.1.1 Lissage des vitesses

La première technique, mise de l'avant par Monaghan (1989a), consiste à lisser la vitesse de déplacement d'une parcelle en fonction de la vitesse des parcelles avoisinantes. Seules les parcelles susceptibles d'emboutir un obstacle subissent une correction de leur vitesse de déplacement. La vitesse lissée $\vec{V}_{i_k}^{p}$ est calculée depuis l'expression suivante (Monaghan, 1989a):

$$\frac{d\vec{r}_k}{dt} = \vec{V}_{i_k}^{p} = \vec{V}_{i_k} + \varepsilon \sum_j \frac{m_j}{\overline{\rho}_{kj}} \left(\vec{V}_{i_j} - \vec{V}_{i_k} \right) W_{kj} \tag{4.58}$$

où $\overline{\rho}_{kj} = \frac{1}{2}(\rho_k + \rho_j)$ et ε est un paramètre d'ajustement variant de 0 à 1.

L'expression proposée par Chen (1993) peut également être utilisée pour calculer la vitesse moyenne des parcelles:

$$\vec{V}_{i_k}^{p} = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \vec{V}_{i_j} W_{kj} \tag{4.59}$$

Les vitesses ainsi uniformisées permettent de procéder à un déplacement harmonieux de l'ensemble des parcelles.

4.2.3.1.2 Ajout local de viscosité artificielle

La seconde technique opte plutôt pour l'ajout local de viscosité artificielle afin de prévenir l'interpénétration des parcelles et, du même coup, favoriser leur interaction (Uppsala University. Uppsala Astronomical Observatory, 1995a). La viscosité artificielle est d'autant plus importante que le différentiel des vitesses des parcelles vouées à s'entrechoquer est grand. La viscosité artificielle est introduite par le biais d'un terme supplémentaire inséré dans l'équation (4.33) exprimant la résistance interne (Chen, 1993). Elle devient:

$$\frac{1}{(\rho)_k}(R_x)_k = \sum_j m_j \left\{ \left[\frac{(\sigma_{xx} N t_i)_k}{(\rho)_k^2} + \frac{(\sigma_{xx} N t_i)_j}{(\rho)_j^2} - \frac{\alpha \bar{h}_{kj} \bar{c}_{kj} \Pi_{kj}}{(\bar{\rho})_{kj}} \right] \frac{\partial W_{kj}}{\partial x} \right.$$

$$\left. + \left[\frac{(\sigma_{xy} N t_i)_k}{(\rho)_k^2} + \frac{(\sigma_{xy} N t_i)_j}{(\rho)_j^2} \right] \frac{\partial W_{kj}}{\partial y} \right\}$$

$$\frac{1}{(\rho)_k}\left(R_y\right)_k=\sum_j m_j\left\{\left[\frac{\left(\sigma_{yx}Nt_i\right)_k}{(\rho)_k^2}+\frac{\left(\sigma_{yx}Nt_i\right)_j}{(\rho)_j^2}\right]\frac{\partial W_{kj}}{\partial x}\right.$$

$$\left.+\left[\frac{\left(\sigma_{yy}Nt_i\right)_k}{(\rho)_k^2}+\frac{\left(\sigma_{yy}Nt_i\right)_j}{(\rho)_j^2}-\frac{\alpha\bar{h}_{kj}\bar{c}_{kj}\prod_{kj}}{\left(\bar{\rho}\right)_{kj}}\right]\frac{\partial W_{kj}}{\partial y}\right\} \tag{4.60}$$

dans laquelle α est une constante empirique; $c=\sqrt{\frac{(j+2)P}{\rho_i}}$ est la vitesse locale de déplacement des ondes; $\bar{c}_{kj}=\frac{(c_k+c_j)}{2}$, $\bar{h}_{kj}=\frac{(h_k+h_j)}{2}$ et $(\bar{\rho})_{kj}=\frac{[(\rho)_k+(\rho)_j]}{2}$. Le terme $\prod_{kj}$ est défini comme suit:

$$\prod_{kj}=\begin{cases}-\dfrac{\left(\vec{V}_i\right)_{kj}\cdot\vec{r}_{kj}}{\vec{r}_{kj}^{\,2}+\varepsilon\bar{h}_{kj}^{2}}\,; & si\,(\vec{V}_i)_{kj}\cdot\vec{r}_{kj}<0\\ \quad 0 \quad ; & autrement\end{cases} \tag{4.61}$$

où $(\vec{V}_i)_{kj}=(\vec{V}_i)_k-(\vec{V}_i)_j$; $\vec{r}_{kj}=\vec{r}_k-\vec{r}_j$ et $\varepsilon\approx 0.01$. La condition $(\vec{V}_i)_{kj}\cdot\vec{r}_{kj}<0$ signifie que $\prod_{kj}\neq 0$ pour les cas où les parcelles convergent vers $\vec{r}_k$.

En dynamique des fluides compressibles, si les parcelles se rencontrent à une vitesse supérieure à celle du son, l'interaction est qualifiée de choc, lequel est souvent suivi d'oscillations parasites que la viscosité artificielle amortit. Le choc, en dynamique des glaces, se produit au moment où une parcelle dérivant librement voit sa course soudainement arrêtée en se butant à une accumulation de parcelles (Shen et Chen, 1992).

4.2.3.1.3 Choix du pas de temps

Su (1997) estime que les simulations de transport de glace en rivières donnent peu souvent lieu à des phénomènes d'interpénétration en raison des faibles vitesses de déplacement habituellement rencontrées. Il recommande toutefois d'utiliser un pas de temps inférieur à 2 secondes pour qu'un déclenchement hâtif des lois de comportement entre les parcelles en assure le plein fonctionnement. Le recours à un pas de temps suffisamment petit pour parer les risques d'interpénétration peut cependant devenir contraignant si les ressources informatiques sont limitées.

4.2.3.1.4 Pas de temps locaux

Si l'imposition d'un petit pas de temps global devient impraticable en raison de l'explosion des calculs qu'elle provoque, l'alternative serait de procéder à un raffinement local du pas de temps. Lorsque le rapport des concentrations de glace de surface $N/N_{\max}$ est en deçà de 0.7, les forces générées par l'interaction des parcelles sont négligeables (Babic *et al.*, 1990b), aussi le recours à un pas de temps plus court est inutile. Par contre, quand la concentration en un point du domaine surpasse ce seuil, un raffinement local du pas de temps est requis.

Des dispositions ont donc été prises pour fractionner le pas de temps global dans les situations où le télescopage semble inéluctable, ce qui permet aussi d'éviter qu'une parcelle passe outre les obstacles de petites dimensions. Chaque parcelle est ainsi dotée de son propre pas de temps, lequel est fractionné au besoin. De cette façon, deux parcelles destinées à s'entrechoquer voient leur pas de temps individuel raffiné, occasionnant un contact graduel grâce à une réaction de répulsion initiée plus tôt. Les trajectoires dévient d'une façon naturelle et l'impact est modulé par la loi de comportement. Bien qu'elle affiche plus de souplesse vis-à-vis du choix du pas de temps, cette approche s'accompagne d'une gestion temporelle considérablement plus complexe.

4.2.3.2 Influence du pas de temps

Les sections précédentes nous amènent à discuter de l'influence qu'exerce le pas de temps sur la précision du modèle numérique. Aussi, la discussion suivante porte essentiellement sur la sensibilité du modèle face au choix du pas de temps. La validation du modèle discret fait quant à elle l'objet du prochain chapitre.

Un essai dans un espace unidimensionnel est donc effectué pour contrôler la qualité de la solution numérique. Le *test* consiste à simuler la dynamique de deux parcelles identiques dont la proximité engendre des forces de répulsion puis un mouvement en sens inverse. Pour les besoins de l'essai, seule la force de résistance interne est activée dans le programme. À cet égard, il est démontré en appendice que la contrainte interne est fonction uniquement de la pression P, tel que:

$$\sigma_{xx} = \frac{P}{4}\left(\sqrt{5} - 2\right) \tag{4.62}$$

L'équation du mouvement est alors réduite à l'expression suivante:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\left(\sqrt{5} - 2\right)}{4} \frac{d\left(PNt_i\right)}{dx} \tag{4.63}$$

où P est calculée depuis l'équation (4.35). En intégrant 2 fois l'équation (4.63) par rapport aux variables x et t, on obtient la trajectoire des parcelles.

La figure 4.8 montre la configuration initiale des parcelles et un tableau donne la valeur de leurs attributs. La vitesse initiale est nulle et la concentration N est gardée constante tout au long de l'essai. Les figures 4.9 à 4.12 montrent l'évolution dans le temps de la position, la vitesse, l'accélération absolue $(\frac{Du}{Dt})$ et la densité massique $(\rho_i Nt_i)$ de l'une des deux parcelles.

Dans l'ensemble, les résultats présentés aux figures 4.9 à 4.12 montrent peu de sensibilité face au pas de temps, les écarts étant très faibles. En particulier, la densité massique, illustrée à la figure 4.12, est pratiquement indépendante de l'intervalle de temps retenu pour la résolution du problème. En revanche, la trajectoire et la vitesse des parcelles sont les variables les plus exposées aux incertitudes liées au choix de discrétisation. À la figure 4.11, l'accélération montre pour sa part une dépendance plus marquée dans la portion initiale de la simulation. Enfin, les figures 4.9 à 4.11 indiquent clairement qu'un pas de temps plus petit assure la convergence vers une même solution.

À la lumière de ces résultats, il a été décidé d'utiliser un pas de temps égal ou inférieur à 1 seconde pour tous les essais réalisés par la suite. Le choix de cet intervalle de temps respecte le seuil établi à 2 secondes par Su (1997) au-dessous duquel les risques d'interpénétration des parcelles sont très faibles.

Conditions initiales		
Parcelle	1	2
Position	-5 m	5 m
Épaisseur	1.5 m	1.5 m
Concentration	0.6	0.6
Long. lissage	10 m	10 m
Vitesse	0 m/s	0 m/s

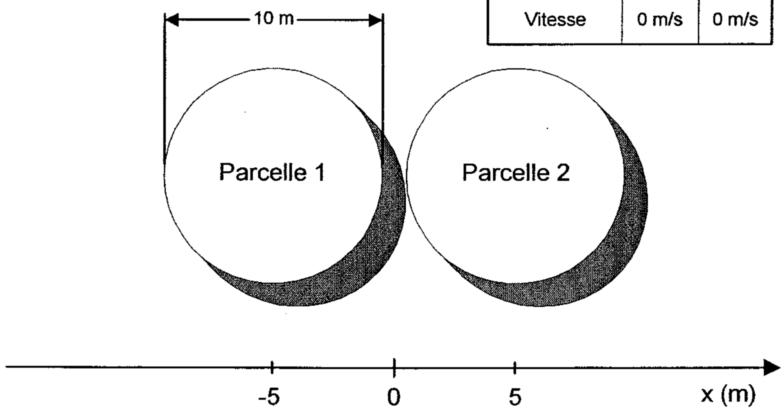


Figure 4.8 : Configuration initiale des propriétés des parcelles.

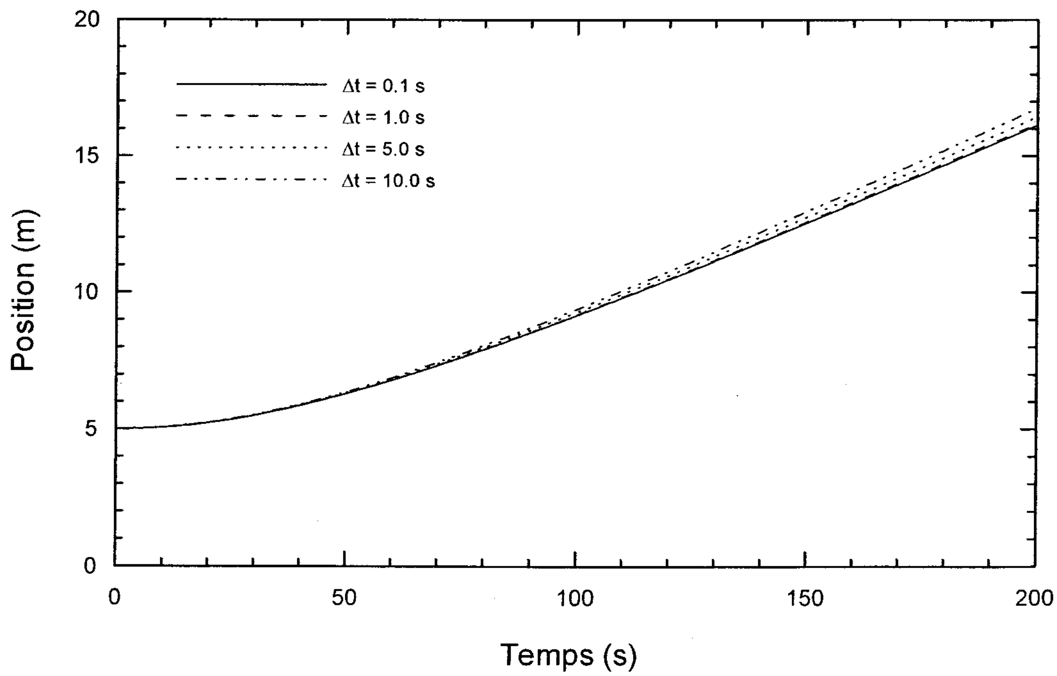


Figure 4.9 : Évolution de la position de la parcelle.

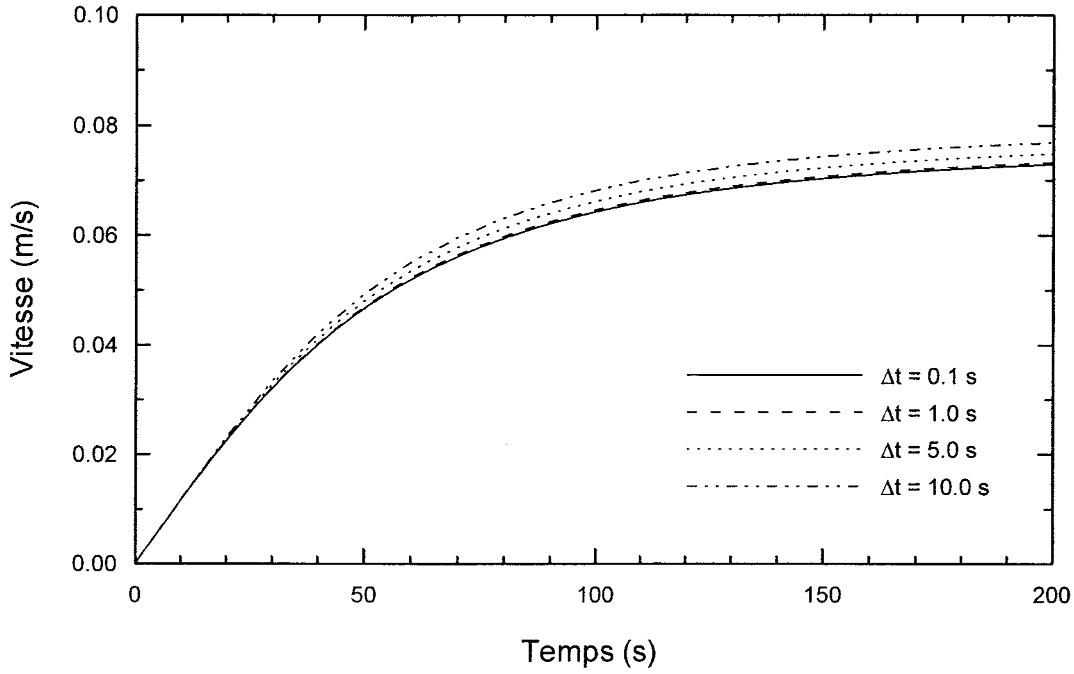


Figure 4.10 : Évolution de la vitesse de la parcelle.

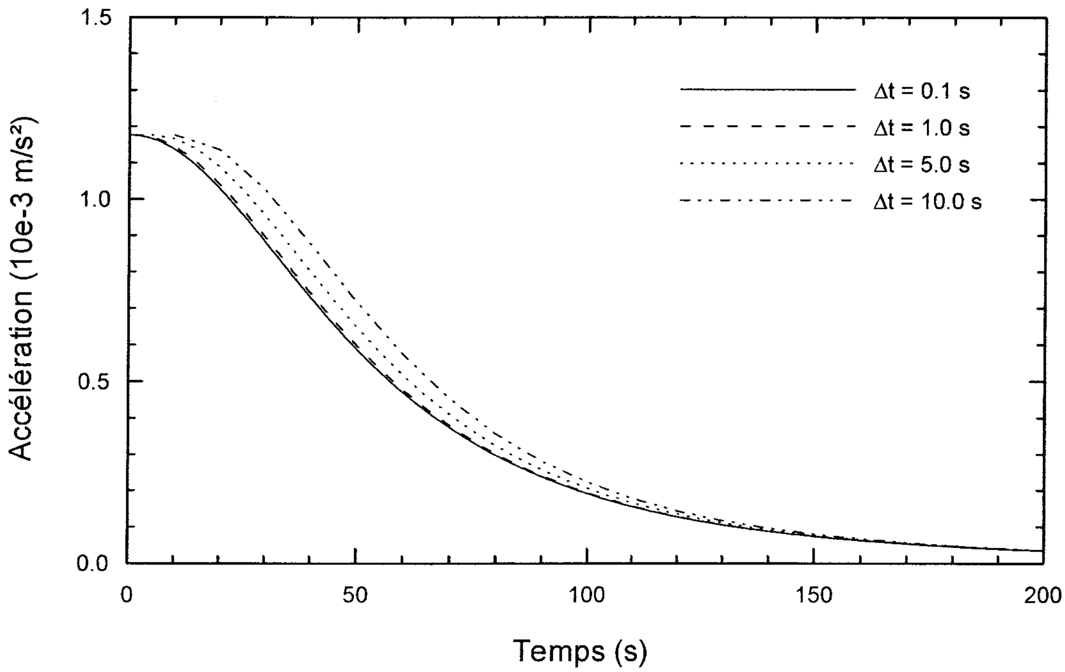


Figure 4.11 : Évolution de l'accélération de la parcelle.

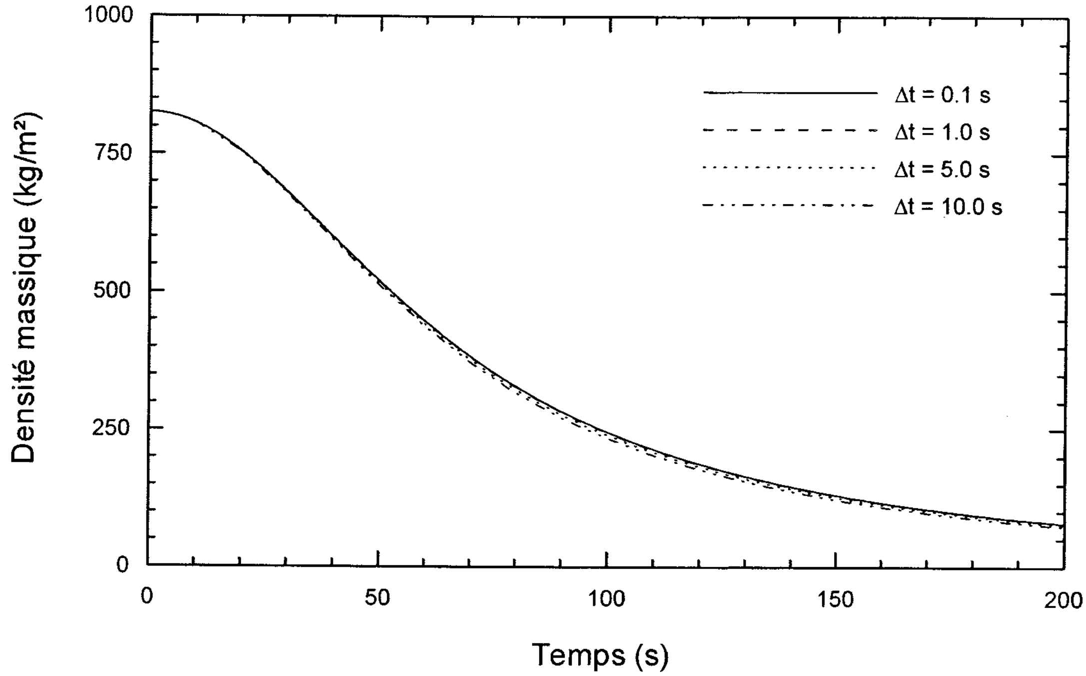


Figure 4.12 : Évolution de la densité massique de la parcelle.

4.2.4 RÉSISTANCE DU FOND ET FRICTION SUR LES BERGES

Au cours de leur dérive, les glaçons peuvent entrer en contact avec les berges ou encore le fond du cours d'eau. Le contact se traduit par une force qui s'oppose au mouvement des blocs de glace et freine leur course. Un terme de frottement doit donc être ajouté à l'équation du mouvement.

La résistance offerte par les berges se manifeste dans une direction qui leur est tangente. Elle est calculée à partir d'une enveloppe de Mohr-Coulomb appliquée à la glace morcelée ou, plus concrètement, depuis un critère de rupture (Hanes et Inman, 1985):

$$F_f = F_C + F_N \tan \phi_B \tag{4.64}$$

où F_f est la force de friction générée par le contact entre les glaçons et la berge; F_C est la force de cohésion que l'on suppose égale à zéro; $\tan \phi_B$ est le coefficient de friction dynamique et F_N est la composante normale par rapport à la berge de la force résultante agissant sur la parcelle. La force de friction n'existe que si la parcelle est poussée contre la rive.

L'équation du mouvement devient:

$$(\rho)_k \left(\frac{D\vec{V}_{i_T}}{Dt} \right)_k = \left[(\vec{R})_k + (\vec{F}_a)_k + (\vec{F}_w)_k + (\vec{G})_k \right]_T - (F_f)_k \frac{(\vec{V}_{i_T})_k}{|\vec{V}_{i_T}|_k} \tag{4.65}$$

et la force de friction agissant sur $(\rho)_k$ est:

$$(F_f)_k = F_C + \left[(\vec{R})_k + (\vec{F}_a)_k + (\vec{F}_w)_k + (\vec{G})_k \right]_N \tan\phi_B \tag{4.66}$$

Par conséquent, la vitesse tangentielle de la glace est trouvée avec l'équation modifiée du mouvement, soit l'équation (4.65), toujours par la méthode itérative de Newton-Raphson. La vitesse normale de la glace est zéro, *i.e.* $\vec{V}_{i_N} = 0$, puisque le flux de glace est nul sur la frontière fermée ($\vec{q}_{i_N} = 0$).

De son côté, l'intensité de la force de friction provenant du fond est calculée à partir du poids de la glace submergée, soit:

$$|\vec{F}_G| = N\left[\rho_i t_i - \rho_w(\eta + h) \right] g \tan\phi_b \tag{4.67}$$

où $\tan\phi_b$ est le coefficient de résistance lit-glace. La résistance du lit s'oppose toujours au mouvement de la parcelle de glace ou à sa tendance à se mouvoir, ce qui en détermine la direction et le sens.

Quand une parcelle de glace est en contact avec le fond et la berge au même moment, la résistance du lit et la friction de la berge devraient être combinées dans le calcul. Soulignons qu'il s'agit dans les deux cas d'un frottement dynamique. Les conditions de friction statique, *i.e.* quand une parcelle commence à se mouvoir depuis un état de repos ($\vec{V}_i = 0$), constituent un cas légèrement différent qui n'est pas inclus dans ce travail.

4.2.5 CONDITIONS INITIALES

À l'instar de toute procédure de résolution de problème transitoire ou non permanent, le démarrage d'une simulation de transport des glaces requiert l'initialisation de nombreux paramètres. Il est en effet nécessaire de spécifier une solution à l'instant t_0, appelée conditions initiales, qui satisfait l'équilibre des équations de la dynamique des glaces. Ce protocole consiste en l'attribution de valeurs initiales aux propriétés des parcelles de glace comme la concentration, l'épaisseur et la vitesse. Si de telles informations ne sont pas disponibles, le modèle doit lui-même générer un état initial suivant quelques hypothèses. C'est le « démarrage à froid ».

De façon générale, un état initial typique est généré en assumant que la glace est uniformément distribuée à la surface du domaine selon une concentration N_0 évaluée à l'aide de photographies aériennes ou encore, d'observations directes. La masse de glace entrant dans le domaine est estimée de la même façon. L'épaisseur initiale t_{i_0} de la couche de glace correspond à l'épaisseur des glaçons. La vitesse initialement imposée aux parcelles est la vitesse du courant interpolée à l'endroit où elles sont situées, ce qui oblige la zone de simulation de transport de glace à être englobée par le domaine de simulation hydrodynamique. En effet, le calcul du déplacement des parcelles est tributaire de la disponibilité des données hydrodynamiques. Une fois ces premiers paramètres initialisés, les autres attributs sont aisément quantifiés.

Plus rarement, des données de terrain sont disponibles et permettent d'initialiser complètement tous les paramètres de la simulation. Il s'agit du « démarrage à chaud ». Enfin, toutes ces quantités peuvent également être obtenues d'une simulation antérieure, laquelle constitue un jeu de conditions initiales pour une simulation ultérieure.

4.2.6 CONDITIONS AUX LIMITES

Le domaine de simulation est défini par une suite de frontières tantôt ouvertes, tantôt fermées. Une frontière est ouverte lorsqu'un échange de masse peut s'y produire. Le débit de glace transitant dans le domaine est contrôlé par une condition imposée aux frontières ouvertes à l'amont. Dans la formulation lagrangienne, les parcelles peuvent franchir librement la frontière ouverte à l'aval où elles sont simplement éliminées de la simulation.

La frontière fermée permet pour sa part de restreindre le domaine de simulation à une zone d'intérêt dont la portée est plus locale, ce qui évite la mobilisation de toute la base de données hydrodynamiques pour la réalisation des simulations de transport. Bien qu'elles soient d'abord une vue de l'esprit, les frontières fermées correspondent souvent aux limites physiques de l'écoulement comme les rives, les estacades, *etc.* Elles sont alors assorties d'une condition d'imperméabilité qui permet de confiner les parcelles au domaine de simulation.

4.2.6.1 Frontières ouvertes

Des informations sur la concentration, l'épaisseur, la densité massique, la vitesse et la longueur de lissage sont requises pour imposer les conditions sur les frontières ouvertes du modèle de la dynamique des glaces. Faute de disposer de mesures prises sur le terrain, l'imposition d'une vitesse initiale identique à celle du courant aux parcelles nouvellement introduites dans la simulation est une approximation raisonnable. Formellement, cette procédure s'écrit:

$$N = \overline{N}\ ; \quad t_i = \bar{t}_i \quad \text{et} \quad V_i = V_w \quad \text{sur la frontière amont} \tag{4.68}$$

4.2.6.2 Frontières fermées

Les frontières fermées n'ont reçu initialement que très peu d'attention dans le développement de la méthode lagrangienne *SPH*. En effet, la première application de la méthode relevait de l'astrophysique, secteur où l'étendue du domaine est théoriquement infinie. Par opposition, le transport de la glace en rivière est confiné à des limites d'écoulement formées de rives et de couverts de glace dont la prise en considération est incontournable. Cette prise en compte signifie non seulement le respect des limites de l'écoulement mais également la simulation des interactions se produisant entre la frontière et les parcelles. Une condition d'imperméabilité imposée aux frontières fermées confine les parcelles au domaine de simulation. Seuls les déplacements tangents à la frontière sont permis. On a donc:

$$V_{i_N} = 0 \text{ et } V_{i_T} \text{, libre (glissement)} \tag{4.69}$$

où N et T font respectivement référence aux directions normale et tangentielle.

La mise en oeuvre informatique de la condition d'imperméabilité, appliquée dans un contexte lagrangien, n'est pas triviale. Également, la simulation du contact entre la parcelle et la frontière doit être la plus représentative possible. Il existe plusieurs façons de simuler l'interaction frontière fermée - parcelle. Su (1997) a fait la revue des techniques existantes, lesquelles sont brièvement décrites à la section suivante.

4.2.6.2.1 Interaction de type frontière fermée - parcelle

Monaghan et Kocharyan (1995) ont développé une technique exigeant le déploiement de parcelles immobiles le long des frontières. Ces parcelles interviennent dans tous les calculs mais leur vitesse est remise à zéro à la fin de chaque pas de temps. Une des hypothèses de base de cette méthode veut que les longueurs de lissage soient à peu près égales pour toutes les parcelles à chaque pas de temps. Or, si la longueur de lissage d'une parcelle en mouvement diminue significativement lorsqu'elle est poussée contre la frontière, les parcelles stationnaires seront beaucoup plus grosses que celle venant à leur rencontre. Dans ce cas, la parcelle en mouvement sera rapidement évincée du domaine en raison du déséquilibre de pression, ce qui est peu représentatif de l'interaction intuitivement pressentie.

Une autre technique consiste à appliquer une force de répulsion depuis les frontières sur les parcelles incidentes (Monaghan, 1994). Si une parcelle s'approche à une distance inférieure à une longueur donnée de la frontière, une force de répulsion est ajoutée à la sommation des forces. La force de répulsion est soit constante, soit calculée par une simple loi de ressort. L'avantage de cette technique vient du fait qu'elle se prête bien à la programmation informatique et qu'elle ne sollicite pas de mémoire supplémentaire, aucune parcelle n'étant ajoutée à la simulation. La détermination de la constante du ressort demeure cependant la plus grande incertitude. Enfin, l'application d'une force constante fait totalement abstraction de la vitesse d'approche d'une parcelle, ce qui est en désaccord avec la théorie.

Shen *et al.* (1993) et Su (1997) ont intégré la technique de la « parcelle image » à leur modèle de transport de glace. Cette méthode simule l'effet de la limite en plaçant une parcelle image du côté opposé de la frontière tel que l'illustre la figure 4.13. Pour chaque parcelle « réelle » située à une distance normale inférieure à R de la frontière, une parcelle imaginaire est placée de l'autre côté de la frontière, comme si celle-ci agissait comme un miroir. Les propriétés de la parcelle image, à savoir la densité massique, la concentration et l'épaisseur, sont identiques à celles de la parcelle dont elle est la réflexion. Bien que la somme de calculs soit nettement augmentée suite à l'introduction des parcelles images, l'attrait de cette méthode réside dans sa souplesse d'application.

Pour cette raison, c'est la technique de la parcelle image qui a été retenue dans la présente recherche. Dans cette technique, la fonction d'interpolation de la densité massique est modifiée de façon à tenir compte du rabattement de la parcelle dû à la proximité de la rive. On a alors:

$$(\rho)_k = \sum_j m_j W\left(r_k - r_j, h\right) + m_j W\left(r_k - r_j^*, h\right) \tag{4.70}$$

où r_j^* représente la position virtuelle de l'image de la parcelle réelle j. Les deux parcelles sont situées à une distance normale équivalente de la frontière du domaine. De façon à assurer la représentativité du contact, une distance R relativement grande est utilisée. Su (1997) démontre que $R = 2h$ est une distance suffisante pour assurer une bonne détection des frontières. Cette distance est modifiée à chaque pas de temps pour chaque parcelle selon sa propre longueur de lissage.

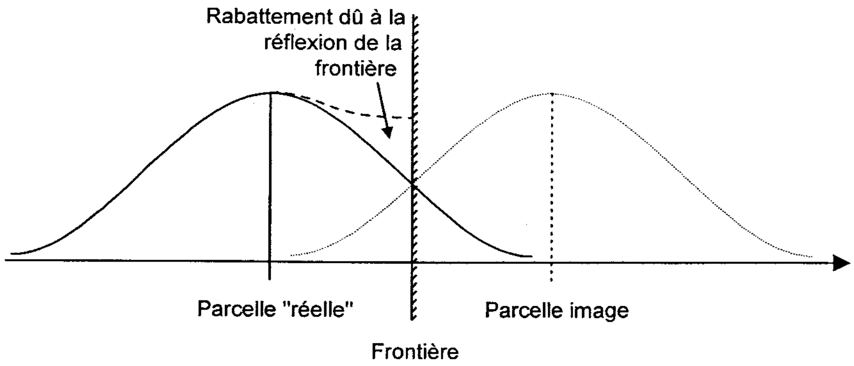
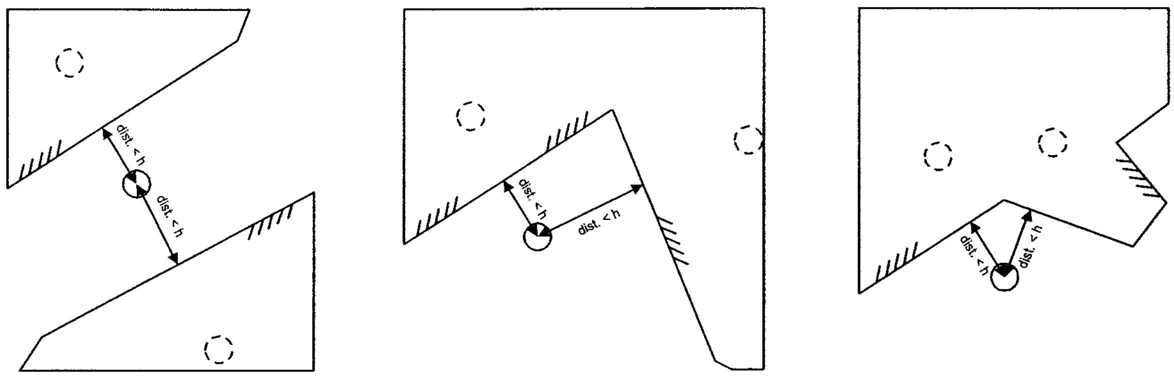


Figure 4.13 : Interpolation de la densité massique par la technique de la parcelle image.

Lorsqu'elles sont présentes, les parcelles images doivent être incluses dans tous les calculs usuels, y compris celui du gradient de vitesse à l'endroit d'une parcelle. La composante normale de la vitesse de la parcelle image située à r_j^* est de la même intensité que celle de la parcelle réelle, de direction semblable mais de sens opposé, *i.e.* $V_{j_N}^* = -V_{j_N}$. La condition de glissement sur la frontière suggère que la composante tangentielle de la vitesse de la parcelle image soit la même que celle de la parcelle réelle, *i.e.* $V_{j_T}^* = V_{j_T}$. La formulation précédente représente bien le fait qu'il n'y a aucun échange de masse à la frontière fermée.

Le frottement glace contre glace est calculé depuis la concentration de la parcelle, son épaisseur et ses contraintes internes selon l'équation (4.66). Les parcelles images sont incluses dans ce calcul. Enfin, en se basant sur la théorie de l'image réfléchie, Malvern (1969) montre que les contraintes internes de la parcelle image sont les mêmes que celles de la parcelle réelle, *i.e.* $\sigma_{xx_j}^* = \sigma_{xx_j}$, $\sigma_{yy_j}^* = \sigma_{yy_j}$, mais que la contrainte de cisaillement doit être de signe opposé tel que $\sigma_{xy_j}^* = -\sigma_{xy_j}$.

Enfin, la figure 4.14 schématise quelques-unes des situations pour lesquelles l'addition d'une ou plusieurs parcelles images est rendue nécessaire. Le programme de calcul a été mis à l'épreuve avec succès pour chacune de ces configurations.



a) canal étroit b) cul-de-sac (estacade, ...) c) obstacle (quai, ...)

Figure 4.14 : Cas particuliers nécessitant l'ajout de parcelles images.

4.2.6.2.2 Parcelle sortant du domaine de simulation

Il peut arriver en raison de la discrétisation temporelle qu'une parcelle se dirigeant vers la limite du domaine ne s'arrête pas exactement en bordure de la frontière à la fin d'un pas de temps. Il y a alors violation de la condition d'imperméabilité. Il a donc fallu mettre en oeuvre un algorithme permettant de vérifier d'abord si la parcelle était située à l'intérieur ou à l'extérieur du domaine à la fin du pas de temps, puis de ramener la parcelle à l'intérieur du domaine si elle en était sortie et enfin, de permettre son déplacement dans une direction tangente à la frontière.

La figure 4.15 illustre la procédure de relocalisation d'une parcelle ayant transgressé les limites du domaine. La parcelle se dirige depuis le point A vers la limite du domaine avec une vitesse $\vec{V}$. Le point B', situé hors du domaine, est la position atteinte à la fin du pas de temps Δt. La procédure de relocalisation permet d'identifier le point de sortie C. Le temps écoulé δt_1 tout juste avant la sortie du domaine est aisément calculé à l'aide du trajet $A - C$ et de la vitesse de déplacement $\vec{V}$. Une fois ramenée au point C, la parcelle voit sa vitesse décomposée dans un repère local établi depuis la normale au segment de la frontière. La vitesse normale V_N ainsi obtenue est alors fixée à zéro. La parcelle continue sa course le long de la limite selon la vitesse tangente V_T pendant le reste du pas de temps, soit $\Delta t - \delta t_1$, jusqu'au point B.

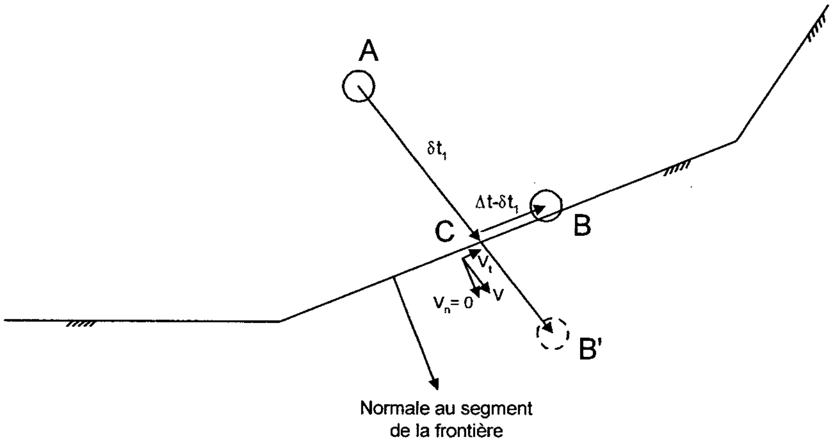


Figure 4.15 : Relocalisation d'une parcelle sortie du domaine à la fin d'un pas de temps.

À la fin de ce déplacement, la procédure de relocalisation doit à nouveau être employée pour vérifier si la parcelle est toujours dans le domaine de simulation. En effet, des cas particuliers peuvent se poser lorsque la frontière est très sinueuse. Il est à noter que l'algorithme de relocalisation a été *testé* sous plusieurs configurations de frontières, notamment celles illustrées à la figure 4.14b et 4.14c. Enfin, pour une parcelle localisée en deçà d'une distance h de la frontière dès le début du pas de temps, la vitesse de la parcelle est calculée à l'aide de l'équation (4.65), une fois la parcelle image introduite.

4.2.7 CONSIDÉRATIONS D'ORDRE NUMÉRIQUE

4.2.7.1 Variation de la longueur de lissage des parcelles

Avec la distribution gaussienne, chaque entité lagrangienne véhiculée dans la méthode *SPH* occupe un volume théoriquement infini. Pour des raisons pratiques, ce volume est limité dans le plan horizontal à une aire d'influence jugée significative. Ainsi, la forme qu'emprunte ce volume varie selon le confinement auquel les parcelles sont soumises.

L'étendue horizontale des parcelles est maximale lorsqu'elles sont en faible concentration à la surface du plan d'eau. À l'inverse, quand plusieurs parcelles s'entassent dans un même secteur, elles sont contraintes d'occuper une aire horizontale plus restreinte. L'accumulation suivant la verticale débute au moment où la concentration surfacique de glace atteint un seuil maximal et que des parcelles continuent d'affluer au même endroit.

Au cours d'une simulation de transport de glace, la densité de la distribution des parcelles peut changer radicalement en un court laps de temps. Il est alors nécessaire de faire varier la longueur de lissage des parcelles dans l'espace et dans le temps de façon à assurer continuité et constance dans la résolution du problème. L'idée est de garantir qu'une parcelle interagit toujours avec un certain nombre de parcelles voisines, typiquement entre 30 et 80 (Uppsala University. Uppsala Astronomical Observatory, 1995b). Consécutivement, chaque parcelle est dotée de sa propre longueur de lissage, laquelle est définie comme la distance caractérisant l'emprise de la parcelle.

Pour les problèmes bidimensionnels, Gingold et Monaghan (1982) ont suggéré que la longueur de lissage h soit inversement proportionnelle à la racine carrée de la densité des parcelles. Observant que la distribution des parcelles est souvent non uniforme en dynamique des glaces, Shen et Chen (1992) ont préféré lier la longueur de lissage à l'inverse de la racine carrée de la densité massique tel que $h = h_0(\frac{\rho_0}{\rho})^{\frac{1}{2}}$, où h_0 est la longueur de lissage initiale de la parcelle et ρ_0, la densité massique initiale.

Une équation d'évolution complète la description de la longueur de lissage. Développée par Benz (1990), l'équation $\frac{dh}{dt} = \frac{1}{2} h \nabla \cdot \vec{V}_i$ attribue une cinétique diffusive à la masse de glace portée par une parcelle. Ainsi, la longueur de lissage d'une parcelle est évaluée de la façon suivante:

$$h_*^{n+1} = h_0 \left(\frac{\rho_0}{\rho^{n+1}} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (4.71)$$

et

$$h^{n+1} = h_*^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} h_*^{n+1} \left(\nabla \cdot \vec{V}_i \right)^n \tag{4.72}$$

où n et $n+1$ représentent respectivement le pas de temps actuel et le pas de temps suivant.

Lorsqu'un grand nombre de parcelles convergent vers la même position, la densité massique en ce point s'accroît considérablement. Il peut en résulter une très petite valeur de longueur de lissage. Il est donc suggéré de fixer une longueur de lissage minimale $h_{\min}$. En supposant que le nombre maximal de parcelles est $N_{parc} = \frac{N_{\max}}{N_0}$ où $N_{\max}$ est la concentration maximale de glace et N_0, la concentration initiale de glace, la longueur minimale de lissage est déterminée par (Shen et Chen, 1992):

$$h_{\min} = \left(\frac{h_0^2}{N_{parc}} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{4.73}$$

Enfin, Su (1997) démontre que l'emprise affectée à une parcelle devrait être limitée à $R = 2h$, distance au-delà de laquelle l'influence devient numériquement négligeable. Ainsi, deux parcelles interagissent dans la mesure où la distance les séparant est inférieure à $2h$, h étant la moyenne des longueurs de lissage des deux parcelles.

4.2.7.2 Grille de repérage

Le repérage du point d'arrivée d'une parcelle permet de connaître sa nouvelle position initiale et, par conséquent, les conditions hydrodynamiques qui s'y trouvent pour le calcul du pas suivant et l'application des algorithmes exposés dans ce chapitre. Comme la résolution de problèmes dans un cadre lagrangien implique de fréquents repérages, cette opération mérite une attention particulière en raison de son coût informatique global qui peut rapidement devenir prohibitif, spécialement lorsque la méthode des éléments finis est mise à contribution.

Lorsqu'une grille d'éléments finis est utilisée, le principal problème posé par le calcul du déplacement est celui du repérage des parcelles. Un repérage direct sur ce type de grille s'avère un procédé laborieux, aussi est-il nettement plus avantageux de localiser un point à partir d'une grille orthogonale et régulière (Leclerc *et al.*, 1991). Un procédé mixte mettant à profit les avantages des deux méthodes a donc été retenu.

Suite au calcul du mouvement des parcelles, leur repérage est nécessaire pour déterminer à quel élément du modèle hydrodynamique elles appartiennent maintenant et continuer ainsi la simulation au pas suivant. Le repérage est donc nécessaire à chaque pas de temps.

Une grille de repérage est appliquée par-dessus le domaine de simulation et l'englobe complètement comme le schématise la figure 4.16. Cette grille est parallèle au système de coordonnées globales. Chaque maille est identifiée par deux indices entiers définis comme suit:

$$i = \left[\frac{x_{ouest} - x_0}{\Delta x} \right] + 1 \tag{4.74}$$

$$j = \left[\frac{y_{sud} - y_0}{\Delta y} \right] + 1 \tag{4.75}$$

où [ ] est la partie entière du nombre; (x_0, y_0) sont les coordonnées de l'origine de la grille de repérage; x_{ouest} est l'abscisse du coin ouest de la maille de repérage; y_{sud} est l'ordonnée du coin sud de la maille de repérage et $(\Delta x, \Delta y)$, les incréments en x et y de la maille.

Le repérage d'une parcelle dans la grille est effectué facilement en appliquant la même relation à sa position (x_p, y_p). Ainsi:

$$i_p = \left[\frac{x_p - x_0}{\Delta x} \right] + 1 \tag{4.76}$$

$$j_p = \left[\frac{y_p - y_0}{\Delta y} \right] + 1 \tag{4.77}$$

où (i_p, j_p) sont les indices caractérisant la maille à laquelle appartient la parcelle.

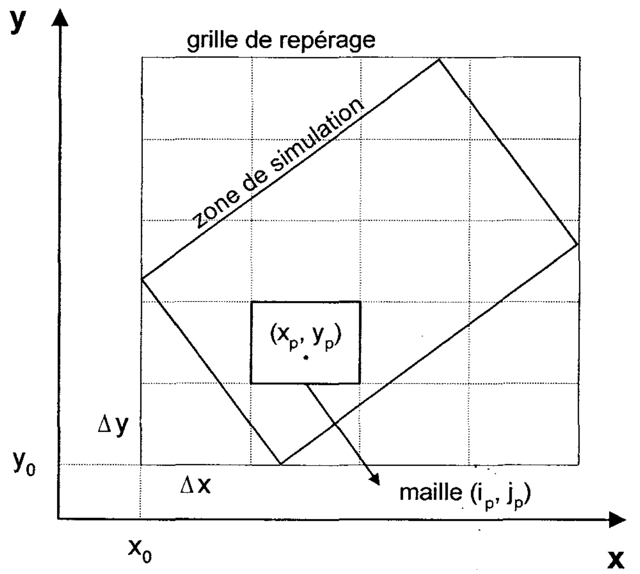


Figure 4.16 : Définition de la zone de simulation et de la grille de repérage.

Une fois ce premier repérage effectué, il reste à déterminer à quel élément de la grille triangulaire le point appartient. Quelle que soit sa taille, la maille de repérage peut théoriquement recouper plus d'un élément triangulaire. Elle peut même en recouper plusieurs si elle comprend un nœud sommet comme le montre la figure 4.17.

Si à chaque maille est associée une liste préétablie des éléments recoupés, il est assez simple de déterminer à quel élément un point appartient. En effet, on parcourt cette liste et on trouve pour chaque élément les coefficients de Lagrange correspondant à la position (x_p, y_p). Lorsque les coefficients sont tous compris entre 0 et 1, l'élément est trouvé. Le listage s'effectue en parcourant les nœuds de la grille d'éléments finis et en procédant à leur repérage. Puisqu'on connaît les éléments auxquels les nœuds sont attachés, la liste est aisément dressée. On s'assure que la liste est exhaustive grâce à une énumération systématique des intersections des arêtes des éléments avec celles des mailles. La liste est finalement complétée à l'aide d'une stratégie élaborée à partir des indices des mailles.

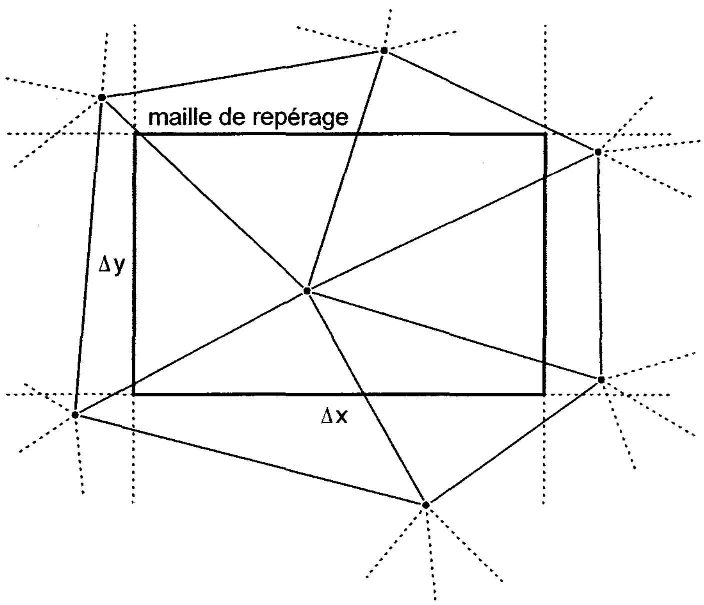


Figure 4.17 : Recoupement de plusieurs éléments par une maille de repérage.

Le choix de la taille des pas de maille de repérage $(\Delta x, \Delta y)$ doit assurer qu'elles ne recoupent pas trop d'éléments. On cherche donc à utiliser la maille la plus petite possible. Il n'est cependant pas souhaitable d'augmenter indéfiniment la finesse de la grille car, ce faisant, on encombre l'espace mémoire de l'ordinateur.

Comme une parcelle est constamment en interaction avec ses proches voisines, il importe qu'elle connaisse, à chaque pas de temps, la position des parcelles qui croisent son aire d'influence. Aussi, l'exécution du repérage des parcelles voisines bénéficie des avantages qu'offre la grille orthogonale, ce qui limite au *minimum* la durée de la recherche.

4.2.7.3 Mode d'injection

L'émission des parcelles est effectuée depuis une rampe d'injection rectiligne placée en travers de l'écoulement et distribuant le débit massique de glace sur toute sa longueur. La rampe est subdivisée en segments de longueur égale au centre desquels un point d'injection émet les parcelles. Afin de prévenir l'occurrence d'empilement prématuré, une distance égale à la longueur de lissage initiale des parcelles sépare les points d'injection les uns des autres.

Les parcelles sont uniformément introduites dans l'écoulement, en conformité avec les observations faites sur le terrain. Pour obtenir la distribution de concentration de glace souhaitée, la prise en compte du profil de vitesse en travers de la section est essentielle. En effet, une concentration uniforme de glace en travers de la section est obtenue en injectant les parcelles proportionnellement à la vitesse fournie par le modèle hydrodynamique à l'endroit de la rampe.

Algébriquement, cette forme d'injection est obtenue en discrétisant la section d'écoulement visée et en interprétant la valeur locale de la vitesse fournie par la modélisation hydrodynamique. Chaque couloir doit ensuite recevoir une quantité de parcelles proportionnelle à sa vitesse moyenne. Imaginons une rampe d'injection tendue entre deux rives d'un tributaire. Une coordonnée locale curviligne s, dont l'origine se situe en rive gauche et la fin en rive droite, permet de décrire la géométrie de la rampe. Dans chaque couloir, la vitesse latérale moyenne $\overline{v}(s_i)$ est égale à:

$$\overline{v}(s_i) = \frac{1}{\Delta s} \int_{s_1}^{s_2} v(s)\, ds \tag{4.78}$$

où s_1 et s_2 délimitent la largeur du couloir.

Le débit de parcelles ΔQ_p dans l'intervalle Δs_i est finalement injecté de façon proportionnelle à cette distribution discrète. Ainsi:

$$\Delta Q_p(s_i) = Q_p \frac{\overline{v}(s_i)}{\sum_i \overline{v}_i} \Delta s \tag{4.79}$$

Suite à leur injection dans des couloirs contigus, l'ensemble des parcelles forme immédiatement à l'aval de la rampe, sur une distance qui dépend des *aléas* de l'écoulement, un champ de glace continu aux propriétés homogènes. Lorsqu'on somme les débits parcellaires discrets d'une rive à l'autre, on obtient le débit parcellaire total:

$$Q_p = \sum_i \Delta Q_p(s_i) \tag{4.80}$$

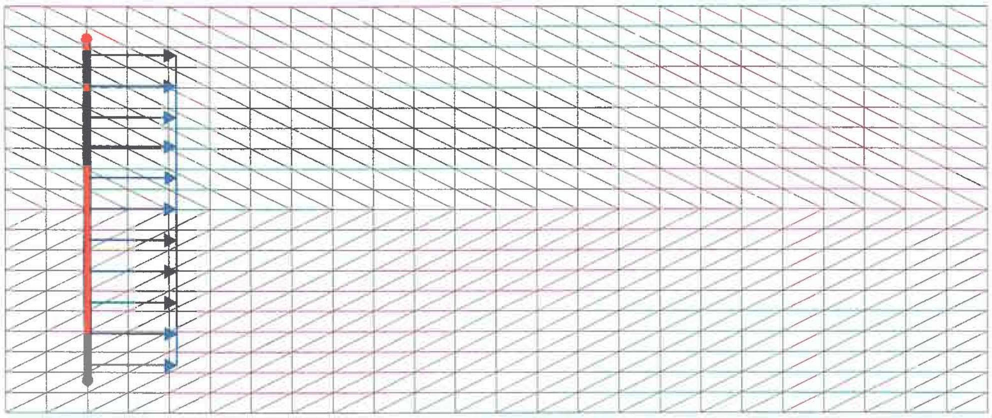
La figure 4.18 montre une rampe d'injection depuis laquelle des parcelles sont émises dans un canal droit où le courant est parfaitement uniforme. Il en résulte une distribution de parcelles régulière et un champ de glace dont la concentration est homogène. La figure 4.19 montre également une injection, cette fois dans un écoulement dont le profil latéral des vitesses n'est pas uniforme. La distribution obtenue représente bien le profil latéral qui est à la source de l'émission.

Généralement émises de manière continue, les parcelles peuvent aussi être injectées de façon variable dans le temps. En effet, il peut être utile de faire varier le débit massique en fonction du temps, la variation représentant les changements dans le taux de production de glace ou encore, l'arrivée inégale de glaçons suivant le morcellement d'un couvert ou la rupture d'un embâcle en amont.

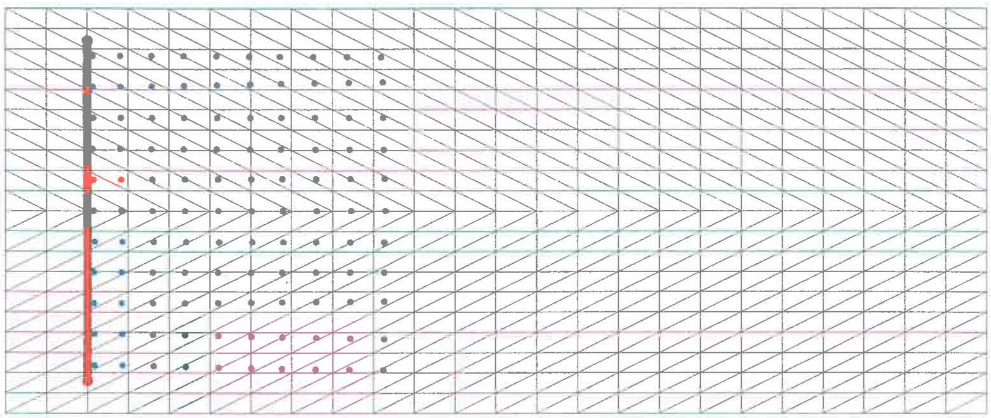
Enfin, il est également possible de procéder à l'injection de parcelles par le biais de plusieurs rampes, lesquelles représentent l'apport de plus d'un tributaire.

4.2.8 ASPECTS INFORMATIQUES DU SIMULATEUR LAGRANGIEN

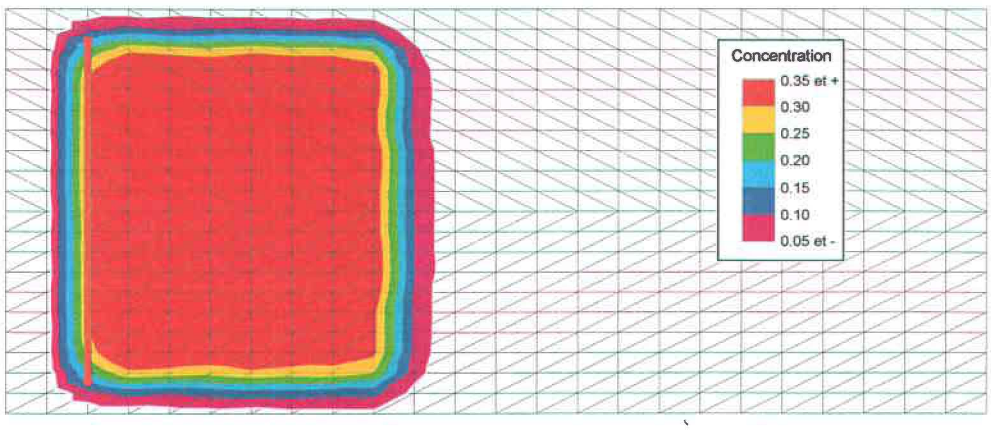
Le simulateur lagrangien désigne le programme de calcul qui permet de procéder à l'avancement des parcelles en fonction des sollicitations externes et des propriétés du champ de glace, comme sa configuration à la surface du plan d'eau ou son étendue verticale. Il s'agit de la version informatique du modèle numérique de transport de glace élaboré dans ce chapitre. Développé sur une plate-forme *Windows NT™ / Windows 95™*, le simulateur est programmé en C++ suivant la philosophie orientée objet pour la modélisation de données (Stroustrup, 1997). Les composantes sont validées par le biais de l'approche de la programmation par contrat basée sur l'inclusion dans le code informatique d'un ensemble détaillé de pré- et de post-conditions (Meyer, 1997).



a) Profil des vitesses du courant à l'endroit de la rampe.

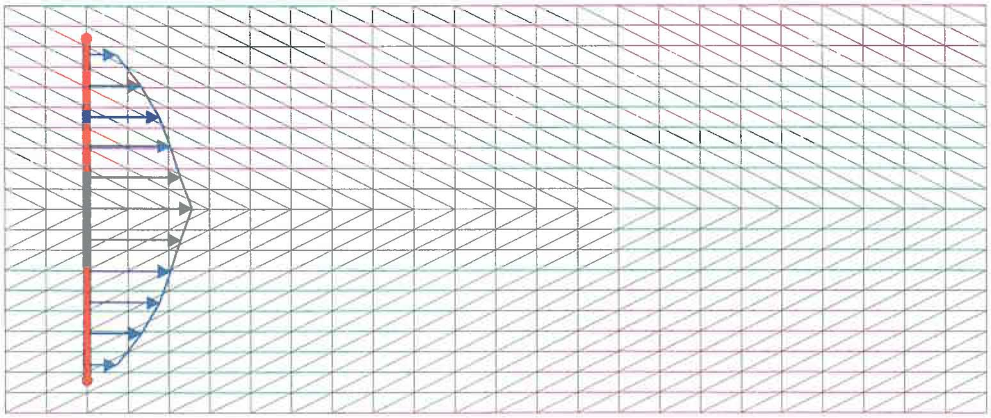


b) Distribution des parcelles.

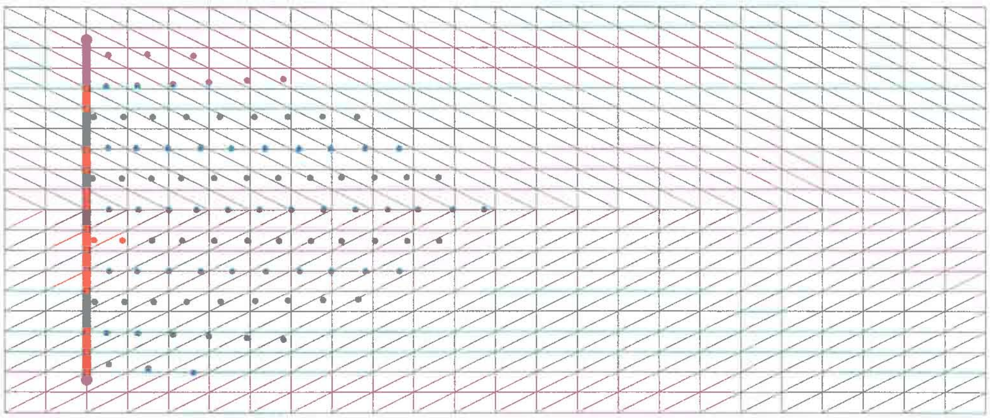


c) Concentration du champ de glace.

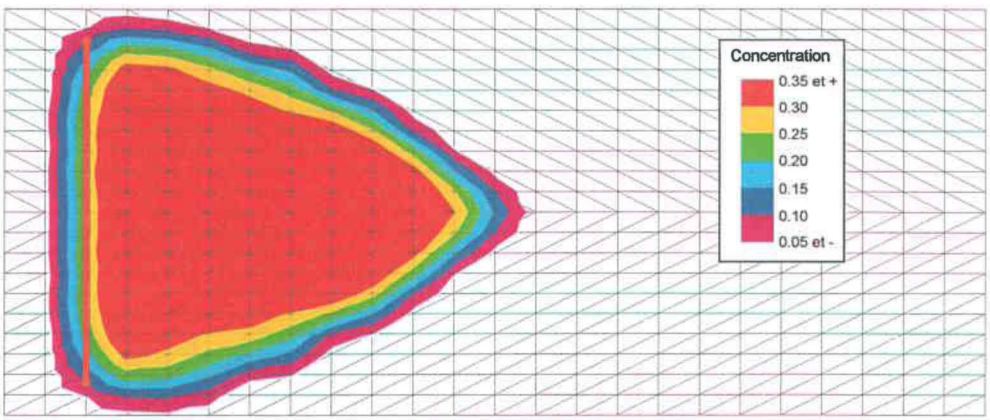
Figure 4.18 : Émission de parcelles dans un canal droit au courant uniforme.



a) Profil des vitesses du courant à l'endroit de la rampe.



b) Distribution des parcelles.



c) Concentration du champ de glace.

Figure 4.19 : Émission de parcelles dans un canal droit au courant non uniforme.

Les applications codées conformément à la méthodologie des langages de programmation orientée objet sont encore très peu répandues dans le domaine scientifique. Pour cette raison, il convient de présenter brièvement le programme de calcul développé dans le cadre de la présente étude. Cette section s'intéresse particulièrement à la façon dont le simulateur est intégré à un code existant. Également, la réutilisation du code constitue un aspect important qui est discuté dans les prochains paragraphes.

4.2.8.1 Intégration du simulateur à un code existant

La mise en oeuvre du simulateur lagrangien nécessite plusieurs fonctionnalités liées à la préparation des données, à la visualisation des résultats, au traitement complémentaire des données ou au contexte d'analyse. Dans le cadre de ce projet, l'intégration du simulateur s'effectue au sein d'une coquille informatique existante également codée en C++ dans la philosophie orientée objet.

La coquille de simulation regroupe toutes les fonctionnalités génériques communes à un ensemble d'outils dont fait partie le simulateur, afin d'offrir à l'usager un environnement intégré convivial et intuitif. Les utilisations principales de la coquille visent notamment la gestion des projets de simulation, l'intégration des données dans un projet, la gestion informatique des tâches de simulation et la visualisation des résultats de type éléments finis dans un espace géoréférencé. La coquille est un instrument hybride entre, d'une part les post-processeurs classiques en éléments finis, et les systèmes d'information géographique (S.I.G.) d'autre part.

La coquille offre en outre une gamme d'outils d'aide à la modélisation notamment, une calculatrice programmable de champs de variables de type éléments finis, une sonde d'exploration et un contrôle de l'affichage graphique. De plus, la coquille est dotée de capacités multifenêtres dont le simulateur bénéficie.

Par son intégration à la coquille de simulation, le simulateur est doté d'une base de données qui gère de façon cohérente la multitude et la diversité des données de projet que l'usager importe, crée et modifie ou détruit, assurant ainsi la sécurité et la cohérence des informations pendant les manipulations.

Enfin, l'affichage graphique rend possible la visualisation d'un maillage comme donnée spatiale. Grâce à la coquille, le simulateur offre aussi la possibilité de visualiser des données de terrain ou des résultats de calculs sous plusieurs formes: isolignes, isosurfaces, vecteurs, *etc.*

4.2.8.2 Description des principales classes du simulateur

En programmation par objets, une classe représente une partie du problème à modéliser. "L'art" de la programmation consiste à découper le problème en entités qui représentent chacune une partie de ce problème (une parcelle, un maillage, *etc.*) et de gérer l'interaction entre ces classes.

Le simulateur complet étant basé sur la structure de la coquille, il en hérite plusieurs classes et redéfinit quelques fonctionnalités. La structure expliquée dans cette section est celle entourant tout l'aspect simulation de parcelles. La discussion portant sur les classes supérieures responsables du lien entre l'utilisateur et l'application est volontairement omise, cette section se limitant à aborder les classes où s'organise la simulation proprement dite.

Bien plus qu'un simple point de discrétisation mathématique, la **parcelle**[2] est la classe centrale du simulateur. Comme elle exprime un amas de glaçons, la parcelle est pourvue d'attributs physiques caractérisant sa quantité de mouvement, son inertie et son emprise. Ces informations étant requises pour le calcul de l'avancement ainsi que l'interpolation entre les parcelles, il a semblé justifié d'habiliter les entités lagrangiennes à évaluer leur propre déplacement. Chaque parcelle représente ainsi un modèle en soi qui se comporte de façon autonome dans l'espace et le temps.

Afin de faciliter l'écriture des boucles informatiques, les parcelles sont regroupées dans la classe **dérive de glace**, laquelle possède comme principal attribut une **table de parcelles**. Cette table contient la liste complète des parcelles qui composent la dérive de

[2] Ci-après, les classes du simulateur seront imprimées en caractères gras au moment de leur introduction dans le propos.

glace. Les sollicitations externes comme le vent, le courant ou la gravité sont regroupées sous la classe **événement de référence**, lequel transmet son information à la dérive de glace qui la distribue à son tour aux parcelles pour les calculs de déplacement.

La façon dont la glace est introduite dans le milieu a déjà été abordée dans une section précédente. L'injection est effectuée de façon à obtenir un champ de glace dont la concentration est homogène, ce qui est fait en émettant les parcelles de façon proportionnelle à la vitesse du courant observée sur une **rampe** placée en travers de l'écoulement. La rampe est constituée d'une suite de **points d'injection** obtenus de la discrétisation de la section d'écoulement selon des critères géométriques. Quant à eux, les points d'injection sont affligés d'une position et d'une quantité de glace à émettre.

La figure 4.20 montre les classes responsables du déplacement des parcelles. Chaque classe est présentée avec ses attributs et ses méthodes ainsi que les liens qui identifient la nature de sa relation avec les autres classes. En complémentarité, la figure 4.21 présente les moments forts de la simulation parcellaire. On y dresse la suite des appels faits aux diverses instances de classe dont le rôle est alors plus facile à apprécier.

4.2.8.3 Réutilisation du code: 2 exemples

L'intégration du simulateur à la coquille nous amène à discuter de la réutilisation du code informatique. Il y a plusieurs façons de réutiliser du code existant. L'une d'entre elles consiste à récupérer par le procédé copier-coller des parties de code qui sont ensuite adaptées au contexte d'application. Il n'est pas toujours souhaitable de pratiquer cette technique qui peut causer un accroissement indu du volume de code en raison du dédoublement de nombreuses lignes de programme qui en rend la gestion et la maintenance plus difficiles.

Une autre technique consiste à tirer avantage des propriétés des langages de programmation orientée objet en créant une classe héritière qui bénéficie des méthodes de la classe parent. Cette approche a notamment permis d'avoir accès à un outil auquel le simulateur lagrangien a souvent recours pour l'opération de repérage, soit la table de localisation.

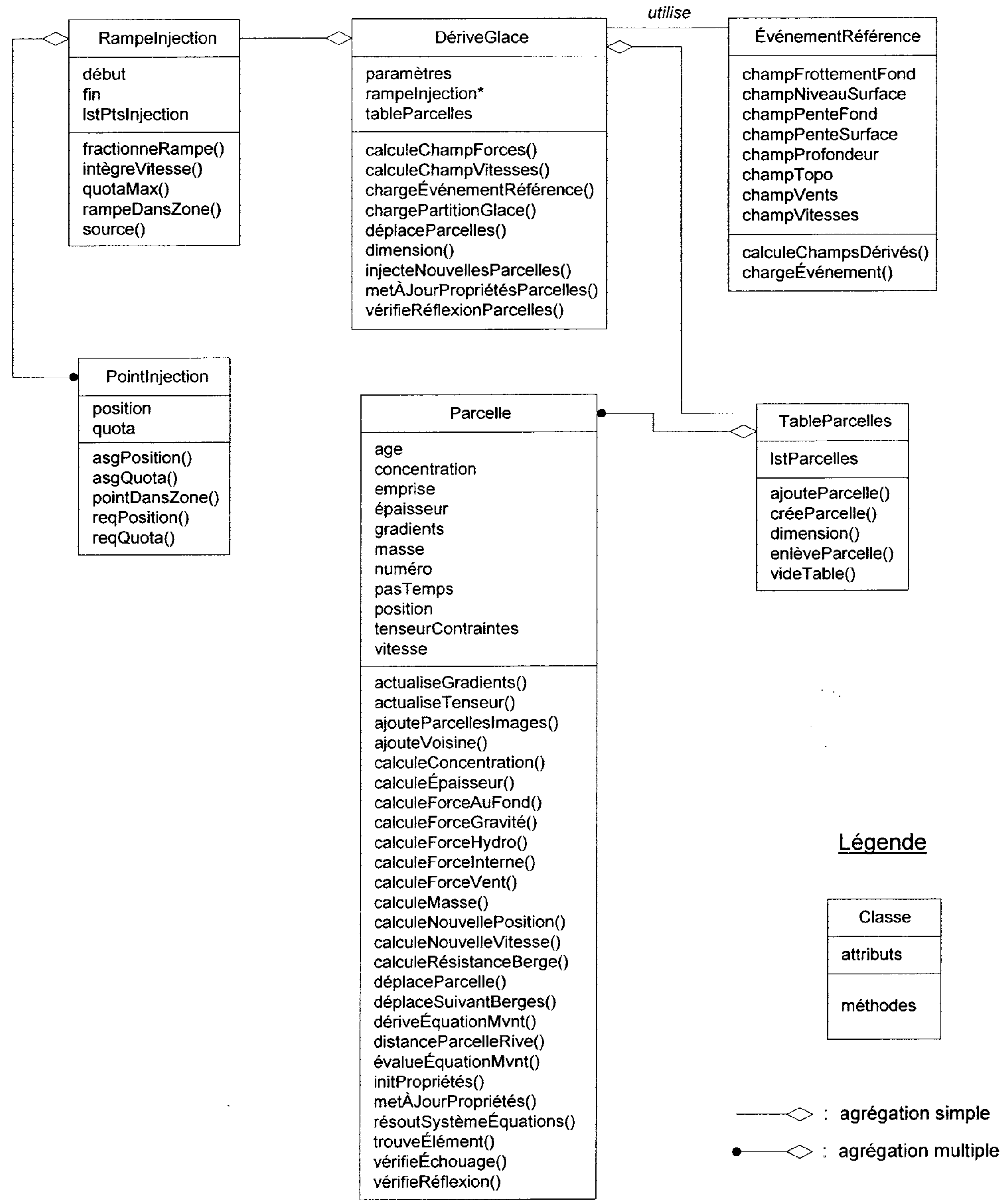


Figure 4.20 : Diagramme de classes du simulateur.

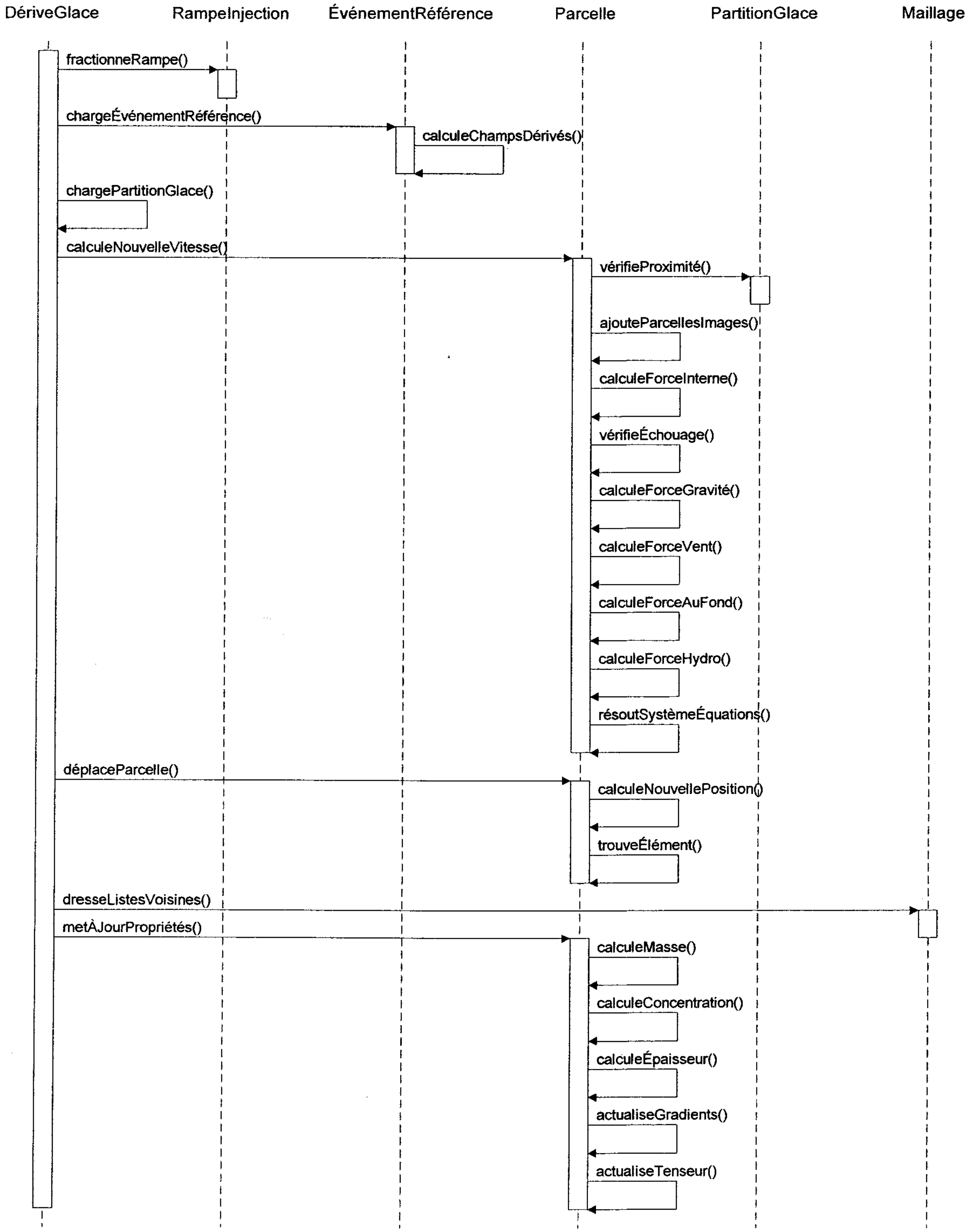


Figure 4.21 : Diagramme des appels faits au cours de la simulation.

4.2.8.3.1 Table de localisation

Les données nécessaires à une simulation parcellaire sont fournies par le modèle hydrodynamique 2D HYDROSIM et sont portées sur une grille d'éléments finis. Toutefois, l'usage que l'on fait de ces données est typique à la méthode lagrangienne: il faut donc spécialiser certaines méthodes des éléments finis et en créer de nouvelles. Cependant, ajouter simplement ces cas particuliers au maillage de base eut alourdi sa structure et introduit des incongruités.

Il a donc été décidé de créer des structures éléments finis spécialisés pour le simulateur: la structure est ainsi plus souple et les décisions d'implantation s'en trouvent simplifiées puisque les ajouts ne nuisent en rien au maillage de base. Étant une classe héritière du maillage de base, le maillage spécialisé a accès à toutes les méthodes *standard* des éléments finis. Le service de repérage, initialement créé pour usage interne par le maillage de base, est dorénavant disponible pour le maillage spécialisé du simulateur *via* la table de localisation.

4.2.8.3.2 Les partitions

La partition est un outil de spécification spatiale en environnement graphique. Elle permet de fractionner une région en sous-domaines afin d'ajuster le traitement des données au contexte particulier à chacune. C'est une procédure déclaratoire qui consiste à associer une information à une certaine délimitation de l'espace. Les sous-domaines prennent la forme d'un polygone irrégulier et des données sont portées soit comme une valeur constante pour l'ensemble de la zone, soit aux nœuds du polygone, soit encore sur ses arêtes.

La partition du frottement lié à la glace est une spécialisation de la partition générique. Cette composante offre toutes les caractéristiques de la partition parent avec en plus un support de données permettant la spécification des critères de frottement liés à la glace sur les surfaces de la partition. Originalement, cette procédure a été créée pour servir de charnière entre l'information elle-même et le support sur lequel elle est portée. La partition de glace permet de reporter ces frottements sur chacun des nœuds du maillage qu'on y a préalablement associé.

Dans leurs travaux, Shen et Chen (1992) et Chen (1993) ont choisi de définir le domaine de simulation en utilisant la mémoire vidéo de l'ordinateur. La technique consiste à transposer l'information depuis une grille d'analyse jusqu'au niveau de chaque pixel de l'écran. L'information est encodée selon le nombre de couleurs disponibles. Il s'agit d'une technique qui requiert une carte vidéo spécialisée et qui limite la précision de la représentation des frontières à la résolution de l'écran en fonction de la dimension du problème à l'étude.

De son côté, Su (1997) a préféré avoir recours au maillage d'éléments finis pour représenter les limites du domaine. Un code est alors associé à chaque élément et, à l'aide des fonctions d'interpolation, il est facile de déterminer si la parcelle est à l'intérieur du domaine de simulation. L'inconvénient majeur de cette méthode tient du fait qu'un maillage ne possède pas nécessairement le niveau de raffinement requis pour assurer une représentation adéquate en tout point de la limite du domaine. En d'autres mots, la précision locale que pourrait requérir la délimitation d'un domaine force l'usager à disposer d'un maillage raffiné à cet endroit, sans quoi la frontière risque d'être plus approximative.

Dans cette étude, il a été choisi d'utiliser les partitions et d'en étendre le rôle original à celui de délimiteur de domaine pour le simulateur lagrangien. Ainsi, chaque surface est affectée d'une épaisseur de glace, laquelle peut être fixée à zéro. Du point de vue de la simulation lagrangienne, le domaine accessible est défini comme l'endroit où l'épaisseur de glace est nulle. En conséquence, le diagnostic pour déterminer si la parcelle est sortie du domaine consiste à vérifier s'il y a présence ou non de glace à la position atteinte par la parcelle à la fin d'un pas de temps. S'il se trouve de la glace à cet endroit, la condition d'imperméabilité est violée et la parcelle doit être ramenée dans le domaine selon la procédure décrite antérieurement à la section 4.2.6.2.2.

Pour en arriver à ce que les partitions de glace jouent un rôle pour lequel elles n'ont pas été conçues, il aura fallu ajouter un certain nombre de méthodes et les doter d'une interface publique pour que le simulateur puisse y accéder.

4.3 MISE EN OEUVRE DU COUPLAGE ENTRE LES MODÈLES DE LA DYNAMIQUE DES GLACES ET D'ÉCOULEMENT

La présente section s'intéresse aux aspects relatifs à la mise en oeuvre du couplage entre le simulateur lagrangien et le modèle hydrodynamique. Elle propose d'abord d'étudier le déroulement d'une simulation, depuis la phase de déplacement des parcelles jusqu'à la visualisation des résultats, sans oublier la mise à jour de l'hydrodynamique. La section examine plus particulièrement le protocole élaboré pour effectuer la transmission des données entre les deux composantes et procéder à la rétroaction de la glace sur l'écoulement. Enfin, des considérations touchant l'intégration temporelle complètent la section.

4.3.1 ANATOMIE D'UNE SIMULATION

Chacune des règles opératoires propres à la simulation lagrangienne a été explicitée au cours de ce chapitre. La figure 4.22 permet de récapituler le discours par la présentation du schéma algorithmique de l'ensemble des étapes de calculs. La figure 4.23 offre pour sa part une perspective plus globale de la simulation en retraçant l'historique des calculs. On peut y suivre l'enchaînement des actions nécessaires à l'accomplissement de la simulation. Le présent chapitre a déjà permis de se familiariser avec la plupart des concepts que véhiculent les différentes interventions proposées par le schéma à l'exception du raffinement de maillage de post-traitement prévu à l'étape V dans la chaîne des opérations. Le maillage raffiné est utilisé pour la représentation des résultats.

4.3.1.1 Données transférées vers le modèle hydrodynamique

Pour tenir compte efficacement de la présence d'un couvert morcelé à la surface de l'écoulement, le modèle hydrodynamique doit connaître l'emplacement exact de la glace et ses mouvements. Ces informations, produites par le simulateur de glace, ne sont cependant connues qu'en un nombre limité de points de discrétisation, lesquels diffèrent de ceux établis lors de la simulation hydrodynamique. Il a donc fallu établir un protocole permettant de transposer vers les nœuds du maillage d'éléments finis les données disponibles à l'endroit des parcelles.

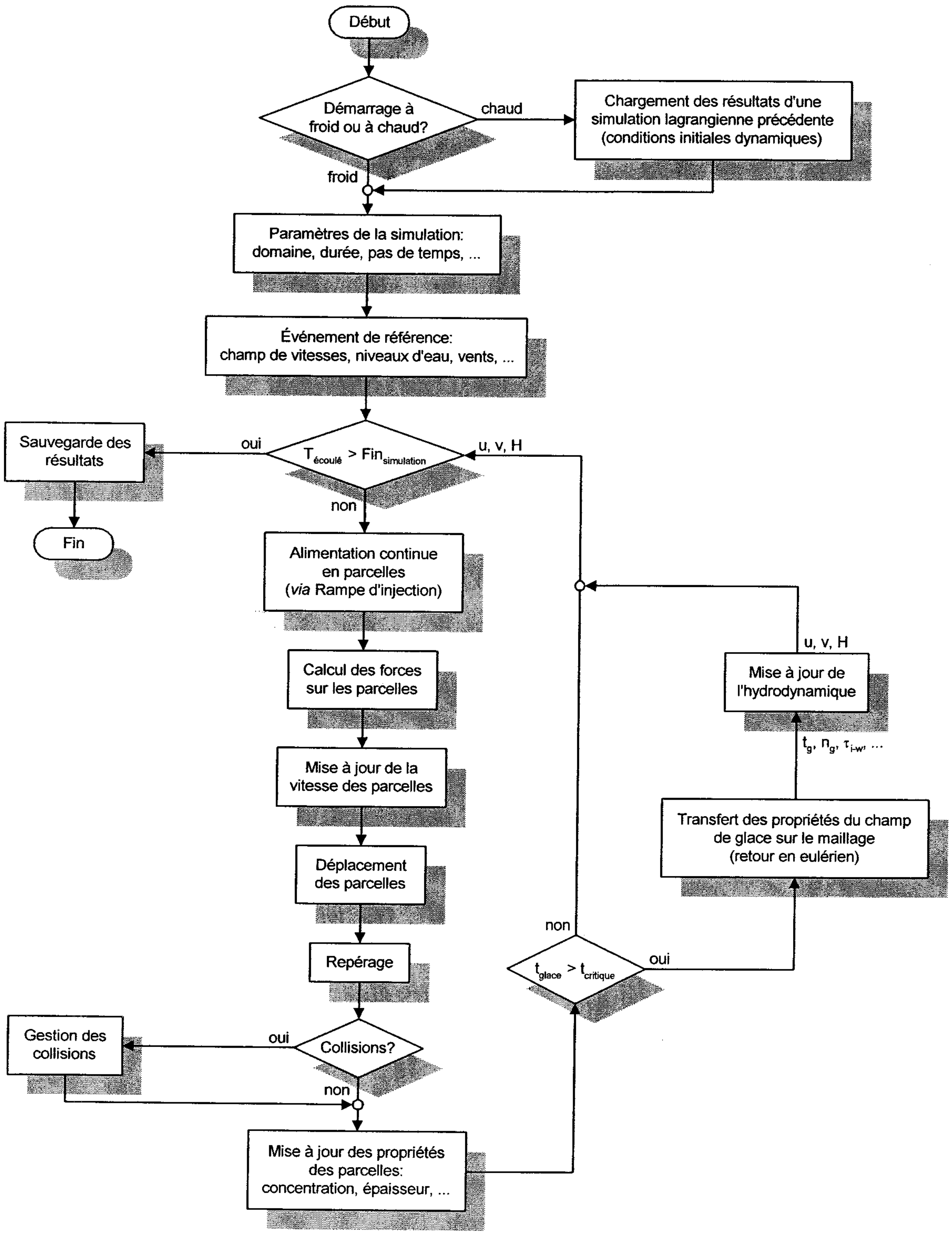


Figure 4.22 : Schéma algorithmique de la simulation.

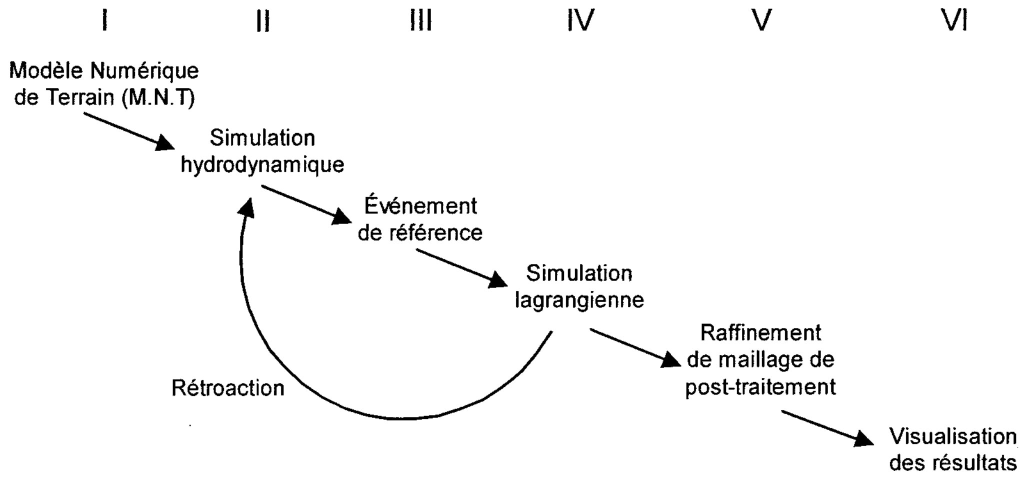


Figure 4.23 : Historique des calculs.

Le couplage entre les deux composantes informatiques distinctes est assuré par un transfert d'informations qui exploite le lien naturel des *processus* physiques qu'elles tentent de reproduire. En effet, il a été mentionné précédemment que la glace et l'eau étaient continuellement en interaction (*cf.* sections 2.1.2.8, 2.3.4, 3.1.2). Ainsi, la stratégie développée pour simuler la dérive d'un amas de glace consiste essentiellement à faire appel de façon successive aux modèles de transport de glace et d'écoulement selon un schéma temporel approprié tout en assurant le transfert des informations requises des deux composantes.

L'interpolation entre les parcelles a fait l'objet de la section 4.2.1.5. Le transfert de l'information depuis les parcelles jusqu'aux nœuds du maillage de simulation est effectué d'une manière analogue. La distribution de la masse est centrée sur la parcelle dont l'influence est décrite par une fonction analytique, en l'occurrence une distribution gaussienne, choisie en vue de mieux représenter le champ des propriétés. Le calcul de concentration en un nœud de coordonnées (x, y), par exemple, se fait en sommant les effets des parcelles ayant une influence appréciable en ce point.

Les données visées par le transfert aux nœuds du maillage de simulation sont:

- l'**épaisseur de la glace** que le modèle hydrodynamique utilise ensuite pour modifier l'aire de la section disponible pour l'écoulement. L'étendue de l'accumulation de glace se trouve définie par cette variable qui peut être nulle.

- Les **contraintes attribuables à la présence de la glace à la surface de l'écoulement** sous forme de sollicitations concentrées aux nœuds. Les contraintes englobent à la fois le frottement dû à l'effet de paroi et celui dû à l'effet d'obstruction. Elles comprennent aussi l'effet dû à la pression qu'exerce l'accumulation de glace sur la colonne d'eau.

- Enfin, la **contrainte du vent** est entièrement assumée par le modèle de transport de glace parce qu'il en incluait déjà les effets au niveau des parcelles, donc aux endroits couverts. Afin de garder le protocole de transfert simple, il a été jugé plus pratique que le modèle de transport prenne la charge complète du calcul de la contrainte due au vent, y compris aux endroits découverts. Le modèle hydrodynamique n'a donc pas à faire ce calcul bien qu'il puisse lui-même l'accomplir.

La contrainte engendrée par la différence de vitesse entre les deux milieux est évaluée à l'aide des équations 3.33 à 3.37. La contrainte obtenue est ensuite convertie en force nodale équivalente. La conversion dépend alors du type d'élément composant le maillage. Au moment de faire la mise à jour périodique du champ de vitesses, les forces nodales équivalentes sont introduites dans la simulation hydrodynamique sous forme de sollicitations concentrées.

4.3.1.2 Projection des propriétés du champ de glace sur un maillage

L'actualisation de l'hydrodynamique nécessite le transfert des résultats obtenus de la simulation lagrangienne vers l'espace eulérien, *i.e.* que l'information tirée du nuage de parcelles doit être projetée à chaque nœud du maillage. L'effet d'une parcelle sur un nœud dépend de la distance qui les sépare. Théoriquement, avec la distribution gaussienne, l'effet d'une parcelle se fait sentir à l'infini. Cependant, l'influence devient numériquement négligeable à une distance d'environ trois à quatre fois l'écart type considérée comme hors de l'emprise de la parcelle. En pratique, seules les parcelles à cette proximité du point de calcul sont considérées. L'influence accordée aux parcelles a déjà été discutée à la section 4.2.7.1. Une fois l'aire d'influence établie, il suffit de boucler sur les parcelles, retrouver les nœuds qui sont influencés, calculer la contribution à la concentration puis faire le total.

4.3.1.2.1 Représentation des résultats

La méthode lagrangienne *SPH* permet de générer une distribution de parcelles sur lesquelles la concentration est évaluée par interpolation. S'il s'avère suffisant de connaître les propriétés du champ de glace uniquement à l'endroit des parcelles en cours de simulation, il en va autrement lors de la visualisation de résultats.

En effet, puisque la position de la parcelle est considérée comme le centre de sa propre distribution de masse, les points de discrétisation correspondent pratiquement à des *maxima* locaux de concentration de matière. Aussi, visualiser les caractéristiques globales du champ de glace seulement par l'intermédiaire des propriétés à l'endroit des parcelles consiste à introduire un biais systématique. Pour y remédier, il a fallu décider d'un support indépendant pour la représentation des résultats. Le choix s'est porté sur une grille d'éléments finis appelée maillage de représentation. Lors de la visualisation, les propriétés du champ de glace, comme la concentration ou l'épaisseur, deviennent donc des valeurs nodales.

Afin de tirer le *maximum* d'information du panache de parcelles, le maillage de simulation est raffiné selon le nombre de parcelles logées dans chaque élément. La technique de raffinement consiste à parcourir le maillage à la recherche des éléments contenant plus que le nombre prescrit de parcelles par élément N. Si un élément contient plus de N parcelles, il est scindé en quatre. Le procédé est appliqué de façon récursive jusqu'à ce que tous les éléments soient conformes au critère. Un lissage est ensuite appliqué afin d'assurer la cohérence du maillage. À la fin de la procédure, on obtient un nouveau maillage d'éléments finis aux nœuds duquel sont calculées les propriétés du champ de glace.

Le maillage ainsi obtenu sert uniquement à des fins de représentation des résultats, lesquels s'expriment d'une façon plus intégrale sur une grille raffinée. Le maillage plus fin ne peut être utilisé pour effectuer l'actualisation de l'hydrodynamique, car on disposerait, en fin de simulation, d'autant de maillages qu'il y aurait eu de mises à jour de l'hydrodynamique, ce qui est difficilement concevable.

4.3.2 DÉCLENCHEMENT DE L'ACTUALISATION DE L'HYDRODYNAMIQUE

Les procédures de transfert décrites aux paragraphes précédents ne sont pas complètement automatisées. Pour le moment, certaines portions de la simulation doivent être reconduites manuellement. Quoiqu'il en soit, le déclenchement de l'actualisation de l'hydrodynamique obéit à un critère strict qui s'appuie sur la variation de l'épaisseur de l'accumulation de glace.

Le critère s'appuie d'abord sur la variation locale de l'épaisseur, laquelle ne doit pas excéder 20%, puis sur les changements dans l'ensemble des points de calcul. Si plus de 10% du domaine voit l'épaisseur de glace changer d'au moins 5%, on doit procéder à la mise à jour de l'hydrodynamique. L'expérience a montré que le recours à un critère plus permissif avait des répercussions sur la précision des résultats et que, à l'opposé, l'emploi d'un critère plus rigide n'augmentait que la charge de calcul.

Par ailleurs, la validité du nouveau champ de vitesses n'est pas explicitement contrôlée à chaque mise à jour de l'hydrodynamique. Il doit cependant répondre à des critères de tolérance établis sur la base des changements qu'il subit d'une actualisation à l'autre. Des variations trop importantes suggèrent que le critère de déclenchement de l'actualisation n'est pas suffisamment sévère. Rappelons enfin que les équations sur lesquelles s'appuie la correction de l'écoulement ont fait l'objet de validation *in situ* (Shen et Chen, 1992).

4.3.3 INTÉGRATION TEMPORELLE

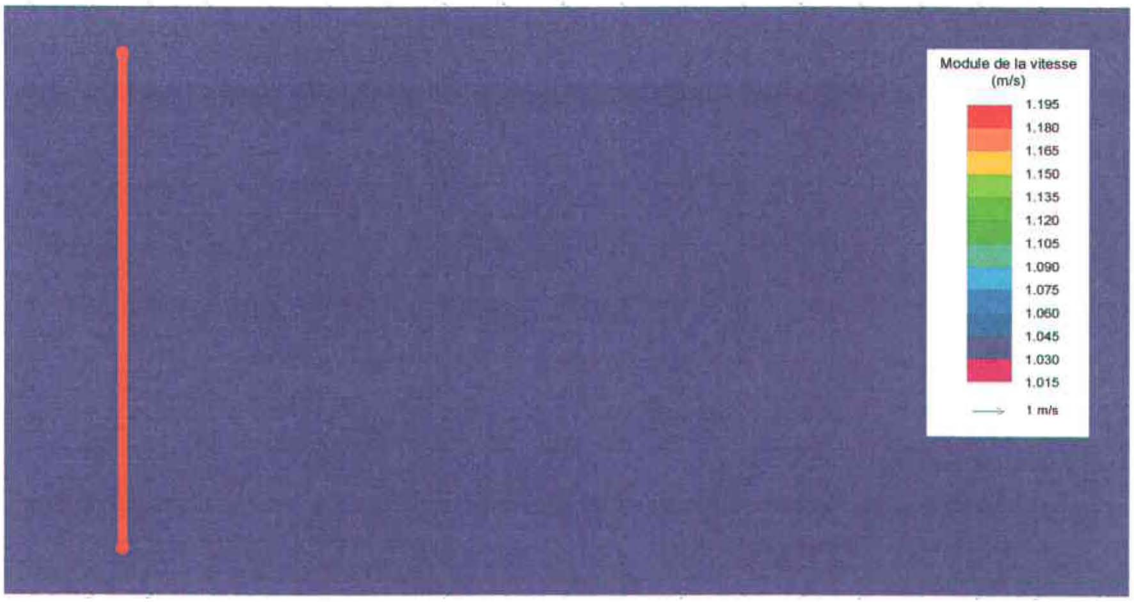
On sait maintenant que le couplage entre le modèle lagrangien et le modèle hydrodynamique s'effectue par un transfert d'informations portant sur les contraintes et les pressions générées par l'écoulement biphasé. Les données ayant trait au courant, requises pour estimer le mouvement des glaces, sont interpolées sur le maillage d'éléments finis à l'endroit des parcelles. Au moment de mettre à jour l'hydrodynamique, les renseignements concernant les propriétés du champ de glace sont transférés depuis les parcelles jusqu'aux nœuds du maillage. Il s'agit d'un procédé coûteux qui doit être répété à de nombreuses reprises.

Afin de limiter le nombre d'échanges entre la grille d'éléments finis et les entités lagrangiennes, le couplage prend effet à des intervalles de temps ΔT plus grands que ceux auxquels les simulations hydrodynamiques ou lagrangiennes ont recours. On a donc:

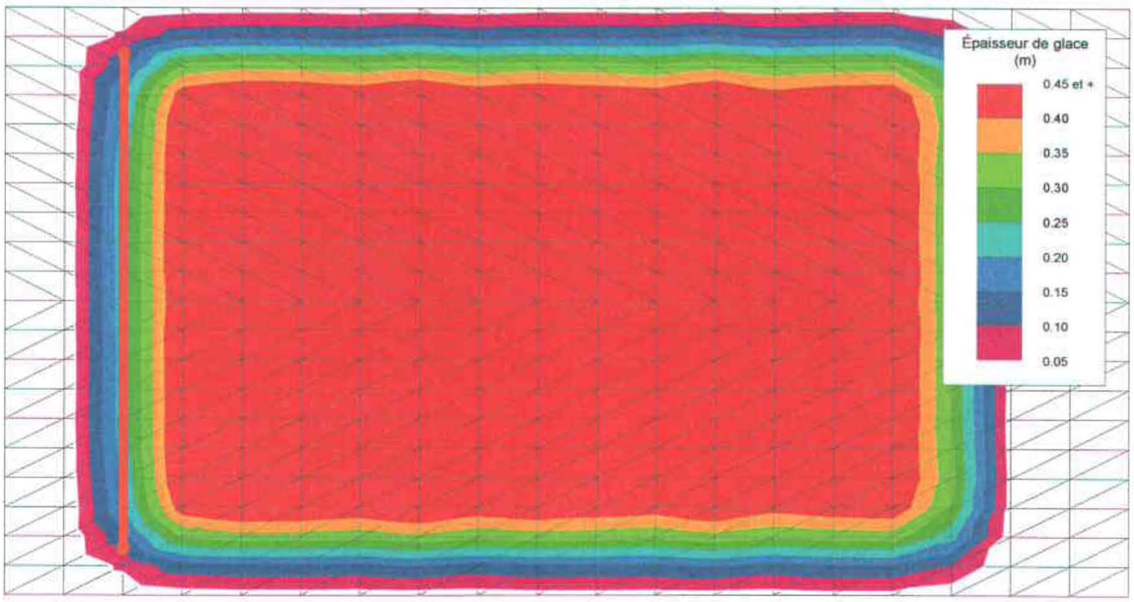
$$\Delta T = n\Delta t \tag{4.81}$$

ce qui laisse supposer que les changements dans les conditions d'écoulement et les caractéristiques du champ de glace sont peu significatifs pendant cet intervalle. Évidemment, une violation du critère de déclenchement initie la procédure d'actualisation de l'hydrodynamique.

Les figures 4.24 et 4.25 illustrent différentes étapes de la procédure suivie. L'exemple académique s'appuie sur une émission de glace dans un canal droit où le courant est uniforme. Un champ de glace d'une épaisseur atteignant environ 0.5 m s'y déplace plus lentement. La figure 4.24a montre le courant uniforme qui propulse l'amas de glace illustré à la figure 4.24b. La figure 4.25a montre le champ de vitesses une fois la rétroaction appliquée. La différence entre l'état initial des vitesses et l'état corrigé est montrée à la figure 4.25b. L'effet de la contrainte sur l'écoulement se traduit par une accélération générale des vitesses en raison de l'étranglement qu'occasionne la présence de glace. En effet, l'application des mêmes conditions aux limites conjuguée à la présence du champ de glace est interprétée par HYDROSIM comme une réduction de section, laquelle provoque une augmentation des vitesses.

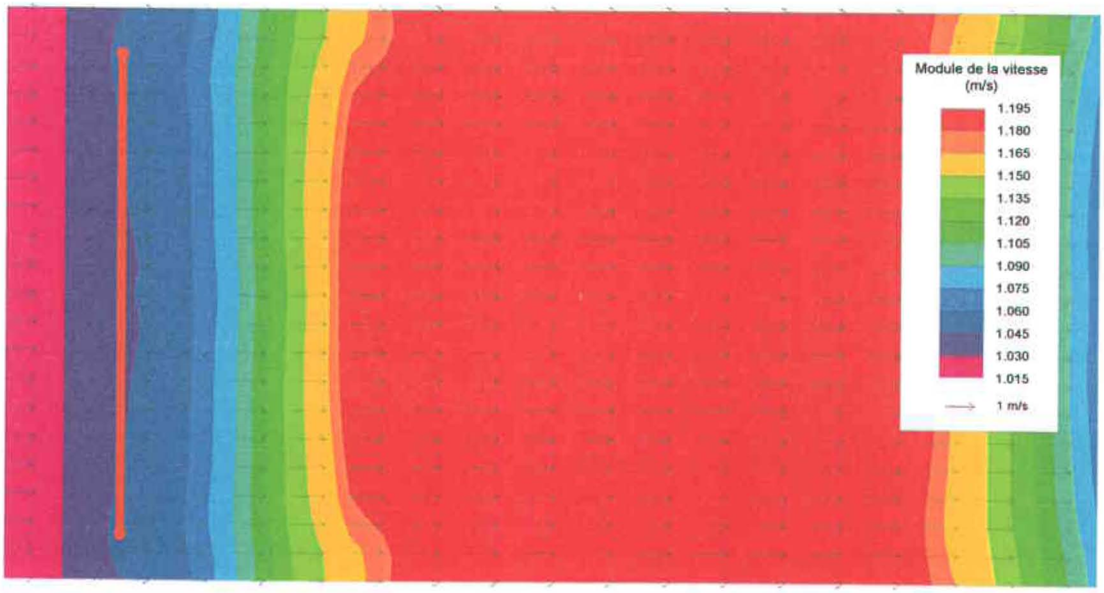


a) Vitesses du courant (modules et vecteurs) avant rétroaction.

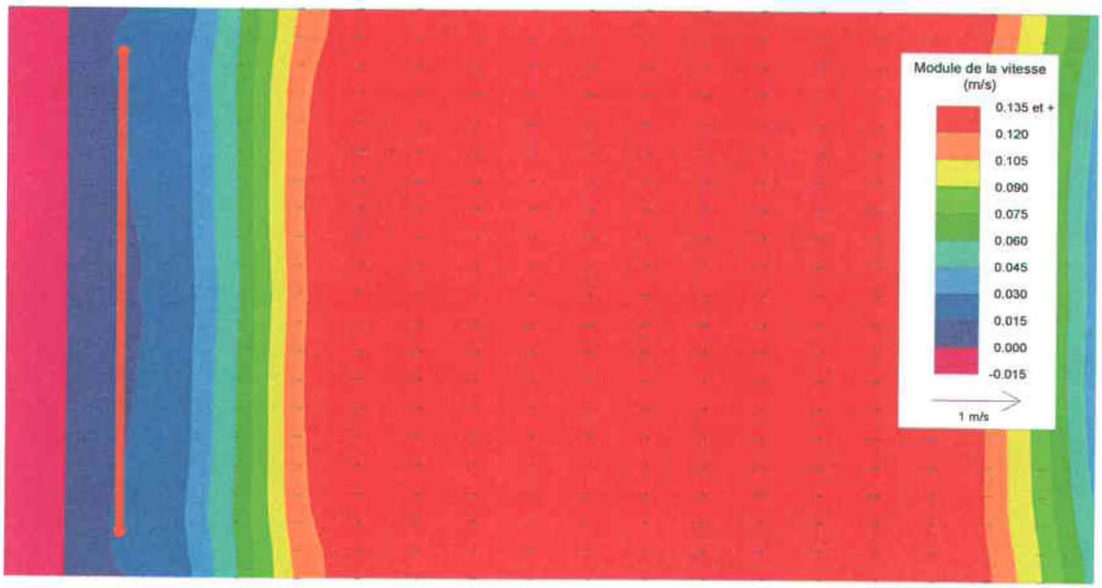


b) Étendue et épaisseur de l'accumulation de glace.

Figure 4.24 : Rétroaction sur l'écoulement - configuration initiale.



a) Vitesses du courant (modules et vecteurs) après rétroaction.



b) Différence entre les vitesses initiales et corrigées pour la présence de glace.

Figure 4.25 : Rétroaction sur l'écoulement - configuration finale.

Bien qu'ils n'aient pas été portés en figure, les niveaux d'eau ont également subi l'effet de la contrainte venant du couvert morcelé, s'ajustant au nouvel équilibre dicté par la coexistence glace-eau.

Le chapitre suivant a pour objet la validation du modèle de la dynamique des glaces.

5. VALIDATION DU MODÈLE DE LA DYNAMIQUE DES GLACES

Étape essentielle au développement d'un modèle numérique, la validation permet, par une série de *tests* analytiques, de démontrer sa consistance et sa stabilité. Un modèle est consistant si l'écart entre la solution exacte et la solution numérique diminue à mesure qu'on raffine la discrétisation spatiale et temporelle (Roache, 1976; Le Pourhiet, 1988). Il est réputé stable lorsque les erreurs de troncatures, d'arrondis, d'approximations et autres n'augmentent pas au cours des calculs (Lax et Wendroff, 1962; Warming et Hyett, 1974).

L'implantation de la méthode *SPH* dans le simulateur lagrangien a été vérifiée de différentes façons pour s'assurer que les résultats qu'il produit sont bien représentatifs des *processus* de dérive et d'accumulation de glace. Il a d'abord été nécessaire d'effectuer des *tests* académiques de manière à vérifier d'une part, la programmation, et d'autre part, la représentation de cas simples dont la solution analytique est connue. Une fois les aspects de base vérifiés, le niveau de difficulté des *tests* a ensuite été augmenté progressivement afin de contrôler la réponse du modèle lorsqu'il est confronté à des problèmes plus complexes. Enfin, la comparaison des résultats de simulation à des mesures de terrain constitue l'ultime étape de la phase de validation.

Ce chapitre se penche uniquement sur l'examen d'un *test* analytique jugé essentiel. Les nombreux essais de base visant le contrôle de la programmation ont été volontairement omis parce que leur description détaillée ne présente que peu d'intérêt pour le lecteur. Rappelons néanmoins qu'une analyse de sensibilité portant sur le raffinement de la discrétisation temporelle a été présentée au chapitre précédent (*cf.* section 4.2.3.2).

Le *test* analytique faisant l'objet du présent chapitre consiste en un essai de transport de glace mené dans un canal droit, lequel est pourvu d'une estacade près de l'une de ses extrémités. Les résultats de cet essai sont d'abord présentés, puis comparés à la solution unidimensionnelle calculée à l'aide de la théorie des embâcles. Au chapitre suivant, on présente les résultats d'un essai conduit dans un canal à pente brisée. Enfin, une description détaillée des simulations réalisées sur le site de la rivière Montmorency vient compléter la démarche de validation du modèle.

À l'issue de cet exercice, on dresse un bilan du modèle dans lequel ses capacités et ses limitations sont passées en revue. On y suggère également les meilleures valeurs de paramètres numériques que le calibrage du modèle a permis de mettre en évidence pour les cas étudiés. Il convient cependant d'introduire à la section suivante l'outil graphique ayant servi à la confection des modèles numériques de terrain et maillages de simulation présentés dans les deux prochains chapitres.

5.1 PRÉSENTATION DE MODELEUR

Entièrement développé à l'INRS-Eau, MODELEUR est un logiciel qui combine des caractéristiques d'un système d'information géographique appliqué à l'hydraulique fluvial, à de puissantes capacités de pré- et post-traitement des différentes composantes éléments finis (Secretan et Leclerc, 1998). MODELEUR est couplé au solveur éléments finis HYDROSIM, lequel permet la résolution des équations hydrodynamiques 2D tout en gérant le phénomène couvrant/découvrant pour suivre l'évolution de la ligne de berge en fonction du niveau d'eau. MODELEUR permet de mener à bien les différentes étapes d'intégration des données de terrain pour concevoir un modèle numérique de terrain complet basé sur un maillage d'éléments finis. De plus, MODELEUR facilite l'utilisation et le pilotage de la simulation hydrodynamique.

La création du modèle numérique de terrain est un *processus* d'intégration de différents ensembles de données hétérogènes dans une seule structure homogène compatible avec la discrétisation du modèle hydrodynamique. Le modèle numérique de terrain doit contenir toute l'information nécessaire au modèle hydrodynamique: il comprend un maillage d'éléments finis plus les informations concernant la topographie, les substrats, le vent, la glace et les macrophytes. On y spécifie de plus les conditions aux limites du domaine ainsi que les conditions initiales. Le maillage d'éléments finis est généré automatiquement à partir de spécifications de l'usager, ce qui permet de l'adapter localement aux besoins spécifiques d'une étude. L'intégration des données hétérogènes est faite à l'aide d'une procédure déclarative graphique par laquelle l'usager spécifie des régions avec lesquelles sont associées des données. Le *processus* de report des données sur le maillage est alors fait automatiquement par interpolation.

Le logiciel est une application multifenêtres hautement interactive fonctionnant sur les plates-formes *Windows NT™ / Windows 95™* avec des appareils de la classe des *Pentiums.* Il est écrit dans le langage C++ avec une architecture se conformant à la philosophie de programmation orientée objet. MODELEUR est constitué de différents modules interconnectés comme la gestion de données, la visualisation, la construction du modèle numérique de terrain, le contrôle de la simulation ainsi que différents outils tel une sonde et une calculatrice programmable adaptée aux éléments finis.

5.2 CAS DU CANAL DROIT À PENTE CONSTANTE ET ESTACADE

Dans cette section, nous présentons les résultats d'essais portant sur le cas de glace morcelée dérivant dans un canal droit à pente constante au bout duquel une estacade positionnée en travers de l'écoulement force l'arrêt des glaçons. Les résultats obtenus du simulateur lagrangien sont projetés sur un maillage unidimensionnel confondu à l'axe longitudinal du canal dans le but de les comparer à la solution 1D que fournit la théorie des embâcles.

5.2.1 DESCRIPTION DU CANAL

La figure 5.1 illustre le canal droit dont les dimensions sont de 100 par 800 m, avec une pente constante de 0.5×10^{-4} m/m. Ses parois sont verticales et son fond, uniforme. Un coefficient de frottement de 0.025 lui est assigné. Une estacade, représentée par le biais d'une partition de glace, est placée dans la seconde moitié du canal. L'épaisseur de la glace délimitant le domaine de simulation lagrangienne est fixée à environ 15% de la profondeur d'écoulement. Pour ne pas introduire de distorsions artificielles, un maillage d'éléments finis régulier et symétrique comptant 3 200 éléments triangulaires et 1 701 nœuds constitue l'ossature du modèle hydrodynamique. La représentation discrète du domaine de simulation est illustrée à la figure 5.2.

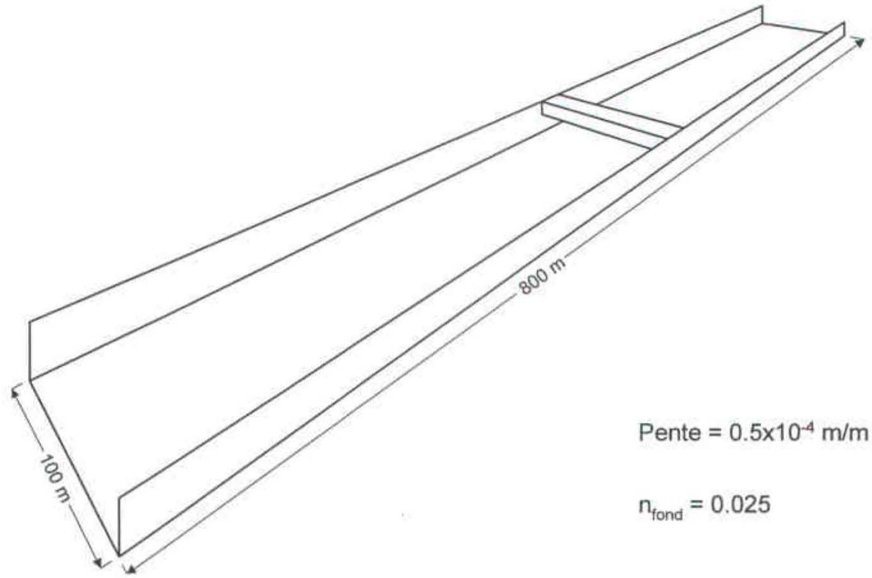


Figure 5.1 : Canal droit à pente constante et estacade.

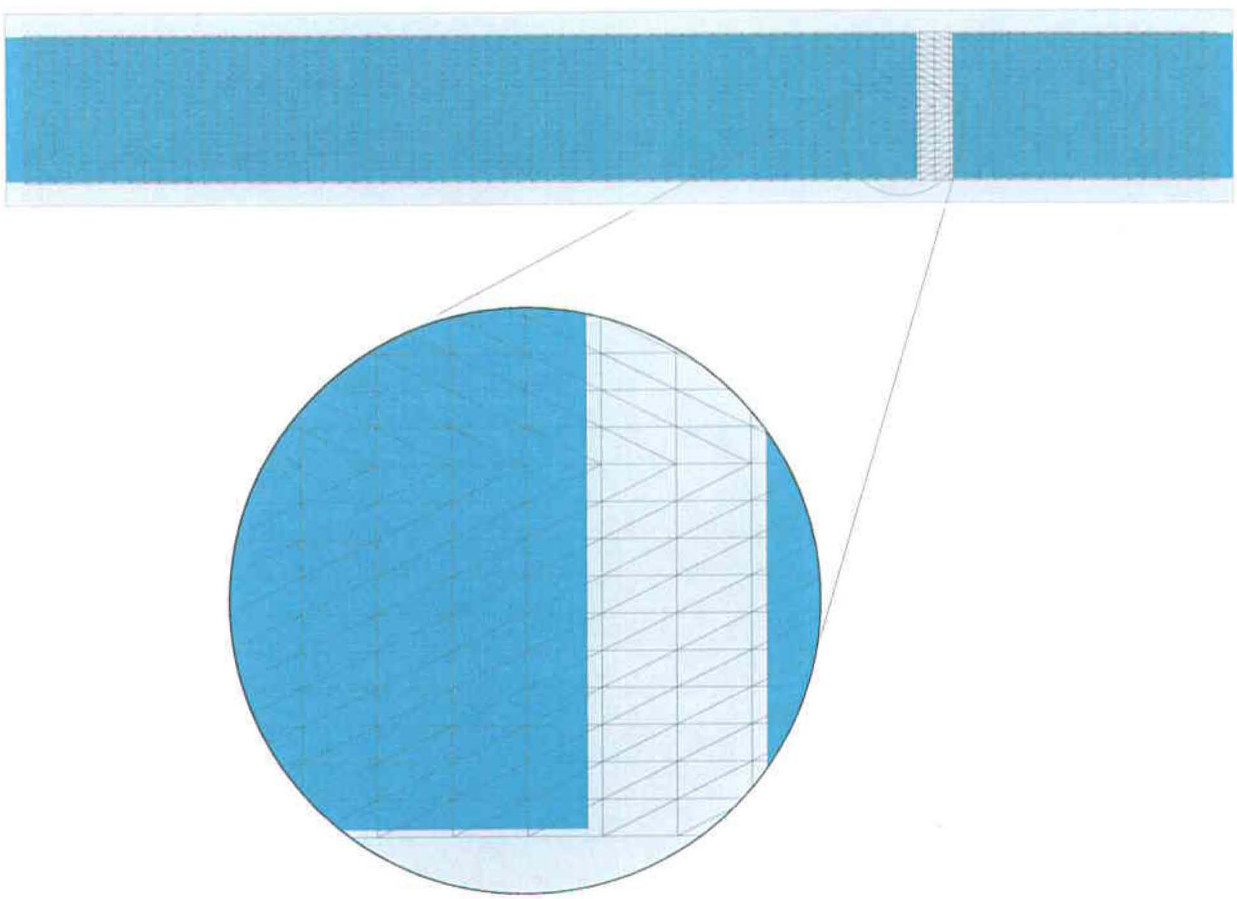


Figure 5.2 : Représentation discrète du domaine de simulation.

5.2.2 SIMULATION DE TRANSPORT DE GLACE

La simulation consiste à laisser s'empiler contre une estacade un volume donné de glace qui, initialement, recouvre de façon uniforme la partie amont d'un canal droit. Le but de cet essai est de contrôler la capacité du modèle à générer un pont de glace par agrégation des parcelles de l'aval vers l'amont. L'estacade sert d'amorce au *processus* d'agglomération, ce qui permet de vérifier du même coup si la partition de glace parvient à contenir efficacement les parcelles à l'intérieur du domaine qu'elle définit.

Tous les blocs de glace possèdent une épaisseur de 0.20 m. D'abord au repos, les glaçons sont mis en mouvement sous l'effet de la force tractrice du courant. La glace atteint un équilibre stationnaire au moment où la force hydrodynamique est compensée par la combinaison des résistances offertes par les glaçons et les parois du canal. Un écoulement uniforme caractérise les conditions hydrauliques initiales du canal avec une vitesse approchant 0.6 m/s. Pour cet essai, les vitesses du vent sont nulles. Les valeurs des différents paramètres du modèle figurent au tableau 5.1.

Tableau 5.1 : Valeurs des paramètres pour la simulation avec l'estacade.

Δ_c	N_{max}	N_0	t_{i0}	ϕ	j	e	c_w
10^{-5} sec^{-1}	0.6	0.6	0.20 m	46°	15	2	0.02

Les sections suivantes présentent les résultats de la simulation et l'analyse qui en découle.

5.2.2.1 Résultats

Les figures 5.3 et 5.4 proposent un montage illustrant une séquence des moments forts de la simulation. L'entraînement du couvert et le contact initial des glaçons avec l'estacade sont illustrés à la figure 5.3, tandis que la remontée du front d'accumulation de glace vers l'amont est exposée à la figure 5.4.

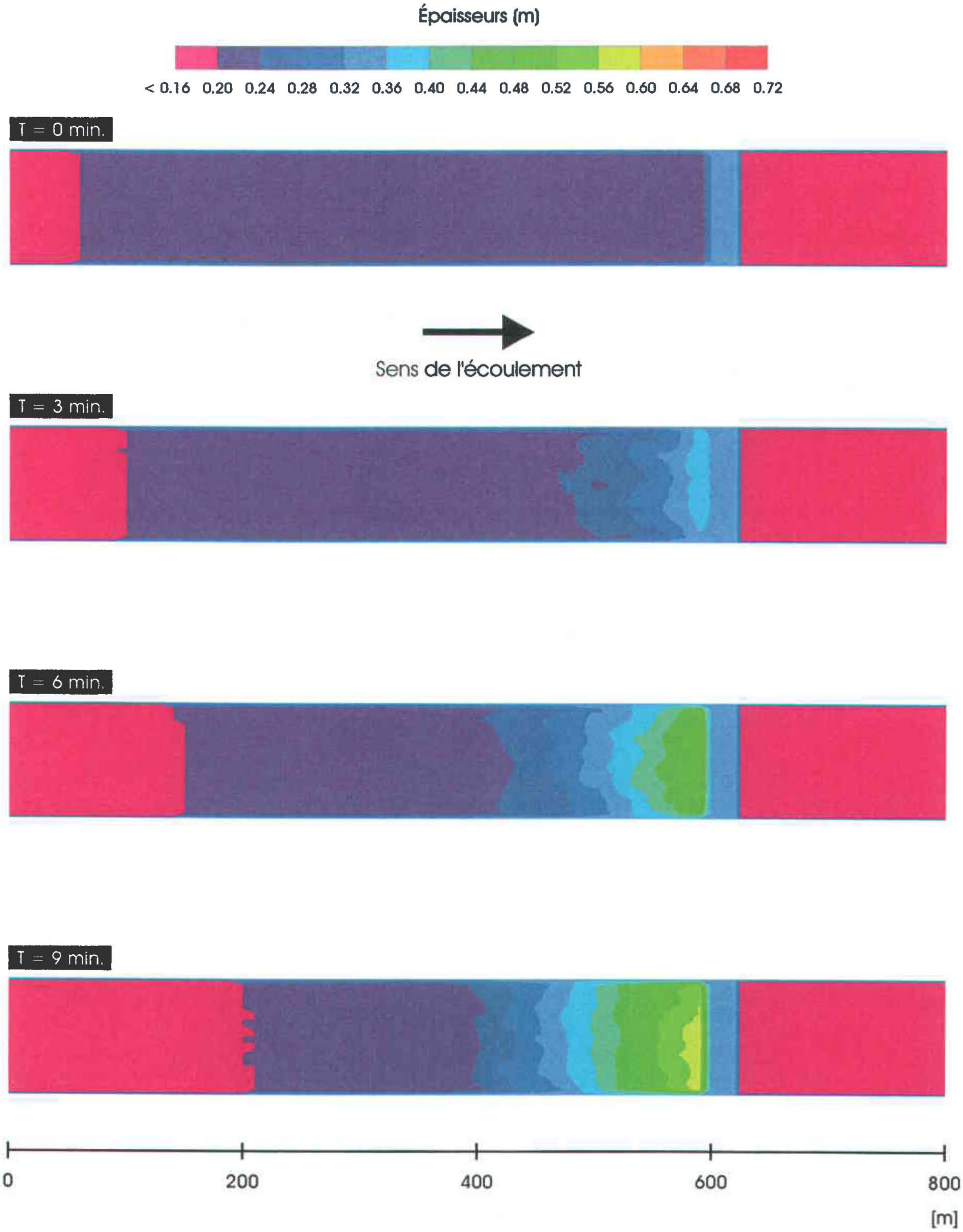


Figure 5.3 : Simulation de transport de glace - Entraînement du couvert et début d'empilement contre l'estacade.

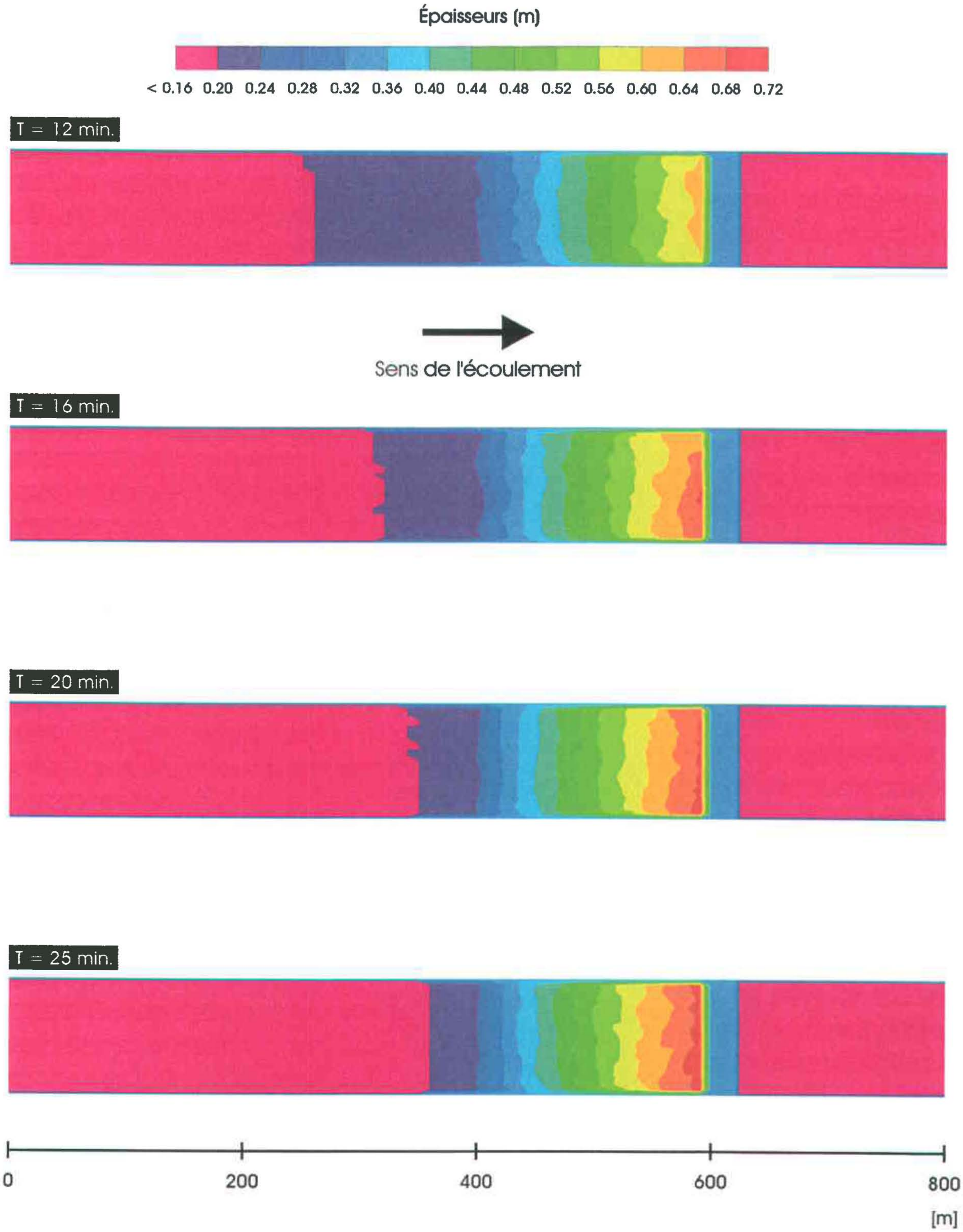


Figure 5.4 : Simulation de transport de glace - Empilement des glaçons contre l'estacade jusqu'à l'atteinte d'un profil en équilibre.

5.2.2.2 Profil de l'accumulation

Bien qu'il s'agisse d'un procédé réducteur, la projection des résultats sur un maillage 1D s'avère d'une grande utilité pour l'examen du profil des épaisseurs de l'accumulation. La figure 5.5 propose ainsi la version unidimensionnelle des résultats présentés à la section précédente. On y montre, en plus du profil final, quelques solutions transitoires sur un maillage 1D confondu à l'axe longitudinal du canal.

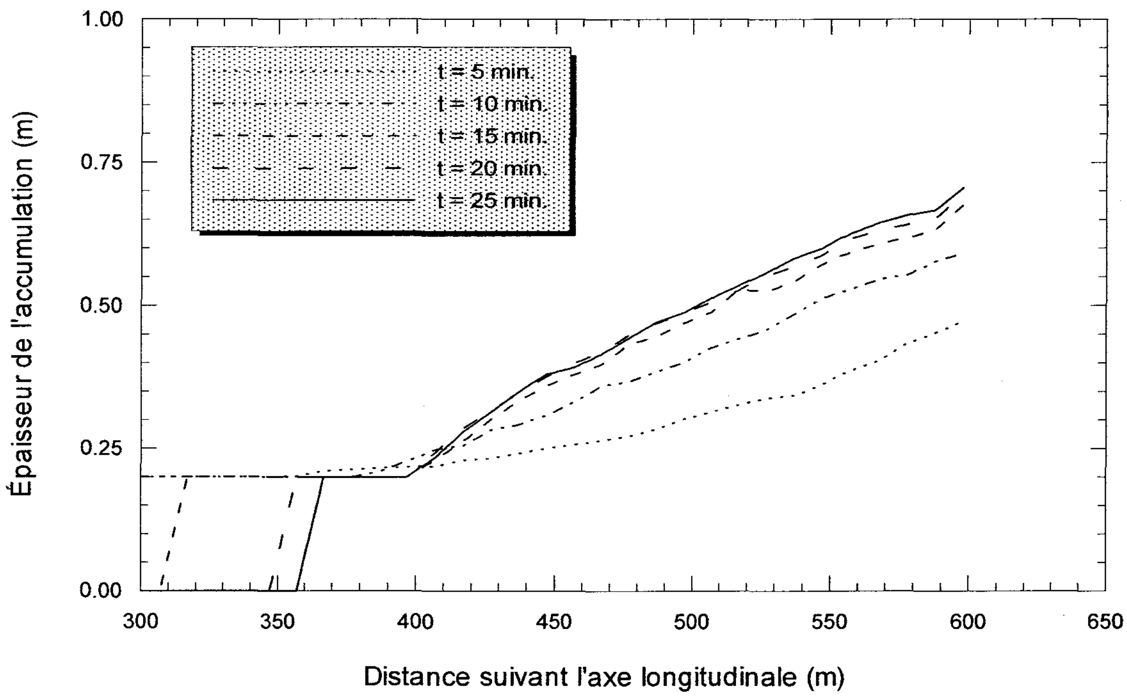


Figure 5.5 : Profil de l'accumulation logée contre l'estacade.

5.2.2.3 Comparaison des résultats avec la théorie des embâcles

Validée par de nombreuses études en laboratoire et sur le terrain, la théorie des embâcles est réputée capable de décrire le profil d'épaisseur des accumulations de glace non consolidées (Beltaos, 1995). La formulation du problème est établie en considérant un équilibre statique de la masse de glace dans un canal rectangulaire suivant quelques hypothèses portant sur le débit transitant sous l'embâcle, le frottement induit par les blocs de glace, la résistance interne de l'accumulation et son emplacement (*cf.* sections 2.4.3.1, 2.4.3.2). L'expression mathématique décrivant l'analyse de stabilité des embâcles est présentée dans sa forme originale dans les travaux de Pariset et Hausser (1961a). De nombreuses études (*e.g.* Pariset, Hausser et Gagnon, 1966; Uzuner et Kennedy, 1976; Beltaos, 1978, 1983) se sont depuis ajoutées et, ensemble, elles constituent ce qui est aujourd'hui dénommé la théorie des embâcles.

Beltaos (1995) rappelle succinctement les principes directeurs de la théorie des embâcles, laquelle considère qu'une accumulation de glace possède un comportement semblable à celui d'une masse granulaire flottante. La théorie démontre par ailleurs qu'il existe une limite physique à l'épaississement d'une accumulation sous l'effet des forces hydrauliques (Michel, 1978a). En effet, lorsque le débit augmente progressivement sous une accumulation de glace, le couvert s'épaissit par compactage jusqu'à ce qu'il atteigne une résistance capable de compenser la poussée hydraulique. Les berges, en opposant un frottement au mouvement des glaçons, contribuent également au freinage de la glace et diminuent l'épaisseur qu'atteint l'accumulation à l'équilibre.

Après une double intégration, d'abord sur l'épaisseur du couvert puis sur la largeur du canal, l'équation décrivant l'équilibre des forces s'exerçant sur l'accumulation de glace devient (Beltaos, 1995):

$$\frac{d}{dx}\left(\bar{\sigma}_x \bar{t}\right) + \frac{2k_0 k_1}{B}\left(\bar{\sigma}_x \bar{t}\right) = s_i \rho g S_w \bar{t} + \bar{\tau}_i - \frac{2\bar{t}C_i}{B} \qquad (5.1)$$

où $\bar{\sigma}_x$ est la contrainte selon x et $\bar{t}$, l'épaisseur de l'accumulation, la barre représentant une valeur moyenne sur la largeur du canal. Les paramètres k_0 et k_1 sont des coefficients de poussée tel que $k_0 = \tan\phi$ et $k_1 = 1 - \sin\phi$; C_i est le coefficient de cohésion de l'accumulation et $s_i = \rho_i / \rho$. La pente du niveau de surface est donnée par S_w tandis que $\bar{\tau}_i$ représente le cisaillement se produisant sur les faces inférieure et supérieure du couvert.

Lorsque la pente S_w, la largeur B ou le cisaillement τ varient selon x, comme c'est généralement le cas en rivière, l'équation (5.1) ne peut être intégrée analytiquement. Par contre, si ces variables demeurent constantes, il est possible de dériver une solution analytique qui peut être reprise pour le *test* de l'estacade. La solution est obtenue des équations de Pariset et Hausser (1961a) auxquelles sont introduites quelques simplifications ayant trait à la force de cohésion ainsi qu'à la poussée hydrodynamique au front de l'accumulation que l'on suppose toutes deux nulles. On présume aussi que le cisaillement induit par le frottement de l'eau sous le couvert est constant sur toute la longueur de l'accumulation. La solution analytique donnant l'épaisseur de glace en amont de l'estacade, selon une répartition uniforme en largeur du canal, est (Lu, 1998):

$$t_i = t_{eq}\left(1 - e^{\frac{-2\mu_1}{B}x}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{5.2}$$

où l'épaisseur d'équilibre t_{eq} est donnée par l'expression:

$$t_{eq} = \left(\frac{BNC_w V_{w_x}^2}{g\mu\frac{\rho_i}{\rho}\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho}\right)}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{5.3}$$

où, selon Beltaos (1995), $\mu = N \tan\phi(1 + \sin\phi)$. Pour $\phi = 46°$, on obtient $\mu = 1.068$ et $\mu_1 = 0.29$. La comparaison du profil final de l'accumulation obtenu du simulateur lagrangien à la solution analytique tirée de la théorie des embâcles est présentée à la figure 5.6.

5.2.2.4 Discussion

Trois constats s'imposent rapidement à l'examen des résultats présentés aux sections précédentes. En premier lieu, la figure 5.6 atteste de l'habileté du modèle numérique à reproduire la solution analytique. En effet, la concordance entre les deux courbes d'épaisseur est jugée satisfaisante, l'écart maximal n'excédant pas 15%. C'est dire que le simulateur lagrangien parvient, par une démarche qui se veut entièrement dynamique, à modeler le profil d'une accumulation de glace soumise à diverses contraintes dont l'intensité varie selon un contexte lui-même évolutif, conformément à ce que prévoit la théorie des embâcles qui étudie plutôt l'équilibre statique des forces en présence.

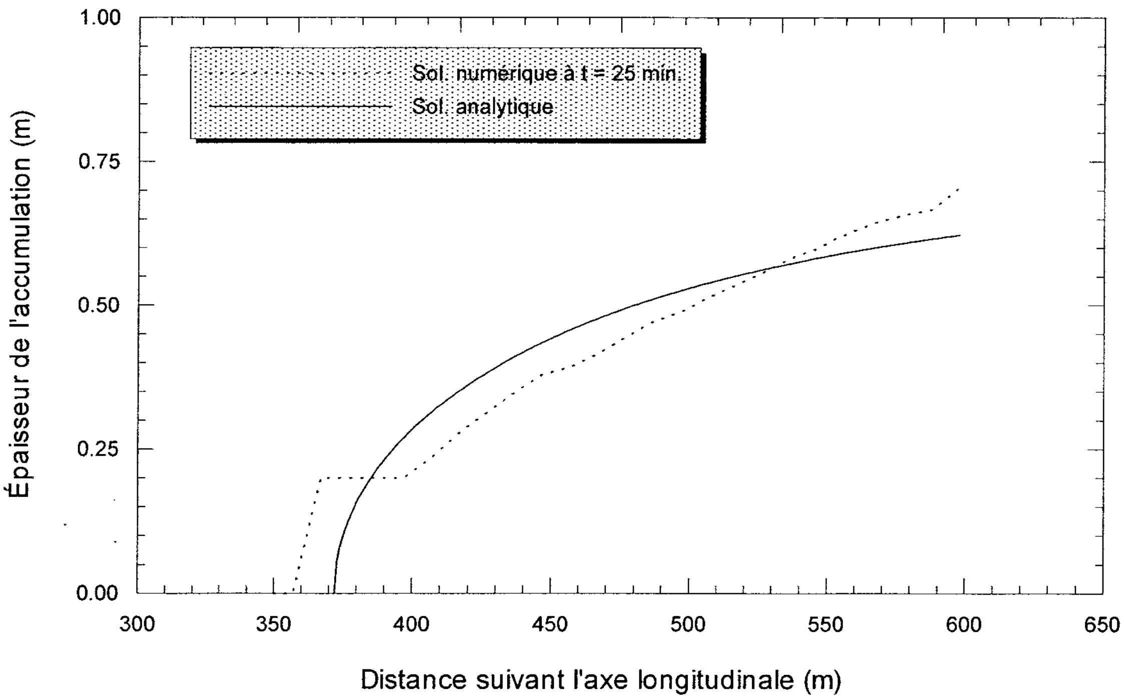


Figure 5.6 : Profil final de l'accumulation et solution de la théorie des embâcles.

Deuxièmement, la séquence des résultats 2D illustrés aux figures 5.3 et 5.4 montre que l'accumulation croît suivant un patron typique, observé maintes fois en rivières et décrit par plusieurs chercheurs (*e.g.* Michel, 1971; Beltaos, 1995). Dès son contact avec l'estacade, la masse de glace commence à épaissir, puis il y a remontée du front d'accumulation vers l'amont. Dans le cas qui nous occupe, la remontée du front s'estompe rapidement parce que les glaçons incidents font défaut. Néanmoins, cette tendance est aisément observable en début d'essai, ce qui démontre que le simulateur lagrangien reproduit correctement ce phénomène.

Le dernier constat porte sur des considérations de conservation de la masse dont l'évaluation est rendue facile grâce à la figure 5.6. Effectivement, l'aire sous la courbe nous renseigne sur le volume de glace impliqué dans la simulation. On constate que, pour une largeur unitaire, le volume de glace est rigoureusement conservé par le modèle numérique puisque les 2 aires se comparent avantageusement. Or, nous avions déjà évoqué à la section 4.2.1.4 les qualités conservatives théoriques d'un modèle lagrangien construit selon la méthode *SPH*. Nous disposons maintenant d'une preuve numérique que la masse est parfaitement conservée par le simulateur. Au surplus, on reconnaît qu'un seul transfert d'information depuis les parcelles jusqu'aux nœuds du maillage de simulation pour fins de représentation des résultats ne semble pas constituer en soi un procédé diffusif à outrance puisque aucune perte notable de la masse de glace n'est observée.

Il faut préciser par ailleurs que les résultats présentés sont ceux obtenus du modèle d'écoulement viscoplastique utilisant un critère de rupture de Mohr-Coulomb et une extrapolation linéaire de la loi pour les cas présentant un faible taux de déformation. Notons cependant que toutes les autres lois de comportement discutées aux chapitres 3 et 4 ont également été mises à l'épreuve. Les résultats qu'on en a tirés étaient comparables, la loi viscoplastique avec une courbe d'état limite de forme elliptique étant celle qui offrait la moins bonne solution. Les résultats de ces *tests* ne sont pas présentés de façon exhaustive parce qu'ils corroborent ceux menés par Lu (1998). Le lecteur désireux d'approfondir ces aspects particuliers est donc invité à se référer à cet ouvrage.

6. ÉTUDE DE CAS PRATIQUES

Le chapitre précédent proposait un essai de transport de glace dans un canal à pente constante pourvu d'une estacade à son dernier tiers. Le profil de l'amoncellement de glace généré par le simulateur lagrangien a été validé par le biais de la théorie des embâcles. Afin de s'assurer que les lois de comportement retenues représentent correctement les phénomènes naturels, il faut maintenant envisager de comparer les résultats de simulation à des mesures de terrain ou de laboratoire.

Ce chapitre aborde ainsi l'étude de deux cas pratiques, l'un mené dans un canal à pente brisée, l'autre sur la rivière Montmorency. Le premier vise à contrôler le comportement du modèle lorsque survient un dépassement de la capacité de transport de glace en une section du canal; le second cherche à recréer l'embâcle qui s'était produit en début de printemps 1998 dans le secteur des Îlets de la Montmorency. Ce faisant, on tentera de comprendre, dans le second cas, les changements qui s'opèrent au niveau de l'hydraulicité du lit majeur, alors que le *thalweg* est complètement obstrué par la glace et qu'une série de chenaux secondaires sont successivement sollicités par l'écoulement.

6.1 CAS DU CANAL DROIT AVEC CHANGEMENT DE PENTE

La première portion du présent chapitre est consacrée à un essai mené dans un canal caractérisé par un changement de pente. Introduite dans un écoulement rapide, la glace est transportée vers un tronçon moins pentu qui force sa décélération, puis son accumulation au moment où la capacité de transport de la section est dépassée. Comme il n'existe aucune solution analytique pour ce problème particulier, les résultats tirés du simulateur lagrangien font l'objet d'un contrôle semi-quantitatif, ce qui ouvre la voie à une validation plus approfondie à l'aide de mesures de laboratoire.

6.1.1 DESCRIPTION DU CANAL

Faisant 240 par 4 000 m, le canal présente deux tronçons distincts comme le montre la figure 6.1. Le premier segment couvre 800 m avec une pente constante de 5.0×10^{-4} m/m, alors que le segment aval constitue les derniers 3 200 m avec une pente de l'ordre de 2.5×10^{-6} m/m. À l'endroit où les deux tronçons s'unissent, on remarque un décrochement de 2 m au niveau de la topographie. Cet écart topographique entre les deux tronçons est introduit afin de contenir l'effet de la courbe de remous sur quelques centaines de mètres vers l'amont et ainsi, restreindre les dimensions du canal. Les parois latérales du canal sont verticales et le fond, auquel on a imposé un coefficient de frottement de 0.03, est uniforme. Le modèle discret est assuré par un maillage formé de 3 200 éléments triangulaires de même dimension et 1 701 nœuds.

Segment no	1	2
Longueur (m)	800	3 200
Largeur (m)	240	240
Pente (m/m)	5.0×10^{-4}	2.5×10^{-6}
n_{fond}	0.03	0.03

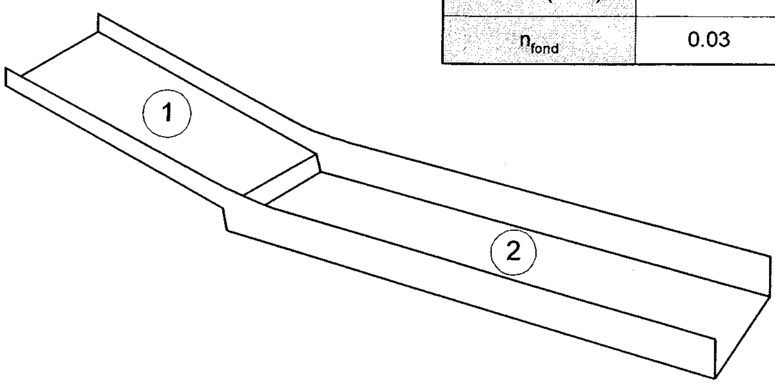


Figure 6.1 : Canal droit avec changement de pente.

6.1.2 SIMULATION DE TRANSPORT DE GLACE

Il a été mentionné précédemment que la formation d'un pont de glace dans un cours d'eau est reliée à sa capacité de transport en glace et au débit de glaçons incidents (*cf.* section 2.4.3.2). À son tour, la capacité de transport de la rivière est fonction de la vitesse d'écoulement, de la largeur utile du cours d'eau, de la pente de surface, de la taille des glaçons, de leur concentration et de leurs caractéristiques rhéologiques (Calkins et Ashton, 1975; Ackermann *et al.*, 1981; Ackermann et Shen, 1983). Les endroits où la capacité locale de transport en glace est dépassée par le débit de glaçons provenant de l'amont deviennent des sites auxquels sont associés des risques éminents de formation d'embâcle. C'est dans ce contexte qu'est réalisé le second exercice de validation du modèle de la dynamique des glaces.

Contrairement à l'exercice précédent au cours duquel une condition d'imperméabilité avait été explicitement imposée sous la forme d'une estacade forçant l'arrêt des glaçons, la présente simulation vérifie si le dépassement de la capacité de transport locale est une condition suffisante pour générer un pont de glace. On cherche par cet essai à comprendre dans quelles conditions une accumulation de glace peut se former alors qu'*a priori* aucun obstacle n'entrave la circulation des glaçons dans la section. À notre connaissance, aucun modèle n'est parvenu à simuler l'arrêt de glace sans qu'une singularité de la rivière n'intervienne de façon prépondérante dans le *processus*.

Pendant cette simulation, des glaçons sont introduits dans l'écoulement par l'intermédiaire d'une rampe d'injection positionnée au niveau du segment amont d'un canal à pente brisée initialement en eau libre. Les parcelles sont injectées proportionnellement à la vitesse observée à l'endroit de la rampe suivant un débit massique n'excédant pas le *maximum* de la capacité de transport de glace du tronçon amont. D'après les dimensions de la section, les caractéristiques de l'écoulement initial et les propriétés des glaçons, on estime la capacité de transport maximale locale à environ 25 m^3/s (Ackermann *et al.*, 1981), soit près de cinq fois celle du tronçon aval évaluée pour sa part à un peu plus de 5 m^3/s.

Les morceaux de glace possèdent tous une épaisseur de 0.25 m. Un écoulement graduellement varié caractérise les conditions hydrauliques initiales du canal avec des vitesses allant de 0.72 m/s dans la zone la plus abrupte, à 0.34 m/s au niveau du tronçon à faible pente. Aucun effet de vent n'est inclus dans cet exercice au cours duquel on entend cependant prendre en compte la présence de la glace *via* la rétroaction sur l'hydrodynamique. Ce faisant, il est à prévoir que la capacité de transport des deux sections sera constamment modifiée pendant l'essai. Le tableau 6.1 présente les valeurs des différents paramètres du modèle utilisées pour cette simulation.

Tableau 6.1 : Valeurs des paramètres pour la simulation dans le canal à pente brisée.

Δ_c	N_{max}	N_0	t_{i0}	ϕ	j	e
10^{-5} sec^{-1}	0.6	0.5	0.25 m	46°	15	2

Les résultats de la simulation sont illustrés à la section suivante, laquelle est suivie d'une analyse détaillée.

6.1.2.1 Résultats

On trouve à la figure 6.2 un montage illustrant les variations en cours d'essai de la concentration de glace à la surface du canal. La figure 6.3 montre pour sa part l'évolution de l'épaisseur de l'accumulation aux instants correspondants. Le graphique de la figure 6.4 permet de suivre l'évolution de l'épaisseur de l'accumulation au centre du canal. Enfin, les fluctuations du niveau d'eau sont présentées à la figure 6.5.

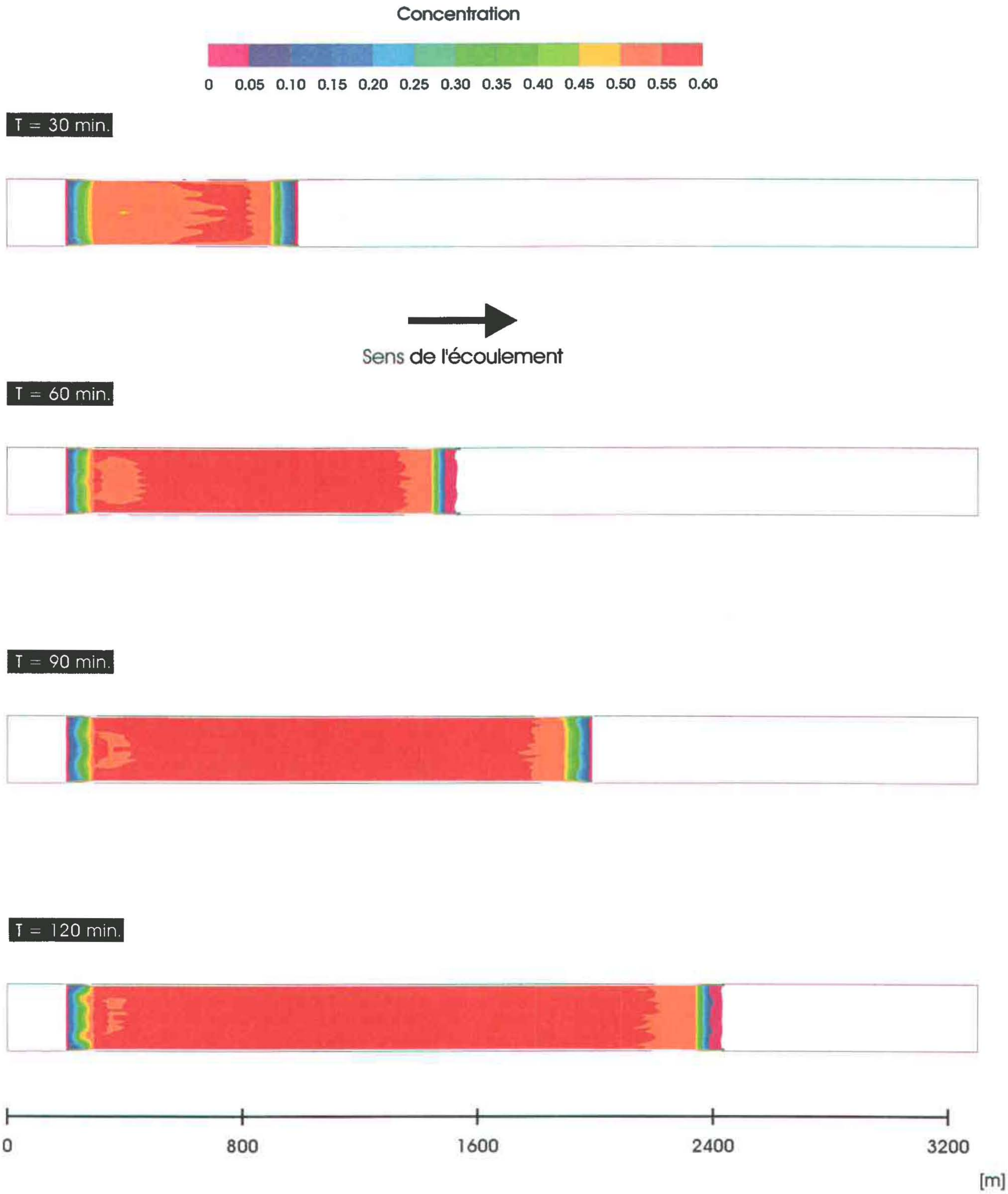


Figure 6.2 : Évolution de la concentration à la surface en cours d'essai.

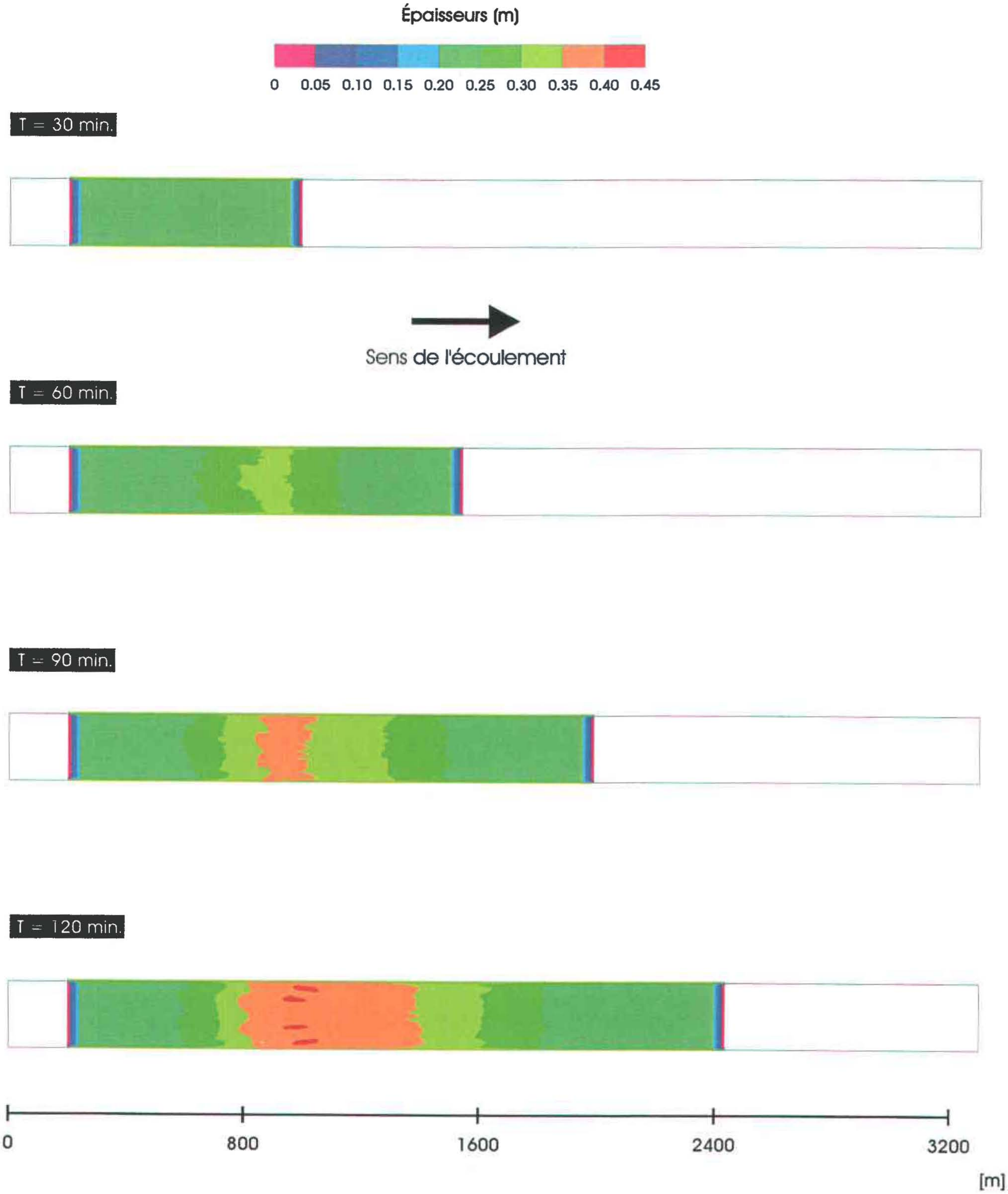


Figure 6.3 : Évolution de l'épaisseur de l'accumulation en cours d'essai.

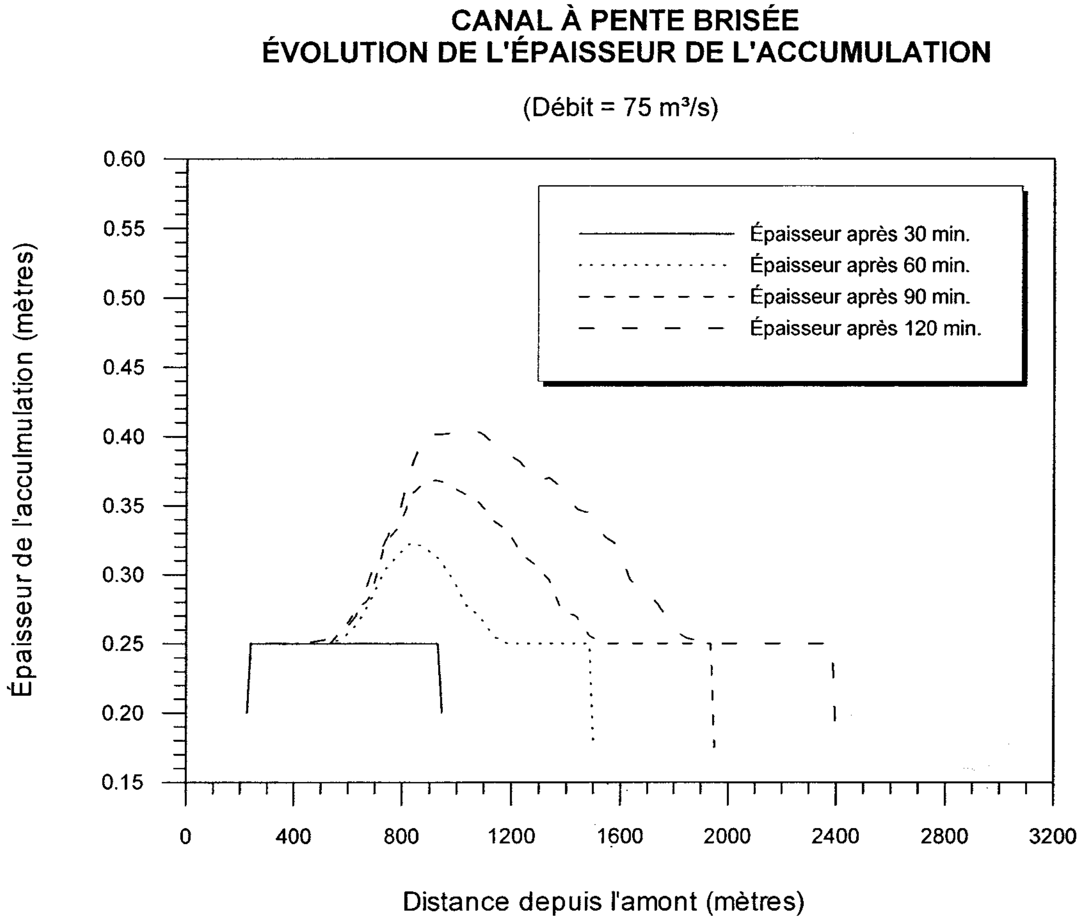


Figure 6.4 : Évolution de l'épaisseur de l'accumulation au centre du canal en cours d'essai.

6.1.2.2 Discussion

Dès qu'ils atteignent le bief d'aval, les glaçons voient leur concentration, initialement fixée à 0.5, rapidement augmenter, puis atteindre le seuil maximal de 0.6 (figure 6.2). Ce phénomène se transporte alors vers la partie amont du canal qui a tôt fait de se couvrir d'une couche de glace dont la concentration atteint aussi $N_{\max}$. Au moment où la concentration plafonne au niveau du bief d'aval, la glace commence à s'accumuler sur la profondeur comme en atteste la figure 6.3. Une épaisseur maximale de 0.42 m est finalement atteinte, en équilibre avec les conditions d'écoulement ajustées à la présence de la glace.

Tel qu'anticipé, l'accumulation débute dès l'instant où la capacité de transport est dépassée. Gage de sa stabilité hydraulique, l'empilement de glace atteint une épaisseur limite dictée par des conditions d'écoulement harmonieusement ajustées à sa présence. La glace, en s'arc-boutant contre les parois du canal, décrit des structures en forme d'arche distinguables sur la figure 6.3. De tels patrons d'accumulation se développent typiquement dans les sections de rivière qui subissent des constrictions comme l'illustre la figure 6.6.

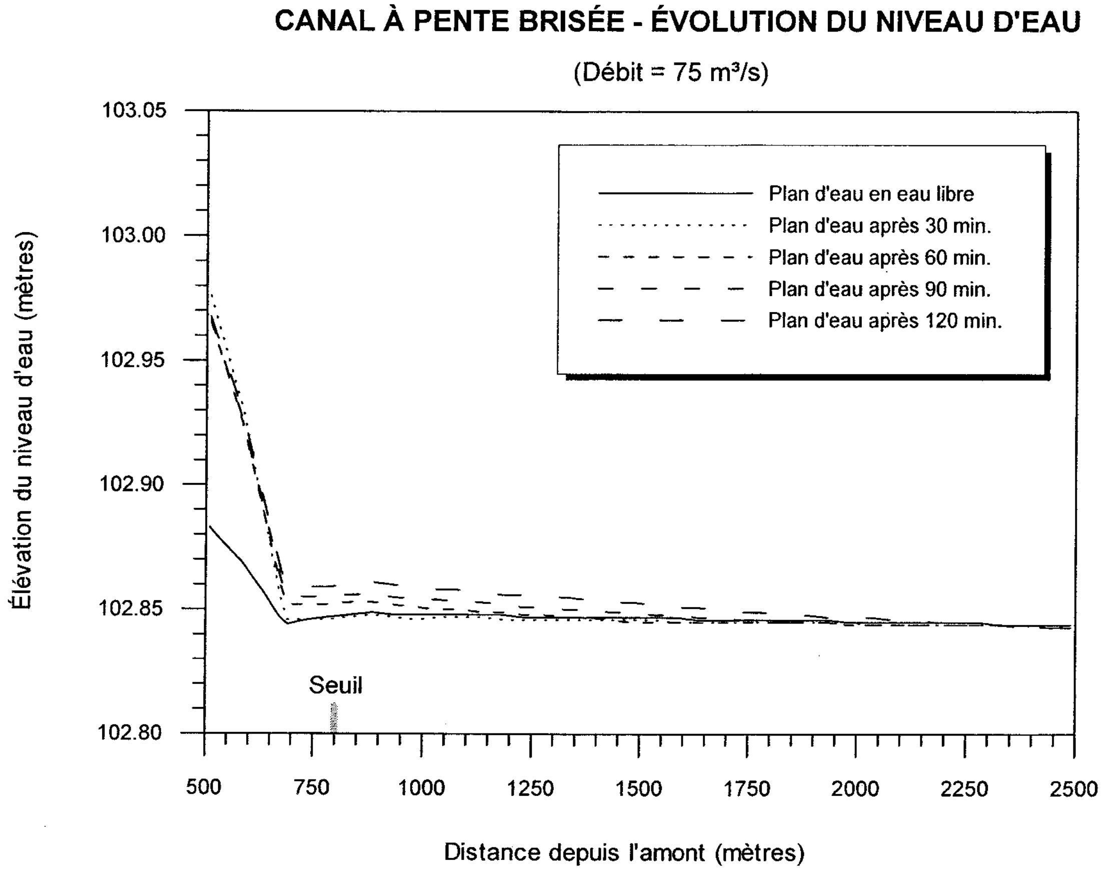
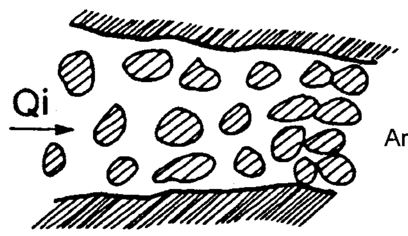


Figure 6.5 : Évolution du niveau d'eau en cours d'essai.



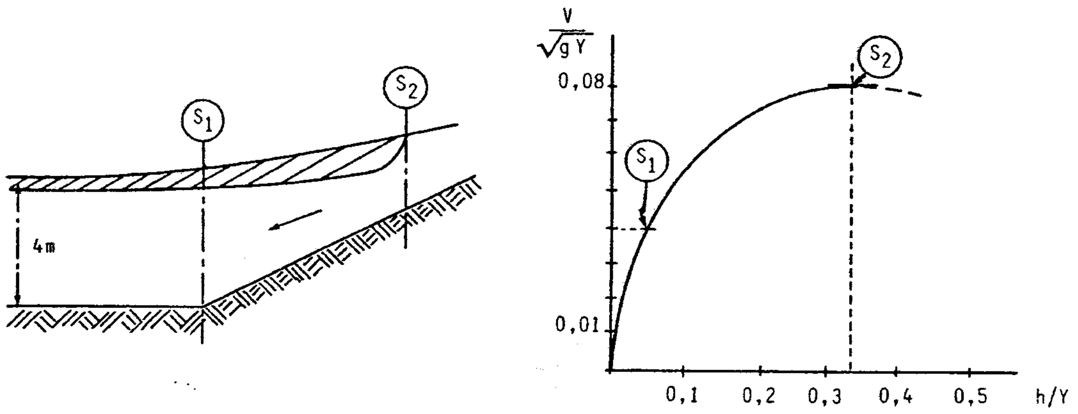
(tiré de Beltaos, 1995)

Figure 6.6 : Phénomène d'arc-boutement de la glace sur les berges.

La glace qui s'empile au niveau du tronçon à faible pente constitue, d'un point de vue hydraulique, une perte de charge, laquelle provoque l'augmentation du niveau d'eau tel qu'on l'observe sur la figure 6.5. Le rehaussement du plan d'eau se répercute en amont de la bordure de l'accumulation, causant une décélération des vitesses du courant à cet endroit, ce qui favorise l'arrêt des glaçons dont la juxtaposition assure la progression du couvert. L'accumulation progresse ainsi jusqu'au pied du tronçon fortement incliné grâce à l'afflux de glaçons. Le couvert atteint finalement une section où la vitesse du courant ne permet plus sa progression. En effet, l'épaississement frontal d'un couvert ne croît pas indéfiniment avec une diminution de la profondeur; il serait plutôt limité par une épaisseur relative maximale de $h/Y = 1/3$ selon Tanguy (1985). La figure 6.7 illustre ce cas.

Bien qu'elle ne puisse plus progresser, l'accumulation continue néanmoins de recevoir des glaçons qui, faute de pouvoir s'accumuler à la bordure, devraient théoriquement être entraînés sous le couvert. Il existe des critères de stabilité qui permettent de vérifier si un glaçon situé à la bordure du couvert est entraîné sous ce dernier. Tous ces critères sont cependant développés selon une approche 1D pour des blocs ayant des dimensions définies (Pariset et Hausser, 1961; Michel, 1971; Uzuner et Kennedy, 1972). Ils s'expriment généralement sous la forme d'un nombre de Froude critique (Ashton, 1974b; Larsen, 1975; Daly, 1984). Leur transposition directe dans un univers 2D exploitant une approche continue est hautement incertaine. Aussi le recours à de tels critères a été pour le moment mis de côté.

Il a plutôt été choisi de relâcher les coefficients de frottement appliqués sur les berges de sorte que l'accumulation ne soit pas entièrement *stoppée* par la résistance qu'offrent les parois. On observe qu'un état permanent est atteint lorsque l'effet de la poussée frontale est équilibré par la résistance interne de l'accumulation, que le couvert ne peut plus progresser et que les glaçons continuent d'affluer. La masse de glace continue alors de dériver lentement sous l'effet de la force tractrice du courant.



(tiré de Tanguy, 1985)

Figure 6.7 : Ennoyage d'un seuil et limite de progression d'une accumulation.

Ce cas de figure mériterait une investigation plus approfondie, soit par le biais d'essais de laboratoire, soit par une analyse théorique de type dimensionnelle. Il faut mentionner que les conditions de blocage dans les canaux non obstrués n'ont reçu que très peu d'attention de la part des chercheurs. À notre connaissance, seul Ettema (1990) a abordé cette classe de problème. Généralement, il est plutôt admis que la glace est freinée dans les zones où la section subit un rétrécissement, en raison d'une constriction topographique ou la présence de glace de rive. La rencontre d'un obstacle, qu'il soit naturel (île, méandre, haut fond, seuil, *etc.*) ou artificiel (pile de pont, estacade, *etc.*), est également reconnue pour contribuer à l'arrêt des glaces dérivantes. Cet essai ouvre donc la voie à une validation de nature théorique ou pratique.

6.2 CAS DE LA RIVIÈRE MONTMORENCY - SECTEURS BOCAGE ET DES ÎLETS

L'application du modèle de la dynamique des glaces a été jusqu'ici limitée à des problèmes purement académiques. Seuls des domaines à géométrie régulière, des écoulements uniformes ou des conditions de simulation contrôlées ont été considérés. En vue de compléter la démarche de validation, il est essentiel d'étudier le comportement du modèle dans une situation réelle d'écoulement en rivière.

6.2.1 CHOIX ET DESCRIPTION DU SITE

La rivière Montmorency, cours d'eau prenant sa source dans le parc des Laurentides, a été choisie comme site pour l'application du modèle. Le tronçon de la rivière Montmorency faisant l'objet des sections suivantes se situe dans la partie inférieure du bassin versant (figure 6.8). Il sillonne le secteur Bocage et intègre le lac des Petites Îles, également dénommé le Domaine des Îlets, pour se terminer en aval aux limites des municipalités de Beauport et Boischatel, un peu en amont du rapide des Trois-Saults. La figure 6.9 montre la localisation du tronçon à l'étude. D'une longueur approximative de 3.4 km, ce tronçon est caractérisé par la présence de méandres, d'embranchements et d'îles dont la morphologie varie assez rapidement avec le temps.

Le secteur des Îlets ainsi que celui du Bocage sont identifiés depuis peu comme zones inondables (Boucher et Picard, 1994). D'ailleurs, les résidents en rive droite subissent de façon récurrente les inconvénients reliés aux crues de la rivière. Le Domaine des Îlets semble plus fréquemment touché par des crues se produisant en eau libre. Quant au secteur Bocage, il est davantage réputé pour les problèmes que lui cause la montée des eaux consécutive à la formation d'embâcles printaniers. Pour sa part, la rive gauche de la rivière Montmorency à l'intérieur du tronçon étudié n'est pas habitée. Cette rive est en effet densément boisée et plusieurs chenaux secondaires contribuent à l'écoulement, surtout en période de crue.

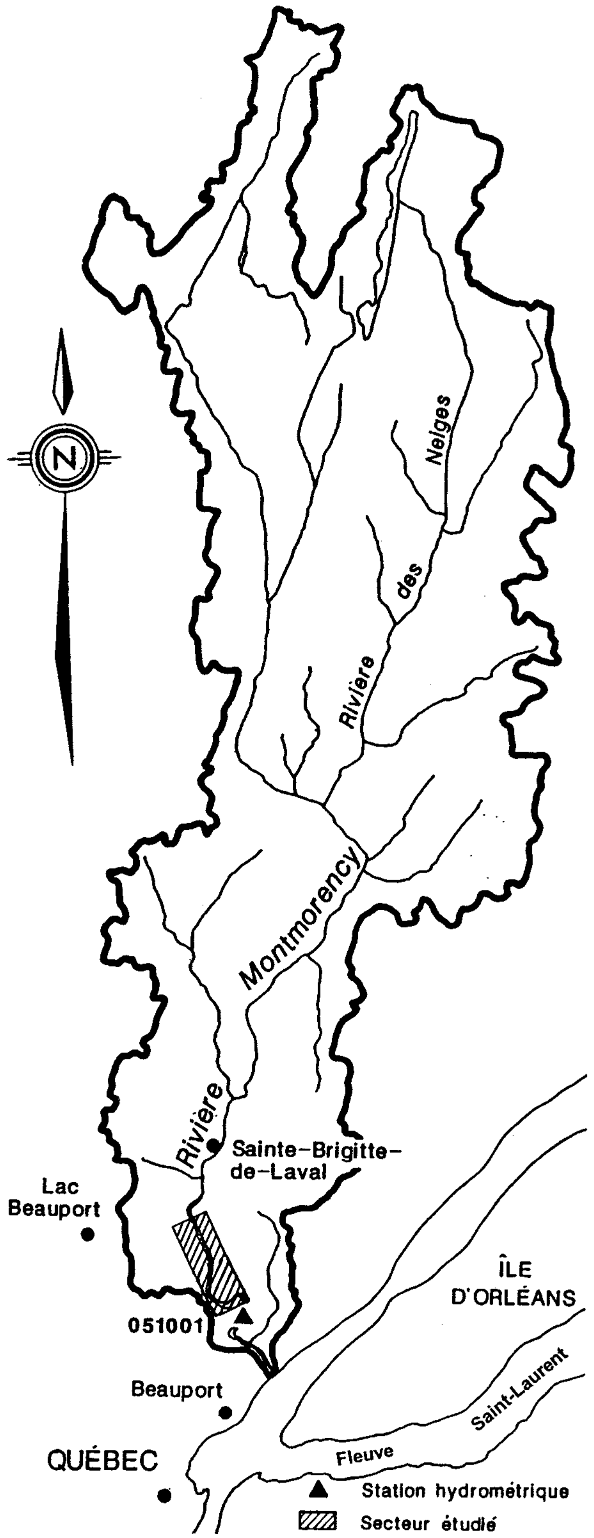


Figure 6.8 : Localisation du tronçon à l'étude dans le bassin versant de la rivière Montmorency.

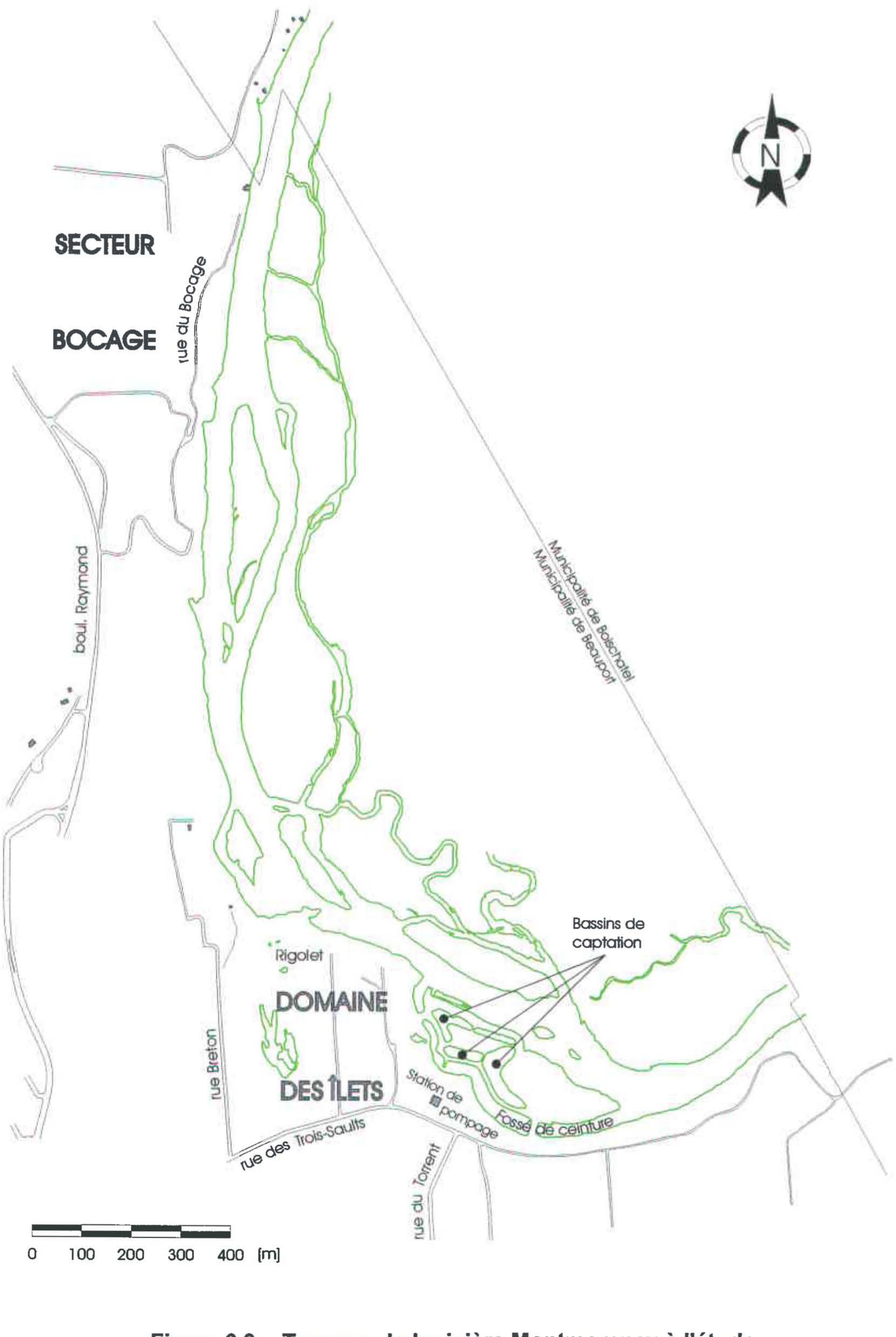


Figure 6.9 : Tronçon de la rivière Montmorency à l'étude.

Ayant déjà fait l'objet de quelques études visant à contrôler les problèmes des hautes eaux (Consultants BPR, 1994; Leclerc *et al.*, 1998), ces deux secteurs réunis constituent donc un banc d'essai numérique particulièrement attrayant pour l'évaluation du modèle développé dans le cadre de cette thèse.

6.2.1.1 Hydrologie du bassin versant

6.2.1.1.1 Source de données

L'hydrologie a été obtenue à partir des données produites à la station 051001 du ministère de l'Environnement et de la Faune (MEF) située à 0.6 km en aval de la centrale des Marches Naturelles, soit un peu en amont des chutes Montmorency. Le bassin versant de la rivière à cet endroit est de 1 100 km^2 alors qu'il est inférieur de 6% au site étudié (1 036 km^2). Les débits observés ou obtenus par des moyens statistiques à l'endroit de la station ont donc été réduits proportionnellement à la taille des bassins versants afin d'obtenir une estimation plus juste de l'hydrologie du secteur.

6.2.1.1.2 Comportement hydrologique

La rivière Montmorency draine un bassin à vocation forestière qui se caractérise par une pente assez prononcée, entraînant l'érosion sévère des berges, le transport d'une quantité importante de sédiments, la présence de nombreux lieux de déposition de ces sédiments ainsi que l'existence de plusieurs îles ou îlots dont la morphologie se modifie avec le temps. Comme la majeure partie du bassin versant est située dans une région où les précipitations, sous forme de pluie et de neige, comptent parmi les plus fortes de la province, il en résulte des débits de crues assez importants.

Examiné sous un angle quantitatif, le bassin versant de la rivière Montmorency se distingue par un temps de concentration relativement court. En effet, la nature pentue du bassin lui confère un temps de transfert du ruissellement dans son réseau hydrographique de l'ordre de 12 heures. Par ailleurs, le facteur de pointe moyen de la rivière Montmorency a été établi à 1.26 par Boucher et Picard (1994). Ce facteur, qui caractérise le dépassement du débit moyen journalier par le débit maximal, est obtenu du rapport suivant:

$$\text{Facteur de pointe (F.P.)} = \frac{\text{Débit instantané (horaire) maximal de la crue}}{\text{Débit moyen journalier}} \tag{6.1}$$

La valeur de 1.26 est une valeur moyenne, car il n'est pas rare que le facteur de pointe atteigne des valeurs voisines de 1.5-1.6, et même plus comme ce fut le cas le 3 novembre 1966 alors que le F.P. atteignait 2.84 pour un débit de 1 110 m^3/s.

Les débits maximaux instantanés de récurrences de 20 ans et de 100 ans tels que compilés par Boucher et Picard (1994) figurent au tableau 6.2. On y présente également les débits instantanés associés aux trois dernières crues importantes qui ont engendré des inondations en eau libre. On sait d'ores et déjà qu'un débit de récurrence de 4 ans provoque des inondations dans le secteur des Îlets, au niveau du Rigolet et de la prise d'eau de Beauport (Leclerc *et al.*, 1998). Ces données serviront ultérieurement à comparer les cotes atteintes lorsque la rivière est en partie obstruée par la présence de glace.

Tableau 6.2 : Débits instantanés et leur période de récurrence, rivière Montmorency (d'après Boucher et Picard, 1994).

DATE	STATION 051001 DÉBIT INSTANTANÉ (m^3/s)	RÉCURRENCE
1er avril 1987	686	32 ans
6 mai 1989	697	37 ans
17 avril 1993	516	4 ans
-	659	20 ans
-	776	100 ans

6.2.1.2 Contexte géomorphologique du secteur

La compréhension du comportement hydraulique d'un tronçon de rivière passe impérativement par l'observation à une méso-échelle du milieu qu'il traverse. Ainsi, la caractérisation du contexte géomorphologique global constitue une étape essentielle dans l'étude du patron d'écoulement qui s'est développé au fil des ans dans les secteurs Bocage et des Îlets. Cette section présente une synthèse de l'analyse géomorphologique qui avait été effectuée dans le cadre d'une étude menée par l'INRS-Eau en 1998.

Dans le secteur à l'étude, la rivière Montmorency adopte une morphologie classique de type anastomosé telle que définie par Amoros et Petts (1993). Un tronçon anastomosé est caractérisé par un fractionnement dynamique de l'écoulement en plusieurs bras de dimensions inégales, souvent sinueux, qui tantôt bifurquent, tantôt se rejoignent, à travers une plaine de débordement généralement boisée. Le degré d'activité géomorphologique (érosion des berges, mobilité des bancs d'alluvions) dans chacun des bras de la rivière, appelés anabranches, dépend directement de leur largeur: le chenal dominant, plus profond et doté d'une plus grande puissance hydraulique, est le plus dynamique et il transporte les alluvions les plus grossières; les bras secondaires, moins profonds et souvent plus sinueux, transportent des sédiments plus fins.

On retrouve généralement les tronçons anastomosés dans des secteurs où le profil en long se redresse et fait subir au cours d'eau une perte soudaine de pente d'écoulement, et donc de sa capacité à charrier les alluvions qui alors, s'y déposent. Les *deltas* de rivières à forte charge sédimentaire sont souvent anastomosés. Il arrive aussi que certains tronçons de rivière occupant des vallées montagneuses le soient. Le rehaussement du profil en long et la perte soudaine de capacité de charriage sont habituellement causés par l'existence d'un point fort sur le profil en long: soit, un fort cône d'alluvionnement formant obstacle à l'embouchure d'un tributaire ou encore, un important affleurement rocheux traversant la vallée. Le tronçon des Îlets de la rivière Montmorency est de ce dernier type.

Au fil des 9 à 10 millénaires écoulés depuis la déglaciation de cette vallée, la rivière s'est graduellement encaissée dans les dépôts glacio-deltaïques sableux, très abondants dans ce secteur. Or, cette incision a été limitée par la présence d'un important verrou rocheux de type *gneissique* au rapide des Trois-Saults, induisant une forte concavité du profil en long dans le secteur des Îlets. On note à cet effet des pentes d'écoulement en crue 10 fois plus importantes quelques kilomètres en amont du secteur étudié. Cette réduction soudaine et très significative de la pente d'énergie est concentrée dans le secteur des Îlets. Il s'ensuit une perte de capacité de charriage qui se traduit par une tendance à l'accumulation des cailloux et galets en d'amples bancs médians le long du secteur des Îlets lui-même, entraînant la formation de bras secondaires à travers la plaine d'inondation, et permettant à une partie de la crue de se redistribuer et contourner ces obstacles.

6.2.1.3 Comportement hydraulique du cours d'eau

Le comportement de la rivière Montmorency, en particulier dans la région à l'étude, a été observé sur un large registre d'événements englobant les débits d'étiage estival, de crues faibles, moyennes et fortes. Cette section décrit brièvement quelques états caractéristiques de la rivière en eau libre. L'exercice vise à familiariser le lecteur avec la relation qui existe entre le débit mesuré et les cotes altimétriques qu'atteint le plan d'eau à certains endroits spécifiques du tronçon.

En deçà de 40 m^3/s, la rivière est en étiage. L'étiage est sévère si le débit est inférieur à 15 m^3/s. À ce moment, de nombreux hauts-fonds émergent, le découvrement est généralisé au point que les deux rives semblent se toucher par endroit et seul le *thalweg* est sollicité par l'écoulement. On observe alors une alternance de fosses peu profondes et de rapides, et l'écoulement est plutôt discontinu. On note une seule région d'écoulement assez profonde de 200 mètres alignée longitudinalement en rive droite dans le secteur aval le long de la rue des Trois-Saults. Les vitesses du courant correspondant à cet état ne dépassent pas 1 m/s et sont plutôt de l'ordre de 0.4 à 0.8 m/s.

La plage de débits s'étendant de 40 à 100 m^3/s produit les conditions hydrauliques les plus souvent observables. Le haut de la fourchette de valeurs réfère à une crue estivale, typiquement suite à des précipitations abondantes mais sans excès de ruissellement. Cet état correspond grossièrement à la ligne de berges telle que définie sur certaines cartes de la rivière. L'ensemble du niveau de la rivière se retrouve rehaussé de quelques dizaines de centimètres et la plupart des bancs de sable et graviers, visibles à l'état précédent, sont alors submergés. Les vitesses du courant se situent globalement autour de 1 m/s avec quelques secteurs s'écoulant un peu plus rapidement. L'écoulement demeure confiné au lit mineur.

De 100 à 400 m^3/s, la rivière est en crue, faible ou moyenne. À 400 m^3/s, aucun débordement ne se produit en rive droite. Cependant, au-delà de ce seuil, c'est le début du surpassement par la rivière du talus fermant l'entrée du chenal du Rigolet au Domaine des Îlets. Les digues délimitant les bassins de captation de la prise d'eau « surnagent » à peine au-dessus du niveau de la rivière. En rive gauche, plusieurs secteurs voisins de la berge sont inondés par la crue et certains chenaux secondaires sont déjà sollicités par l'écoulement. Les deux grandes îles situées en rive gauche, l'une en face des bassins de captation et l'autre en amont du Domaine des Îlets, sont totalement submergées. À ce débit, la rivière charrie habituellement des sédiments fins en assez grande quantité donnant à l'eau un aspect opaque. Les vitesses du courant atteignent une valeur caractéristique de 1.5 à 2.0 m/s avec des pointes de 2.5 m/s dans la portion amont du tronçon. On ne voit presque plus la trace des structures morphologiques sous-jacentes du lit de la rivière.

De 400 à 725 m^3/s, la rivière passe d'une crue moyenne à une crue forte. Une bonne partie du Domaine des Îlets est alors submergé, tout comme l'ensemble des digues des bassins de captation ainsi qu'un petit segment de la rue des Trois-Saults aux limites de Beauport. De larges secteurs de la plaine inondable en rive gauche se trouvent également inondés et les bras secondaires participent directement à l'écoulement. Les vitesses du courant atteignent et dépassent souvent 2 m/s dans la majorité du lit mineur.

6.2.1.4 Régime des glaces

Cette section propose une brève description de la séquence d'apparition, d'évolution et de destruction du couvert de glace au niveau du tronçon Bocage - Des Îlets avec égard à son comportement hydraulique pendant l'hiver. La description s'appuie sur plusieurs années d'observation directe du cours d'eau pendant la saison froide.

La première glace à se former est la glace de dérive, frasil et plaques, qui aura tendance à s'accumuler dans les zones d'écoulement laminaire. À ce moment, généralement vers la mi-novembre, la glace de rive fait également son apparition, laquelle est beaucoup plus marquée dans les secteurs à écoulement lent. Certaines sections seront rapidement couvertes suite à la croissance statique de la glace. Ailleurs, là où l'écoulement est plus rapide et la surface de l'eau plus agitée, le couvert de glace se formera plus tard, aidé par l'arrivée de *slush* de frasil et de glaçons incidents. Quelques sections où le courant est nettement plus rapide ne se fermeront que très tard à l'hiver. Des polynies sont d'ailleurs observées à chaque année. Il en résulte un couvert d'épaisseur fortement variable qui, par sa présence, accentue la dénivelée du plan d'eau par rapport aux conditions en eau libre.

Pendant l'hiver, le couvert croît et s'épaissit suite à l'échange de chaleur qui se poursuit entre l'eau et l'atmosphère. L'épaississement peut aussi résulter de la déposition de frasil sur la face inférieure du couvert. Formé dans des sections encore en eau libre à l'amont, le frasil est transporté vers l'aval et se dépose sous le couvert aux endroits où le courant le permet. Ces dépôts sont parfois si massifs qu'ils obstruent une partie de la section d'écoulement et causent le soulèvement du couvert qui, souvent, se fissure. Un *aufeis* a également été observé à l'hiver 1993-94 alors que d'importantes chutes de neige avaient causé l'affaissement local du couvert qui, appuyé contre le radier, força l'eau à s'écouler sur la face supérieure du couvert pendant une bonne partie de l'hiver.

À l'arrivée du printemps, soit vers la fin mars ou le début avril, le couvert de glace se rupture sous l'effet de la montée des eaux entre Sainte-Brigitte-de-Laval et l'Île Enchanteresse, un secteur de fortes pentes, ce qui enclenche le phénomène de débâcle. Les glaçons sont alors transportés vers l'aval jusqu'à l'Île de Canteloup dans le secteur Bocage, élément qui fait obstacle à leur transfert vers le secteur des Îlets. L'embâcle ainsi formé se développe vers l'amont jusqu'à l'Île Enchanteresse qu'il englobe la plupart du temps. Le secteur des Îlets est donc assez peu affecté par les embâcles à cause de ces conditions structurelles. Déjà identifié comme un secteur où la déposition d'alluvions est abondante, le tronçon Bocage - Des Îlets favorise également l'arrêt de la glace par ses faibles pentes et ses nombreuses singularités (restrictions, îles, méandres, *etc.*). La glace obstrue alors l'écoulement et cause des inondations en rive droite dans le secteur

Bocage. Les inondations sont généralement peu sévères, la rivière mettant rapidement à profit les déversoirs naturels que constituent les bras secondaires en rive gauche, du côté de Boischatel. Assez rarement, des embâcles peuvent également se former à l'amont du rapide des Trois-Saults, mais ils n'ont pas la gravité de ceux du secteur Bocage puisqu'ils tendent à se défaire rapidement sous la poussée du courant. Il arrive aussi que ces embâcles se produisent pendant l'hiver à la suite d'un redoux et de pluies abondantes.

La débâcle n'engendre pas systématiquement d'embâcle dans le tronçon à l'étude. Il arrive en effet que la glace fonde sur place, spécialement lorsque le temps doux s'installe d'une façon progressive comme ce fut le cas au printemps 1997. Souvent aussi, les embâcles restent coincés quelques kilomètres en amont, soit à l'Île Enchanteresse, ce qui laisse le secteur Bocage à l'abri pendant la période de fonte. Le tableau 6.3 montre les dates les plus hâtive et tardive pour la disparition de la glace au niveau du chenal principal de la rivière Montmorency.

Tableau 6.3: Dates de disparition de la glace sur la rivière Montmorency (source: archives, MEF).

Débâcle	Date
la plus hâtive*	4 mars
la plus tardive*	20 avril

* en date du printemps 1996

6.2.2 MODÈLE NUMÉRIQUE DE TERRAIN

Au moment d'effectuer la caractérisation du terrain, le choix de l'événement à modéliser n'était pas arrêté. Compte tenu de la nature imprévisible et du caractère local que revêt la montée des eaux consécutive à une accumulation de glace logée dans le chenal principal, il est devenu impératif d'inclure une partie de la plaine inondable dans le modèle de terrain en raison du rôle important que cette région joue dans le transfert des crues vers l'aval. La zone potentiellement affectée a donc vu ses cotes d'élévation intégrées au modèle numérique de terrain. Les capacités couvrant-découvrant du modèle hydrodynamique utilisé permettent, nous l'avons vu précédemment, une prise en compte simultanée de zones mouillées et exondées. En conséquence, les efforts de caractérisation topographique des étés 1995 et 1996, limités pour des raisons pratiques au domaine fréquemment mouillé, ont été complétés par l'ajout de cotes altimétriques provenant du modèle numérique d'élévation de la ville de Beauport établi au 1 / 2 000.

6.2.2.1 Délimitation de la zone d'étude

La figure 6.9 montre la localisation et l'étendue couverte par le modèle du tronçon Bocage - Des Îlets. Celui-ci s'étend au sud jusqu'au promontoire s'insérant entre la rivière elle-même et le marécage des Trois-Saults qui sert de plaine de débordement lors des crues de faible récurrence. Il est grossièrement délimité à l'ouest par le haut talus sableux jouxtant la rue Breton, au niveau du Domaine des Îlets, et la falaise longeant le boulevard Raymond, à la hauteur du secteur Bocage. Au nord-est, le domaine est bordé par les collines de Boischatel tandis qu'à l'est, le modèle s'arrête aux limites de Beauport, endroit qui se prête naturellement à l'établissement des conditions aux limites hydrauliques.

6.2.2.2 Construction du modèle

Le modèle numérique de terrain est construit d'après les étapes principales suivantes:

- établissement des limites du modèle;
- constitution de la base de données à l'aide des données d'élévation du terrain déjà disponibles;
- caractérisations complémentaires (lit mineur);
- construction du maillage d'éléments finis comme support principal de l'information (maillage de simulation);
- report des données topographiques de terrain sur le maillage;

- ajout des conditions de frottement dû aux alluvions et utilisations du sol (en milieu terrestre).

Les données de terrain ayant servi à l'élaboration de la base de données du tronçon Bocage - Des Îlets proviennent de sources diverses et hétérogènes. Les sections suivantes identifient la provenance des différents ensembles de données et traitent de leur intégration à la base de données.

6.2.2.2.1 Données photogrammétriques disponibles - Lit majeur

Le premier ensemble de données topographiques du secteur provient du modèle numérique d'élévation (MNE) de la ville de Beauport. Il couvre la totalité du secteur terrestre, lit majeur et hauteurs, du domaine étudié. Il a été établi à l'aide de la photogrammétrie numérique (programme *Digital Video Plotter* ou *DVP* ; Nolette *et al.*, 1992) qui a utilisé des photographies aériennes récentes au 1:2 000. Cette échelle de représentation procure une précision verticale de 0.2 m aux points cotés extraits des modèles.

Le format des données obtenues qui prenait la forme de lignes d'isocontour de niveau a été transformé en format de semis de points en vue de faciliter leur intégration au maillage d'éléments finis. La précision obtenue n'est valable qu'aux endroits où des données sont fournies. Entre ces points, les élévations sont interpolées; si les points de référence sont suffisamment rapprochés, l'erreur d'interpolation est réduite à des marges acceptables. De plus, l'erreur est considérée comme aléatoire et ne donne pas lieu à des biais systématiques. La base de données photogrammétriques ainsi extraite pour les fins de l'étude comprenait plus de 340 000 points cotés alignés sur des isolignes.

6.2.2.2.2 Campagne de mesure *in situ* - Lit mineur

6.2.2.2.2.1 Levé topométrique

Le lit mineur de la rivière peut difficilement être caractérisé par la méthode photogrammétrique. Tout au plus peut-on espérer percevoir la partie exondée lors des épisodes d'étiage.

La caractérisation de cette région a pu être réalisée par divers moyens dépendant de la profondeur rencontrée: par voie d'échosondage en embarcation lorsque la profondeur le permettait ou à gué dans les zones peu profondes ou exondées. Le positionnement (géoréférenciation) des données peut s'effectuer à la station totale pour la deuxième approche. Pour ce qui est de la méthode par échosondage, on dispose notamment d'une méthode de positionnement par satellite, le *GPS* différentiel semi-cinématique *(D.G.P.S.: Differential Global Positioning System*) lequel permet, à l'aide d'une antenne fixe localisée sur un repère géodésique connu, de corriger dynamiquement la position d'une antenne mobile embarquée à bord d'un bateau.

Quoique fastidieuse, l'approche à gué permet d'obtenir directement et précisément la cote du fond aux points de mesure, qu'il s'agisse du lit mineur ou des berges escarpées aux abords de la plaine inondable. Le jugement de l'arpenteur permet d'éviter la redondance de l'information et d'optimiser l'effort de caractérisation. Il est préférable d'attendre des épisodes de basses eaux afin de favoriser l'accès et les déplacements sur le terrain, et travailler avec des conditions minimales de turbidité de l'eau. Sur le tronçon étudié, plus de 14 100 points cotés ont ainsi été extraits du terrain.

L'approche par échosondage fournit la cote topographique indirectement par réduction de la profondeur par rapport à la cote d'élévation de la surface de l'eau. Cette méthodologie demande donc de caractériser simultanément la ligne d'eau durant le levé topographique. Plusieurs points de mesure sont pris le long de la section caractérisée au début et à la fin du levé pour vérifier la stabilité du plan d'eau, et c'est par interpolation que les corrections de profondeur (réduction) sont effectuées localement aux points de sonde. L'avantage de la seconde méthode est de fournir un grand nombre de points très rapidement. Il n'est pas possible cependant d'éviter la redondance. De plus, il est préférable de réaliser le terrain en période de crue afin de maximiser le secteur accessible, mais un tel choix comporte certains dangers (vitesse du courant, froide température de l'eau en fin de crue de printemps). En travaillant ainsi, 7 591 points de mesure se sont ajoutés aux mesures à gué.

6.2.2.2.2.2 Caractérisation des rugosités

La rugosité des matériaux des lits mineur et majeur détermine la valeur locale du coefficient de frottement de Manning dans le modèle hydrodynamique. Dans le lit mineur, elle a été déterminée par observation directe du milieu en utilisant une clé d'interprétation basée sur le degré de dominance des matériaux et leur appartenance à l'une des classes suivantes:

- **B**: blocs erratiques (0.25 m < d' < 2 m);
- **G**: galets (0.064 m < d' < 0.25 m);
- **C**: cailloux (0.032 m < d' < 0.064 m);
- **P**: graviers ou *pebbles* (0.004 m < d' < 0.032 m);
- **S**: sable (0.00006 m < d' < 0.004 m).

Ces classes représentent les matériaux principalement rencontrés dans le tronçon. Un diamètre équivalent a également été estimé sans égard à la dominance de sous-classes. Des zones relativement homogènes ont ainsi été délimitées visuellement sur la carte topographique préalablement obtenue et les classes de matériaux présentes se sont vues attribuer un pourcentage de couverture spatiale tenant lieu d'indicateur de dominance. Ailleurs dans le domaine d'étude, la photo-interprétation a servi à définir l'utilisation du sol laquelle, la plupart du temps, relève du domaine boisé.

La figure 6.10 montre la carte des rugosités ainsi obtenue présentée sous la forme de coefficients de frottement (*n* de Manning). Le passage du diamètre équivalent à un coefficient de frottement local de type Manning est assuré par la consultation des tables établies par Chow (1959). Les secteurs couverts de végétation ou de forêt se sont vus assigner un coefficient de frottement d'une façon identique.

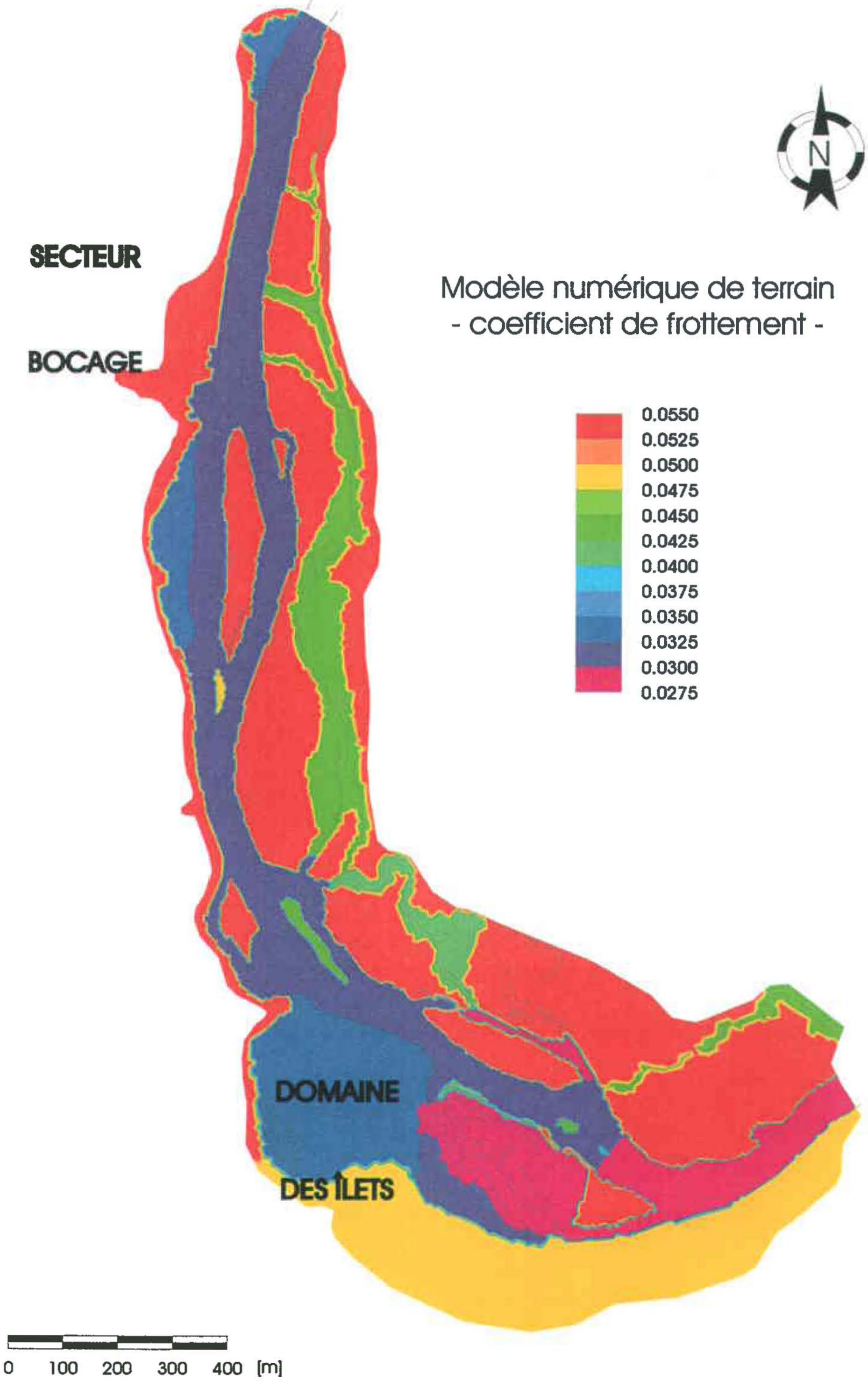


Figure 6.10 : Carte de la rugosité hydraulique du secteur (coefficient de frottement).

6.2.3 SIMULATION HYDRODYNAMIQUE

Après avoir décrit le tronçon à l'étude ainsi que les méthodes utilisées pour sa caractérisation, il convient de discuter de l'événement qu'on tente de reproduire. Il s'agit de l'embâcle qui s'était logé le 29 mars 1998 dans la partie médiane du secteur des Îlets, près de l'usine de pompage de la ville de Beauport, et qui a du même coup englobé tout le secteur Bocage. Les inondations causées par l'embâcle ont été très peu sévères en raison du faible débit qui coulait cette journée-là. Les registres du MEF nous ont appris que le débit avait varié de 30 à 72 m^3/s pendant la journée du 29 mars. Le débit déclencheur n'ayant pu être identifié avec certitude, il a été choisi de travailler avec un débit moyen de 47.5 m^3/s. Ce choix a surtout été dicté par le fait que nous disposions de quelques relevés hydrométriques pris alors qu'un tel débit s'était manifesté au moment d'effectuer la campagne de terrain. Le hasard a voulu que nous caractérisions cet état.

Les sections suivantes traitent donc du modèle hydrodynamique, depuis la confection du maillage de simulation jusqu'au calage du modèle, en passant par les relevés hydrométriques et la courbe de tarage. Le propos est toutefois limité à des considérations portant sur l'écoulement en eau libre.

6.2.3.1 Maillage de simulation

Le maillage de simulation a été construit en fonction de critères de représentation topographique du terrain. Ces critères sont définis en terme de distance moyenne entre les nœuds sommets des éléments, lesquels sont porteurs de l'information topographique dans le modèle hydrodynamique. Cette distance a été définie à 7 m en moyenne dans le lit mineur de la rivière en raison de l'influence dominante de cette région pour l'ensemble du registre hydrologique, et à 30 m au *maximum* dans le lit majeur et la plaine d'inondation afin de pouvoir estimer l'étendue du débordement lorsque la rivière est obstruée par la glace. Les chenaux secondaires sont également couverts par un maillage plus dense afin d'en assurer l'inclusion dans le modèle hydrodynamique.

Présenté à la figure 6.11, ce maillage comprend 15 893 éléments triangulaires et 32 196 nœuds. Il permet d'obtenir, en parallèle avec l'effort de caractérisation du terrain décrit à la section 6.2.2, une représentation topographique exhaustive du tronçon Bocage - Des

Îlets. La figure 6.12 montre la géométrie résultante telle que représentée par le maillage de simulation hydrodynamique, conformément aux données de la ville de Beauport.

6.2.3.2 Relevés hydrométriques et courbe de tarage

Les relevés hydrométriques identifient des mesures de variables comme le niveau d'eau en un point géoréférencé du domaine ou encore la vitesse de l'écoulement à cet endroit. De tels relevés ont été faits pour caractériser certains états de la rivière dont celui correspondant à un débit de 47.5 m^3/s. Ces relevés se sont avérés utiles au moment de caler et de valider le modèle hydrodynamique en eau libre.

De plus, puisque la modélisation hydrodynamique d'un tronçon de rivière nécessite l'imposition d'une condition limite aval, une courbe de tarage a été établie à la limite du modèle. Nous avons choisi d'établir la frontière aval de notre modèle à la limite de la ville de Beauport avec la municipalité de Boischatel (figure 6.9). Il nous a en effet semblé judicieux d'établir la limite aval du modèle suffisamment loin du phénomène d'embâcle, soit environ 1 km, pour éviter qu'elle exerce une influence déterminante sur la solution.

L'établissement de la relation niveau-débit à cet endroit a nécessité de colliger quelques informations existantes en plus de procéder à des observations de niveau en crue, les débits horaires étant alors fournis par la station 051001 du MEF avec un facteur de correction de 6% pour le bassin versant au site. Les observations du niveau d'eau ont été effectuées par divers moyens:

- par observation directe (32, 66, 278-323 m^3/s, les 19 et 20 mai 1996 et 428 m^3/s, le 10 novembre 1996);
- par interpolation spatiale des lignes d'eau simulées avec le programme *HEC-2* au site (événements de calibrage 100 m^3/s, le 19 avril 1993 et 197 m^3/s, le 27 avril 1990 tels que rapportés dans Boucher et Picard (1994));
- par un témoignage de riverain (536 m^3/s, le 12 novembre 1995);
- ainsi que par photo-interprétation d'une image aérienne (638 m^3/s, le 6 mai 1989).

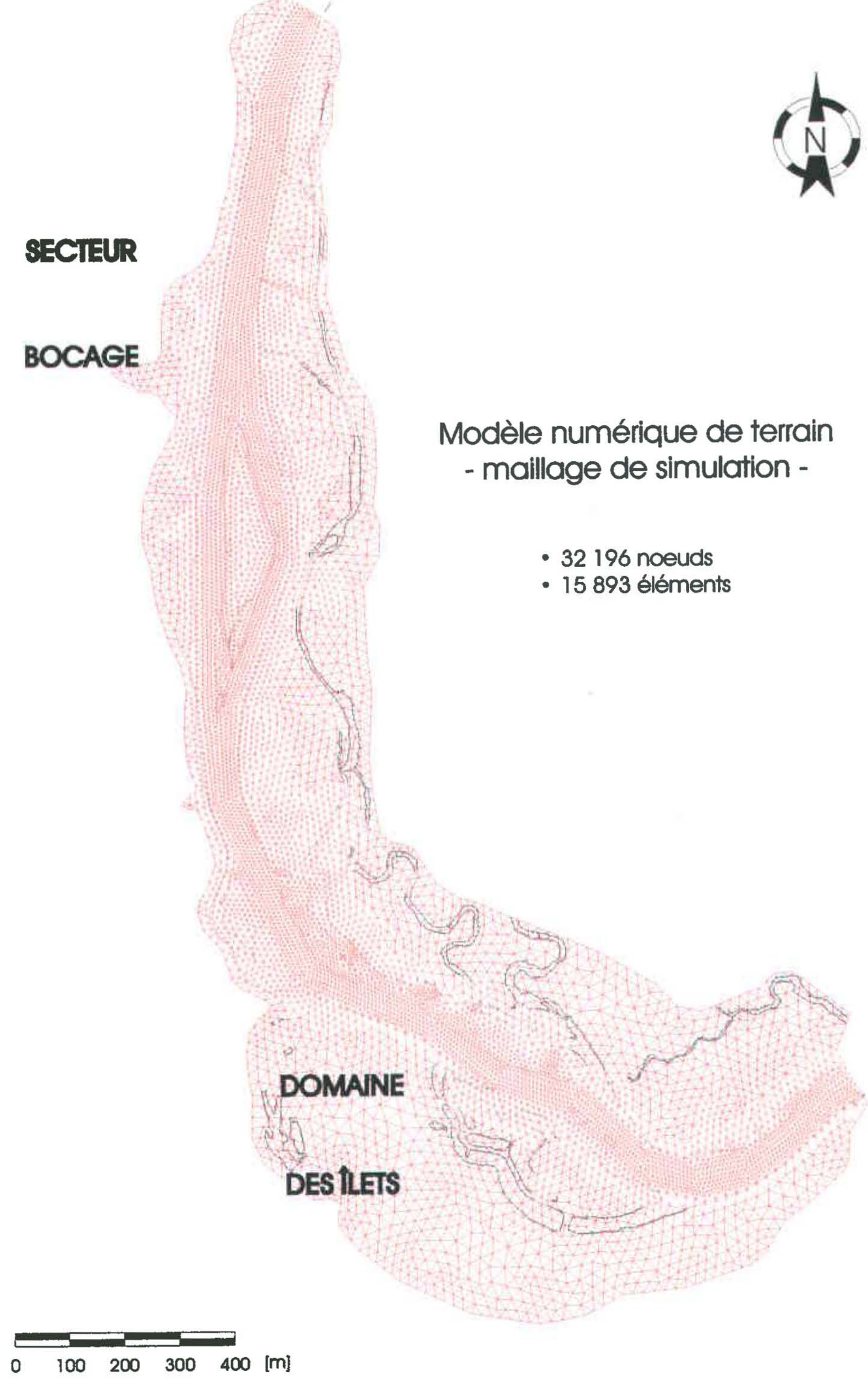


Figure 6.11 : Maillage utilisé pour les simulations hydrodynamiques.

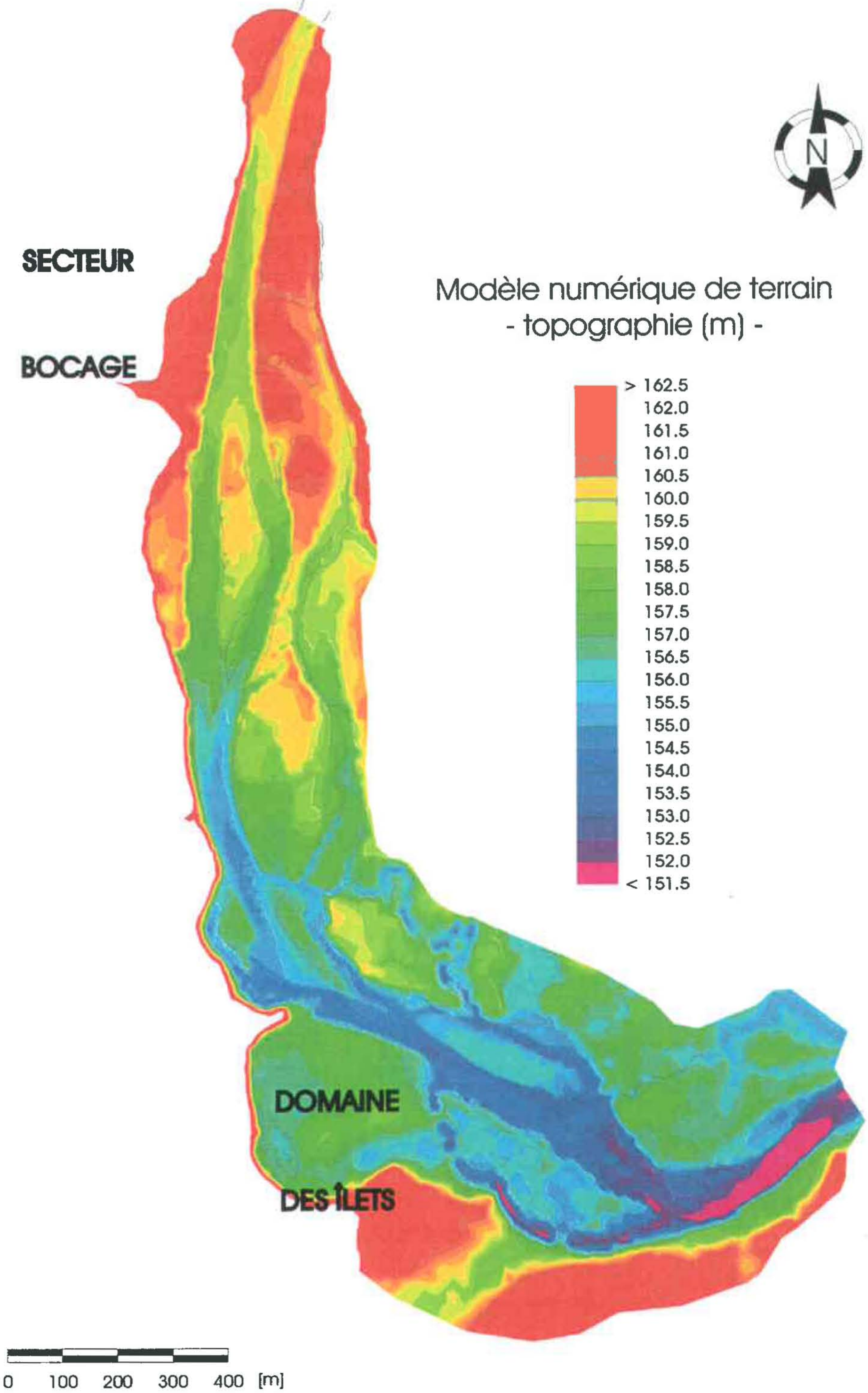


Figure 6.12 : Topographie de l'ensemble du secteur étudié.

La figure 6.13 montre la courbe de tarage obtenue une fois ces données portées en graphique. L'interpolation mathématique de ces données nous a permis d'obtenir le niveau correspondant à la valeur du débit retenu, soit 47.5 m^3/s.

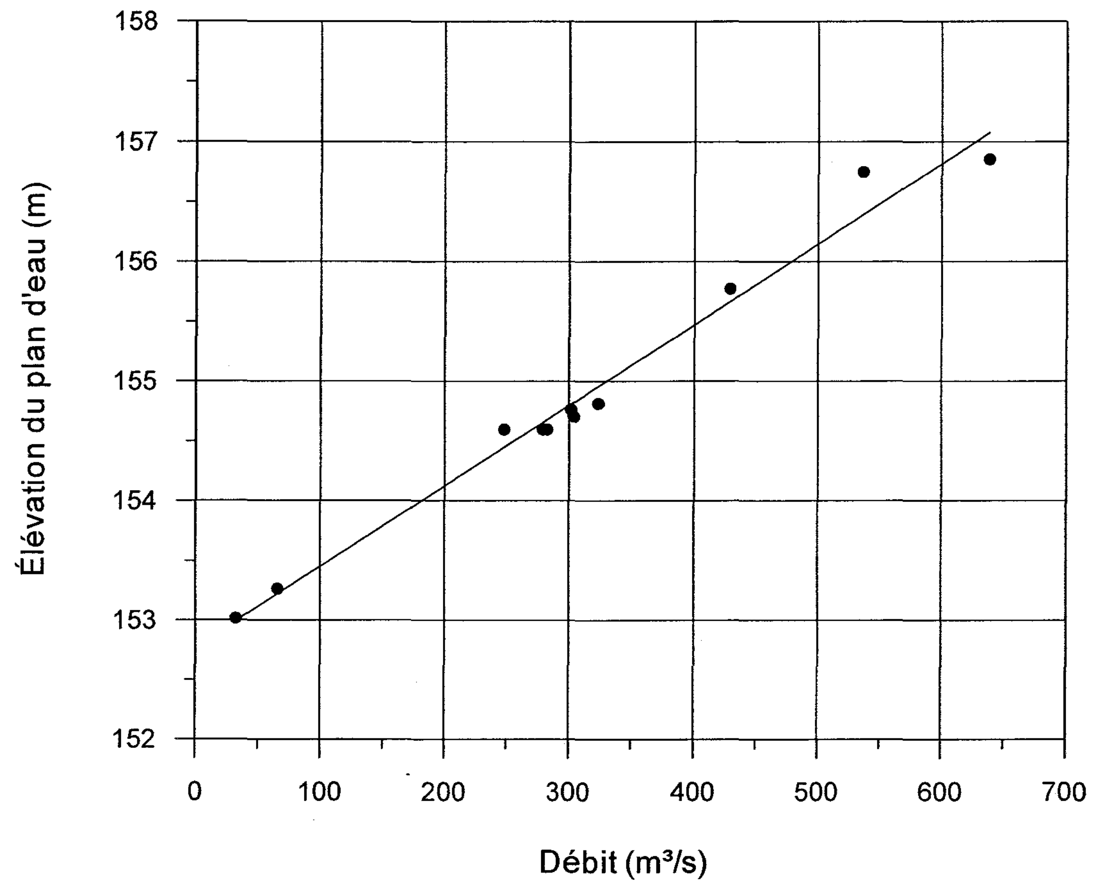


Figure 6.13 : Relation niveau-débit à l'aval du modèle (limites est de Beauport).

6.2.3.3 Calage du modèle hydrodynamique

Le calage, c'est-à-dire, l'ajustement des paramètres du modèle HYDROSIM est une opération assez simple qui se contente le plus souvent d'appliquer une loi de comportement des paramètres de frottement de lit en fonction de la rugosité (*n* de Manning). Quand aucun ajustement n'est effectué sur les paramètres du modèle, ce qui fut le cas ici, la comparaison des résultats avec les observations tient lieu simultanément de calage et de validation.

Ainsi, les niveaux d'eau mesurés pour le débit de 47.5 m^3/s ont servi à valider les résultats de notre simulation. La figure 6.14 montre le profil du plan d'eau simulé pour ce débit ainsi que des mesures du niveau d'eau prises à l'occasion d'un événement semblable. L'adéquation de la simulation est très bonne comme on peut le constater. Nous croyons que les faibles écarts s'expliquent par le fait que les relevés hydrométriques ont été effectués tard à l'automne alors que la glace de rive commençait à faire son apparition et que la rivière charriait du frasil, ce qui a pu ajouter du frottement supplémentaire et forcer le plan d'eau à s'incliner plus fortement. Jugeant ces résultats satisfaisants, nous n'avons pas cherché à obtenir un profil plus ajusté en modifiant localement les valeurs des paramètres de frottement du lit mineur.

Par ailleurs, l'adéquation des vitesses du modèle par rapport à la réalité a fait l'objet d'une validation très sommaire puisque seulement deux mesures étaient disponibles pour le secteur Bocage. À nouveau, les relevés de terrain ont corroboré les vitesses simulées. Celles-ci n'ont toutefois pas été portées en graphique. Enfin, dans la mesure où les structures topographiques sont représentées avec un assez haut degré de fidélité, que les coefficients de frottement sont définis localement en fonction des substrats présents, et que les débits sont acheminés dans le modèle avec un niveau d'eau qui, lui, a été validé, nous croyons que les vitesses du courant simulées sont représentatives de la réalité.

6.2.3.4 Résultats

Le calage du modèle ayant fait l'objet de la section précédente, on retrouve aux figures suivantes les résultats complémentaires de la simulation pour un débit de 47.5 m^3/s en eau libre. La figure 6.15 propose la carte des profondeurs sur laquelle on remarque les structures typiques des écoulements en été telles que décrites à la section 6.2.1.3. La figure 6.16 présente le niveau de la rivière, lequel varie de 153.1 m à 161.4 m. Enfin, la figure 6.17 montre la carte des vitesses du courant pour une partie du domaine située à la transition des secteurs Bocage et des Îlets. On identifie aisément les zones de courants plus rapides qui correspondent aux seuils, barres, hauts-fonds ou contractions.

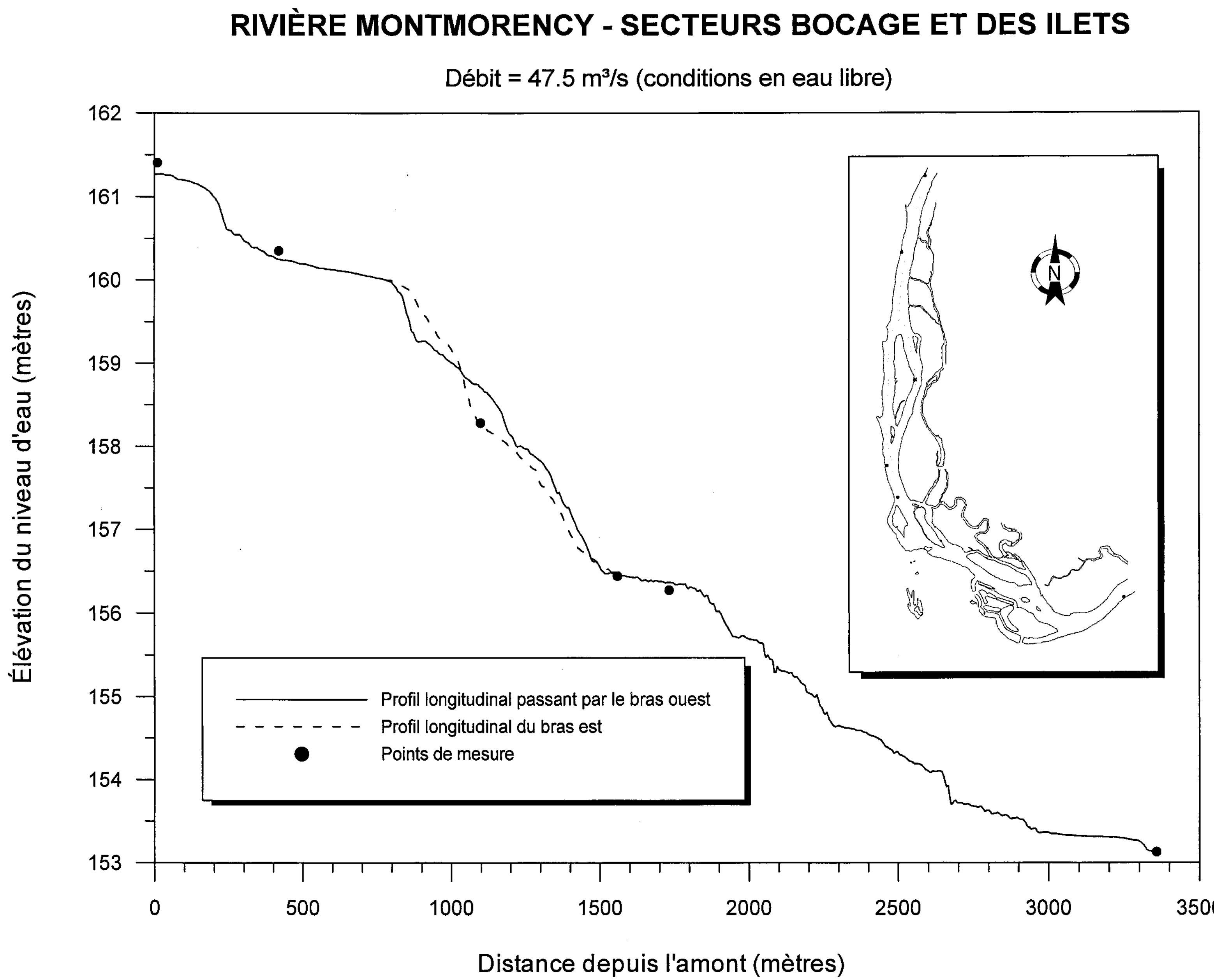


Figure 6.14 : Comparaison entre les niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s en eau libre et les mesures de terrain.

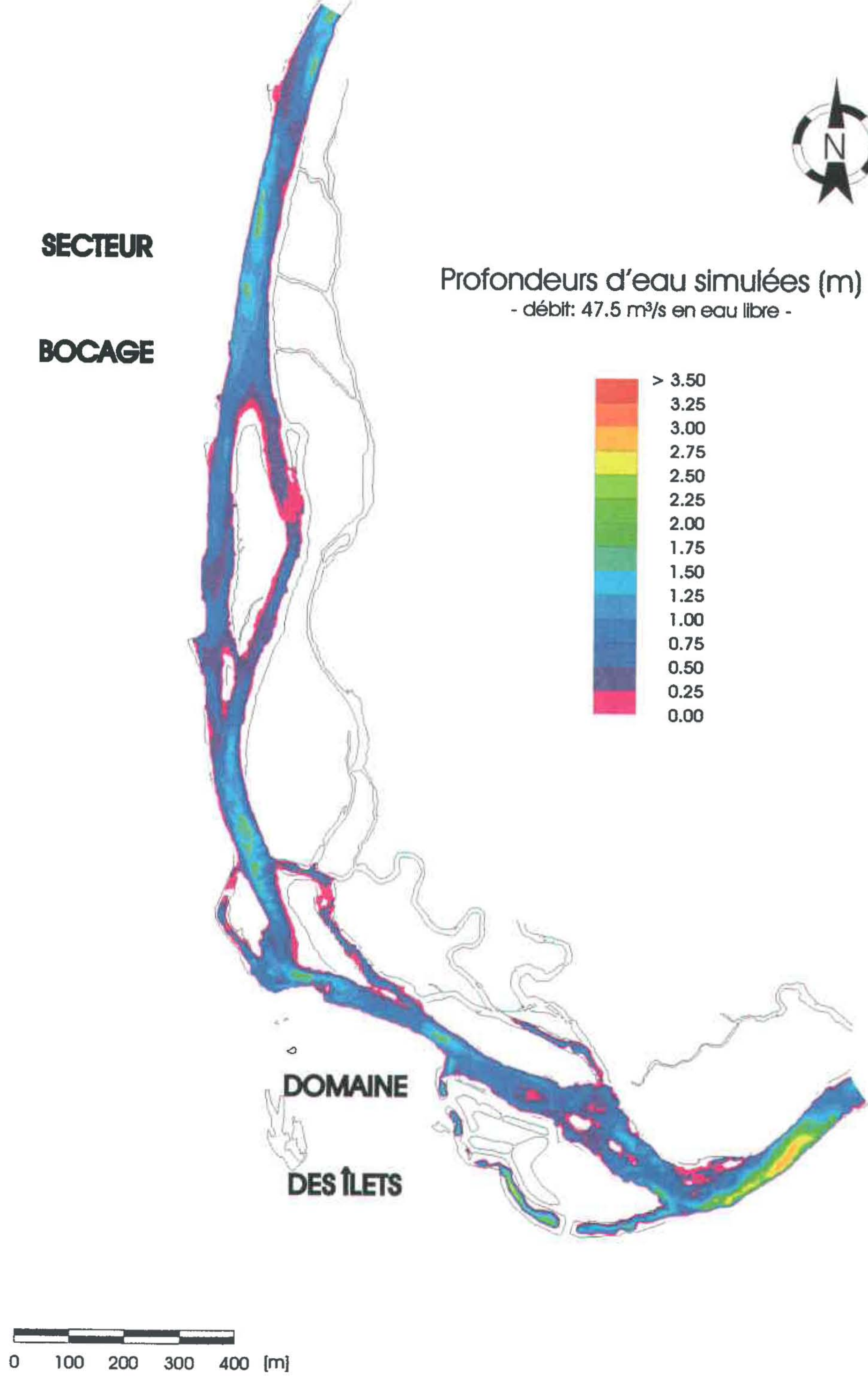


Figure 6.15 : Profondeurs d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s en eau libre.

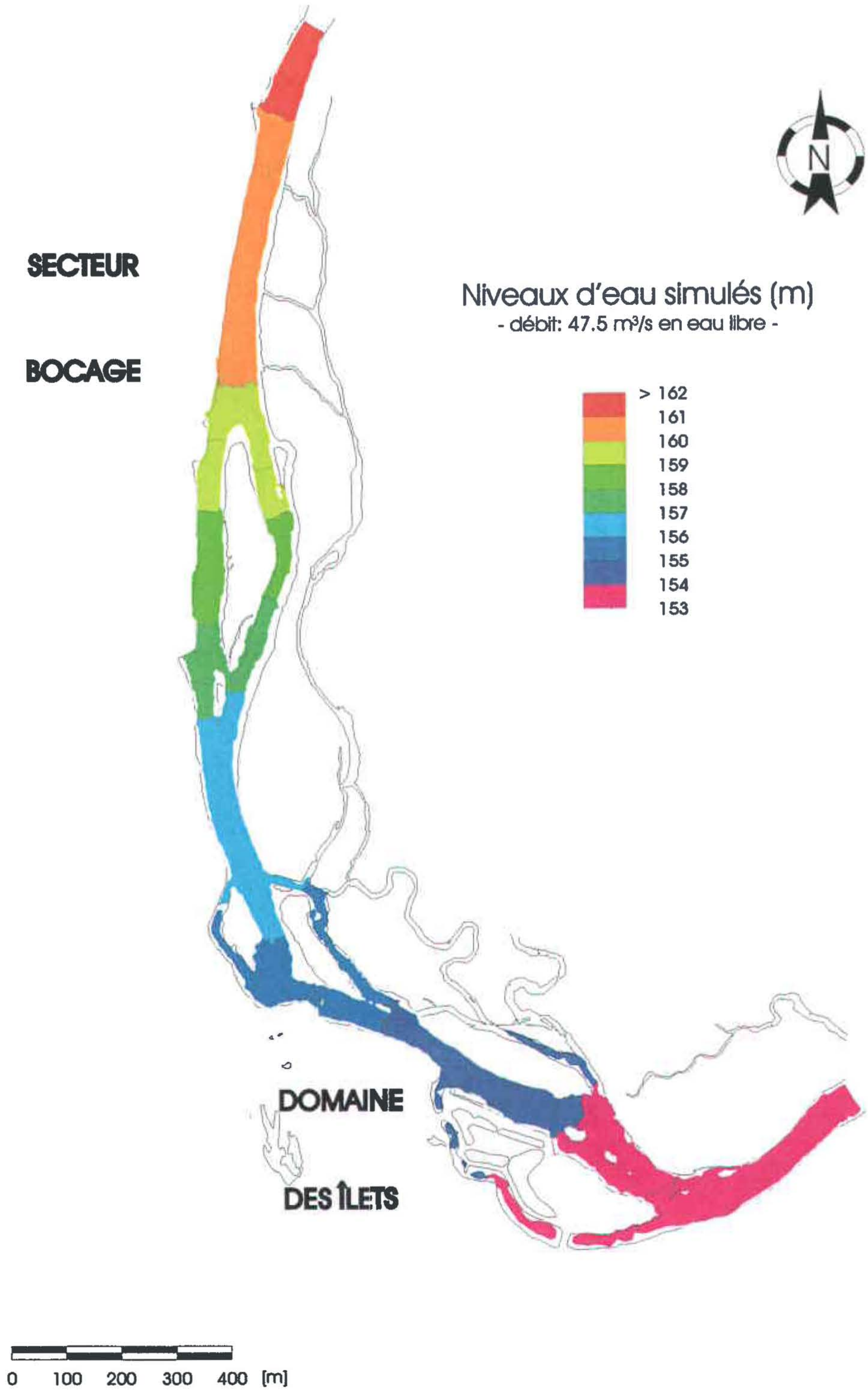


Figure 6.16 : Niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s en eau libre.

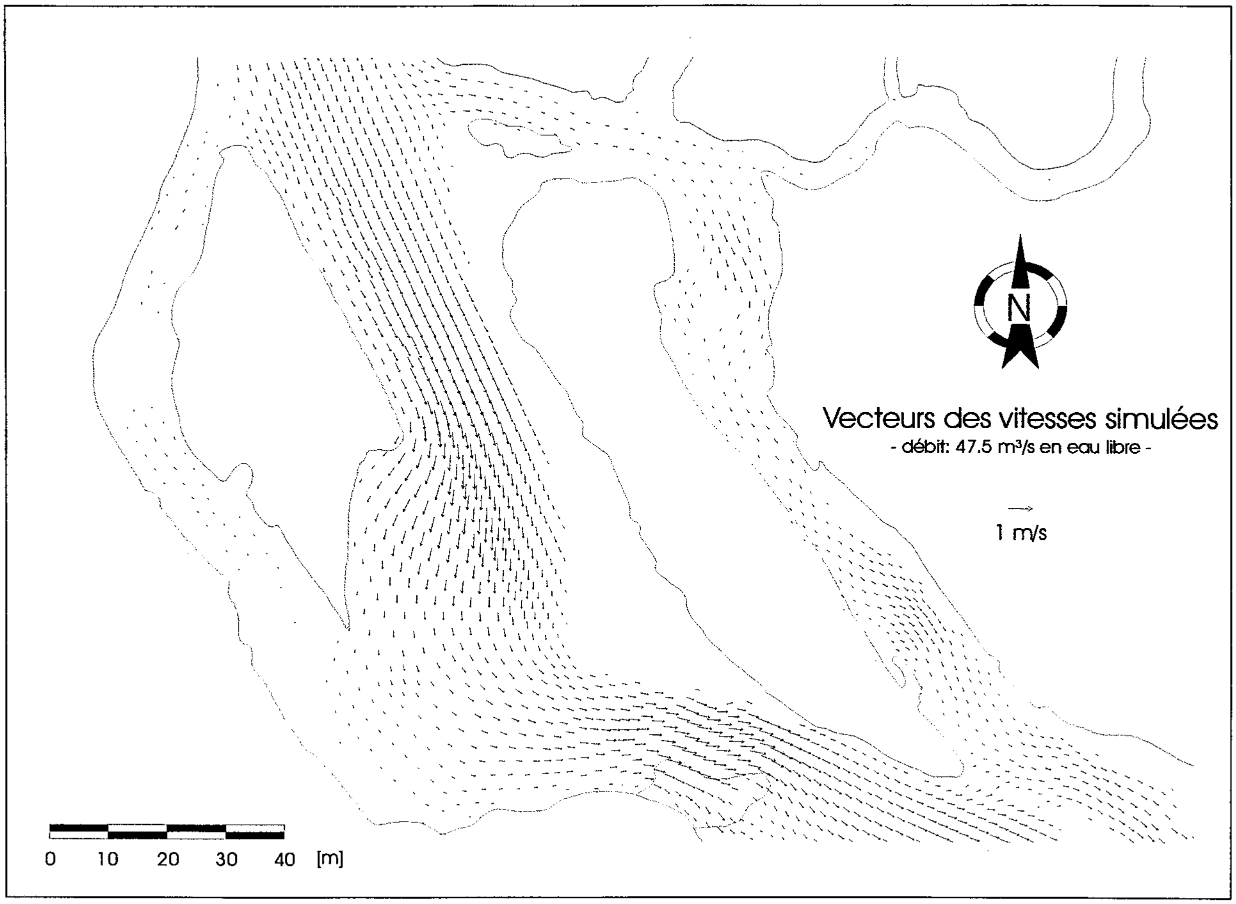


Figure 6.17 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s en eau libre.

6.2.4 SIMULATIONS DE TRANSPORT DE GLACE

Tel que mentionné précédemment, nous nous intéressons à l'embâcle qui s'est produit le 29 mars 1998 au niveau du tronçon Bocage - Des Îlets. D'entrée de jeu, il doit être mentionné que cet événement n'a pas été documenté avec beaucoup de précision. Les quelques informations disponibles ont été extraites de la photographie présentée à l'annexe 1. Depuis cette photographie, on peut estimer l'épaisseur des glaçons et se faire une vague idée de la variabilité de ce paramètre. Grâce à certains repères, il est également possible d'évaluer très grossièrement l'extension latérale de l'embâcle ainsi que son étendue verticale. Enfin, on sait que l'embâcle s'est logé près de la tête des bassins de captation alimentant la prise d'eau de la ville de Beauport.

Les données disponibles sont donc assez sommaires et la plupart ont un caractère très approximatif. Il faudra composer avec un certain nombre d'hypothèses pour pallier l'information manquante, notamment en ce qui a trait au débit de glaçons incidents et à la résistance de la glace au moment de sa mise en mouvement. Par conséquent, le but de l'essai présenté aux sections suivantes n'est pas de reproduire avec exactitude le phénomène d'accumulation de glace. On tente plutôt de mettre en relief les aptitudes du modèle lorsqu'il est déployé dans un cadre d'application réel.

L'essai consiste à laisser s'empiler les glaçons qui initialement couvrent le tronçon à l'étude. Un point d'arrêt a été appliqué aux environs de la tête des bassins de captation, conformément aux observations de terrain. En même temps, des glaçons sont injectés à la limite nord du modèle afin de simuler l'arrivée de la glace en provenance des secteurs amont. Une épaisseur constante de 0.3 m a été fixée pour les glaçons. Les paramètres de simulation figurent au tableau 6.4.

Tableau 6.4 : Valeurs des paramètres pour la simulation sur la rivière Montmorency.

Δ_c	N_{max}	N_0	t_{i0}	ϕ	j	e
10^{-5} sec^{-1}	0.6	0.4	0.3 m	50°	15	2

Il est prévu d'effectuer une mise à jour de l'hydrodynamique au fur et à mesure que l'accumulation prend de l'ampleur. En fait, l'actualisation de l'hydrodynamique demeure le point de mire dans une simulation d'embâcle. En effet, la fluctuation du niveau d'eau est la variable la plus importante lorsque l'embâcle est étudié non pas pour lui-même mais pour les inondations qu'il cause. Une fois que l'accumulation commence à se produire, on observe comment les masses d'eau sont réparties pendant que le *thalweg* s'obstrue graduellement. On s'intéresse à l'effet de retenue que cause le barrage de glace, à la façon dont le débit est ensuite distribué. On cherche par le fait même à observer les cotes atteintes par le plan d'eau, lesquelles peuvent être, même à faible débit, localement élevées.

Les sections suivantes traitent de la délimitation du domaine de simulation particulaire et de la distribution initiale des glaçons. On discute ensuite des conditions hydrauliques initiales, puis on présente les résultats des simulations de transport de glace. On termine avec une discussion élaborée des résultats qui introduit le propos portant sur la performance du modèle.

6.2.4.1 Délimitation du domaine de simulation lagrangienne

Dans le cadre d'une simulation particulaire, il faut généralement circonscrire l'aire accessible pour les entités lagrangiennes. Cependant, dans le cas d'un banc d'essai numérique réel, comme la rivière Montmorency, cette étape n'est pas un passage obligatoire. En effet, le modèle lagrangien arrivant à détecter les contacts avec le fond, il n'est pas nécessaire de limiter le domaine pour éviter que les parcelles en sortent comme c'est le cas pour les canaux fictifs dont les limites latérales sont virtuelles. Par contre, il faut compter qu'un bon nombre de parcelles s'échoueront sur les berges si aucune limite ne les empêche de s'en approcher. Cette avenue s'avérera donc beaucoup plus coûteuse en ressource informatique car elle mobilisera une quantité significativement plus élevée de parcelles.

Il a donc été choisi de construire une partition de glace qui servira à délimiter le domaine tout en réduisant le coût informatique de la simulation. La configuration qui lui est donnée évoque l'étendue que la glace de rive aurait pu présenter après le détachement et le morcellement du couvert. Elle demeure toutefois purement fictive, aucune observation n'étant disponible pour établir ce paramètre. La figure 6.18 montre la partition de glace et par la même occasion, l'aire laissée libre pour la simulation. L'épaisseur de la glace de rive a été fixée à 0.3 m, comme celle des glaçons.

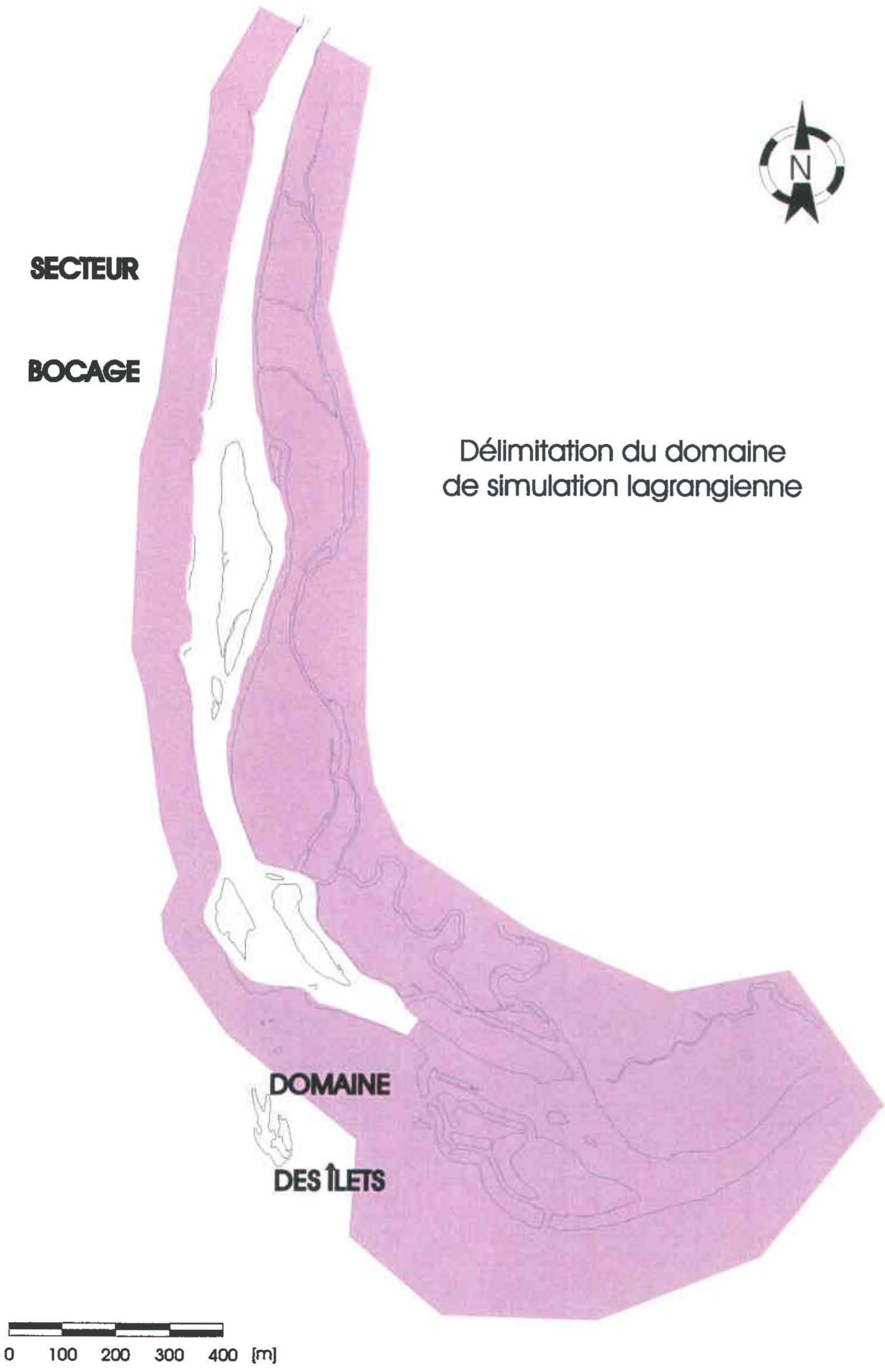


Figure 6.18 : Délimitation du domaine de simulation lagrangienne.

6.2.4.2 Distribution initiale des glaçons

Tout comme l'étendue de la glace de rive proposée à la section précédente, la répartition initiale des glaçons ne peut être qu'approximative, aucune observation de terrain ne pouvant malheureusement nous guider dans cette démarche. Faute de données disponibles, nous avons naturellement opté pour une distribution uniforme de parcelles. C'est cependant la carte des épaisseurs de glace, résultat de l'interpolation entre les parcelles, qui déterminera si la représentation du couvert nouvellement fragmenté est acceptable.

Les parcelles ont donc été uniformément réparties sur tout le domaine mouillé, à l'exception des endroits où la profondeur d'eau était inférieure à 0.35 m. Nous avons ainsi cherché à réduire les risques d'échouage dès les premiers moments de la simulation. L'espacement entre les parcelles fut fixé à une distance égale à la longueur de lissage initiale de façon à neutraliser les influences réciproques entre les entités lagrangiennes pour l'état de départ. Les figures 6.19 et 6.20 montrent respectivement la concentration et l'épaisseur initiales de glace après la distribution uniforme des parcelles.

6.2.4.3 Conditions hydrauliques initiales

Les conditions hydrauliques prévalant en début d'essai sont illustrées aux figures 6.21, 6.22 et 6.23. On montre d'abord la carte des profondeurs à la figure 6.21, puis celle des niveaux d'eau en 6.22 et enfin, la carte des vitesses du courant pour une partie du domaine à la figure 6.23. Ces résultats proviennent d'une simulation hydrodynamique pour laquelle l'état en eau libre constituait la condition initiale. Le niveau d'eau tenant lieu de condition limite aval a cependant été corrigé de façon à prendre en considération la présence de la glace. Des sollicitations réparties représentant le frottement supplémentaire ont par ailleurs été appliquées au reste du domaine selon la procédure décrite à la section 4.3.

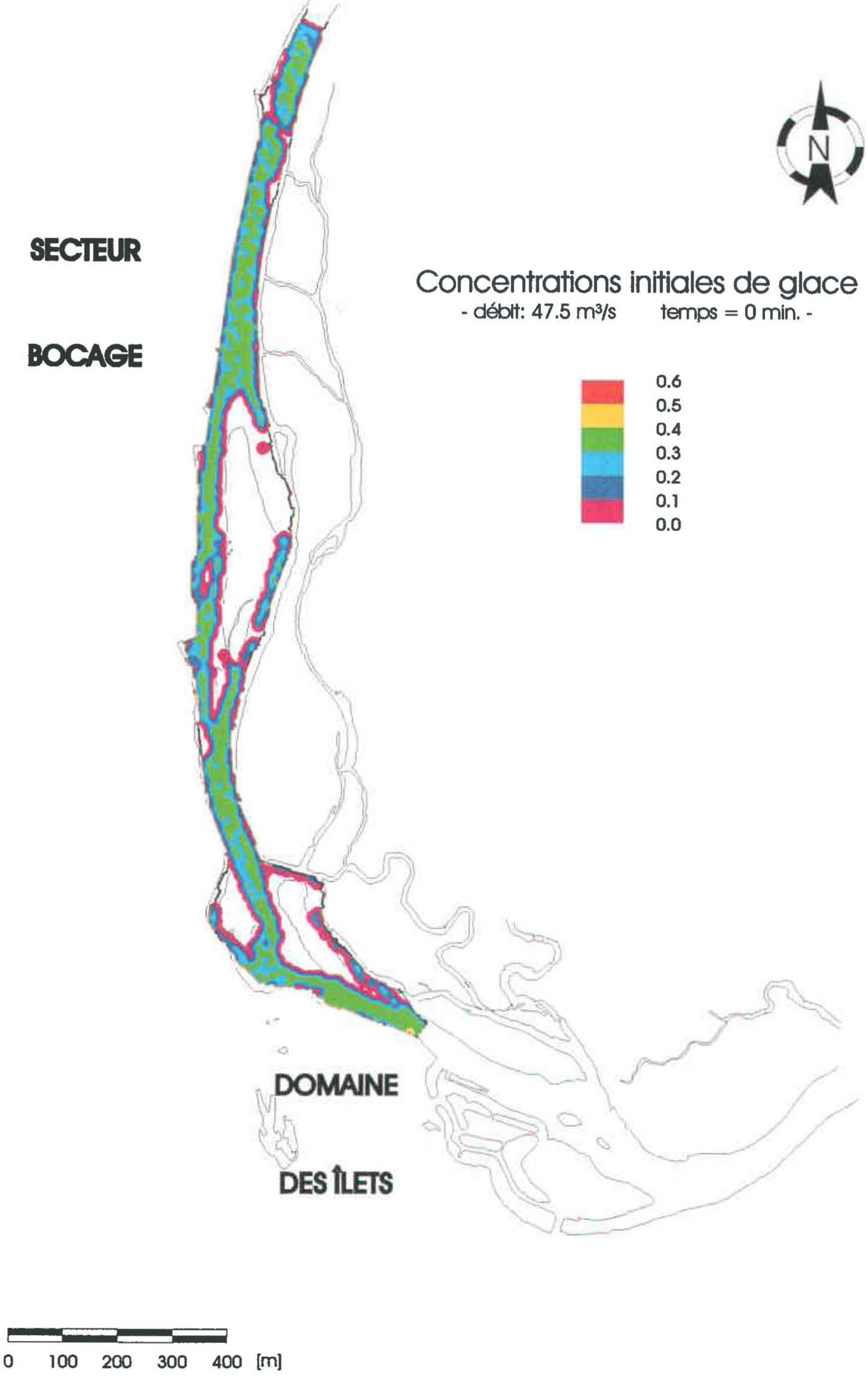


Figure 6.19 : Concentrations initiales de glace.

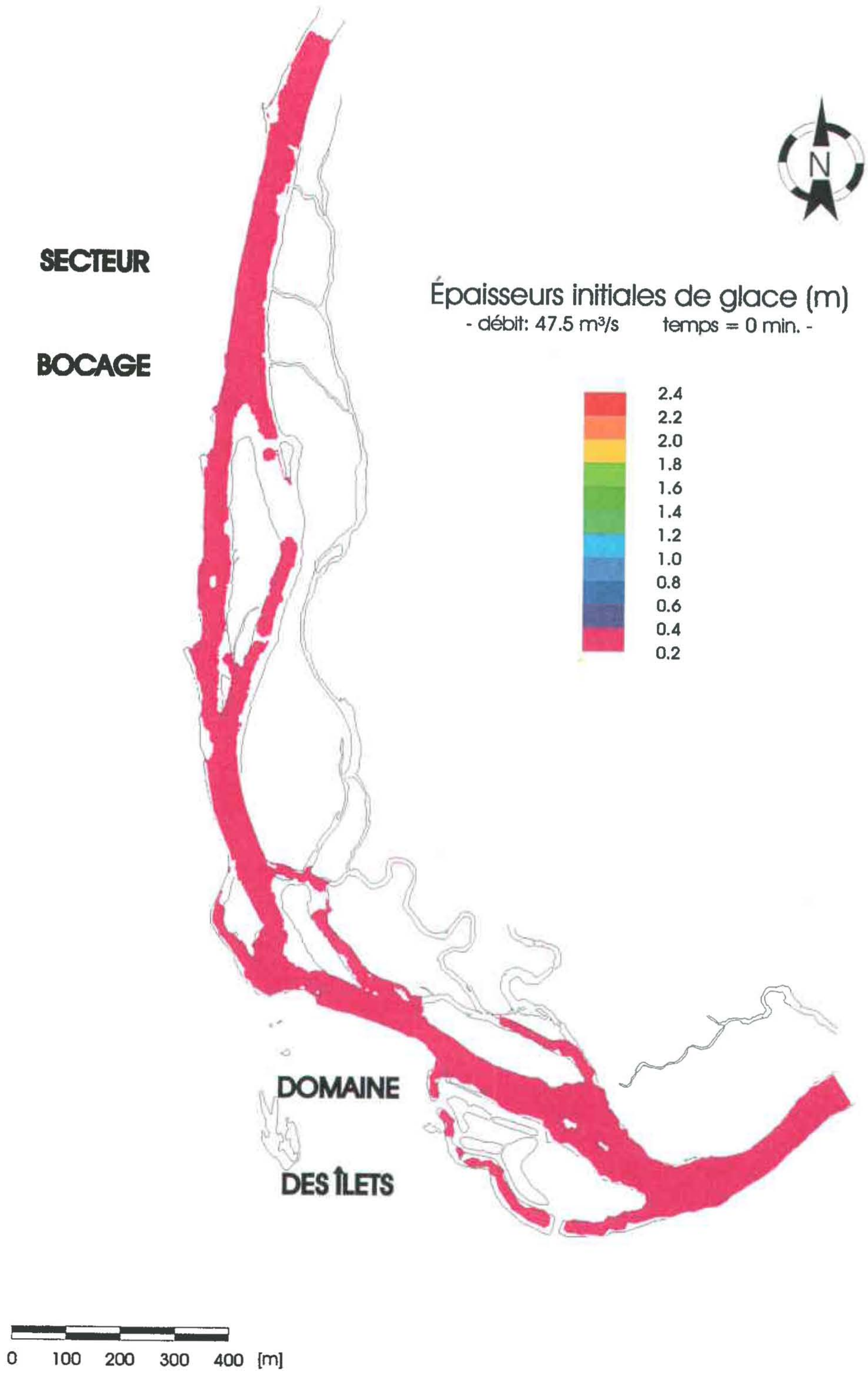


Figure 6.20 : Épaisseurs initiales de glace.

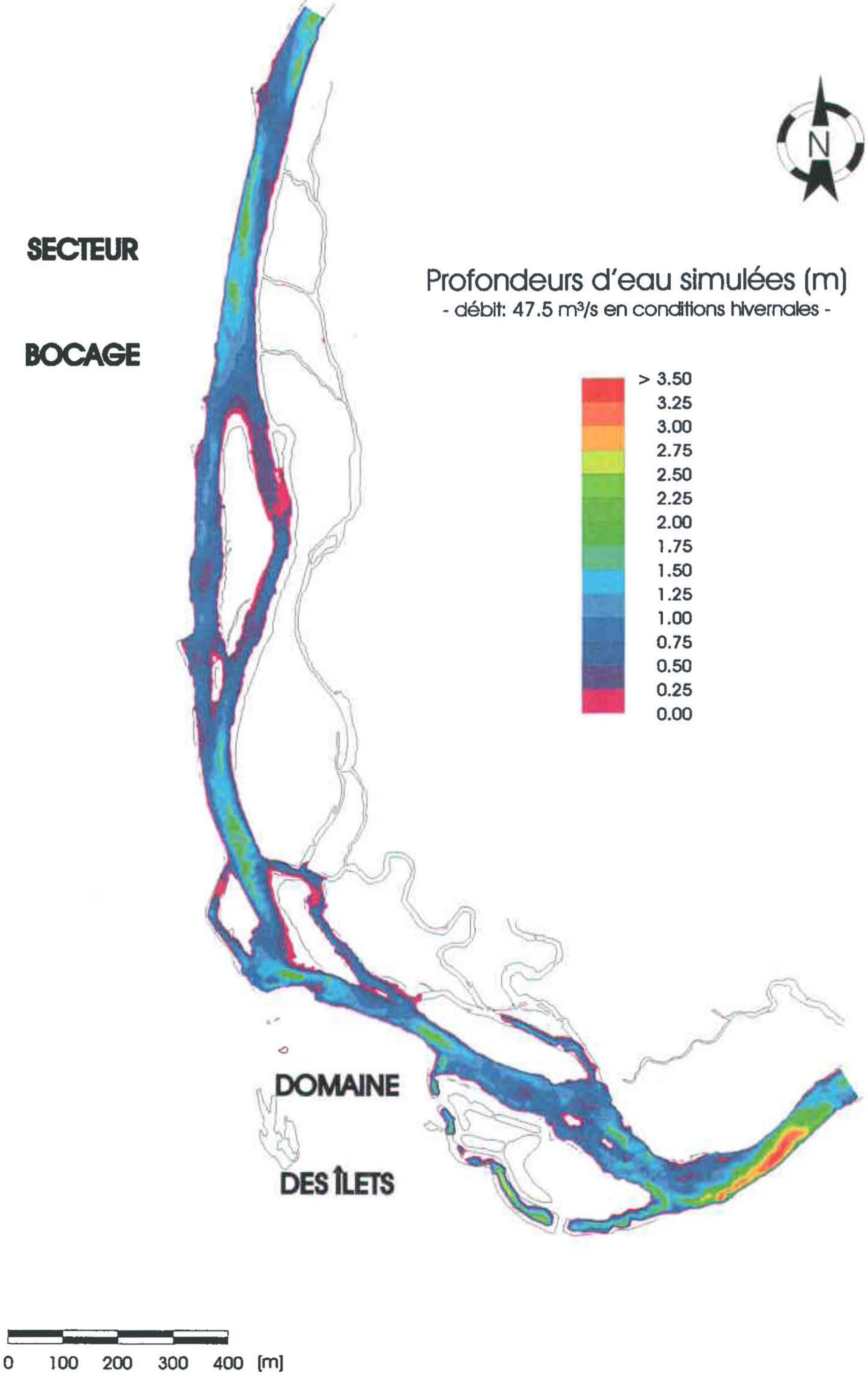


Figure 6.21 : Prof. d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s en conditions hivernales.

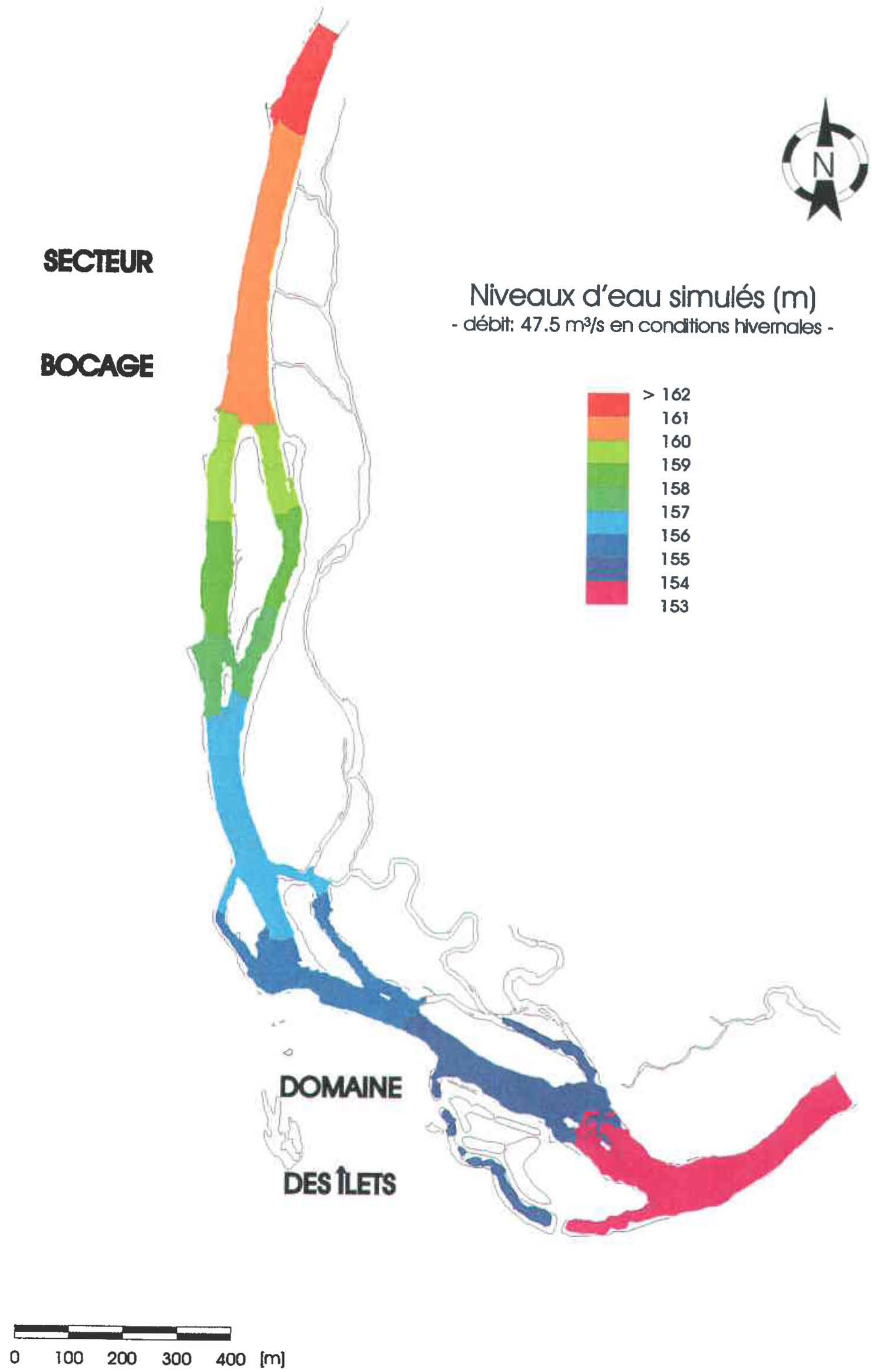


Figure 6.22 : Niveaux d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s en conditions hivernales.

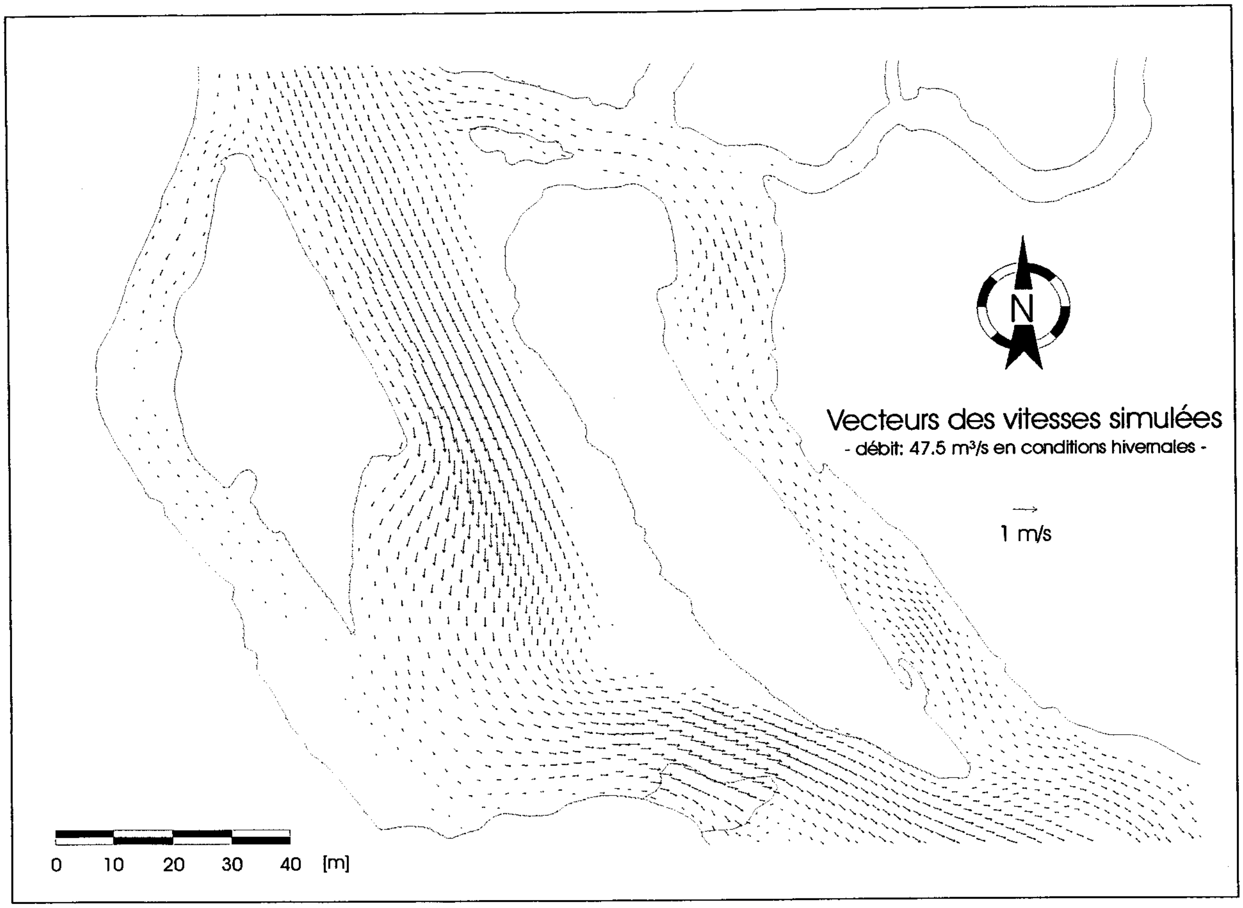


Figure 6.23 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s en conditions hivernales.

Les profondeurs qu'on observe à la figure 6.21 sont un peu plus importantes que celles calculées en eau libre. Par contre, l'ajout d'un couvert d'une épaisseur pratiquement uniforme de 0.3 m a peu altéré les structures du courant de sorte que les mouilles et les seuils conservent la même apparence. Les niveaux d'eau s'en trouvent très légèrement rehaussés en raison du frottement additionnel causé par la présence de la glace. Le rehaussement du plan d'eau illustré à la figure 6.22 ne dépasse guère 0.35 m et il est typiquement de l'ordre de 0.25 m. Consécutivement, les vitesses du courant subissent une légère correction à la baisse mais, dans l'ensemble, la morphologie de l'écoulement demeure inchangée comme on le constate en comparant les figures 6.23 et 6.17. La figure 6.24 montre le profil longitudinal du plan d'eau couvert de glace en comparaison avec celui calculé en eau libre. La représentation 1D permet d'apprécier plus facilement le rehaussement du niveau d'eau évoqué précédemment.

6.2.4.4 Résultats

Cette section présente les résultats de la simulation de transport de glace dans la rivière Montmorency. L'accumulation de glace y est décrite par le biais de cartes d'épaisseurs ainsi que des cartes de concentrations, lesquelles sont produites à intervalles plus ou moins réguliers. Nous avons surtout cherché à montrer les moments importants marquant l'ensemble du *processus* de formation de l'embâcle.

On illustre également les conditions hydrodynamiques actualisées d'après les conditions de glace correspondantes. La mise à jour de l'hydrodynamique n'a cependant pu être réalisée pour tous les intervalles, de sorte que quelques-uns sont manquants. Les figures 6.25 à 6.57 permettent néanmoins de suivre aisément l'évolution du phénomène d'accumulation de glace et l'ajustement des conditions hydrauliques qui en découle.

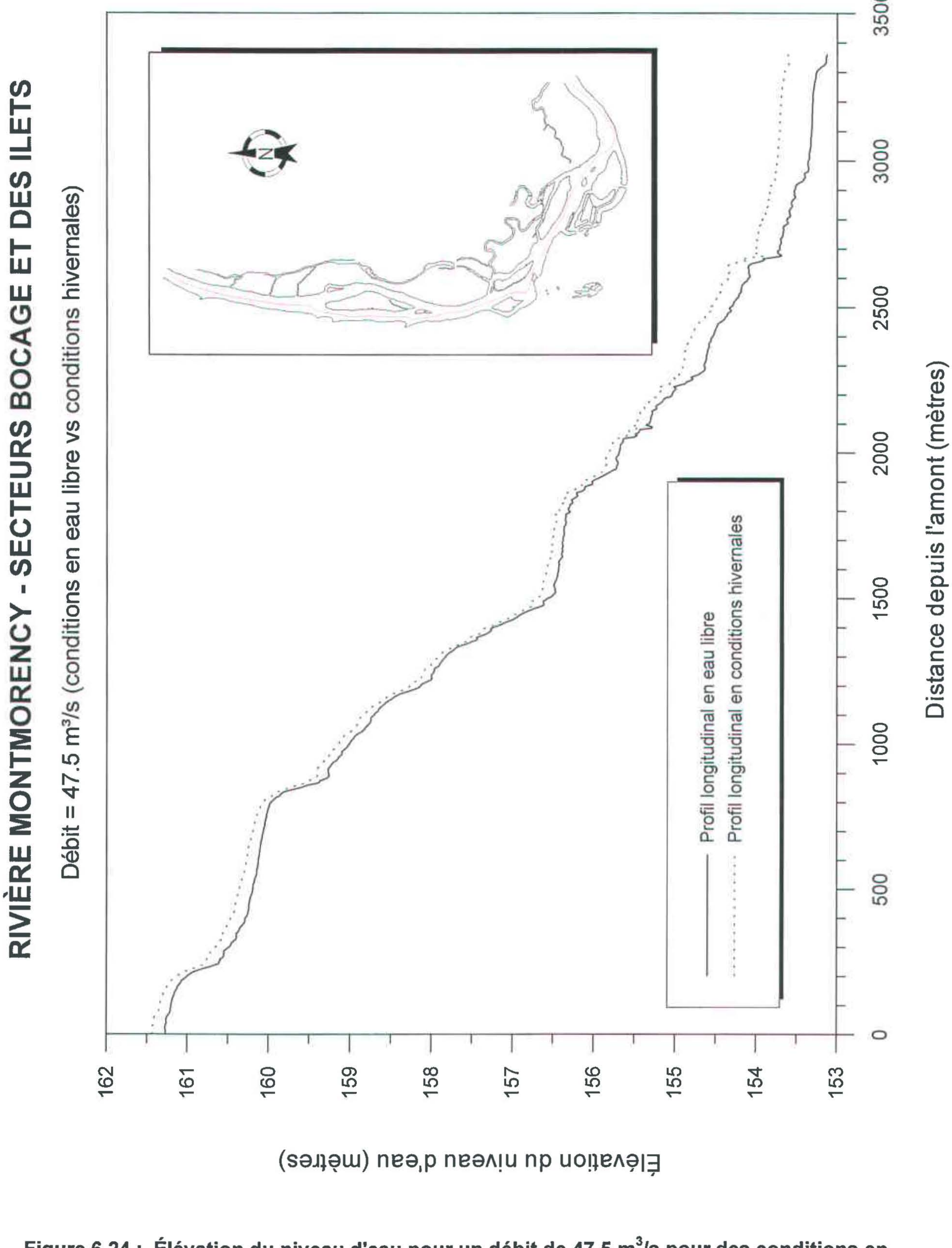


Figure 6.24 : Élévation du niveau d'eau pour un débit de 47.5 m^3/s pour des conditions en eau libre et des conditions hivernales.

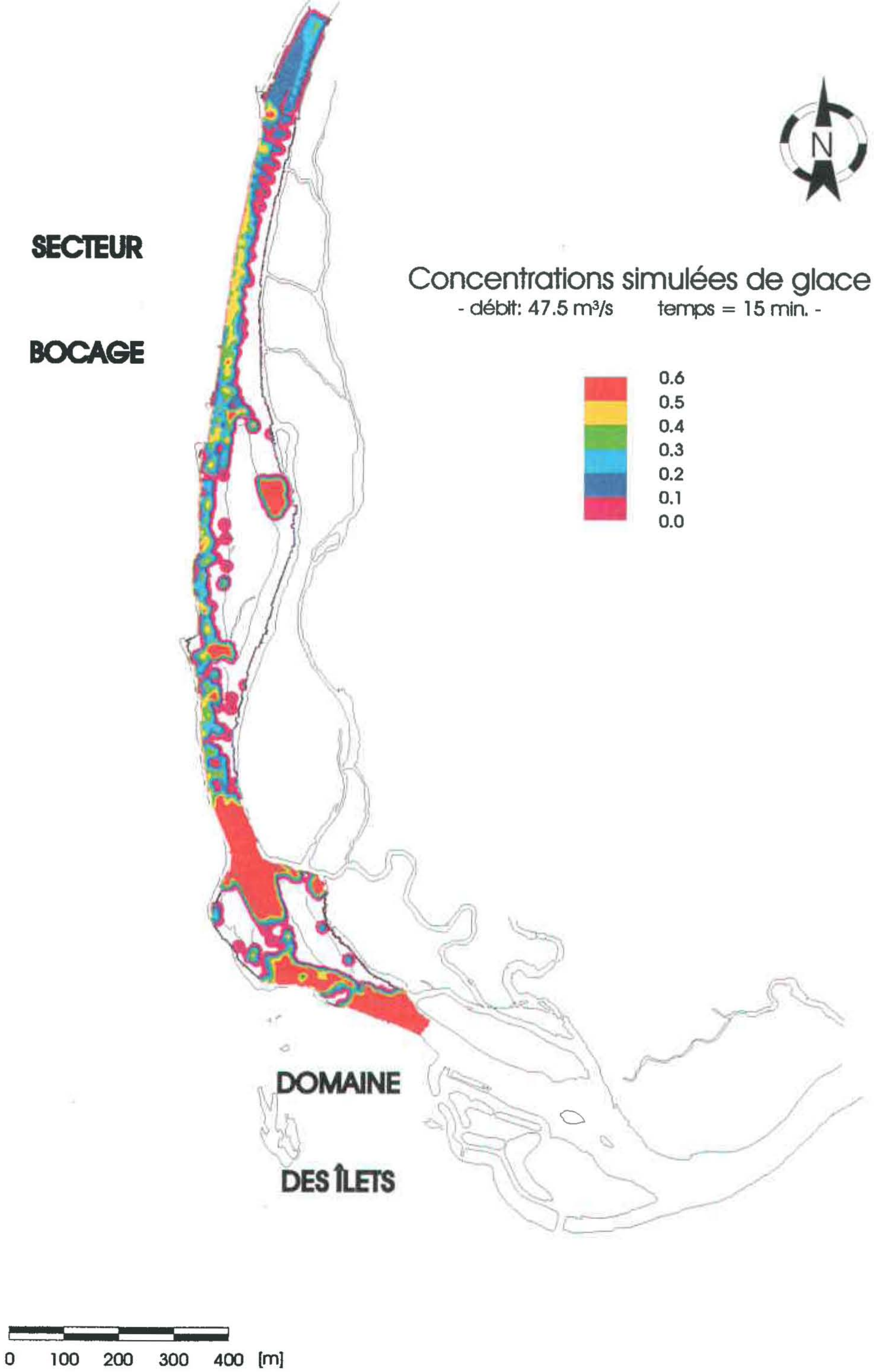


Figure 6.25 : Concentrations simulées de glace après 15 minutes.

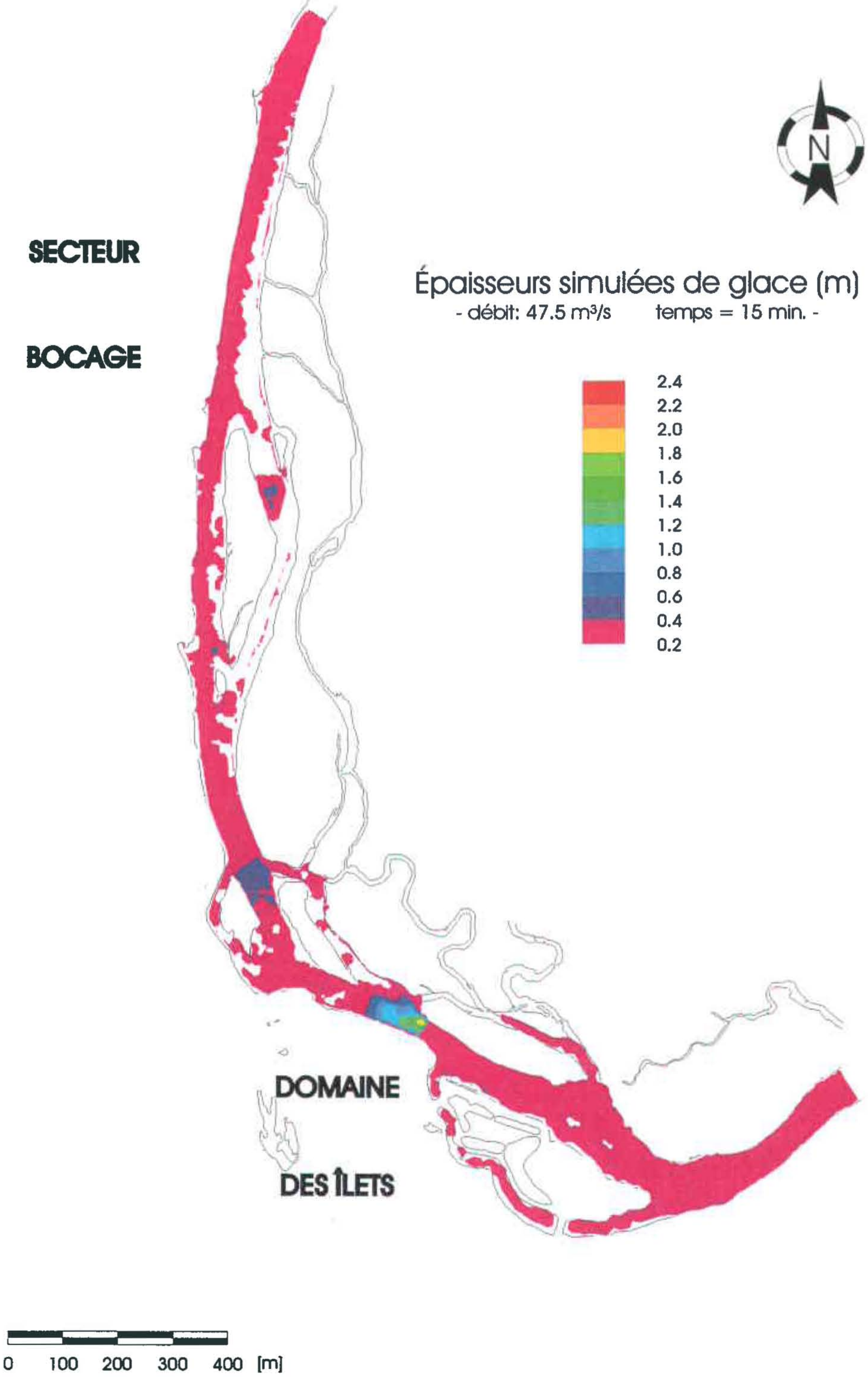


Figure 6.26 : Épaisseurs simulées de glace après 15 minutes.

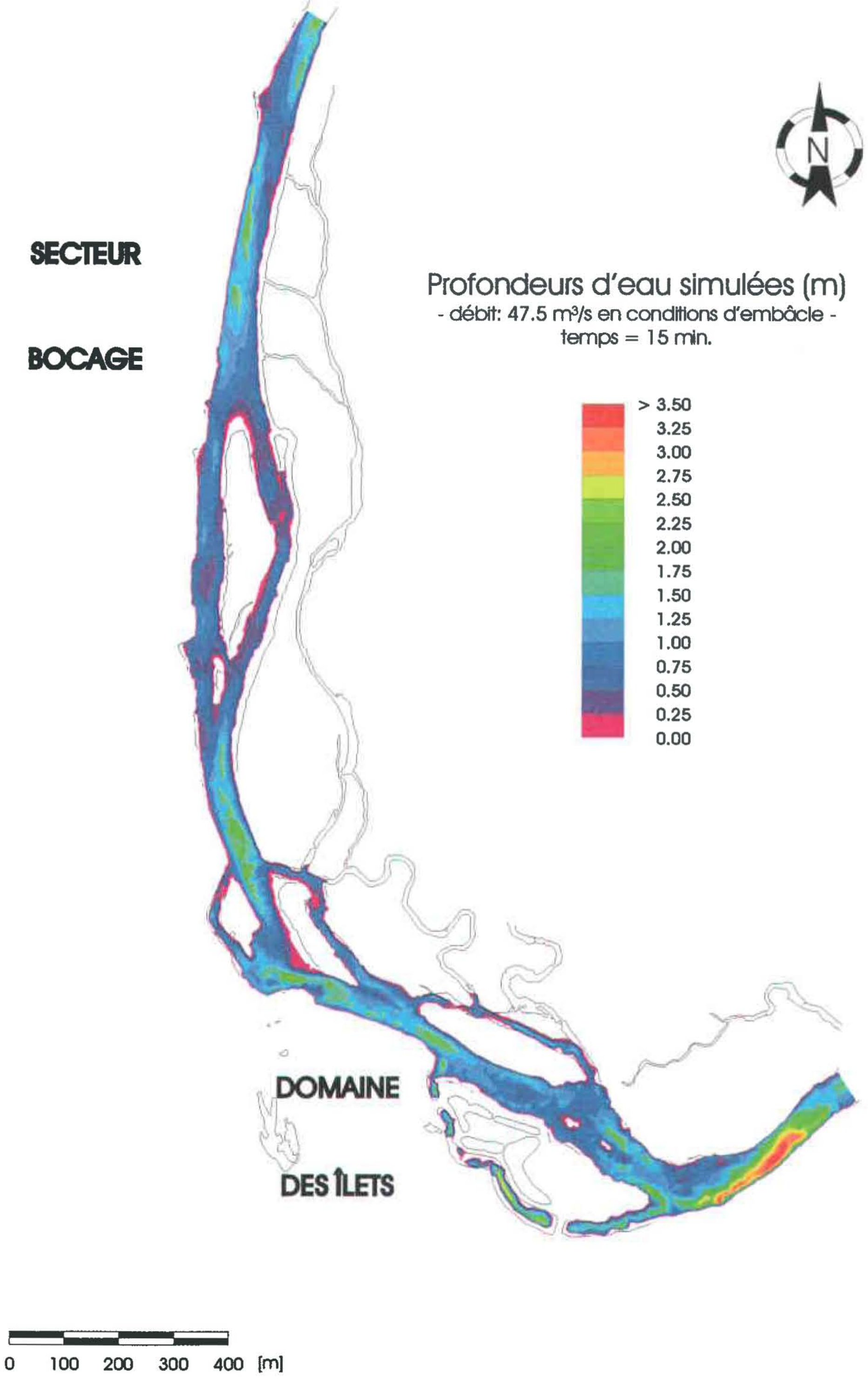


Figure 6.27 : Prof. d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 15 min. d'accumulation.

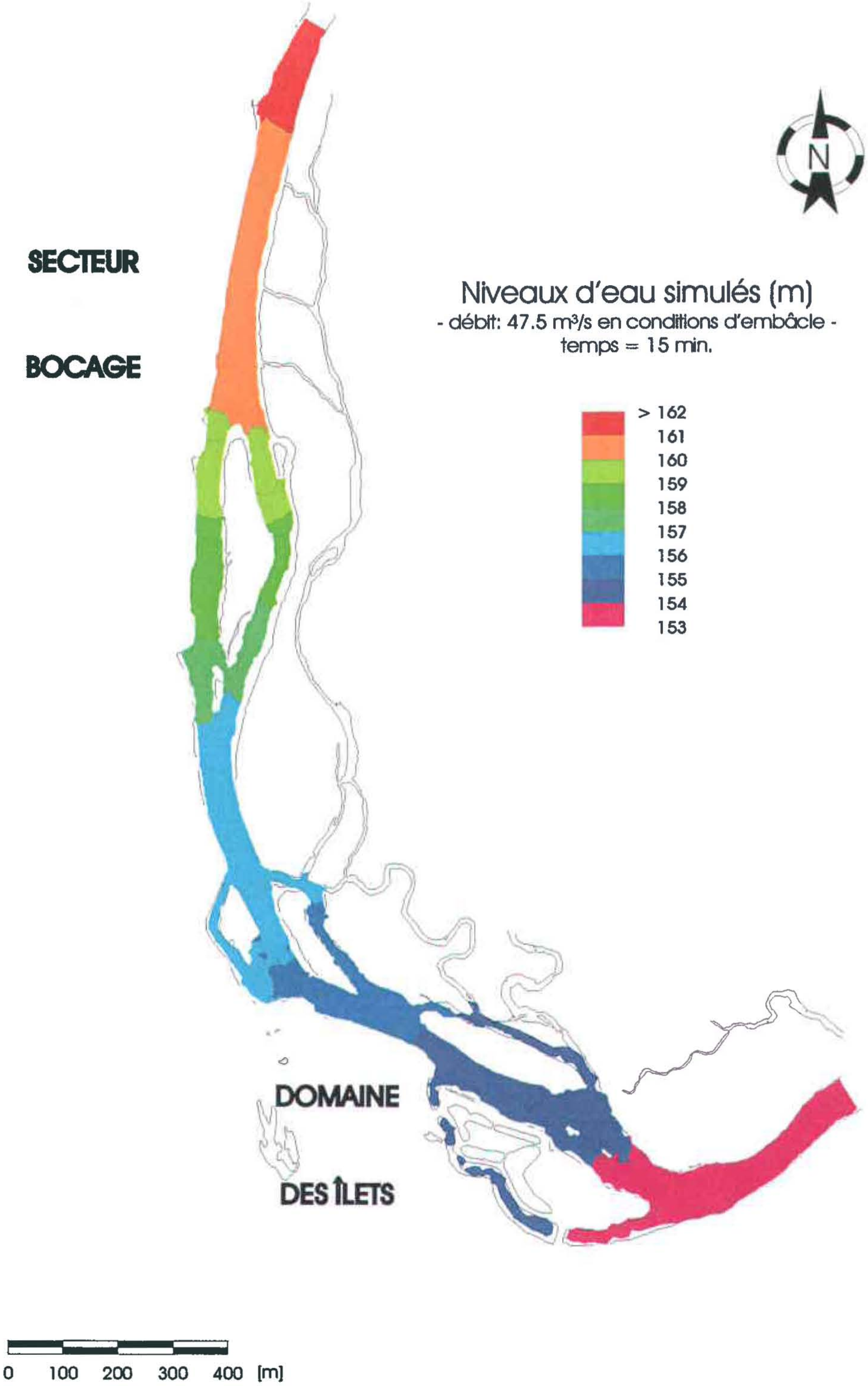


Figure 6.28 : Niv. d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 15 min. d'accumulation.

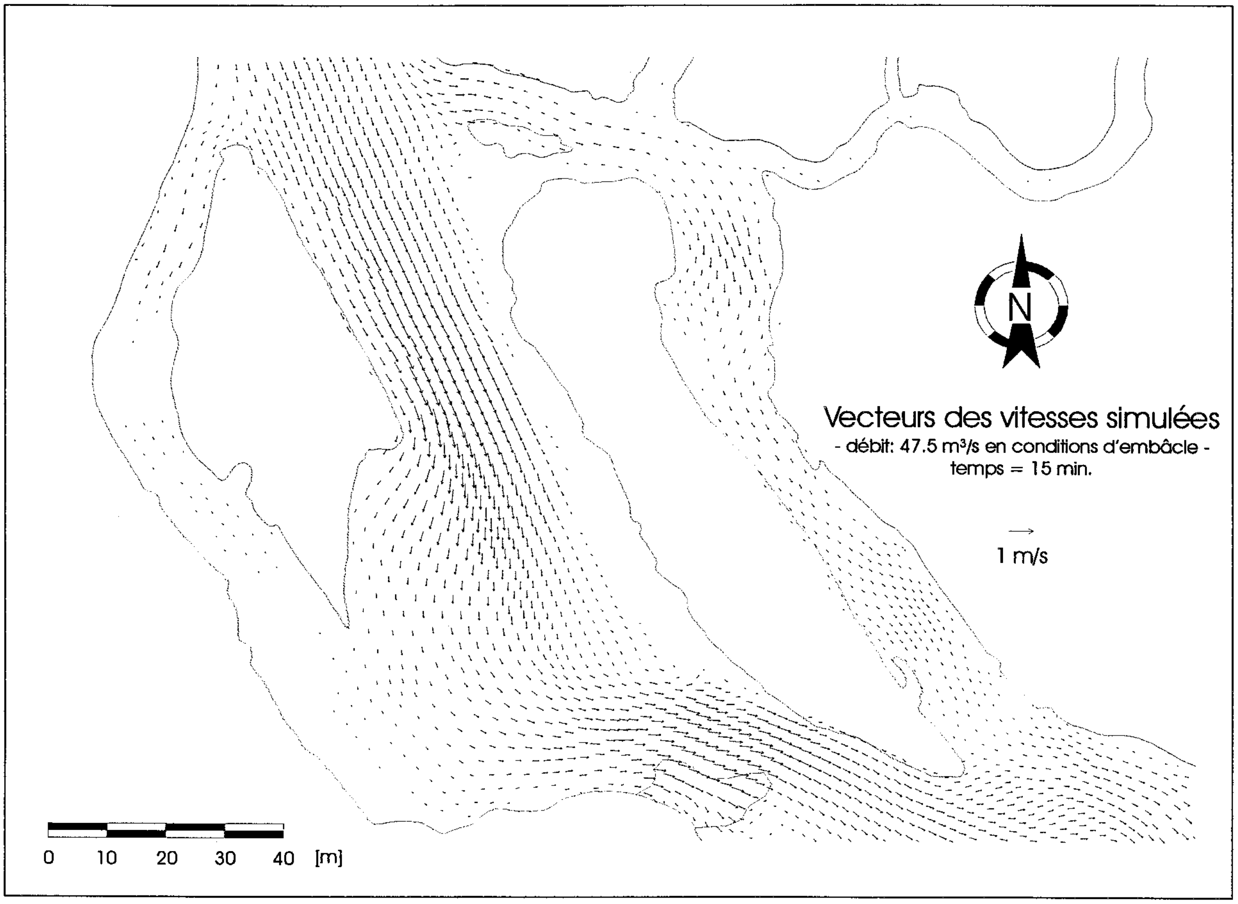


Figure 6.29 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 15 minutes d'accumulation.

6.2.4.5 Discussion

Les paragraphes suivants sont consacrés à l'analyse des résultats des simulations de transport de glace, lesquels sont examinés en parallèle avec les conditions hydrauliques correspondantes lorsqu'elles sont disponibles. Nous procédons ensuite à l'analyse du comportement du simulateur lagrangien mis à l'épreuve pour la première fois sur un banc d'essai numérique naturel.

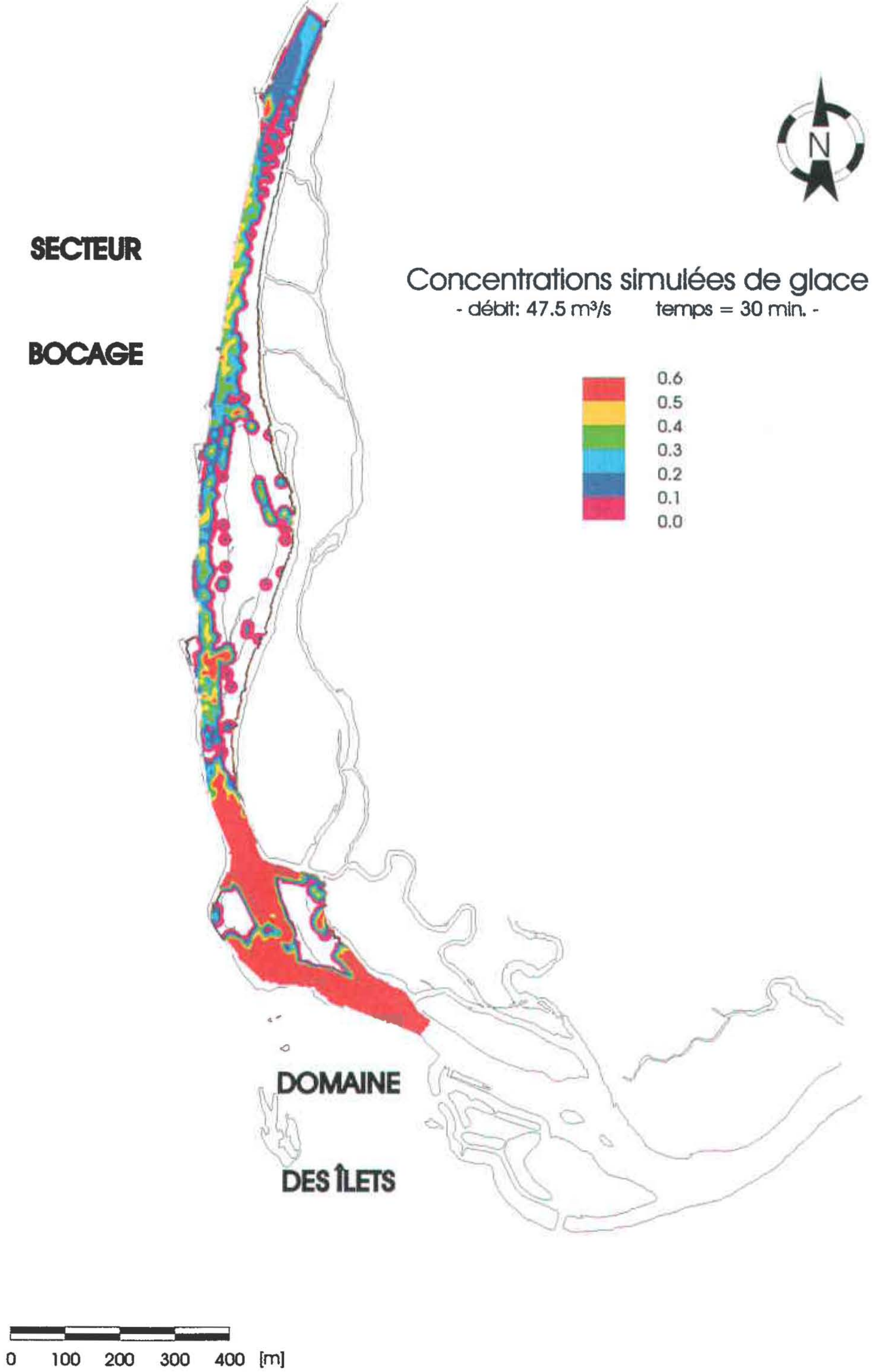


Figure 6.30 : Concentrations simulées de glace après 30 minutes.

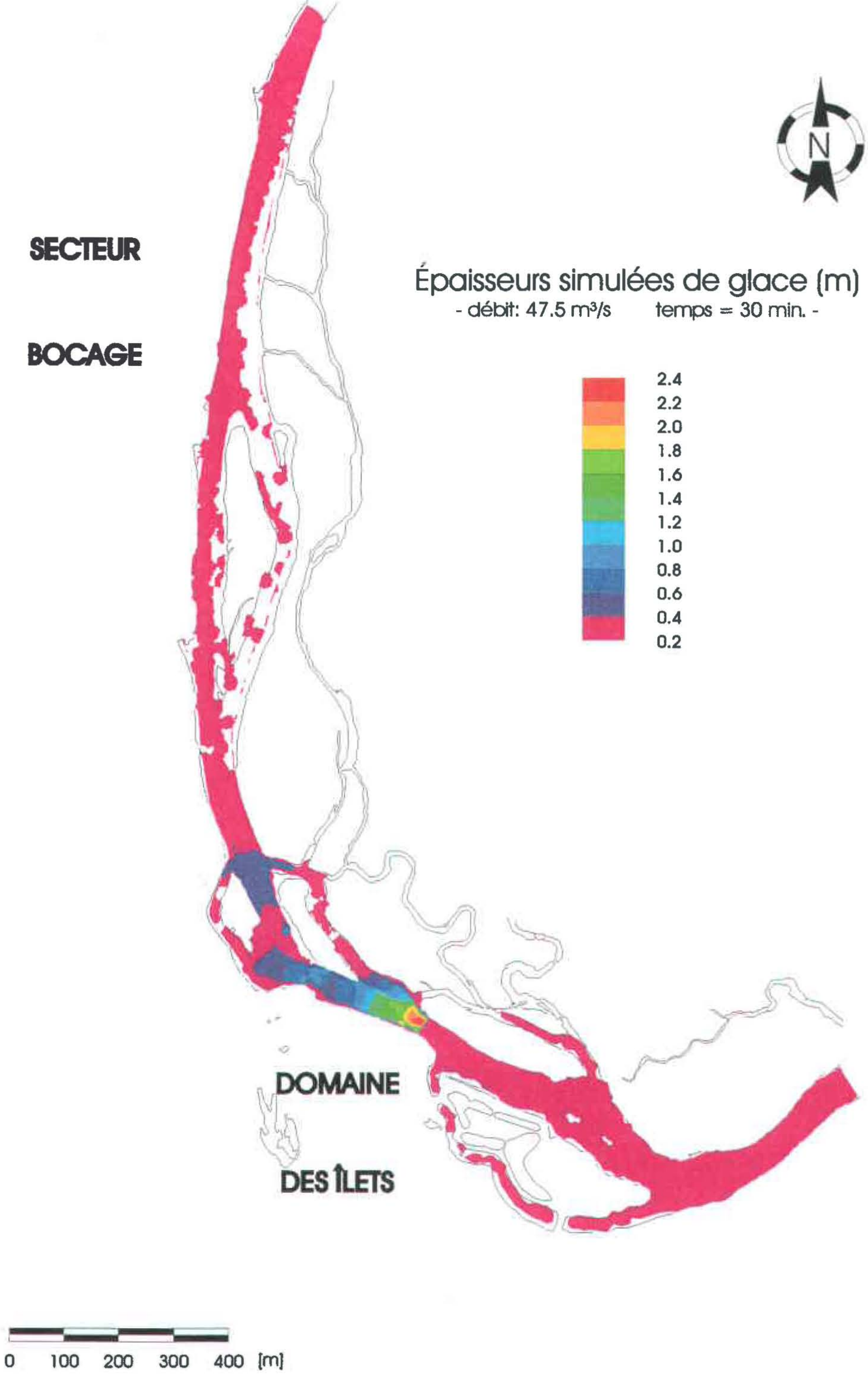


Figure 6.31 : Épaisseurs simulées de glace après 30 minutes.

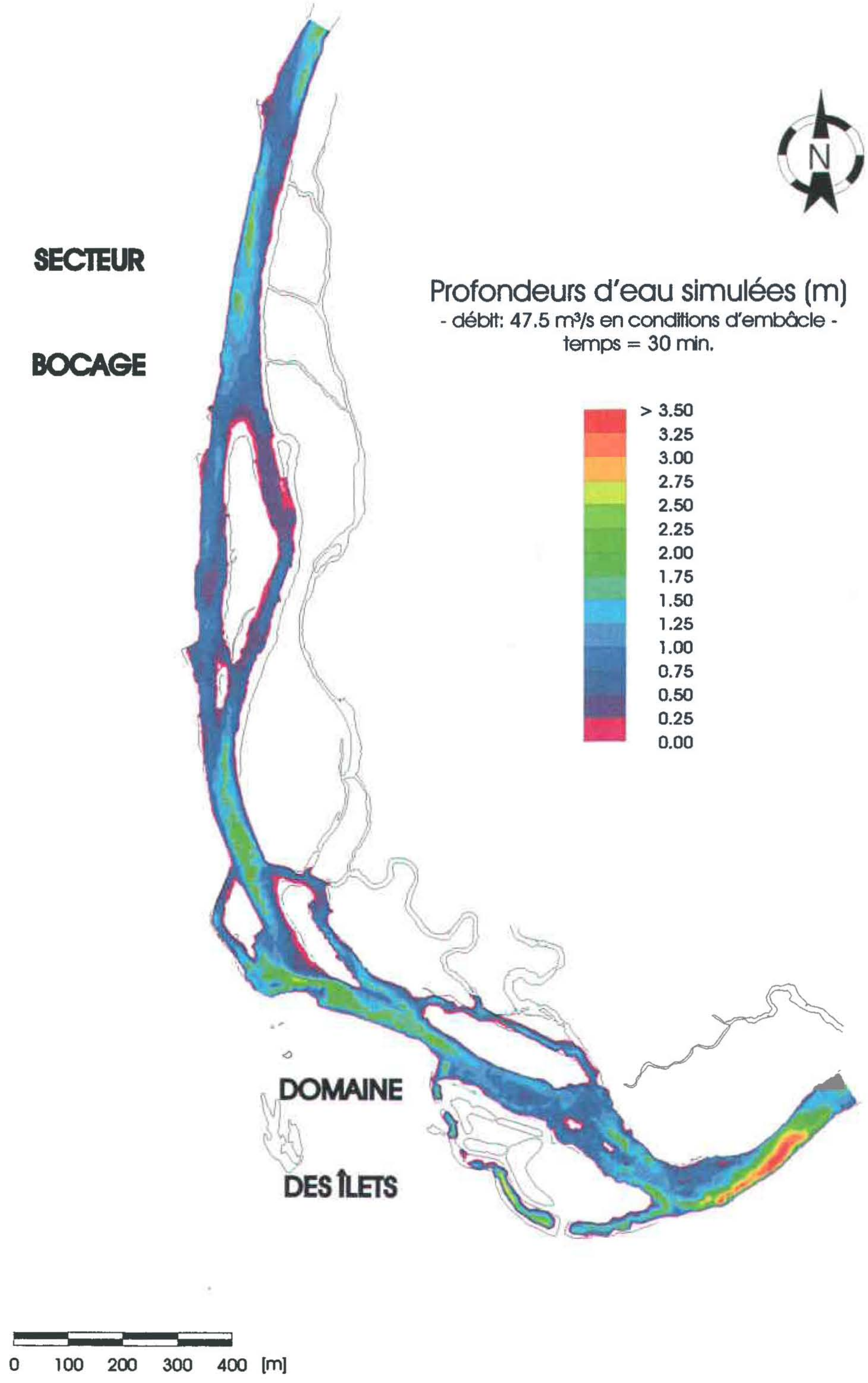


Figure 6.32 : Prof. d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 30 min. d'accumulation.

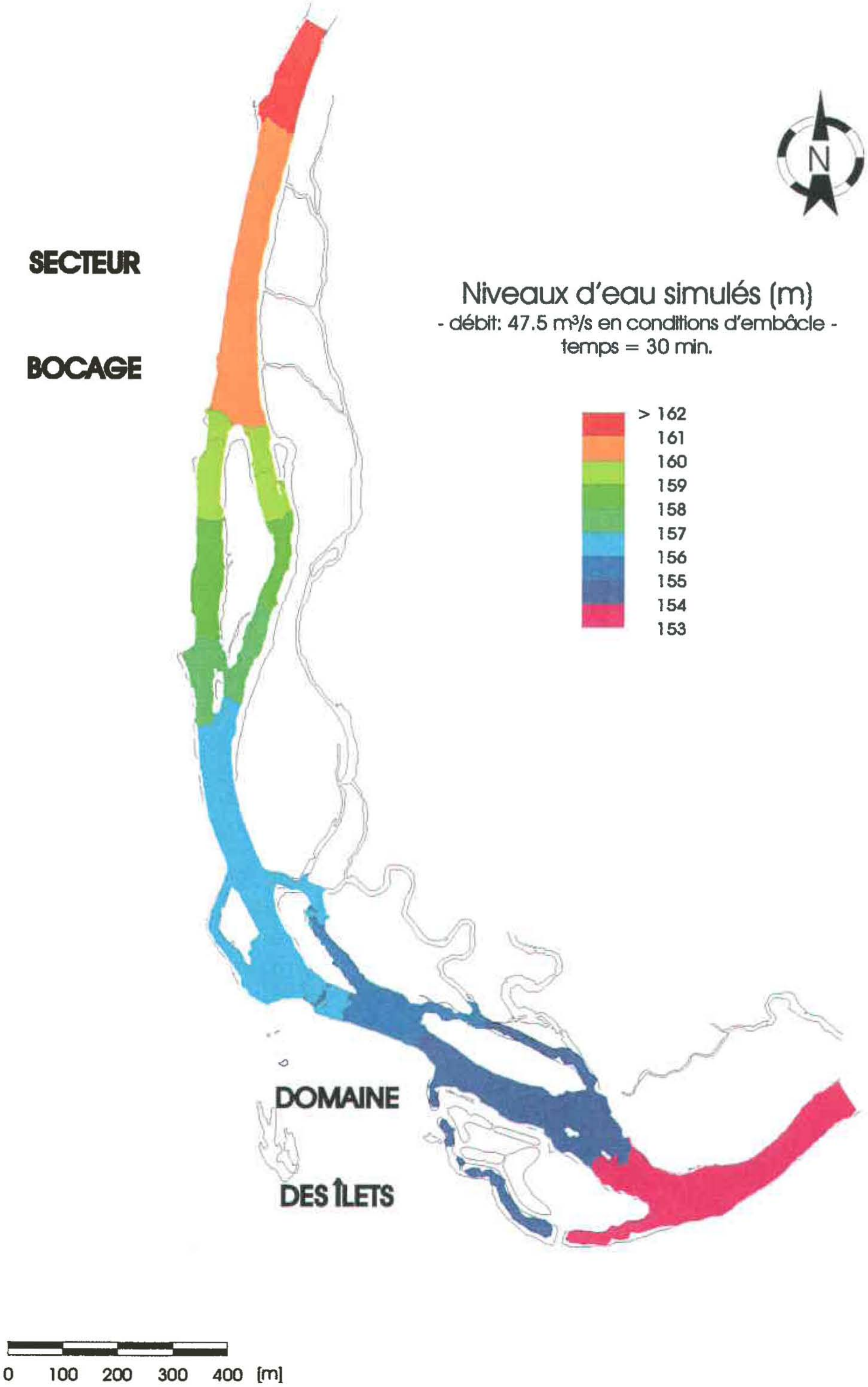


Figure 6.33 : Niv. d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 30 min. d'accumulation.

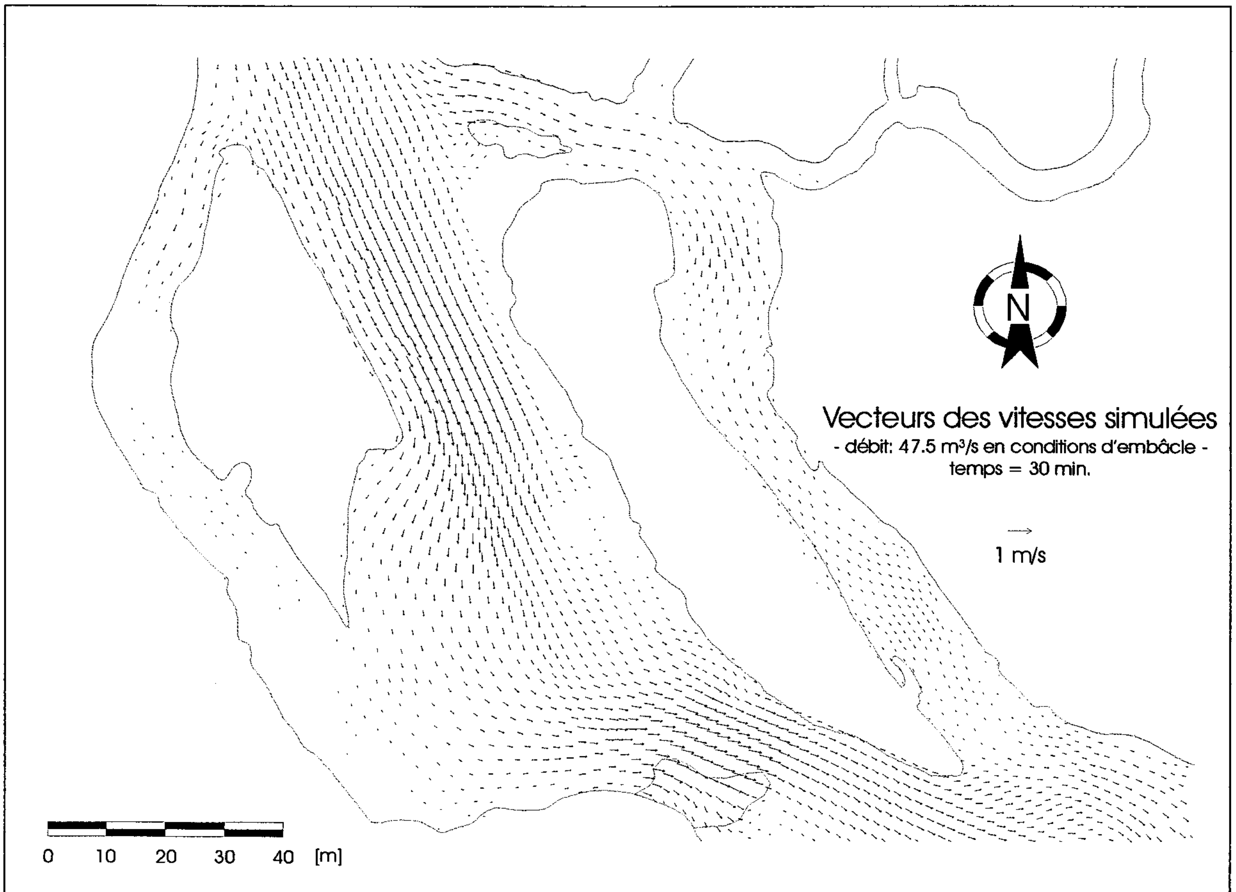


Figure 6.34 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 30 minutes d'accumulation.

6.2.4.5.1 Analyse des résultats

La figure 6.54 montre la distribution finale qu'atteignent les glaçons après 5 heures d'accumulation. Les épaisseurs calculées varient fortement, de 1.2 à 2.5 m. À cet effet, il est pertinent de rappeler que Beltaos et Moody (1986) ainsi qu'Andres et Doyle (1984) ont montré que l'épaisseur d'une accumulation de glace peut être fort variable autant dans la direction transversale que longitudinale du cours d'eau. Enfin, ces résultats semblent en accord avec les données extraites de la photographie de l'annexe 1, notamment les épaisseurs observables qu'on estime être du même ordre de grandeur.

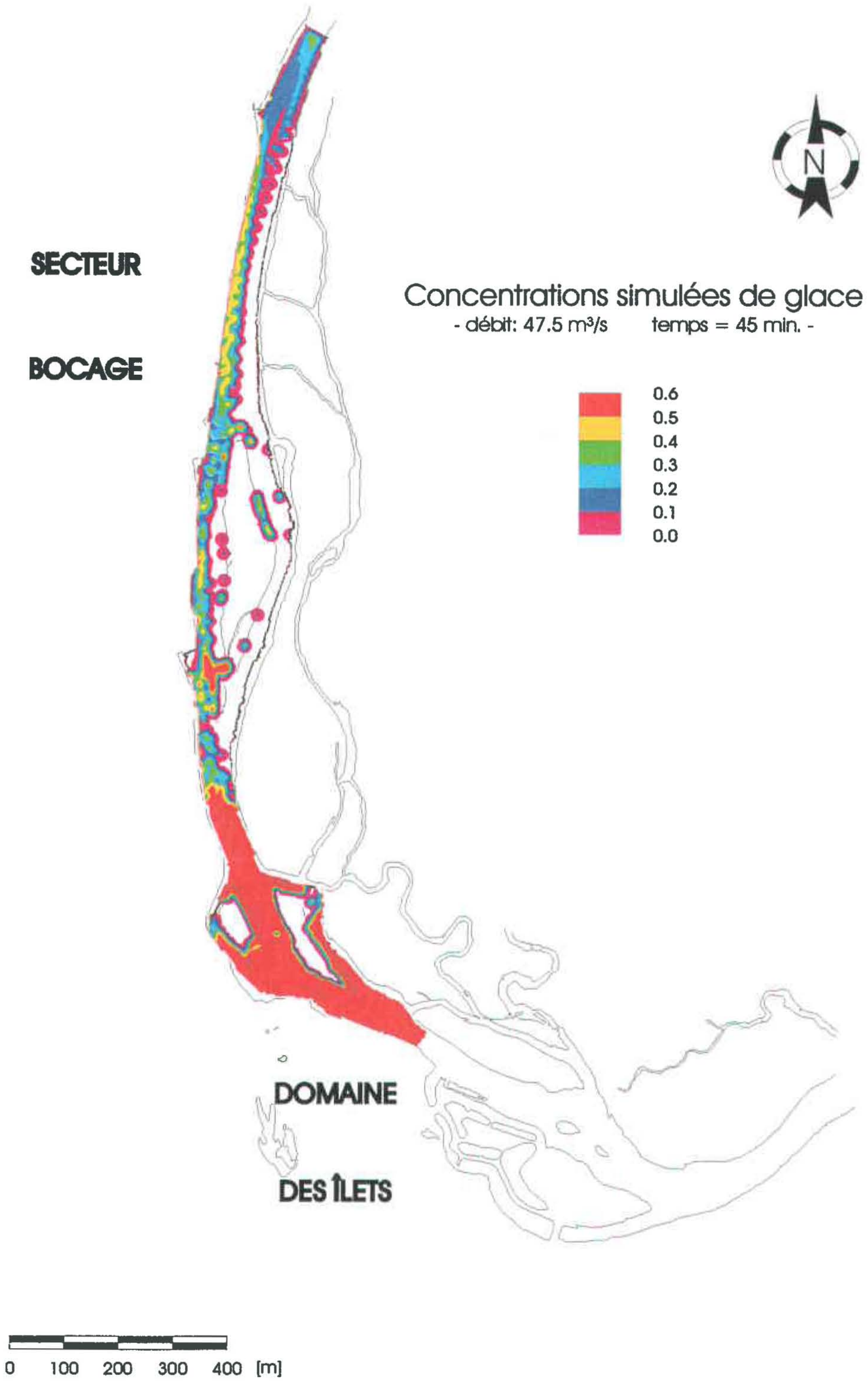


Figure 6.35 : Concentrations simulées de glace après 45 minutes.

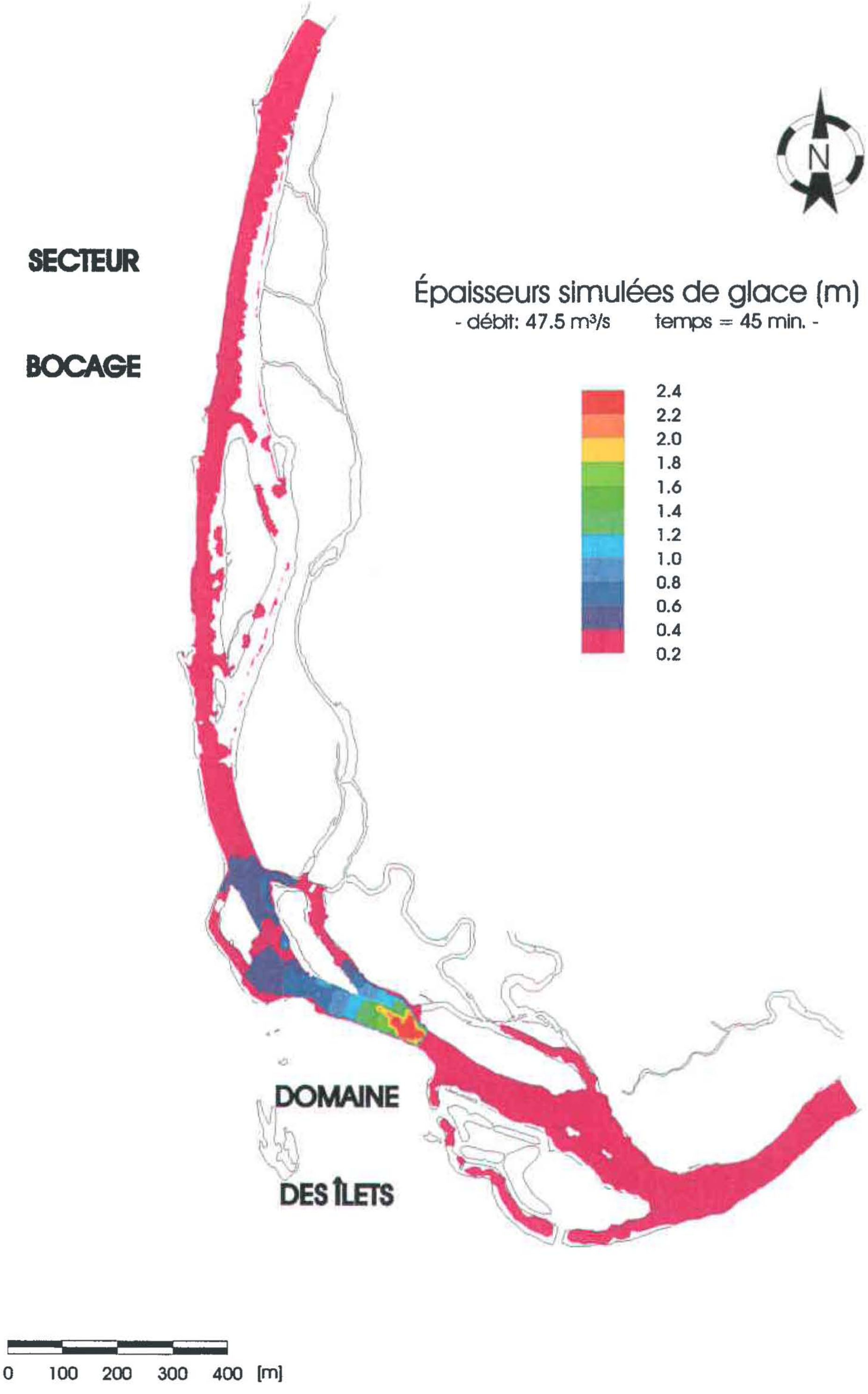


Figure 6.36 : Épaisseurs simulées de glace après 45 minutes.

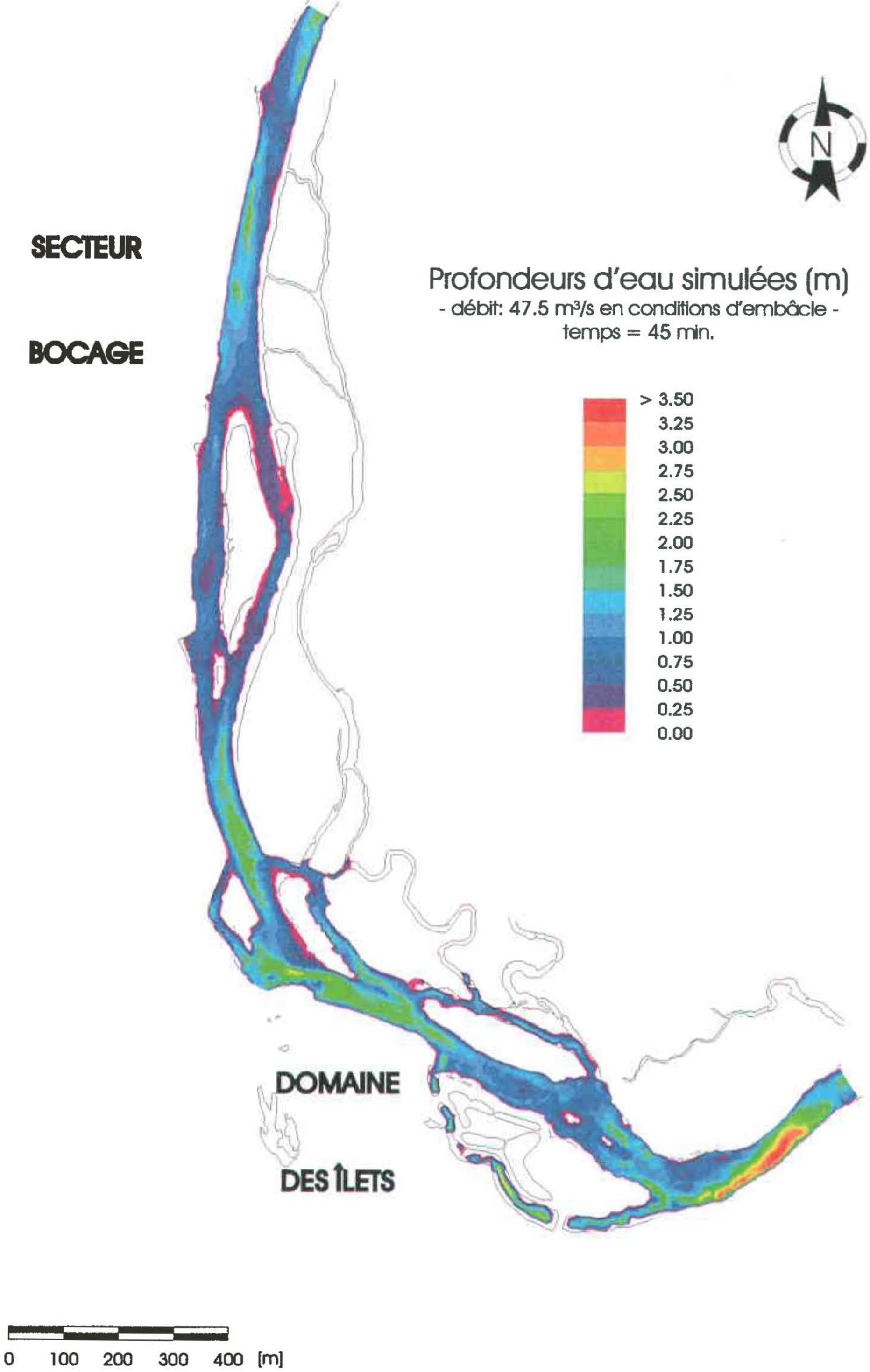


Figure 6.37 : Prof. d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 45 min. d'accumulation.

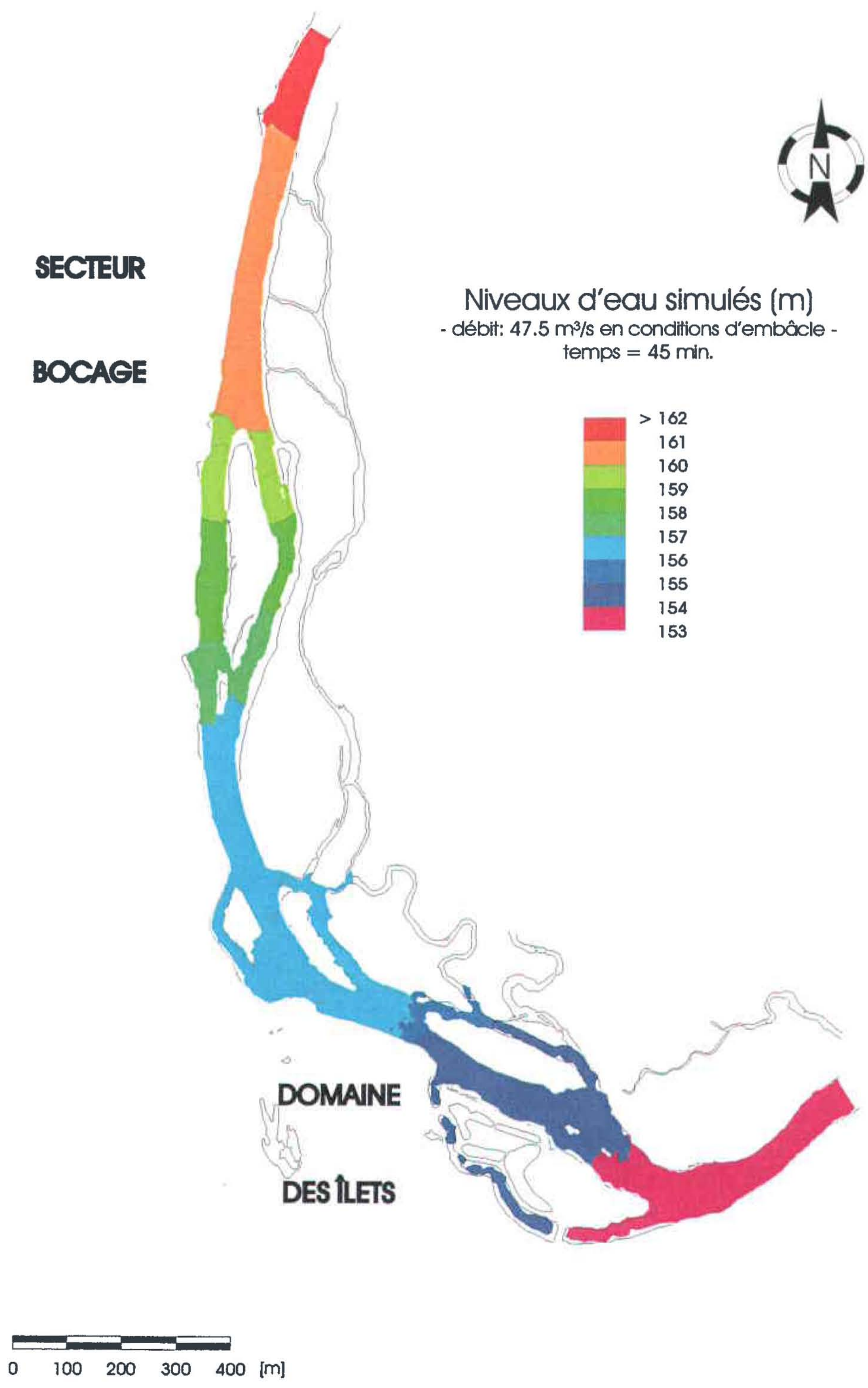


Figure 6.38 : Niv. d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 45 min. d'accumulation.

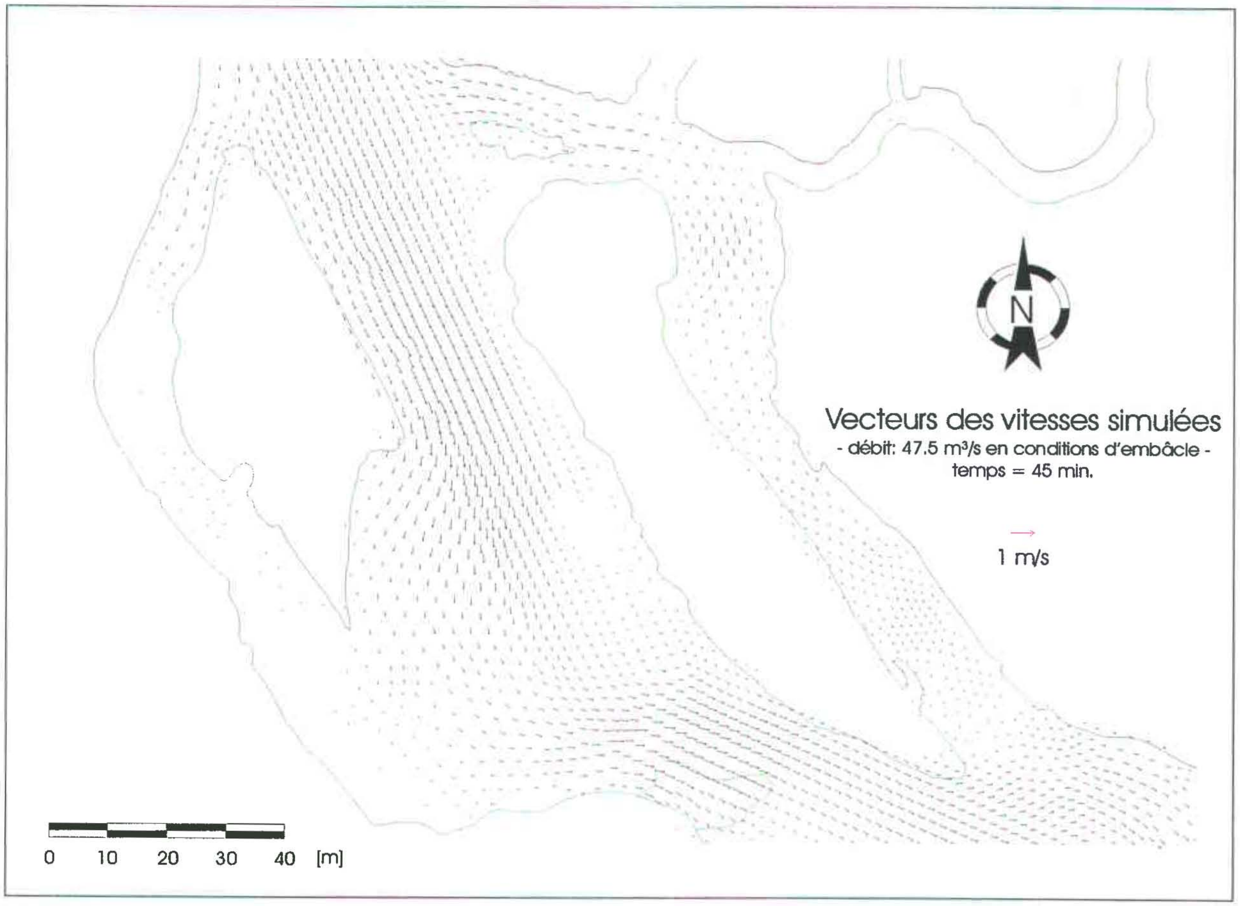


Figure 6.39 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 45 minutes d'accumulation.

On observe par ailleurs sur quelques états intermédiaires la glace prenant appui sur les berges pour former, comme à l'exercice précédent, des structures en forme d'arc. On remarque que la glace cherche systématiquement à s'arc-bouter aux endroits où la section subit un rétrécissement. Par contre, les arcs de glace formés en cours de simulation ont tous été démantelés suite à un rehaussement du niveau d'eau venu affaiblir leurs ancrages sur les berges. Le courant projetait ensuite plus en aval les glaçons qui, jusque là, constituaient l'arc.

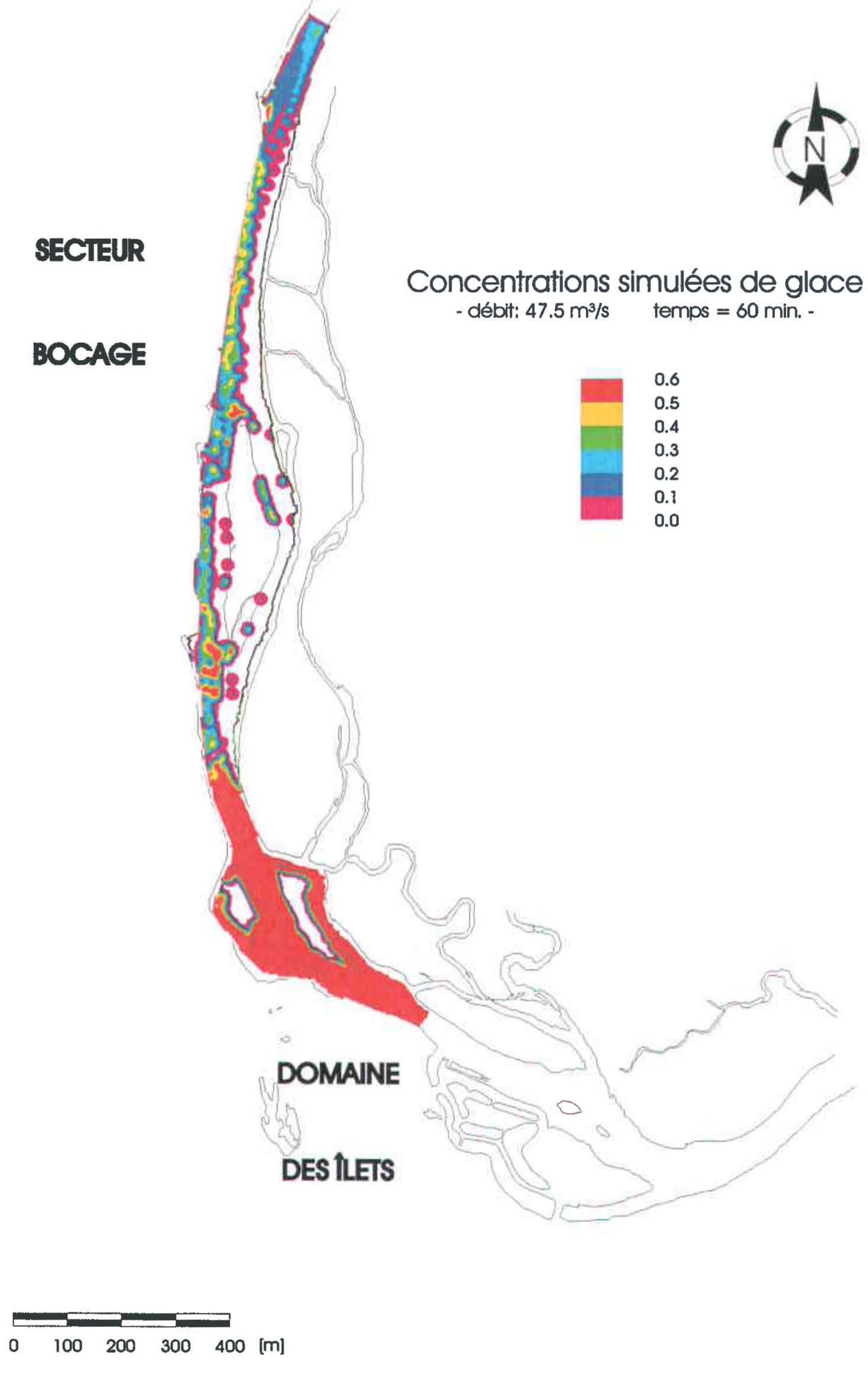


Figure 6.40 : Concentrations simulées de glace après 60 minutes.

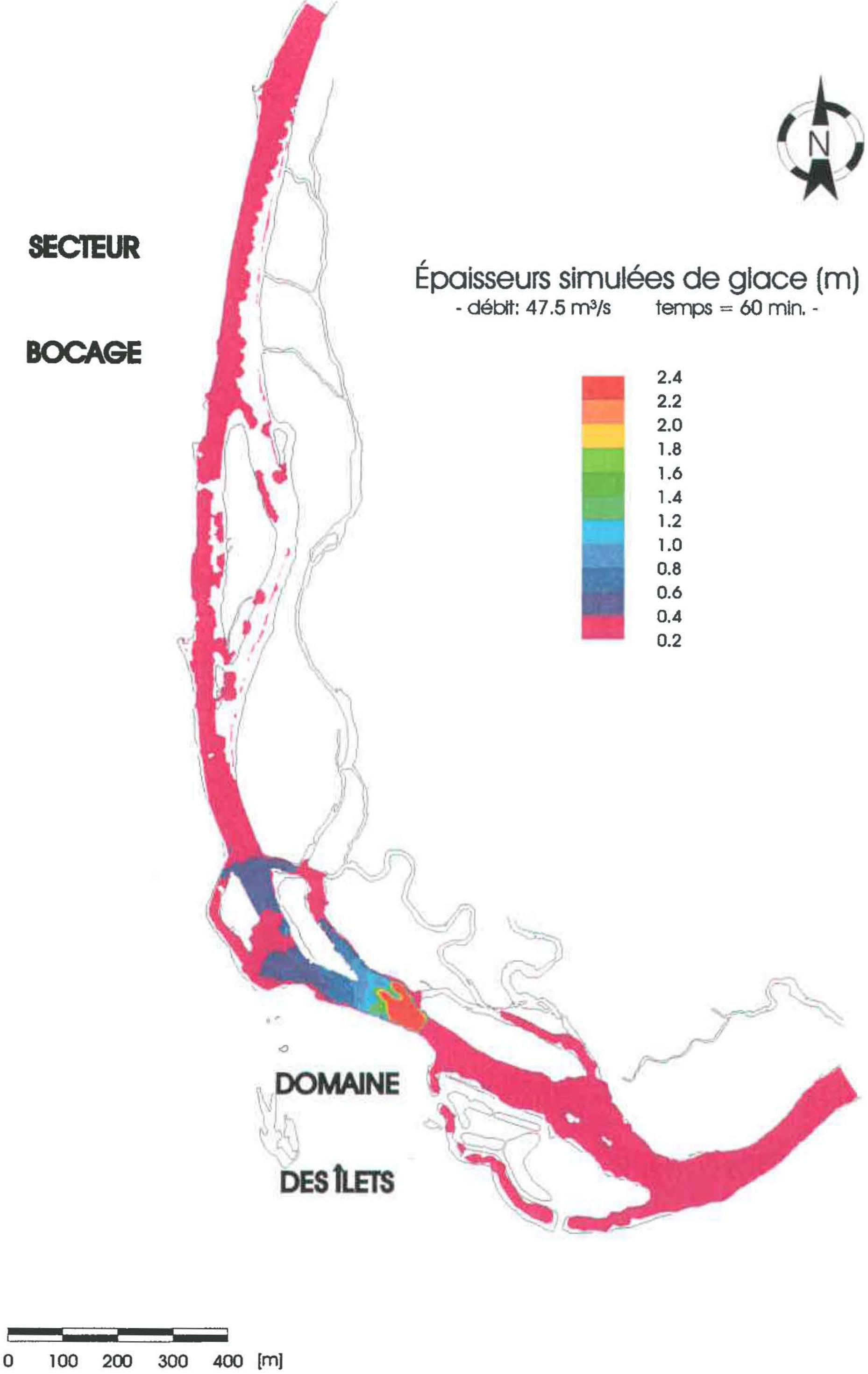


Figure 6.41 : Épaisseurs simulées de glace après 60 minutes.

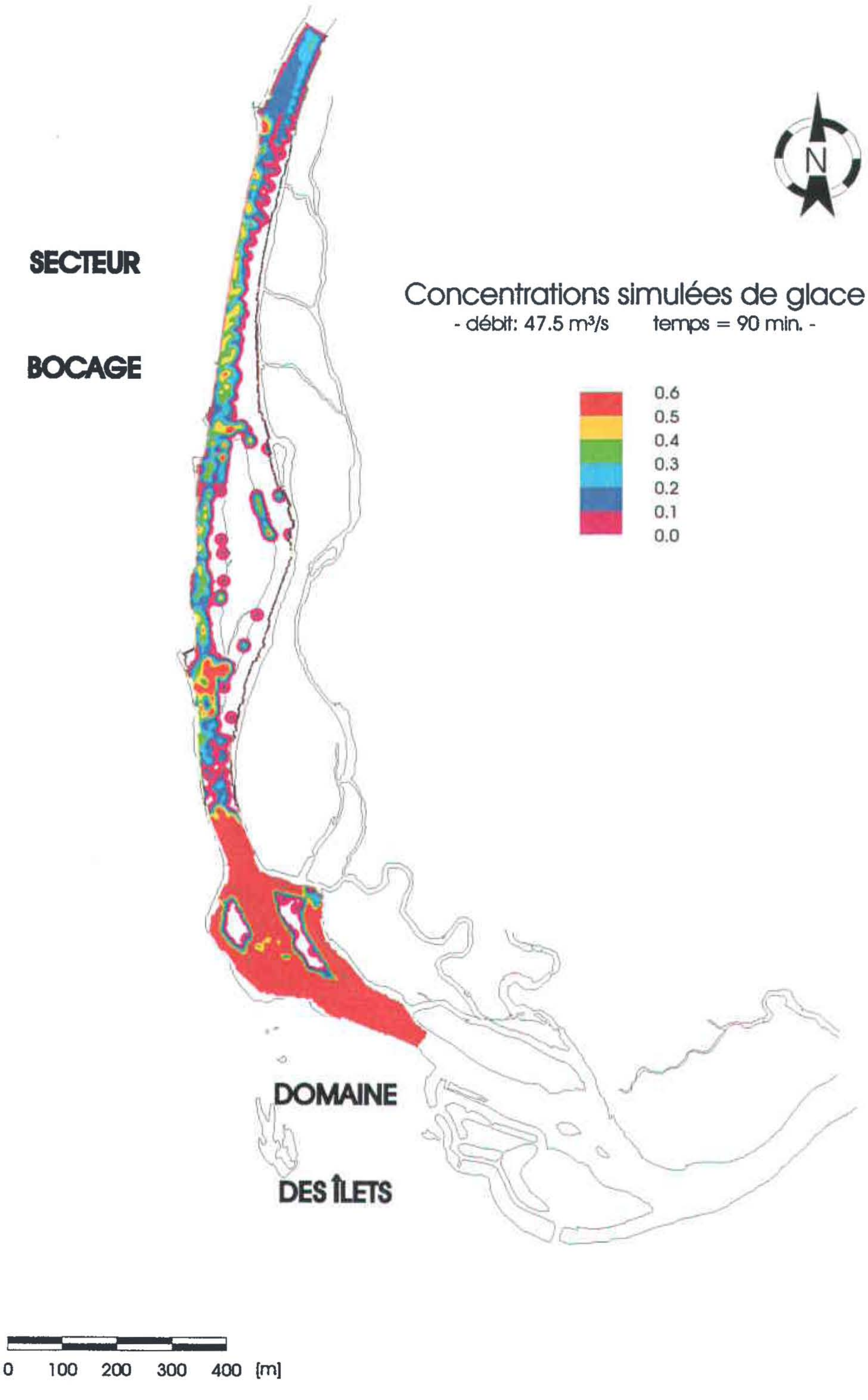


Figure 6.42 : Concentrations simulées de glace après 90 minutes.

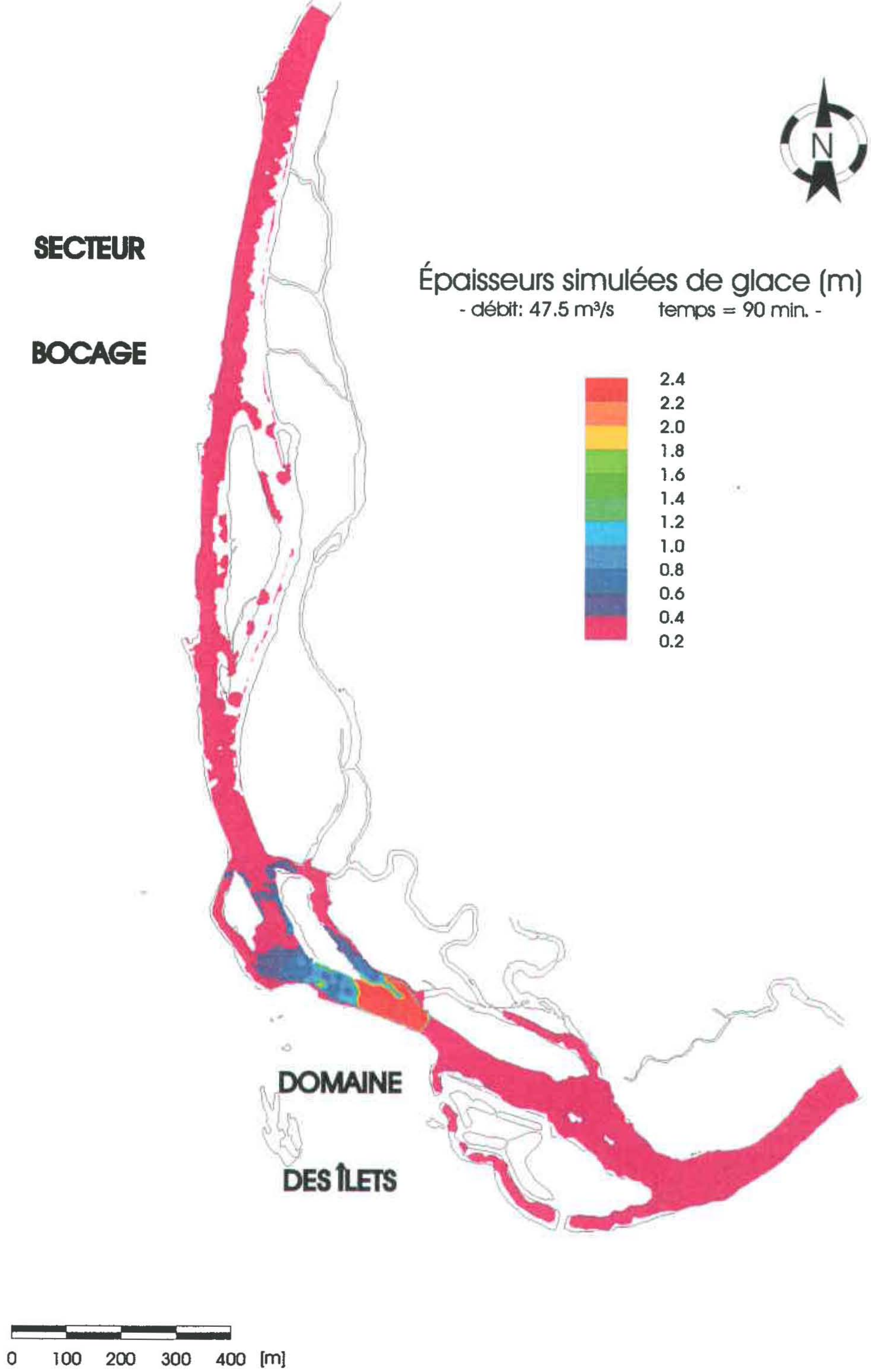


Figure 6.43 : Épaisseurs simulées de glace après 90 minutes.

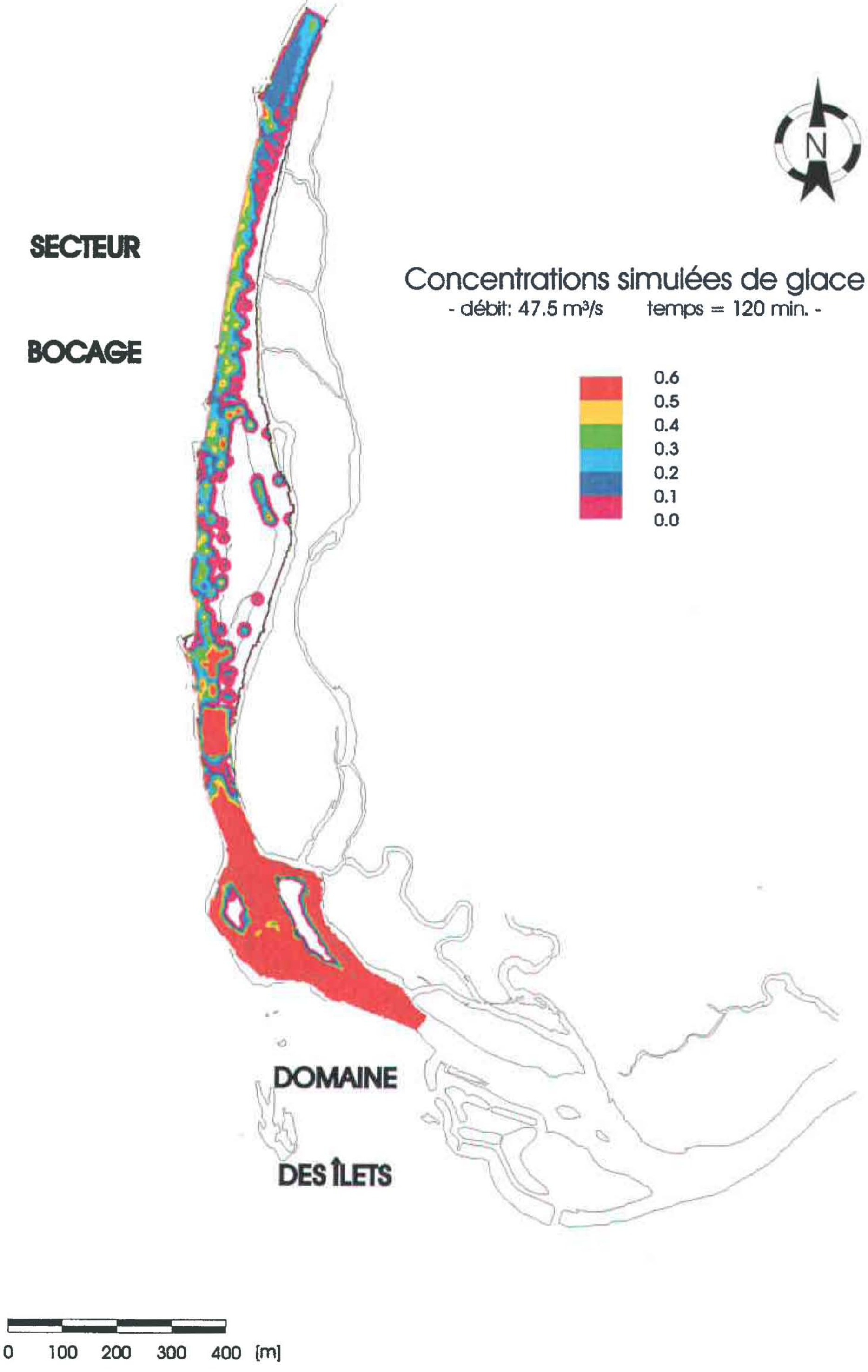


Figure 6.44 : Concentrations simulées de glace après 120 minutes.

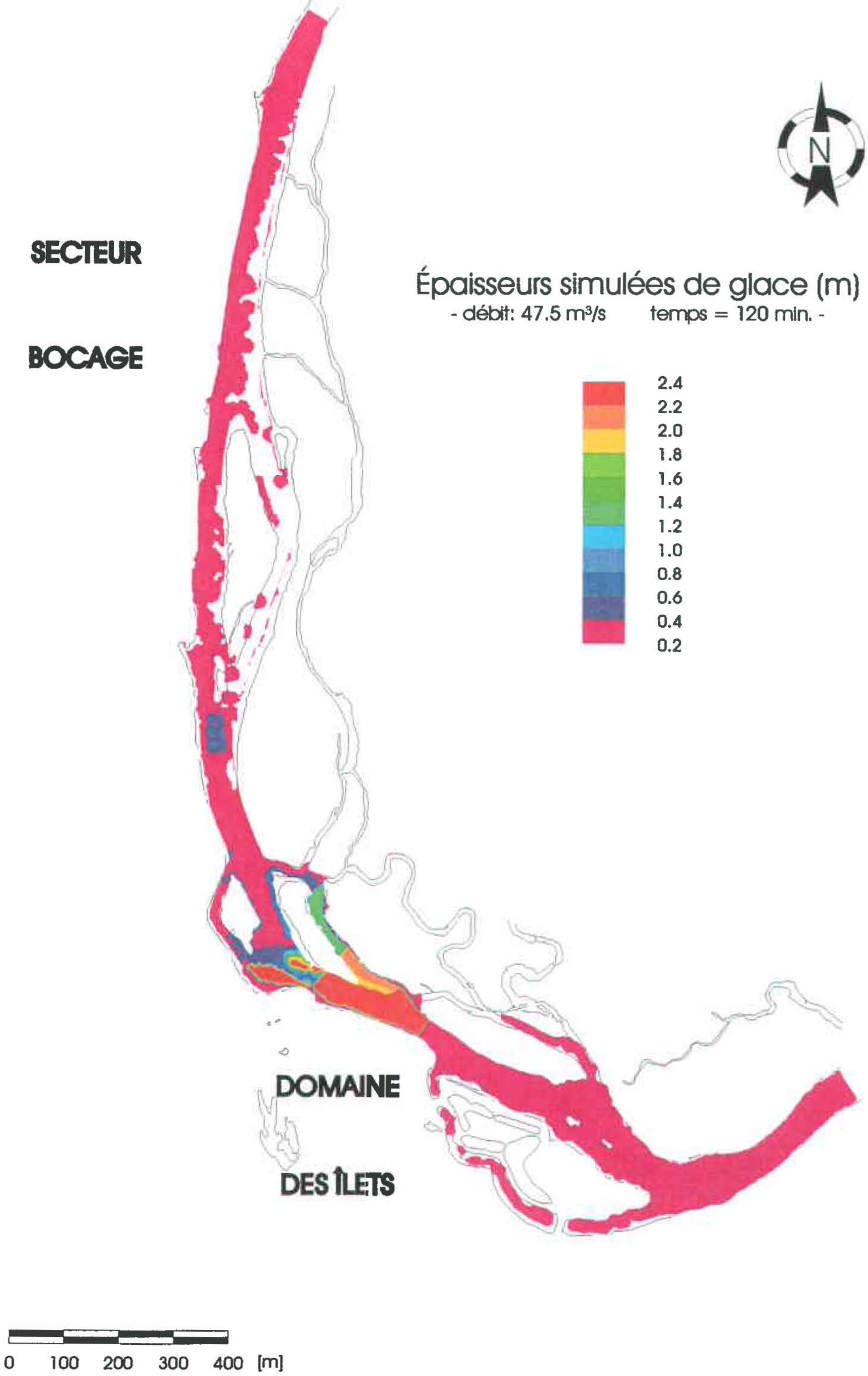


Figure 6.45 : Épaisseurs simulées de glace après 120 minutes.

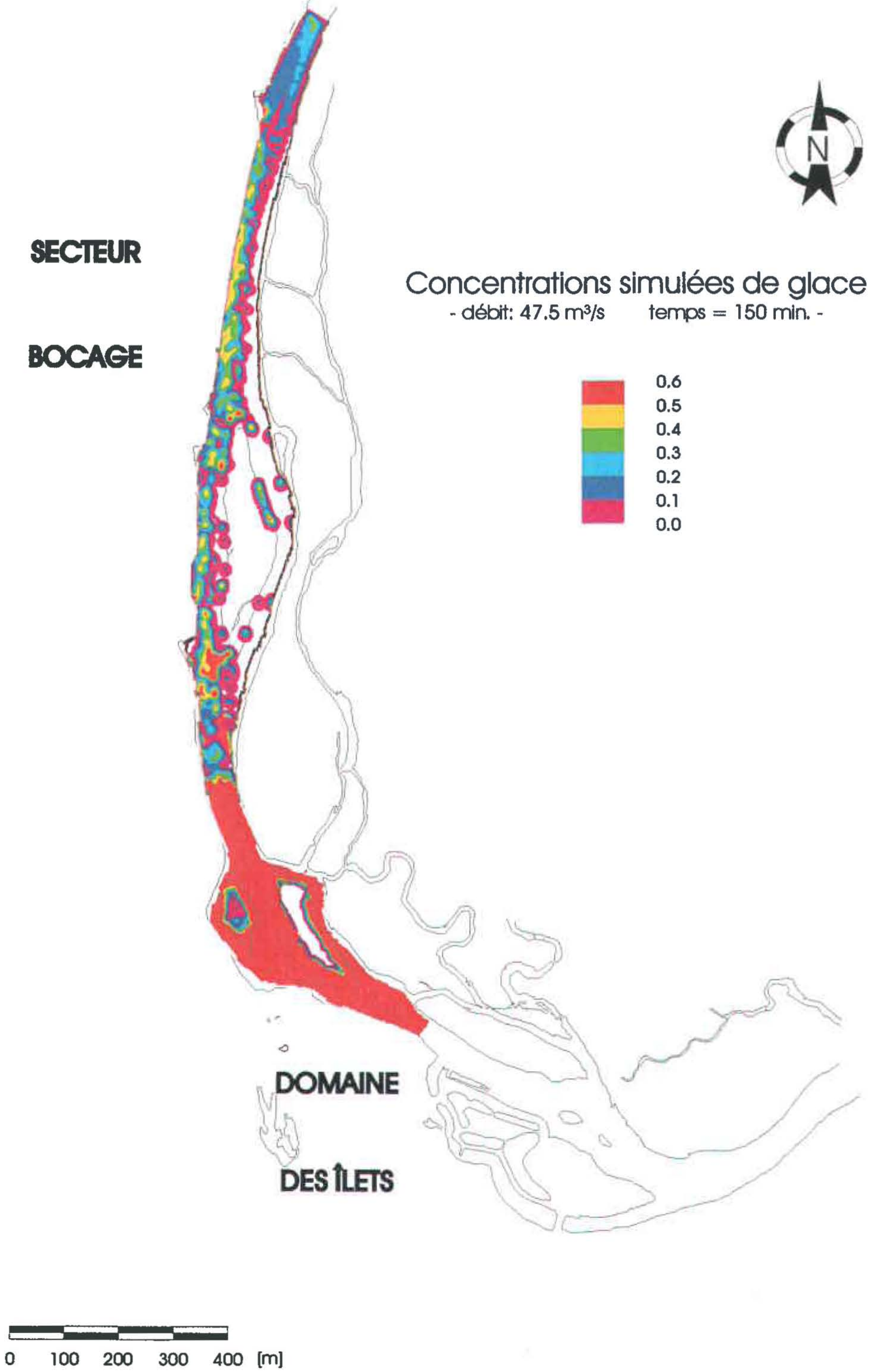


Figure 6.46 : Concentrations simulées de glace après 150 minutes.

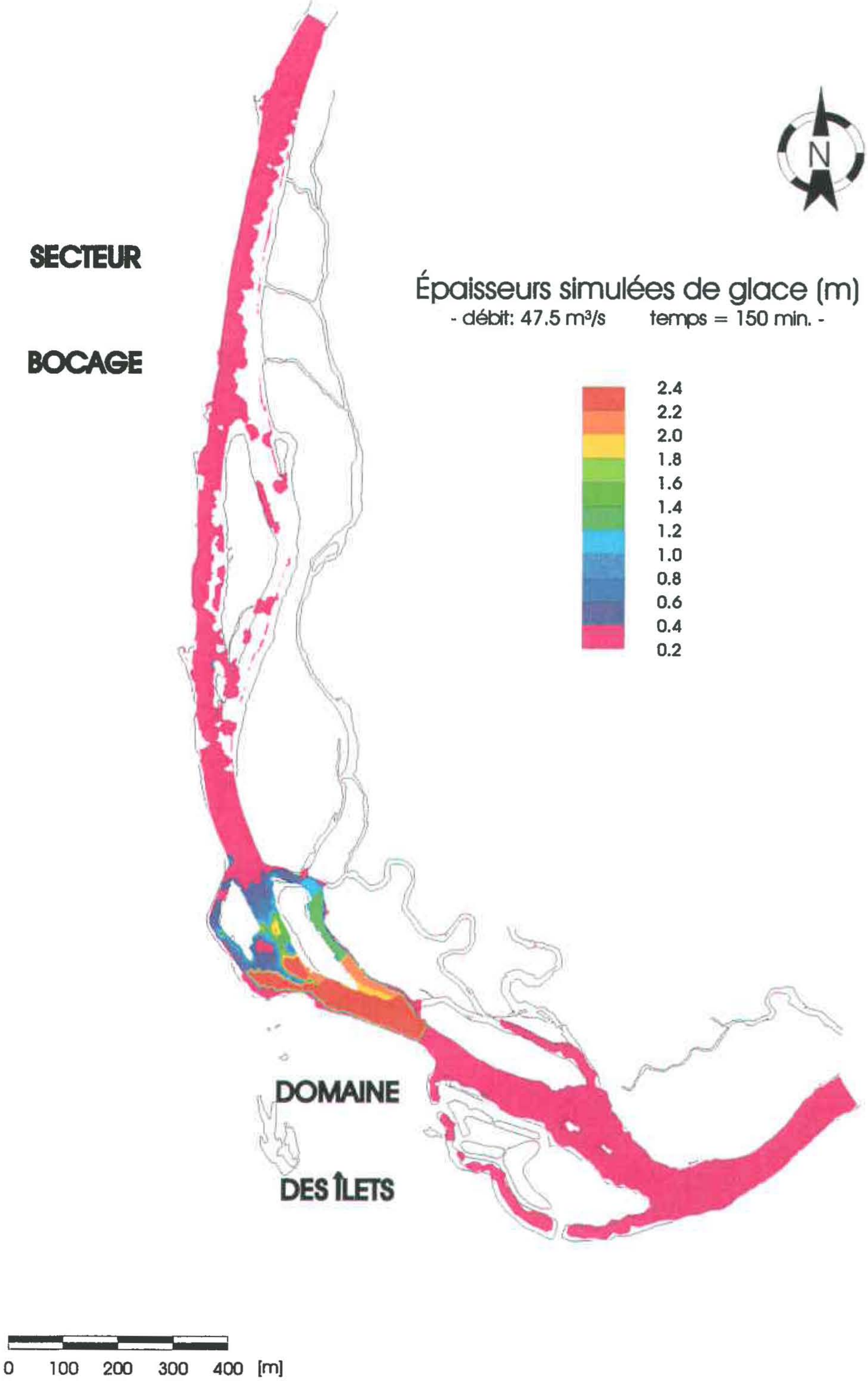


Figure 6.47 : Épaisseurs simulées de glace après 150 minutes.

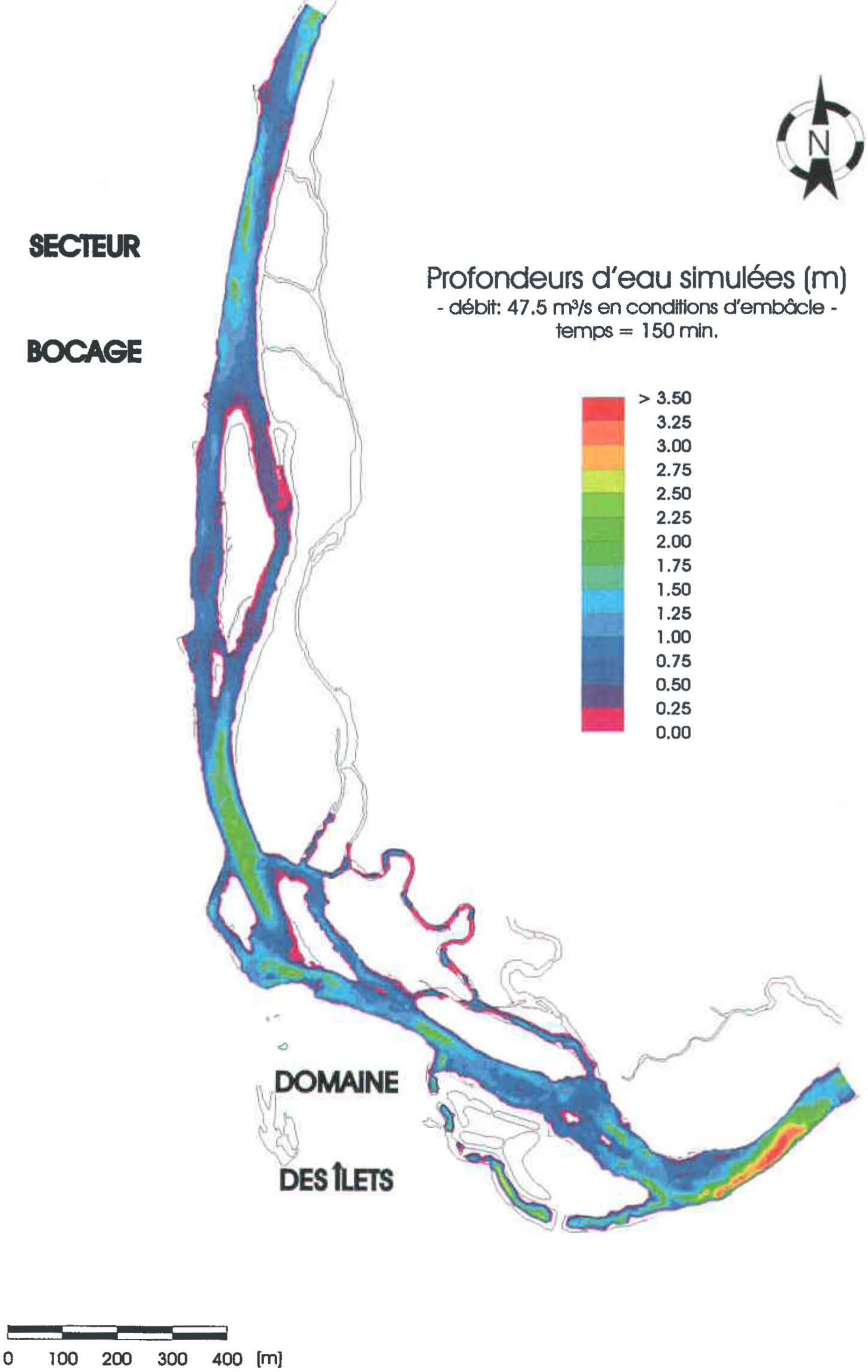


Figure 6.48: Prof. d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 150 min. d'accumulation.

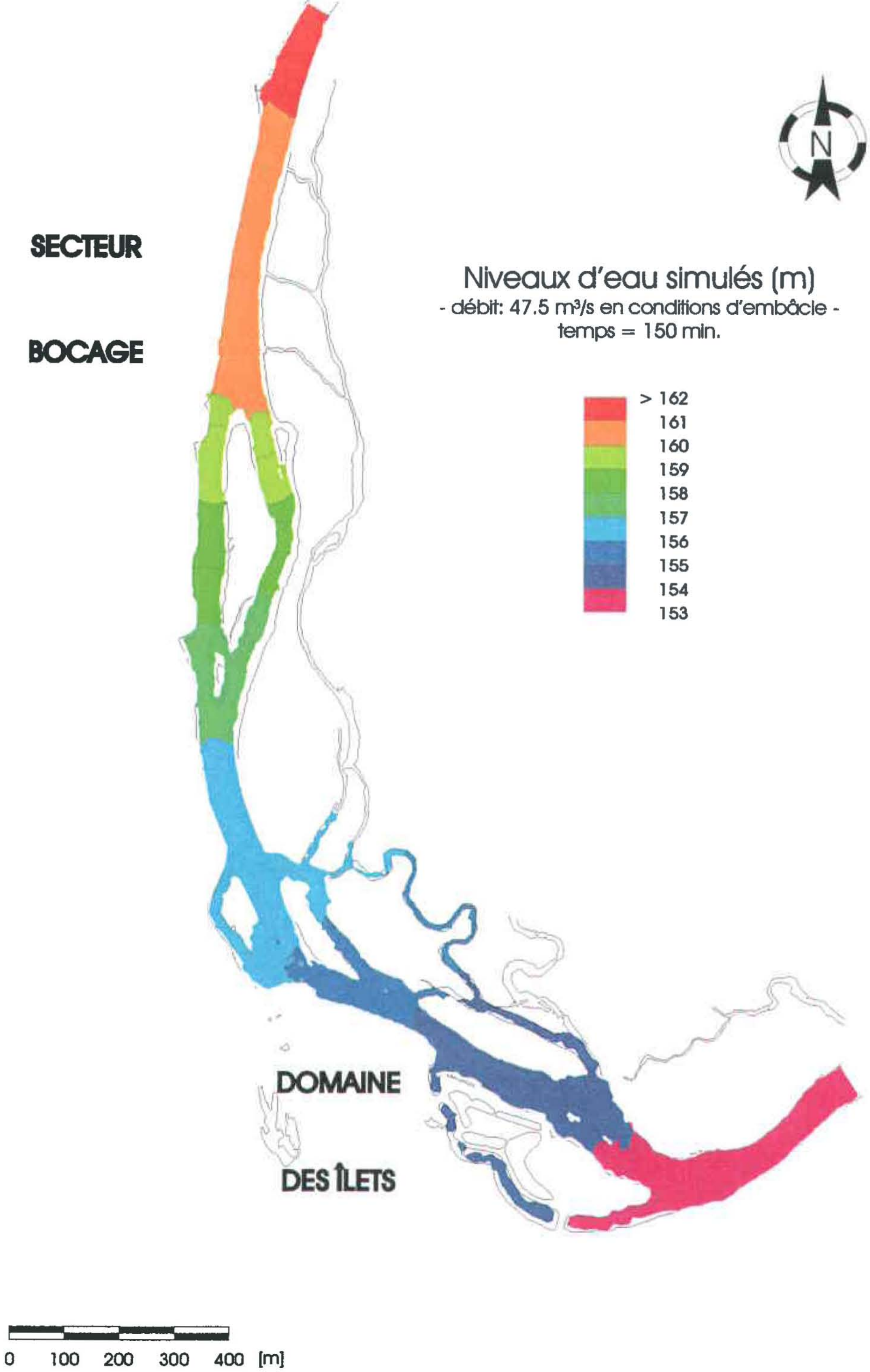


Figure 6.49 : Niv. d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 150 min. d'accumulation.

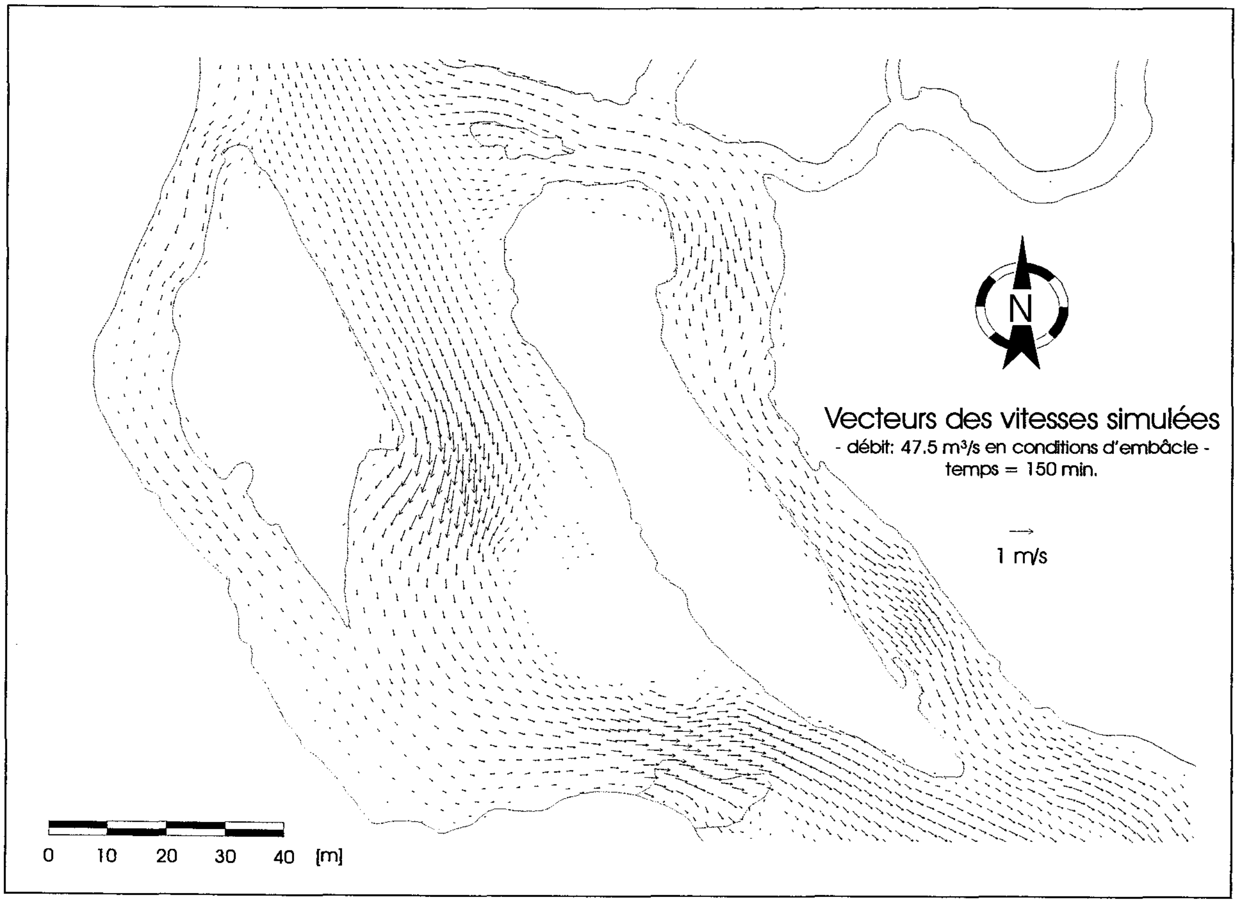


Figure 6.50 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 150 minutes d'accumulation.

Du point de vue hydraulique, les répartitions intermédiaires des glaçons auront permis aux différents seuils contrôlant l'écoulement dans les chenaux secondaires de demeurer libres suffisamment longtemps pour que l'eau puisse s'y épancher. Normalement sollicités lors de crues beaucoup plus fortes, ces chenaux ont été actifs pendant la formation de l'embâcle comme en ont témoigné certaines évidences *a posteriori*. La photographie présentée à l'annexe 2 illustre par ailleurs fort bien ce phénomène. Notons au passage que c'est la première fois qu'on parvient à démontrer, par le biais d'un modèle, que les chenaux secondaires de la rivière Montmorency entrent en action lorsque son *thalweg* s'obstrue. Ceci nous amène à une compréhension encore plus complète de ce tronçon de rivière qui a déjà fait l'objet d'un certain nombre d'études.

Des mesures subséquentes prises lors de fortes crues en eau libre ont permis d'établir que la capacité hydraulique du tronçon avait été sensiblement modifiée depuis l'occurrence de cet embâcle. L'une des hypothèses voulait que les chenaux n'étaient pas effectifs à 100% en raison de la présence de nombreux débris de bois observés à maints endroits sur leur tracé. Seule la montée des eaux conjuguée à de forts courants dans ces secteurs auront pu permettre de dégager ces obstructions grâce à l'embâcle qui a dirigé une partie de la crue vers les chenaux. Ainsi, en empruntant les canaux secondaires pour s'évacuer, l'eau a permis de nettoyer quantité de débris ligneux qui les obstruaient et réduisaient leur capacité hydraulique. L'amélioration de la capacité hydraulique de la section peut également être tributaire d'une action érosive marquée imputable à la présence de l'embâcle. Cette autre hypothèse n'a cependant pu être contrôlée.

Enfin, la figure 6.58 montre l'évolution du niveau d'eau sur un graphique 1D pour le même essai. Près de l'endroit où l'embâcle s'amorce, on note que le niveau d'eau atteindra à un moment de la simulation, une cote pratiquement égale à celle atteinte en eau libre par un débit de 400 m^3/s. Ce dernier est défini comme le débit "plein bord", *i.e.* le débit au-delà duquel se produit un débordement dans la plaine d'inondation à la hauteur du Rigolet. On constate que le niveau calculé est inférieur d'environ 35 à 40 cm du débit plein bord, ce qui corrobore les observations tirées de la photographie de l'embâcle.

La simulation démontre aussi que le niveau d'eau instantané atteint en présence d'un embâcle peut être du même ordre de grandeur que celui généré par un débit environ 10 fois supérieur en eau libre. Cette démonstration revêt une importance singulière puisqu'elle est de nature à questionner la méthodologie du programme de délimitation des zones inondables mis en place par le Ministère de l'Environnement et de la Faune du Québec. Nous avons fait la preuve qu'en présence d'un embâcle sur la rivière Montmorency, un débit de 47.5 m^3/s peut localement inonder davantage qu'un débit de 400 m^3/s en eau libre. Cette discussion déborde toutefois du cadre de cette thèse.

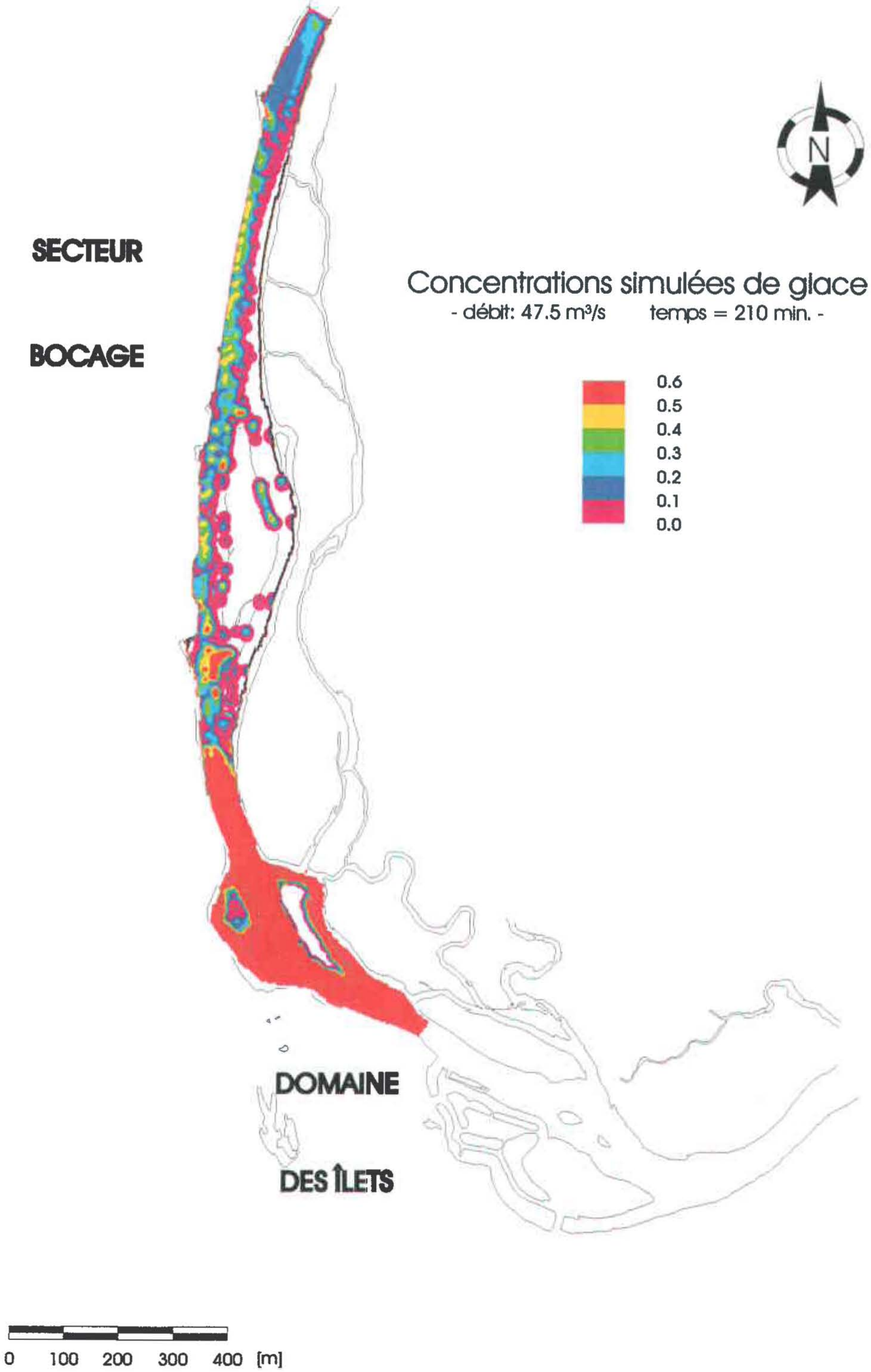


Figure 6.51 : Concentrations simulées de glace après 210 minutes.

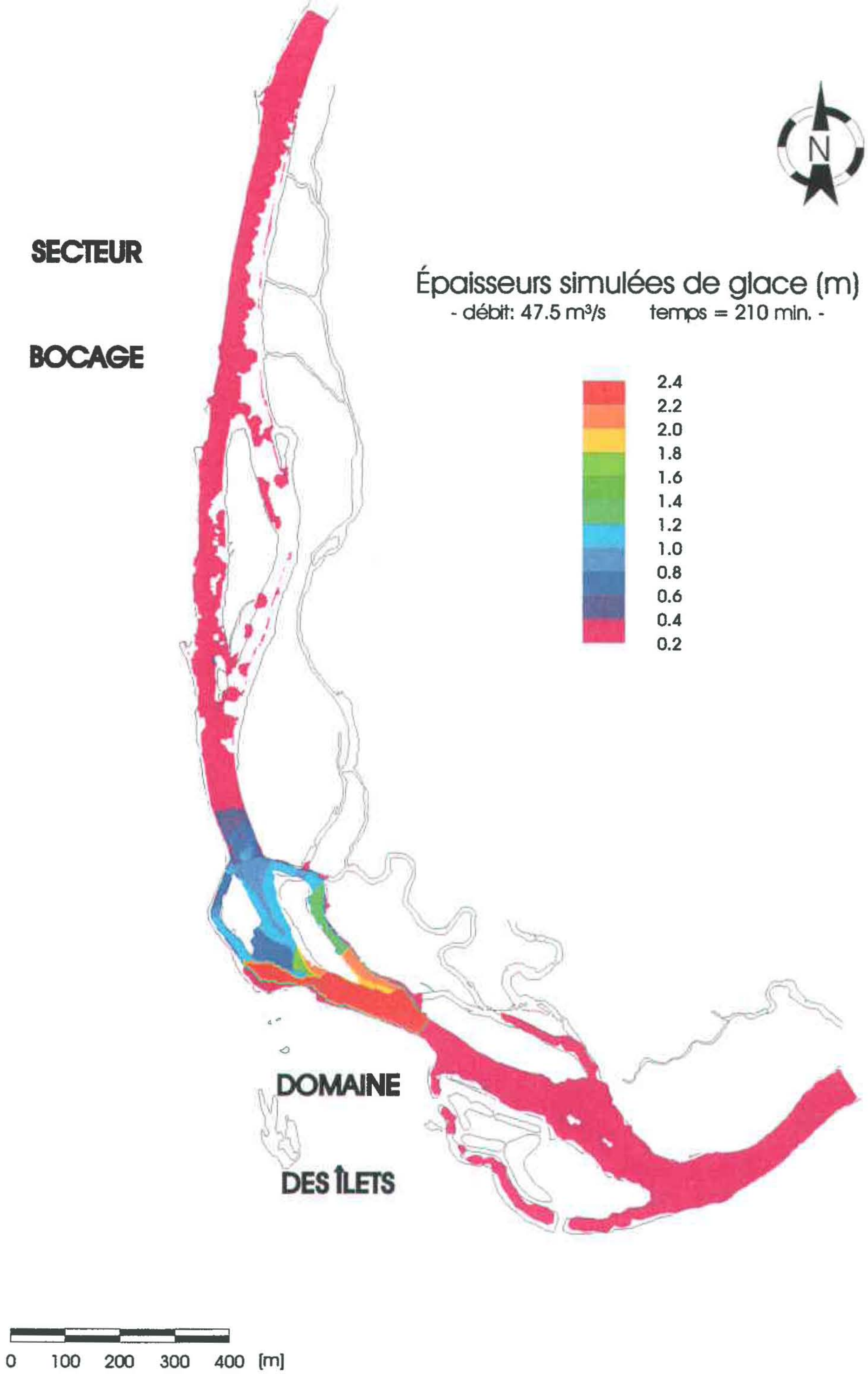


Figure 6.52 : Épaisseurs simulées de glace après 210 minutes.

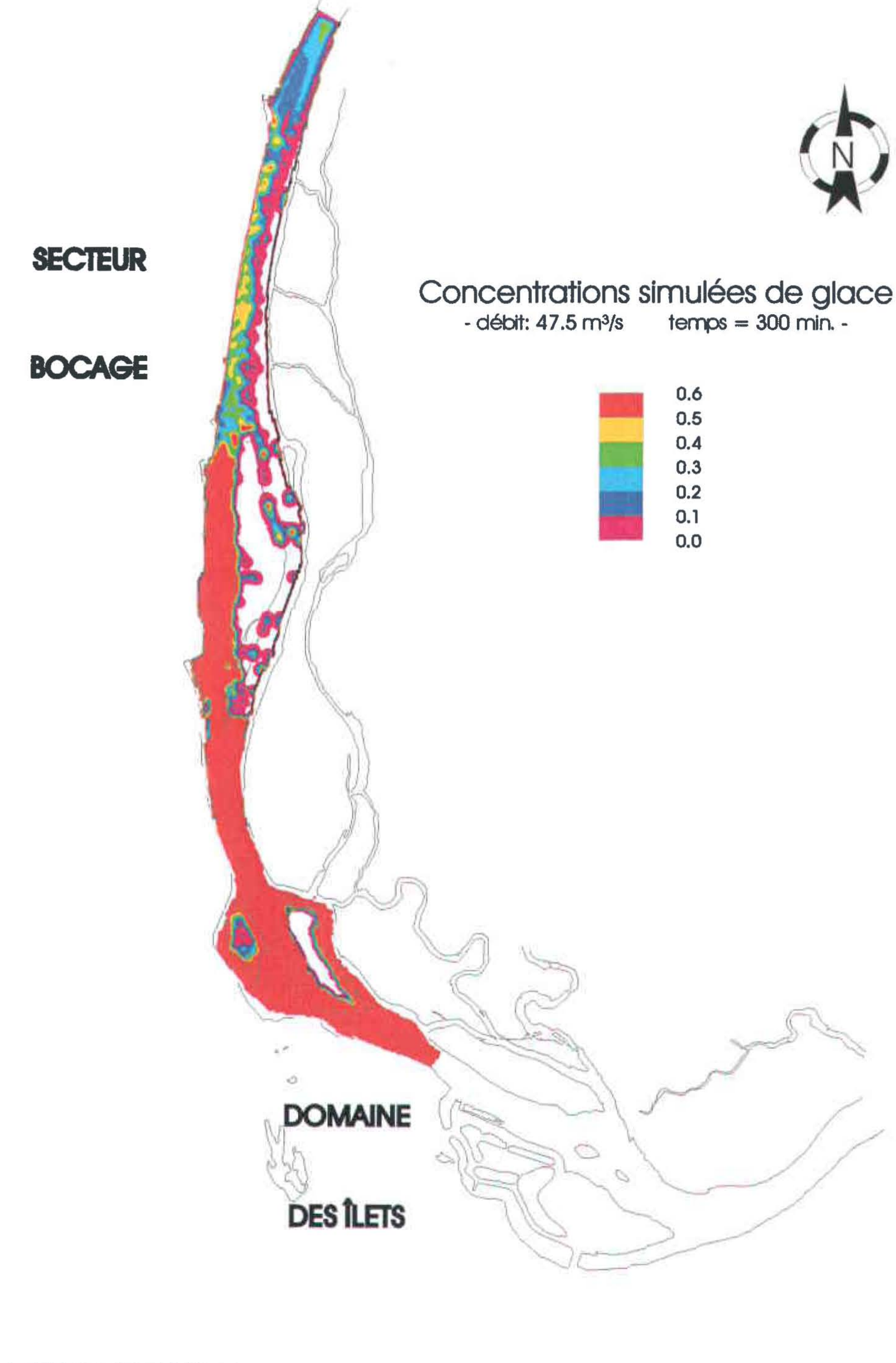


Figure 6.53 : Concentrations simulées de glace après 300 minutes.

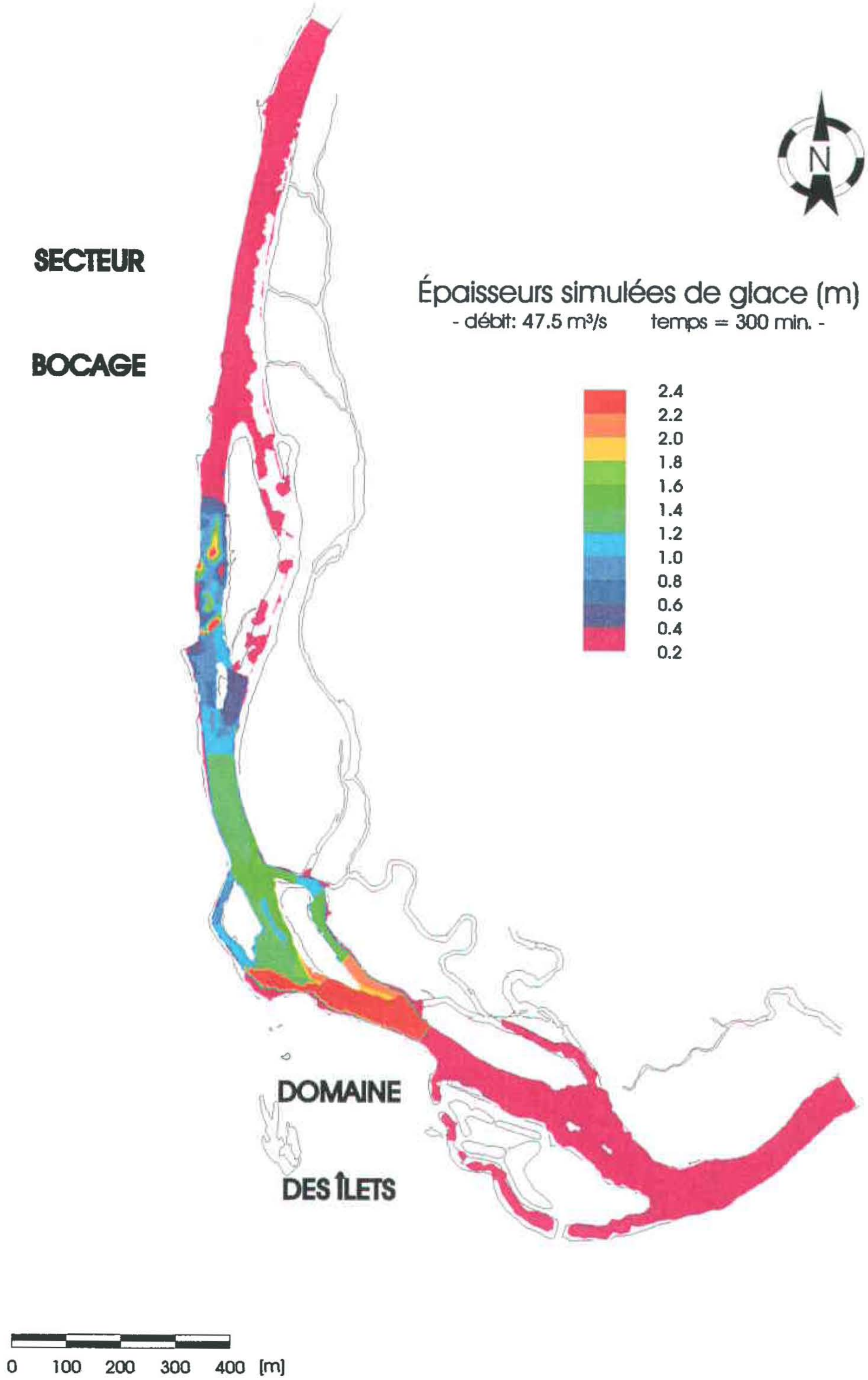


Figure 6.54 : Épaisseurs simulées de glace après 300 minutes.

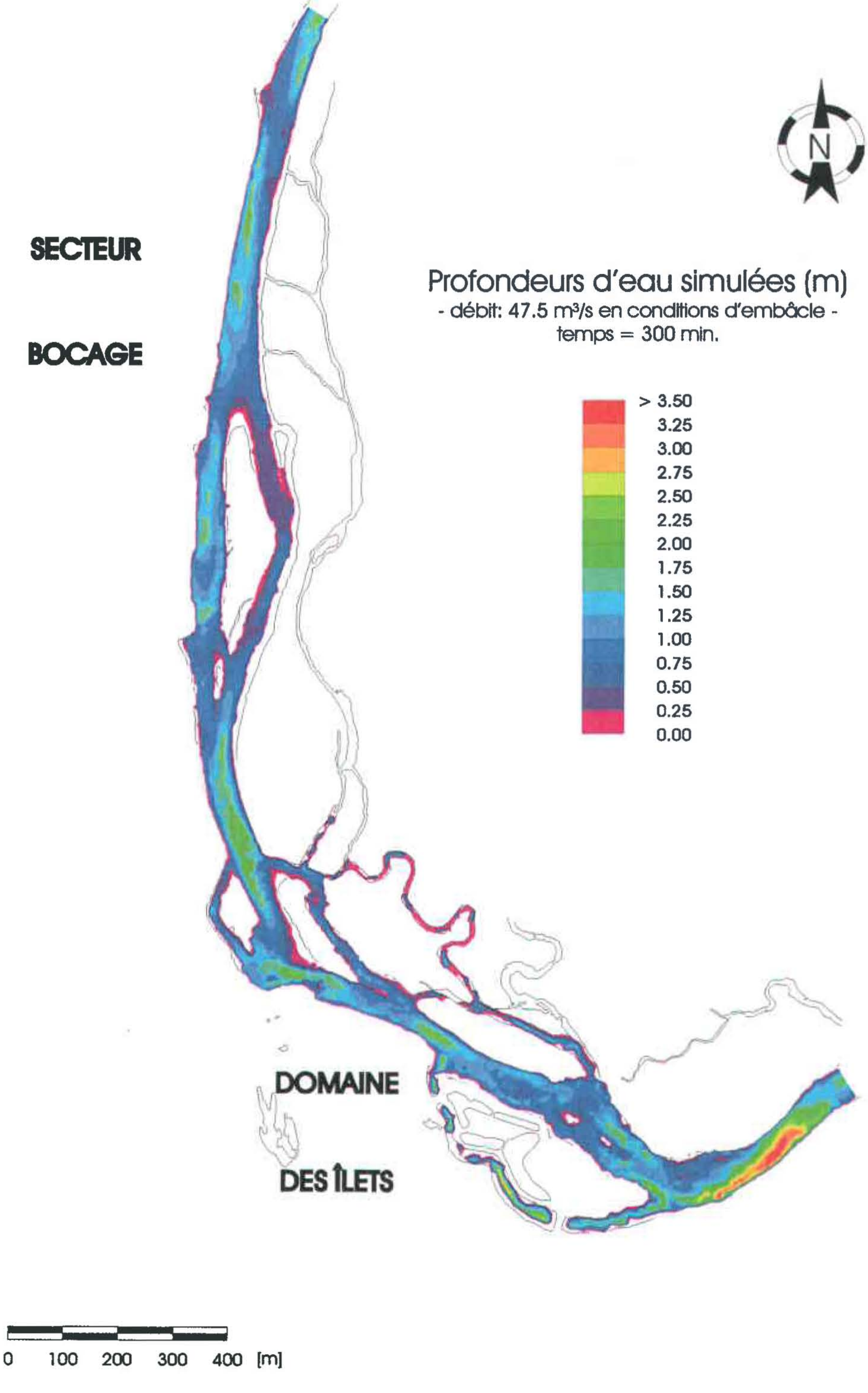


Figure 6.55: Prof. d'eau simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 300 min. d'accumulation.

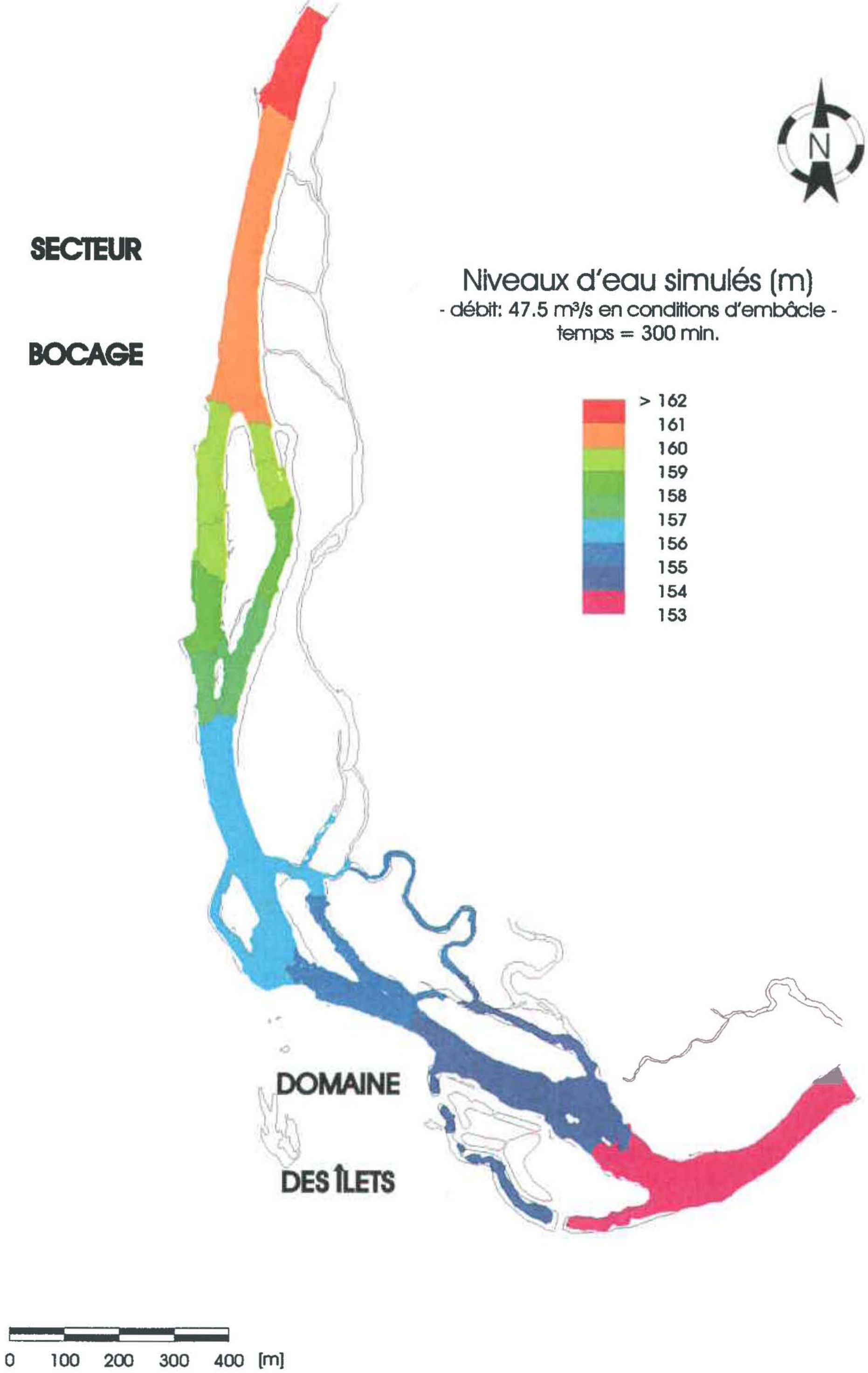


Figure 6.56 : Niv. d'eau simulés pour un débit de 47.5 m^3/s après 300 min. d'accumulation.

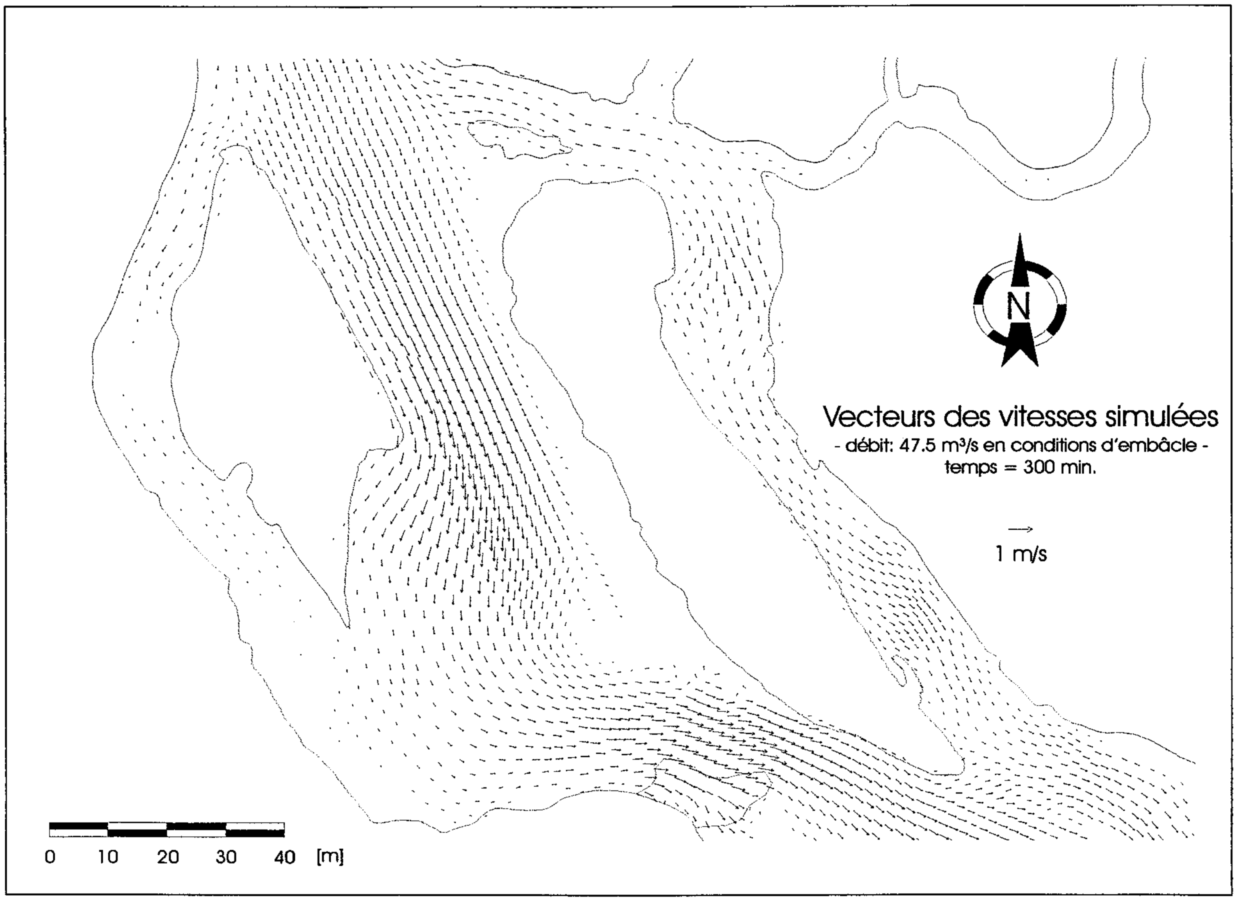


Figure 6.57 : Vue partielle sur les vecteurs des vitesses simulées pour un débit de 47.5 m^3/s après 300 minutes d'accumulation.

6.2.4.5.2 Analyse comportementale du simulateur lagrangien

En corroborant les données extraites de la photographie présentée à l'annexe 1, les cartes d'épaisseurs et de concentrations produites à l'aide du simulateur suggèrent un comportement adéquat du programme. Il est vrai que, dans l'ensemble, le simulateur n'a généré que très peu d'aberrations en cours d'essai. Le cas le plus problématique que nous avons rencontré concernait des empilements locaux atteignant à l'occasion des épaisseurs anormalement élevées. Également connus de Lu, Su et Liu qui les ont expérimentés pendant leurs propres recherches, ces amoncellements sont interprétés comme une solution transitoire s'ils se résorbent en cours de simulation ou comme une divergence de l'algorithme de résolution s'ils subsistent. Pour le moment, cette particularité confère un caractère plutôt aléatoire au *processus* de résolution du modèle.

La durée des simulations a quant à elle constitué une sérieuse limitation, laquelle était cependant prévisible. En effet, quand environ 7 000 parcelles cherchent tour à tour à identifier leurs voisines à chaque pas de temps sur un maillage comptant plus de 15 000 éléments, on expose inévitablement le programme à une surcharge de calcul qui se traduit malheureusement par un temps de simulation déraisonnablement long. Si, de surcroît, le programme n'a pas fait l'objet d'une optimisation, comme c'est le cas pour le simulateur, alors les simulations s'étirent davantage. À titre d'indication, les cinq heures de simulation menées sur la rivière Montmorency ont nécessité plusieurs semaines de calcul, voire quelques mois.

Constatant que la quantité de parcelles impliquées dans une simulation influe d'une manière directe sur la durée des calculs, nous avons usé d'un artifice afin d'en réduire sensiblement le nombre et diminuer par le fait même les temps de simulation. Seules les parcelles inactives depuis plusieurs pas de temps sont visées par ce stratagème. Ainsi, lorsque des parcelles gisent immobiles depuis un certain temps, elles sont éliminées de la simulation et remplacées par un bloc monolithique d'épaisseur équivalente. Cette astuce équivaut à faire migrer vers l'amont le point d'arrêt initialement fixé à la tête des bassins de captation de la ville de Beauport. Des milliers de parcelles ont été évincées de la simulation par ce procédé, réduisant du même coup la durée des calculs.

Mentionnons également que le calibrage de l'injection des parcelles s'est avéré une opération assez délicate. En effet, une injection trop généreuse était de nature à causer une obstruction prématurée de la section d'écoulement étant donné les faibles profondeurs qui prévalaient sur l'ensemble du domaine. Il est cependant intéressant de noter que les endroits où le blocage avait tendance à se produire dans le modèle correspondent aux points chauds où des embâcles se forment de façon récurrente sur la rivière.

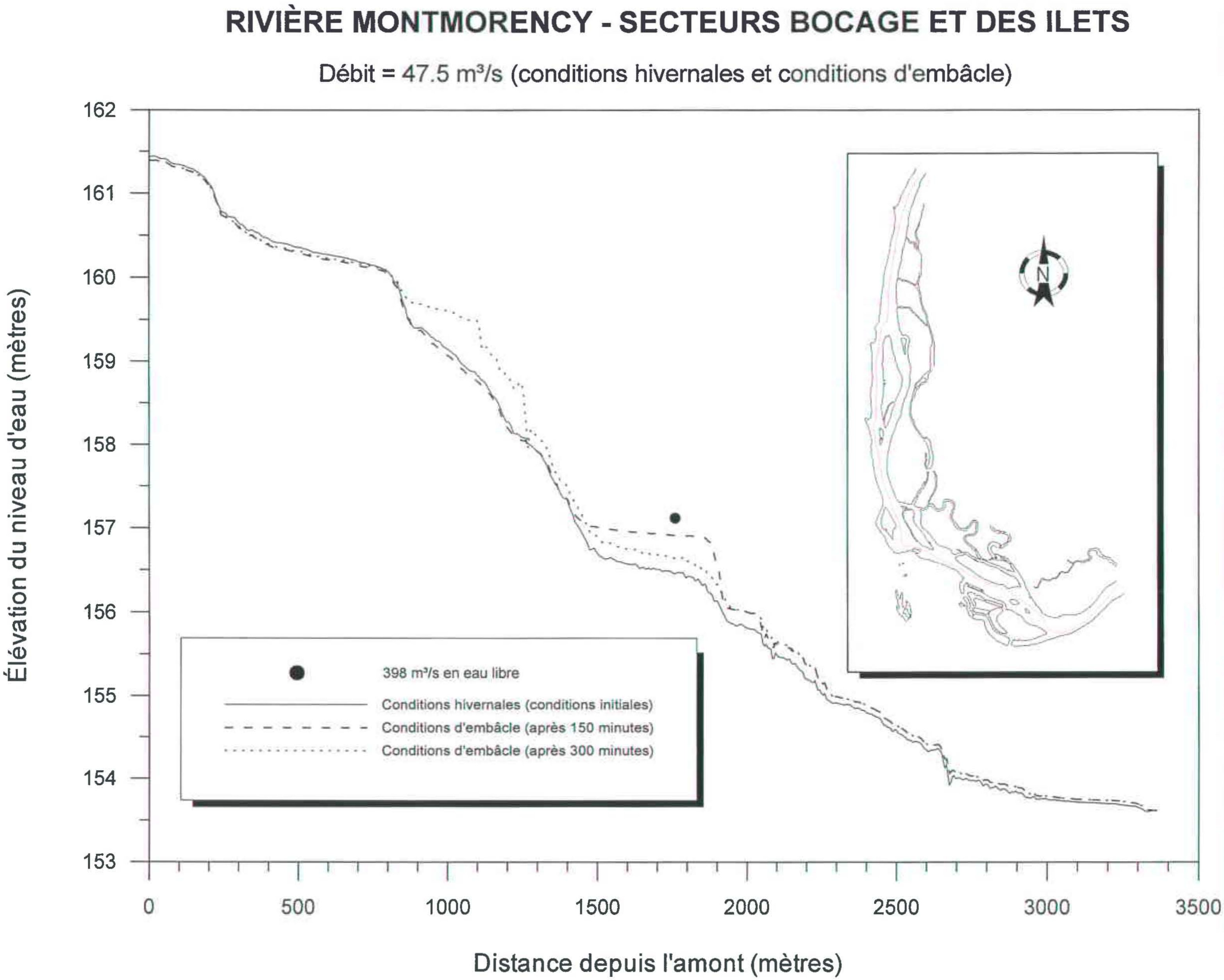


Figure 6.58 : Élévation des niveaux d'eau simulés pour différentes conditions d'accumulation de glace.

Par ailleurs, le lecteur attentif aura remarqué que certains états hydrodynamiques sont manquants. Il semble bien que la nature complexe du problème aura poussé HYDROSIM dans ses derniers retranchements, incapable de produire les états convergés correspondants. Plusieurs approches ont été mises de l'avant pour forcer la convergence du modèle mais en vain. Autre indication de la longueur des calculs, l'état hydrodynamique intermédiaire à 150 minutes a nécessité plus de 140 heures de calculs à lui seul ! Faute d'avoir identifié avec certitude la nature du problème, l'idée d'effectuer l'actualisation du champ de vitesses à toutes les 10 minutes a été écartée. On doit ainsi comprendre que dans la suite des calculs, le simulateur lagrangien a parfois poursuivi l'avancement des glaçons avec un état hydrodynamique franchement périmé. En conséquence, il est fort peu probable que le résultat final colle à une quelconque réalité. C'est pourquoi nous insistons pour rappeler que l'objectif premier de cet exercice consistait surtout à démontrer le potentiel de l'outil nouvellement construit.

7. CONCLUSION

Cette thèse s'est donnée comme objectif premier de développer un modèle numérique bidimensionnel de transport de glace de surface en milieu fluvial. Le modèle de transport s'articule autour d'un modèle hydrodynamique existant dont la résolution est faite par la méthode des éléments finis. Le couplage explicite entre les deux composantes informatiques distinctes exploite l'échange de quantité de mouvement qui se produit à l'interface formée du contact eau-glace. Le modèle de transport respecte toutes les contraintes imposées par un modèle hydrodynamique 2D à fronts mobiles de sorte qu'une masse de glace immobilisée par un contact avec le fond peut être remise en circulation à la suite d'un exhaussement du plan d'eau. L'effet des glaces sur l'écoulement est répercuté au moment d'effectuer l'actualisation du champ des vitesses.

7.1 SUR LE CHOIX DE LA MÉTHODE LAGRANGIENNE

Le modèle de transport est élaboré à partir d'une méthode lagrangienne déterministe selon laquelle l'avancement des parcelles relève d'une prise en compte explicite des forces externes. Cette méthodologie a été préférée à l'approche eulérienne classique pour deux raisons: en premier lieu, l'approche particulaire permet aux entités véhiculées d'exprimer avec aisance la réciprocité des contacts, ce qui s'avère difficilement concevable selon une approche eulérienne. Ensuite, la méthode présente de bonnes qualités conservatives en plus d'être exempte de diffusion parasite, contrairement à l'approche eulérienne qui souffre de problèmes de diffusion numérique variant selon le choix des approximations. En outre, les entités lagrangiennes font office de points d'interpolation en mouvement et constituent en quelque sorte une mémoire non évanescente permettant de conserver, dans le cas qui nous occupe, l'historique ou la trace du front d'accumulation des glaçons. En offrant la possibilité de gérer les parcelles comme des modèles individuels, l'approche lagrangienne accorde au surplus une grande flexibilité dans le traitement de phénomènes comme la solidification ou les échanges entre la glace de surface et la glace en suspension dans la colonne d'eau.

7.2 SUR LES CHOIX DE MÉTHODES DE MODÉLISATION

Le modèle de la dynamique des glaces est construit en conformité avec l'hypothèse des milieux continus. Le champ de glace morcelée se comporte comme un matériau visqueux lorsqu'il se déforme à grande vitesse tandis que son comportement à faible vitesse de déformation est davantage typique d'un matériau granulaire. Les contraintes développées à l'intérieur du *pack* de glace sont consécutivement calculées à partir de lois visco- ou élasto-plastiques, selon qu'il se déforme plus ou moins rapidement.

L'interaction des glaçons avec la glace de rive ou toute autre structure solide est simulée à l'aide de la technique de la parcelle image. Le procédé consiste essentiellement à positionner derrière la limite une masse de glace virtuelle égale à celle approchant la rive. Le contact entre la parcelle réelle et son image est alors modulé par la loi de comportement applicable selon sa vitesse incidente. Malgré une tendance marquée à alourdir les calculs, cette technique est préférée aux autres pour son caractère représentatif.

L'influence du pas de temps sur les résultats a également fait l'objet d'une analyse de sensibilité. On retient que certains attributs, comme la densité massique, n'entretiennent aucune dépendance notable face au pas de temps. Le résultat le plus sensible au choix de l'intervalle de temps est sans doute la trajectoire des parcelles. On note cependant que le raffinement de la discrétisation temporelle mène à une convergence rapide vers une solution unique.

7.3 SUR LES RÉSULTATS OBTENUS À CE JOUR

L'application du modèle à des problèmes simples a permis d'étudier la qualité de ses résultats, laquelle s'est révélée très bonne. Dans un essai où les conditions d'écoulement étaient uniformes, le modèle a pu recréer, conformément à la théorie des embâcles, le profil d'un amoncellement de glace morcelée se butant à une estacade disposée en travers de l'écoulement dans un canal droit. Un autre essai aura permis au simulateur lagrangien de démontrer sa capacité à reproduire une accumulation de glace, cette fois-ci, dans un canal à pente brisée. La disposition des parcelles, solidement arc-boutées contre les parois du canal, est très révélatrice quant aux mécanismes à l'origine du phénomène de blocage.

Le modèle a ensuite été appliqué à un cas pratique, celui de la rivière Montmorency. L'application du modèle à ce cas a permis d'illustrer la démarche qui précède la simulation des phénomènes de transport de glace, à savoir la mise en oeuvre d'un modèle numérique de terrain, la construction d'un maillage et la simulation de l'hydrodynamique. La convivialité et l'efficacité de MODELEUR ont rendu possible l'intégration en peu de temps d'une grande quantité de données de terrain en vue de préparer les bases hydrodynamiques des simulations de transport de glace.

Le cas de la rivière Montmorency visait la reconstitution d'un embâcle s'étant produit au printemps 1998 dans le but d'identifier les mécanismes responsables d'une modification sensible de la capacité hydraulique d'une section donnée du cours d'eau. En parvenant à faire le suivi dans le temps de l'évolution de l'accumulation de glace à l'aide du simulateur lagrangien, il a été possible d'établir qu'un réseau de chenaux secondaires bordant la rivière a été sollicité à un certain moment de la débâcle pour servir de décharge. Sous la force du débit, les chenaux ont été nettoyés des débris ligneux qui les encombraient jusque là, de sorte qu'ils ont récupéré leur pleine capacité hydraulique, améliorant du même coup l'hydraulicité du lit majeur.

7.4 SUR LES LIMITES D'APPLICATION

La capacité du modèle à simuler la dérive de monceaux de glaçons et leur accumulation a été démontrée. Cette qualité ouvre la porte à une plus grande recherche de précision qui demeure malgré tout subordonnée aux imprécisions du champ des vitesses qui sert à transporter les parcelles. Ces données, produites au préalable à l'aide d'une démarche eulérienne, présentent généralement des imprécisions qui varient selon le degré de représentativité de la topographie qu'on peut tirer du maillage. Le *processus* de mise à jour des vitesses peut aussi exercer une influence directe sur la qualité de l'hydrodynamique. Ainsi, même si la méthode lagrangienne ne requiert pas d'effort de maillage, la production d'un champ de vitesses précis, essentielle pour obtenir des épaisseurs fiables et représentatives, dépend d'une bonne discrétisation hydrodynamique dans la zone d'analyse.

En conséquence, et malgré toutes les précautions, des fluctuations artificielles d'épaisseur peuvent résulter des imprécisions du champ des vitesses, spécialement dans les zones à topographie hautement complexe. Les résultats devraient cependant refléter les niveaux attendus, mais en valeur moyenne seulement. Bien que la puissance et la fiabilité des algorithmes lagrangiens soient généralement reconnues, l'interprétation des résultats demeure parfois nécessaire.

7.5 SUR LA MISE EN OEUVRE INFORMATIQUE

Il a été choisi de développer le simulateur lagrangien en langage C++ suivant la philosophie orientée objet pour la modélisation des données. Grâce à sa capacité d'expression manifestement supérieure à celle des langages procéduraux traditionnels, le langage C++ permet de garder un lien très étroit entre le modèle conceptuel et le modèle de données, ce qui a grandement facilité la mise en oeuvre informatique du simulateur.

La plate-forme *Windows NT*™ / *Windows 95*™ avec microprocesseur *INTEL Pentium* a été privilégiée. Les principes de la programmation par contrat sont mis de l'avant pour valider chaque composante du modèle de données dont les principales classes ont été décrites. L'intégration du simulateur s'effectue au sein d'une coquille existante, laquelle offre notamment plusieurs fonctionnalités liées à la préparation des données ou à la visualisation des résultats dans un espace géoréférencé. La réutilisation du code informatique, technique abondamment mise à profit dans le cadre de ce projet, a également fait l'objet d'une discussion.

En amont du logiciel commercial viennent les nombreuses versions *tests alpha* et *bêta* d'un programme, elles-mêmes souvent précédées d'un code de recherche dont la rapidité d'exécution n'est généralement pas la plus grande vertu. En ce sens, l'optimisation des calculs a rarement guidé le choix des algorithmes fait au cours du développement du simulateur lagrangien, la table de localisation servant au repérage des parcelles étant l'une des exceptions. La plupart des principes algorithmiques qui ont présidé à la mise en oeuvre informatique, visaient plutôt la précision des calculs.

Les choix qui ont été effectués cherchaient aussi à résoudre certaines difficultés inhérentes à l'utilisation des méthodes particulaires traditionnelles, comme la définition spatiale du domaine de simulation et le comportement des entités lagrangiennes près des frontières fermées. L'application de *tests* de contrôle *standard* a permis de vérifier la programmation et de choisir les algorithmes les plus précis pour atteindre cet objectif. Ce fut le cas plus particulièrement pour la mise en application dans un contexte lagrangien de la condition d'imperméabilité, un aspect primordial du modèle.

7.6 SUR L'ORIENTATION DES TRAVAUX ULTÉRIEURS

Jusqu'à maintenant, l'utilisation de ce modèle a été restreinte à un petit nombre de rivières. Des essais supplémentaires sont donc nécessaires afin de confirmer le caractère générique du modèle. L'ajout de fonctionnalités est également souhaitable, notamment en ce qui concerne les effets de gel, la production de nouvelle glace et les changements dans la configuration du couvert de glace. L'influence de la fréquence de l'actualisation hydrodynamique sur la qualité des résultats devrait également constituer une préoccupation de premier plan. D'autres aspects, comme la prise en compte de la courbure du plan d'eau, actuellement ignorée du modèle, mériteraient une investigation plus approfondie en regard de leurs effets sur les résultats, du moins dans certains cas de figure.

8. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ABRÉVIATIONS UTILISÉES	
AGU	American Geophysical Union
AIDJEX	Arctic Ice Dynamics Joint Experiment (National Science Foundation)
AINA	Arctic Institute of North America
ASCE	American Society of Civil Engineers
AWRA	American Water Resources Association
CRREL	Cold Regions Research and Engineering Laboratory
CSCE	Canadian Society of Civil Engineers
IAHR	International Association for Hydraulic Research
IAHS	International Association of Hydrological Sciences
ISOPE	International Society of Offshore and Polar Engineers
NHRI	National Hydrology Research Institute
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
NRCC	National Research Council of Canada
PIANC	Permanent International Association of Navigation Congresses
SIPRE	Snow, Ice and Permafrost Research Establishment

Abbott, M. B. (1979). *Computational Hydraulics : Elements of the theory of free surface flows.* Londres, Pitman Publishing Limited.

Ackermann, N. L. et H. T. Shen (1983). *Mechanics of ice jam formation in rivers.* U.S. Army Corps of Engineers, CRREL Report 83-31, 14 pages.

Ackermann, N. L., Shen, H. T. et R. W. Ruggles (1981). Transportation of ice in rivers. *Proceedings of the IAHR Symposium on Ice* (Québec), vol. I, pp. 251-260.

Adams, C. M., French, D. N. et W. D. Kingery (1960). Solidification of sea ice. *Journal of Glaciology*, 3 : 745-762.

Altberg, W. J. (1936). Twenty years of work in the domain of underwater ice formation (1915-1935). *Bulletin of the International Association of Scientific Hydrology*, 23 : 373-407.

Amoros, C. et G. E. Petts (Éds) (1993). *Hydrosystèmes fluviaux.* Collection d'Écologie no 24, Paris, Masson, 300 pages.

Anderson, D. L. (1961). Growth rate of sea ice. *Journal of Glaciology*, 3 : 1170-1172.

Andres, D. D. et P. F. Doyle (1984). Analysis of breakup and ice jams on the Athabaska River at Fort McMurray, Alberta. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 11 (3) : 444-458.

Ashton, G. D. (Éd.) (1986). *River and lake ice engineering.* Littleton, Water Resources Publications, 485 pages.

Ashton, G. D. (1984). Deterioration of floating ice covers. *Proceedings of the Third International Symposium on Offshore Mechanics and Arctic Engineering* (New Orleans), vol. 3, pp. 26-33.

Ashton, G. D. (1980). Freshwater ice growth, motion, and decay. Dans: *Dynamics of Snow and Ice Masses*, Samuel C. Colbeck (Éd.), Academic Press, pp. 261-304.

Ashton, G. D. (1978). River ice. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 10 : 369-392.

Ashton, G. D. (1975). *Movement of ice floes beneath a cover.* U.S. Army Corps of Engineers, CRREL Technical Note.

Ashton, G. D. (1974a). Entrainment of ice blocks - secondary influences. *Proceedings of the IAHR/PIANC Symposium on River and Ice* (Budapest), paper A-11, pp. 83-89.

Ashton, G. D. (1974b). Froude criterion for ice-block stability. *Journal of Glaciology*, 13 (68) : 307-313.

Ashton, G. D. (1972). Field implications of ice ripples. *Proceedings of the IAHR Symposium on Ice and its Action on Hydraulic Structures* (Leningrad), pp. 123-129.

Ashton, G. D. et J. F. Kennedy (1972). Ripples on underside of river ice covers. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 98 : 1603-1624.

Assur, A. (1956). *Airfields on floating ice sheets for routine and emergency operations.* U.S. Army, SIPRE Report no 33, 24 pages.

Babic, M. et M. A. Hopkins (1992). Polygonal particle simulations of surface ice flows in river channels. *Proceedings of the Ninth International Conference on Computational Methods in Water Resources* (Denver), vol. 2, pp. 555-562.

Babic, M., Shen, H. T. et G. Bjedov (1990a). Discrete elements simulations of river ice transport. *Proceedings of the IAHR Ice Symposium* (Espoo), vol. 1, pp. 564-574.

Babic, M., Shen, H. H. et H. T. Shen (1990b). The stress tensor in granular shear flows of uniform, deformable disks at high solids concentrations. *Journal of Fluid Mechanics*, 219 : 81-118.

Barnes, H. T. (1928). *Ice engineering.* Montréal, Renouf Publishing.

Beltaos, S. (Éd.) (1995). *River ice jams.* Highlands Ranch, Water Resources Publications, 372 pages.

Beltaos, S. (1993). Numerical computation of river ice jams. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 20 : 88-99.

Beltaos, S. (1984). A conceptual model of river ice breakup. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 11 (3) : 516-529.

Beltaos, S. (1983). Ice jams. *Proceedings of the Conference on Frontiers in Hydraulic Engineering* (Cambridge), New York, ASCE, pp. 230-235.

Beltaos, S. (1979). Flow resistance of fragmented ice covers. *Proceedings of the Canadian Hydrology Symposium* (Vancouver), pp. 93-126.

Beltaos, S. (1978). Field investigations of river ice jams. *Proceedings of the IAHR Symposium on Ice Problems* (Lulea), pp. 357-371.

Beltaos, S. et W. J. Moody (1986). *Measurements of the configuration of a breakup jam.* Burlington, National Water Research Institute, Contribution 86-123.

Beltaos, S. et J. Wong (1986). Downstream transition of river ice jams. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 112 (2) : 91-110.

Benz, W. (1990). Smooth particle hydrodynamics: a review. Dans: *The Numerical Modelling of Nonlinear Stellar Pulsations*, J. R. Bucher (Éd.), Amsterdam, Kluwer Academic, pp. 269-288.

Bilello, M. A. (1980). *Maximum thickness and subsequent decay of lake, river and fast sea ice in Canada and Alaska.* U.S. Army Corps of Engineers, CRREL Report 80-6, 161 pages.

Bolsenga, S. J. (1968). *River ice jams - A literature review.* U.S. Army Corps of Engineers Research Report 5-5, Lake Survey District.

Boucher, J.-P. et F. Picard (1994). *Cartographie des zones inondables - Rivière Montmorency, du rapide des Trois-Saults jusqu'à l'île Enchanteresse.* Québec, Ministère de l'Environnement et de la Faune, Rapport no DH-94-01, 25 pages + 4 annexes.

Brebbia, C. A. et P. Partridge (1976). Finite element models for circulation studies. Dans: *Mathematical Models for Environmental Problems*, C. A. Brebbia (Éd.), Londres, Pentech Press.

Bruno, M. S. et O. S. Madsen (1989). Coupled circulation and ice floe movement model for partially ice-covered continental shelves. *Journal of Geophysical Research*, 94 (C2) : 2065-2077.

Bulatov, S. N. (1970). Calculating the strength of thawing ice cover and the beginning of wind-activated ice drift. *Trudy Vypysk*, vol. 74, 120 pages.

Calkins, D. J. (1984). Numerical simulation of freeze-up on the Ottauquechee river. *Proceedings of the Third Workshop on the Hydraulics of River Ice* (Fredericton), pp. 247-277.

Calkins, D. J. et G. D. Ashton (1976). *Arching of model ice floes: effect of mixture variation of two block sizes.* U.S. Army Corps of Engineers, CRREL Report 76-42, 11 pages.

Calkins, D. J. et G. D. Ashton (1975). Arching of fragmented ice covers. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2 (4) : 392-399.

Calkins, D. J., Hutton, M. S. et T. L. Marlar (1976). *Analysis of potential ice jam sites on the Connecticut River at Windsor, Vermont.* U.S. Army Corps of Engineers, CRREL Report 76-31, 31 pages.

Campbell, W. J. (1968). Sea ice dynamics. *Proceedings of Arctic Drifting Station Symposium* (Warrenton), AINA, pp. 189-196.

Campbell, W. J. (1965). The wind-driven circulation of ice and water in a polar ocean. *Journal of Geophysical Research*, 70 : 3279-3301.

Carey, K. L. (1966). *Observed configuration and computed roughness of the underside of river ice, St. Croix River, Wisconsin.* U.S. Geological Survey Professional Paper 550-B, pp. B192-B198.

Carstens, T. (1970). Heat exchanges and frazil formation. *Proceedings of the First IAHR Symposium on Ice and its Action on Hydraulic Structures* (Reykjavik), paper 2.11, 17 pages.

Carstens, T. (1966). Experiments with supercooling and ice formation in flowing water. *Geofysiske Publikasjoner*, 26 (9) : 1-18.

Chacho, E. F., Lawson, D. E. et B. E. Brockett (1986). Frazil ice pebbles: frazil ice aggregates in the Tanana River near Fairbanks, Alaska. *Proceedings of the IAHR Ice Symposium* (Iowa City), vol. I, pp. 465-474.

Chalmers, B. et R. B. Williamson (1965). Crystal multiplication without nucleation. *Science*, 148 : 1717-1718.

Chen, Y.-C. (1993). *A two-dimensional model for river ice dynamics.* Ph.D. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, 114 pages.

Chieh, S. H., Wake, A. et R. R. Rumer (1983). Ice forecasting model for Lake Erie. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, ASCE*, 109 (4) : 392-415.

Chow, V. Y. (1959). *Open-Channel Hydraulics.* New York, McGraw-Hill, 680 pages.

Cochet, J.-F. (1979). *Modélisation d'écoulements stationnaires et non stationnaires par éléments finis.* Thèse de docteur-ingénieur, Université de technologie de Compiègne, France.

Connor, J. J. et C. A. Brebbia (1978). *Finite element techniques for fluid flow.* Butterworth.

Connor, J. J. et J. D. Wang (1974). Finite element modeling of hydrodynamic circulation. Dans: *Numerical Methods in Fluid Dynamics*, C. A. Brebbia et J. J. Connor (Éds), Londres, Pentech Press.

Consultants BPR (1994). *Rivière Montmorency - Recherche de solutions aux problèmes d'inondations.* Québec, Consultants BPR, Rapport no M43-92-63, 12 pages + 3 annexes.

Coon, M. D. (1980). A review of AIDJEX modeling. Dans: *Sea Ice Processes and Models*, R. S. Pritchard (Éd.), Seattle, Univ. of Washington Press, pp. 12-27.

Coon, M. D. (1974). Mechanical behavior of compacted arctic ice floe. *Journal of Petroleum Technology*, 21 : 466-470.

Coon, M. D., Maykut, S. A., Pritchard, R. S. et D. A. Rothrock (1974). Modeling the pack ice as an elastic-plastic material. *AIDJEX Bulletin*, 24 : 1-105.

Cunge, J. A., Holly Jr., F. M. et A. Verwey (1980). *Practical aspects of computational river hydraulics.* Boston, Pitman, 420 pages.

Daly, S. F. (1984). Ice block stability. *Water for Resources Development* (Coeur d'Alene), New York, ASCE, pp. 544-548.

Davar, K. S. (1979). Resistance to flow in ice covered rivers: general introduction. *Proceedings of the Canadian Hydrology Symposium* (Vancouver), pp. 30-51.

De Broissia, M. (1987). *Modèles mathématiques utilisés pour l'évaluation des incidences environnementales au Canada.* Conseil canadien de la recherche sur l'évaluation environnementale, 36 pages.

Deslauriers, C. E. (1968). Ice break-up in rivers, ice pressure against structures. *National Research Council Technical Memorandum* no 92, Associate Committee on Geotechnical Research, pp. 217-230.

Devik, O. (1964). Present experience on ice problems connected with the utilization of water power in Norway. *Journal of the IAHR*, 2 (1) : 25-40.

Devik, O. (1942). Supercooling and ice formation in open water. *Geofysiske Publikasjoner*, 13 (8) : 1-10.

Dhatt, G., Leclerc, M., Dupuis, P. et A. Soulaïmani (1985). *Modélisation des écoulements lents et rapides à surface libre.* Québec, INRS-Eau, Rapport de recherche no 187, 146 pages.

Dhatt, G. et G. Touzot (1981). *Une présentation de la méthode des éléments finis.* Québec, Presses de l'Université Laval, 543 pages.

Doyle, P. F. (1977). *1977 breakup and subsequent ice jam at Fort McMurray.* Edmonton, Alberta Research Council, Report SWE/77/01, 25 pages.

Ettema, R. (1990). Jam initiation in unobstructed channels: laboratory observations. *Journal of Hydraulic Research*, 28 (6) : 673-684.

Evrard, A. E. (1988). Beyond N-body: 3D cosmological gas dynamics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 235 : 911-934.

Fennema, R. J. et M. H. Chaudhry (1990). Numerical solution of 2-D transient free-surface flows : Explicit methods. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 116 (8) : 1013-1034.

Filippov, A. M. (1974). *Modeling the movement of ice floes drawn in under ice cover.* U.S. Army Corps of Engineers, CRREL Translation TL473.

Flato, G. (1993). A particle-in-cell sea ice model. *Atmosphere-Ocean*, 31 (3) : 339-358.

Flato, G. et R. Gerard (1986). Calculation of ice jam thickness profile. *Proceedings of the Fourth Workshop on Hydraulics of River Ice* (Montréal), Paper C-3.

Frankenstein, G. E. (1961). *Strength data on lake ice, II.* U.S. Army Corps of Engineers, CRREL Technical Report no 80, 18 pages.

Fread, D. L. (1985). Channel routing. Dans: *Hydrological Forecasting*, New York, John Wiley, pp. 437-503.

Gerard, R. (1990). Hydrology of floating ice. Dans: *Northern Hydrology: Canadian Perspectives*, T. D. Prowse et C. S. L. Ommaney (Éds), NHRI Science Report no 1, pp. 103-134.

Gerard, R. (1984). Ice jam research needs. *Proceedings of the Third Workshop on the Hydraulics of River Ice* (Fredericton), pp. 181-193.

Gerard, R. (1979). River ice in hydrotechnical engineering: a review of selected topics. *Proceedings of the Canadian Hydrology Symposium* (Vancouver), pp. 1-29.

Gerard, R. (1975). Preliminary observations of spring ice jams in Alberta. *Proceedings of the Third IAHR International Symposium on Ice Problems* (Hanover), pp. 261-277.

Gingold, R. A. et J. J. Monaghan (1982). Kernel estimate as a basis for general particle methods in hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 46 : 429-453.

Gingold, R. A. et J. J. Monaghan (1977). Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181 : 375-389.

Glen, J. (1970). Thought on a viscous model for sea ice. *AIDJEX Bulletin*, 2 : 18-27.

Goodman, J. et L. Hernquist (1991). Hydrodynamics of collision between binary stars. *The Astrophysical Journal*, 378 : 637-655.

Grotkop, G. (1973). Finite element analysis of long period waves. *Computer Methods in Applied Research and Engineering*, vol. 2.

Gutfraind, R. et S. B. Savage (1997). Marginal ice zone rheology: comparison of results from continuum plastic models and discrete-particle simulations. *Journal of Geophysical Research*, 102 (6) : 12647-12661.

Hammar, L. (1994). *Frazil ice evolution in open channels.* Licentiate Thesis, Division of Water Resources Engineering, Lulea University of Technology, Sweden, 21 pages.

Hammar, L. et H. T. Shen (1995). Frazil evolution in channels. *Journal of Hydraulic Research*, 33 (3) : 291-306.

Hanes, D. M. et D. L. Inman (1985). Experimental evaluation of a dynamic yield criterion for granular fluid flows. *Journal of Geophysical Research*, 90 (B5) : 3670-3674.

Hanley, T. O'D. et B. Michel (1977). Laboratory formation of border ice and frazil slush. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 4 : 153-160.

Harlow, F. H. (1964). The particle-in-cell computing method for fluid dynamics. *Methods in Computational Physics*, 3 : 319-343.

Heniche, M., Secretan, Y., Boudreau, P. et M. Leclerc (2000). A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries. *Advances in Water Resources*, 23 : 359-372.

Heniche, M., Secretan, Y. et M. Leclerc (1998). *Projet MÉTRIQUE: Note technique, Efficient ILU preconditioning and inexact-Newton-GMRES to solve the 2-D steady shallow water equations.* Québec, INRS-Eau, Rapport de recherche no 482-NT1, 53 pages.

Henshaw, G. H. (1887). Frazil ice: on its nature and the prevention of its action in causing floods. *Transactions of CSCE*, pp. 1-23.

Hernquist, L. (1987). Performance characteristics of tree codes. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 64 : 715-734.

Hernquist, L. et N. Katz (1989). TREESPH: a unification of SPH with the hierarchical tree method. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 70 : 419-446.

Hibler, W. D. (1986). Ice dynamics. Dans: *The Geophysics of Sea Ice*, N. Untersteiner (Éd.), NATO ASI Series, Plenum Press, pp. 577-639.

Hibler, W. D. (1979). A dynamic thermodynamic sea ice model. *Journal of Physical Oceanography*, 9 (4) : 815-846.

Hibler, W. D. (1977). A viscous sea ice law as a stochastic average of plasticity. *Journal of Geophysical Research*, 82 : 3932-3938.

Holz, K.-P. et G. Nitsche (1982). Tidal wave analysis for estuaries with intertidal flats. *Advances in Water Resources*, 5 : 142-148.

Hopkins, M. A. (1992). *Numerical simulation of systems of multitudinous polygonal blocks.* U.S. Army Corps of Engineers, CRREL Technical Report 92-22, 35 pages.

Hsu, K. (1973). *Spectral evolution of ice ripples.* Ph.D. Thesis, University of Iowa, 147 pages.

INRS-Eau (1997). *Simulation hydrodynamique et bilan sédimentaire des rivières Chicoutimi et des Ha! Ha! lors des crues exceptionnelles de juillet 1996.* Québec, INRS-Eau, Rapport de recherche no 487, 207 pages.

Kennedy, R. J. (1958). Forces involved in pulpwood holding grounds. *The Engineering Journal*, 41 : 58-68.

Kivislid, H. R. (1959). Hanging ice dams. *Proceedings of the Eighth Congress of the IAHR* (Montréal), 23F, pp. 1-30.

Koren'kov, V. A. (1970). Experimental research findings on decrease of river ice strength in spring. *Proceedings of the First IAHR Symposium on Ice and its Action on Hydraulic Structures* (Reykjavik), paper 5.4, 4 pages.

Lafleur, J. et M. Leclerc (1997). The fish habitat modeling with two-dimensional hydraulic tools: a worthwhile approach for setting minimum flow requirements? *Proceedings of the Instream and Environmental Flow Symposium* (Houston), 25 pages.

Laikhtman, D. L. (1958). The drift of ice field. *Transactions of the Leningrad Hydrometeorological Institute*, no 7.

Lal, A. M. W. et H. T. Shen (1992). Numerical simulation of river ice dynamics. *Third International Conference on Ice Technology* (Cambridge), 12 pages.

Lal, A. M. W. et H. T. Shen (1991). Mathematical model for river ice processes. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 117 (7) : 851-867.

Larsen, P. (1975). Notes on the stability of floating ice blocks. *Proceedings of the Third IAHR International Symposium on Ice Problems* (Hanover), pp. 305-314.

Lau, Y. L. (1982). Velocity distributions under floating covers. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 9 : 76-83.

Lax, P. D. et B. Wendroff (1962). On the stability of difference schemes. *Communication on Pure and Applied Mathematics*, 15 : 363-371.

Leclerc, M. (1985). *Modélisation tridimensionnelle des écoulements à surface libre par éléments finis: application au lac Saint-Jean (Québec).* Thèse de docteur-ingénieur, Université de technologie de Compiègne, France, 294 pages.

Leclerc, M., Boudreault, P., Montminy, M., Martin, G., Banton, O., Benoit, J. et L. Cleary (1991). *Rapport #2: développement et validation analytique d'un modèle lagrangien de simulation de panache d'effluents et de tributaires.* Québec, INRS-Eau, Rapport de recherche no 321, 158 pages.

Leclerc, M., Doyon, B., Heniche, M., Secretan, Y., Lapointe, M., Driscoll, S., Marion, J. et P. Boudreau (1998). *Simulation hydrodynamique et analyse morphodynamique de la rivière Montmorency en crue dans le secteur des Îlets.* Québec, INRS-Eau, Rapport de recherche no 522, 134 pages + 1 annexe infographique.

Leclerc, M., Secretan, Y., Heniche, M., Roy, Y. et al. (1996). *Projet MÉTRIQUE: bilan scientifique.* Rapport d'étape #3 au Fonds de recherche et de développement technologique en environnement (MEF). Québec, INRS-Eau, Rapport de recherche no 482, 237 pages.

Leenderste, J. J. (1967). *Aspects of a computational model for long period water-wave propagation.* Ph.D. Thesis, Delft.

Le Pourhiet, A. (1988). *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles.* Collection La Cheveche, Cepadues Édition.

Liu, L. et H. T. Shen (1998). *Numerical simulation of river ice control with booms.* Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Report no 98-6, 63 pages.

Liu, L., Shen, H. T. et A. M. Tuthill (1999). A numerical model for river ice jam evolution. *Proceedings of the Fourteenth International Symposium on Ice, Ice in Surface Waters* (Potsdam), H. T. Shen (Éd.), Rotterdam, A. A. Balkema, vol. 2 (sous presse).

Lliboutry, L. (1964). *Traité de glaciologie.* Paris, Masson, vol. 1, 427 pages.

Lu, S. (1998). *Two-dimensional numerical modelling of river ice dynamics.* Ph.D. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, 213 pages.

Lu, S., Shen, H. T. et R. D. Crissman (1999). Numerical study of ice jam dynamics in upper Niagara River. *Journal of Cold Regions Engineering, ASCE*, 13 (2) : 78-102.

Lu, S., Shen, H. T. et R. D. Crissman (1997). Simulation of dynamic river ice transport and jamming. *Proceedings of the Twenty-Seventh Congress of the IAHR* (San Francisco).

Lucy, L. B. (1977). A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The Astronomical Journal*, 82 (12) : 1013-1024.

Malvern, L. E. (1969). *Introduction to the mechanics of a continuous medium.* New Jersey, Prentice-Hall.

Marcotte, N. (1981). Régime thermique et régime des glaces en rivières: étude de cas. *Proceedings of the IAHR Symposium on Ice* (Québec), vol. I, pp. 412-425.

Mathieu, B. et B. Michel (1967). Formation of dry ice jams. *Proceedings of the Twelfth Congress of the IAHR*, vol. 4, pp. 283-287.

Matousek, V. (1984). Types of ice run and conditions for their formation. *Proceedings of the IAHR Ice Symposium* (Hambourg), pp. 315-327.

Meyer, B. (1997). *Object-Oriented Software Construction.* 2e édition, Santa Barbara, Prentice Hall Professional Technical Reference, 1254 + xxviii pages.

Michel, B. (1984). Comparison of field data with theories on ice cover progression in large rivers. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 11 : 798-814.

Michel, B. (1978a). Ice accumulations at freeze-up or break-up. *Proceedings of the IAHR Symposium on Ice Problems* (Lulea), vol. II, pp. 301-317.

Michel, B. (1978b). *Ice mechanics.* Québec, Presses de l'Université Laval, 499 pages.

Michel, B. (1973). Properties and processes of river and lake ice. *Proceedings of the Symposium on the Role of Snow and Ice in Hydrology* (Banff), IAHS, pp. 454-481.

Michel, B. (1971). *Winter regime of rivers and lakes.* U.S. Army Corps of Engineers, CRREL Cold Regions Science and Engineering Monograph III-B1a, 131 pages.

Michel, B. (1967). From the nucleation of ice crystals in clouds to the formation of frazil ice in rivers. *Proceedings of the International Conference on Low Temperature Science* (Sapporo), vol. 1, pp. 129-137.

Michel, B. (1965). Static equilibrium of an ice jam at breakup. *Proceedings of the Eleventh Congress of the IAHR*, vol. 5, pp. 37-48.

Michel, B. (1963). Theory of formation and deposit of frazil ice. *Proceedings of the Eastern Snow Conference*, vol. 8, pp. 129-149.

Michel, B. et B. Doyon (1991). *Avant-projet N.B.R., Baie de Rupert: conditions naturelles de glace.* Ste-Foy, Rapport de Recherches Bermic Inc., 72 pages + 7 annexes.

Michel, B. et M. Drouin (1981). Courbes de remous sous les couverts de glace de la Grande Rivière. *Revue canadienne de génie civil*, 8 (3) : 351-363.

Michel, B., Drouin, M., Lefebvre, L. M., Rosenberg, P. et R. Murray (1974). Ice bridges of the James Bay project. *Canadian Geotechnical Journal*, NRCC, 11 (4) : 599-619.

Michel, B., Marcotte, N., Fonseca, F. et G. Rivard (1982). Formation of border ice in the St. Anne River. *Proceedings of the Workshop on Hydraulics of Ice-Covered Rivers* (Edmonton), Ottawa, NRCC, pp. 38-61.

Monaghan, J. J. (1994). Simulating free surface flows with SPH. *Journal of Computational Physics*, 110 : 399-406.

Monaghan, J. J. (1989a). On the problem of penetration in particle method. *Journal of Computational Physics*, 82 : 1-15.

Monaghan, J. J. (1989b). Smoothed particle hydrodynamics. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 30 : 543-574.

Monaghan, J. J. (1985). Particle methods for hydrodynamics. *Computer Physics Reports*, 3 : 71-124.

Monaghan, J. J. (1982). Why particle methods work. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 3 (4) : 422-433.

Monaghan, J. J. et R. A. Gingold (1983). Shock simulation by the particule method SPH. *Journal of Computational Physics*, 52 : 374-389.

Monaghan, J. J. et A. Kocharyan (1995). SPH simulation of multi-phase flow. *Computer Physics Communications*, 87 : 225-235.

Monaghan, J. J. et J. C. Lattanzio (1985). A refined particle method for astrophysical problems. *Astronomy and Astrophysics*, 149 : 135-143.

Müller, A. et D. J. Calkins (1978). Frazil ice formation in turbulent flow. *Proceedings of the IAHR Symposium on Ice Problems* (Lulea), pp. 219-234.

Nolette, C., Gagnon, P. A. et J. P. Agnard (1992). The DVP: design, operation and performance. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 58 (1) : 65-69.

Nuttall, J. B. (1973). River modification and channel improvements. *Proceedings of Seminar on Ice Jams in Canada*, published as National Research Council Technical Memorandum no 107, pp. 83-91.

Osterkamp, T. E. (1974). Supercooling and frazil ice formation in a small sub-arctic stream. *Proceedings of Seminar on Thermal Regime of River Ice*, published as National Research Council Technical Memorandum no 114, pp. 104-109.

Ouellet, Y., Dupuis, P. et A. Soulaïmani (1986). Modélisation d'un écoulement tourbillonnaire en régime permanent. *Revue canadienne de génie civil*, 13 : 310-318.

Pariset, E. et R. Hausser (1961a). Formation and evolution of ice covers on rivers. *Transactions of the Engineering Institute of Canada*, 5 (1) : 41-49.

Pariset, E. et R. Hausser (1961b). Frazil ice and flow temperature under ice covers. *The Engineering Journal*, 44 (1) : 46-49.

Pariset, E., Hausser, R. et A. Gagnon (1966). Formation of ice covers and ice jams in rivers. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 92 (HY6) : 1-24.

Petryk, S., Panu, U. S., Kartha, V. C. et F. Clément (1981). Numerical modeling and predictability of ice regime in rivers. *Proceedings of the IAHR Symposium on Ice* (Québec), vol. I, pp. 426-435.

Poon, Y. K. et O. S. Madsen (1989). Estimation of hydrodynamic drag on ice floe. *Proceedings of the Eighth International Symposium on Offshore Mechanics and Arctic Engineering* (La Haye), pp. 31-37.

Pritchard, R. S. (1990). Forecasting Bering sea ice edge behavior. *Journal of Geophysical Research*, 95 (C1) : 775-788.

Pritchard, R. S. (1988). Mathematical characteristics of sea ice dynamic model. *Journal of Geophysical Research*, 93 : 609-618.

Pritchard, R. S. (1981). Mechanic behavior of pack ice. Dans: *Mechanics of Structured Media*, Part A, P. S. Selvadurai (Éd.), New York, Elsevier, pp. 371-405.

Pritchard, R. S. (1975). An elastic-plastic constitutive law for sea ice. *Journal of Applied Mechanics*, 42E : 379-384.

Pritchard, R. S., Coon, M. D. et M. G. McPhee (1977). Simulation of sea ice dynamics during AIDJEX. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 99J : 491-497.

Prowse, T. D., Demuth, M. N. et H. A. M. Chew (1990). The deterioration of fresh water ice due to radiation decay. *Journal of Hydraulic Research*, 28 (6) : 685-697.

Rasio, F. A. et S. L. Shapiro (1991). Collisions of giant stars with compact objects: hydrodynamical calculations. *The Astrophysical Journal*, 377 : 559-580.

Roache, P. (1976). *Computational fluid dynamics.* Albuquerque, Hermosa Publishers.

Robert, J.-L. (1983). *Modélisation tridimensionnelle des écoulements à surface libre, permanents et non permanents, par la méthode des éléments finis.* Thèse de doctorat, Université Laval, Québec, 233 pages.

Rodi, W. (1984). *Turbulence models and their application in hydraulics.* Elsevier.

Rozovskii, I. L. (1957). *Flow of water in bends of open channels.* Translated from Russian, Israel Program for Scientific Translations Ltd, Jerusalem.

Rumer, R. R., Crissman, R. D. et A. Wake (1979). *Ice transport in Great Lakes.* Contract no 03-78-B01-104, Ann Arbor, Great Lakes Environmental Research Laboratory, NOAA.

Ruzin, M. I. (1959). On the wind-induced ice drift in an inhomogeneous pressure field. *Transactions of the Arctic and Antarctic Institute and Main Geophysical Observation*, Leningrad, vol. 226.

Secretan, Y. F. (1991). *Contribution à la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles par la méthode des éléments finis adaptatifs; Développement d'un* *élément simple.* Thèse de docteur ès sciences techniques, École polytechnique fédérale de Zurich, Suisse, 173 pages.

Secretan, Y. et M. Leclerc (1998). MODELEUR: a 2D hydrodynamic GIS and simulation software. Dans: *Hydroinformatics 98*, V. Babovic et L. C. Larsen (Éds), Proceedings of the Third International Conference on Hydroinformatics (Copenhague), vol. 1, pp. 425-432.

Shen, H. H. et N. L. Ackermann (1982). Constitutive relationships of fluid-solid mixtures. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, 108 (EM8) : 748-763.

Shen, H. H., Hibler, W. D. et M. Leppäranta (1987). The role of floe collisions in sea ice rheology. *Journal of Geophysical Research*, 92 (C7) : 7085-7096.

Shen, H. T. (1985). *Hydraulics of river ice.* Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Report no 85-1, 80 pages.

Shen, H. T., Ackermann, N. L. et S. J. Landry (1980). Formation of hanging ice dams. *Symposium of Surface-Water Impoundment*, ASCE-AWRA-AGU, pp. 1258-1265.

Shen, H. T. et Y.-C. Chen (1992). *Lagrangian discrete parcel simulation of two dimensional river ice dynamics.* Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Report no 92-9, 147 pages.

Shen, H. T., Chen, Y.-C., Wake, A. et R. D. Crissman (1993). Lagrangian discrete parcel simulation of river ice dynamics. *Proceedings of the Third International Offshore and Polar Engineering Conference* (Singapore), ISOPE, pp. 562-566.

Shen, H. T. et L.-A. Chiang (1984). Simulation of growth and decay of river ice cover. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 110 (7) : 958-971.

Shen, H. T., Lu, S. et R. D. Crissman (1997). Numerical simulation of ice transport over the Lake Erie-Niagara River ice boom. *Cold Regions Science and Technology*, 26 : 17-33.

Shen, H. T., Lu, S., Su, J. et Y.-C. Chen (1994). River ice transport and ice jam formation. *Proceedings of the River Ice Seminar* (Minneapolis), NOAA.

Shen, H. T., Shen, H. et S.-M. Tsai (1990). Dynamic transport of river ice. *Journal of Hydraulic Research*, 28 (6) : 659-671.

Shen, H. T. et J. Su (1996). *Numerical model studies of ice transport and jamming in the Grass Island Pool.* Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Report no 96-1, 182 pages.

Shen, H. T., Su, J., Lu, S. et A. Wake (1994). A two-dimensional model for dynamic ice transport and jamming in the upper Niagara River. *Proceedings of the Twelfth IAHR Ice Symposium* (Trondheim).

Shen, H. T. et W. A. VanDeValk (1984). Field investigation of St. Lawrence River hanging ice dams. *Proceedings of the IAHR Ice Symposium* (Hambourg), pp. 241-250.

Shen, H. T. et D. S. Wang (1995). Under cover transport and accumulation of frazil granules. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 121 (2) : 184-195.

Shen, H. T. et P. D. Yapa (1984). Computer simulation of ice cover formation in the upper St. Lawrence River. *Proceedings of the Third Workshop on the Hydraulics of River Ice* (Fredericton), pp. 227-246.

Shulyakovskii, L. G. (1972). On a model of the breakup process. *Soviet Hydrology, Selected Papers*, 1 : 21-27.

Shulyakovskii, L. G. (1966). *Manual of forecasting ice-formation for rivers and inland lakes.* Translated from Russian, Israel Program for Scientific Translations Ltd, Jerusalem, 245 pages.

Shumskii, P. A. (1964). *Principles of structural glaciology.* New York, Dover Publications.

Soulaïmani, A. (1983). *Nouveaux aspects de l'application de la méthode des éléments finis en hydrodynamique.* Mémoire de maîtrise, Université Laval, Québec, 191 pages.

Stroustrup, B. (1997). *The C++ Programming Language.* 3e édition, Reading (MA), Addison Wesley Longman, 920 pages.

Su, J. (1997). *River ice dynamic simulation with smoothed particle hydrodynamics.* Ph.D. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, 178 pages.

Su, J., Shen, H. T. et R. D. Crissman (1997). A numerical study on ice transport in the vicinity of Niagara River hydropower intakes. *Journal of Cold Regions Engineering, ASCE*, 11 (4) : 255-269.

Sun, Z., Yang, S. et K. Yao (1986). Prototype observation and study of ice jam at Hequ section of the Yellow River. *Proceedings of the IAHR Ice Symposium* (Iowa City), vol. II, pp. 39-48.

Svensson, U., Billfalk, L. et L. Hammar (1989). A mathematical model of border-ice formation in rivers. *Cold Regions Science and Technology*, 16 (2) : 179-189.

Tang, P. W. et K. S. Davar (1984). Forecasting the initiation of ice breakup on the Nashwaak River. *Proceedings of the Third Workshop on the Hydraulics of River Ice* (Fredericton), pp. 65-94.

Tanguy, J.-M. (1985). *Formation, progression et destruction des couverts de glace en rivière.* Mémoire de maîtrise, Université Laval, Québec.

Tatinclaux, J. C. (1977). Equilibrium thickness of ice jams. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 103 (HY9) : 959-974.

Tatinclaux, J. C. et M. Gogus (1981). Stability of floes below a floating cover. *Proceedings of the IAHR Symposium on Ice* (Québec), vol. I, pp. 298-311.

Tatinclaux, J. C., Lee, C. L., Wang, T. P., Nakato, T. et J. F. Kennedy (1976). *A laboratory investigation of the mechanics and hydraulics of river ice jams.* Iowa Institute of Hydraulic Research Report no 186, University of Iowa, Iowa.

Taylor, C. et J. M. Davis (1975). Tidal and long wave propagation: a finite element approach. *Computer and Fluids*, vol. 3.

Tesaker, E. (1975). Accumulation of frazil ice in an intake reservoir. *Proceedings of the Third IAHR International Symposium on Ice Problems* (Hanover), pp. 25-35.

Tsai, S.-M., Shen, H. T. et H. H. Shen (1988). *Dynamic transport of river ice and jam initiation.* Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Report no 88-2.

Tsang, G. (1979). Frazil ice and anchor ice and their resistance effect in rivers. *Proceedings of the Canadian Hydrology Symposium* (Vancouver), pp. 127-138.

Tsang, G. (1970). Change of velocity distribution in a cross-section of a freezing river and the effect of frazil ice loading on velocity distribution. *Proceedings of the First IAHR Symposium on Ice and its Action on Hydraulic Structures* (Reykjavik), paper 3.2, 11 pages.

Tsang, G. et L. Szucs (1973). Field experiments of winter flow in natural rivers. *Proceedings of the Symposium on the Role of Snow and Ice in Hydrology* (Banff), IAHS, vol. 1, pp. 772-796.

Uppsala University. Uppsala Astronomical Observatory (1995a). Artificial viscosity in SPH, [En ligne]. *Adresse URL: http://www.astro.uu.se/~magnus/sph/artvisc/.* (Page consultée le 19 mars 1998).

Uppsala University. Uppsala Astronomical Observatory (1995b). Smooth particle hydrodynamics, [En ligne]. *Adresse URL: http://www.astro.uu.se/~magnus/sph/sph/.* (Page consultée le 19 mars 1998).

Uzuner, M. S. (1975). The composite roughness of ice covered streams. *Journal of Hydraulic Research*, 13 (1) : 79-102.

Uzuner, M. S. et J. F. Kennedy (1976). Theoretical model of river ice jams. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 102 (HY9) : 1365-1383.

Uzuner, M. S. et J. F. Kennedy (1972). Stability of floating ice blocks. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 98 (HY12) : 2117-2133.

Wake, A. et R. R. Rumer (1983). Great Lakes ice dynamics simulation. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, ASCE*, 109 (1) : 86-102.

Wake, A. et R. R. Rumer (1979). Modeling the ice regime of Lake Erie. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 105 (HY7) : 827-844.

Wake, A. et Q. Xiao (1989). *Upper Niagara River ice dynamics simulation, phase I: hydrodynamic simulation of the Grass Island Pool.*

Walters, R. A. et R. T. Cheng (1980). Accuracy of an estuarine hydrodynamic model using smooth elements. *Water Resources Research*, 16 (1) : 187-195.

Wang, Z., Shen, H. T. et H. Wu (1998). A Lagrangian sea ice model with discrete parcel method. *Proceedings of the Fourteenth International Symposium on Ice, Ice in Surface Waters* (Potsdam), H. T. Shen (Éd.), Rotterdam, A. A. Balkema, pp. 313-320.

Warming, R. F. et B. J. Hyett (1974). The modified equation approach to the stability and accuracy analysis of finite difference methods. *Journal of Computational Physics*, 14 : 159-179.

Williams, G. P. (1965). Correlating freeze-up and break-up with weather conditions. *Canadian Geotechnical Journal*, 11 (4) : 313-326.

Williams, G. P. (1963). Probability charts for predicting ice thickness. *The Engineering Journal*, 63 (3).

Wu, J. (1973). Prediction of near-surface drift currents from wind velocity. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 99 (HY9) : 1291-1302.

Xia, X. et H. T. Shen (1999). *Interaction of shallow water waves with ice cover.* Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Report no 99-3, 102 pages.

Yalin, M. S. (1977). *Mechanics of Sediment Transport.* Oxford, Pergamon Press.

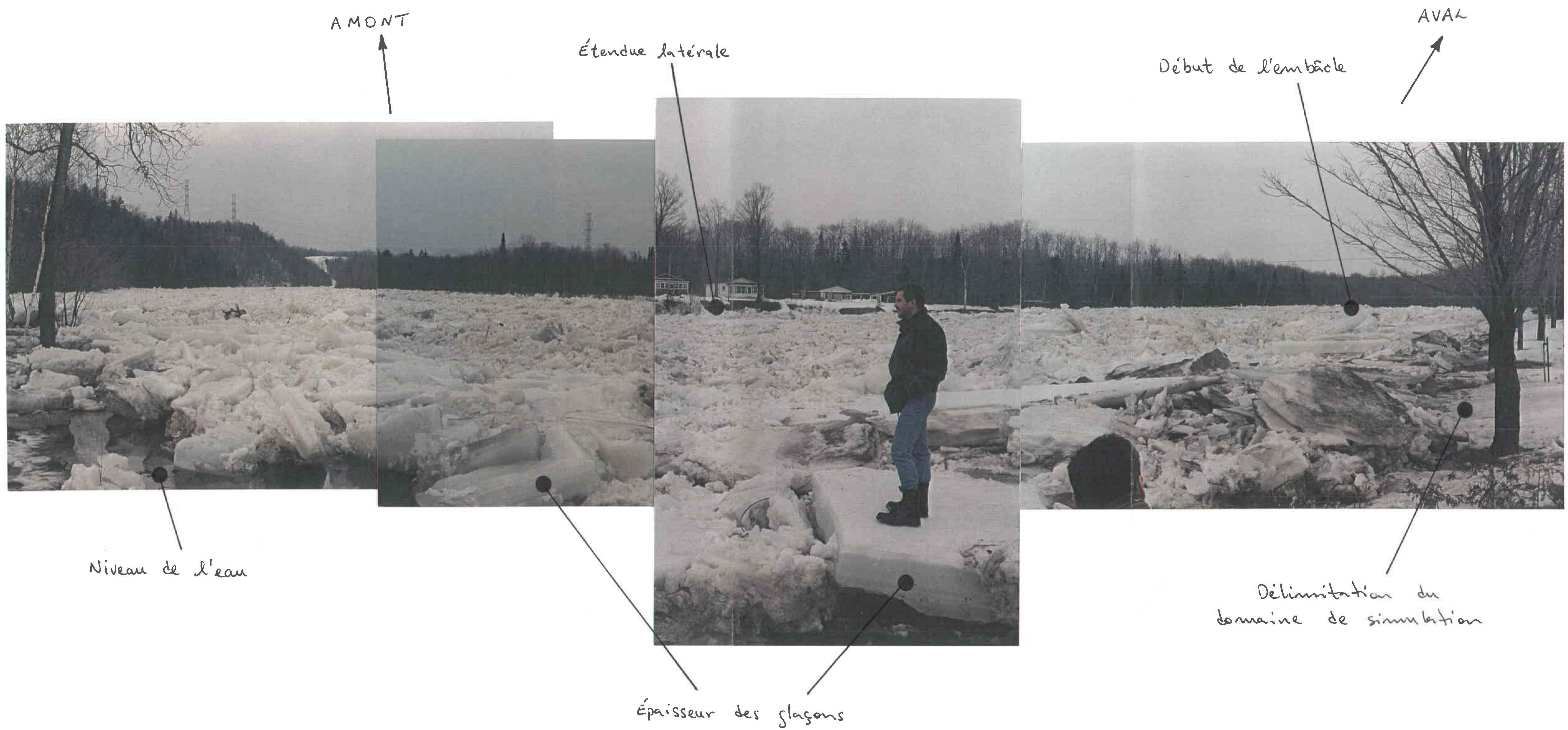
Yapa, P. D. et H. T. Shen (1986). Unsteady flow simulation for an ice-covered river. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 112 (11) : 1036-1049.

Young, S. W. (1911). Mechanical stimulus to crystallisation in supercooled liquids. *Journal of the American Chemical Society*, 33 : 148-162.

Zhang, B. (1992). *Modélisation d'écoulements à surface libre avec fronts mobiles par éléments finis.* Thèse de doctorat, Université de technologie de Compiègne, France, 234 pages.

ANNEXE 1

Photographie annotée de l'embâcle formé le 29 mars 1998 sur la rivière Montmorency.


AMONT
Étendue latérale
Début de l'embâcle
AVAL
Niveau de l'eau
Épaisseur des glaçons
Délimitation du
domaine de simulation

ANNEXE 2

Photographie annotée de l'embâcle formé le 26 février 1996 sur la rivière Montmorency.

AVAL

Chenaux secondaires sollicités en raison de la présence de l'embâcle.

APPENDICE

Réduction de l'équation du mouvement pour le « *test* des 2 parcelles identiques ».

On cherche à réduire l'équation du mouvement afin qu'elle tienne compte uniquement de la force interne. Aucune autre force n'est considérée. Il est également acquis qu'il n'y a que 2 parcelles, lesquelles sont identiques, initialement immobiles et disposées de façon à ce qu'une ligne les joignant soit parallèle à l'axe des x (figure 4.8). On a donc:

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad ; \qquad \dot{\varepsilon}_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{xy} = \dot{\varepsilon}_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = 0$$

Or, on sait que:

$$\sigma_{xx} = 2\eta\frac{\partial u}{\partial x} + (\zeta - \eta)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{P}{2}$$

Une fois débarrassée des termes nuls, l'expression de la contrainte devient:

$$\sigma_{xx} = (\zeta + \eta)\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{P}{2}$$

avec

$$\eta = \frac{\zeta}{e^2} \quad \text{et} \quad \zeta = \frac{P}{2\Delta}$$

Par définition:

$$\Delta = \left\{ \left(1 + \frac{1}{e^2}\right)\left[\dot{\varepsilon}_{xx}^2 + \dot{\varepsilon}_{yy}^2\right] + \frac{4\dot{\varepsilon}_{xy}\dot{\varepsilon}_{yx}}{e^2} + 2\dot{\varepsilon}_{xx}\dot{\varepsilon}_{yy}\left(1 - \frac{1}{e^2}\right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Après simplifications, il vient que:

$$\Delta = \left\{ \left(1 + \frac{1}{e^2}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{1}{e^2}}\left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|$$

En combinant les équations précédentes, on obtient:

$$\zeta + \eta = \frac{P}{2\Delta} + \frac{P}{2e^2\Delta} = \frac{P}{2\Delta}\left(1 + \frac{1}{e^2}\right) = \frac{P}{2}\sqrt{1 + \frac{1}{e^2}} \cdot \frac{1}{\left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|}$$

On trouve alors:

$$\sigma_{xx} = \frac{P}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{1}{e^2}} \cdot \frac{\frac{\partial u}{\partial x}}{\left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|} - 1 \right)$$

Cependant, lorsque l'écoulement est divergent, comme c'est le cas lorsque deux parcelles s'éloignent l'une de l'autre, on a $\frac{\partial u}{\partial x} > 0$, de sorte que:

$$\sigma_{xx} = \frac{P}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{1}{e^2}} - 1 \right)$$

Si $e = 2$, on obtient finalement:

$$\sigma_{xx} = \frac{P}{2}\left(\sqrt{1+\frac{1}{4}} - 1\right)$$

$$= \frac{P}{4}\left(\sqrt{5} - 2\right)$$

La force interne s'exprime alors comme suit:

$$R_x = \frac{\partial\left(\sigma_{xx} N t_i\right)}{\partial x}$$

Sachant que:

$$P = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g t_i}{2}\left(\frac{N}{N_{\max}}\right)^j$$

Et en posant que $N \equiv N_{\max}$, on a que:

$$R_x = \frac{\left(\sqrt{5} - 2\right)}{4}\tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\frac{\rho_i g N}{2}\frac{\partial t_i^2}{\partial x}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{5} - 2\right)}{4}\tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)\rho_i g N t_i \frac{\partial t_i}{\partial x}$$

$$\approx \alpha \frac{t_i^2}{2h}$$

L'équation du mouvement, une fois réduite pour ne prendre en considération que la force interne, devient:

$$M_i \frac{dV}{dt} = \alpha \frac{t_i^2}{2h} = F$$